GULISTON DAVLAT UNIVERSITETI

FIZIKA-MATEMATIKA FAKULTETI

«MATEMATIKA» KAFEDRASI

UMAROV HABIBULLO RAHMATULLAYEVICH

«DISKRET MATEMATIKA VA MATEMATIK MANTIQ» FANIDAN O'QUV-USLUBIY MAJMUA

(«5130100 - Matematika», «5110700 – Informatika o'qitish metodikasi» ta'lim yo'nalishi bakalavr talabalari uchun)

Guliston - 2017

Umarov Habibullo Rahmatullayevich, «Diskret matematika va matematik mantiq» fanidan o'quv – uslubiy majmua («5130100 - Matematika», «5130100 - Informatika o'qitish metodikasi» ta'lim yo'nalishi bakalavr talabalari uchun). O'quv-uslubiy majmua. – Guliston: GulDU nashri, 2017. – 260 bet.

«Diskret matematika va matematik mantiq» fanidan ushbu o'quv – uslubiy majmua Guliston davlat universitetining «Matematika» kafedrasida tayyorlangan. Majmua «Diskret matematika va matematik mantiq» fanini o'rganish jarayonida talabaning mustaqil ishlashini ta'minlovchi o'quv-uslubiy materiallarni o'z ichiga oladi hamda talaba olgan bilimining sifatini doimo nazorat qilishni ta'minlaydi.

Ushbu o'quv - uslubiy majmua «Diskret matematika va matematik mantiq» fani o'quv rejasida mavjud barcha ta'lim yo'nalishlari bakalavr talabalari uchun mo'ljallangan.

Taqrizchi:

fizika-matematika fanlari nomzodi, dots. H.Norjigitov

MUALLIFDAN

Hurmatli talaba!

Qo'lingizdagi ushbu o'quv-uslubiy majmua «Diskret matematika va matematik mantiq» fanini o'rganish jarayonida sizning mustaqil ishlashingizni tashkil etishga mo'ljallangan.

Majmua ikki bo'limdan iborat: «Fanning o'quv predmetiga kirish» va «Fanning reja-topshiriqlari va o'quv - uslubiy materiallari»

Birinchi bo'lim o'quv kursi bo'yicha dastlabki tushuncha beruvchi materiallar: o'quv kursining dolzarbligi, maqsad va vazifalari, fan bo'yicha zarur bo'lgan bilim darajasining Davlat ta'lim standartlari talablari, mavzu va mashg'ulot turlari bo'yicha o'quv soatlarining taqsimlanishi hamda ularning mazmuni, tavsiya etiladigan adabiyotlar ro'yxati, mustaqil ishlar mavzulari, hamda bilimni nazorat qilish savolaridan iborat.

Ikkinchi bo'limda har bir mashg'ulot uchun reja-topshiriq va o'quv-uslubiy materiallari berilgan. Topshiriqlarni o'z vaqtida bajarish o'quv predmeti bo'yicha yuqori darajada bilimga ega bo'lishni va doimo o'z-o'zini nazorat qilib borishni ta'minlaydi.

Har bir fan kabi «Diskret matematika va matematik mantiq» fanini o'rganishda mantiqiy ketma-ketlikni ta'minlash talab etiladi. Shuning uchun mavzuni chuqur o'rgangandan so'ng yangi mavzuga o'tish mumkin bo'ladi.

GulDU «Matematika» kafedrasi
o'qituvchisi H.R.Umarov

MUNDARIJA

Amaliy topshiriqlar.

2.2.2. Mantiq algebrasining funksiyalari va ularning xossalarini o'rganish. Namunaviy misol va masala hamda uning yechimi. Amaliy topshiriqlarlar.

2.2.3. Formulalarning normal shakllarini keltirib chiqarish jarayonini o'rganish. Namunaviy misol va masala hamda uning yechimi. Amaliy topshiriqlarlar.

2.2.4. Ikkitaraflama prinsipning mohiya-tini o'rganish va uning tatbiqlari. Namunaviy misol va masala hamda uning yechimi. Amaliy topshiriqlarlar.

2.2.5. Monoton va chiziqli funksiyalar xossalarini o'rganish. Namunaviy misol va masala hamda uning yechimi. Amaliy topshiriqlarlar.

2.2.6. Funksiyalar sistemasining yopiqligini tahlil qilish. Post teoremasining tatbiqini o'rganish. Namunaviy misol va masala hamda uning yechimi. Amaliy topshiriqlarlar.

2.2.7. Funksional elementlar va ulardan sxemalar yasash. Kontaktli sxemalarni sintez qilish. Namunaviy misol va masala hamda uning yechimi. Amaliy topshiriqlarlar.

2.2.8. Qisqartirilgan DNShni aniqlash- ning klassik algoritmlari bo'yicha amaliyot. Namunaviy misol va masala hamda uning yechimi. Amaliy topshiriqlarlar.

2.2.9. Qisqartirilgan DNShni aniqlashning sonli usullari. Namunaviy misol va masala hamda uning yechimi. Amaliy topshiriqlarlar.

2.2.10. Tupikli DNShlarni aniqlash algoritmlari. Namunaviy misol va masala hamda uning yechimi. Amaliy topshiriqlarlar.

2.2.11. Predikatlar ustida mantiqiy amallar. Chinlik sohalarini ifodalash usullari. Namunaviy misol va masala hamda uning yechimi. Amaliy topshiriqlarlar.

