ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ
ОЛИЙ ВА ЎРТА МАХСУС ТАЪЛИМ ВАЗИРЛИГИ

НИЗОМИЙ НОМИДАГИ
ТОШКЕНТ ДАВЛАТ ПЕДАГОГИКА УНИВЕРСИТЕТИ

Т. Ризаев, Б.Нуриллаев

ФИЗИКАДАН МАСАЛАЛАР ЕЧИШ МЕТОДИКАСИ

(методик қўлланма)

ТОШКЕНТ- 2017

С Ў З   Б О Ш И

Ўзбекистон мустақилликка эришган кундан бошлаб ривожланган давлатлар даражасига етиш учун Республика ҳукумати томонидан қатор қонунлар қабул қилиниб, ишлаб чиқариш, иқтисод, таълим ва бошқа кўплаб соҳаларда ижобий ислоҳотлар амалга оширила бошланди. Жумладан, жаҳон стандартларига жавоб бера оладиган кадрлар тайёрлаш мақсадида «Таълим тўғрисида»ги қонун ва «Кадрлар тайёрлаш миллий дастури» қабул қилинди (1997йил 29 август). Кадрлар тайёрлаш миллий модели ишлаб чиқилди. Кадрлар тайёрлаш миллий моделининг асосий таркибий қисмларидан бири узлуксиз таълим тизими ва турларидир. Узлуксиз таълим турларидан бири Олий таълимдир. Олий таълим ўрта махсус, касб-ҳунар таълими негизига асосланишини ҳамда икки (бакалавриат ва магистратура) босқичига эгалигини биламиз. Олий таълимнинг биринчи босқичида таълим дастурлари Умумий ўрта ва ўрта махсус, касб-ҳунар таълими билан узлуксизлик ва узвийлилик таъминланишини инобатга олган ҳолда ишлаб чиқилди.

Бакалавриат - мутахасисликлар йўналиши бўйича фундаментал ва амалий билим берадиган таянч олий таълимдир [2]. Бу эса ҳар бир фандан янги ўқув дастурларига мос келувчи ўқув дарсликлари, ўқув қўлланмалари, ўқув методик қўлланмаларни тайёрлашни тақозо этади. Шу муносабат билан таълим йўналиши 5140200 - физика ва астрономия ишчи ўқув режасига мос келувчи физикадан масалалар ечиш методикаси ўқув фанининг механика ва молекуляр физика бўлимлари мавзуларига тегишли масалаларни ечиш методикаси бўйича ўқув методик қўлланма ёзилишини мақсадга мувофиқ деб билдик. «Физикадан масалалар ечиш методикаси» га бағишланган ўқув методик қўлланмани яратишда биз шу соҳага тегишли бўлган кўпгина адабиётларни таҳлил қилдик ва кўп йиллик ўқитиш тажрибамизга таяндик. Жумладан, В.А. Балаш [13] нинг элементар физика курсига доир қийинроқ масалаларини ечиш бўйича қўлланмаси бўлиб, физикани мустақил ўрганувчилар, олий ўқув юртига кириш учун тайёрланаётганлар, педагогика институтларининг физика-математика факультети талабалари ва ўрта мактаб ўқувчилари учун мўлжалланган. Муаллиф элементар физика курсидан масалалар ечишнинг ягона методларини ишлаб чиққан, муайян масалаларни ечишда бу методлардан қандай фойдаланилишни кўрсатишга ҳаракат қилган. Ҳар қайси бобнинг бошида аниқ мавзу бўйича физика курсининг асосий қонунлари ва тушунчаларини эсга тушириш учун зарур бўлган қисқача назарий маълумотлар, масалалар ечишда ишлатиладиган формулалар келтирилган. Сўнгра масалалар ечишга кўрсатмалар ва масала ечиш намуналари берилган. Ҳар бир бобнинг охирида мустақил ечиш учун масалалар келтирилган.

В.М.Спиранский [14] нинг қўлланмасида элементар физика курсининг асосий бўлимлари бўйича масалалар ечиш методикалари системаси баён этилган ва масала ечишда учрайдиган характерли хатолар таҳлил қилиб берилган. Муаллиф ўз ўқувчиларини физик масалаларни қандай ечишга ўргатишга ҳаракат қилади. Масалалар ечиш кўрсатмалари берилмасдан, бир нечта содда масалалар ечиб кўрсатилган. Ушбу ўқув-услубий қўлланма педагогика олий таълим муассасалари талабаларига мўлжалланган. Шунингдек, ўқув-услубий қўлланмадан умумий ўрта таълим мактаблари, ўрта-махсус, касб-ҳунар таълими муассасалари ўқувчилари ва ўқитувчилари фойдаланишлари мумкин.

С.Е.Каменецкий, В.П.Орехов [15] ларнинг қўлланмасида мактабда физика ўқитишнинг I ва II босқичларида физикадан масалалар ечишнинг энг умумий методлари баён қилинган, ўқувчилар учун физикадан масалалар минимуми танлаб берилган, мактаб физика курсининг ҳамма мавзулари бўйича масалалар ечиш тартиби кўрсатилган. Масалаларнинг шартлари батафсил таҳлил қилинган ва масалаларнинг ечимлари берилган.

Мустақиллик йилларида чоп этилган М.Исмоиловнинг [16] қўлланмаси умумий ўрта таълим мактабларининг 8-11 синфлари учун мўлжалланган дастур асосида ёзилган. Физика курсининг ҳар бир бўлимига оид қисқача назарий тушунчалар, бобнинг ҳар бир параграфида намунавий масалалар ва уларни ечиш тартиби кўрсатилган. Шунингдек мустақил ечиш учун бир нечта масалалар ва уларнинг жавоблари берилган. Ушбу тўплам асосан умумий ўрта таълим мактабларининг ўқувчилари учун мўлжалланган бўлиб, ундан академик лицей, касб-ҳунар коллеж ўқувчилари, олий ўқув юртларининг бошланғич курс талабалари ҳам фойдаланишлари мумкин.

К.А.Турсунметов ва бошқаларнинг [17] тўплами «Академик лицей ва касб-ҳунар коллежлари учун ўқув қўлланма» сифатида тавсия этилган. Тўплам академик лицейлар дастурини тўла қамраб олган бўлиб, унда 670 та масала берилган ва 80 дан ортиқ масала намуна учун ечиб кўрсатилган. Ушбу китобнинг афзалликларидан яна бири шундаки, мустақил ечиш учун ажратилган ҳамма масалалар қийинлик даражаси бўйича беш гуруҳга ажратилган. Бу эса ўқувчиларга ҳам, ўқитувчилари ҳам бир қанча қулайлик туғдиради. Жумладан, ўқитувчига назорат иши вариантларини тузишни енгиллаштиради, чунки бундай иш вариантларига киритилган масалалар турли қийинликда бўлиши мақсадга мувофиқдир. Назорат иши вариантларини тузишни енгиллаштирган жиҳатларидан яна бири, масалани ечишда керак бўладиган жадвал маълумотлари ва доимий катталиклар масала матнининг ўзида берилган. Бу эса масала ечиш вақтида ўқувчига қулайлик туғдиради. Масала матнига киритилган баъзи физик доимийларни ушбу китобнинг охирида келтирилган жадвалдан кераклича аниқликда олиш мумкин.

Биз тавсия этаётган ўқув-услубий қўлланмада юқорида қараб чиқилган адабиётлардан фарқли равишда физик масалалар ечиш методикасининг бир қатор умумий масалаларини, физика курси механика бўлимининг барча бобларига тегишли мавзуларга доир масалаларни ечиш методикаси батафсил қараб чиқилган ва адабиётларда энг кўп учрайдиган стандарт масалаларнинг ечимларига доир намуналар келтирилган. Ушбу ўқув қўлланмадан физика ўқитувчиси тайёрлайдиган барча олий ўқув юртлари профессор-ўқитувчилари, талабалари, турли типдаги ўрта ўқув муассасалари физика ўқитувчилари ва ўқувчилари, шунингдек физикани мустақил ўрганувчилар фойдаланишлари мумкин.

Ўқув қўлланма ҳақидаги ҳар қандай таклиф ва мулоҳазалар муаллиф томонидан миннатдорчилик билан қабул қилинади.

Ўқитишда физика масалаларининг аҳамияти

Маълумки, физика ўқитишда назарий ва амалий методлар мавжуд. Амалий методлар ичида физикадан масалалар ечишнинг аҳамияти салмоқлидир. Масала ечиш жараёнида ўқувчиларга билим бериш билан бирга ўқувчилар қобилиятларини ривожлантириш, ўқувчиларга тарбия бериш каби муҳим масалалар ҳал қилинади.

Физикадан масалалар ечиш жараёнида ўқувчиларнинг мантиқий фикрлашлари кенгаяди, ижодий қобилиятлари ривожланади. Физик ҳодисаларнинг туб моҳиятини кенгроқ тушунадилар, физикадаги қонунларнинг амалда қўлланилишини чуқурроқ англайдилар. Кўпгина физик ўлчов асбобларининг вазифаси, тузилиши, ишлаш принциплари билан танишадилар, улар билан ишлаш кўникма ва малакаларига эга бўладилар. Шунингдек, масалалар ўқувчиларда меҳнатсеварлик, журъатлилик, ирода ва характерни тарбиялайди.

Кўпгина методик адабиётларнинг таҳлилига кўра, мантиқий хулосалар, математик амаллар ва физикадаги қонунлар ҳамда методларга асосланган ҳолда ёки эксперимент ёрдамида ечиладиган муаммо, одатда физик масала дейилади. Физик масалада қўйилган муаммони ҳал этиш, масала ечишдан иборатдир.

Масалаларнинг классификацияси

Физикадан масалалар тўпламларида берилган ҳамма масалаларни турли асосларга кўра классификацияланади. Масалан, масалаларнинг мураккаблик даражасига кўра, содда масалалар, қийинроқ масалалар, масала шартида, дарсликда ва дарсда кўриб чиқилган масалаларда тавсифланганига нисбатан камроқ таниш бўлган ҳолат тавсифланган масалалар, ўқувчилар янги билимлар олиш учун фойдаланиш мумкин бўлган масалалардир.

Масалалар мазмунига қараб, механикага, молекуляр физикага, электрга доир ва ҳакозо бўлиши мумкин. Бундай бўлиниш шартли эканини биламиз, чунки кўпинча битта масаланинг шартида физиканинг бир нечта бўлимларидаги маълумотлардан фойдаланилади. Шунингдек, политехник мазмунга эга бўлган, ижодий қобилиятларни ривожлантиришга қаратилган, тарихий характердаги маълумотларни ўз ичига олган масалаларга классификацияланади.

Ечиш усулларига кўра масалалар: сифат, экспериментал, график ва ижодий масалаларга бўлинади. Бундай бўлиниш ҳам шартлидир, чунки экспериментал масалаларни ечишда ҳам оғзаки мулоҳазалардан ҳам, графикдан ҳам, хисоблаш ишларидан ҳам фойдаланамиз. Бироқ бу масалаларнинг ҳар бири мазмун ва мураккаблик жиҳатидан хилма-хилдир. Бу масалаларнинг ечимлари аниқ бир мақсадга қаратилган бўлиб, ечилиш усулларига эга. Бу масалаларнинг хар бир турлари учун алоҳида адабиётлар мавжуд. Шундай бўлсада, бу масалалар устида қисқача тўхталиб ўтамиз.

Сифат масалалар

Физик қонунларга, физик формулаларга таянган ҳолда, мантиқий фикрлаш орқали ҳал қилинадиган масалалар сифат масалалар дейилади. Бундай типдаги масалаларда арифметик ҳисоблаш ишлари бажарилмайди.

Сифат масалаларнинг методик афзалликлари кўпдир. Физик қонунларга асосланган, мантиқий хулосалар чиқаришдан иборат бўлган бу масалаларни ечиш методи, фикрлашнинг ажойиб мактаби бўлиб хизмат қилади. Сифат масалалар ўқувчиларга физик ҳодисалар ва уларнинг қонуниятларини аниқ тушунтириб беради, назарий билимларни амалда қўллашга ўргатади, ҳисоблаш масалаларига нисбатан тўғри муносабатни тарбиялайди, ҳар қандай масалани ечишни, унинг физик мазмунини таҳлил қилишдан бошлашга ўргатади. Дарсда ўтилган материални мустаҳкамлаш мақсадида сифатга оид масалалар берилади. Физиканинг гидродинамика бўлимида асосан сифат масалалар ечилиши бизга маълум. Бу бўлимда миқдорий масалалар деярли ечилмайди. Сифат масалалар тематикаси, мазмуни ва мураккаблиги жиҳатдан хилма-хилдир, яъни сифатга оид содда ва мураккаб масалалар бўлади. Сифат масалаларнинг намуналари ва уларни ечиш методлари [18] адабиётда тўлиқ келтирилган.

Экспериментал масалалар

Назарияни амалиёт билан боғлашнинг энг самарали усулларидан бири экспериментал масалалар ечишдир. Экспериментал масалаларнинг характерли хусусияти шундаки, уларни ечишда лаборатория ёки демонстрацион экспериментлардан фойдаланилади. Экспериментал масалаларни ечиш жараёнида ўқувчиларнинг фаоллиги ва мустақиллиги ошади. Чунки улар масала ечиш учун керакли маълумотларни дарсликдан, масалалар тўпламидан тайёр ҳолда олмасдан, балки ўзлари бажарадиган физик ўлчашлардан оладилар. Экспериментал масалаларнинг яна бир афзаллиги шундаки, бу масалаларни етарлича фикрламасдан туриб ечиб бўлмайди. Яъни тажрибада содир бўладиган ҳодисаларни ўқувчилар кенг муҳокама қилиб олишлари керак. Чунки экспериментал масалаларда, лаборатория ишларидагидек назария берилмайди, ишни бажариш тартиби кўрсатилмайди. Керакли асбоб-ускуналар, материаллар берилиб, топилиши керак бўлган маълумот сўралиши билан кифояланади. Юқорида айтганимиздек ўқувчилар қатор фикр ва мулоҳазалардан, экспериментда қандай физик ҳодиса ётганини, қандай физик қонун ифодаланаётганлигини билиб оладилар. Ва ниҳоят, экспериментал масалада топилиши керак бўлган физик катталик учун охирги ифодани келтириб чиқарадилар. Охирги ифодани таҳлил қилиб, масалани ечиш учун керакли катталикларни бевосита ўлчаш йўли билан оладилар. Айтилганларни қуйидаги содда экспериментал масалада кўрайлик:

Масштабли чизғич, штангенциркуль ва секундомердан фойдаланиб, штативга маҳкамланган математик маятникнинг тебраниш даврини аниқланг.

Масалани ечиш. Ўқувчилар фикрлаш ёрдамида маятникнинг тебраниш даври учун $T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ формулани ёзадилар ($g = 9{,}8$ м/с^2 – эркин тушиш тезланиши). Бу ерда маятникнинг узунлиги $l = l_m + \frac{D}{2}$ эканлигини эсга оладилар. Маятникнинг l_m узунлигини масштабли чизғич, шарчанинг D диаметрини эса штангенциркуль ёрдамида ўлчайдилар. Тажриба ёрдамида маятникнинг n марта тебраниши учун кетган вақтни бир неча марта ўлчаб, уларнинг ўртача қиймати олинади ва $T=\frac{t}{n}$ формулага кўра маятникнинг тебраниш даври аниқланади. Сўнгра ўлчашлар натижасида аниқланган тебраниш даври билан назарий ҳисоблаб топилган давр таққосланиб, тегишли хулосалар чиқарилади. Умуман олганда, экспериментал масалаларни ечишга ўқувчиларнинг қизиқишлари катта бўлади. Ўқитувчи физика кабинети шароитидан келиб чиқиб, ўқувчилар билан биргаликда экспериментал масалаларни ечиши мақсадга мувофиқдир. Ечиш методлари батафсил ёритилган экспериментал масалаларни [19] адабиётдан олиш мумкин. Ўқитувчилар баъзи лаборатория ишларини ва масалалар тўпламларидаги масалаларни экспериментал масала қилиб беришлари, ёки ижодкор ўқитувчилар ўзлари экспериментал масалалар тузиб, ўқувчиларга ечиш учун тавсия қилишлари мумкин.

График масалалар

График масалаларнинг умумтаълим ва политехник аҳамияти каттадир. График масалаларни ечиш жараёнида ўқувчилар физика фани асосларини чуқур ўзлаштирадилар. Дарсда график масалаларни ечиш жараёнида ҳамда уй вазифаларини мустақил бажариш жараёнида ўқувчилар физика ва математика фанларининг ўзаро боғлиқликларини амалда кўрадилар.

График масалалар ҳам, ўқувчиларнинг фикрлаш қобилиятларини ривожлантиради. Физика курсининг барча бўлимларида амалий аҳамиятга эга бўлган график масалалар бор. Энг содда ҳолда иккита физик катталикларнинг (P,V; P,T; V,T) боғланиш графикларидан иборат бўлган масалалар график масалалар дейилади.

График баъзи ҳолларда масаланинг шартида берилади, баъзи ҳолларда графикларни масала шартига таяниб олинган натижалар асосида ясаш керак бўлади. График масалаларни ечишнинг алгоритми қуйидагича: физик катталиклар орасидаги боғланиш графиги берилган бўлса, графикни синчиклаб ўқиб тушуниб, алоҳида қисмдаги боғланишнинг характерини ўрганиш лозим. Чизмадаги масштабдан фойдаланиб, графикдан изланаётган катталикларнинг абцисса ва ордината ўқларидаги қийматларини топиш керак. Боғланиш графиги берилмаган ҳолларда масаланинг шартига ёки масаладан олинган натижага кўра график ясалади. Бунинг учун координата ўқлари чизилади, уларда ҳар бир физик катталикка мос келувчи маълум масштаблар танланади, керак бўлса жадваллар тузилади, шундан кейин координата ўқлари жойлашган текисликка тегишли абцисса ва ордината ўқларига мос нуқталар қўйилади. Бу нуқталарни бирлаштириб, физик катталиклар орасидаги боғланиш графиги ясалади ва уни таҳлил қилиб хулосалар чиқарилади. Физикани ўқитишда график методининг аҳамиятини ҳамда графикга тегишли машқ ва масалаларни [20] дан ўқиб билиш мумкин.

Физикадан ижодий масалалар

Ечилиш алгоритми номаълум бўлган масалаларни «ижодий масала»лар деб аталиши келишиб олинган. Бундай масалаларнинг шартлари ниқобланган бўлади: берилганлари етишмайди, берилганлари ортиқча бўлади, ёки масаланинг ечилиши учун керак соҳадан физик маълумотлар мутлақо берилмайди. Физикадан ижодий масалаларни ечишда биринчи босқичда ҳодисани тушунтириш талаб қилинади, яъни нега деган саволга жавоб бериш керак бўлади. Иккинчи босқичда қўйилган талабларга жавоб берадиган ҳақиқий ҳодисаларни амалга ошириш, яъни қандай қилиш керак деган саволга жавоб берилади. Демак, топшириқ усулига кўра ижодий масалалар изланувчи (нега?) ва конструктив (қандай қилиш керак?) кабиларга бўлинар экан.

Конструкторлик типидаги масалалар

а) қандайдир техник ходисаларни тушунтириш ёки қандайдир техник эффект олиш асосида тузилган масалалар;

б) қандайдир табиат ҳодисаларидан фойдаланишни талаб қиладиган масалалар;

в) маълум бир асбобнинг ишлаш принципини тушунтиришни ёки янги асбоб конструкциясини тузишни талаб қиладиган масалалар;

г) бирор лаборатория ҳодисасини тушунтиришни, қўйилган шартларни қаноатлантирувчи ҳодиса моделини кўриш ёки янги ҳодисани топишни талаб қилувчи масалалар.

Ижодий масалаларни ечиш жараёнида ўқувчиларнинг ижодий қобилиятлари ривожланади. Мустақил давлатимизнинг куч қудратини белгилайдиган факторлардан бири - маълумотли, юксак қобилиятли, ижодий фаол кадрларни ўстириш ва етиштириб чиқариш ҳисобланади. Демак, Республикамиздаги турли таълим муассасаларида, физикадан масала ечиш дарсларида, ижодий типдаги масалаларни ечиш учун ҳам алоҳида вақт ажратиш мақсадга мувофиқдир. Бундай типдаги масалаларни ўқитувчилар [21] адабиётдан олишлари мумкин.

Физик масалаларни ечиш методлари

Масалаларни ечиш методлари, масалаларнинг содда ёки мураккаблигига, ўқитувчиларнинг қўйган мақсадига, ўқувчиларнинг билим даражаси ва бошқа талайгина сабабларга боғлиқ. Масала ечиш методлари масалаларни ечиш жараёнида математик амалларнинг қўлланилишига кўра қуйидаги турларга бўлинади:

1. Арифметик метод.
2. Алгебраик метод.
3. Геометрик метод.
4. График метод.

Масалаларни ечиш жараёнида фойдаланиладиган мантиқий амаллар характерига кўра аналитик, синтетик ёки аналитик-синтетик методларга бўлинади. Бу методлар тўғрисида қисқача тўхталиб ўтамиз:

Арифметик метод

Масалани арифметик метод билан ечилганда, масаладаги физик катталиклар устида фақат арифметик амаллар бажарилади. Яъни физик масалаларни арифметика дарсларидаги сингари ечилади. Формулаларни қўлламасдан саволлар ёзилади. Бу методдан, умумий ўрта таълим муассасаларида физика ўқитишнинг бошланғич даврида ҳали ўқувчилар алгебрадан тегишли билимга эга бўлмаган ёки физик формулаларга кирган катталиклар орасидаги боғланишни чуқур тушунмаган пайтда қўлланилади.

Арифметик методнинг яна ўзига ҳос бир ҳусусияти, унда тенгламалар тузулмаслигида ва тенгламалар ечилмаслигидадир. Ҳарфий ифодаларни қўллаб арифметик метод ёрдамида масала ечишга мисол келтирайлик.

1-масала. 15 дона қарағай ғўласидан ясалган сол чучук сувда энг кўпи билан қанча юк кўтара олади? Ҳар бир ғўланинг ҳажми 0,4м^3.

Бу масала Архимед қонунига тегишли эканлигини тушунгач, юқорида айтганимиздек масалани саволлар ёрдамида еча бошлаймиз.

1. Сол ғўлаларининг умумий ҳажми қанча?

$$V=0{,}4\cdot 15 = 6м^3 \quad V_{сол}= 6\ м^3.$$

2. Солнинг массаси қанча? Жадвалдан 1м^3 ёғочнинг массаси 500кг эканини топамиз. $M_{сол} = 500\,\frac{кг}{м^3}\cdot 6м^3 = 3000кг$ $\quad M_{сол}= 3000$ кг

3. Солнинг оғирлиги қанча? $P = 9{,}8\,\frac{Н}{кг}\cdot 3000кг = 29400Н$ $\quad P_{сол}= 29400$ Н

4. Сол сувга бутунлай чўктирилганда сиқиб чиқарилган сувнинг массаси қанча? Жадвалдан 1 $м^3$ сувнинг массаси 1000кг эканлигини топамиз. $M_{сув} = 1000\,\frac{кг}{м^3}\cdot 6м^3 = 6000кг$ $\quad M_{сув}= 6000$ кг

5. Сиқиб чиқарилган сувнинг оғирлиги қанча?

$$P_{сув} = 6000кг\cdot 9{,}8\,\frac{Н}{кг} = 58800Н \quad P_{сув} = 58800\ Н$$

6. Юкнинг оғирлиги $F_{юк} = 58800H - 29400H = 29400H$ Р$_{юк}$ = 29400 Н

Демак, сол 29400 Н юкни кўтара олар экан.

Алгебраик метод

Физика масалаларини алгебраик метод билан ечганда, ўқувчиларнинг алгебрадан олган билимларидан фойдаланилади, формулалар ишлатилади, тенгламалар тузилади ва ечилади. Мисол келтирамиз.

2-масала. Овчи ит 200 м масофада қуённи кўриб қолади. Агар қуён $20\frac{км}{соат}$ тезлик билан чопаётган бўлса, $40\frac{км}{соат}$ тезлик билан чопаётган ит қуённи қанча вақтдан сўнг қувиб етади?

Ечилиши: Саноқ системаси деб Ерни қабул қиламиз. қуён $S_к = V_к \cdot t$ масофани, ит эса $S_{ит} = S + S_к$ масофани босиб ўтиши маълум.

$$S_к = V_к \cdot t$$

Берилган:

$S = 200м$

$\vartheta_{ит} = 40км/соат$

$\vartheta_к = 20км/соат$

$t = ?$

$Ечиш:$

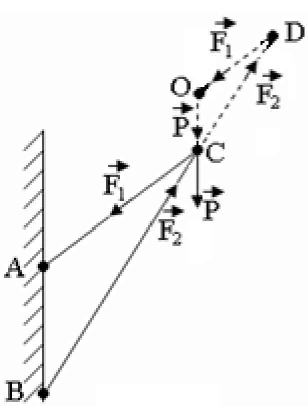
$$S_к = \vartheta_к \cdot t$$
$$S_{ит} = \vartheta_{ит} \cdot t$$
$$S = S_{ит} - S_к = \vartheta_{ит} \cdot t - \vartheta_к \cdot t = (\vartheta_{ит} - \vartheta_к) \cdot t$$
$$S = (\vartheta_{ит} - \vartheta_к) \cdot t$$
$$t = \frac{S}{\vartheta_{ит} - \vartheta_к} = \frac{0{,}2км}{20км/соат} = 0{,}01соат = 36с$$
$$t = 36с$$

Демак, бу масалани ечишда, формулалардан, тенгламалар системасидан фойдаландик. Бунда алгебрадан билимларни қўлладик.

Геометрик метод

Агарда масалани ечишда ўқувчиларга маълум бўлган геометрик муносабатлардан фойдаланилса, бундай метод геометрик метод дейилади. Бу методдан физиканинг статика, электростатика ва геометрик оптика бўлимларида кўпроқ фойдаланилади. Геометрик метод ёрдамида масалалар ечишга доир мисоллар келтирамиз.

3-масала. Агар АВ=1,5 м, АС=3м, ВС=4м (1-расм), юкнинг массаси 200 кг бўлса, ВС ҳавонга ва АС тортқига таъсир қилувчи кучларни топинг.



1-расм

Чизмани дафтарга чизиб оламиз ва С нуқтага таъсир этувчи кучларни аниқлаб, уларни ҳам йўналишларини тўғри кўрсатган ҳолда чизамиз.

Бу кучлар Р оғирлик кучи ва F_1 ва F_2 эластиклик кучларидир. Бу кучларни чизмадагидек ўз-ўзларига параллел кўчирамиз. Натижада ўхшаш ΔВАС ва ΔCOD учбурчаклар ҳосил бўлишини кўриш қийин эмас. Учбурчакларнинг ўхшашлигидан

$$\frac{P}{F_1} = \frac{AB}{AC}; F_1 = P \cdot \frac{AC}{AB} = mg \cdot \frac{AC}{AB};$$

лиги келиб чиқади. Бундан

$$F_1 = 4кН$$

Ёки учбурчакларнинг ўхшашлигидан

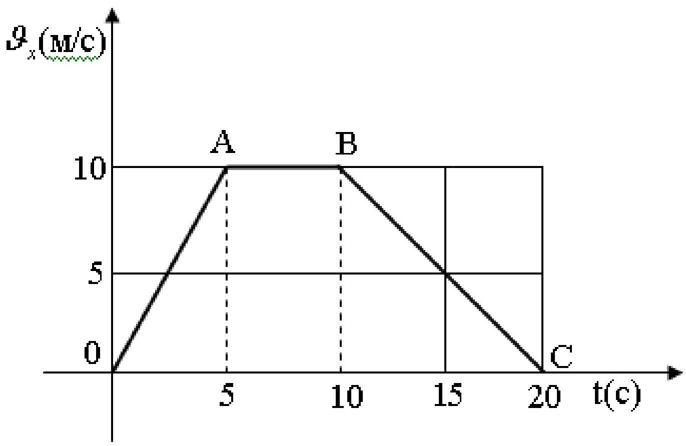
$$\frac{P}{F_2} = \frac{AB}{BC}; F_2 = P \cdot \frac{BC}{AB} = mg \cdot \frac{BC}{AB}; F_2 = 5{,}3кН$$

Демак, бу масалани ечишда ўқувчиларга геометриядан маълум бўлган учбурчакларнинг ўхшашлиги тушунчаларидан фойдаланилади.

График метод

График масалаларни ечиш билан график метод чамбарчас боғланган. График методда масалада топилиши керак бўлган физик катталик графикдан фойдаланиб топилади.

4-масала. 2-расмда массаси 2кг бўлган жисм тезлигининг вақтга боғлиқ ўзгариши графиги берилган. Графикнинг OA, AB, BC қисмларида жисмга таъсир қилаётган кучларни топинг.



2-расм

Ечиш: Юқорида айтил-ганидек, тезлик ўзгаришининг вақтга боғлиқ графигидан фойдаланамиз. Графикдан кўринадики, OA кесмада, жисмнинг тезланиши $a_{oA} = 2\frac{м}{с^2}$,

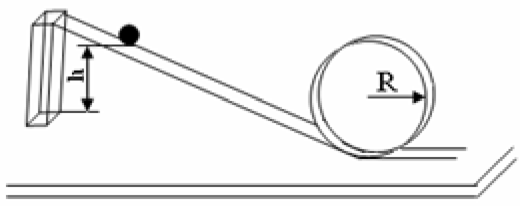
Бу кесмага мос келувчи куч F_{OA}=4Н, AB-кесмада жисмнинг тезланиши $a_{AB} = 0$ демак F_{OA}=0; кесманинг BC- қисмида жисмнинг тезланиши $a_{BC} = -1\frac{м}{с^2}$ га тенг бўлиб, куч F_{BC} = 2Н экан.

Синтетик метод

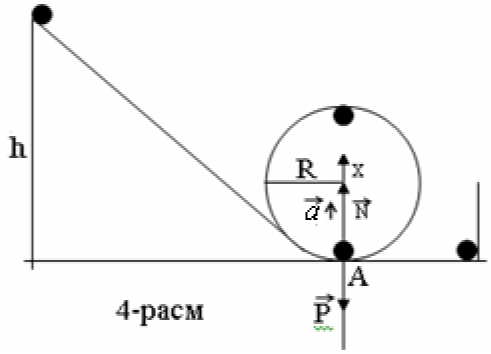
Мулоҳаза қилишнинг синтетик усулида изланаётган физик катталикнинг аниқланишига асос яратилади. Бунинг учун дастлаб берилган физик катталиклар орасидаги оралиқ муносабатлар аниқланади. Маълум амалларни бажариш натижасида изланаётган катталик топиладиган ифода ҳосил қилинади. Ўқувчилар кўпинча масалаларни синтетик усулда ечишга мойил бўладилар. Яъни улар изланаётган катталикни топишга имкон берадиган, ўзлари биладиган формулаларни ёзадилар. Формулаларни исталган катталикни топишга имкон бергунча ўзаро боғлайдилар. Бундай боғланишларда, изланаётган катталикни топишга имкон бермайдиган йўлларга ҳам кетиб қолиши мумкин. Ечилишнинг синтетик усули содда бўлиб, ҳамма вақт ҳам исталган натижани беравермайди.

Аналитик усул қийин, чунки амалларнинг қатъий мантиқий тартибда бўлишини талаб қилади, натижада масалани ечиш тезроқ бўлади. Юқори синфларда масала ечишда аналитик усулдан фойдаланиш мақсадга мувофиқдир, чунки бу усул мантиқий фикрлашнинг ривожланишига ёрдам беради. Масалаларни ечишда аналитик ва синтетик усулларни бир-биридан ажратиш қийин, улар ҳамма вақт бир-бири билан боғланган ҳолда келади. Шунинг учун масалалар ечишнинг аналитико-синтетик усули ҳақида гапирилади. Ҳар доим масалани ечиш масаланинг мазмунини таҳлил қилишдан, нима сўралаётганини аниқлашдан бошлангани учун аналитик усул биринчи ўринда бўлади. Масалани аналитик ва синтетик усуллар билан ечишга мисол келтирамиз.

5-масала. Мактабда бажариладиган «ўлик сиртмоқ» тажрибасида (3-расм) массаси m бўлган шарча h=3R баландликдан қўйиб юборилади. (бунда R-сиртмоқнинг радиуси). Сиртмоқнинг пастки нуқтасига шарча қандай куч билан босади?



3-расм



4-расм

Аналитик усул

Масала мазмунини мулоҳаза қилиш орқали сиртмоқнинг пастки нуқтасига қандай кучлар таъсир қилиши аниқланади. Бу кучлар оғирлик кучи P, таянчнинг шарчага реакция кучи $\vec{N}$ дир. Оғирлик кучи пастга, таянчнинг реакция кучи эса марказга томон йўналишини чизмада кўрсатамиз (4-расм). Ньютоннинг учинчи қонунига кўра шарча ҳаракат давомида таянчга қандай куч билан босган бўлса, таянч ҳам шарчага шундай куч билан таъсир қилади. Демак, шарча сиртмоқнинг пастки нуқтасига қандай куч билан босса, нуқта шарчага худди шундай куч билан қарама-қарши йўналишда таъсир кўрсатади. Бундан шарчанинг сиртмоқнинг пастки нуқтасига босим кучи, таянчнинг реакция кучига сон жиҳатидан тенг бўлиб, пастга қараб йўналганлиги келиб чиқади. Ушбу мулоҳазаларга асосан таянчнинг реакция кучи $\vec{N}$ ни топамиз. Унинг сон қиймати, шарчанинг сиртмоқнинг пастки нуқтасига босим кучига тенг бўлишини биламиз. Сиртмоқнинг пастки А нуқтаси учун Ньютоннинг иккинчи қонуни $\vec{P}+\vec{N}=m\vec{a}$ (1) кўринишда бўлади.

Радиус бўйича марказга йўналган векторларни мусбат, марказдан ташқарига йўналган векторларни манфий деб оламиз. Натижада

$$-P+N=ma$$
$$N=P+ma$$
$$P=mg; a=\frac{\vartheta^2}{R}$$
$$N=mg+m\frac{\vartheta^2}{R}=m\left(g+\frac{\vartheta^2}{R}\right)$$
$$N=m\left(g+\frac{\vartheta^2}{R}\right)$$

келиб чиқади. Бизга m ва R берилган, ϑ - тезликни механик энергиянинг сақланиш қонунидан топамиз. Жисмнинг А нуқтадаги вазияти учун $mgh=\frac{m\vartheta^2}{2}$ (6) бу ерда h=3R га тенг, у ҳолда $\vartheta^2=6gR$ (7) эканлиги келиб чиқади. (7)ни (5) га қўйсак $N=7mg$ га тенг бўлади. Демак, шарча сиртмоқнинг пастки нуқтасига ўз оғирлигидан 7 марта катта куч билан босар экан.

Синтетик усулда бу масалани ечишда аввал энергиянинг сақланиш қонунидан фойдаланиб, шарча сиртмоқнинг пастки нуқтасидан қандай тезлик билан ўтиши аниқланади. Изланаётган катталикни топишга асос яратилади, кейин эса Ньютоннинг иккинчи қонунидан фойдаланиб, таянчнинг реакция кучи топилади. Натижада бу ҳолда ҳам N=7mg эканлиги келиб чиқади. Тажрибалар бундай масалаларни аналитик усулда ечиш афзаллигини кўрсатади.