2.2.12. К Kvantorlar va ularning xossalari. Predikat formulalarining deyarli normal formasi. Namunaviy misol va masala hamda uning yechimi. Amaliy topshiriqlarlar.

2.2.13. Formulalarning umumqiymatliligini tekshirish amallari. Namunaviy misol va masala hamda uning yechimi. Amaliy topshiriqlarlar.

2.2.14. Kvantor amallarini ba'zi matematik ta'rif va tushunchalarini keltirib chiqarishga tatbiqi. Namunaviy misol va masala hamda uning yechimi. Amaliy topshiriqlarlar.

2.2.15 Tyuring mashinasi yordamida algoritmlarni ifodalash va dasturlashtirish. Namunaviy misol va masala hamda uning yechimi. Amaliy topshiriqlarlar.

2.2.16. Tyuring mashinalari ustida bajariladigan murakkab amallar.Namunaviy misol va masala hamda uning yechimi. Amaliy topshiriqlarlar.

1 - BO'LIM

«DISKRET MATEMATIKA VA MATEMATIK MANTIQ» FANINING O'QUV PREDMETIGA KIRISH

1.1. FANGA KIRISH, UNING DOLZARBLIGI, MAQSAD VA VAZIFALARI, UNI O'ZLASHTIRISHGA QO'YILADIGAN TALABLAR

1.1.1. *Kirish* (*Fanning o'rni va ahamiyati, rivojlanish taraqqiyoti, nazariy va metodologik asosi va o'rganiladigan muammolari bayon etiladi*).

Hozirgi kunda Diskret matematika va matematik mantiq amaliy masalalarni yechishning eng keng tarqalgan fanlaridan biri, masalan, hisoblash texnikasining mantiqiy asoslari va dasturiy ta'minotini rivojlantirishda, . Usulning qo'llanilishi qulayligi, uning har qanday murakkab shaklli soha uchun ham qo'llanilishi soddaligi sababli bu usul amaliychi va ayniqsa muhandislar orasida keng qo'llanilib kelinmoqda. Bu usul asosida ishlab chiqarish tizimining bir qator hisoblari muvaffaqiyatli qo'llanilib kelinmoqda. Bu esa Diskret matematika va matematik mantiqning *amaliy ahamiyati* naqadar yuqori ekanligini bildiradi.

Diskret matematika va matematik mantiq avvalo muhandislar tomonidan taklif etildi, undan keyinroq esa u o'zining matematik asosiga ega bo'ldi.

Fanning maqsadi – amaliy matematika va informatika ta'lim yo'nalishi talabalriga «Diskret matematika va matematik mantiq» ning nazariy asoslarini, ularning amliyotdagi o'rni va o'ziga xos xususiyatlarini va afzalliklarini, amaliy masalalarni yechishga tadbiq qilishni, har xil ob'yektlarni tadqiq qilishni o'rgatish.

Fanning asosiy masalasi– matematik mantiq, bir tomondan, formal mantiq muammolariga matematik metodlarni qo'llash bo'lsa, ikkinchi tomondan, matematikani asoslashga xizmat qiluvchi fan sifatida foydalanishdir. Hozirgi zamon matematik mantiqi avtomatika, mashina matematikasi, bir tildan ikkinchi tilga avtomatik tarzda tarjima qilish, matematik lingvistika, axborot nazariyasi va umuman kibernetikaning nazariy va asosi hisoblanadi. Fanni o'zlashtirish natijasida talaba "Diskret matematika va matematik mantiq" ning asosiy tushunchalarini o'zlashtirishi va uni amaliyotga qo'llay bilishi lozim.

1.1.2. *Fanning tarkibini o'zlashtirishga qo'yiladigan talablar.*

Fanni o'zlashtirgandan keyin talaba:

- *quyidagi nazariy bilimlarga ega bo'lishi va ulardan foydalana olishi zarur*:
  - hodisani o'rganishning matematik modelini va uni yechish usulini tanlay bilishi;
  - tadqiq qilinayotgan ob'yekt uchun aniq xarakteristikalar berishi;
  - mustaqil ravishda "Diskret matematika va matematik mantiq" usul va qoidalarini qo'llay bilishi;
  - nazariy bilimlariga asoslanib amliy masalalarni yechishga qo'llay olishi;
  - olingan natijalarni tahlil qila bilishi;
- *quyidagi amaliy ko'nikmalarni egallashi zarur*:
  - mustaqil bilim olish;
  - "Diskret matematika va matematik mantiq" qonunlarini mantiqiy masalalarni formallashtirish va amalda yechishga qo'llash;
  - Matematik bilimlarni deduktiv qonuniyatga asosan rivojlantirishga hissa qo'shish;
  - natijalarni tahlil qila bilish;
- *quyidagilar haqida tasavvurga ega bo'lishi zarur*:
  - Diskret matematika va matematik mantiqning universialligi;
  - o'rganilayotgan ixtiyoriy ob'yektni diskretlashtirish jarayoni;
  - zamonaviy axborot texnologiyalaridan unumli foydalanish;
  - algoritmlashtirish va dasturlashtirish asosi;
- *quyidagilar yuzasidan malakalarni egallashi zarur*:
  - tadqiqot ob'yektining xususiyatini tahlil qilish va uni tadqiq qilishga Diskret matematika va matematik mantiqni qo'llay bilish;
  - masalaning diskret funksiyasini tuzish va uni xususiyatlarini tekshira bilish;
  - induksiya va deduksiya qoidalariga asosan ob'ektni tekshira bilish;

- masalaning algoritmini tuzish.

1.1.3. ***Fanning boshqa fanlar bilan bog'liqligi va uslubiy jihatdan uzviy ketma-kerligi*** *(Fanning boshqa turdosh fanlar bilan o'zaro aloqadorligi va uzviyligi haqida ma'lumot beriladi).*

Ushbu fan matematik analiz, algebra, hisoblash texnikasi asoslari, dasturlashtirish texnologiyasi, matematik va komputer lingvistikasi, tarjima nazariyasi, jarayonlar tadqiqoti, matmatik modellashtirish fanlari bilan bog'langan bo'lib, bu fanlarni o'rganish uchun talabalar aynan "Diskret matematika va matematik mantiqni" chuqur o'zlashtirishlari zarur hisoblanadi. Shuningdek, talabalar turli texnik obyektlar va zamonaviy elektron qurilmalarni fizik asoslari to'g'risida tasavurga ega b'lishlari darkor. Informatika va axborot texnologiyalari fanini mukammal o'zlashtirib dasturlashtirish tillarini hamda matematik paketlarni o'rganib, yangi pedagogik va axborot texnologiyalarini tadbiq qilgan holda amaliy masalalarni echa olishlari kerak.

Bunda asosan, talabalar ma'ruzalar matnlarini o'rganish, uni amaliyot ishlari bilan birgalikda olib borish hamda amaliy mashg'ulotlar materiallarini shaxsiy kompyuterlarda bajarish ko'nikmalarni hosil qilishi kerak.

Fanni o'rganishda mashg'ulotlarning ma'ruza, amaliyot mashg'ulotlari, mustaqil ta'lim shakllaridan foydalaniladi va interfaol usullarning aqliy hujum, klaster, taqdimot, bumerang va boshqa yangi pedagogik texnologiya elementlari qo'llaniladi.

1.2. FANNING HAJMI VA MAZMUNI

1.2.1 ***Fanning hajmi***

№	**Mashg'ulot turi**	**Ajratilgan soat rejada (1-semestr)**
1.	Nazariy mashg'ulot	54
2.	Amaliy mashg'ulot	54
3.	Mustaqil ish	74
	JAMI:	**182**

1.2.2. ***Fanning ta'lim standartlariga asoslangan mazmuni***

- ***Nazariy mashg'ulotlar mazmuni.***

Diskret matematika va matematik mantiq tarixi va uning asoslari. Tarixiy ma'lumotlar. Diskret matematika va matematik mantiqning umumiy tushunchalari va uning zamonaviy amaliy masalalarni yechishdagi o'rni. Mulohaza. Mulohazalar ustida mantiqiy amallar. Formulalar. Teng kuchli formulalar. Aynan chin, aynan yolg'on va bajariluvchi formulalar. Asosiy tengkuchliliklar. Teng kuchli formulalarga doir teoremalar.Formulalarning normal shakllari. Diz'yunktiv va kon'yunktiv normal shakllar. Mukammal kon'yunktiv va diz'yunktiv normal shakllar. Formulalarning asosiy xossalari. Tengkuchlimas formulalar soni. Bul algebrasi. Mantiq algebrasidagi ikkitaraflamalik qonuni. Mantiq algebrasidagi arifmetik amallar. Jegalkin ko'phadi. Mantiq algebrasidagi monoton funksiyalar. Funksiyalar sistemasining to'liqligi. Funksional yopiq sinflar va Post teoremasi. Matematik mantiqning diskret texnikaga tatbiqlari. Funksional elementlar va ulardan sxemalar yasash. Ko'ptaktli sxemalar. Rele – kontaktli sxemalar. Kontaktli sxemalar va ularning sintezi.Chekli avtomat haqida umumiy tushunchalar. Mili va Mur avtomatlari. Matematik mantiq funksiyalarini minimallashtirish muammosi. Diz'yunktiv normal shaklni soddalash-tirish masalasi. Qisqartirilgan diz'yunktiv normal shakl. Qisqartirilgan diz'yunktiv normal shaklni yasash algoritmi. Tupikli diz'yunktiv normal shakllarni geometrik asosda yasash usullari. Tupikli diz'yunktiv normal shakllarni yasash algoritmi. Ayrim yagona tarzda hosil qilinadigan diz'yunktiv normal shakllar. Predikat tushunchasi. Predikatlar ustida mantiqiy amallar. Umumiylik va mavjudlik kvantorlari. Formula tushunchasi. Formulaning qiymatini hisoblash. Predikatlar mantiqi formulasining nomal shakli.Bajariluvchi va umumqiymatli formulalar. Yechilish muammosi. Predikatlar mantiqining matematikaga tadbiqi. Aksiomatik predikatlar hisobi. Algoritm tushunchasi va uning xarakterli xususiyatlari. Yechiluvchi va sanaluvchi to'plamlar. Algoritm tu-shunchasiga aniqlik kiritish. Tyuring mashinalari. Tyuring mashinasida algoritmni realizasiya qilish. Tyuring mashinasi ustida amallar. Algoritmlar nazariyasining asosiy gipotezasi. Markovning normal algoritmlari. Markov bo'yicha hisoblanuvchi funksiyalar.