Физикадан масалалар ечиш методикаси ҳақида умумий мулоҳазалар

Биз юқорида масалаларни мазмунига қараб шартли равишда механика, молекуляр физика, электр ва магнетизм ҳамда физиканинг бошқа бўлимларига тегишли бўлишини таъкидлаган эдик. Кўпгина масалалар ечиш методикасига доир адабиётларни таҳлил қилиш орқали ва ўз тажрибамиздан келиб чиқиб, физика курсининг барча бўлимларига тегишли масалаларни ечишнинг умумий томонлари ва ҳар бир бош мавзуларга тегишли масалаларни ечиш методикасининг ўзига хос жиҳатлари мавжуд деган хулосаларга келдик. қуйида физикадан масалалар ечиш методикасининг умумий томонлари ҳақида тўхталамиз:

1. Маълумки, ҳар бир физик масала мазмунида физика ходисаларининг, қонунларининг бирор хусусий кўриниши ётади. Демак, физиканинг қайси бўлимига тегишли содда ёки мураккаб масалани уни ечиш учун унга тегишли назарияни чуқур ўрганиш керак бўлади. Назарий хулосаларни, ҳаракатларни ифодаловчи формулаларни билмай туриб, масалани ечиш мумкин эмас.

2. Масалани ечиш уни бир неча бор диққат билан ўқишдан ва мазмунини тушуниб олишдан бошланади. Масала шартини ўқиш биланоқ дарҳол, асосий эътиборни изланаётган катталикка қаратмаслик уни тезда топишга ҳаракат қилмаслик керак. Аксинча, масалада акс этаётган физик ҳодисани яхшилаб тушуниб олиш, бу ҳодисада ётган физик қонунларни ва формулаларни эсга олмоқ керак. Бирор физик катталикни топиш, ҳамда занжирни ҳисоблаш керак бўлса ёки тасвир ясаш талаб қилинса, масалада қандай катталиклар ва шартлар берилганлигини аниқлаштирмоқ зарур. Масаланинг маълумотларини унинг шартида берилган тартибда ёзиб олинади. Агар масаланинг шартида катталиклар турли бирликлар системасида берилган бўлса, уларни албатта СИ системасига келтириш лозим.

3. Масалада чизма ёки занжир берилган бўлса, уларни диққат билан ўрганиб ва тўғри кўчириб олиш керак. Агарда масалада чизма ёки занжир берилмаган бўлса, масаланинг шартига кўра физик жараённи кўз олдимизга келтириб, масаланинг мазмунини тўлиқ акс эттирувчи чизма чизиш ёки занжир тузиш лозим.

Физиканинг барча бўлимларига тегишли яна бир умумий томон шундан иборатки, ҳар бўлимга хос навбатдаги босқичларни бажариб бўлгандан кейин олинган натижани таҳлил қилиб тўғрилигига ишонч ҳосил қилинади. Олинган натижанинг тўғрилигига ишонч ҳосил қилгач, ҳисоблашларни бажариш лозим. Ҳисоблашларни бажаришда иложи борича ЭҲМлардан фойдаланиш керак, бу эса вақтни тежайди.

Биз қуйида механикага тегишли мавзулар бўйича масала ечиш методикасининг ўзига хос томонларига тўхталамиз.

Асосий қонунлар ва формулалар

Маълумки, илгариланма ҳаракатда, жисмнинг ихтиёрий нуқтасининг ҳаракати: траектория, кўчиш, йўл, тезлик ҳамда тезланиш билан белгиланади. Ҳаракатдаги нуқталарнинг радиус-вектори ва бу нуқтанинг координаталари, яъни радиус-векторнинг мос ўқлардаги проекциялари вақт ўтиши билан ўзгариб боради ва нуқтанинг функцияси ҳисобланади.

$$\vec{r} = \vec{r}(t) \qquad x = x(t); \qquad y = y(t); \qquad (1)$$

Шунингдек, йўл ҳам вақтнинг функцияси ҳисобланади.

$$S = S(t) \qquad (2)$$

(1) ва (2) тенгламалар моддий нуқтанинг кинематик тенгламалари дейилади. Агар нуқта Δt t вақтда $\Delta\vec{s}$ масофага кўчган бўлса, унинг ўртача кўчиш тезлиги $\vec{\vartheta}_{ур} = \frac{\Delta\vec{S}}{\Delta t}$ (3) га тенг.

Агар нуқта t вақт ичида S масофага кўчган бўлса, унинг бу вақт ичидаги ўртача кўчиш тезлиги $\vec{\vartheta}_{ур} = \frac{\vec{S}}{t}$ (3*) га тенг.

Оний тезлик ҳосил қилиш учун, (3) нисбатнинг $\Delta t \to 0$ бўлгандаги чегаравий миқдорни топиш керак.

$$\vec{\vartheta} = \lim_{\Delta l \to 0} \frac{\Delta \vec{S}}{\Delta t} \qquad (4)$$

Бир хил вақтлар оралиғида тезлигининг ўзгариши доимий қолган тўғри чизиқли текис ўзгарувчан ҳаракатнинг тезланиши

$$\vec{a} = \frac{\vec{\vartheta}_1 - \vec{\vartheta}_0}{t} \quad (5) \text{ га тенг ёки } \quad \vec{a} = \frac{\Delta \vec{\vartheta}}{\Delta t} \qquad (6)$$

Оний тезланиш $\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{\vartheta}}{\Delta t}$ (7) формула билан аниқланади.

Нуқтанинг ўзгармас тезланишли тўғри чизиқли харакати энг содда ҳаракатдир. Бундай тўғри чизиқли текис ўзгарувчан ҳаракат учун

$$a = cons\ t \qquad (8)$$

$$\vartheta_y = \vartheta_0 + at \qquad (9)$$

$$\vartheta_y = \frac{\vartheta + \vartheta_0}{2} \qquad (10)$$

$$S = \vartheta_y \cdot t + \frac{(\vartheta + \vartheta_0)}{2} \cdot t \qquad (11)$$

$$S = \vartheta_y \cdot t + \frac{(\vartheta + \vartheta_0)}{2} \cdot t \qquad (12)$$

$$S = \vartheta_0 t + \frac{at^2}{2} \qquad (13)$$

$$S = \frac{\vartheta^2 - \vartheta_0^2}{2a} \qquad (14)$$

Тезланиш, тезлик ҳамда кўчишнинг вақт бўйича ўзгаришини ифодаловчи (9 ва 12) муносабатлар мос равишда тезланиш, тезлик, кўчиш тенгламалари дейилади.

Кўрсатилган ҳаракат турлари текис ва текис ўзгарувчан (текис тезланувчан ва текис секинланувчан) ҳаракатларни ўз ичига олади. Текис ҳаракатда нуқтанинг тезлиги вақт бўйича ўзгармайди.

($\upsilon = \upsilon_0$= const) бу вақтда (9, 12) тенгламаларда $a = 0$ деб олиш керак. У ҳолда, $\upsilon = \upsilon_0$ (9*) S= $\upsilon_0 \cdot t$ (12*)

бўлиб қолади.

Текис тезланувчан ҳаракатда $\upsilon > \upsilon_0$ бўлиб, кинематиканинг ҳамма формулаларида a>0 деб ҳисобланиш керак. Текис секинланувчан ҳаракатларда (12 ва 13) формулалардаги тезланиш манфий ишора билан олинади. Тўғри чизиқли текис ўзгарувчан ҳаракатларга жисмнинг оғирлик кучи таъсиридаги ҳаракати мисол бўлади. Агарда жисмларнинг Ер сиртидан ҳисобланган вертикал бўйича кўчиши h, жисмдан Ер марказигача бўлган ўртача масофа $R_{ер}$ дан жуда кичик бўлса h<<$R_{ер}$, эркин тушиш тезланишини $g = 9{,}8 \frac{м}{c^2}$ деб олиш мумкин.

Бундай шарт бажарилганда (9, 12, 13) формулалардаги a ни g га, S ни h га тенг деб олиш керак. У ҳолда эркин тушиш учун қуйидаги тенгламалар келиб чиқади. $a=g=const$

$$\upsilon = \upsilon_0 + gt \qquad (14)$$

$$h = \vartheta_0 t + \frac{gt^2}{2} \qquad (15)$$

$$h = \frac{\vartheta^2 - \vartheta_0{}^2}{2g} \qquad (16)$$

Масалалар ечиш

Тўғри чизиқли ҳаракат кинематикасига тегишли масалаларни шартли равишда учта гуруҳга бўлиш мумкин.

1. Тўғри чизиқли текис ҳаракат кинематикасига тегишли масалалар.

2. Тўғри чизиқли текис ва нотекис ўзгарувчан ҳаракат кинематикасига тегишли масалалар.

3. График масалалар.

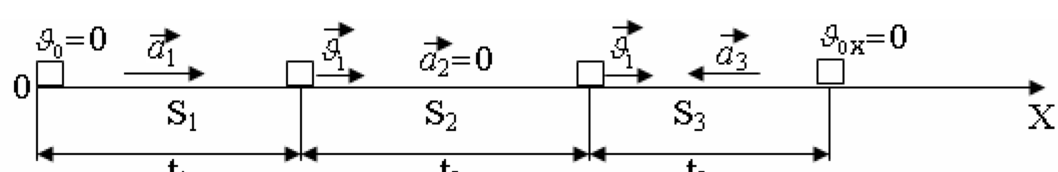
Биринчи ва иккинчи гуруҳга кирувчи масалаларни аналитик метод билан ечилади ва уларнинг кўпгина умумий томонлари бор.

1. Аввало, тўғри чизиқли нотекис ўзгарувчан ҳаракат кинематикасига тегишли масалалар ечиш методикасига тўхтайлик. Бунинг учун қуйидаги масалага мурожаат қиламиз:

6-масала. Велосипедчи тинч ҳолатидан бошлаб биринчи 4с давомида 1 м/с^2 тезланиш билан ўтди; сўнгра 0,1 мин давомида текис ҳаракатланди ва охирги 20 м масофада текис секинланувчан ҳаракат қилиб, тўхтади. Бутун ҳаракат давомидаги ўртача тезликни топинг.

Тўғри чизиқли ҳаракат кинематикасига тегишли масалаларда жисмларнинг ҳаракат характери турлича бўлса, масалан, жисм йўлнинг тўғри қисмларида турли тезликлар, турли тезланишлар билан ҳаракатланиб, кўчишлар ҳар хил бўлса, бу кўчишларни турли вақтларда ўтган бўлса ўртача тезлик тушунчаларидан фойдаланиб топилади. Бунда ҳаракат траекториясини айрим қисмларга ажратиб, ҳар бир қисмдаги ҳаракат траекторияси ўрганилади. Яъни жисм тўғри чизиқли текис ҳаракат қилганми, тўғри чизиқли текис тезланувчан ҳаракат қилганми, тўғри чизиқли текис секинланувчан ҳаракат қилганми аниқлаштириб олинади. Бу ҳаракатларни ифодаловчи тенгламалар ёзилади ва ўртача тезлик формуласи асосида ўзаро боғланади. Ҳисоблашлар бажарилиб масалада сўралаётган катталик ёки катталиклар топилади.

Мулоҳазалардан кейин масалани ечишга киришамиз. Масала мазмунининг таҳлили шуни кўрсатадики велосипедчининг ҳаракати тўғри чизиқли нотекис ўзгарувчан ҳаракатдир. Велосипедчининг ҳаракат траекториясини ифодаловчи схематик чизма чизамиз ва унда ҳаракатнинг саноқ боши нуқтаси (0 нуқта) ни танлаб оламиз. Бутун йўлни учта S_1, S_2 ва S_3 кесмаларга ажратамиз. Уларнинг ҳар бирида $\vec{\vartheta}_1, \vec{\vartheta}_2$ ва $\vec{\vartheta}_3$ тезликларни ва $\vec{a}_1, \vec{a}_2$ ва $\vec{a}_3$ тезланишларни, ҳаракат вақтлари t_1, t_2 ва t_3 ларни кўрсатамиз (5-расм).



5 - расм.

Йўлнинг ҳар бир қисми учун кўчиш тенгламасини ёзиб оламиз.

$$S_1 = \frac{a_1 \cdot t_1^2}{2}; \qquad (1)$$

$$S_2 = \vartheta_1 \cdot t_2; \qquad (2)$$

$$S_3 = \vartheta_1 \cdot t_3 - \frac{a_3 \cdot t_3^2}{2}; \qquad (3)$$

Бу ерда йўлнинг биринчи қисмидаги $\vec{\vartheta}_1$ - охирги тезлик, йўлнинг иккинчи қисмда ўзгармай туришини $\left(\vec{\vartheta}_1 = const\right)$ йўлнинг учинчи қисми учун эса бошланғич тезлик бўлишини назарда тутиш керак. Масалада сўралаётган ўртача тезлик формуласини ёзиб оламиз.

$$\vartheta_{ур} = \frac{S_1 + S_2 + S_3}{t_1 + t_2 + t_3} \qquad (4)$$

Масала шартида t_1 ва t_2 лар ҳамда S_3 берилган. S_1 ни (1) формула орқали топамиз. $S_1 = 8м$ бўлади.

S_2 ни топиш учун ϑ_1 ни топиш керак бўлади. $\vartheta_1 = a_1 \cdot t_1$ (5) га асосан топилади

$\vartheta_1 = 4\frac{м}{с}$ га тенг. $S_2 = \vartheta_1 \cdot t_2 = 24м;$ $S_2 = 24м;$

t_3 ни топиш учун $O = \vartheta_1 - a_3 t_3$ дан $\vartheta_1 = a_3 t_3$ (6) (6) дан $a_3 = \frac{\vartheta_1}{t_3}$ ни топиб (3) га қўямиз. У ҳолда

$$S_3 = \frac{\vartheta_1 \cdot t_3}{2}$$

(7) Бундан $t_3 = \frac{2S_3}{\vartheta_1}$; $t_3 = 10с$ га тенглиги келиб чиқади. $\vartheta_{ур} = \frac{S_1 + S_2 + S_3}{t_1 + t_2 + t_3}$; $S_1 = 8м;$ $S_2 = 24м;$ $S_3 = 20м;$ $t_1 = 4с;$ $t_2 = 6с;$ $t_3 = 10с;$

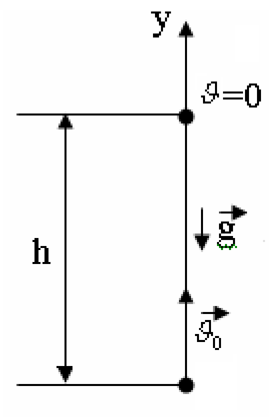
$\vartheta_{ур} = 2{,}6\frac{м}{с}$ экан.

Юқорига тик отилган жисмнинг ҳаракатига тегишли масалаларни ечиш методикаси

Юқорига тик отилган жисм ҳаракатига доир масалаларни ечишда қуйидагиларни ҳисобга олиш зарур. Юқорига отилган жисмнинг тезлик ва кўтарилиш тенгламалари жисмнинг ҳаракатда бўлган ҳамма t вақти билан υ ва h ўртасидаги умумий боғланишни ифодалайди. Бу боғланишлар фақатгина жисмнинг юқорига текис секинланувчан ҳаракат қилиб кўтарилиши учун эмас, балки жисмнинг навбатдаги текис тезланувчан тушиши учун ҳам ўринли бўлади.

Агар жисм υ_0 тезлик билан юқорига тик отилган бўлса, унинг кўтарилиш вақти $t_k = \frac{\vartheta_0}{g}$ формула билан, кўтарилиш баландлиги эса $h_{\max} = \frac{\vartheta_0^2}{2g}$ ёки $h_{\max} = \frac{g t_k^2}{2}$ формула билан аниқланишини назарда тутиш керак. Яна шуни эсдан чиқармаслик керакки, юқорига отилган жисмнинг бошланғич нуқтага тушиш учун кетган вақт, максимал баландликка кўтарилиши учун кетган вақтга тенг, яъни $t_T = t_k$; тушиш тезлиги эса бошланғич отилиш тезлигига тенг $\vartheta_0 = \vartheta_T$;

7-масала. Жисм $20\frac{м}{с}$ тезлик билан юқорига тик отилган. Жисмнинг максимал кўтарилиш баландлиги ва кўтарилиш вақти топилсин.



6-расм

Масалага тегишли чизма чизиб, унда кинематик катталикларни кўрсатамиз (6-расм).

Жисмнинг У ўқи бўйлаб ҳаракат тенгламалари

$$\vartheta_y = \vartheta_0 - gt; \qquad (1)$$

$$y = \vartheta_0 t - \frac{gt^2}{2} \qquad (2)$$

Максимал кўтарилиш баландлиги эса $h_{mak} = \vartheta_0 t_k - \frac{gt_k^2}{2}$ (3) га тенг. t_k - юқорига кўтарилиш вақти. Бу вақтни жисмнинг максимал кўтарилиш вақтида ($\vartheta_y = 0$) нолга тенглигидан фойдаланиб топамиз. (1) дан $0 = \vartheta_0 - gt_k$;

$$t_k = \frac{\vartheta_0}{g} = 2c; t_k = 2c;$$

$$h_{\max} = \frac{\vartheta_0^2}{2g} = \frac{400\frac{м^2}{c^2}}{2 \cdot 10\frac{м}{c^2}} = 20м. \qquad h_{\max} = 20м$$

Жисмнинг ерга қайтиб тушишида у=0 бўлиб (2) формуладан

$$\vartheta_0 t = \frac{gt^2}{2}; \qquad 2\vartheta_0 = gt; \qquad t = \frac{2\vartheta_0}{g} = \frac{2 \cdot 20}{10} c = 4c \qquad t = 4c$$

жисмнинг юқорига кўтарилиш ва пастга тушиш учун кетган вақти бўлиб, кўтарилиш учун кетган вақтдан 2 марта катта экан. Демак, кўтарилиш вақти тушиш вақтига тенг эканлигини кўрсатади. Биз юқорида айтганимиздек масалалар ечишнинг умумий босқичларини бажариб бўлгандан кейин (масалага тегишли назарий қисмни билиш, масала мазмунини тушуниб олиш, масалада берилган катталикларни тартиб билан ёзиб олиш ва ҳакозолар) масаланинг мазмунини тўлиқ қамраб олувчи чизма чизамиз. Чизмада кинематик катталикларни аниқ кўрсатиш керак. Бунда агар жисм тўғри чизиқли текис тезланувчан ҳаракат қилаётган бўлса, тезланиш ҳаракат йўналиши билан бир томонга бўлишини, аксинча, агар жисм тўғри чизиқли текис секинланувчан ҳаракат қилаётган бўлса, тезланиш йўналиши, ҳаракат йўналишига қарама-қарши бўлишини эсда тутиш керак.

Ҳар-бир ҳаракат бирор саноқ системасига нисбатан кузатилганлиги учун ҳаракатдаги жисмга саноқ системасини танлаш керак бўлади. Одатда саноқ ситемаси учун Ер билан боғланган координаталар ўқи олинади. Масаланинг мазмунига қараб координаталар сони танланади. Координаталарнинг мусбат йўналиши жисм ҳаракати йўналишига мос тушиши мақсадга мувофиқдир. Ҳаракатни характерлайдиган кинематик тенгламаларни масаланиниг мазмуни асосида вектор кўринишда ёзиб олинади. Вектор кўринишдаги тенгламалардан скаляр кўринишдаги тенгламаларга ўтилади, бунинг учун тенгламадаги вектор катталикларни координата ўқларига проекцияланади. Берилган катталиклар билан изланаётган катталиклар орасидаги боғланишни ифодаловчи «ишчи» формулани келтириб чиқарилади. Формуланинг тўғрилигига ишонч ҳосил қилгандан кейин, (бирликларни қўйиб текшириш йули билан) ҳисоблаш бажарилади. Битта жисмнинг тўғри чизиқли илгариланма ҳаракати кинематикасига тегишли масала танлаб, уни юқорида айтилган кетма-кетлик асосида ечайлик.

8-масала. Чанғичи 0,3 м/с^2 тезланиш билан ҳаракатланиб, узунлиги 100 м бўлган қияликни 20 с ичида ўтди. Чанғичининг қиялик боши ва охиридаги тезликлари қандай?

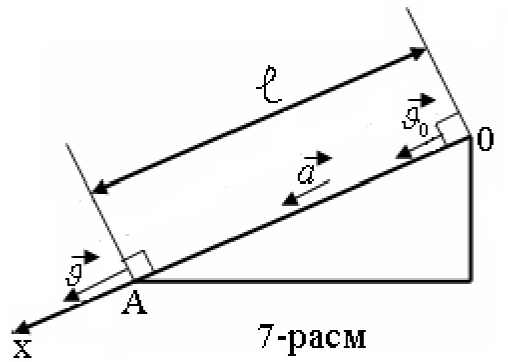
I босқич. Масалани бир неча марта ўқигандан кейин, бу масала тўғри чизиқли текис тезланувчан ҳаракатга тегишли эканлигини тушунамиз. Бу ҳаракатни ифодалайдиган тенгламаларни кўз олдимизга келтирамиз. қандай кинематик катталиклар берилгану, қандай кинематик катталикларни топиш сўралмоқда, уларни аниқлаштирамиз.

II босқич. Берилган катталикларни ва сўралаётган катталикларни тартиб билан ёзиб оламиз:

Берилган: $a = 0{,}3м/c^2$, $l = 100м$, $t = 20c$

Топиш керак: $\vartheta_0 = ?$ $\vartheta = ?$

III босқич. Масалада чизма берилмаган, лекин масаланинг шартидан келиб чиқиб, унинг мазмунини тўлиқ ифодаловчи чизма чизиб оламиз.



7-расм

IV. босқич. Масалада берилган ва сўралаётган барча кинематик катталикларни чизмада кўрсатамиз.

V босқич. Чизмага координата ўқини жойлаштирамиз. (IV ва V босқичларда айтилган вазифалар юқоридаги чизмада берилган).

VI. босқич. Ҳаракатни ифодалайдиган тенгламаларни вектор кўринишда ёзиб оламиз:

$$\vec{S} = \vec{\vartheta}_0 t + \frac{at^2}{2} \qquad (1)$$

$$\vec{\vartheta} = \vec{\vartheta}_0 + \vec{a}t \qquad (2)$$

VII босқич. (1) ва (2) тенгламалардаги вектор катталикларни OX координата ўқига проекциялаймиз:

$$S = \vartheta_0 t + \frac{\vec{a}t^2}{2} \qquad (1^*)$$

$$\vartheta = \vartheta_0 + at \qquad (2^*)$$

Кўчиш, траектория тўғри чизиқдан иборат бўлгани учун, траектория узунлиги, яъни $S = l$ га тенг бўлиб, O нуқтадан A нуқтага йўналган (7- расм).

VIII. босқич. (1*) формула; $l = \vartheta_0 t + \frac{at^2}{2}$ дан $2l = 2\vartheta_0 t + at^2$

$$\vartheta_0 = \frac{2l - at^2}{2t}$$

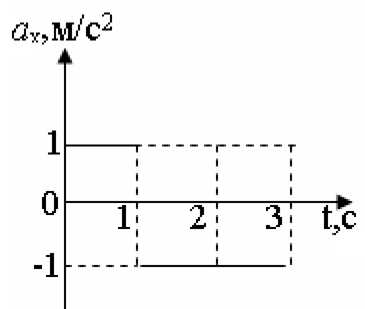
(3) ҳосил бўлади. Берилган катталикларни (3) формулага қўйиб, υ_0 = 2м/с эканлигини топиш мумкин. (2*) формула $\vartheta = \vartheta_0 + at$ дан фойдаланиб, υ = 8м/с эканлигини топилади. Демак, чанғичининг қиялик бошидаги тезлиги $2м/c$, қиялик охиридаги тезлиги 8 м/с экан.

График масалаларни ечиш методикаси

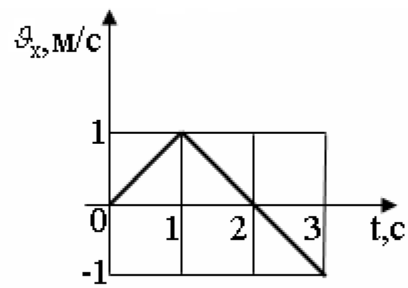
График масалаларни ечиш учун, содда элементар функциялар бўлган тўғри чизиқ тенгламасини, паробола тенгламасини ҳамда уларнинг графикларини чиза билиш керак бўлади.

Кинематикага тегишли график масалаларни иккита группаларга бўлиш мумкин. Кинематик график масалаларнинг биринчи группасида берилган иккита физик катталик графиги ёрдамида, бошқа бир физик катталикларни боғловчи графигини топиш керак бўлади. Масалан, (*a* нинг *t* га боғлиқ графигидан фойдаланиб, υ нинг *t* га боғланиш графигини топиш мумкин бўлади ва ҳакозо). Бундай график масалаларни ечишда дастлаб графикни синчиклаб ўрганилади, графикнинг ҳар бир қисмидаги ҳаракат характери таҳлил қилинади. Лозим бўлса ҳаракатнинг ҳар бир қисмига тегишли ҳаракатни ифодаловчи формулалар ёзилади. Формулалар ёрдамида графиклари чизилиши керак бўлган катталикларнинг сон қийматлари топилади. График масалаларнинг иккинчи гуруҳига масала мазмунида берилган шартлар асосида ёки масалани ечиб бўлгандан кейин олинган охирги натижа асосида график тузиладиган масалалар киради.

9-масала. 8-расмда келтирилган $a_x(t)$ боғланиш графигига кўра $\vartheta_x(t)$ боғланиш графигини чизинг. Бунда бошланғич (t=0) пайтда моддий нуқта ҳаракатининг тезлигини нолга тенг деб ҳисобланг.



8-расм



9-расм.

$\vartheta_x(t)$ боғланиш графигини чизишдан олдин $a_x(t)$ боғланиш графигини синчиклаб ўрганамиз. Жисм (0-1с) вақт оралиғида 1м/с^2 ўзгармас тезланиш билан тўғри чизиқли текис тезланувчан ҳаракат қилган. Масала шартига асосан t=0 да $\upsilon_0 = 0$ бўлгани учун $\vartheta_t = at$ дан t=1с да υ_t=1м/с эканлиги келиб чиқади. Демак, тезлик (0-1с) вақт ўзгаришида (0-1 м/с) га ўзгарган. Моддий нуқта (1-3 с), яъни 2 с вақт давомида $a = -1 м/с^2$ манфий тезланиш билан ҳаракат қилган. Бу ҳол моддий нуқтанинг кейинги 2с ичида текис секинланувчан ҳаракат қилганлигини кўрсатади. У ҳолда моддий нуқтанинг тезлиги $\vartheta_t = \vartheta_0 - at$ формула билан аниқланишини биламиз, t=1с да υ_t=0 t=2с да υ_1=1м/с лиги келиб чиқади. Олинган натижалар асосида $\vartheta_x(t)$ боғланиш графигини чизсак, 9-расм кўринишида бўлади.

Мустақил ечиш учун масалалар
Тўғри чизиқли ҳаракат кинематикаси

1. Автомашина икки шаҳар орасидаги масофани υ_1 = 60 км/соат тезлик билан босиб ўтди. Орқага қайтишда унинг тезлиги 0,5 υ_1 ни ташкил этди. Бутун рейс давомида автомошинанинг ўртача тезлиги нимага тенг.
2. Моддий нуқта тўғри чизиқ бўлаб ҳаракат қилмоқда. Дастлабки нуқтадан 1000 м масофада у орқага қайтади ва қарама-қарши йўналишда 1200 м масофани босиб ўтиб тўхтайди. Якуний кўчиш ва босиб ўтилган йўл нимага тенг.
3. Катталиги ва йўналиши ўзгармас υ тезлик билан ҳаракатланаётган одам ердан h баландликда осилиб турган фонар тагидан ўтиб кетмоқда. Агар одамнинг бўйи h га тенг бўлса, унинг боши сояси четининг ерга нисбатан кўчиш тезлигини топинг.

4. Бурчак остида кесишувчи шоссе йўллари бўйилаб икки автомашина ўзгармас υ_1 ва υ_2 тезликлар билан ҳаракатланмоқда. Бир автомобилнинг бошқасига нисбатан тезлиги ва йўналишини топинг. Чорраҳада учрашганларидан қанча вақт ўтгач автомашиналар орасидаги масофа S га тенг бўлади.

5. Метрополитеннинг иккита станцияси орасидаги масофа 1,5 км. Бу масофанинг биринчи ярмини поезд текис тезланувчан (a_1=0,13 м/с^2), иккинчи ярмини текис секинланувчан (a_2=-0,13 м/с^2) ҳаракат билан босиб ўтди? Поезднинг максимал тезлиги нимага тенг.

6. Жисм тинч ҳолатдан текис тезланувчан ҳаракат қилиб, ҳаракат бощлангандан кейинги тўртинчи секундда 7 м масофани босиб ўтди. У биринчи секундда қандай масофани босиб ўтади.

7. Нуқта харакати траекторияси x=2+8t ва y=3+6t формулалар билин берилган (x ва y-метрларда, t секундларда ўлчанади) нуқтанинг харакат тезлиги нимага тенг.

8. Иккита жисм бир нуқтадан вертикал юқорига, орасида 2с интервал билан отилди. Иккала жисмнинг бошланғич тезлиги бир хил ва 20м/с га тенг. Жисмлар қандай баландликда учрашади.

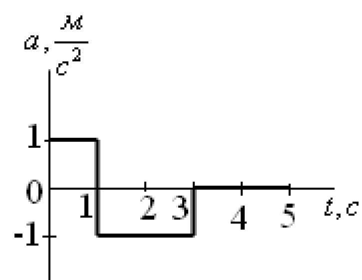
9. Иккита жисм хар хил баландликдан эркин тушади ва ерга бир вақтда етиб келади. Биринчи жисмнинг тушиш вақти 2 с, иккинчисиники 1 с. Иккинчи жисм туша бошлаганда биринчи жисм қандай баландликда бўлган?

10. Эркин тушишнинг охирги секундида жисм ўз йўлининг ярмини босиб ўтди. У қандай баландликдан ва қанча вақтда тушган?

11. Вертикал юқорига отилган жисм 4 с дан сўнг ерга қайтиб тушди. Жисмнинг бошланғич тезлиги қандай бўлган?

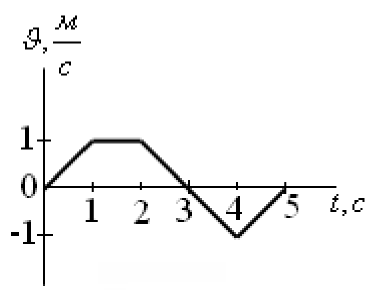
12. Лифт $\vec{a}$ тезланиш билан ҳаракатланмоқда. Лифт ичидаги пассажир китобни тушириб юборди. Агар лифт а) юқорига б) пастга ҳаракатланаётган бўлса, китобнинг лифт полига нисбатан тезланиши нимага тенг?

13. 1-расмда жисм ҳаракатининг вақтга нисбатан тезланиши графиги берилган. υ=f(t) боғланиш графигини чизинг.



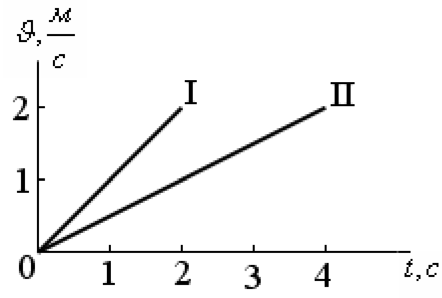
1-расм

14. 2-расмда υ(t) боғланиш графиги берилган. *a(t), S(t), S(υ)* боғланишлар графикларини чизинг.



2-расм

15. 3-расмда икки жисмнинг υ(t) боғланиш графиклари берилган. Жисмларнинг t=2 с да босиб ўтган йўллари қанчага фарқ қилади?



3-расм

16. Агар *a (t)* боғланиш 1-расмдагидек кўринишга эга бўлса, жисмнинг 5 с ичидаги ўртача тезлигини топинг. Жисмнинг бошланғич тезлиги нолга тенг.

Эгри чизиқли ҳаракат кинематикаси

Эгри чизиқли ҳаракатнининг энг содда кўриниши, нуқтанининг айлана бўйлаб текис ҳаракатидир. Бундай ҳаракатда тангенциал тезланиш $a_x = 0$ га тенг, нормал тезланиш $a_n = \text{const}$, бурчак тезлик $\omega = \frac{d\varphi}{dt}$ га тенг бўлади. Нуқтанинг тўлиқ чизиқли тезланиши $a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}$ (2) га тенг бўлиб,

$$a_\tau = \frac{d\vartheta}{dt} \quad (3)$$

$$a_n = \frac{\vartheta^2}{R} \quad (4)$$

дир. R – айлана радиуси, ϑ -айланма ҳаракат қилаётган нуқтанинг чизиқли тезлиги. Айланиш даври T, айланиш частотаси - ν билан бурчакли тезлик қуйидагича боғланган

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad (5)$$

$$T = \frac{1}{\nu} \quad (6)$$

$$\omega = 2\pi\nu \quad (7)$$

Чизиқли ва бурчак тезликлар ўзаро қуйидагича боғланганлигини биламиз. $\vartheta = \omega R$ (8)

Айлана бўйлаб текис ўзгарувчан ҳаракатни характерлаш учун, ε бурчак тезланиш тушунчаси киритилади.

Бурчак тезланиш $\varepsilon = \frac{d\omega}{dt}$ (9) формула билан аниқланади. Ўзгармас бурчак тезланиш билан ҳаракатланувчи $(\varepsilon = const)$ жисмлар учун ҳам тўғри чизиқли ҳаракатларга ўхшаш қуйидаги формулаларни ҳосил қиламиз.

$$\omega = \omega_0 + \varepsilon t \quad (10)$$

$$\varepsilon = \frac{\omega - \omega_0}{t} \quad (11)$$

$$\varphi = \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2} \quad (12)$$

$$\varphi = \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{2\varepsilon} \quad (13)$$

Текис айланма ҳаракатда $\omega = const$ бўлади. Бу ҳолда $\varepsilon = 0$ деб олинади. Текис тезланувчан айланма ҳаракатда $\omega > \omega_0$ ва $\varepsilon > 0$ бўлиб, текис секинланувчан айланма ҳаракатда $\omega < \omega_0$ ва $\varepsilon < 0$ бўлади. Тангенциал тезланиш бурчак тезланиш билан

$$a_\tau = \varepsilon R \quad (14)$$

боғланишга, нормал тезланиш бурчак тезлик билан

$$a_n = \omega^2 \cdot R \quad (15)$$

боғланишга эга.

Масалалар ечиш

Эгри чизиқли ҳаракат кинематикасига тегишли масалаларни шартли равишда уч группага бўлиш мумкин.