- ***Amaliy mashg'ulotlar mazmuni***

Mulohaza. Mulohazalar ustida mantiqiy amallar. Namunaviy misol va masala hamda uning yechimi.

Amaliy topshiriqlarlar. Mantiq algebrasining funksiyalari va ularning xossalarini o'rganish. Namunaviy misol va masala hamda uning yechimi. Amaliy topshiriqlarlar. Formulalarning normal shakllarini keltirib chiqarish jarayonini o'rganish. Namunaviy misol va masala hamda uning yechimi. Amaliy topshiriqlarlar. Ikkitaraflama prinsipning mohiya-tini o'rganish va uning tatbiqlari. Namunaviy misol va masala hamda uning yechimi. Amaliy topshiriqlarlar. Monoton va chiziqli funksiyalar xossalarini o'rganish. Namunaviy

misol va masala hamda uning yechimi. Amaliy topshiriqlarlar. Funksiyalar sistemasining yopiqligini tahlil qilish. Post teoremasining tatbiqini o'rganish. Namunaviy misol va masala hamda uning yechimi. Amaliy topshiriqlarlar. Funksional elementlar va ulardan sxemalar yasash. Kontaktli sxemalarni sintez qilish. Namunaviy misol va masala hamda uning yechimi. Amaliy topshiriqlarlar. Qisqartirilgan DNShni aniqlash- ning klassik algoritmlari bo'yicha amaliyot. Namunaviy misol va masala hamda uning yechimi. Amaliy topshiriqlarlar. Qisqartirilgan DNShni aniqlashning sonli usullari. Namunaviy misol va masala hamda uning yechimi. Amaliy topshiriqlarlar. Tupikli DNShlarni aniqlash algoritmlari. Namunaviy misol va masala hamda uning yechimi. Amaliy topshiriqlarlar. Predikatlar ustida mantiqiy amallar. Chinlik sohalarini ifodalash usullari. Namunaviy misol va masala hamda uning yechimi. Amaliy topshiriqlarlar. Kvantorlar va ularning xossalari. Predikat formulalarining deyarli normal formasi. Namunaviy misol va masala hamda uning yechimi. Amaliy topshiriqlarlar. Formulalarning umum qiymatliligini tekshirish amallari. Namunaviy misol va masala hamda uning yechimi. Amaliy topshiriqlarlar. Kvantor amallarini ba'zi matematik ta'rif va tushunchalarini keltirib chiqarishga tatbiqi. Namunaviy misol va masala hamda uning yechimi. Amaliy topshiriqlarlar. Tyuring mashinasi yordamida algoritmlarni ifodalash va dasturlashtirish. Namunaviy misol va masala hamda uning yechimi. Amaliy topshiriqlarlar. Tyuring mashinalari ustida bajariladigan murakkab amallar.Namunaviy misol va masala hamda uning yechimi. Amaliy topshiriqlarlar.

- ***Mustaqil ta'lim mashg'ulotlairi mazmuni***

To'plamlar nazariyasining asosiy tushunchalari. To'plamlar ustida amallar. Asosiy tengkuchliliklar. To'plamlar algebrasi. To'plamlar algebrasi bilan mulohazalar algebrasi o'rtasidagi munosabat. Mukammal kon'yunktiv va diz'yunktiv normal shakllar. Formulalarning asosiy xossalari. Tengkuchlimas formulalar soni. Funksiyalar tengkuchliligi. Funksiyalar superpozisiyasi. Bul algebrasi. Mantiq algebrasidagi arifmetik amallarning xossalari. 0 va 1 saqlovchi funksiyalarning xossalari. O'z-o'ziga qo'shma funksiyalarning xossalari. Monoton funksiyalarning xossalari. Chiziqli funksiyalarning xossalari. Funksional yopiq sinflar Bilan bogliq murakkab amallar. Funksional elementlar va ulardan sxemalar yasash. Teskari bog'lanishi bo'lgan funksional elementlardan sxemalar yasash. Kontaktli sxemalar va ularning sintezi. Kontakt sxemalarni minimallashtirish muammosi. Diz'yunktiv normal shaklni soddalashtirishning trivial agoritmi. Minimallashtirish masalasining geometrik tarzda qo'yilishi. Ikkilik kub va uning xossalari. Qisqartirilgan diz'yunktiv normal shaklni yasashning Mak-Klaski usuli. Qisqartirilgan diz'yunktiv normal shaklni yasashning Bleyk usuli. Tupikli diz'yunktiv normal shakllarni geometrik asosda yasash usullari. Tupikli diz'yunktiv normal shakllarni yasash algoritmi. Yadroviy kon'yunksiya. Ayrim yagona tarzda hosil qilinadigan diz'yunktiv normal shakllar. Predikatlar ustida mantiqiy amallar. Kvantor amallarining xossalari. Predikatlar mantiqi formulasining qiymatini hisoblash, tengkuchli formulalarni isbotlash. Predikatlar mantiqi formulasining normal shaklining xossalari. Predikatlar mantiqida yechilish muammosi. Chekli sohalarda yechilish muammosi. Tarkibida bir turdagi kvantor amali qatnashuvchi normal shakldagi formulalar uchun yechilish muammosi. Matematik mulohazalarni predikatlar mantiqi formulasi ko'rinishida yozish. Qarama-qarshi tasdiqlarni tuzish. Predikatlar mantiqidagi to'g'ri, teskari va qarama-qarshi teoremalar. Yetarli va zaruriy shartlar. Teskarisini (aksini) faraz qilish usuli bilan isbotlash. Aksiomatik predikatlar hisobi haqida. Predikatlar mantiqida yetarli va zaruriy shartlar. Teskarisini (aksini) faraz qilish usuli bilan isbotlash. Tyuring mashinasida murakkab algoritmni realizasiya qilish.

1.2.3. *Fan mashg'ulotlari mavzulari mazmuni va ularga ajratilgan soat*

- ***Nazariy mashg'ulotlar mavzulari mazmuni va ularga ajratilgan soat***

1-semestr (54 soat)

1-ma'ruza **(2 soat):** Diskret matematika va matematik mantiq tarixi va uning asoslari. Tarixiy ma'lumotlar. Diskret matematika va matematik mantiqning umumiy tushunchalari va uning zamonaviy amaliy masalalarni yechishdagi o'rni. Mulohaza. Mulohazalar ustida mantiqiy amallar.

2-ma'ruza **(2 soat):** Formulalar. Teng kuchli formulalar. Aynan chin, aynan yolg'on va bajariluvchi formulalar. Asosiy tengkuchliliklar. Teng kuchli formulalarga doir teoremalar.

3-ma'ruza **(2 soat):** Formulalarning normal shakllari. Diz'yunktiv va kon'yunktiv normal shakllar. Mukammal kon'yunktiv va diz'yunktiv normal shakllar. Formulalarning asosiy xossalari. Tengkuchlimas formulalar soni. Bul algebrasi.

4-ma'ruza **(2 soat):** Mantiq algebrasidagi ikkitaraflamalik qonuni. Mantiq algebrasidagi arifmetik amallar. Jegalkin ko'phadi. Mantiq algebrasidagi monoton funksiyalar.

5-ma'ruza **(2 soat):** Funksiyalar sistemasining to'liqligi. Funksional yopiq sinflar va Post teoremasi.

6-ma'ruza **(2 soat):** Matematik mantiqning diskret texnikaga tatbiqlari. Funksional elementlar va ulardan sxemalar yasash.

7-ma'ruza **(2 soat):** Ko'ptaktli sxemalar. Rele – kontaktli sxemalar. Kontaktli sxemalar va ularning sintezi.Chekli avtomat haqida umumiy tushunchalar. Mili va Mur avtomatlari.

8-ma'ruza **(2 soat):** Matematik mantiq funksiyalarini minimallashtirish muammosi. Diz'yunktiv normal shaklni soddalash-tirish masalasi. Qisqartirilgan diz'yunktiv normal shakl. Qisqartirilgan diz'yunktiv normal shaklni yasash algoritmi.

9-ma'ruza **(2 soat):** Tupikli diz'yunktiv normal shakllarni geometrik asosda yasash usullari. Tupikli diz'yunktiv normal shakllarni yasash algoritmi. Ayrim yagona tarzda hosil qilinadigan diz'yunktiv normal shakllar.

10-ma'ruza **(2 soat):** Predikat tushunchasi. Predikatlar ustida mantiqiy amallar. Umumiylik va mavjudlik kvantorlari. Formula tushunchasi. Formulaning qiymatini hisoblash.

11-ma'ruza **(2 soat):** Predikatlar mantiqi formulasining nomal shakli.Bajariluvchi va umumqiymatli formulalar. Yechilish muammosi.

12-ma'ruza **(2 soat):** Predikatlar mantiqining matematikaga tadbiqi. Aksiomatik predikatlar hisobi.

13-ma'ruza **(2 soat):** Algoritm tushunchasi va uning xa-rakterli xususiyatlari. Yechiluvchi va sanaluvchi to'plamlar. Algoritm tu-shunchasiga aniqlik kiritish.

14-ma'ruza **(2 soat):** Tyuring mashinalari. Tyuring mashinasida algoritmni realizasiya qilish. Tyuring mashinasi ustida amallar.

15-ma'ruza **(2 soat):** Algoritmlar nazariyasining asosiy gipotezasi. Markovning normal algoritmlari. Markov bo'yicha hisoblanuvchi funksiyalar.

Amaliy mashg'ulotlar mavzulari mazmuni va ularga ajratilgan soat

1-semestr (54 soat)

1-amaliy mashg'ulot (2 soat): Mulohaza. Mulohazalar ustida mantiqiy amallar. Namunaviy misol va masala hamda uning yechimi. Amaliy topshiriqlarlar.

2-amaliy mashg'ulot (2 soat): Mantiq algebrasining funksiyalari va ularning xossalarini o'rganish. Namunaviy misol va masala hamda uning yechimi. Amaliy topshiriqlarlar.