1. Моддий нуқтанинг айлана бўйлаб ҳаракати.
2. Қаттиқ жисмнинг қўзғалмас ўқ атрофидаги ҳаракати.
3. Горизонтал ва горизонтга бурчак остида отилган жисмларнинг ҳаракати

Моддий нуқтанинг айлана бўйлаб ҳаракатига тегишли масалаларни ечиш методикаси

Моддий нуқтанинг айлана бўйлаб ҳаракатига тегишли масалаларни ечиш методикаси устида тўхталадиган бўлсак, илгариланма ҳаракат кинематикасига тегишли масалаларни ечиш методикасидан принцип жиҳатидан деярли фарқ қилмайди. Бироқ нуқтанинг чизиқли ва бурчакли тезликлари орасидаги боғланишларни ҳисобга олиш керак бўлади. Айланма ҳаракат қилаётган нуқтанинг тенгенциал (урунма) ва нормал тезланишлари векторлари $\vec{a}_\tau; \vec{a}_n$ ва тўла тезланиш вектори $\vec{a}$ ни қаралаётган нуқтада чизиб кўрсатамиз.

Айланма ҳаракат қилаётган нуқтанинг ҳаракат тенгламаларини ёзамиз. Лозим бўлса уринма ва нормал тезланишларни, бурчакли тезланиш ва бурчакли тезликлар билан боғлаймиз ва ҳакозо. Айтилганларни аниқ бир масалада кўрайлик.

10-масала. Ернинг суткалик айланишида Тошкент кенглигида $\left(41^0 20^1\right)$ Ер сирти нуқталарининг тезлиги қанча? Ер радиусини 6400 км деб қабул қилинг.

Берилган:

$\varphi = 41^0 20'$

$R = 6400 км$

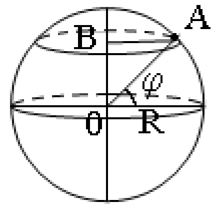
топиш керак: $\vartheta_\varphi = ?$

Биз экваторда ҳар қандай нуқтанинг чизиқли тезлиги

$$\vartheta = \omega R = \frac{2\pi R}{T} \quad (1)$$

формула билан аниқланишини биламиз. $T = 24 соат = 86400 с$ га тенг бўлиб Ернинг суткалик айланиш даврídир. Бирор бир φ бурчак кенгликда эса (10-расм) $\vartheta_\varphi = \omega R_\varphi$; (1) га тенг. Чизмадан

$$R_\varphi = R\cos\varphi \quad (2)$$



10-расм

$\vartheta_\varphi = \frac{2\pi R}{T} \cdot \cos\varphi$ (3) билан аниқланади $\vartheta_\varphi = 230\frac{м}{с}$ га тенг.

Тошкент кенглигидаги ер сирти нуқталарининг марказга интилма тезланишини топиш керак бўлса $a_\varphi = \frac{\vartheta_\varphi^2}{R_\varphi}$; $\vartheta_\varphi = \omega \cdot R_\varphi$

$$a_\varphi = \frac{\omega^2 \cdot R_\varphi^2}{R_\varphi} = \omega^2 \cdot R_\varphi = \omega^2 \cdot R\cos\varphi$$

$\omega = \frac{2\pi}{T}$ эканлигини хисобга олсак $a_\varphi = \frac{4\pi^2 \cdot R^2}{T^2} \cdot \cos\varphi$ ҳосил бўлади. a_φ - ни ҳисоблаш мумкин.

Қаттиқ жисмнинг қўзғалмас ўқ атрофидаги ҳаракатига тегишли масалаларни ечиш методикаси

Бундай типдаги масалаларни ечишда бурилиш бурчаги, бурчак тезликларига асосланган кинематик тенгламалар тузилади. Бундай тенгламаларни тузишда бурчак тезлик ва бурчак тезланиш вектор катталиклар эканлигини назарда тутмоқ керак. Текис тезланувчан айланма ҳаракатда бурчак тезланиши векторларининг йўналиши, бурчак тезлигининг йўналиши билан устма-уст тушади. Бундай ҳолда ε мусбат ишора билан олинади. Айлана бўйлаб текис секинланувчан ҳаракатда бурчак тезлик векторининг йўналиши билан қарама-қарши тушади. Бундай ҳолларда ε минус ишора билан олиниши кераклигини эсда тутиш керак. Айтилганларни аниқ бир масалада кўрайлик.

11-масала. $120\frac{айл}{мин}$ билан айланаётган маховик 1,5 мин. вақтдан кейин тўхтайди. Маховикнинг айланма ҳаракатини текис секинланувчан деб ҳисоблаб, унинг бурчак тезланишини ва тўлиқ тўхтагунча неча маротаба айланишини топинг?

Берилган:

$v_0 = 120\frac{айл}{мин}$;

$t = 1{,}5 мин$;

$\vartheta_{0x} = 0$

Топиш керак: $\varepsilon = ?$ $N = ?$

Маховикнининг ҳаракат тенгламаси: $\varphi = \omega_0 t - \frac{\varepsilon t^2}{2}$ (1)

$$\omega = \omega_0 - \varepsilon t \qquad (2)$$

$\varphi = 2\pi N$ (3) ва $\omega = 2\pi v$ (4) $\omega_0 = 2\pi v_0$ (5) эканлигини назарга олсак (2) тенглама,

$$2\pi\nu = 2\pi_0 - \varepsilon t$$ (6) кўринишни олади. Масала шартида $\vartheta_{0x} = 0$, у ҳолда

$\varepsilon t = 2\pi\nu_0$; $\varepsilon = \frac{2\pi\nu_0}{t} = 0{,}9\frac{рад}{c^2}$ $\varepsilon = 0{,}9\frac{рад}{c^2}$ га тенглиги топилади. (1) ва (2) ҳамда (3) ва (5) лардан

$$2\pi N = 2\pi\nu_0 t - \frac{\varepsilon t}{2} \qquad (7)$$

Бундан $N = v_0 \cdot t - \frac{\varepsilon t}{4 \cdot \pi} = 400$ айлана; $N = 400$ айлана. Демак, маховик тўхтагунча 400 маротаба айланар экан.

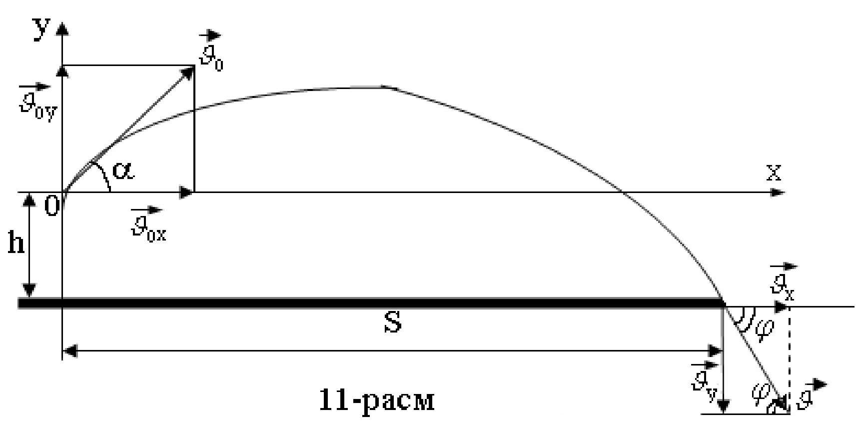
Горизонтга бурчак остида отилган жисмларнинг ҳаракатига тегишли масалалаларни ечиш методикаси

Аввалом бор, бундай типдаги масалаларни ечишда, горизонтга бурчак остида отилган жисмнинг ҳаракатини бир-биридан мустақил иккита ҳаракатнинг йиғиндисидан иборат деб қаралмоғи керак. Бу ҳаракатлардан бири ОУ ўқи бўйлаб вертикал йўналишдаги, иккинчиси ОХ ўқи бўйлаб горизонтал йўналишдаги ҳаракатдир. Шунинг учун бундай группага кирувчи масалалани ечишда тезлик ва тезланиш векторларини ОХ ва ОУ ўқлари бўйлаб ташкил этувчиларга ажратиш керак. Жисмнинг ОХ ва ОУ ўқлари бўйлаб ҳаракат тенгламаларини алоҳида –алоҳида ёзиш керак. Кўпгина масалаларда жисмнинг ҳаракатига ҳавонинг қаршилиги ҳисобга олинмайди, яъни жисм оғирлик кучи таъсири остида ҳаракат қилади деб қаралади. Жисмниниг ҳаракат траекторияси параболадан иборат бўлади.

Горизонтга бурчак остида ҳаракатланаётган жисмнинг ОУ ўқи бўйлаб ҳаракатланиш вақти, жисмниниг ОХ ўқи бўйлаб ҳаракатланиш вақтига тенглигини ҳисобга олиш зарур. Горизонтал отилган жисмларнинг ҳаракатини, ҳаракатнинг $\alpha = 0$ бўлгандаги ҳусусий ҳоли деб қараш керак.

Айтилганларни аниқ бир масалани ечишда кўрайлик: **12-масала.** 25м баландликда жойлашган балкондан горизонтга нисбатан 30^0 бурчак остида $15\frac{м}{c}$ тезлик билан копток отилди. Коптокнинг горизонтал йўналишдаги учиб бориш узоқлиги ҳамда ерга тушиш пайтидаги тезлиги аниқлансин. Ҳавонинг қаршилиги ҳисобга олинмасин.

Масалани ечиш: Масаланинг мазмунини тўлиқ акс эттирувчи чизма чизамиз (12-расм). Чизмада копток троекторияси, ҳаракат бошланган саноқ боши О, коптокнинг бошланғич тезлиги ϑ_0, отиш бурчаги α, баландлик h, горизонтал кўчиш S, тушиш пайтидаги ϑ тезлик (ϑ-тушиш нуқтасида троектория уринмаси бўйлаб йўналган)ларни кўрсатамиз.



11-расм

ОХ ва ОУ йўналиш бўйича тезлик ва кўчиш тенгламаларини ёзамиз. Бунинг учун мураккаб ҳаракатни иккита содда ҳаракатга алмаштирамиз. ϑ_0 ва ϑ тезликларни горизонтал ва вертикал ташкил этувчиларга ажратамиз. Бу ташкил этувчилар ϑ_0 тезлик учун, мос равишда ϑ_{ox} ва ϑ_{oy}; ҳамда ϑ тезлик учун ϑ_x ва ϑ_y ларга тенг бўлади. У ҳолда горизонтал йўналиш учун $\vartheta_x = \vartheta_0 \cos\alpha$ (1) $x = \vartheta_0 \cdot \cos\alpha \cdot t$ (2) бўлади. Вертикаль йўналиш учун $v = v_0 \sin\alpha - gt$ (3) $y = \vartheta_0 \sin\alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2}$ (4) формулаларни ёзиш мумкин. Коптокнинг ерга урилиш вақтида $x = S$, ҳамда $y = -h$ бўлади. Манфий бўлишига сабаб, копток ҳаракати вақтида саноқ боши О га нисбатан мусбат деб қабул қилинган йўналишга қарама-қарши бўлган баландликка силжийди. Бу ҳолда (4) тенгламадан $-h = \vartheta_0 \sin\alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2}$, $\quad -2h = 2\vartheta_0 \sin\alpha \cdot t - gt^2 \quad gt^2 - 2\vartheta_0 \sin\alpha \cdot t - 2h = 0$ (5) ни ҳосил қиламиз.

Бу вақтни топиш керак бўлган квадрат тенгламадир

$$t = \frac{\vartheta_0 \sin\alpha \pm \sqrt{\vartheta_0^2 \cdot \sin^2\alpha + 2gh}}{g} \qquad (6)$$

Ҳисоблаш натижаларидан t=3,16с келиб чиқади.

Коптокнинг горизонтал йўналишдаги учиш узоқлигини $S = \vartheta_0 \cdot \cos\alpha \cdot t$ дан топамиз. $S = 41{,}1м$ экан. Коптокнинг ерга тушиш пайтидаги натижавий тезлик қуйидагига тенг бўлади

$$\vartheta = \sqrt{\vartheta_x^2 + \vartheta_y^2} \qquad (7)$$

$\vartheta_x = \vartheta_0 \cos\alpha, \qquad \vartheta_y = \vartheta_0 \sin\alpha - gt;$ га тенглигини биламиз. Бу қийматларни (7) га қўйсак,

$$\vartheta = \sqrt{\vartheta_0{}^2 \cos^2\alpha + (\vartheta_0 \sin\alpha - gt)^2} \qquad (8)$$

ҳосил бўлади.

$$\vartheta = \sqrt{\vartheta_0{}^2 \cos^2\alpha + \vartheta_0{}^2 \sin^2\alpha - 2gt\vartheta_0 \sin\alpha + g^2t^2} = \sqrt{\vartheta_0{}^2(\cos^2\alpha + \sin^2\alpha) - 2gt\vartheta_0 \sin\alpha + g^2t^2}$$

$\cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1;$ $\quad \alpha = 0$ да $\quad \sin 0^0 = 0 \quad g^2t^2 = 2gh$ га тенглигини ҳисобга олсак $\vartheta = \sqrt{\vartheta_0^2 + 2gh} = 26{,}7\,\frac{м}{с}$; ни оламиз. Демак υ=26,7м/с экан.

Эгри чизиқли ҳаракат кинематикаси

Мустақил ечиш учун масалалар

1. Агар гардишдаги нуқталар тезлиги 6 м/с, ўққа 15 см яқинроқда жойлашган нуқталар 5,5 м/с тезлик билан айланса, маховик радиусини аниқланг.
2. Соат стрелкасининг бурчак тезлиги ернинг суткалик айланиши бурчак тезлигидан неча марта катта.
3. Самолёт пасажирларига қуёш осмонда тинч тургандек бўлиб кўриниши учун самолёт экваторда шарқдан ғарбга тамон қандай тезлик билан учиши керак.
4. Ер суний йўлдошининг айланиш даври қ мин, унинг орбита бўйлаб ҳаракатидаги чизиқли тезлиги 7,8 км/с. Йўлдош орбитаси ер сиртидан қандай баландликда жойлашган.
5. 54^0 кенгликда ер сирти нуқталари ҳаракатининг чизиқли тезлиги нимага тенг.
6. Ғилдирак текис тезланувчан айланиб, ҳаракат бошидан 10 айланишдан сўнг 20 рад/с бурчак тезликка эришди. Ғилдиракнинг бурчак тезланиши нимага тенг.
7. Нуқта айлана бўйлаб 0,1м/с^2 ўзгармас тангенциал тезланиш билан ҳаракатланмоқда бунда нуқта айланишининг чизиқли тезлиги бешинчи айланиш охирига келиб 79,2 см/с га етди. Айлана радиуси нимага тенг.

8. Ҳаракатнинг биринчи секунди охиридаги ғилдирак радиуси билан тўлиқ тезланиш йўналиши орасидаги бурчакни топинг. Ғилдирак радиуси 10 см. У 3,14 рад/с^2 ўзгармас бурчак тезланиш билан айланаяпти.
9. Нуқта 0,5 м/с^2 ўзгармас тангенциал тезланиш билан айлана бўйлаб ҳаракат қилаяпти. Нуқтанинг ҳаракат бошлангандан сўнг айлананинг 0,1 узунлигини босиб ўтган пайтидаги тўлиқ айланишлар сонини топинг.
10. Горизонтга 45^0 бурчак остида 20м/с бошланғич тезлик билан отилган жисмнинг тезлик вектори қандай h баландликда горизонт билан 30^0 бурчак ҳосил қилади? Ҳавонинг қаршилигини ҳисобга олманг.
11. Тошни S масофадаги нишонга текизиш керак. Нишон h баландликда жойлашган тошнинг қандай энг кичик бошланғич тезлигида буни амалга ошириш мумкин.
12. Иккита жисм бирон нуқтадан бир хил 10 м/с бошланғич тезлик билан горизонтга ҳар хил бурчак остида отилди 45^0 ва 30^0 жисмлар орасидаги масофа 2 с дан сўнг нимага тенг бўлади.
13. Горизонтга бурчак остида отилган жисмнинг учиш узоқлиги 10 м, учиш вақт эса 5с. Жисмнинг энг катта кўтарилиш баландлиги қандай.
14. Жисм горизонтга 30^0 бурчак остида 14,7 м/с тезлик билан отилди. Ҳаракат бошидан 1,25 с ўтгач жисмнинг нормал ва тангенциал тезланишини топинг. Ҳаво қаршилигини ҳисобга олманг.
15. Жисм горизонтга 45^0 бурчак остида 10 м/с тезлик билан отилди. Ҳаракат бошланишидан 1с кейинги жисмнинг ҳаракати траекториясининг радиуси нимага тенг. Ҳавонинг қаршилиги ҳисобга олинмасин.
16. 3500м баландликда 360 км/соат тезлик билан учаётган самолётдан юк ташлаб юборилди. Юкнинг 3000 м баландликдаги тезлиги қандай бўлади.
17. Горизонтал отилган жисм ҳаракат траекториясининг эгрилик радиуси ҳаракат бошланишидан 3 с дан кейин 300 м га тенг бўлган. Жисмнинг бошланғичтезлиги қандай. Ҳавонинг қаршилигини ҳисобга олманг.
18. Горизонтга 45^0 бурчак остида 12 м/с тезлик билан отилган жисм отиш жойидан S масофада ерга тушди. Жисм ўша жойга бориб тушиши учун уни горизонтал йўналишда ўшандай бошланғичтезлик билан горизонтал йўналишда қандай баландликда отиш керак.

Илгариланма ҳаракат динамикаси. Асосий формулалар ва қонунлар

Биз кўриб ўтган ҳаракат қонунларини, уларни юзага келтирган сабаблари билан биргаликда ўрганувчи бўлим динамика дейилади. Динамика - моддий нуқта динамикасидан, қаттиқ жисм динамикасидан иборатдир.

Жисмларнинг механик ҳаракатларининг ўзгаришига сабаб уларнинг ўзаро таъсиридир. Демак ўзаро таъсир натижасида жисмларнинг тезликлари ўзгаради, деформацияланади. Жисмларнинг ўзаро таъсир натижасида оладиган тезланиши ёки деформацияланишини белгиловчи ўзаро таъсир катталиги куч дейилади. Куч вектор катталик бўлиб, сон қиймати, йўналиши ва жисмга қўйилиш нуқтаси билан белгиланади. Агар моддий нуқтага бир нечта кучлар таъсир этаётган бўлса $\left(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, ...\vec{F}_n\right)$ уларнинг таъсирини тенг таъсир этувчи куч билан алмаштириш мумкин.

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + ... + \vec{F}_n \qquad \text{ёки} \qquad \vec{F} = \sum_{i=1}^{n} .\vec{F}_i .$$

Динамика асосларини Ньютоннинг учта қонуни ташкил этади. Ньютоннинг биринчи қонуни: шундай системалар борки, уларга нисбатан жисмлар тинч туради ёки тўғри чизиқли текис ҳаракат қилади, агарда уларга таъсир этаётган кучларнинг тенг теъсир этувчиси нолга тенг бўлса, бундай саноқ системалари инерциал саноқ системалари дейилади. Айтилганлардан

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i = 0 \qquad \vec{\vartheta} = const \qquad (1)$$ келиб чиқади.

Ньютоннинг иккинчи қонуни: Куч таъсир қилаётганда жисм массаси ўзгармаса $m = const,$ куч таъсирида жисмнмнг олган тезланиши $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$ бўлади. (2) Бу тенглама моддий нуқта динамикасининг асосий тенгламасидир. Бу тенгламани тузаётганда қуйидагиларни кўзда тутиш керак. Моддий нуқтага қўйилган кучларнинг таъсири бир-бирига боғлиқ эмас. Бир нечта кучлар таъсирида бўлган нуқтанинг натижавий тезланиши, ҳар бир кучнинг алоҳида ҳосил қилган тезланишларининг геометрик йиғиндисига тенг бўлади.

Натижавий тезланишнинг миқдори ва йўналиши моддий нуқтага қўйилган кучларнинг вектор йиғиндисига тенг битта кучникидек бўлади $\sum_{i=1}^{n} \vec{F}_1 = m \sum_{i=1}^{n} \vec{a}_i$ (3)

Агар тенг таъсир этувчи $\vec{F}_i$ куч ва тезлик вектори $\vec{\vartheta}$ нинг йўналиши бир-бирига мос келса ҳаракат тўғри чизиқли бўлади. $\vec{F}$ ва $\vec{\vartheta}$ бир томонга йўналган бўлса ҳаракат тўғри чизиқли тезланувчан бўлади. $\vec{F}$ ва $\vec{\vartheta}$ бир-бирига қарама қарши йўналган бўлса, ҳаракат тўғри чизиқли текис секинланувчан бўлади. Бундай ҳолларда куч тезликнинг миқдорини ўзгартиради.

Тенг таъсир этувчи куч тезлик вектори $\vec{\vartheta}$ га бурчак остида йўналган бўлса, нуқта ҳаракати эгри чизиқдан иборат бўлади. Бундай ҳолларда тенг таъсир этувчи куч тезликнинг ҳам сон қийматини ҳам йўналишини ўзгартиради. Тенг таъсир этувчи куч тезлик векторига перепендикуляр йўналган бўлса, тезликнинг фақатгина йўналишини ўзгартиради. Траектория айланадан иборат бўлади. Айтилганлардан моддий нуқтага таъсир қилувчи кучларнинг тенг таъсир этувчиси $\vec{F} = const$ бўлса, тезланиш ҳам $\vec{a} = const$ бўлишлиги келиб чиқади. Нуқта ҳаракати текис ўзгарувчан бўлади. Агарда $F = 0$ бўлса, $a = 0$, бунда $\vartheta = const$ бўлиб, Ньютоннинг биринчи қонуни келиб чиқади.

Ньютоннинг II қонуни $\vec{F} = \frac{\Delta(m\vec{\vartheta})}{\Delta t}$ (4)

Ньютоннинг учинчи қонуни: Ҳамма жисмлар тинчлиги ва ҳаракатдалигидан қатъий назар бир-бирига миқдор жиҳатдан тенг ва қарама-қарши томонга йўналган кучлар билан таъсир қилади. Бу кучлар бир-бирини асло компенсацияламайди.Чунки турли жисмларга қўйилган.

$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2 \qquad (5)$$

Динамика асосларини Ньютоннинг учта қонунидан ташқари Бутун олам тортишиш қонуни ҳам ташкил қилади. Бир-биридан r масофада турган m_1 ва m_2 жисмлар бир-бири билан тортишади.

Улар ўртасидаги тортишиш кучи Бутун олам тортишиш қонунидан фойдаланиб топилади.

$$F = \gamma \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

γ - гравитацион доимий бўлиб, у $6{,}6710^{-11} \frac{H \cdot м^2}{кг^2}$ га тенг.

Агар m массали жисм Ер сиртидан h баландликда турган бўлса, уни ерга тортишиш кучи $F = \gamma \frac{mM_{ер}}{(R_{ер} + h)^2}$ (7) билан аниқланади. Бу куч ҳосил қилган эркин тушиш тезланиши

$$g = \gamma \frac{M_{ер}}{(R_{ер} + h)^2} \qquad (8)$$

дан топилади.

Илгариланма ҳаракат динамикасига тегишли масалаларни шартли равишда учта гуруҳга бўлиш мумкин:

1. Ишқаланишни ҳисобга олмаган ҳолдаги жимнинг ҳаракатига тегишли масалалар.
2. Ишқаланишнинг таъсири ҳисобга олинадиган жисмнинг ҳаракатига тегишли масалалар.
3. Ўзаро боғланган жисмларнинг ҳаракатига тегишли масалалар.

Ньютон қонунларига тегишли масалалар шартли равишда группаларга бўлинганлиги билан, масала ечиш методикасининг барчасига тегишди бўлган умумий томонлари бор. Улар қуйидагилардан иборат:

-масаланинг мазмунига кўра физик жараённи кўз олдимизга келтириб схематик чизма чизамиз. Тезланиш векторини мумкин бўлса чизмада кўрсатамиз.

-ҳаракатдаги жисмга қандай кучлар таъсир этмоқда, аниқлаштирамиз ($\vec{P}, \vec{F}_u, \vec{N}$ ва ҳ.к.). Чизмада бу кучларни акс эттирамиз. Мумкин бўлган ҳолларда бу кучларни сон қиймати ва йўналишлари тўғри кўрсатилиши керак.(масалан, оғирлик кучининг, ишқаланиш кучидан катта эканлиги чизмада ҳам кўрининши керак).

-агарда жисм қия текисликда ҳаракатланаётган бўлса, жисмнинг оғирлик кучини иккита ташкил этувчига ажратилади (ташкил этувчилардан бирини қия текислик қиялиги бўйлаб пастга йўналган, иккинчиси эса қия текислик қиялигига перепендикуляр йўналтирилади) .

-поезд, самолёт, автомобиль ва ҳакозоларнинг ҳаракати тўғрисида гапирилганда биз моддий нуқтанинг ҳаракатини кўзда тутмоғимиз керак. (аксари ҳолларда ўқувчиларнинг поездни ёки самолётни чизганликларини кўрамиз).

-координата ўқларини танлаймиз ва уларни ер билан боғлаб саноқ жисмни ҳосил қиламиз. Координата ўқларини чизмага шундай жойлаштириш керакки, бу координата ўқларига масаладаги вектор катталикларнинг проекциялари мумкин қадар содда бўлсин. Кўпинча ОХ координата ўқини тезлик векторининг йўналиши бўйича, ОУ координата ўқини эса тезлик векторига перепендикуляр қилиб йўналтиради. Ўқларнинг мусбат йўналиши тезланиш векторларининг йўналиши билан мос бўлиши мақсадга мувофиқдир.

-агарда битта жисм ҳаракат қилаётган бўлса, бу жисм ҳаракати учун Ньютоннинг иккинчи қонунини ифодаловчи тенгламани аввало вектор кўринишда ёзиб олинади.

-тенгламаларни вектор кўринишда ечиб бўлмаслиги учун вектор кўринишдан алгебраик скаляр кўринишга ўтилади, Бунинг учун тенгламадаги вектор катталикларни, ОХ ва ОУ координата ўқларига навбатма – навбат проекциялаб оламиз. Бунда жисмга таъсир кўрсатаётган кучлар билан тезланиш ўртасидаги боғланиш формуласи келиб чиқади.

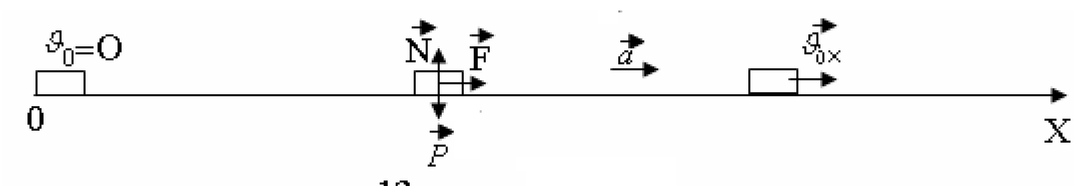
-берилган катталиклар билан номаълум катталикларни боғловчи формулани келтириб чиқарамиз. Одатда, Ньютоннинг иккинчи қонунини ифодаловчи тенгламадан F, m, a физик катталиклардан иккитаси берилса, учинчисини топиш мумкин бўлади. Баъзи масалаларда тезланишни кинематик катталиклар ёрдамида топиш мумкинлиги масала шартидан кўринади.

-масала ўзаро боғланган 2 та, 3 та ва ҳоказо жисмларнинг ҳаракатига тегишли бўлса, юқорида айтилганларни ҳар бир жисм учун алоҳида-алоҳида бажариб, қатор тенгламаларни ҳосил қилинади. Ҳосил бўлган тенгламалар системасини ечиб масалада изланаётган катталиклар топилади. Агар номаълумлар сони тенгламалар сонидан ортиқ бўлса, кинематик формулалардан фойдаланилади.

-берилган миқдорларни бир хил система бирликларига келтириб ва уларни охирги ҳисоблаш формуласига қўйилади, Арифметик ҳисоблашдан олдин бирликларни қисқартириш усули орқали формуланинг тўғрилигини текшириб кўриш керак. Жавоби мураккаб формула кўринишда чиқадиган масалаларда, бу қоидадан доимо фойдаланиш лозим. Юқорида айтилганларни ишқаланиш ҳисобга олинмайдиган қуйидаги масалани ечиш жараёнида кўрамиз.

13-масала. Агар массаси 200 кг бўлган вагончага 20 Н куч таъсир қила бошласа, вагонча қандай тезланиш билан ҳаракат қилади? Ишқаланишни ҳисобга олманг.

Бу масалада $\vec{F} = m\vec{a}$ муносабатни билиш ва тушунишни, шунингдек $\vec{a} = \dfrac{\vec{\vartheta} - \vec{\vartheta}_0}{t}$ муносабатни такрорлашни мақсад қилиб қўйилган. Бу масалани ечишда аравачанинг ҳаракатини характерловчи схематик чизма чизамиз (13-расм). Аравачага таъсир қилувчи кучларни аниқлаштириб, чизмада кўрсатамиз. Аравачага $\vec{P}, \vec{N}, \vec{F}$ кучлар таъсир қилади.



13-расм

Ньютоннинг II қонунини вектор кўринишда ёзиб оламиз:

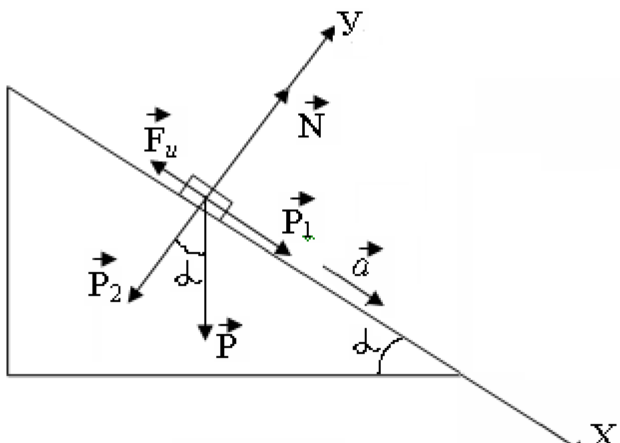
$$\vec{P} + \vec{N} + \vec{F} = m\vec{a} \qquad (1)$$

вектор катталикларни ОХ ўқига проекциялаймиз.

$$F = ma \qquad (2)$$ Бундан $a = \dfrac{F}{m} = \dfrac{20H}{200кг} = 0{,}1\dfrac{м}{с^2}$; $a = 0{,}1\dfrac{м}{с^2}$

Энди ишқаланишни ҳисобга олиниши керак бўлган масалани қараймиз.

14-масала. қиялик бурчаги $\alpha = 30^0$ бўлган қия текисликда брусок қандай $\vec{a}$ тезланиш билан ҳаракатланади? Ишқаланиш коэффициенти $\mu = 0{,}2$.



14-расм

Масаланинг мазмунини таҳлил қилиб, мазмунини тўлиқ акс эттирувчи чизмани чизиб оламиз ва брусокка таъсир этувчи кучларни аниқлаштириб, чизмада кўрсатамиз.

Бу кучлар $\vec{P}, \vec{N}, \vec{F}_и$ кучлардир. Аввал оғирлик кучини иккита $\vec{P}_1$ ва $\vec{P}_2$ ташкил этувчиларга ажратамиз. Ньютоннинг иккинчи қонунини вектор кўринишда ёзиб оламиз.

$$\vec{P}_2 + \vec{F}_и + \vec{N} + \vec{P}_1 = m\vec{a} \qquad (1)$$

(1) тенгламадаги вектор катталикларни ОХ координата ўқига проекциялаймиз.

$$-F_и + P_1 = ma \qquad (2)$$

(1) даги вектор катталикларни ОУ координата ўқига проекциялаcак

$N - P_2 = 0$ (3) бундан $N = P_2$ лиги келиб чиқади.

$F_и = \mu N$ (4) лигини биламиз.

У ҳолда $F_и = \mu \cdot P_2$ (5), чизмадан $P_2 = P \cdot \cos\alpha$; $P_1 = P\sin\alpha$ (6)

$$ma = P_1 - F_u = P\sin\alpha - \mu P\cos\alpha = P(\sin\alpha - \mu\cos\alpha) \quad \text{ёки} \quad ma = mg(\sin\alpha - \mu\cdot\cos\alpha)$$

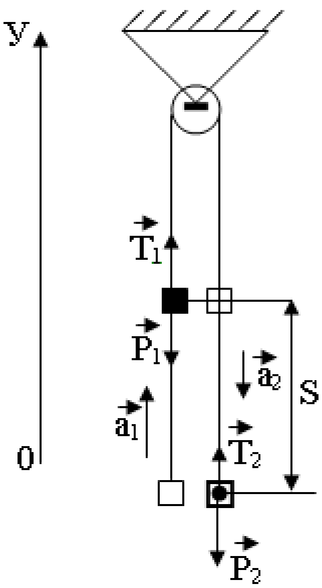
$$a = g(\sin\alpha - \mu\cdot\cos\alpha); \qquad a = 3{,}3\frac{м}{с^2}$$

Бу ерда қуйидагиларга эътибор бериш керак:

Биринчидан, оғирлик кучини ташкил этувчиларга ажратмасак ўқувчилар бу кучнинг ОХ ва ОУ координата ўқларига проекциясини олишга қийналадилар. Ташкил этувчиларининг $(\vec{P_1};\vec{P_2})$ ОХ ва ОУ координата ўқларига проекцияларини дарҳол топа оладилар.

Иккинчидан, кўпчилик ўқувчиларда ҳар доим $F = \mu P$ га тенг деган хато тушунча мавжуд бўлади ва бу ерда қия текисликда эса $F_u = \mu P_2$ ёки $F_u = \mu mg\cos\alpha$ эканлигини кўрадилар. $F_u = \mu P$ тенглик горизонтал текисликда жисмни ҳаракатга келтирувчи куч йўналиши билан, жисм тезлик векторининг йўналиши бир томонга бўлгандагина ўринли эканлигини ўқувчиларга қайта-қайта таъкидлаб тушунтириш керак. Ўзаро боғланган иккита ёки учта жисмнинг ҳаракатига тегишли масалаларни кўрайлик. Дастлабки ҳолда ишқаланиш ҳисобга олинмайдиган масала танлаймиз.

15-масала. Кўчмас блок орқали ўтказилган ипга массаси 0,3 ва 0,34 кг бўлган юклар осилган. Ҳаракат бошлангандан кейин 2 с ўтгач ҳар қайси юк 1,2 м дан йўл ўтди. Эркин тушиш тезланиш катталигини топинг. Ипнинг массаси ва блокга ишқаланишини ҳисобга олманг. Бундай масалаларда юкларнининг ҳаракати тезланувчандир. Вақтнинг ҳар бир пайтида юкларнинг тезланишлари миқдор жиҳатидан бир бирига тенг бўлади. $a_1 = a_2$ (чунки ип чўзилмайди деб қаралади).



15-расм

Блокнинг ишқаланишини ҳисобга олманг деган шарт, ипнинг ҳоҳлаган қисмидаги таранглик кучларини бир-бирига тенг деб ҳисоблашга имкон беради. Схематик чизма чизамиз. Бунда ҳар бир жисмнинг расмини алоҳида-алоҳида чизилади. Ҳар бир жисмга таъсир қилувчи кучларни аниқлаштириб чизмада кўрсатамиз. (15-расм). ОУ координата ўқини вертикал юқорига йўналтирамиз. Эркин тушиш тезланишини топиш учун юкларнинг ҳаракат тенгламаларидан фойдаланамиз. (бунда $a_1 = a_2$; $T_1 = T_2$ эканлигини назарга олиш керак). m_1 юк учун ҳаракат тегламаси вектор кўринишда $\vec{T}_1 + \vec{P}_1 = m_1\vec{a}_1$ (1) бўлади. m_2 массали юк учун эса $\vec{T}_2 + \vec{P}_2 = m_2\vec{a}_2$ (2) бўлади.