3-amaliy mashg'ulot (2 soat): Formulalarning normal shakllarini keltirib chiqarish jarayonini o'rganish. Namunaviy misol va masala hamda uning yechimi. Amaliy topshiriqlarlar.
4-amaliy mashg'ulot (2 soat): Ikkitaraflama prinsipning mohiya-tini o'rganish va uning tatbiqlari. Namunaviy misol va masala hamda uning yechimi. Amaliy topshiriqlarlar.
5-amaliy mashg'ulot (2 soat): Monoton va chiziqli funksiyalar xossalarini o'rganish. Namunaviy misol va masala hamda uning yechimi. Amaliy topshiriqlarlar.
6-amaliy mashg'ulot (2 soat): Funksiyalar sistemasining yopiqligini tahlil qilish. Post teoremasining tatbiqini o'rganish. Namunaviy misol va masala hamda uning yechimi. Amaliy topshiriqlarlar.
7-amaliy mashg'ulot (2 soat): Funksional elementlar va ulardan sxemalar yasash. Kontaktli sxemalarni sintez qilish. Namunaviy misol va masala hamda uning yechimi. Amaliy topshiriqlarlar.
8-amaliy mashg'ulot (2 soat): Qisqartirilgan DNShni aniqlash- ning klassik algoritmlari bo'yicha amaliyot. Namunaviy misol va masala hamda uning yechimi. Amaliy topshiriqlarlar.
9-amaliy mashg'ulot (2 soat): Qisqartirilgan DNShni aniqlashning sonli usullari. Namunaviy misol va masala hamda uning yechimi. Amaliy topshiriqlarlar.
10-amaliy mashg'ulot (2 soat): Tupikli DNShlarni aniqlash algoritmlari. Namunaviy misol va masala hamda uning yechimi. Amaliy topshiriqlarlar.
11-amaliy mashg'ulot (2 soat): Predikatlar ustida mantiqiy amallar. Chinlik sohalarini ifodalash usullari. Namunaviy misol va masala hamda uning yechimi. Amaliy topshiriqlarlar.
12-amaliy mashg'ulot (2 soat): Kvantorlar va ularning xossalari. Predikat formulalarining deyarli normal formasi. Namunaviy misol va masala hamda uning yechimi. Amaliy topshiriqlarlar.
13-amaliy mashg'ulot (2 soat): Formulalarning umum qiymatliligini tekshirish amallari. Namunaviy misol va masala hamda uning yechimi. Amaliy topshiriqlarlar.
14-amaliy mashg'ulot (2 soat): Kvantor amallarini ba'zi matematik ta'rif va tushunchalarini keltirib chiqarishga tatbiqi. Namunaviy misol va masala hamda uning yechimi. Amaliy topshiriqlarlar.
15-amaliy mashg'ulot (2 soat): Tyuring mashinasi yordamida algoritmlarni ifodalash va dasturlashtirish. Namunaviy misol va masala hamda uning yechimi. Amaliy topshiriqlarlar.
16-amaliy mashg'ulot (2 soat): Tyuring mashinalari ustida bajariladigan murakkab amallar.Namunaviy misol va masala hamda uning yechimi. Amaliy topshiriqlarlar.

- ***Mustaqil ta'lim mashg'ulotlairi mavzulari mazmuni va ularga ajratilgan soat***

1-semestr (74 soat)

1-Mustaqil ish (2 soat): To'plamlar nazariyasining asosiy tushunchalari. To'plamlar ustida amallar. Asosiy tengkuchliliklar. To'plamlar algebrasi.
2-Mustaqil ish (2 soat): To'plamlar algebrasi bilan mulohazalar algebrasi o'rtasidagi munosabat.
3-Mustaqil ish (2 soat): Mukammal kon'yunktiv va diz'yunktiv normal shakllar. Formulalarning asosiy xossalari. Tengkuchlimas formulalar soni.
4-Mustaqil ish (2 soat): Funksiyalar tengkuchliligi. Funksiyalar superpozisiyasi. Bul algebrasi.
5-Mustaqil ish (2 soat): Mantiq algebrasidagi arifmetik amallarning xossalari.
6-Mustaqil ish (2 soat): 0 va 1 saqlovchi funksiyalarning xossalari.
7-Mustaqil ish (2 soat): O'z-o'ziga qo'shma funksiyalarning xossalari.
8-Mustaqil ish (2 soat): Monoton funksiyalarning xossalari.
9-Mustaqil ish (2 soat): Chiziqli funksiyalarning xossalari.
10-Mustaqil ish (2 soat): Funksional yopiq sinflar Bilan bogliq murakkab amallar
11-Mustaqil ish (2 soat): Funksional elementlar va ulardan sxemalar yasash.
12-Mustaqil ish (2 soat): Teskari bog'lanishi bo'lgan funksional elementlardan sxemalar yasash.
13-Mustaqil ish (2 soat): Kontaktli sxemalar va ularning sintezi. Kontakt sxemalarni minimallashtirish muammosi.
14-Mustaqil ish (2 soat): Diz'yunktiv normal shaklni soddalashtirishning trivial agoritmi.
15-Mustaqil ish (2 soat): Minimallashtirish masalasining geometrik tarzda qo'yilishi. Ikkilik kub va uning xossalari.
17-Mustaqil ish (2 soat): Qisqartirilgan diz'yunktiv normal shaklni yasashning Mak-Klaski usuli.

18-Mustaqil ish (2 soat): Qisqartirilgan diz'yunktiv normal shaklni yasashning Bleyk usuli.
19-Mustaqil ish (2 soat): Tupikli diz'yunktiv normal shakllarni geometrik asosda yasash usullari.
20-Mustaqil ish (2 soat): Tupikli diz'yunktiv normal shakllarni yasash algoritmi. Yadroviy kon'yunksiya.
21-Mustaqil ish (2 soat): Ayrim yagona tarzda hosil qilinadigan diz'yunktiv normal shakllar.
22-Mustaqil ish (2 soat): Predikatlar ustida mantiqiy amallar. Kvantor amallarining xossalari.
23-Mustaqil ish (2 soat): Predikatlar mantiqi formulasining qiymatini hisoblash, tengkuchli formulalarni isbotlash.
24-Mustaqil ish (2 soat): Predikatlar mantiqi formulasining normal shaklining xossalari.
25-Mustaqil ish (2 soat): Predikatlar mantiqida yechilish muammosi. Chekli sohalarda yechilish muammosi.
26-Mustaqil ish (2 soat): Tarkibida bir turdagi kvantor amali qatnashuvchi normal shakldagi formulalar uchun yechilish muammosi.
27-Mustaqil ish (2 soat): Matematik mulohazalarni predikatlar mantiqi formulasi ko'rinishida yozish. Qarama-qarshi tasdiqlarni tuzish.
28-Mustaqil ish (2 soat): Predikatlar mantiqidagi to'g'ri, teskari va qarama-qarshi teoremalar. Yetarli va zaruriy shartlar. Teskarisini (aksini) faraz qilish usuli bilan isbotlash. Aksiomatik predikatlar hisobi haqida.
29-Mustaqil ish (2 soat): Predikatlar mantiqida yetarli va zaruriy shartlar. Teskarisini (aksini) faraz qilish usuli bilan isbotlash.
30-Mustaqil ish (2 soat): Tyuring mashinasida murakkab algoritmni realizasiya qilish.

1.3. FANNI O'QITISH JARAYONINI TASHKIL ETISH VA O'TKAZISH BO'YICHA TAVSIYALAR. *(Fanni o'qitish shakli, vositalari, texnologiyasi va metodlari).*

1.3.1. *Nazariy mashg'ulotlarga tayyorgarlik.*

Bu jarayonga tayyorgarlik ko'rishda faqatgina ma'ruza materiallari bilan cheklanib qolmasdan, balki bir necha uslubiy qo'llanma va darsliklardan foydalanish lozim. Bu bir tomondan dars hajmining kamligi sababli ma'ruza darslarida yetkazishning imkoni bo'lmagan mavzularni to'ldirishga, ikkinchi tomondan esa chuqur bilim olish va masalalarni yechish ko'nikmalarni shakllantirishga yordam beradi. Bu o'z navbatida talabaning mustaqil bilim olishini, adabiyotlar bilan ishlash ko'nikmalarini shakllantiradi.

1.3.2. *Amaliy mashg'ulotlarni o'qitish jarayonini tashkil etish va uni o'tkazishga tayyorgarlik bo'yicha tavsiyalar.*

Talabaning nazariy ma'lumotlarni va umumiy fanni o'zlashtirish darajasi uning amaliy masalalarni, seminar mashg'uloti materiallarini bajarishi, masalalarni mustaqil yecha olishi, uy vazifalarini bajara olishi darajasi va samaradorligi bilan aniqlanadi. Shuning uchun talaba fanning har xil bo'limlaridagi tipik misol va masalalarni mustaqil yechish ko'nikmalarini egallashi lozim. Bu jarayonda talaba o'rganilayotgan fanning ma'nosiga chuqurroq yetib borgan holda aniq amaliy topshiriqlarni bajarishda umumiy nazariy qonuniyatlarni qo'llay oladi. Buning uchun talaba amaliyot darslarida qiyinlik darajasi oshib boruvchi kamida 5-6 ta topshiriqlarni bajarishi zarur. Darsdan tashqari mustaqil ish va uy vazifasi sifatida talabaga o'rtacha qiyinlikdagi va uslubiy manbalardan foydalangan holda yechish mumkin bo'lgan topshiriq berish maqsadga muvofiq. Bunda o'tilgan nazariy ma'lumotlar va topshiriqlarni bajarishning maxsus uslublaridan foydalanilishiga e'tibor berish kerak. Shunday qilib, talabani shu fanga kiruvchi har xil bo'limlarga oid topshiriqlarni nazariy ma'lumotlarga tayanib yechishga o'rgatiladi. Bu jarayonda quyidagi uslubiy xarakterga ega qoidalarni e'tiborga olish maqsadga muvofiq:

- masalaning qo'yilishini qisqacha yozish, bunda berilgan ma'lumotlarning hammasini yagona birliklar sitemasiga o'tkazish, lozim bo'lganda ba'zi spravochnik o'zgarmaslarini kiritish;

- masalani yechish jarayonida qo’llaniladigan barcha zaruriy qonuniyatlarni o’zida aks ettiruvchi noma’lum miqdorlarni izlashning mantiqiy yo’llarini topgan holda masalani tahlil qilish;
- masala shartining grafik tasvirini (eskizini) chiza bilish;
- masalani yechishning ketma-ketligini izohlashlar bilan bajara olish;
- o’lchamlarni tekshira olish, berilgan ma’lumotlardan to’la foydalana olish, yechimning ishonchliligini baholay olish;
- masalaning yechimini yetarlicha aniqlik bilan hisoblay bilish;
- olingan sonli natijalarning mantiqiy maqsadini baholay bilish va ulardan zaruriy mexanik xulosalar chiqara bilish.