Бу тенгламаларни ОУ ўққа нисбатан проекциялаcак

$$T_1 - P_1 = m_1 a_1 \qquad (1^*)$$

$T_2 - P_2 = -m_2 a_2$ (2*) ёки $P_2 - T_2 = m_2 a_2$ бўлади.

Дамак $\begin{cases} T_1 - P_1 = m_1 a_1 \\ P_2 - T_2 = m_2 a_2 \end{cases}$ ларнинг чап ва ўнг томонларини қўшсак ҳамда $T_1 = T_2$; $a_1 = a_2 = a$. $P_1 = m_1 g$; $P_2 = m_2 g$ эканлигини ҳисобга олсак

$$m_2 g - m_1 g = (m_1 + m_2)a \qquad (3)$$

$$(m_2 - m_1)g = (m_1 + m_2)a \qquad (4)$$ ҳосил бўлади.

a-ни топиш учун кинематик тенгламадан фойдаланамиз. m_1 массали юкнинг ҳаракат тенгламаси

$$y = \vartheta_0 t + \frac{at^2}{2} \qquad (5)$$

$\vartheta_0 = 0$ $\qquad y = \dfrac{at^2}{2};$ $\qquad t$-вақт моментида $\quad y = S \quad$ бўлгани учун $\qquad S = \dfrac{at^2}{2};$

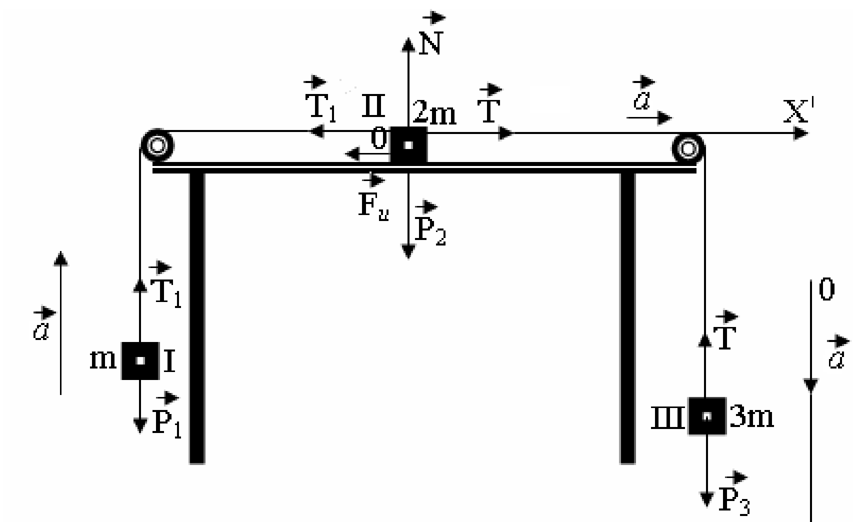
$a = \dfrac{2S}{t^2}$ $\qquad\qquad$ (6)

(6) ни (4) га олиб бориб қўйсак $\quad g = \dfrac{(m_2 + m_1)}{(m_2 - m_1)} \cdot \dfrac{2S}{t^2} \quad$ бўлади.

Ҳисоблашлардан $\quad g = 9{,}6\dfrac{м}{c^2} \quad$ натижа келиб чиқади. Бундай типдаги масалаларни экспериментал масалалар қилиб бериш ҳам мумкин. Ўзаро боғланган учта жисмнинг ҳаракатига тегишли бўлган, ҳамда ишқаланиш ҳисобга олинган масалани ечиш методикасини кўрайлик.

16-масала. Агар *m = 1кг* ва ишқаланиш коэффициенти $\mu = 0{,}2$ бўлса 16-расмда тасвирланган система қандай тезланиш билан ҳаракатланади? I ва II жисмни боғловчи ипнинг таранглик кучини ҳамда II ва III жисмни боғловчи ипнинг таранглик кучини топинг.

Масалага тегишли расмни тушуниб тўғри чизиб олиш керак. Ҳар бир жисмга таъсир қилаётган кучларни аниқлаштириб, жисмларга қўйиш керак.



16-расм

I, II, III жисмлар учун ҳаракат тенгламаларини мос равишда вектор кўринишида ёзиб оламиз, ҳамда тенгламалардаги вектор катталикларни координата ўқига проекциялаймиз.

1) 3 m массали жисм учун $\quad \vec{P}_3 + \vec{T} = 3m\vec{a} \qquad$ (1)

ОУ координата ўқига проекциялаймиз.

$$P_3 - T = 3ma \quad (2) \quad \text{ёки} \quad 3mg - T = 3ma \quad (2^*)$$

(2*) (2) m массали жисмучун $\vec{F}_и + \vec{P}_2 + \vec{T}_1 + \vec{N} + \vec{T} = 2m\vec{a} \qquad$ (3)

ОХ координата ўқига проекциялаймиз.

$$-F_и - T_1 + T = 2ma \qquad (4)$$

$$T - F_и - T_1 = 2ma$$ (4*) 2* ва 4* лардан $\begin{cases} 3mg - T = 3ma \\ T - F_и - T_1 = 2ma \end{cases}$

(2*)

$F_и = 2\mu mg \qquad 3mg - 2\mu mg - T_1 = 5ma \qquad (5)$

3) m массали жисм учун $\qquad \vec{P}_1 + \vec{T}_1 = m\vec{a} \qquad (6)$

$P_1 - T_1 = -ma$ (-1) га кўпайтирсак ёки $T_1 - P_1 = ma$ (6*) $P_1 = mg$ эканлигини эътиборга олсак $T_1 - mg = ma$ (6*) бўлади.

(5) ва (6**) ларни ўзаро қўшсак

$$2mg - 2\mu mg = 6ma$$

$$2mg(1-\mu) = 6ma; \qquad a = \frac{g(1-\mu)}{3} \qquad (7)$$

$$a = \frac{g(1-\mu)}{3} = 3{,}2\,\frac{м}{с^2}$$

$$a = 3{,}2\,\frac{м}{с^2} \qquad 3mg - T = 3ma \qquad (2^*)$$

тенгламадан $\quad T = 3mg - 3ma = 3m(g-a)$

$$T = 3m(g-a) \qquad (8)$$

$$T = 3\cdot 1кг\left(9{,}8\,\frac{м}{с^2} - 3{,}2\,\frac{м}{с^2}\right) = 19{,}8H \qquad T = 19{,}8H$$ га тенг экан.

$$T_1 - mg = ma \qquad (6^{**})$$

$T_1 = mg + ma = m(g+a)$ (9) $\quad T_1 = 13H$ га тенг экан.

Илгариланма ҳаракат динамикаси
Мустақил ечиш учун масалалар

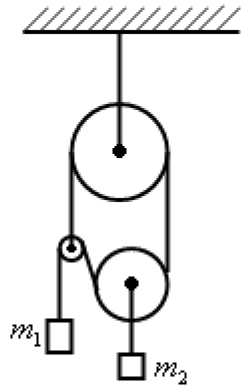
1. 1кг массали юк ипга осилган. Агар юкли ипни а) 5 м/с^2 тезланиш билан кўтарилса; б) 5 м/с^2 тезланиш билан пастга тушурилса ипнинг таранглигини топинг.

2. Балласт билан биргаликда m массасига эга бўлган аэростат ўзгармас *a* тезланиш билан пастга тушаяпти. Аэростат миқдор жиҳатидан аввалгисига тенг, бироқ вертикал юқорига йўналган тезланиш билан тушиши учун ундан нечта балластни ташлаб юбориш лозим? Ишқаланишни ҳисобга олманг.

3. Останкино телеминораси лифтларининг ҳаракат тезланишини қиймат жиҳатидан ўзгармас, ҳамда ҳаракат бошланиши ва тормозланиш вақтида бир хил деб ҳисоблаб, 100 кг массали юкнинг кўтарилишининг бошида, ўртасида ва охирида лифт тубига берадиган босим кучини топинг. Лифт 60 сек да 337 м баландликка кўтарилиши, максимал кўтарилиши тезлиги 7 м/с эканлиги маълум.

4. Иккита тарози тоши ип билан туташтирилиб, вазнсиз блок орқали ўтказилган. Тошлар 3,27м/с^2 тезланиш билан ҳаракатланади. Агар ипнинг таранглик кучи 13 Н эканлиги маълум бўлса, тошларнинг массасини аниқланг. Блокдаги ишқаланишни ҳисобга олманг.

5. 1-расмда тасвирланган системадаги юклар тезланишларини аниқланг. Блоклар ва ипнинг массаларини ҳамда ишқаланишни ҳисобга олманг.



1-расм

6. Массаси 1000 кг бўлган автомобилга ҳаракат вақтида унинг оғирлик кучининг 0,1 қисмига тенг бўлган ишқаланиш кучи таъсир қилади. Автомобиль текис 2 м/с^2 тезланиш билан ҳаракат қилиши учун автомобиль моторининг тортиш кучи нимага тенг бўлиши керак.

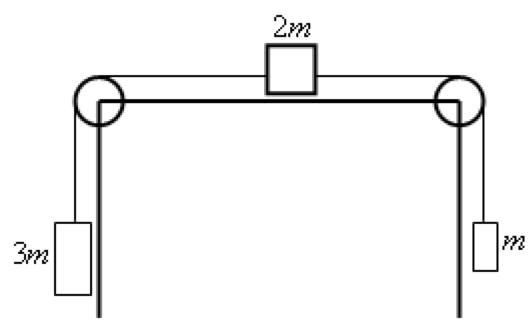
7. Тоққа қараб 1 м/с^2 тезланиш билан ҳаракатланаётган автомобиль моторининг тортиш кучини топинг. Тоғнинг қиялиги 0,04. Автомобилнинг массаси 10^3 га тенг. Ишқаланиш коэффиценти 0,1.

8. Столда турган арқоннинг бир қисми стол четидан осилиб турибди. Арқоннинг столга ишқаланиш коэффиценти 0,33 га тенг. Арқон сирпана бошлаганда арқоннинг қандай қисми осилиб турган бўлиши керак.

9. Вазнсиз блок горизонт билан 30^0 бурчак ҳосил қиладиган қия текислик учига мустаҳкамланган m_1 ва m_2 ($m_1 = m_2 = 1$ кг) массали иккита юк ип билан боғланган ва блок орқали ўтказилган. Текисликка m_1 ва m_2 юк орасидаги ишқаланиш коэффиценти 0,1 га тенг. Юклар ҳаракатланаётган тезланиш нимага тенг? Блокнинг ишқаланишини ҳисобга олманг.

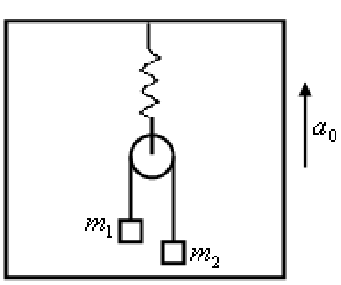
10. Вазнсиз блок горизонт билан 30^0 ва 45^0 бурчаклар ҳосил қиладиган иккита қия текислик учига маҳкамланган. m_1 ва m_2 ($m_1 = m_2 = 1$ кг) массали иккита юк билан бирлаштирилиб, блок орқали ўтказилган. Юкларнинг текисликка ишқаланиш коэффиценти 0,1 га тенг. Ипнинг таранглик кучини топинг. Блокдаги ишқаланишни ҳисобга олманг.

11. Агар 2-расмда тасвирланган икки m массали юкнинг текисликка ишқаланиш коэффиценти 0,1 бўлса юклар системаси қандай тезланиш билан ҳаракатланади? m=1кг блокдаги ишқаланишни ҳисобга олманг.



2-расм

12. Қия текислик ичида жойлашган (L=1м, $\alpha=30^0$) m массали жисм ишқалиниш кучи билан ушлаб турибди. Жисм ва текислик орасидаги ишқаланиш коэффициенти 0,6 га тенг. Агар жисм горизонтал йўналишда 1м/с^2 тезланиш билан ҳаракат қилса, қанча вақт ичида қия текислик бўйлаб пастга тушади?



3-расм

Лифт кабинасига ўрнатилган диномометрга 10 кг ли юк осилган. Лифт тезланиш ва секинлашишда бир хил 2 м/с^2 тезщланиш билан юқорига ҳаракатланмоқда. Тезланиш ва секинлашишдаги диномометрнинг кўрсатишларини аниқланг.

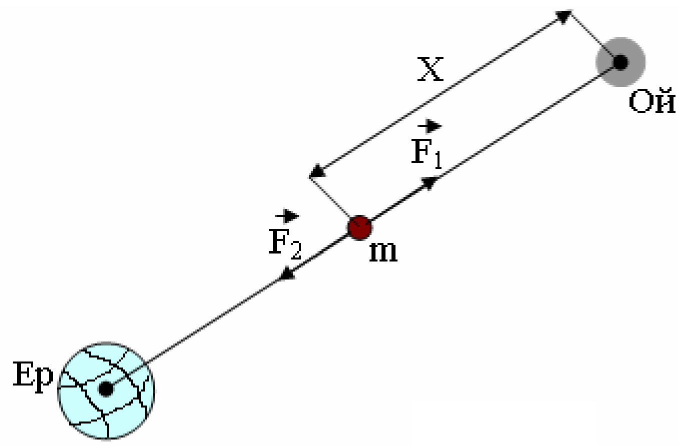
13. 13-масалани лифт пастга ҳаракатланаяпти деб ҳисоблаб ечинг.

14. Лифт кабинасига осилган диномометрга 3-расмда кўрсатиган система маҳкамланган. Юкларнинг массаси m_1 ва m_2 га тенг. Лифт

a_0=2 м/с^2 тезланиш билан кўтарилганда лифт тинч тургандагига нисбатан неча марта катта.

Бутун олам тортишиш қонунига тегишли бир масала қарайлик: **17-масала.** Ер ва Ой марказлари орасидаги ўртача масофа 60 ер радиусига тенг. Ой массаси эса ер массасидан 81 марта кичик. Ер билан Ойни бирлаштирувчи тўғри чизиқнинг қайси нуқтасида жисм ерга ҳам, ойга ҳам бир хил куч билан тортилади?

Масаланинг шартига кўра унга тегишли чизмани чизиб оламиз (17-расм.)



17-расм.

1) Ой ва жисм учун $F = \gamma \dfrac{m \cdot M_{ой}}{x^2}$ формула ўринли.

2) Ер ва жисм учун $F_2 = \gamma \dfrac{m \cdot M_{ер}}{\left(60R_{ер} - x\right)^2}$ формула ўринли.

$M_{ер} = 81M_{ой}$ Эканлигини ҳисобга олсак $F_2 = \gamma \dfrac{m \cdot 81M_{ой}}{\left(60R_{ер} - x\right)^2}$ (2*) бўлади. Масала шартига кўра $F_1 = F_2$. У ҳолда

$$\gamma \frac{m \cdot M_{ой}}{x^2} = \gamma \frac{m \cdot 81 \cdot M_{ой}}{\left(60R_{ер} - x\right)^2} \quad \text{ва} \quad \frac{\left(60R_{ер} - ч\right)^2}{x^2} = 81 \quad \text{бўлади.}$$

Икки томонидан квадрат илдиз чиқарсак

$$\frac{60R_{ер} - x}{x} = 9; \qquad 60R_{ер} - x = 9x \qquad 60R_{ер} = 10x \qquad x = 6R_{ер} \quad \text{экан.}$$

Айланма ҳаракат динамикаси

Асосий формулалар ва қонунлар

Эгри чизиқли ҳаракатда жисмга таъсир қилувчи куч

$F = ma_n = m\dfrac{\vartheta^2}{R} = m\omega^2 R$ формула билан аниқланади. ϑ ва ω лар мос равишда жисмнинг чизиқли ва бурчакли тезликларидир. m - жисмнинг массаси, R-қаралаётган нуқтадаги эгрилик радиуси. Тенг таъсир этувчи кучнинг нуқтага таъсир этувчи тангенциал ташкил этувчиси $F_\tau = 0$ бўлиб, нормал ташкил этувчиси вақт ўтиши билан $F_n = const$ ўзгармас бўлса, унда нуқта айлана бўйлаб текис ҳаракат қилади. $(a_\tau = 0; \ldots .. a_n = const)$ бўлади.

Айланма ҳаракат динамикасига тегишли масалаларни асосан уч группага бўлиш мумкин:

1.Моддий нуқтанинг айлана бўйлаб текис ҳаракатига тегишли масалалар.

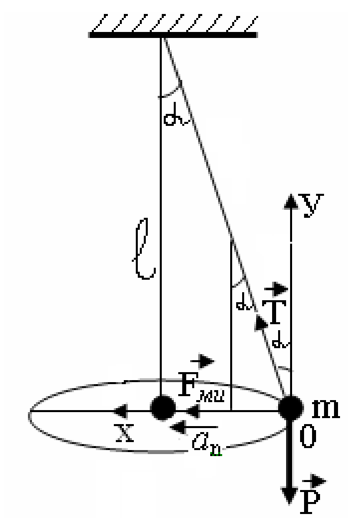
2. қаттиқ жисмларнинг айланма ҳаракатларига тегишли масалалар.

3. Планеталар ва сунъий йўлдошларнинг ҳаракатларига тегишли бўлган масалалар.

Моддий нуқтанинг айлана бўйлаб текис ҳаракатига тегишли масалаларни ечишда Ньютон қонунларидан ва кинематик формулалардан фойдаланилади. Айланма ҳаракат учун Ньютоннинг иккинчи қонуни $F = m\omega^2 R$ кўринишда бўлади. Бу формуладаги F барча кучларнинг тенг таъсир этувчисидир. Айланма ҳаракатда тенг таъсир этувчи куч марказга йўналганлигини унутмаслик керак.

Энди моддий нуқтанинг айланма ҳаракатига доир масалалар кўрамиз.

18-масала. Узунлиги $l = 60см$ бўлган ипга осилган юк текис ҳаракатланиб горизонтал текисликда айлана чизади. Юк айланаётган вақтда ип вертикал билан $\alpha = 30^0$ ли ўзгармас бурчак ташкил қилса, юк қандай тезлик билан ҳаракатланаётган бўлади?



18-расм

Масаланинг мазмунини акс эттирувчи чизма чизамиз (18-расм). Юкга таъсир этувчи кучларни кўрсатамиз. ОУ ва ОХ координата ўқларини чизмада кўрсатилгандек йўналтирамиз.

Бу масалани ечиш методикасининг турли усуллари мавжуд бўлиб, биз бир усули устида тўхтаймиз.

Марказга интилма куч $\vec{F}_{ми} = m\vec{a}_n$ (1) тенгламадаги вектор катталикларнинг ОХ координата ўқига проекциялари

$$F_{ми} = ma_n \quad (1^*)$$

$$a_n = \frac{\vartheta^2}{R}; \quad (2) \text{ чизмадан } \quad R = l \cdot \sin\alpha \quad (2^*)$$

$F_{ми} = P \cdot tg\alpha = mgtg\alpha$ (3) га тенглиги кўринади.

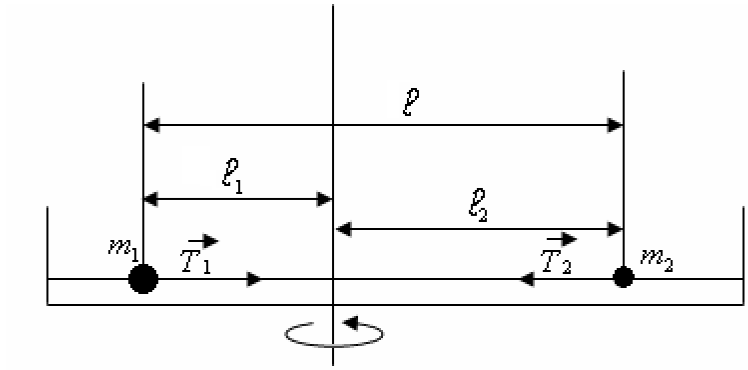
(3) ва (2) ларни (1*) га қўйсак,

$$mgtg\alpha = m \cdot \frac{\vartheta^2}{l \cdot \sin\alpha} \quad (4)$$

бундан $\vartheta = \sqrt{g \cdot l \cdot tg\alpha \cdot \sin\alpha}$ (5) ҳосил бўлади. қийматларни ўрнига қўйсак $\vartheta = 1{,}3\frac{м}{с}$ эканлиги келиб чиқади. Ўзаро боғланган қаттиқ жисмларнинг айланма ҳаракат динамикасига тегишли масалаларни ечиш методикасига тўхталамиз.

19-масала. 40г ва 10г бўлган иккита шарик горизонтал стерженга кийдирилган ва 20 см узунликдаги ип билан ўзаро боғланган. Стержен $10\frac{рад}{с}$ бурчак тезлик билан айланганда шариклар стерженда сирпанмай турган бўлса, ипнинг таранглик кучини топинг.

Масалага тегишли чизма чизамиз. (19-расм.)



19-расм

Бундай ҳолда шарикларнинг мос равишда нормал тезланишларини T_1 ва T_2 таранглик кучлари вужудга келтиради. Шариклар сирпанмаслигининг шартидан $T_1 = T_2$ эканлиги келиб чиқади.

$$T_1 = \frac{m_1 \vartheta_1^2}{l_1} = m_1 \omega^2 l_1 = m_1 \omega^2 (l - l_2) \qquad (1)$$

$$T_1 = m_1 \omega^2 (l - l_2)$$

$$T_2 = \frac{m_2 \vartheta_2^2}{l_2} = m_2 \omega^2 l_2 \qquad (2)$$

$$T_2 = m_2 \omega^2 l_2$$

$$m_1 \omega^2 (l - l_2) = m_2 \omega^2 l_2$$

У ҳолда $$m_1 l - m_1 l_2 = m_2 l_2 \qquad (3)$$

$$m_1 l = (m_2 + m_1) l_2$$

$$l_2 = \frac{m_1}{(m_1 + m_2)} \cdot l$$ буни (2) га қўйсак,

$$T = T_1 = T_2 = \frac{m_2 \cdot m_1 \cdot \omega^2 \cdot l}{m_1 + m_2} = 0{,}16H; \qquad T = 0{,}16H$$

Планеталар ва сунъий йўлдошларнинг ҳаракатларига тегишли масалаларни қараймиз:

20-масала. Ер сунъий йўлдошининг ер сиртидан баландлиги 1700км. Йўлдошнинг чизиқли тезлиги ва айланиш даври топилсин.

Йўлдошнинг Ер сирти бўйлаб айланма ҳаракат қилишига сабаб, унга Ер томонидан тортишиш кучининг таъсиридир.

Бу куч $F = \gamma \frac{m \cdot M}{(R+h)^2}$ (1) га тенглигини биламиз.

M ва R - Ернинг массаси ва радиуси. Йўлдошнинг айланма ҳаракати учун Ньютоннинг иккинчи қонуни.

$$F_{\text{ми}} = m a_n \ (2) \qquad a_n = \frac{\vartheta^2}{(R+h)} \qquad (3)$$

$$F_{\text{ми}} = m \frac{\vartheta^2}{(R+h)} \qquad (4)$$

$F = F_{\text{ми}}$ лигидан $\gamma \frac{m \cdot M}{(R+h)^2} = m \frac{\vartheta^2}{(R+h)}$;

$$\vartheta^2 = \gamma \frac{M}{R+h} \qquad (5)$$

(5) сурат ва махражини R^2 га кўпайтирсак

$$\vartheta^2 = \gamma \frac{M}{R^2} \cdot \frac{R^2}{(R+h)}; \qquad (6)$$

$\gamma \frac{M}{R^2} = g$ тенглигидан фойдаланcак, $\vartheta^2 = g \frac{R^2}{(R+h)}$; бундан $\vartheta = R\sqrt{\frac{g}{R+h}}$

$$\vartheta = R\sqrt{\frac{g}{R+h}} = 7{,}1 \cdot 10^3 \frac{м}{с}; \qquad \vartheta = 7{,}1 \cdot 10^3 \frac{м}{с}$$

Йўлдошнинг $(R+h)$ баландликдаги айланиш даври:

$$T = \frac{2\pi(R+h)}{\vartheta} = 7{,}1 \cdot 10^3 c \qquad T = 7{,}1 \cdot 10^3 c \quad \text{экан.}$$

Айланма ҳаракат динамикаси
Мустақил ечиш учун масалалар

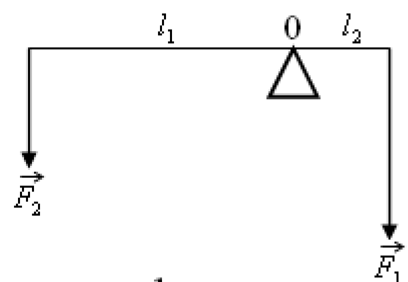
1.Стерженда 0,1кг шарчанинг вертикал текисликда текис ҳаракатланишида айланани пастки нуқтасида таранглик кучи 2Н юқориги нуқтадаги таранглик кучини аниқланг,

2.10 кг массали автомобиль эгрилик радиуси 100м бўлган ботиқ кўприк бўйлаб ҳаракатланмоқда. Автомобиль пастки нуқтада 15 м/с тезлик билан ҳаракатланганда кўприкка қандай куч билан босади?

3.Агар бурилиш радиуси 25 м бўлса мототцикл горизонтал текисликда ишқаланиш коэффициенти 0,4 бўлганда қандай максимал тезлик билан бурила олади.

4.80 кг массали учувчи Нестеров сиртмоғини 250м радиус билан бажарди. Бунда самалёт тезлиги 140 м/с ни ташкил этди. Учувчи сиртмоқнинг қуйи нуқтасида ўриндиққа қандай куч билан босади.

5.О таянч нуқтали жисмга иккита F_1=40 Н ва F_2=10 Н параллел кучлар таъсир қилади, уларнинг елкалари мос равишда $l_1=0{,}2$ *м* ва $l_2=0{,}8$ *м* (1-расм) айланиш ўқига нисбатан тенг таъсир этувчи куч моменти ва бу кучларнинг тенг таъсир этувчиси нимага тенг.



1-расм

6.Бир жинсли стержнга бир учи бурчакка тиралган, иккинчи учи ип билан ушлаб турилади. Стержннинг массаси m, унинг горизонтга оғиш бурчаги α, ипнинг таранглик кучи (T), стержннинг полга (N) ва деворга (N) босим кучи нимага тенг.

7.Узунлиги 2 L бўлган силлиқ бир жинсли стержн тинч турган R радиусли силлиқ ярим сферик чашка четига тиралиб турибди. Стержн мувозанат холатида горизонт билан қандай бурчак ҳосил қилади.

8.Бир хил ҳажмли иккита (алюминий ва рух) шар тегиш нуқтасида бирлаштирилган системанинг оғирлик марказини топинг.

9.Бир жинсли пластинка томони 16 см ли тенг томонли учбурчак шаклига эга. Пластинкадан радиуси 2 см ли доира ўйиб олинган. Агар тешик маркази учбурчак учидан ўтгазилган баландликда ётса тешик четлари учбурчак томонларига тегиб турса, ҳосил бўлган фигуранинг оғирлик марказини аниқланг.

10. Бир жинсли тўғри бурчакли ғишт қия текисликда ётибди. Ғиштнинг қайси ярими (ўнг ва чап) қия текисликка кўпроқ босим беради.

11. Ойнинг суъний йўлдошининг айланиш даври (M=$7{,}3 \cdot 10^{22}$ кг; R=$1{,}7 \cdot 10^6$ м) $7{,}44 \cdot 10^3$с га тенг. Йўлдошнинг орбитаси ой сиртидан қандай баландликда бўлади.

12. Ер учун биринчи космик тезлик ойникидан неча марта катта.

13. Ернинг сунъий йўлдоши 9,2 м/с^2 марказга интилма тезланиш билан ҳаракатланмоқда йўлдош ердан қандай баландликда ҳаракатланмоқда. Вазнсизлик ҳолатида космик кема кабинасида ҳавонинг зичлиги ўзгарадими?

IV. Статика элементлари
Асосий формулалар ва қонунлар

Статика динамик жараёнларнинг хусусий ҳолидир. Статика бўлимида моддий нуқталар статикаси, қаттиқ жисмлар статикаси қаралади. Жисмларнинг мувозанати дейилганда биз жисмларнинг тинч турганлигини ёки тўғри чизиқли текис ҳаракат қилаётганлигини тушунамиз. Инерциал саноқ системасига нисбатан моддий нуқталарнинг, қаттиқ жисмларнинг мувозанат шарти

$$\sum_{i=2}^{n} \overrightarrow{F_1} = 0 \qquad (1)$$

Яъни моддий нуқтага таъсир қилаётган барча кучларнинг тенг таъсир этувчиси нолга тенгдир. Бу шартга асосан $a = 0$ ва $\vartheta = const$ лиги аён бўлади. Моддий нуқтанинг мувозанат шарти кўп холларда бир-бирига перпендикуляр бўлган ОУ ва ОХ координата ўқларига нисбатан қаралишини биламиз.

У ҳолда бу ўқларга нисбатан мувозанат шарти қуйидагичадир. $\sum_{i=2}^{n} (F_i)_x = 0$

(2)

$$\sum_{i=2}^{n} (F_i)_y = 0 \qquad (3)$$

(2) ва (3) га асосан моддий нуқтага таъсир қилаётган кучларнинг ОХ ва ОУ координата ўқларига проекцияларнинг йиғиндиси ҳам нолга тенг бўлиши лозим. Бирор айланиш ўқига нисбатан қаттиқ жисмларнинг мувозанат шарти.

$\sum_{i=2}^{n} \vec{F}_i = 0$ (1) ҳамда $\sum_{i=2}^{n} \overrightarrow{M}_i = 0$ (4) бўлиши керак.

Бу ерда М-куч моменти бўлиб, $M = F \cdot d$ (5) га тенгдир.

Куч моменти бирор нуқтага қўйилган кучнинг, куч елкасига кўпайтмасига тенг $d -$ куч елкаси бўлиб, айланиш ўқидан кучнинг таъсир чизиғига туширилган перепендикулярдир. Жисмнинг бирорта нуқтасига қўйилган куч жисмни айланиш ўқига нисбатан соат стрелкаси йўналиши бўйича айлантирса бу куч моментини мусбат ишора билан, соат стрелкасига қарама-қарши айлантирса, манфий ишора билан олинади. Агар жисмга бир текисликда ётувчи бир нечта кучлар таъсир қилса, бу кучларнинг бирорта танлаб олинган нуқтага нисбатан натижавий моменти айрим моментларнинг йиғиндисига тенг.

$$M = \sum_{i=2}^{n} M_i ; \qquad (6)$$

Жисмнинг битта чизиқ устида ётмаган икки нуқтасига қўйилган, бир-бирига тенг бўлган икки антипаралел куч жуфт куч дейилади. Жуфт куч моменти $M = F \cdot d$ формула билан аниқланади. Бу ерда F-кучлардан бирининг миқдори, d - жуфт кучларнинг таъсир чизиқлари ўртасидаги энг қисқа масофа, Статика бўлимига тегишли масалаларни қуйидаги группаларга бўлиш мумкин.

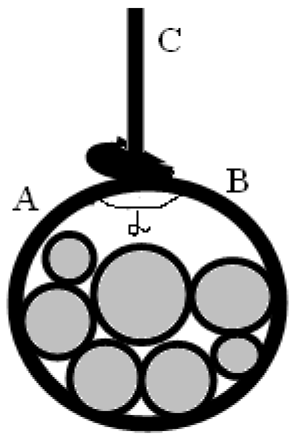
1. Айланмайдиган жисмларнинг мувозанатига тегишли масалалар.
2. Айланиш ўқига маҳкамланган жисмларнинг мувозанатига тегишлп масалалар.
3. Оғирлик марказини топишга доир масалалар.

Бундай гуруҳларга кирувчи статика масалаларини ечиш методикаси, динамика бўлимига тегишли масалаларни ечиш методикасидан принципиал жиҳатидан фарқ қилмайди. Яъни $\sum_{i=2}^{n} \overrightarrow{F_1} = m\vec{a}$ тенглама ўрнига $\sum_{i=2}^{n} F_i = 0$ $\sum_{i=2}^{n} F_i(x) = 0;$ $\sum_{i=2}^{n} F_i(y) = 0;$ $\sum_{i=2}^{n} {}_1M_i = 0$ тенгламалар тузилади.

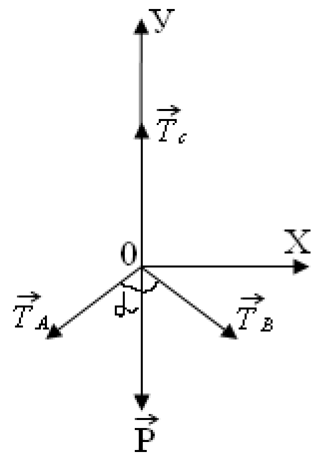
Статика бўлимига тегишли масалаларни ечишдаги тартиб, динамика бўлимига тегишли масалаларни ечиш тартибидек бўлади. Бироқ бўлимнинг ўзига хос бир томони шундаки, бу бўлимда кучларни тенг таъсир этувчиларга ажратиш ёки тенг таъсир этувчи кучни топишга аҳамият бериш керак.

Статикага тегишли масалаларни ечиш методикасига мисоллар келтирайлик.

21-масала. Ходалар 20-расмда кўрсатилгандек қилиб тросда кўтарилади. Агар α бурчак $\alpha = 90^0, 120^0, 150^0$ га тенг бўлса, троснинг қаерида таранглашиш катта бўлади; сиртмоқнинг А ва В қисмларидами ёки С қисмидами?



20-расм.



21-расм.

Юқорида айтганимиздек чизмада тросга қандай кучлар таъсир қилаётганини аниқлаймиз (21-расм). Бу кучлар барча ҳодаларнинг оғирлик кучи бўлиб, бу кучни иккита ташкил этувчига ажратамиз.

$$\vec{P} = \vec{T}_A + \vec{T}_B \qquad (1)$$

Оғирлик кучидан ташқари, троснинг юқорига йўналган $\vec{T}_c$ таранглик кучи таъсир этади. ОУ ва ОХ координиталар ўқларини ўтказамиз, сўнгра бу кучларни О нуқтага жойлаштирамиз. Бу ҳолат учун мувозанат шартини ёзиб оламиз.

$\vec{T}_C + \vec{P} = 0$ (1) ёки $\vec{T}_C + \vec{T}_A + \vec{T}_B = 0$ (2) бу кучларнинг ОУ координата ўқларига ва ОХ координата ўқларига проекцияларини оламиз. Яъни ОУ ва ОХ ўқлар бўйича мувозанат шартларини ёзамиз.

ОУ ўқига нисбатан $T_C - T_A \cdot \cos\frac{\alpha}{2} - T_B \cdot \cos\frac{\alpha}{2} = 0$ (3)

ОХ ўқига нисбатан $-T_A \cdot \sin\frac{\alpha}{2} + T_B \cdot \sin\frac{\alpha}{2} = 0$ (4)

(4) дан $T_A \cdot \sin\frac{\alpha}{2} = T_B \cdot \sin\frac{\alpha}{2}$ $T_A = T_B$ (5) эканлиги келиб чиқади. У ҳолда (3) дан $T_C = 2T_A \cdot \cos\frac{\alpha}{2}$ (6) бўлади. $\alpha = 90^0$ да $\cos 45^0 = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ни ҳисобга олсак $T_C = 2 \cdot T_A \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$; $T_C = 1{,}4T_A$ экан. $T_C \rangle T_A$ бўлади. Демак сиртмоқнинг С қисмида таранглашиш, А қисмидаги таранглашишдан катта.

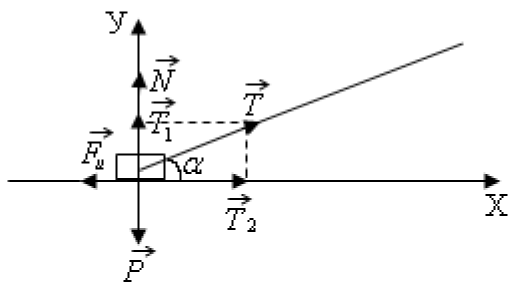
$\alpha = 120^0$ да $T_C = 2 \cdot T_A \cdot \cos\frac{120^0}{2} = 2 \cdot T_A \cdot \cos 60^0 = 2 \cdot T_A \cdot \frac{1}{2} = T_A$; $T_C = T_A$

Демак, $\alpha = 120^0$ бўлганда, сиртмоқнинг С ҳамда А қисмида таранглашиш бир хил. $\alpha = 150^0$ бўлганда $T_C = 2T_A \cdot \cos\frac{150^0}{2} = 2 \cdot T_A \cdot \cos 75^0 2 \cdot T_A \cdot 0{,}2419 = 0{,}48T_A$; $T_C 0{,}48T_A$ бўлар экан.

Яъни $\alpha = 150^0$ бўлганда сиртмоқнинг С қисмидаги таранглашиш А қисмидаги таранглашишдан кичик бўлар экан.

22-масала. Массаси m бўлган юк горизонтал текисликда горизонтга нисбатан α бурчак остида жойлашган трос ёрдамида кўчирилмоқда. Агар ишқаланиш коэффициенти μ га тенг бўлса, троснинг таранглик кучини топинг. Юкни моддий нуқта деб ҳисобланг. Олинган жавобни $\alpha = 0$ ва $\alpha = 90^0$ бўлган чегаравий ҳоллар учун анализ қилинг.

Бу масалага ҳам тегишли схематик чизма чизиб, жисмга таъсир этувчи кучларни аниқлаштирамиз ва жойлаштирамиз (22-расм). Бу кучлар жисмнинг оғирлик кучи $\vec{P}$, ишқаланиш кучи $\vec{F}_u$, таянчнинг реакция кучи $\vec{N}$, троснинг таранглик кучи $\vec{T}$. ОУ ва ОХ координата ўқларини танлаб чизмага киритамиз. Троснинг таранглик кучини иккита $\vec{T}_1$ ва $\vec{T}_2$ ташкил этувчиларга ажратамиз.



22-расм.

Юкни мувозанат шартини ифодаловчи тенгламаларни ёзамиз.

$$\vec{P} + \vec{F}_u + \vec{N} + \vec{T} = 0 \qquad (1)$$

(1) ни ОУ ва ОХ координата ўқларига проекциялаймиз.

ОХ координата ўқига проекцияласак $T_1 - F_u = 0$ (2)

Бунда $T_1 = T\cos\alpha$; ва $F_u = \mu N$ тенгликларни назарга олсак

$T\cos\alpha - \mu N = 0$ (3) бўлади. ОУ координата ўқига проекцияси

$N + T_2 - P = 0$ (4) бўлади. $T_2 = T\sin\alpha$; $P = mg$

тенгликларни назарга олсак

$N + T\sin\alpha - mg = 0$ (4*) келиб чиқади.

$$N = mg - T\sin\alpha \qquad (5)$$

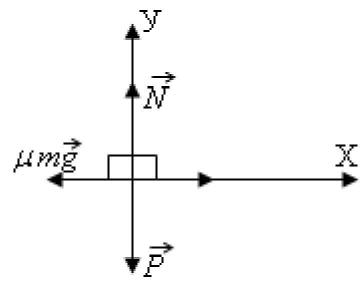
$T\cos\alpha - \mu N = 0$ (3) даги N нинг ўрнига (5) даги N нинг қийматини қўйсак

$T\cos\alpha - \mu mg + \mu T\sin\alpha = 0$ (6) ҳосил бўлади. Бундан

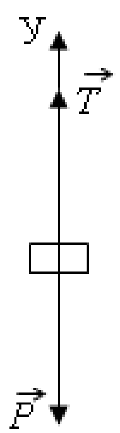
$$T \cdot (\cos\alpha + \mu\sin\alpha) = \mu mg$$

Демак $T = \dfrac{\mu mg}{\cos\alpha + \mu\sin\alpha}$ (7) экан.

$\alpha = 0$ бўлган чегаравий ҳолни кўрсак $T = \mu mg$; (8) ҳосил бўлади. Бундай чегаравий ҳолда юк горизонтал текислик бўйлаб тўғри чизиқли текис ҳаракат қилиши келиб чиқади. Унинг чизмаси қуйидагича бўлади:



22-а расм



22-б расм

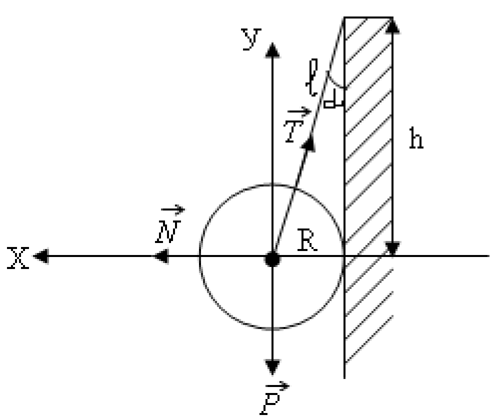
$\alpha = 90^0$ бўлган чегаравий ҳолда (7) тенглик $T = mg = P$ (8) бўлиб юк вертикал равишда юқорига текис кўтарилиши келиб чиқади (22*-расм).

Биз юқорида кўрган масалалар жисмларнинг вертикал ва горизонтал равишда тўғри чизиқли текис ҳаракати шаклларидаги мувозанатига тегишлидир.

Тинч турган жисм статикасига тегишли масала кўрайлик.

23-масала. Массаси 1 кг, радиуси 22,5 см бўлган шар, ясси деворга бириктирилган 0,8м узунликдаги ипга 23-расмда кўрсатилгандек махкамланган (осилган) бўлса, бу шар деворга қандай куч билан босади?

Шарга таъсир этувчи кучларни аниқлаштирамиз. Бу кучлар шарнинг оғирлик кучи, ипнинг таранглик кучи, таянчнинг реакция кучи. (масала шартига кўра ишқаланиш кучи ҳисобга олинмайди).



23-расм.

Шарнинг мувозанат шарти қуйидагича бўлади.

$$\vec{P} + \vec{N} + \vec{T} = 0 \qquad (1)$$

Бу кучларни OX координата ўқига проекцияси.

$N - T\sin\alpha = 0$ (2) ёки $T\sin\alpha = N$ (2*) ОУ координата ўқига проекцияси $T\cos\alpha - mg = 0$ (3) ёки $T\cos\alpha = mg$ (3*). (2*) ни (3*) га мос томонларини бўлиб олсак $\dfrac{T\sin\alpha}{T\cos\alpha} = \dfrac{N}{mg}$; Бундан $N = mg \cdot tg\alpha$ (4)

келиб чиқади. Иккинчи томондан чизмадан $tg\alpha = \dfrac{R}{h}; \quad h = \sqrt{l^2 - R^2}$

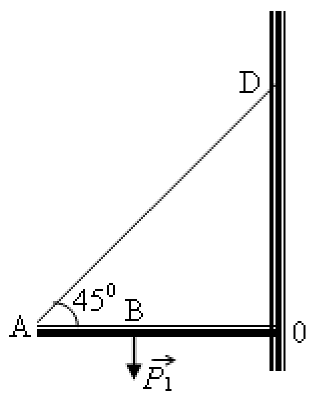
$$tg\alpha = \frac{R}{\sqrt{l^2 - R^2}} \qquad (5)$$

(5) ни (4) га қўйсак $N = mg\dfrac{R}{\sqrt{l^2 - R^2}}$ (6) ҳосил бўлади.

Шарнинг деворга босим кучи Ньютоннинг учинчи қонунига нисбатан, сон жиҳатидан, деворнинг шарга кўрсатаётган реакция кучига тенг, шунинг учун, босим кучининг сон қиймати $F_{бос.} = mg\dfrac{R}{\sqrt{l^2 - R^2}}$ (6) формула билан аниқланиб $F_б = 2{,}271H$ га тенг бўлар экан.

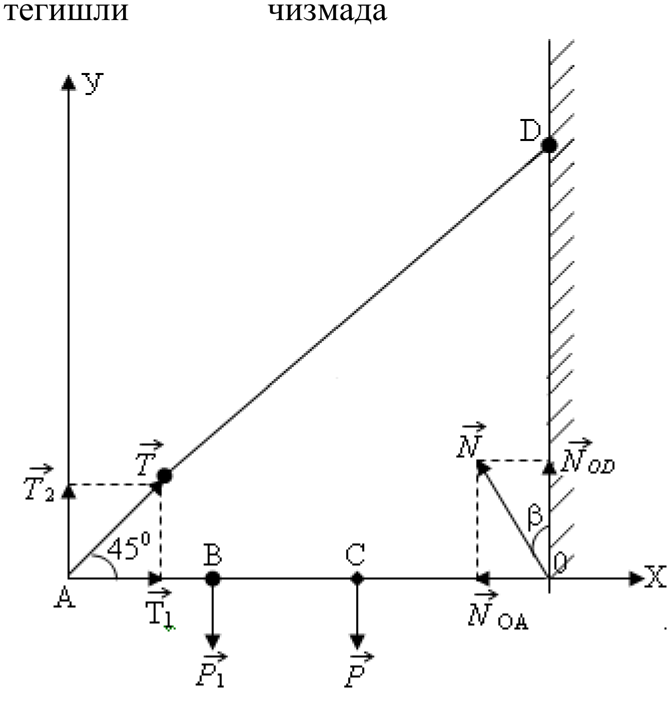
Навбатдаги масаламиз айланиш ўқига эга бўлган жисмнинг мувозанатига тегишли.

24-масала. Узунлиги 60 см ва массаси 0,4 кг бўлиб, О нуқтага шарнирли маҳкамланган ва AD ип билан тутиб турилган АО стержен шу ип билан 45^0 бурчак ҳосил қилади (24-расм). В нуқтага массаси 0,6 кг бўлган юк осилган (АВ=20 см). Ипнинг таранглик кучи ва О нуқтадаги реакция кучини топинг.



24-расм.

Чизмани қайтадан катталаштириб чизиб оламиз. Масалага тегишли чизмада стерженга тегишли барча кучларни аниқлаштирамиз. Бу кучлар стерженнинг оғирлик марказига қўйилган оғирлик кучи $\vec{P}$, стерженнинг В нуқтасига осилган юкнинг оғирликлари $\vec{P_1}$, ипнинг таранглик кучи $\vec{T}$, стержень ва юк OD деворни пастга босгани учун О нуқтада деворнинг реакция кучи юқорига йўналган $\vec{N}_{OD}$ бўлади. Ип билан тутиб турилган стержень, таранглик кучи ҳисобига деворни сиққанлиги учун О нуқтада яна бир реакция кучи пайдо бўлиб, у О нуқтадан стерженьнинг А учи томон йўналган бўлади. Бу куч $\vec{N}_{AO}$ га тенг (24*-расм). $\vec{N}_{OA}$ ва $\vec{N}_{AD}$ реакция кучларининг тенг таъсир этувчиси эса О нуқтадан OD деворга нисбатан бирор β бурчак остида йўналган бўлади. Кучларни чизмада кўрсатамиз. ОУ ва ОХ координата ўқларини чизмага жойлаштирамиз.



24-а расм

Стерженнинг биринчи мувозанат шарти бўлган $\sum_i \vec{F}_i = 0$ тенгламани ёзиб оламиз. $\vec{P} + \vec{P}_1 + \vec{T} + \vec{N} = 0$ (1)

ёки $\vec{T}$ ни $\vec{T}_1$ ва $\vec{T}_2$ ташкил этувчиларга ажратсак

$$\vec{T}_2 + \vec{T}_1 + \vec{P}_1 + \vec{P} + \vec{N} = 0 \qquad (2)$$

(2) тенгламани ОХ ва ОУ координата ўқларига проекциялаб оламиз. ОХ координата ўқига проекцияласак $T_1 - N\sin\beta = 0;$ (2) $T_1 = T\cos 45^0$ (2*) ОУ координата ўқига проекцияласак $T_2 - P_1 - P + N\cos\beta = 0$ (3) $T_2 = T\cos 45^0$ (3*)

(2*) ва (3*) ларни ҳисобга олсак

$$T\cos 45^0 = N\sin\beta \qquad (4)$$

$$T\sin 45^0 + N\cos\beta = 0 \qquad (5)$$

$T\sin 45^0 + N\cos\beta = P_1 + P$ (5*) лар ҳосил бўлади.

Стержень мувозанатининг иккинчи шарти моментлар қоидасидир. Стерженга қўйилган барча кучларнинг моментларини аниқлаштирамиз ва моментларнинг ишораларини ҳисобга оламиз $T_2 = T\sin 45^0$ куч учун елка АО га тенг, бу куч моментининг ишораси мусбат, P_1 куч учун елка ОВ га тенг бўлиб чизмадан ОВ=40 см, моментнинг ишораси эса манфий, Р нинг елкаси ОС га тенг бўлиб $OC = \frac{AO}{2} = 30см$ дир. Моментнинг ишораси эса манфийдир. $N\cos\beta$=N_{OD} кучининг елкаси нолга тенг бўлгани учун, момент ҳам нолдир.

Юқоридаги фикр мулоҳазаларни ҳисобга олиб (5*) тенгламани қуйидаги кўринишда ёзиб оламиз.

$$T\sin 45^0 \cdot 60см = m_1 g \cdot 40см + mg30см \qquad (6)$$

Бундан $T = \dfrac{(0{,}6\cdot 10\cdot 40 + 0{,}4\cdot 10\cdot 30)\frac{кг\cdot м}{c^2}\cdot см}{60см\cdot\sin 45^0};$ Ҳисоблаш $T = 8{,}5H$ га тенг эканлигини кўрсатади. Энди β бурчакни топиш учун (4) дан N ни топиб (5*) га қўямиз.

$$T\sin 45^0 + T\frac{\cos\beta}{\sin\beta}\cdot\cos 45^0 = P_1 + P \qquad (7)$$

$$T\sin 45^0 + T\cos 45^0 \cdot ctg\beta$$

$T\sin 45^0 = T\cos 45^0$ бўлгани учун $T\sin 45^0(1 + ctg\beta) = P_1 + P$ бўлади.

Бундан $1 + ctg\beta = \dfrac{P_1 + P}{T\sin 45^0;};$ $ctg\beta = \dfrac{P_1 + P}{T\sin 45^0} - 1$; $ctg\beta = \dfrac{P_1 + P - T\sin 45^0}{T\sin 45^0};$

$$ctg\beta = \frac{1}{tg\beta}$$

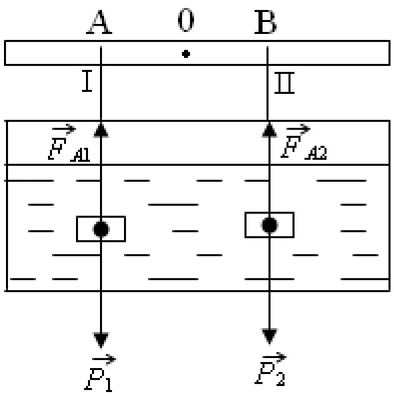
$$\frac{1}{tg\beta} = \frac{P_1 + P - T\sin 45^0}{T\sin 45^0} \qquad (8)$$

$$tg\beta = \frac{T\sin 45^0}{P_1 + P - T\sin 45^0}$$

$$tg\beta = \frac{8{,}5H \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}}{0{,}6 \cdot 10H - 0{,}4 \cdot 10H - 8{,}5H \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}} = 1{,}5$$

Ҳисобласак $tg\beta = 1{,}5;$ ва $\beta = 57^0$ экан. N нинг сон қийматини топсак (4*) формуладан $N = \frac{T \sin 45^0}{\sin \beta} = \frac{8{,}5 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} H}{0{,}84};$ келиб чиқади. Бундан $N = 7{,}2H$ бўлади.

Айланиш ўқига эга бўлган жисмларнинг мувозанатига тегишли қуйидаги масалани танлайлик.



25-расм.

25-масала. Планка унинг ўртасидан ўтадиган О ўқ атрофида айланади. Шу планкага иккита жисм осилган бўлиб, бу жисмлар сувга ботирилган(25-расм).Биринчи жисмнинг зичлиги, сувнинг зичлигидан 9 марта катта, иккинчи жисмнинг зичлиги эса сувнинг зичлигидан 3 марта катта ва ОА=9 см. Агар жисмларнинг хажмлари тенг бўлса, система мувозанатда туриши учун иккинчи жисмни қандай ОВ масофага осиш лозим? Агар жисмларнинг массалари тенг бўлсачи?

Чизмада I ва II жисмга таъсир қилаётган кучларни алоҳида - алоҳида кўрсатамиз. I жисмга таъсир қилаётган жисмнинг оғирлик кучи ва Архимед кучлари $\vec{P}_1$ ва $\vec{F}_{Ai}$; Иккинчи жисмга таъсир қилаётган кучлар ҳам, мос равишда $\vec{P}_2$ ва $\vec{F}_{A2}$ кучлардир. Бу кучларнинг йўналишлари чизмада кўрсатилган.

Бу масалани ечишда жисмларнинг О нуқтага нисбатан мувозанат шартини ёзишда моментлар қоидаси етарлидир.Масалада қўйилган $V_1 = V_2$ шартини қўллаймиз. $\vec{P}_1$ ва $\vec{F}_{Ai}$; кучлар учун елка ОА га тенг $\vec{P}_2$ ва $\vec{F}_{A2}$ кучлар учун елка ОВ га тенг $\vec{P}_1$ ва $\vec{F}_{A2}$ кучларнинг О нуқтага нисбатан айлантирувчи моментларининг ишораси мусбат бўлиб, $\vec{P}_2$ ва $\vec{F}_{A1}$ кучларнинг О нуқтага нисбатан айлантирувчи моментларининг ишораси манфий эканлигини ҳисобга олиб, қуйидагиларни ёзамиз.

$$F_{A2} \cdot OB - P_2 \cdot OB - F_{A1} \cdot OA + P_1 \cdot OA = 0 \qquad (1)$$

Жисмларнинг ҳажмлари тенг бўлиб, бир ҳил суюқликда турганликлари учун $F_{A1} = F_{A2}$ (Архимед кучлари тенг)

$F_{A1} = \rho_C \cdot gV_{ж}$ (2) $\quad F_{A2} = \rho_C gV_{ж}$ (3) (2) ва (3) ларни (1) га қўямиз.

$$\rho_C gV \cdot OB - m_2 g \cdot OB - \rho_C gV \cdot OA + m_1 g \cdot OA = 0 \qquad (4) \text{ ёки}$$

$$\rho_C gV \cdot OB - \rho_2 Vg \cdot OB - \rho_C gV \cdot OA + \rho_1 V \cdot OA = 0 \qquad (5)$$

$\rho_2 = 3\rho_C; \quad \rho_1 = 9\rho_C$ (масала шартига кўра)

$$\rho_C gV \cdot OB - 3\rho_C Vg \cdot OB - \rho_C gV \cdot OA + 9\rho_C gV \cdot OA = 0 \qquad (6)$$

$$\rho_C gV(OB - 3OB - OA + 9\cdot OA) = 0$$

$$\rho_C gV \neq 0$$

Булгани учун

$$-2\cdot OB + 8\cdot OA = 0$$

булади

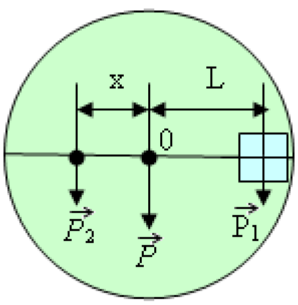
$$OB = \frac{8}{2}\cdot OA = 4\cdot OA = 4\cdot 9см = 36см$$

$OB = 36см\ldots$*экан.*

Масаланинг $m_1 = m_2$ бўлган шартини мустақил ечиш учун қолдирамиз. Демак, айланиш ўқи махкамланган жисмларнинг мувозанатига тегишли бўлган масалаларни, мувозанатнинг $\sum_{i=2}^{n}\vec{F}_1 = 0$ шартини ҳисобга олмай ҳам ечса бўлар экан.

Мувозанат шартидан фойдаланиб жисмларнинг оғирлик марказларини топишни қарайлик.

Бундай масалалар бирор-бир шаклдаги (айлана, тўғри тўртбурчак, учбурчак ва ҳакозо)жисмларга тегишли, ҳамда жисмлар системасига тегишли бўлиши мумкин. Бундай масалаларнинг ўзига хос хусусияти жисмлар ёки жисмлар системасининг оғирлик марказини топиб олтшдан иборат. Жисмларнинг оғирлик маркази қандай қилиб топилишини кўрайлик.



26-расм.

26-масала. 26-расмда кўрсатилгандек томонлари $\alpha = \frac{R}{2}$ га тенг бўлган квадрат қирқиб олинган, радиуси $R = 0{,}5м$ га тенг бўлган бир жинсли думалоқ дискнинг оғирлик маркази аниқлансин.

Бундай масалаларни қуйидаги шартларда ечиш мумкинлигини эсда тутиш лозим. Биринчидан (қаралаётган иҳтиёрий шаклнинг) кесилмаган пайтдаги оғирлик марказининг ўрни маълум бўлиш керак. Яъни биз қараётган масаладаги R радиусли бир жинсли дискнинг оғирлик маркази унинг O марказидан бўлишлиги равшан. Иккинчидан қирқиб олинган қисмнинг ҳам оғирлик маркази маълум бўлиши керак. қаралаётган масалада томонлари $\alpha = \frac{R}{2}$ га тенг бўлган квадратнинг ҳам оғирлик маркази маълумдир. Баъзан томонлари a га тенг бир жинсли квадрат пластинкадан $R = \frac{a}{4}$ бўлган думалоқ тешик очилгандан кейин пластинканинг оғирлик марказини топиш кўзда тутилади.

Бундай типдаги масалаларда кесик жойи бўлган шаклларни шундай чизиш керакки, унда симметрия ўқ горизонтал бўлсин. Бундай типдаги масалаларни ечишнинг, яна ўзига хос бир томони шундаки, бир жинсли диск бўладими, бир жинсли квадрат бўладими, унинг оғирлик марказига тўғри келадиган оғирлик кучи P ни иккита паралел ташкил этувчилардан иборат деб қараш керак.

Биринчиси, жисмнинг қирқиб олинган қисмидан қолган қисмнинг оғирлик марказини кўрсатувчи оғирлик кучи, бу кучнинг қўйилиш нуқтаси оғирлик марказидан ўнга ёки чапга силжиган бўлади. Агар жисмнинг оғирлик марказидан ўнг томондан бир қисм қирқиб олинса, жисмнинг қолган қисмининг оғирлик маркази чап томонга сурилади ва аксинча.

Иккинчиси, қирқиб олинган қисмнинг оғирлик марказига тўғри келувчи оғирлик кучидир.

Агар тенг таъсир этувчи кучнинг (P) қиймати паралел кучлардан (P_1) бирининг қиймати, ҳамда бу кучларнинг таъсир қилиш чизиқлари орасидаги масофа l маълум бўлса, иккинчи кучнинг (P_2) таъсир қилиш чизиғи ўрнини аниқлаш мумкин.

Демак кесилган ва бутун шаклларнинг оғирлик марказлари ўртасидаги X масофа аниқланади.

Навбатдаги ишимиз моментлар қоидаларини ёзишдан фойдаланамиз. Дискнинг оғирлик маркази учун $\sum_i M_i = 0$ шарт бажарилади. Юқорида айтганимиздек, $P = P_1 + P_2$ га тенг

О нуқтага нисбатан моментлар тенгламасини ёзамиз. P оғирлик кучининг О нуқтага нисбмтан елкаси l га тенг, айлантирувчи моментининг ишораси мусбат, P_2 оғирлик кучининг О нуқтага нисбатан елкаси X га тенг, айлатирувчи моментининг ишораси минус эканлигини ҳисобга олиб $P_1 \cdot l - P_2 \cdot X = 0$ (2) бундан $P_1 l = P_2 X$ (3) бироқ $P_2 = (P - P_1)$

$$P_1 l = (P - P_1)X \qquad (3) \qquad\qquad X = \frac{P_1 l}{(P - P_1)} \qquad (3^*)$$

бу ерда $P = mg = V\rho g = \rho Shg$ $\qquad P = \rho Shg$ $\qquad$ (4)

Худди шунингдек

$P_1 = \rho S_1 hg$ (5) деб ёзамиз (4) ва (5) ни (3*) га қўйсак $X = \dfrac{\rho S_1 hgl}{\rho gh(S - S_1)} = \dfrac{S_1 \cdot l}{S - S_1};$

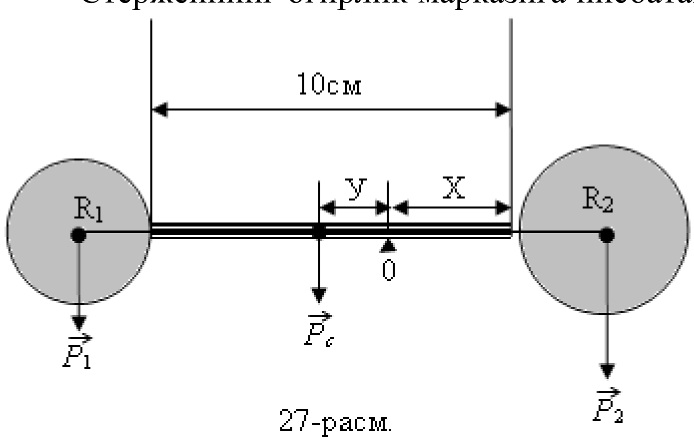
$X = \dfrac{S_1 \cdot l}{S - S_1}$ (6) $\qquad S_1 = a^2 = \dfrac{R^2}{4};$ $\qquad S = \pi R^2;$ $\qquad l = \dfrac{R}{2};$ тенгламаларни ҳисобга олсак $X = 0{,}02\,м$ эканлиги келиб чиқади.

Жисмлар системасининг оғирлик марказини топишга қаратилган масалани кўрайлик.

27-масала. Радиуслари 4 ва 6 см бўлган 10 ва 12 кг массали иккита бир жинсли шар массаси 2 кг ва узунлиги 10 см ли бир жинсли стержень билан уланган. Шу системанинг оғирлик марказини топинг.

Бундай типдпги масалаларни ечиш учун аввало схематик чизма чизиб ҳар бир шарнинг ва уларни бирлаштирувчи стерженнинг оғирлик марказини аниқлаб, уларга мос равишда оғирлик кучларини қўямиз.

Стерженнинг оғирлик марказига нисбатан ўнг ва чап томонларида жойлашган жисмларнинг оғирлик кучларига қараб, бутун системанинг оғирлик маркази, стержен оғирлик марказидан ўнг томонида эканлигини аниқлаймиз (27-расм).



27-расм.

Бутун системанинг оғирлик марказини топиш учун ситеманинг О нуқтага нисбатан моментлар қоидасини ёзамиз.

P_2 куч учун елка $(6 - x)$га тенг бўлган бўлиб, унинг айлантирувчи моменти мусбат ишора билан олинади.

P_1 куч учун елка $(14 - x)$ бўлиб, унинг айлантирувчи моменти минус ишора билан олинади.

P_C куч учун елка $y = (5 - x)$бўлиб, унинг айлантирувчи моменти ҳам минус ишора билан олинади. У ҳолда

$$P_2(6 + X) - P_1(14 - X) - P_C(5 - X) = 0 \qquad (1)$$

$$P_2(6 + X) = P_1(14 - X) + P_C(5 - X); \qquad (2)$$

$m_2 g(6+X)=m_1 g(14-X)+m_C g(5-X)$ (2*) қавсларни очиб чиқсак

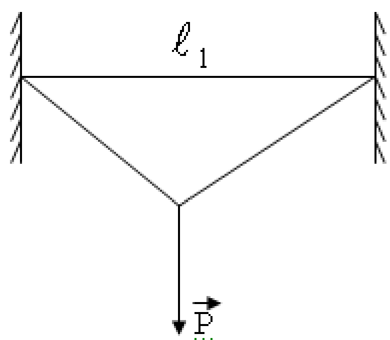
$$6m_2+m_2X=14m_1-m_1X+5m_C-m_CX$$
$$m_2X+m_1X+m_CX=14m_1+5m_C-6m_2$$
$$X=\frac{14m_1+5m_C-6m_2}{m_2+m_1+m_C}=3{,}25c$$

$$X=3{,}25см, ёки$$
$$Y=5см-3{,}25см=1{,}75см;$$
$$Y=1{,}75м.$$

Бундай системанинг оғирлик маркази стерженнинг ўртасидан катта шар томонда 1,75 см масофада бўлар экан.

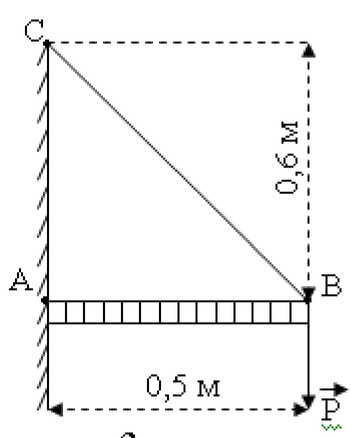
Статика элементлари
Мустақил ечиш учун масалалар

1. Автомобиль кескин тормозланганда унинг олд томони чўкади. Нима учун?
2. Темир стерженнинг бир учидан 8 см, иккинчи учидан 16 см қирқиб олинди. Стерженнинг қолган қисмининг оғирлик маркази қаерга ва қанчага кўчган.
3. Оғирлиги Р=1,2 $\cdot 10^4$ Н бўлган труба Ерда ётибди. Унинг бирор учидан кран билан кўтариш учун қандай куч керак бўлади?
4. Узунлиги 1 м ва массаси 5 кг бўлган стержен иккита ўзаро параллел, бир хил узунликдаги ипга горизонтал ҳолда осиб қўйилган. Стерженга бир учидан 0,25 м масофада 10 кг массали юк маҳкамлаб қўйилган. Ипларнинг таранглигларини аниқланг.
5. Узунлиги L=2 м бўлган канопнинг икки учи иккита михга боғланган. Михлар орасидаги масофа L=1,5 м. Канопга Р=30Н оғирликдаги юк осиб қўйилган (1-расм). Канопнинг таранглиги топилсин. (Канопнинг юк таъсиридаги чўзилиш ҳисобга олинмасин).



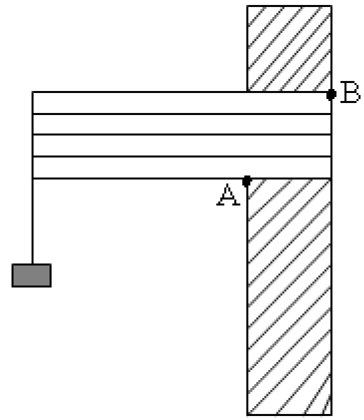
1-расм

6. 2-расмдагидек тузилган османинг АВ тахтачаси учига Р=80 Н оғирликдаги юк осиб қўйилган АВ тахтачага ва СВ симга таъсир қиладиган кучлар топилсин.



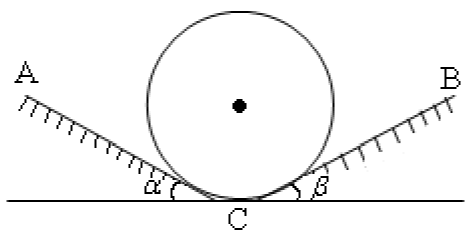
2-расм

7. Узунлиги 1,5 м, массаси 50 кг бўлган горизонтал тўсин қалинлиги 0,5 м бўлган деворнинг A ва B нуқталарига таяниб турадиган қилиб ўрнатилган (3-расм). Тўсиннинг реакция кучларини аниқланг.



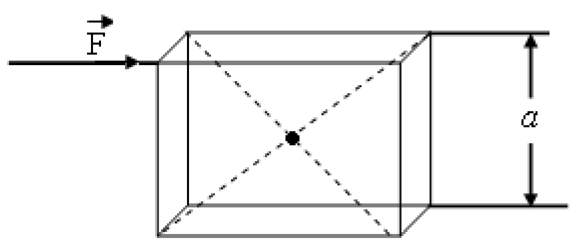
3-расм

8. P=50 Н оғирликдаги шар иккита силлиқ текисликка таяниб турибди (4-расм). Бу текисликларнинг чап тамондагиси горизонт билан $\alpha = 35^0$ ни, ўнг томондагиси эса $\beta = 20^0$ ни ташкил этади. Текисликларнинг шарга реакция кучлари топилсин.



4-расм

9. Кубнинг устки ёғига горизонтал таъсир қилаётган F куч уни бошқа томонга ағдариб юбориш учун кубнинг томони билан горизонтал текислик орасида ишқаланиш коэффициенти μ камида қанча бўлиши керак (5-расм)?

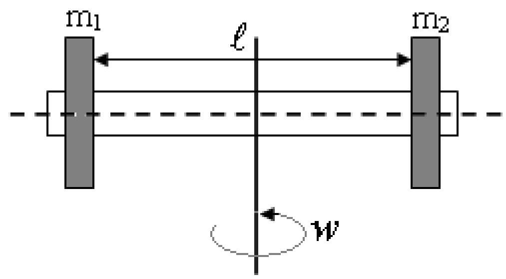


5-расм

10. Агар яшик билан майдонча орасидаги ишқаланиш коэффициенти $\mu = 0{,}27$, яшикка таъсир қилувчи куч горизонтга нисбатан $\alpha = 30^0$ бурчакни ташкил қилса, оғирлиги P=600 Н бўлган яшикни текис сура олиш учун F куч қандай бўлиши керак.

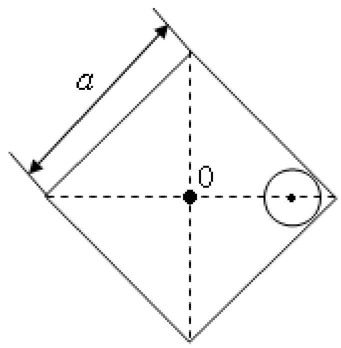
11. Вертикал ўқда горизонтал штанга махкамланган бўлиб, унда ℓ узунликдаги ипга боғланган m_1 ва m_2 массали иккита юк эркин силжий олади. Система w ўзгармас бурчак тезлик

билан айланади (6-расм). Ишқаланишни ҳисобга олмай, айланиш ўқидан қандай масофада юкчалар мувозанатда бўлишини аниқланг?



6-расм

12. 7-расмда кўрсатилгандек, радиуси $\frac{a}{4}$ бўлган думалоқ тешик очилган, томонлари a га тенг бир жинсли квадрат пластинканинг оғирлик маркази аниқлансин.



7-расм

13. Кўндаланг кесимлари тенг бўлган, бир хил узунликдаги иккита қўрғошин ва темир бўлакларидан ташкил топган стерженнинг умумий узунлиги 0,5 м бўлсин, унинг массалар марказини аниқланг.

Иш, қувват, энергия
Асосий қонунлар ва формулалар

Бизга ўзгармас кучнинг бажарган иши $A = F \cdot S\cos\alpha$ (1) формуладан топилиши маълум. Бу ерда $\alpha -$ кўчиш ва куч векторлари орасидаги бурчак, S эса кўчиш модули. Одатда жисм бир неча кучлар таъсирида кўчиши мумкин. Бундай шароитда бажарилган умумий иш, ҳар бир кучнинг бажарган ишларининг алгебраик йиғиндисига тенгдир:

$$A = \sum_{i=1}^{n} A_i \qquad (2)$$

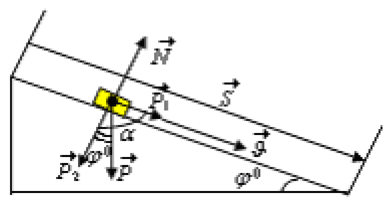
Эластик пружина томонидан чўзилувчан ёки сиқилувчан жисмларга таъсир қилувчи кучлар $F = -kx$ (3) қонун асосида ўзгаришини биламиз. Бу ерда Х-пружинанинг бикрлиги бўлиб пружинани бир-бирликка узайтувчи кучни кўрсатади. К-силжиш. Эластиклик кучининг ўртача қиймати $F_y = \frac{F_б + F_{ox}}{2}$ (4) бўлади. Бундай кучнинг бажарган иши $A = \frac{F}{2}X$ ёки $A = \frac{kX^2}{2}$ (5) га тенг. Ишга тегишли масалаларни шартли равишда иккига бўлиш мумкин экан. Ўзгармас куч таъсирида ҳамда ўзгарувчан куч таъсирида бажарилган ишни топишга тегишли масалалар.

Ўзгармас кучнинг бажарган ишини топишда, ҳаракатдаги жисмга қандай кучлар таъсир қилишини аниқлаштириб, масалада қайси кучнинг бажарган иши сўралмоқда, уни ажратиб кўрсатиш лозим. Иш бажараётган куч билан жисмнинг кўчиши (тезлиги) орасидаги бурчакни аниқлаштириш керак. Бу бурчак $0^0, 90^0, 180^0$ ва ҳакозо бўлиши мумкин. Жисмнинг қия текисликдаги ҳаракатида бирор кучнинг бажарган иши сўралса ишдаги α бурчак билан, қия текиликнинг қиялик бурчагини зинҳор аралаштириб юбормаслик керак. Агарда масалада $\vec{F}$ кучнинг ҳамда $\vec{S}$ кўчишнинг қийматлари берилмаган бўлса, масала шартига кўра F кучнинг қийматини Ньютоннинг II қонунидан, S- кўчишнинг қийматини эса кинематика формулаларидан фойдаланиб топилади.

Айтилганларни аниқ бир масалада кўрайлик:

28-масала. Массаси 10 т бўлган автомобиль горизонт билан 4^0 бурчак ташкил қилувчи қия йўлда двигатели ўчирилган ҳолда пастликка ҳаракатланмоқда. 100 м йўлда оғирлик кучининг бажарган ишини топинг.

Масалага тегишли чизма чизамиз. қия текслик бўйлаб пастга томон ҳаракатланаётган автомобилга қандай кучлар таъсир қилишини аниқлаштирганимизда, автомобилга автомобилнинг оғирлик кучи $\vec{P}$, ҳамда таянчнинг реакция кучи $\vec{N}$ (бу куч одатда иш бажармайди, чунки бу куч ҳамма вақт кўчишга перепендикулярдир) таъсир қилар экан. Бу кучларни чизмада кўрсатамиз (28-расм).

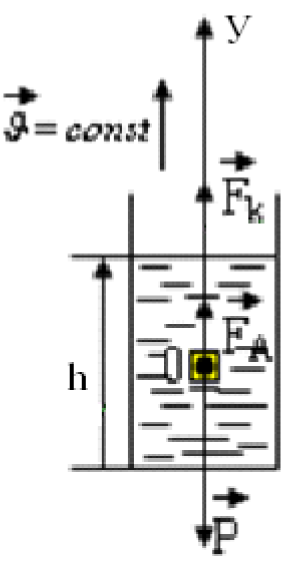


28-расм

Масалада эса оғирлик кучининг бажарган иши сўралмоқда. Оғирлик кучи билан кўчиш (тезлик) орасидаги бурчак берилмаган. Масалада берилган 4^0 эса қиялик бурчагидир (Кўпинча ўқувчилар α бурчакни қиялик бурчаги деб қарайдилар). Бундай ҳолларда оғирлик кучини иккита $\vec{P_1} ва \vec{P_2}$ ташкил этувчиларга ажратиш керак. P_2 -ташкил этувчиси ҳам иш бажармайди. P_1–ташкил этувчиси билан кўчиш орасидаги бурчак 0^0 га тенг бўлиб, $A = P_1 S$ (1) бўлади. Чизмадан $P_1 = P\sin\alpha$ (2), у ҳолда $A = PS\sin\alpha$ (3) бўлади. $P = mg$; $S = 100м$; $\alpha = 4^0$; $\sin 4^0 = 0{,}0698$ $m = 10т = 10^4 кг$; қийматларни (3) формулага қўйсак $A = 700кЖ$ келиб чиқади.

Ўқувчилар иш формуласида $\sin\alpha$ ни кўришга кўникмаганлар. Иложи борича $\cos\alpha$ га ўтиш керак. Бу қандай бажарилади. Чизмадан α нинг 86^0 га тенглиги кўринади. У ҳолда $A = PS\cos 86^0$ (4) деб олиш мумкин. Бу ҳолда ҳам иш $A = 700кЖ.$, бўлади. Бу масалада, ишни бажараётган куч ва кўчиш берилган бўлиб α ни аниқладик.

Энди қуйидаги масалани кўрайлик.



29-расм

29-масала. Ҳажми 0,6 $м^3$ бўлган тош сувда 5 м чуқурликдан сув бетига кўтарилди. Тошнинг зичлиги 2500 $\frac{кг}{м^3}$. Тошни кўтаришида бажарган ишни топинг.

Масалага тегишли схематик чизма чизамиз. Тош сув тагидан, сиртига тўғри чизиқли текис кўтарилмоқда деб қаралади (тезланиш хақида гапирилмаган). Тошга қуйидаги кучлар таъсир қилади. Тошни юқорига кўтарувчи $\vec{F}_k$ куч, юқорига қараб йўналган $\vec{F}_A$ Архимед кучи ва ниҳоят пастга вертикал йўналган тошнинг $\vec{P}$ оғирлик кучи. (29-расм.)

Масалада тошни кўтарувчи кучнинг бажарган ишини сўралмоқда. Бу куч билан кўчиш орасидаги бурчак 0^0га тенг бўлиб, бу ҳолда бажарилган иш $A = F_k \cdot h$ га тенг. $h = 5м$ га тенг, F_k - кучни эса мувозанат шартидан фойдаланиб топамиз.

$\vec{P} + \vec{F}_A + \vec{F}_k = 0$ (2) бу кучларнинг ОУ координата ўқига проекциялари.

$F_k + F_A - P = 0$ (3)

$F_k = P - F_A$; $P = mg = \rho V g$; $F_A = \rho_C V g$ га тенг эканликларини назарга олсак

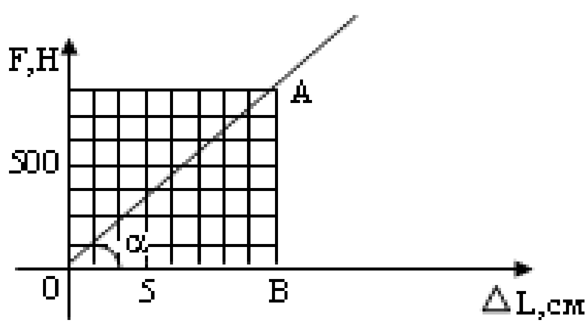
$F_k = Vg(\rho_{тош} - \rho_{сув})$ (4)

(4) ни (1) га қўйсак $A = Vg(\rho_{тош} - \rho_{сув}) \cdot h$ (5) бўлади.

$$A = 0{,}6m^3 \cdot 10\frac{Н}{кг}\left(2500\frac{кг}{м^3}\right)5м = 45 \cdot 10^3\ Ж = 45кЖ \qquad A = 45кЖ$$

Ўзгарувчан кучларнинг бажарган ишига тегишли масала қарайлик. Ўзгарувчан кучларнинг бажарган иши $A = F_{ур}S$ формула билан топилади (бу ерда $F_{ур}$ ҳам S кўчиш ҳам берилган бўлиши керак). Ўзгарувчан кучларга пружинанинг эластиклик кучи, Архимед кучи мисол бўлади. (Архимед кучи қуйидагича ўзгаради, жисм тўлиқ ҳажми бўйича суюқлик ичида бўлганда аниқ бир қийматга эга бўлади. Жисм сув бетига чиқиши билан Архимед кучи камайиб боради, чунки жисм ҳажмининг бир қисми суюқликда, бир қисми эса ҳавода бўлади). Юқорида айтилганларни аниқ бир масалада кўрайлик.

30-масала. 30-расмда пружинанинг чўзилиши ва чўзувчи куч орасидаги боғланиш графиги келтирилган. 6 см га чўзилган пружинанинг потенциал энергиясини аниқланг. α бурчак тангенисининг ва графикнинг ОА участкаси остидаги учбурчак юзининг физик маъносини кўрсатинг.



30-расм.

Бу масала ўзгарувчан кучнинг бажарган ишига тегишли бўлиб, бу ўзгарувчан куч эластиклик кучидир. Эластик кучнинг сон қиймати

$F_{эл} = kx$ (1) формула билан аниқланади.

Пружинанинг потенциал энергиясининг ўзгариши бажарилган ишга тенглигини биламиз. Ишни ҳисобласак, потенциал энергияни топган бўламиз. Пружинани 8 см га чўзишда бажарган иш

$A = \frac{F_{эл}}{2} \cdot X = \frac{kx^2}{2}$ $\qquad A = \frac{kx^2}{2}$ (2) бу формуладан ишни ҳисоблаймиз, бунинг учун $k -$ни графикдан фойдаланиб топамиз.

$$k = \frac{100H}{1см} = 10^4\ \frac{H}{м} \qquad k = 10^4\ \frac{H}{м}$$

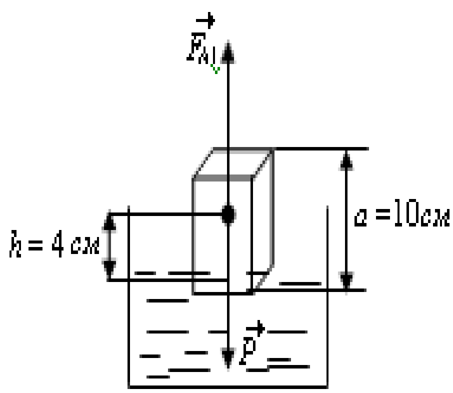
$$X = 8 \cdot 10^{-2}\, м; \qquad A = \frac{10^4 \cdot \frac{H}{м} \cdot 64 \cdot 10^{-4}\, м^2}{2} = 32\,Ж, \qquad A = 32\,Ж$$

Архимед кучини бажарган ишига тегишли масалани кўрайлик.

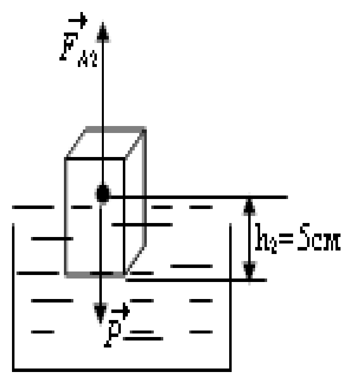
31-масала. Ёғочдан ясалган томонлари 10 см га тенг бўлган куб, сув сиртида сузиб юрибди. Кубнинг оғирлик маркази сув сиртидан 4 см юқорида. (31-расм) Кубни оғирлик марказигача сувга ботириш учун қандай иш бажариш лозим.

Биринчи ҳолда куб сузиб юрар экан, сузиш шарти $P = F_{Ai}$ (1) $P = mg$ га тенг, $F_{A1} = \rho V_1 \cdot g$ (2)

Бу ерда V_1 -кубнинг сувдаги дастлабки ҳажми (куб сузиб юрганда сувда бўлган ҳажми) ρ - сув зичлиги. Кубни сувга бирор X чуқурликка ботирганимизда, Архимед кучи жисмнинг оғирлик кучидан катта бўлади. Натижавий F_x куч бу икки кучнинг тенг таъсир этувчиси бўлиб унинг қиймати $F_x = F_{A2} - mg$ (3) бўлади.



31-расм.



31*-расм.

Бу ерда $F_{A2} = \rho V_2 g$; V_2 - кубнинг сувдаги ҳажми. Биз кубни сувга ботираётганимизда F_x кучга қарши иш бажарамиз.

$$\begin{aligned} F_x &= \rho_{21} g - mg = \rho_{21} g - \rho_1 g \\ F_x &= \rho_2 g - \rho V_1 g \end{aligned} \qquad (4)$$

Масала шартидан $V_1 = Sh_1$; $V_2 = Sh_2$ $S = a^2$; $h_1 = \frac{a}{2} - h = 1см$ эканлиги кўринади.

Шундай қилиб, $F_x = \rho a^2 h_2 g - \rho a^2 h_1 g$; $h_2 = x + h_1$;

$$X = h_2 - h_1 \qquad (5)$$

$$F_x = \rho a^2 g\left(h_2 - h_1\right) = \rho a^2 gX; \qquad F_x = \rho a^2 gX \qquad (6)$$

(6) формуладан F_x куч , Х-га пропорционал экан. Масалада $x = 4$ см га тенг демак $h = X$. Кучнинг ўртача қиймати эса $F_{ыр} = \frac{F_1 + F_2}{2}$; (7) ($F_1 = 0$ $F_2 = \rho a^2 gh$) бўлганлиги учун бажарилган иш

$$A = \frac{\rho a^2 gh^2}{2} = 0{,}08Ж$$ А = 0,08 Ж экан.

Қувватга тегишли масалалар

Ўзгармас тортиш кучи вужудга келтирадиган қувват қуйидаги формулалар орқали аниқланади.

$N = \frac{A}{t}$ (1) ёки $N = F\vartheta\cos\alpha$ (2), F - куч ҳар доим жисмнинг тезлиги томонга йўналган тортиш кучи эканлигини эсдан чиқармаслик керак. У ҳолда $\alpha = 0^0; \cos 0^0 = 1;..N = F\cdot\vartheta$ (3) бўлади. υ – жисмнинг тезлиги.

Одатда қувватга тегишли мсалаларни ечишда, ўртача қувват ҳақида гап бормоқдами, ёки оний қувват сўралмоқдами аниқлаштириш даркор. Масала шартида қувватнинг ўртача қийматини аниқлаш керак бўлса, у ҳолда тезликни ўртача тезлик деб,

$$N_{ур} = F\cdot\vartheta_{ур} \qquad (4)$$

Оний қувватни топиш зарур бўлса тезликни оний тезлик деб олмоқ керак. $N_{ОН} = F\cdot\vartheta_{ОН}$ (5)

Максимал ва минимал қувватлар оний қувватга тегишли эканлигини унутмаслик керак. Машина ва механизмларнинг фойдали иш коэффициенти $\eta = \frac{A_ф}{A_{ум}} = \frac{N_Ф}{N_{ум}}$ (6) формула билан аниқланади.

$A_Ф$ - фойдали иш, $N_Ф$ -фойдали қувват, $A_{ум}$ - умумий сарфланган иш, $N_{ум}$- умумий сарфланган қувватдир Агар ўртача қувват сўралаётган бўлса, қувватни (1) ва (3) формулалардан фойдаланиб топилади. Умумий сарфланган қувват сўралаётган бўлса (6) формула орқали топилади. Агарда масалада тортиш F куч берилмаган бўлса, динамиканинг асосий тенгламаси тузилади ва F тортиш кучи аниқланади. Кўчиш охиридаги тезлик модулининг қиймати берилмаган бўлса, бу тезлик кинематика формулаларидан топилади. Масалада фойдали иш коэффициенти берилган бўлса, қайси қувват фойдали қувват, қайси қувват умумий қувват эканлигини аниқлаб олиш керак.

32-масала. Массаси 12 т бўлган троллейбус баландлиги 12 м ва узунлиги 180 м бўлган тепаликка 6 $\frac{м}{с}$ тезликда яқинлашмоқда. Агар оҳирги тезлик 10 $\frac{м}{с}$, қаршилик коэффициенти 0,03 га тенг бўлса, шу тепаликка кўтарилишда двигатель қандай минимал қувват истеъмол қилади? Двигателнинг фойдали иш коэффициенти 90%.

Троллейбуснинг қия текислик бўйлаб кўтарилиши тўғри чизиқли текис тезланувчан ҳаракат деб қаралсин. Йўлнинг горизонтга нисбатан қиялик бурчаги кичик деб олинсин. Масалага тегишли чизма чизилади. Троллейбусга таъсир қилувчи кучлар аниқланади. Бу кучлар чизмада кўрсатилади. ОХ ва ОУ координата ўқлари чизмага жойлаштирилади (32-расм).

32-расм.

Юқорида айтганимиздек бу масалада фойдали иш коэффициенти берилган, умумий қувват (минимал) сўралмоқда.

У ҳолда $\eta = \frac{N_\phi}{N_{ум}}$ (1) формуладан фойдаланамиз. Бу ерда $\eta \cdot N_{ум} = N_\phi$

$N_{ум} = \frac{N_\phi}{\eta}$ (2) бўлади. N_ϕ -фойдали қувватни, $N_\phi = F \cdot \vartheta \cos\alpha$ (3) дан топамиз. F –тортиш кучи ва троллейбус тезлиги, бир томонга йўналганлиги учун $\alpha = 0$;

$$P_\phi = F \cdot \vartheta \qquad (3^*)$$

F-тортишиш кучи берилмаганлиги учун, уни динамиканинг асосий тенгламасидан топамиз.

$$\vec{P} + \vec{F} + \vec{N} + \vec{F}_{и} = m\vec{a} \qquad (4)$$

ёки $\vec{P}_2 + \vec{P}_1 + \vec{F} + \vec{N} + \vec{F}_{и} = m\vec{a}$ (4*)

(4*) тенгламадаги вектор катталикларни ОХ ва ОУ координата ўқларига проекциялаб оламиз. ОХ координата ўқига проекциялаймиз.

$$F - F_{и} - P_1 = ma \qquad (5)$$

$F_{и} = \mu N$; $P_1 = P\sin\varphi$ ОУ координата ўқига проекцияласак $N - P_2 = 0$ (6).
$P_2 = P\cos\varphi$ $N = P\cos\varphi$ (6*) келиб чиқади. (5) дан $F = F_{и} + P_1 + ma = ma + \mu mgCos\varphi + mgSin\varphi$

$$F = ma + \mu mgCos\varphi + mgSin\varphi \qquad (7)$$

У ҳолда $N_\phi = m\vartheta(a + gSin\varphi + \mu gCos\varphi)$ (8)

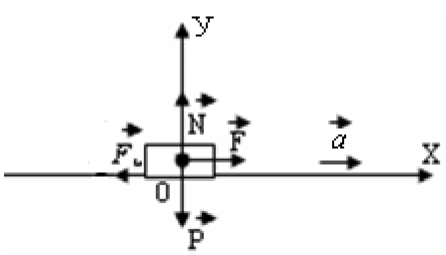
(8) ни (2) га олиб қўйсак

$$N_{ум} = \frac{m\vartheta(a + gSin\varphi + \mu gCos\varphi)}{\eta} \qquad (9)$$

Тезланишни қуйидаги кинематик муносабатдан фойдаланиб топамиз. $S = \frac{\vartheta^2 - \vartheta_0^2}{2a}$; (10)

$S = l$ га тенг деб олсак $a = \frac{\vartheta^2 - \vartheta_0^2}{2l} = 0{,}2\frac{м}{с^2}$; $a = 0{,}2\frac{м}{с^2}$ экан. Масала шартига кўра кичик қиялик бурчагида $Sin\varphi = tg\varphi$ $tg\varphi = \frac{h}{l} = 0{,}07$ $m = 12 \cdot 10^3 кг$; $\vartheta = 10\frac{м}{с}$; $a = 0{,}2\frac{м}{с^2}$; $Sin\varphi = 0{,}07$; $\mu = 0{,}03$; $\eta = 0{,}9$; $Cos\varphi = 1$ қийматларни (9) формулага қўйиб, ҳисоблаб $N_{ум} = 157{,}3 кВт$ лигини топамиз.

33-масала. Автомобиль тинч ҳолатдан бошлаб ҳаракатланиб t-вақт давомида ϑ тезликка эришган. Автомобилнинг массаси m га, ишқаланиш коэффициенти μ га тенг, автомобилнинг ўртача қувватини топинг. Автомобилнинг ҳаракати текис тезланувчандир.



33-расм.

Автомобилга таъсир қилувчи кучларни аниқлаймиз. Буни чизмада акс эттирамиз (33-расм.)

Ўртача қувват сўралгани учун $N_{ўр} = F \cdot \vartheta_{ўр}$ (1) формуладан фойдаланиб топамиз. F-тортишиш кучини Ньютоннинг II қонунидан фойдаланиб топамиз

$$\vec{P} + \vec{F}_{и} + \vec{N} + \vec{F} = m\vec{a} \qquad (2)$$

Бу кучларни ОХ координата ўқига проекцияси $F = F_{и} = ma$ (2*)

$F_{и} = \mu N$

$N = P$

$F = \mu mg$

$$F = ma + F_{и} = ma + \mu mg = m(a + \mu g) \qquad (3)$$

$N_{yp} = m \cdot \vartheta_{yp}(a + \mu g)$ (4)

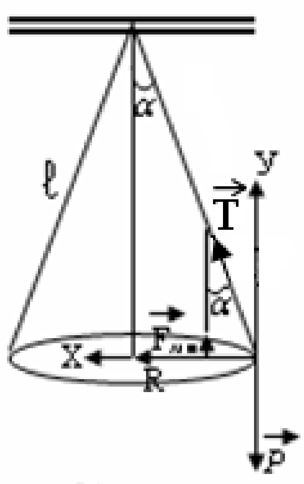
$\vartheta_{yp} = \frac{\vartheta}{2}$; (текис ўзгарувчан ҳаракатда ўртача тезлик, тезликларнинг ўртача арифметик қийматига тенг).

$a = \frac{\vartheta - \vartheta_0}{t}$; $\vartheta_0 = 0$; $a = \frac{\vartheta}{t}$; $N_{yp} = m\frac{\vartheta}{2}\left(\frac{\vartheta}{t} + \mu g\right)$ (5)

Механик энергияга тегишли масалаларни ечиш методикаси

Механик энергия биламизки, m массаси жисмнинг кинетик энергиясидан ва унинг потенциал энергиясидан иборат. υ тезлик билан ҳаракатланаётган m массали жисмнинг кинетик энергияси $E_k = \frac{m\vartheta^2}{2}$ формула билан аниқланади. Жисмнинг потенциал энергиясининг формуласи турли хил кўринишга эга бўлади. h баландликка кўтарилган m массали жисмнинг потенциал энергияси $E_n = mgh$ формула билан, чўзилган пружинанинг потенциал энергияси $E_П = \frac{\kappa x^2}{2}$ (3) формула билан аниқланади. *k* - пружинанинг бикрлиги, x - чўзилиш катталиги. Тўлиқ механик энергия $E = \sum_i E_k + \sum_i E_П$ (4) яъни $E = \frac{m\vartheta^2}{2} + mgh$ (5) ёки $E = \frac{m\vartheta^2}{2} + \frac{kx^2}{2}$ (6) формулалар билан аниқланади. Энергияга тегишли масалаларни қараймиз.

34-масала. Узунлиги *l* = 40 см бўлган ипга осилган *m=100 г* массали шарча горизонтал текисликда айлана чизади. Агар шарча ҳаракатланаётган вақтда вертикал билан $\alpha = 60^0$ ўзгармас бурчак ташкил қилса шарчанинг кинетик энергияси қанча? (34-расм.)



34-расм.

Шарчанинг кинетик энергияси $E_k = \frac{m\vartheta^2}{2}$ (1) формула билан аниқланади. ϑ тезликни айланма ҳаракат динамикасининг тенгламасидан топилади. $\vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}$ (1) тенгламадаги вектор катталикларни ОХ ва ОУ координата ўқларига проекциялаймиз.

ОХ координата ўқига проекциялаcак $T\sin\alpha = ma_n$ (2)

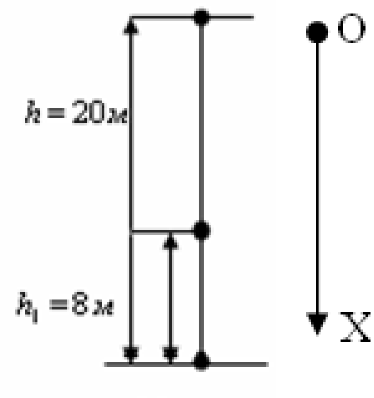
$a_n = \frac{\vartheta^2}{R}$ (3)

$T\sin\alpha = m\frac{\vartheta^2}{R}$; (4) $R = l \cdot Sin\alpha$ (5)

ОУ координата ўқига проекцияси

$T\cos\alpha - P = 0$ (6) $T\cos\alpha = mg$ (6*)

$$\begin{cases} T\sin\alpha = m\dfrac{\vartheta^2}{R} \\ T\cos\alpha = mg \end{cases}$$



35-расм.

$$tg\alpha = \frac{\vartheta^2}{Rg}$$
$$\vartheta^2 = R \cdot g \cdot tg\alpha = l \cdot gSin\alpha \cdot tg\alpha$$
$$\vartheta = \sqrt{\ell g \cdot Sin\alpha \cdot tg\alpha}$$
$$F_k = \frac{m \cdot g \cdot l \cdot Sin\alpha \cdot tg\alpha}{2} = 0{,}3Ж$$
$$E_k = 0.3Ж$$

35-масала. Массаси 1кг бўлган жисм $h = 20$ м баландликдан эркин тушмоқда. Жисмнинг туша бошлаган ва тушган пайтидаги, шунингдек Ер сиртидан $h_1 = 8$ м баландликдаги потенциал ва кинетик энергияларини топинг. $g = 10\frac{м}{с^2}$ га тенг деб олинг. Ҳавонинг қаршилигини ҳисобга олманг (35-расм). Н баландликда жисмнинг потенциал энергияси

$$E_П = mgh = 1кг \cdot 10\frac{м}{с^2} \cdot 20м = 200Ж\ .$$

h_1 баландликда жисм потенциал ва кинетик энергияларга эга.

$$E = E_к^1 + E_П^1 \qquad (2) \qquad E_П^1 = mgh_1 \qquad (3)$$

$$E_П^1 = 1кг \cdot 10\frac{м}{с^2} \cdot 8м = 80Ж \qquad E_П^1 = 80Ж$$

Энергиянинг сақланиш қонунига кўра $E_k^1 = E - E_П^1 = 200Ж - 80Ж = 120Ж$

$$E_к^1 = 120Ж$$

Тушган пайтдаги энергияси $E_k = \frac{m\vartheta^2}{2}$ (4)

$$h = \frac{\vartheta^2 - \vartheta_0^2}{2g}; \qquad \vartheta_0 = 0; \qquad \vartheta^2 = 2gh; \qquad (5)$$

$$E_k = \frac{m \cdot 2gh}{2} = mgh = E_П = 200Ж$$
$$E_к = 200Ж.$$

Иш, Энергия, қувват
Мустақил ечиш учун масалалар

1. 500 кг массали жисмни 10 м/с тезлик билан 5 с да текис кўчириш учун қандай иш бажариш керак? Куч йўналишини ҳаракат йўналиши билан мос тушади деб ҳисобланг. Ишқаланиш коэффиценти 0,02 га тенг.
2. $2 \cdot 10^3$ массали автомобиль жойидан 20 м/с^2 тезланиш билан қўзғалиб, горизонтал йўлда 5 с ичида тезлигини оширди. Агар қаршилик коэффициенти 0,01 га тенг бўлса, бу вақтда қанча иш бажаради.
3. 20кг массали жисмни тинч ҳолатдан, 10 с ичида 20 м баландликка текис тезланувчан кўтаришда бажарилган ишни аниқланг. Ҳавонинг қаршилигини ҳисобга олманг.

4. Массаси $3 \cdot 10^3$ кг бўлган вагонеткани рельс бўйлаб қиялиги горизонтга нисбатан 30^0 бўлган тоққа кўтаришди. Вагонетканинг 0,2 м/с^2 тезланиш билан ҳаракатланаётганлиги маълум бўлса, тортиш кучи 50 м йўлда қандай иш бажарган. Ишқаланиш коэффиценти 0,1 га тенг.

5. 31 кг массали юкни горизонтал сирт бўйлаб горизонтга 60^0 бурчак остида таъсир қилувчи куч ёрдамида ўзгармас тезлик билан кўчирилмоқда. Ишқаланиш коэффиценти 0,7. Жисмни 5м га кўтаришда 500 Ж иш бажарилди. Юкка қўйилган кучнинг катталиги нимага тенг.

6. Бир хил узунликдаги 9,8 ва 19,6 Н/м бикрликка эга бўлган пружиналарнинг учлари параллел бирлаштирилган. Пружиналарни 1 см га чўзиш учун қандай иш бажариш керак.

7. Агар пружиналар кетма-кет уланган бўлса, уларни чўзиш учун қанча иш бажариш керак (6-масала шартига қаранг).

8. Томони 6 см бўлган кубча сув остида юқори нуқталари сув сиртига тегиб турадиган қилиб ушлаб турилибди. Агар кубчани қўйиб юборилса итариб чиқарувчи куч қандай иш бажаради. Кубча тайёрланган модданинг зичлиги 500 кг/м^3.

9. Горизонтал йўлда 36 км/соат тезлик билан кетаётган 10^6 кг массали поезд тормозлангач 40 с дан кейин тўхтади. Тормозланишда поезд эришган ўртача қувватни топинг.

10. Массаси $3 \cdot 10^4$ кг бўлган танк горизонтга нисбатан қиялиги 30^0 бўлган тоққа кўтарилмоқда. Агар танкнинг фойдали қуввати $3{,}6 \cdot 10^5$ Вт бўлса, у қандай максимал тезликка эришиши мумкин? Ҳаракатга қаршиликни ҳисобга олманг.

11. Агар 10^3 кг массали автомобиль 36 км/соат ўзгармас тезлик билан: а) горизонтал йўл билан; б) ҳар 100 м да 5 м қиялиги бўлган тоққа; в) худди шундай қияликдаги тоғдан пастга тушса, унинг двигатели қандай қувватга эришади. Ишқаланиш коэффициенти 0,07 га тенг.

12. Массаси 10 кг бўлган юк 20 м баландликдан тинч ҳолатдан эркин тушади. Жисм ерга урилган пайтда кинетик энергияси нимага тенг ва траекториясининг қайси нуқтасида кинетик энергия потенциал энергиядан 3 марта катта. Ҳавонинг қаршилигини ҳисобга олманг.

13. 10 кг массали жисм горизонтга нибстан 30^0 бурчак остида 10 м/с тезлик билан отилди. Отилгандан 0,5 с дан кейин жисмнинг тўлиқ энергияси нимага тенг.

V БОБ
Механикада сақланиш қонунлари
Асосий қонунлар ва формулалар

Механикада сақланиш қонунлари ёпиқ системалар учун ўринлидир. Системадаги жисмлар фақат бир-бири билан ўзаро таъсирлашса ёки системага ташқи кучлар таъсир қилмаса (яъни ташқи кучлар ўзаро мувозанатлашса), бундай жисмлар системаси ёпиқ (ёки изоляцияланган) система деб аталади. Ёпиқ системада ўзаро таъсирлашаётган n та жисм учун импульснинг сақланиш қонуни

$$m_1\vec{\vartheta}_1 + m_2\vec{\vartheta}_2 + \ldots\ldots + m_n\vec{\vartheta}_n = const \qquad (1)$$

ёки
$$\sum_{l=1}^{n}\left(m\vec{\vartheta}\right)_i = const \qquad (2)$$
ифодаловчи формулалардир. Ёпиқ системадаги барча жисмлар импульсларнинг геометрик йиғиндиси ўзгармасдир. Кўпчилик

ҳолларда ёпиқ системада иккита жисмларнинг ўзаро таъсирлари қаралади. Бундай ҳол учун импульснинг сақланиш қонуни

$$m_1\overrightarrow{\vartheta_1}+m_2\vec{\vartheta}_2=m_1\vec{\vartheta}_1^{1}+m_2\vec{\vartheta}_2^{1} \qquad (3)$$

(1) га асосан жисмларнинг ўзаро таъсирлашгунча бўлган импульсларининг йиғиндиси, ўзаро таъсирлашгандан сўнг импульсларининг йиғиндисига тенг бўлади ва уни $m_1\vec{\vartheta}_1+m_2\vec{\vartheta}_2=const$ (4) кўринишда ҳам ёзиш мумкин.

Бир-бири билан таъсирлашаётган жисмларнинг умумий импульси ёпиқ системада ўзгармас экан. Ёпиқ системада жисмлар системасининг тўла механик энергияси $E=\sum E_k+\sum E_П$ (5) бўлади. Ёпиқ жисмлар системаларида, системанинг бир ҳолатдан иккинчи ҳолатга ҳар қандай ўтишларида ҳам системанинг тўла энергияси ўзгармай қолади.

$$E_{тулик}=const; \qquad (6) \qquad \sum_{i=1}^{n}E_{ki}+\sum_{i=1}^{n}E_{Пi}=const. \qquad (7)$$

Бундай ҳол учун $E_2-E_1=0;$ яъни $\Delta E=0$; бўлади. Ёпиқ ситемада тўлиқ механик энергиянинг ўзгариши нолга тенг. $E_1=E_2$ деб ҳам ёзиш мумкин. E_1-ёпиқ ситеманинг биринчи ҳолатдаги тўла механик энергияси. E_2 - ёпиқ системанинг иккинчи ҳолатдаги тўлиқ механик энергияси.

Агар жисмга ёки жисмлар ситемасига бир ҳолатдан иккинчи ҳолатга ўтиш жараёнида Ернинг тортишиш кучи билан биргаликда бошқа ташқи кучлар ҳам таъсир қилса, тўлиқ механик энергиянинг ўзгариши бу кучларнинг бажарган ишларининг йиғиндисига тенг бўлади:

$$E_2-E_1=A \qquad (8) \qquad \Delta E=A \qquad (8^*)$$

Механикада сақланиш қонунларига тегишли масалаларни учта группага ажратиш мумкин.

1. Импульснинг сақланиш қонунига тегишли бўлган масалалар.
2. Энергиянинг сақланиш қонунларига тегишли бўлган масалалар.
3. Импульс ва энергиянинг сақланиш қонунига тегишли бўлган масалалар.

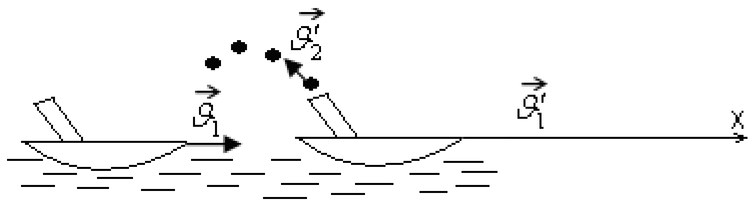
Бу типдаги масалаларни ечишнинг ўзига хос хусусияти шундан иборатки жисмнинг импульси ҳам, жисмнинг энергияси ҳам Ер билан боғланган, инерциал саноқ системаларида ўрганилади.

Биринчи турга кирувчи масалаларни ечишда қуйидагиларга эътиборни қаратмоқ керак. Масаланинг мазмунини таҳлил қилиб ситеманинг ёпиқлигига ишонч ҳосил қилинади. Баъзи ҳолларда системага таъсир қилаётган ташқи кучларнинг тенг таъсир этувчиси нолга тенг бўлмаслиги ҳам мумкин. Масалага тегишли чизма чизиб, чизмада тезликлар йўналиши кўрсатилади.

Масалага тегишли импульснинг сақланиш қонуни вектор кўринишда ёзиб олинади. Танланган ОУ ва ОХ координата ўқларига мос равишда тезликларнинг проекциялари олинади, тенгламалар системаларини биргаликда ечиб, масалада берилган катталиклар билан сўралаётган катталик ўзаро боғланади.

Агарда номаълумлар сони тенгламалар сонидан кўп бўлса, кинематик формулалардан фойдаланилади. Энди масалалар қараймиз.

36-масала. Массаси 750 т бўлган кемада туриб унинг ҳаракатига қарши йўналишда горизонтга 60^0 бурчак остида замбарак отилди. Агар массаси 30кг бўлган снаряд кемага нисбатан -1км/с тезлик билан учиб чиққан бўлса, кеманинг тезлиги қанчага ўзгаради? Масалага тегишли чизма чизамиз (36-расм).



36-расм

Дастлаб кеманинг тезлигини кўрсатамиз, кейин кема тезлиги ва снаряд тезлигини кўрсатамиз, Кема тезлигининг ўзгариши $\Delta\vartheta = \vartheta_1^{'} - \vartheta_1$ (1) ни топиш учун, импульснинг сақланиш қонунини вектор кўринишида ёзиб оламиз.

$$\left(m_1 + m_2\right)\vec{\vartheta}_1 = m_1\overrightarrow{\vartheta'}_1 + m_2\vec{\vartheta}_2 \qquad (1)$$

m_1-кеманинг массаси, m_2 - снаряднинг масаси, $\vec{\vartheta}_1$-тезлик кеманинг дастлабки тезлиги, $\vec{\vartheta}'_1$-кеманинг снаряд отилгандан кейинги тезлиги, $\vec{\vartheta}_2$ - снаряд тезлиги. (1) тенгламадаги вектор катталикларни $\left(\vec{\vartheta}_1, \vec{\vartheta}'_1, \vec{\vartheta}_2\right)$ OX координата ўқига проекциялаcак,

$$\left(m_1 + m_2\right)\vartheta_1 = m_1\vartheta_1^1 - m_2\vartheta_2 Cos\alpha \qquad (2)$$

бўлади. Бундан $\left(m_1 + m_2\right)\vartheta_1 - m_1\vartheta_1^1 = -m_2\vartheta_2 Cos\alpha$ Буни (-1) га кўпайтирсак $m_1\vartheta_1^1 - \left(m_1 + m_2\right)\vartheta_1 = m_2\vartheta_2 Cos\alpha$ (3) ҳосил бўлади.

$m_1 \rangle\rangle m_2$ бўлгани учун (3) ни ўнг томонидаги m_2 ни ташлаб юборамиз, у ҳолда $m_1\vec{\vartheta}'_1 - m_1\vartheta_1 = m_2\vartheta_2\cos\alpha$ (4)

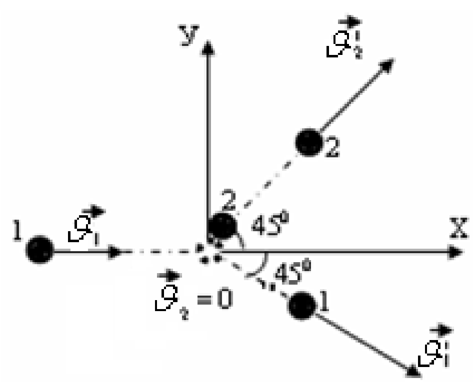
$$m_1\left(\vartheta'_1 - \vartheta_1\right) = m_2\vartheta_2\cos\alpha$$

$$\left(\vartheta_1^{'} - \vartheta_1\right) = \Delta\vartheta = \frac{m_2\vartheta_2\cos\alpha}{m_1} \qquad (5)$$

$$\Delta\vartheta = \frac{m_2\vartheta_2\cos\alpha}{m_1}$$

Ҳисоблашлар $\Delta\vartheta = 0{,}02\dfrac{м}{c}$ эканлигини кўрсатади.

37-масала. 10 м/с тезлик билан ҳаракатланаётган 1-бильярд шари тинч турган худди ўшандай массали 2 шарга урилди. Шарлар урилгандан кейин 37-расмда кўрсатилгандек ҳаракатланди. Шарларнинг урилгандан кейинги тезликларини топинг.



37-расм.

Масаланинг мазмунини акс эттирувчи чизмада тезликларнинг йўналишларини кўрсатамиз. OX ва OУ координата ўқларини жойлаштирамиз. Импульснинг сақланиш қонунини вектор кўринишда ёзиб оламиз.

$$m\vec{\vartheta}_1 = m\overrightarrow{\vartheta'}_2 + m\vec{\vartheta}'_2 \qquad (1)$$

Бу тенгламадаги тезликларни OX координата ўқига проекциялаймиз

$$m\vartheta_1 = m\vartheta'_2\cos 45^0 + m\vartheta'_1\cos 45^0 \qquad (2)$$

OУ координата ўқига проекцияларини олсак

$0 = m\vartheta'_2 \sin 45^0 - m\vartheta'_1 \sin 45^0$ ёки

$m\vartheta'_2 \sin 45^0 = m\vartheta'_1 \sin 45^0$ (3) бундан $\vartheta_2' = \vartheta'_1$ эканлиги келиб чиқади. У ҳолда (2) дан

$$m\vartheta_1 = 2m\vartheta'_2 \cos 45^0 = 2 \cdot \vartheta'_2 \cdot \frac{\vartheta_2}{2}$$

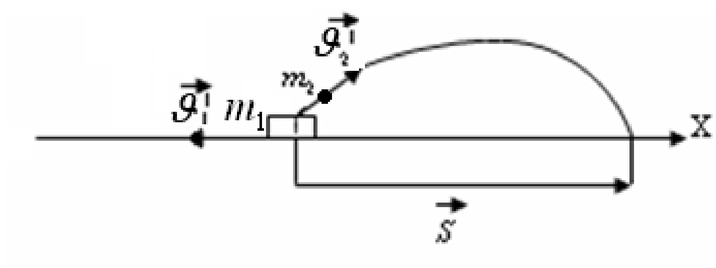
$$\vartheta_1 = \sqrt{2} \cdot \vartheta'_2$$

$$\vartheta'_2 = \frac{\vartheta_1}{\sqrt{2}} = \frac{10 м/с}{1{,}4} = 7\frac{м}{с}$$

$$\vartheta_2' = \vartheta_1' = 7\frac{м}{с}$$

38-масала. Конькичи муз устида тик туриб, 10 кг массали юкни горизонтга нисбатан 30^0 бурчак остида отган. Юк отилиш нуқтасидан 2,2 м узоқликка бориб тушган. Массаси 64 кг бўлган конькичи қандай тезлик олади. Бу масалада Ер, конькичи, юк биргаликда ёпиқ системани ташкил қилади.

Дастлабки ҳолда конькичининг тезлиги ҳам, юкнинг тезлиги ҳам нол бўлганлиги учун, уларнинг импульсларининг йиғиндиси ҳам нолдир. Масалага тегишли чизма чизамиз (38-расм.)



38-расм.

Импульснинг сақланиш қонуни $m_1\vec{\vartheta}'_1 + m_2\vec{\vartheta}'_2 = 0$ (2)

OX координата ўқига проекциялаcак

$m_1\vartheta'_1 \cdot \cos\alpha - m_2\vartheta'_2 = 0$ Бундан $m_1\vartheta'_1 \cos\alpha = m_2\vartheta'_2$ ва

$\vartheta'_2 = \dfrac{m_1\vartheta'_1 \cdot \cos\alpha}{m_2}$ (3) бўлади.

Юкнинг тезлиги ϑ'_1 ни горизонтга бурчак остида отилган юкнинг учиш узоқлиги формуласидан топамиз.

$$S = \frac{(\vartheta'_1)^2 \sin 2\alpha}{g} \quad (4) \qquad \vartheta_1^1 = \sqrt{\frac{S \cdot g}{\sin 2\alpha}} \quad (4^*)$$

$$\vartheta'_1 = \frac{m_1}{m_2}\cos\alpha \cdot \sqrt{\frac{S \cdot g}{\sin 2\alpha}} = \frac{m_1}{m_2}\sqrt{\cos^2\alpha \cdot \frac{S \cdot g}{2\cos\alpha \cdot \sin\alpha}} = \frac{m_1}{m_2}\sqrt{\frac{S \cdot g \cdot ctg\alpha}{2}};$$

$$\vartheta'_2 = \frac{m_1}{m_2}\sqrt{\frac{S \cdot g \cdot ctg\alpha}{2}}$$

$S = 2{,}2м,$ $m_1 = 10кг,$ $m_2 = 64г,$ $\alpha = 30^0,$ $g = 10\frac{м}{с^2}$ ларни (5) формулага қўйиб ҳисоблашларни бажарсак $\vartheta'_2 = 0{,}675\frac{м}{с}$ келиб чиқади.

Энергиянинг сақланиш қонуни

Энергиянинг сақланиш қонунига тегишли масасаларни ечиш алгоритми хақида гапирадиган бўлсак, юқорида айтилганидек умумий бўлган босқични бажаргандан кейин жисмнинг ҳолатларини чизмада белгилаб олиш керак, бу ҳолатларга мос келувчи энергия формулаларидаги катталикларни аниқлаш керак бўлади. Ундан кейин потенциал энергия учун нолинчи ҳолат ва жисм ҳаракатини ўрганиш учун саноқ системаси танланади, жисм бир ҳолатдан иккинчи ҳолатга қандай кучлар таъсири остида ўтаётганлиги аниқланади. Бу сақланиш қонунини ифодаловчи тенгламани ёзиб олиш керак бўлади. Масалан:Агар жисм бир ҳолатдан иккинчи ҳолатга фақат ички кучлар таъсирида ўтса, тўлиқ механик энергия ўзгармайди $E_2 - E_1 = 0$ (1), бундан $E_2 = E_1$. Агар жисм бир ҳолатдан иккинчи ҳолатга ташқи кучлар таъсирида ўтса мехеник энергия ўзгариши ташқи кучларнинг бажарган ишига тенг $E_2 - E_1 = A$ бўлади.

Энергиянинг сақланиш қонунига тегишли масалаларини ечишда илгариланма, айланма ва тебранма ҳаракат кинематикасига, динамикасига ва статикасига ҳамда механик ишга ва жисм импульсига, импульснинг сақланиш қонунига тегишли масалаларни ечиш алгоритмларини билиш керак бўлади.

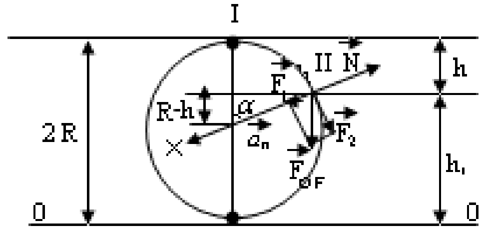
Юқорида айтилганларни амалда кўриш учун қуйидаги масалага мурожат қилайлик.

39-масала. Радиуси R бўлган шар Ерда тинч турибди. Шарнинг юқориги нуқтасидан ўлчами шарнинг ўлчамидан анча кичик жисм тинч ҳолатдан сирпанмоқда. Ер сиртидан қандай h_1 баландликда жисм шардан ажралади?

Масалани диққат билан ўқиш натижасида бу масала энергиянинг сақланиш қонунига тегишли эканлиги, жисм ҳаракат натижасида 1 ҳолатдан 2 ҳолатга ўтганлиги, бунинг натижасида энергия бир турдан иккинчи турга айланишини кўз олдимизга келтирамиз.

Масалада тегишли чизма берилмаган бўлиб, биз ўзимиз масаланинг мазмунини акс эттирувчи чизмани чизиб оламиз. Жисмнинг ҳолатларини чизмада белгилаб, бу ҳолатларга мос келувчи энергетик катталикларни аниқлаштирамиз (39-расм). Потенциал энергия учун нолинчи ҳолатни, саноқ жисм ва у билан боғланган координаталар системасини танлаймиз. Жисм қандай кучлар таъсирида бир ҳолатдан иккинчи ҳолатга ўтаётганини аниқлаштирамиз.

Биз танлаган масалада жисм оғирлик кучи (ички куч) таъсирида бир ҳолатдан иккинчи ҳолатга ўтмоқда, таянчнинг реакция кучи кўчиш тезлигига перепендикуляр бўлгани учун иш бажармайди. Демак, бу масала учун энергиянинг сақланиш қонунини ифодаловчи тенглама $E_2 - E_1 = 0$ (1) ёки $E_1 = E_2$ кўринишда ёзилади. Бу ерда



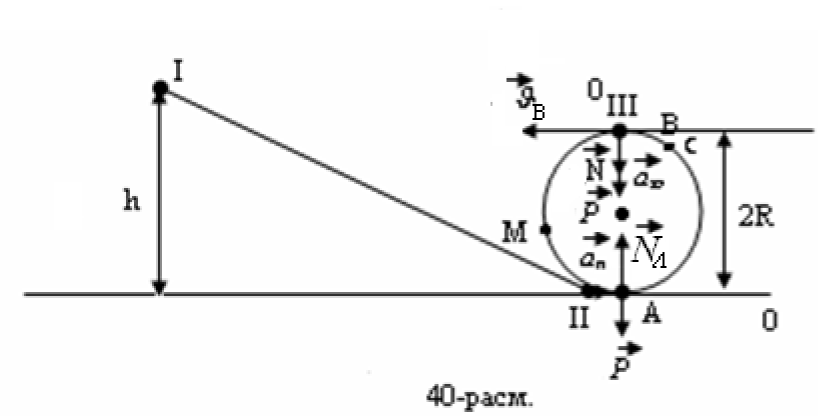
39-расм

$E_1 = mg \cdot 2R$ (2) $E_2 = mg \cdot h_1 + \frac{m\vartheta^2}{2}$ (3). (3) ва (2) ларни (1) га қўйсак $h_1 = \frac{4gR - \vartheta^2}{2g}$ (4) ни топамиз. (4) форуладан кўринадики бу ерда иккита номаълум катталик бор. Тезликни топиш учун айланма ҳаракат динамикасига тегишли масалаларни ечиш алгоритмини эсга оламиз. Яъни ҳаракатдаги жисмга кучлар таъсир қилади, шу кучларни аниқлаштирамиз, бу кучларни чизмада кўрсатамиз. Бу масалада жисмга оғирлик кучи $\vec{P}$ ва таянчнинг реакция кучи $\vec{N}$ таъсир қилади. Оғирлик кучини $\vec{P}_1$ ва $\vec{P}_2$ ташкил этувчиларга ажратамиз. Ҳаракат тенгламасини вектор кўринишда ёзиб оламиз: $\vec{P}_1 + \vec{P}_2 + \vec{N} = m\vec{a}$ (5) Бу тенгламаларни ОХ ўққа проекциялаймиз: $P_1 - N = ma_n$ (6) $a_n = \frac{\vartheta^2}{R}$ (7) эканлиги бизга маълум. Узилиш шарти $N = 0$. У ҳолда $P_1 = ma_n$ ёки $P_{oг} \cos\alpha = m\frac{\vartheta^2}{R}$; $P_{oг} = mg$ ни эътиборга олсак $\vartheta^2 = gR\cos\alpha$ (8) Чизмадан ΔOAB $\cos\alpha = \frac{R-h}{R}$ (9) (8) билан (9) дан $\vartheta^2 = gR\frac{(R-h)}{R} = gR - gh$ $\vartheta^2 = gR - gh$ (10). Чизмадан $h = 2R - h_1$ (11) бўлгани учун $\vartheta^2 gR - g(2R - h_1) = gR - 2gR + gh_1 - gR$ $\vartheta^2 = gh_1 - gR$ (12) келиб чиқади. (12) ни (4) га олиб бориб қўйсак

$$2gh_1 = 4gR - (gh_1 - gR) = 4gR - gh_1 + gR \quad 2gh_1 + gh_1 = 5gR \quad 3gh_1 = 5gR \quad h_1 = \frac{5}{3}R \quad \textbf{(}13).$$

Демак, $h_1 = \frac{5}{3}R$ баландликда жисм шардан ажралади.

40-масала. Мактабда бажарилган Нестеров сиртмоғи тажрибасида («ўлик сиртмоқ») массаси m бўлган шарча, h=3R баландликдан қўйиб юборилди. Сиртмоқнинг пастки ва юқориги нуқталарида шарча қандай куч билан босади? Чизма чизамиз.



40-расм.

А ва В нуқталарда шарчага таъсир этувчи кучларни қўямиз.

Шарчанинг ҳолатларини, ҳамда потенциал энергия учун нолинчи ҳолатни белгилаб оламиз. Биздан шарчанинг сиртмоқнинг А ва В нуқталарга қандай куч билан босиши сўралган экан, кучларни топиш учун Ньютоннинг иккинчи қонунини ифодаловчи тенглама тузамиз. Бунинг учун координата системасини киритамиз ва тенглама тузамиз. $\vec{P} + \vec{N}_A = m\vec{a}_n$ (1) ОХ ўққа проекциялаймиз. А нуқтаси учун

$$N_A - P = ma_n \qquad (2)$$

$N_A = ma_n + P$ (3) $a_n = \dfrac{\vartheta_A^2}{R}$ $P = mg$ ёки $N_A = m\dfrac{\vartheta_A^2}{R} + mg = m\left(\dfrac{\vartheta_A^2}{R} + g\right)$ (4) демак шарчанинг сиртмоқнинг А нуқтасига таъсир этувчи кучни топиш учун унинг А нуқтасидаги тезлиги маълум бўлиши керак. υ_A - тезликни энергиянинг сақланиш қонунидан фойдаланиб топамиз.

Бизга механик энергиянинг сақланиш қанунини ифодаловчи фундаментал формула $A = E_2 - E_1$ (5) лиги маълум. Системага $\vec{P}$ оғирлик кучи ва таянчнинг $\vec{N}$ реакция кучи таъсир қилади. Лекин $\vec{N}$ кучнинг бажарган иши нолга тенг. У ҳамма вақт кўчишга перепендикуляр йўналган ва шу сабабли $\cos 90^0 = 0$ бўлади. Бундан

$A = 0$ $E_1 = mgh$ $E_2 = m\dfrac{\vartheta_A^2}{2}$ (6)

$0 = \dfrac{m\vartheta_A^2}{2} - mgh$ $\dfrac{m\vartheta_A^2}{2} = mgh$ $\vartheta^2 = 2gh$ (5) ёки $h = 3R$ эканлигини эътиборга олсак $\vartheta^2 = 6gR$ (6) бўлади.

Буни (2) га олиб бориб қўйсак $N_A = m\left(\dfrac{6gR}{R} + g\right) = 7mg$ (7) келиб чиқади. Демак $N_A = 7mg$ (7) (юклама) оғирлик 7 марта ортар экан. В нуқта учун Ньютоннинг иккинчи қонунини ёзамиз. $\vec{N}_B + \vec{P} = m\vec{a}_n$ (8) OX' координата ўқига проекцияси $N_B + P = ma_n$ (9) бўлиб, бунда $N_B = ma_n - P$ ҳосил бўлади. Агар $a_n = \dfrac{\vartheta_B^2}{R}$ ва $P = mg$ эканлигини эътиборга олсак $N = \dfrac{m\vartheta_B^2}{R} - mg = m\left(\dfrac{\vartheta_B^2}{R} - g\right)$ (10) га эга бўламиз. ϑ_g ни энергиянинг сақланиш қонунидан фойдаланиб топамиз.

$A = E_{iii} - E_1$ $A = 0$ $E_1 = mgh$ $E_{777} = \dfrac{m\vartheta_B^2}{2} + mg2R$

Ўрнига олиб келиб қўйсак $0 = \dfrac{m\vartheta_B^2}{2} + 2mgR - mgh$ (11) $m\vartheta_B^2 + 4mgR - mgh = 0$

$m\left(\vartheta_B^2 + 4gR - 2gh\right) = 0$ $m \neq 0$ $\vartheta_B^2 + 4gR - 2gh = 0$ (11*)

$$\vartheta_B^2 = 2gh - 4gR = 2g \cdot 3R - 4gR = 6gR - 4gR = 2gR$$

Демак $\vartheta_B^2 = 2gR$ (12)

$N = m\left(\dfrac{2gR}{R} - g\right) = mg$ $N = mg$ Демак, жисм В нуқтага ўз оғирлигига тенг куч билан босар экан. Биз бу масалада шарнинг А ва В нуқталаридаги босим кучини топиш ўрнига таянчнинг реакция кучларини топдик. Ньютоннинг учинчи қонунига асосан, шарларнинг А ва В нуқталаридаги босим кучлари мос равишда сон жиҳатидан таянчнинг реакция кучларига тенг бўлади, йўналиш эса қарама-қаршидир.

Учинчи типдаги масалалар устида тўхтайлик. Танланган масалани ечиш учун импульснинг ва энергиянинг сақланиш қонунидан фойдаланамиз.

41-масала. Агар шарларнинг массалари *m_1* ва *m_2* урилишгача уларнинг тезликлари ϑ_1 ва ϑ_2 бўлса, марказий эластик урилишдан кейин шарлар олган тезликларни аниқланг. Бундай типдаги масалаларни ечишда ўқувчиларга абсолют эластик ва ноэластик урилишлар ҳақидаги тушунчани такрорлаш керак.

Абсолют эластик урилиш деб жисмларнинг шундай қисқа вақтли ўзаро таъсирлашишига айтиладики, бунда биринчидан, ўзаро таъсирлашишдан кейин жисмлар ўзларини бутунлай тиклайдилар, иккинчидан, уларнинг ҳар бирининг кинетик энергиялари ўзгариши мумкин, лекин кинетик энергияларининг йиғиндиси ўзгармайди. Демак ҳаракатдаги иккита жисмларнинг ўзаро таъсирлашувга қадар бўлган кинетик эиергияларининг йиғиндиси, ўзаро таъсирлашгандан кейинги кинетик энергияларининг йиғиндисига тенг бўлар экан.

Учинчидан, ўзаро таъсирдан кейин жисмларнинг тезликлари турлича бўлади. Ноэластик урилишда жисмлар ўзларини бутунлай тиклай олмайдилар, ўзаро урилишдан кейин жисмларнинг тезликлари бирдай бўлиб қолади ва кинетик энергияларнинг йиғиндиси камаяди.

Масалани ечиш учун энергиянинг ва импульснинг сақланиш қонунларидан фойдаланамиз.

$$\begin{cases} \dfrac{m_1\vartheta_1}{2} + \dfrac{m_2\vartheta_2}{2} = \dfrac{m_1u_1^2}{2} + \dfrac{m_2u_2^2}{2} \\ m_1\vartheta_1 + m_2\vartheta_2 = m_1u_1 + m_2u_2 \end{cases} \qquad (1)$$

ёки

$$\begin{cases} m_1\vartheta_1^2 + m_2\vartheta_2^2 = m_1u_1^2 + m_2u_2^2 \\ m_1\vartheta_1 + m_2\vartheta_2 = m_1u_1 + m_2u_2 \end{cases} \qquad (2)$$

$$\begin{cases} m_1\vartheta_1^2 - m_1u_1^2 = m_2u_2^2 - m_2u_2^2 \\ m_1\vartheta_1 - m_1u_1 = m_2u_2 - m_2\vartheta_2 \end{cases} \qquad (3)$$

$$\begin{cases} m_1(\vartheta_1 - u_1)\cdot(\vartheta_1 + u_1) = m_2(u_2 - \vartheta_2)\cdot(u_2 + \vartheta_2) \\ m_1(\vartheta_1 - u_1) = m_2(u_2 - \vartheta_2) \end{cases} \qquad (4)$$

Системани мос томонларини ўзаро бўлсак

$$\frac{m_1(\vartheta_1 - u_1)(\vartheta_1 + u_1)}{m_1(\vartheta_1 - u_1)} = \frac{m_2(u_2 - \vartheta_2)(u_2 + \vartheta_2)}{m_2(u_2 - \vartheta_2)}$$

$$\vartheta_1 + u_1 = u_2 + \vartheta_2 \qquad (5) \qquad\qquad u = u_2 + \vartheta_2 - \vartheta_1 \qquad (6)$$

(6) ни (4) га қўйсак

$$\begin{cases} m_1(\vartheta_1 - u_2 - \vartheta_2 + u_2) = m_2u_2 - m_2\vartheta_2 \\ 2m_1\vartheta_1 - m_1u_2 - m_1\vartheta_2 = m_2u_2 - m_2\vartheta_2 \end{cases} \qquad (7)$$

$$\begin{cases} 2m_1\vartheta_1 - m_1\vartheta_2 + m_2\vartheta_2 = m_2u_2 + m_1u_2 \\ 2m_1\vartheta_1 + (m_2 - m_1)\vartheta_2 = (m_2 + m_1)u_2 \end{cases} \qquad (8)$$

$$u_2 = \frac{2m_1\vartheta_1 + (m_2 - m_1)\vartheta_2}{m_2 + m_1} \qquad (9)$$

(5) дан $u_2 = \vartheta_1 + u_1 - \vartheta_2$ (10)

(10) ни (4) га қўйсак

$$m_1(\vartheta_1 - u_1) = m_2(\vartheta_1 + u_1 - \vartheta_2 - u_2)$$

$$m_1\vartheta_1 - m_1u_1 = m_2\vartheta_1 + m_2u_1 - 2m_2\vartheta_2$$

$$m_1\vartheta_1 - m_2\vartheta_1 + 2m_2\vartheta_2 = m_2u_1 + m_1u_1$$

$$(m_1 - m_2)\vartheta_1 + 2m_2\vartheta_2 = (m_2 + m_1)u_1$$

$$u_1 = \frac{(m_1 - m_2)\vartheta_1 + 2m_2\vartheta_2}{m_2 + m_1} \qquad (11) \qquad \text{ҳосил бўлади.}$$

Ноэластиклик урилишга тегишли масалани қарайлик.

42-масала. Массалари m_1 ва m_2 бўлган шарчаларнинг урилишга қадар тезликлари мос равишда ϑ_1 ва ϑ_2 бўлса, бу шарчаларнинг ноэластик марказий урилишдаги кинетик энергияси камайишини аниқланг.

Кинетик энергиянинг изланаётган ΔE_k йўқотилиши шарчаларнинг тўқнашгунча ва тўқнашгандан кейинги кинетик энергиялари йиғиндилари фарқига тенгдир.

$$\Delta E_k = \left(\frac{m_1\vartheta_1^2}{2} + \frac{m_2\vartheta_2^2}{2} \right) - \frac{(m_1 + m_2)u^2}{2} \qquad (1)$$

u-шарларнинг урилишдан кейинги тезлиги. Бу тезликни импульснинг сақланиш қонунидан фойдаланиб топамиз.

$$m_1\vartheta_1 + m_2\vartheta_2 = (m_1 + m_2)u \qquad (2)$$

бундан

$$u = \frac{m_1\vartheta_1 + m_2\vartheta_2}{m_1 + m_2} \qquad (2^*)$$

У ҳолда (2*) ни (1) га қўйсак тегишли ҳисоблашлардан кейин

$$\Delta E_k = \frac{m_1 \cdot m_2(\vartheta_1 - \vartheta_2)^2}{2(m_1 + m_2)} \qquad (3) \qquad \text{ҳосил бўлади.}$$

Механикада сақланиш қонунлари
Мустақил ечиш учун масалалар

1. Массаси 70 кг бўлган конькичи муз устида туриб 3 кг жисмни горизонтал йўналишда 8 м/с тезлик билан отди. Бунда коньки қандай масофага орқага тисарилади? Коньки билан муз орасидаги ишқаланиш коэффициенти 0,02.
2. 60 кг массали одам 2,9 км/соат тезлик билан ҳаракатланаётган 80 кг массали аравачага етиб олиб, унга сакраб чиқиб олди. Шундан сўнг аравача 5,14 км/соат тезлик билан ҳаракатлана бошлади. Одамнинг тезлиги қанча бўлган? Агар одам ўшандай тезлик билан аравачага пешвоз югуриб ва чиқиб олса, арвача қандай тезлик билан ҳаракатланади?
3. 2 кг массали жисм 1,5 кг массали жисмга пешвоз ҳаракатланиб, у билан ноэластик тўқнашди. Жисмларнинг тезлиги тўқнашишдан олдин мос равишда 1 ва 2 м/с. Агар ишқаланиш коэффициенти 0,05 бўлса, жисмлар тўқнашгандан сўнг қанча масофани босиб ўтади.
4. Горизонтал йўналишда ϑ_0=10м/с тезлик билан учаётган m массали снаряд m_1 ва m_2 ($m_2=3m_1$) массали иккита бўлакка бўлинди, улар снаряднинг дастлабки йўналишига нисбатан 60^0 бурчакка оғади. Бўлакларнинг ҳаракат тезлиги нимага тенг.
5. Узунлиги 3 м ва массаси 120 кг бўлган қайиқ тинч сувда турибди. қайиқнинг боши ва охирида массалари 60ва 70 кг бўлган икки киши ўтирибди. Агар улар туриб юриб ўринларини алмашишса қайиқ қанча масофага силжийди? Сувнинг қаршилигини ҳисобга олманг.
6. қайиқда турган одам унинг массасини аниқлашни хоҳлайди. Агар унга ўз массаси маълум бўлса ва ихтиёрида фақатгина узун арқон бўлса буни уддалай оладими?

7. m массали жисм горизонтга бирон бурчак остида 12 м/с бошланғич тезлик билан отилди. қандай баландликда жисмнинг тезлиги 3 марта камаяди? Ҳавонинг қаршилиги ҳисобга олинмасин.
8. 1 кг массали кичик жисм 2,5 м баландликдан қия нов бўйлаб сирпаниб туша бошлади, қия нов 1 м радиусга «ўлик сиртмоқ» га ўтади. Жисм сиртмоқнинг юқори нуқтасидан ўтаётган моментдаги таянчнинг реакция кучи нимага тенг.
9. Массаси 20 кг бўлган шарча 1 м баландликдан пўлат плитага тушиб, 81 см га сакради. Урилишда ажралиб чиққан иссиқлик миқдори нимага тенг? Ҳавонинг қаршилигини ҳисобга олманг.
10. 1 кг массали юк 240 м баландликдан тушиб қум ичига 0,2 м га кириб кетди. Тупроқнинг ўртача қаршилик кучи нимага тенг. Ҳавонинг қаршилигини ҳисобга олманг.
11. 2 м баландликдан 1 м/с тезлик билан вертикал пастга отилган тош пуржинани қанчага сиқади? Тошнинг массаси 1кг пуржинанинг бикрлик коэффициенти $2{,}94\cdot10^3$ Н/м. Ҳавонинг қаршилигини ҳисобга олманг.
12. 2 кг массали жисм 20 м баландликдан тинч ҳолатдан пастга тушади ва ерга урилиш пайтида 15 м/с тезликка эга бўлади. қаршилик кучининг бажарган иши нимага тенг?
13. Иккита шар бир-бирига тегиб турадиган қилиб бир хил узунликдаги параллел ипларга осилган шарларнинг массалари 0,2 ва 0,1 кг. Биринчи шарнинг марказини 4,5 см га кўтариб, қўйиб юборадилар. Агар тўқнашув; а) эластик б) ноэластик бўлса, шарлар тўқнашгандан кейин қандай баландликка кўтарилади.
14. Ракетадаги ёнилғи ҳар бирининг массаси m бўлган порциялар билан ёнади. Ёниш бир онда юз беради. Агар ҳар бир порция ёнишида системанинг механик энергияси ҳар хил катталикка ўзгарса, газ оқимининг ракетага нисбатан тезлиги ўзгармас бўладими.
15. Ер ва Ой учун иккинчи космик тезликларни таққосланг.

VII. Гидроаэростатика
Асосий қонунлар ва формулалар

Гидроаэростатикада ўзларига қўйилган кучлар таъсиридаги суюқлик ва газларнинг мувозанати ҳамда суюқликдаги қаттиқ жисмларнинг мувозанати қаралади. Маълумки, S юзага перепендикуляр йўналган F куч ҳосил қиладиган босим $P = \dfrac{F}{S}$ (1) га тенг.

Идишда турган суюқликнинг идиш тубига кўрсатадиган босими $P_h = \rho g h$ (2) формула билан аниқланади ва гидростатик босим дейилади. ρ - суюқликнинг зичлиги; h-суюқлик устунининг баландлигидир. Бу формула суюқликнинг идиш тубига бўлган гидростатик босим кучи, асоси идиш тубининг юзига тенг бўлган суюқлик устунининг оғирлигига тенглигидан фойдаланиб чиқарилади. Туташ идишга солинган суюқлик ўзига кўрсатилган босимини Паскаль қонунига кўра ҳамма йўналишлар бўйича бир хил узатади. Паскаль қонунидан қуйидагилар келиб чиқади:

а) суюқликнинг исталган нуқтасига кўрсатилаётган тўла босим, атмосфера босими P_0 билан, гидростатик P_h босимларнинг йиғиндисига тенг.

$$P = P_0 + P_h = P_0 + \rho g h$$
$$P = P_0 + \rho g h \qquad (3)$$

б) туташ идишдаги суюқликлар бир жинсли бўлса, суюқлик бир хил сатҳда туради.

в) агарда туташ идишдаги суюқликлар ҳар хил жинсли бўлса, бу суюқлик устунларининг нисбати, уларнинг зичликларининг нисбатига тескари пропорционал бўладилар. Яъни

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{\rho_2}{\rho_1} \qquad (4)$$

h_1 ва ρ_1 - биринчи суюқлик устуниниг баландлиги ва зичлиги. h_2 ва ρ_2-иккинчи суюқлик устунининг баландлиги ва зичлиги. Суюқлик ва газга ботирилган жисмга, жисм сиқиб чиқарган суюқликнинг ва газнинг оғирлигига тенг бўлган юқорига кўтарувчи куч таъсир қилади. Бу Архимед кучи дейилади ва $F_A = \rho_c g V_{ж}$ (5) формула билан аниқланади. Бунда ρ –суюқлик зичлиги, $V_{ж}$-жисмнинг суюқликка ботиб турган қисмининг ҳажми. Гидроаэростатикага тегишли масалалар мазмуни ва қийинлик даражасига қараб хилма-хилдир. Шундай бўлсада бундай масалаларни шартли равишда икки группага ажратиш мумкин.

Босим ва босим кучини аниқлашга доир масалалар
Архимед кучини ҳисобга олиш ва ҳисоблашга доир масалалар

Биринчи турдаги масалаларда Паскаль қонунига асосланиб, суюқликнинг ичида қандайдир баландликда босимни ва босим кучини топиш керак бўлади.

Масалани ечишда суюқлик турган идишни тасвирловчи чизма чизиб олинади, ҳамда муҳитнинг чегараси бўйлаб баландлиги бир ҳил бўлган сирт танлаб олинади (агар бир нечта суюқлик қатлами қуйилган бўлса, бу сиртни энг пастки чегара бўйлаб танлаб олинади).

Чизмада суюқликнинг ҳамма нуқталари битта баландликда бўлган бошланғич баландлигини белгилаб қўйиш зарур ва танлаб олинган сирт устидан суюқлик устуни элементар бўлакларга ажратилади.

Ҳар бир элементар қатламнинг баландлигини белгилаб, бир ҳил баландликдаги суюқликнинг икки нуқтаси учун босимнинг мувозанат тенгламаси ёзилади. $P_1 = P_2$ (P_1 ва P_2 лар босимлардир). Бу босимларни юқори қатламнинг эркин сиртига бўлган атмосфера босими P_0 ва суюқлик элементар устунларига боғлиқ бўлган гидростатик босимлар орқали тўлароқ ёзсак

$$P_0 + \rho g h_1 + \rho g h_2 \ldots\ldots + \rho g h_n = P_0 + \rho g h_1^1 + \rho g h_2^1 + \ldots\ldots \rho g h_n^1 \qquad (6)$$

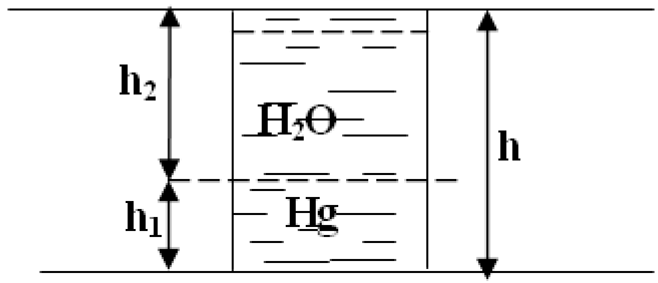
Бунда *h₁, h₂,.. hₙ* лар суюқлик устунларининг баландликларидир.

Агар суюқлик мувозанат ҳолатига ўтгунча у идишнинг бир қисмидан иккинчисига қуйилса, тузилган тенгламага суюқликнинг сиқмаслик шарти қўшилади.У қуйидагидан иборат, идишнинг бир қисмида суюқлик ҳажми ΔV_1 га камайса, идишнинг иккинчи қисмидаги ҳажми албатта шунча миқдорда ортади, яъни $\Delta V_2 = \Delta V_1$ бўлади. Одатда идишлар цилиндр шаклида бўлгани учун

$$S_1 h_1 = S_2 h_2 \qquad (2)$$

S_1 ва S_2 лар туташ идишлар кўндаланг кесим юзлари h_1 ва h_2 суюқлик устунининг баландликлари. Сўнгра мувозанат тенгламасини ёзиб оламиз. Зарур бўлса сиқилмаслик тенгламаси ҳам ёзиб олинади. Қолган ҳамма шартларни ҳам тенглама кўринишда тасвирлаш керак. Бу тенгламалар бир-бири билан h_1 ва h_2 баландликларни боғлайди. Ҳосил бўлган тенгламалардан, масалада берилган катталиклар билан сўралаётган катталиклар орасидаги боғланишни топиш керак. Айтилганларни масала ечиш мисолида кўрайдик.

43-масала. Цилиндр шаклидаги идишга, массалари тенг бўлган симоб ва сув қуйилган. Идишдаги сув ва симоб устунларининг умумий баландлиги 29,2см. Бу суюқликларнинг идиш тубига кўрсатилаётган босимини топинг. $h = 29{,}2см = 0{,}292м$ берилган бўлиб, Р- босимни топиш керак.



43-расм.

Масалага тегишли чизмани чизамиз (43-расм). Идиш ичидаги суюқликларни тасвирлаймиз. Зичлиги катта бўлган симоб пастда, зичлиги кичик бўлган сув эса юқорида бўлади. h_1 симоб устунининг баландлиги, h_2 сув устунининг баландлиги.

Идиш тубига кўрсатилаётган тўла босим симоб устунининг баландлигига боғлиқ бўлган гидростатик босимларнинг йиғиндисига тенг. $P = P_1 + P_2$ (1)

$P_1 = \rho_1 g h_1$ (2) $P_2 = \rho_2 g h_2$ (3)

ρ_1 - симоб зичлиги, ρ_2 - сув зичлиги. (2) ни (3) ларни (1) га қўйсак

$$P = \rho_1 g h_1 + \rho_2 g h_2 = g(\rho_1 h_1 + \rho_2 h_2)$$
$$P = g(\rho_1 h_1 + \rho_2 h_2) \quad (4)$$

масала шартига кўра $h = h_1 + h_2$ (5) ва $m_1 = m_2; \rho_1 h_1 \cdot S = \rho_2 h_2 \cdot S$

$$\rho_1 h_1 = \rho_2 h_2 \quad (6)$$

$h_2 = \dfrac{\rho_1 h_1}{\rho_2}$ (7); (7) ни (5) га қўйсак

$h = h_1 + \dfrac{\rho_1 h_1}{\rho_2} = \dfrac{\rho_2 h_1 + \rho_1 h_1}{\rho_2}$ $h\rho_2 = \rho_2 h_1 + \rho_1 h_1$ $h_1 = \dfrac{h\rho_2}{\rho_1 + \rho_2}$ (8) бўлади.

$h_2 = \dfrac{h\rho_1}{\rho_2 + \rho_1}$ (9) тенглигини топиш мумкин.

(8) ва (9) ларни (4) га қўйсак

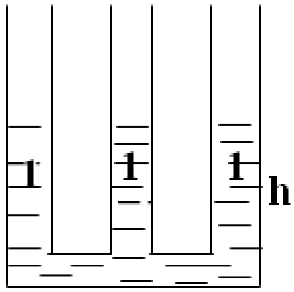
$$P = g\left(\rho_1 \cdot \frac{h\rho_2}{\rho_2 + \rho_1} + \rho_2 \cdot \frac{h\rho_1}{\rho_2 + \rho_1}\right) = \frac{2\rho_1 \rho_2 g h}{\rho_2 + \rho_1}$$ ҳосил бўлади.

Бунга $\rho_1 = 13{,}6 \cdot 10^3 \dfrac{Н}{м^3}$, $\rho_2 = 1 \cdot 10^3 \dfrac{кг}{м^3}$, $g = 10\dfrac{м}{с^2}$, $h = 0{,}292м$

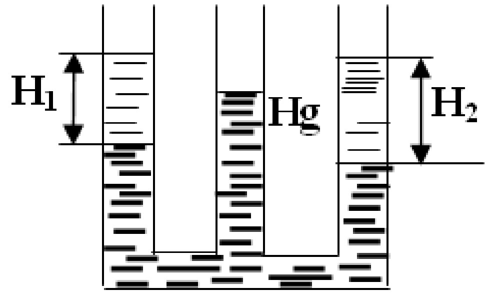
қийматларни ўрнига қўйиб $P = 5{,}3 \cdot 10^3 \dfrac{Н}{м^2}$ га тенглигини топамиз. Турли жинсли суюқликлар солинган туташ идишлардаги мувозанат шартига тегишли масалани қарайлик.

44-масала. Учта бир хил туташ идишда симоб бор. Чап томондаги идишга баландлиги 102мм бўлган сув, ўнг томондаги идишга баландлиги 153мм бўлган сув қуйилган, ўрта идишдаги симоб устуни қанча баландликка кўтарилади?

Биринчи ва иккинчи ҳол учун туташ идишларни чизамиз.



44-а расм.



44-б расм.

Биринчи ҳолатда симоб устунлари учала идишда ҳам бир ҳил бўлади, чизмада (1-1) ҳолатдир. Иккинчи ҳолатда чап томондаги идишга сув қуйилганда, бу идишдаги симоб сатҳи h_1 баландликка пасайсин. Ўнг томондаги идишга, сув қуйилганда эса, бу идишдаги симоб сатҳи h_2 баландликка пасайсин. У ҳолда туташ идишнинг ўртасидаги идишдаги симоб сатҳи $h = h_2 + h_1$ га кўтарилиб, бу устун чап томонидаги идишдаги симоб устунидан $2h_1 + h_2$ ўнг томондаги идишдаги симоб устунидан $2h_2 + h_1$ юқори бўлади.

Шунинг учун, иккинчи ҳолатдаги мувозанат шартлари

$$\rho_{сим} g(2h_1 + h_2) = \rho_{сув} g H_1 \qquad (1)$$

$$\rho_{сим} g(2h_2 + h_1) = \rho_{сув} g H_2 \qquad (2)$$

бўлади. H_1 - туташ идишнинг чап томонида жойлашган идишдаги сув устунининг баландлиги. H_2 - туташ идишнинг ўнг томонидаги жойлашган идишдаги сув устунининг баландлиги.

$\rho_{сим}$ - симобнинг зичлиги, $\rho_{сув}$ - сувнинг зичлиги.

(1) ва (2) дан $\left(2h + h_2\right) = \frac{\rho_{ced}}{\rho_{cbv}} H_1$ (1*) $\left(2h_2 + h_1\right) = \frac{\rho_{ced}}{\rho_{cbv}} H$ (2*) $\rho_{сув} = 1 \cdot 10^3 \frac{кг}{м^3}$

$\rho_{сим} = 13{,}6 \cdot 10^3 \frac{кг}{м^3}$ H_1=102мм, H_2 = 153мм

(1*) ва (2*) ни ўнг ва чап томонларини ўзаро қўшсак

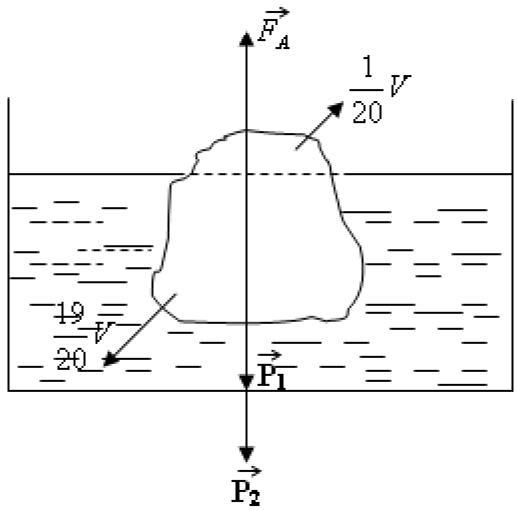
$$3h_1 + 3h_2 = \frac{\rho_{сув}}{\rho_{сим}}\left(H_1 + H_2\right) \quad (3) \qquad \left(h_1 + h_2\right) = \frac{1 \cdot \rho_{сув}}{3 \cdot \rho_{сим}}\left(H_1 + H_2\right) \quad (3^*)$$

(3*) га ρ сув, ρ сим, H_1 ва H_2 ларнинг қийматларини қўйиб ҳисоблаш ишларини бажарсак $h=h_1+h_2$=6,25мм га тенг бўлар экан. Агар масалада сувга ботирилган жисм тўғрисида сўзланса, жисмни идиш тубида турибди деб тасвирлаш қулай бўлади ҳамда сувдаги жисмнинг оғирлиги сон жиҳатидан идиш тубининг нормал реакциясига тенг бўлишлигини эсдан чиқармаслик керак. Суюқлик юқори қатламининг суюқликка ботирилган жисмга кўрсатадиган босим кучи, кўтариш кучи орқали назарга олинганлигини ҳам эсдан чиқармаслик керак. Агар суюқликка ботирилган жисм тезланиш билан юқорига кўтарилса, динамиканинг асосий тенгламасидан фойдаланилади $\sum \vec{F} = m\vec{a}$

Одатда $\sum \vec{F}$ жисмнинг оғирлик кучи $\vec{F}_{ог} = m\vec{g} = \rho_ж V_ж g$ орқали ($\rho_ж$ -жисм зичлиги, $V_ж$ - жисм ҳажми) ва Архимед кучи $F_A = \rho_{сув} \cdot g V^1{}_ж$ ($\rho_{сув}$-сув зичлиги) орқали ифодаланади. $V^1{}_ж$-жисмнинг сувга ботиб турган қисмининг ҳажми.

Агар жисм суюқликда сузиб юрган бўлса, динамиканинг асосий тенгламаси соддалашади, чунки тенгламанинг ўнг қисми нолга айланади ва масала статика масаласига келтирилади. Гидростатикада ана шундай мазмундаги масалалар қаралади.Бундай масалаларни ечиш методикаси принцип жиҳатидан статикага тегишли масалаларни ечиш методикасидан фарқ қилмайди.

45-масала. Кўндаланг кесим юзи S бўлган цилиндр шаклидаги идишга сув қуйилган бўлиб, унда ичида қўрғошин шарча ўрнашиб қолган муз парчаси сузиб юрибди. Муз парчасининг шарча билан биргаликдаги ҳажми V га тенг бўлиб, унинг 1/20 қисми сувдан чиқиб турибди.(45-расм). Муз эригандан кейин сув сатҳи қандай h баландликка тушади? Сувнинг зичлиги $\rho_c = 1\frac{г}{см^3}$, музники $\rho_м = 0.9\frac{г}{см^3}$, қўрғошинники $\rho_к = 11.3\frac{г}{см^3}$.



45-расм.

Берилган : $S, V, k = \frac{1}{20}$, $\rho_c = 1\frac{u}{см^3}$ $\rho_м = 0{,}9\frac{г}{см^3}$ $\rho_к = 11{,}3\frac{г}{см^3}$

Топиш керак: h-?

Ечилиши: Муз парчасига учта куч, яъни Архимед кучи $F_A = \frac{19}{20}V\rho\ g$ қўрғошин шарнинг оғирлик кучи $P_1 = V\rho_k g$, (бунда V_1 -қўрғошин шарчанинг ҳажми) музнинг оғирлик кучи $P = (V - V_1)\rho_м g$ лар таъсир қилади.

Бу кучларнинг мувозанат шарти:

$$\frac{19}{20}V\rho_c g = V_1\rho_k g + V\rho_м g - V\rho_M g$$

$$\frac{19}{20}V\rho_c - V\rho_M = V_1(\rho_k - \rho_M)$$

Бундан $V_1 = \frac{V\left(\frac{19}{20}\rho_c - \rho_M\right)}{\rho_k - \rho_M}$ қўрғошин шарчанинг ҳажми. Идиш ичидаги нарсаларнинг умумий оғирлиги ўзгармайди, шунинг учун идиш тубига таъсир этувчи босим кучи муз эригандан кейин ҳам ўзгармайди. Муз эригандан сўнг босим кучи идишдаги сувнинг ва қўрғошин шарчанинг босим кучлари йиғиндисига тенг бўлади. Демак, сувнинг босими аввалгидан камаяди, шунинг учун сув сатҳи пасайиши керак. Сувнинг камайган босимини қўрғошин шарча тўлдириши керак. Шарчанинг идиш тубига босими икки кучнинг, яъни қўрғошин шарчанинг оғирлик кучи ва муз эригандан кейин шарчага таъсир этувчи Архимед кучининг тенг таъсир этувчисидан иборат. Бу тенг таъсир этувчи куч идишдаги «гўё камайган» сувнинг оғирлик кучига тенг. Бу кучларни таққослаб, сув сатҳининг пасайиши h ни аниқлаш мумкин.

$P = V_1 \rho_k g$ - қўрғошин шарчанинг ҳаводаги оғирлиги, ёки

$$P = \frac{V\rho_k\left(\frac{19}{20}\rho_c - \rho_M\right)g}{\rho_k - \rho_M} \qquad P_A^1 = \frac{V\rho_c\left(\frac{19}{20}\rho_c - \rho_M\right)g}{\rho_k - \rho_M}$$

шарчага таъсир этувчи Архимед кучи.

$\Delta\rho = hS\rho_c g$ -идишдаги «камайган» сувнинг оғирлиги. У ҳолда

$$\frac{V\rho_k\left(\frac{19}{20}\rho_c - \rho_M\right)g}{\rho_k - \rho_M} - \frac{V\rho_c\left(\frac{19}{20}\rho_c - \rho_M\right)g}{\rho_k - \rho_M} = hS\rho_c g$$

ёки $\dfrac{V\left(\frac{19}{20}\rho_c - \rho_M\right)(\rho_k - \rho_c)}{\rho_k - \rho_M} = hS\rho_c$

бундан $h = \dfrac{V}{S}\dfrac{\left(\frac{19}{20}\rho_c - \rho_M\right)(\rho_k - \rho_c)}{\rho_c(\rho_k - \rho_M)} = 0{,}048\dfrac{V}{S}$

Демак $h = 0{,}048\dfrac{V}{S}$ экан.

Гидроаэростатика

Мустақил ечиш учун масалалар

1. Идишда бир-биридан фарқ қиладиган зичликли уч ρ_1, ρ_2, ρ_3 суюқлик бор. Суюқликлар h_1, h_2, h_3 қалинликдаги қатламлар билан жойлашган. Ён деворга босимнинг чуқурликка боғлиқлик графигини чизинг. Юқори қатламнинг эркин сиртидаги босим p_0.
2. Цилиндрик идишга тенг массали симоб ва сув солинган. Симоб ва сув қатламларининг умумий баландлиги 150 см. Агар идиш а) тинч турган бўлса; б) эркин тушиш тезланиши билан вертикал ҳаракатланаётган бўлса, идишнинг тубига бериладиган босимни аниқланг.
3. Суюқликнинг баландлиги H ва тубининг сирти S бўлган конуссимон идиш ён сиртига берадиган босим кучини топинг. Суюқликнинг массаси m, зичлиги ρ. Агар идиш а) пастга; б) юқорига торайиб борадиган ҳолларни кўриб чиқинг.
4. Суюқликли идиш тўғри чизиқли горизонтал йўлда текис ҳаракат қилмоқда. Агар идиш $a = g$ тезланиш билан ҳаракат қилса, Суюқликнинг эркин сирти қандай жойлашади?
5. Иккита туташ A ва B идишлар бир жинсли суюқлик билан тўлдирилган. Агар A идишдаги суюқликни қиздирсак, B идишдаги суюқлик сатҳи ўзгарадими? Агар идиш а) цилиндрик, б) конуссимон, юқорига кенгаювчи, в) конуссимон, пастга кенгаювчи бўлган ҳолларни қараб чиқинг.
6. U-шаклидаги трубка шишаларидан бирининг диаметри бошқасиникидан 2 марта катта. Трубкага симоб солинди, сўнгра унинг ингичка найчасига сув солинди. Агар сув устунининг баландлиги 50 см бўлса, найчалардаги симоб сатҳлари қандай ўзгаради?
7. Сувли идишда тиқин қўшилиб қотиб қолган муз парчаси сузиб юрибди. Агар муз эриб кетса идишдаги сув сатҳи ўзгарадими? Муз ҳамда темир шарчаси бор бўлган ҳолни ҳам кўриб чиқинг.

8. қандай қилиб, фақат чизғич ёрдамида ингичка цилиндр идишда сузиб юрувчи ёғоч таёқчани зичлигини аниқлаш мумкин?

9. Тарози ва тошлари, сувли стакан ва штатив ёрдамида пластилин бўлакларидан бирининг ичидаги металлнинг зичлигини аниқланг. Иккала бўлакдаги пластилин массаси бир хил. Металлни пластилин ичидан чиқариб олиш таъқиқланади.

10. Қирраси 1 м бўлган куб сувда пастки қирраси 0,25 м ботган ҳолда сузиб юрибди. Кубнинг устига ҳажми 10 дм^3 бўлган тош қўйилганда пастки қиррасининг сувга ботиш чуқурлиги 2 см га ортди. Куб моддасининг ва тошнинг зичлигини топинг.

11. Радиуси 3 см бўлган шар симобга ботирилганда унинг ҳажмининг 2/3 ҳавода қолиб, симобда сузади. Бу шар бўшлиғининг ҳажмини топинг.

12. Пўлат қувурларни денгиз орқали ташиш учун уларнинг икки томони сув ўтмайдиган қилиб кавшарланади. Узунлиги 5 м ва массаси 3,9 т бўлган қувур чўкмаслиги учун унинг ички диаметрлари камида қандай бўлиши керак?

13. Деталь темир ва никель қотишмасидан қуйилган. Агар детальнинг ҳаводаги оғирлиги 34,2 Н; сувдагиси- 30,2 Н бўлса, унда темир ва никель ҳажм бўйича қандай фоизни ташкил қилишини топинг.

14. Тиқин бўлаги ҳавода 0,15 Н, қўрғошин бўлаги 1,13 Н оғирликка эга. Агар бу бўлакларни динамометрга осиб, керосинга ботирилса, динамометр 0,6 Н ни кўрсатди. Тиқиннинг зичлигини топинг.

15. Массаси 500 кг ва ҳажми 600 м^3 бўлган аэростат вертикал юқорига кўтарилади. Аэростат текис тезланувчан ҳаракат қилиб, 10 с да қандай баландликка кўтарилади ва унга таъсир қилувчи куч бу вақт ичида қандай иш бажаради.

16. Кўндаланг кесим юзи 1 м^2 ва қалинлиги 0,4 м бўлган муз парчаси сувда чузиб юрибди. Муз парчасини тўлиқ сувга ботириш учун қандай иш бажариш керак?

17. 2 м баландликдан симобга тушган алюминий шарча қандай чуқурликка ботади? Симобнинг ўртача қаршилик кучи шарча оғирлик кучининг 0,1 қисмини ташкил этади.

VII. Гидроаэродинамика
Асосий қонунлар ва формулалар

Гидроаэродинамикада суюқлик ва газларнинг ҳаракат қонунлари ҳамда суюқлик ва газларнинг қаттиқ жисмлар билан ўзаро таъсирлашиш қонунлари қаралади.

Суюқликнинг трубалардаги стационар (барқарор) ҳаракати давомида трубанинг турли хил кўндаланг кесимларидан вақт бирлигида ўтаётган суюқликнинг ҳажмлари бир- бирига тенг бўлади. Суюқликнинг узлуксизлиги деб номланувчи бу ҳолат

$S_1\vartheta_1 = S_2\vartheta_2$ тенглик билан аниқланади. ϑ_1 -тезлик S_1 кесимдан оқиб ўтаётган суюқлик оқимининг (суюқлик зарраларининг) тезлиги. ϑ_2 - тезлик S_2 кесимдан оқиб ўтувчи суюқлик оқимининг тезлигидир. Идеал суюқликнинг стационар оқими учун механик энергиянинг сақланиш қонуни Бернулли тенгламаси билан ифодаланади.

Агар оқимнинг ихтиёрий кесимида, оғирлик маркази баландлиги нолга тенг бўлган саноқ бошидан h баландликда бўлган суюқлик қатлами танлаб олинса Бернулли қонуни

$$P + \rho gh + \frac{\rho\vartheta^2}{2} = const \qquad (2)$$

кўринишда бўлади. Бунда P -ташқи босим, ρgh - статик босим, $\frac{\rho\vartheta^2}{2}$ эса суюқликнинг динамик босими.

ϑ -суюқликнинг берилган кесимидан оқиб ўтиш тезлиги.

ρ -суюқликнинг зичлиги.

h-шартли келишилган горизонтга нисбатан суюқлик баландлиги. Ташқи босим, статик босим, динамик босимларнинг йиғиндиси тўла босимни беради.

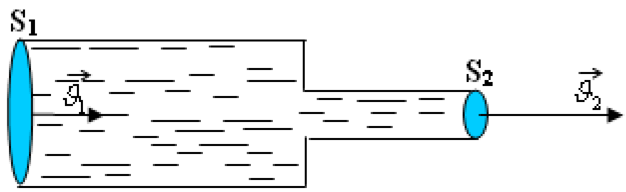
ϑ - тезлик билан оқиб ўтувчи ва h баландликдан оқиб тушувчи суюқлик оқими қуйидаги қувватга эга бўлади.

$$N = \frac{E_T}{t} = \frac{E_k + E_\Pi}{t} = \frac{m\vartheta^2}{2t} + \frac{mgh}{t} \qquad (3)$$

Гидроаэродинамикага тегишли масалалар оқимининг тезлиги, ташқи босим, гидростатик босим, динамик босимларни топишга тегишли бўлади. Гидроаэродинамикага тегишли масалаларни ечишда ўқувчилар кўпгина асбобларнинг ишлаш принципи билан танишадилар. Суюқликлардаги ички ишқаланишнинг аҳамияти кўрилади. Кўпгина масалалар $S_1\vartheta_1 = S_2\vartheta_2$ (1) $P + \rho gh + \frac{\rho\vartheta_2}{2} = const$ (2) формулалардан фойдаланиб топилади. Баъзи бир масалаларни ечишда бу формулалар билан бир қаторда импульснинг ва энергиянинг сақланиш қонунларидан ҳам фойдаланилади.

46-масала. Трубанинг кенг қисмида сувнинг оқиш тезлиги 10 $\frac{см}{с}$, Диаметри кенг қисмига қараганда 4 марта кичик бўлган қисмида сувнинг оқиш тезлиги қандай бўлади? Чизма чизамиз. (46-расм)

Бу масала $S_1\vartheta_1 = S_2\vartheta_2$ (1) формулага тегишлидир. Суюқликнинг стационар (барқарор) оқими пайтида, бирлик вақтда трубанинг ҳар қандай кесимидан бир хил миқдорда суюқлик оқиб ўтади, биз уни



46-расм.

$Q = \frac{m}{t} = const$ деб ёзиб оламиз.

$Q_1 = \frac{m_1}{t} = \frac{\rho V_1}{t} \qquad V_1 = S_1 \cdot l_1$

$Q_1 = \frac{\rho S_1 \cdot l_1}{t_1}; \quad o_1 = \frac{l_1}{t_1} \quad Q_1 = \rho S_1 \cdot \vartheta_1 \qquad (2)$

худди шунингдек, $Q_2 = \rho S_2 \cdot \vartheta_2$ (3) ҳосил бўлади. $Q_1=Q_2$ тенг бўлгани учун

$S_1 = \frac{\pi d_1^2}{4} \qquad S_2 = \frac{\pi d_2^2}{4}$ ларни (1) га олиб келиб қўйсак

$\rho S_1\vartheta_1 = \rho S_2\vartheta_2$
$S_1\vartheta_1 = S_2\vartheta_2$ (3) формула келиб чиқар экан.

$\frac{\pi d_1^2}{4} \cdot \vartheta_1 = \frac{\pi d_2^2}{4} \cdot \vartheta_2 \qquad d_1^2 \cdot \vartheta_1 = d_2^2 \cdot \vartheta_2 \qquad (4)$

$d_1 = 4d_2$ бўлгани учун

$16d_2^2 \cdot \vartheta_1 = d_1^2 \cdot \vartheta_2$ ва $\vartheta_2 = 16 \cdot \vartheta_1 = 16 \cdot 10 \frac{см}{c} = 160 \frac{см}{c} = 1{,}6 \frac{м}{c}$

$\vartheta_2 = 1{,}6 \frac{м}{c}$ га тенг экан.

47-масала. Тупроқ сўргич машина 1 соатда 500м^3 тупроқ тортиб чиқаради. Сув билан аралашма тупроқнинг ҳажми 10 марта катта. Сув билан аралашган тупроқнинг диаметри 0,6м бўлган трубада ҳаракатланиш тезлиги қандай бўлади?

Берилган: t=1соат V_T= 500 м^3

$V_a = 10 \cdot V_T = 500 м^3$

$d = 0{,}6 м$

$\vartheta = ?$

Сувнинг ҳажмини топиш учун аралашманинг ҳажмидан тупроқнинг ҳажмини айирамиз.

$V_{сув}$=5000м^3-500м^3=4500м^3 $V_{сув}$=4500м^3 экан.

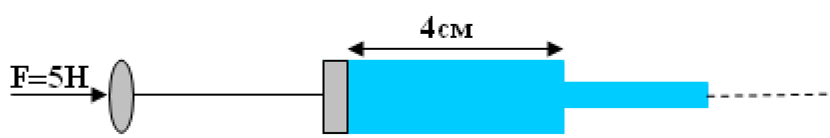
$Q = \frac{m}{t}$ (1) эканлигини билимиз.

$Q = \rho S \vartheta$ (2)

ва $m = \rho V_a$ (3) ларни эътиборга олсак, $\frac{\rho V_a}{t} = \rho S \vartheta$ (4) $\vartheta = \frac{V_a}{S \cdot t}$ (4*) бўлади. (4) дан $\vartheta = \frac{4 \cdot V_a}{\pi d^2 \cdot t}$ (5) ҳосил бўлади.

$\vartheta = \frac{5 \cdot 10^3 \cdot 4}{\pi \cdot 0{,}36 \cdot 3600 c} = 4{,}89 \frac{м}{c}$ *Демак* $\vartheta = 4{,}9 \frac{м}{c}$ *экан.*

48-масала. Шприцнинг поршенининг юзаси *S_1=1,2 см^2*, игна тирқишининг юзаси *S_2=1мм^2*. Поршенга *F=5Н* куч билан таъсир қилганда, шприцдаги суюқлик қанча вақтда оқиб чиқади? Шприц цилиндрининг узунлиги (поршен йўли) 4 см га тенг (47-расм).



47-расм.

Шприцдан оқиб чиққан суюқлик ҳажми, шприцдаги суюқлик ҳажмига тенг. Шприцдаги суюқлик ҳажми $V_1 = S_1 \cdot l$ (1) Шприцдан оқиб чиққан суюқлик ҳажми

$V_2 = S_2 \cdot \vartheta_2 \cdot t$ (2)

V_1=V_2 бўлгани учун

$S_1 l = S_2 \cdot \vartheta_2 \cdot t$ $t = \frac{S_1 l}{S_2 \cdot \vartheta_2}$ (3)

ϑ_2-ни топиш учун Бернулли тенгламасидан фойдаланамиз.

$$P_1 + \rho g h_1 + \rho \frac{\vartheta_1^2}{2} = P_2 + \rho g h_2 + \frac{\rho \vartheta_2^2}{2} \quad (4)$$

Шприц горизонтал жойлашган деб қаралса $h_1 = h_2 = 0;$ $P_1 = \frac{F}{S_1} + P_{aT;}$ У ҳолда Бернулли тенгламаси $\frac{F}{S_1} + \rho \frac{\vartheta_1^2}{2} = \frac{\rho \vartheta_2^2}{2}$ (5)

суюқликнинг узлуксизлиги шартидан $S_1\vartheta_1 = S_2\vartheta_2$ (6)

$\vartheta_1 = \frac{S_2 \cdot \vartheta_2}{S_1}$ (6*) (6*) ни (5) га қўйсак

$\frac{F}{S_1} + \rho \frac{S_2^2 \cdot \vartheta_2^2}{S_1^2 \cdot 2} = \frac{\rho \vartheta_2^2}{2}$ (7) бундан $\vartheta_2 = \sqrt{\frac{2F \cdot S_1}{\rho(S_1^2 - S_2^2}}$ (8)

ни (3) га қўйсак,

$t = \frac{S_1 l}{S_2}\sqrt{\frac{\rho(S_1^2 - S_2^2}{2F \cdot S_1}} = \frac{S_1 l}{S_2}\sqrt{\frac{\rho S_1}{S_2}}\left[1 - (\frac{S_2}{S_1})^2\right]$ $S_2 \prec\prec S_1$ дан жуда кичик бўлгани учун $\left(\frac{S_2}{S_1}\right)^2$ ни ҳисобга олмаймиз. У ҳолда $t = \frac{S_1 \cdot l}{S_2}\sqrt{\frac{\rho S_1}{2F}} = 0.52c$ га эга бўламиз.

Гидроаэродинамика
Мустақил ечиш учун масалалар

1. Ингичка тирқишли вертикал жойлашган трубкадан катта тезлик билан оқиб чиқаётган ҳаво ёки сув оқими устига жойлаштирилган енгил целлулоид шарча нима учун ҳавода эркин сузади?
2. Агар самолёт тезлигини ўзгартирмасдан, қанотининг горизонтга оғиш бурчагини орттирсак, рўпарадан қаршилик ҳамда самолёт қанотининг кўтариш кучи қандай ўзгаради?
3. Цлиндрик челак тубининг ўртасида сув оқиб чиқадиган кичик тирқиш бор. Челакда сув сатҳи тубидан 30 см юқорида. Агар челак а) тинч турса б) 1,2 мс^2 тезланиш билан ҳаракатланса, сув тирқишдан қандай тезлик билан оқиб чиқади.
4. Сув ости қайиғи 100 м чуқурликда турибди. Диаметри 2 см тирқиш орқали қайиққа 1соат ичида қанча сув сизиб киришини аниқланг. қайиқ ичидаги босим атмосфера босимига тенг.
5. Диаметри 5 см бўлган горизонтал қувирдан 0,2 МПа босим остида 0,2 м/с тезлик билан сув оқаяпти. қувирнинг 2 см диаметрли тор қимсмида босим қандай бўлади.
6. Ўт ўчириш насосидан сув оқими вертикал юқорига отиляпти. Агар насос яқинида оқимнинг кўндаланг кесим юзи 1,5 см^2, сув сарфи 60 л/мин бўлса, 2 м баландликда оқимнинг кўндаланг кесм юзасинин топинг.
7. Баландлиги 70 см ва тубининг кўндаланг кесм юзаси 600 см^2 бўлган цлиндр идиш сув билан тўлдирилган. Идиш тубида юзаси 1 см^2 тирқиш ҳосил бўлган. Идишдаги сув а) тўлиқ; б) яримигача оқиб чиқиши учун қанча вақт керак бўлади.
8. Сувли кенг идиш тубининг ён деворида S юзали ёпиқ тирқиш мавжуд. Идишдаги сув сатҳи h, идиш ва сув массаси m. Агар тиқин чиқариб олинса, идиш туби ва сирт орасидаги ишқаланиш коэффициенти қандай бўлганда идиш ҳаракатга келишини топинг.
9. S кўндаланг кесимли, тўғри бурчак остига эгилган қувур бўйлаб ϑ тезликда газ оқмоқда. Агар газ зичлиги ρ бўлса, у қувурга қандай куч билан босади? Газ сиқилиши ва ишқаланишини ҳисога олманг.
10. Сувни кўндаланг кесим S бўлган қувур орқали H баландликка кўтараётган η_1 Ф.И.К га эга ва 1с да Q литр сувни ҳайдайдиган насоснинг минимал қувватини топинг.