Talabaning amaliyot darslaridagi topshiriqlarni, uy vazifalarini va mustaqil ish topshiriqlarini bajarishini nazorat qilish va baholashning quyidagi uslubiga e’tiborni qaratish maqsadga muvofiq:

- uy vazifalarini tekshirish;
- nazorat topshiriqlarini bajarishini tekshirish;
- dars davomida o’zlashtirishini nazorat qilish;
- mustaqil ish topshiriqlari himoyasi.

Amaliyot mashg’uloti topshirig’ini bajarishdan kutiladi-gan natijalar:

- mavzu yuzasidan bilimlarni tizimlashtirish va mustahkamlash;
- amaliy masalalarni yechishda nazariy tushunchalardan foydalana bilish;
- masalani yechishning to’g’ri usulini tanlay bilish;
- masalani mustaqil yechish ko’nikmasini hosil qilish;
- masalaning yechimini mustaqil tahlil qila bilish.

1.3.3. *Amaliyot mashg’uloti topshirig’ini bajarishdan kutiladigan natijalar*:

mavzu yuzasidan bilimlarni tizimlashtirish va mustahkamlash; amaliy masalalarni yechishda nazariy tushunchalardan foydalana bilish; masalani yechishning to’g’ri usulini tanlay bilish; masalani mustaqil yechish ko’nikmasini hosil qilish; masalaning yechimini mustaqil tahlil qila bilish.

1.3.4. *Mustaqil ish turlari*:

- *takrorlash va mashq qilish:* takrorlash; tahlil qilish; qayta ishlash; mustahkamlash; chuqurlashtirish; eslab qolish; ko’nikma hosil qilish; malakani shakllantirish;
- *yangi bilimlarni mustaqil o’zlashtirish:* yangi mavzular; axborot manbaini izlab topish va konspektlashtirish; mustaqil fikrlar tuzish;
- *ijodiy xarakterdagi ishlar:* muammoli vaziyatlarni aniqlash; test va topshiriq tuzish; slaydlar tayyorlash; mustaqil qaror qabul qilish; yangi usullar yaratishga intilish.

1.3.5. *Mustaqil ta’limni tashkil qilishda foydalanadigan vositalar:*

- nazariy mashg’ulotlarda foydalanadigan vositalar (darslik; o’quv qo’llanma; masala va mashq to’plami; diapozitivlar; lug’atlar; masalalar to’plami; magnit yozuv; video yozuv; o’rgatuvchi dasturlar; multimedia va hokazo);
- amaliy mashg’ulotlarda foydalaniladigan vositalar (yo’riqnomalar to’plami; tabiiy o’qitish vositalari; xarakatlanuvchi modellar; o’quv plakatlari; yo’riqnoma; texnologik xaritalar; trasparantlar; modellar; elektron kitoblar; maketlar; testlar va hokazo).

1.3.6. *Referat yozish bo’yicha qisqacha ko’rsatmalar:*

- *Referat tayyorlashda hal etilishi nazarda tutiladigan vazifalar*: o’quv predmetning dolzarb nazariy masalalari bo’yicha bilimlarni chuqurlashtirish, talaba tomonidan mavzuga oid olingan nazariy bilimlarni ijodiy qo’llash ko’nikmalarini hosil qilish; tanlangan kasbiy sohada mavjud mahalliy va xorijiy tajribalarni mavjud sharoitlarda ularni amaliy jihatdan qo’llash imkoniyatlari va muammolarni o’zlashtirish; tanlangan mavzu bo’yicha har xil manbalarni (monografiyalar, davriy nashrlardagi ilmiy maqolalar va shu kabilar) o’rganish qobiliyatini takomillashtirish va ularning natijalari asosida tanqidiy yondashgan tarzda mustaqil holda materialni ifoda etish, ishonchli xulosa va takliflar qilish; yozma ko'rinishdagi ishlarni to'g'ri rasmiylashtirish ko'nikmalarini rivojlantirish.

- *Referat ustida ishlash tartibi*: mavzuni tanlash; mavzu bo'yicha asosiy manbalarni o'rganish; zaruriy materiallarni konspektlashtirish; tadqiqot rejasini tuzish; yig'ilgan materiallarni tartibga solish va yozish; foydalanilgan adabiyotlar ro'yxatini rasmiylashtirish; referatni rasmiylashtirish.
- *Referatni rasmiylashtirish tartibi*: A4 shakldagi qog'ozga 12-shrift, 1,5 interval, qog'ozning bir tomonida chapdan – 2,5 sm, o'ngdan – 1,5 sm, yuqori va pastdan – 2 sm xoshiya qoldiriladi; matn sahifalariga tartib raqami beriladi, 1-titul varag'i, 2-reja, 3-betdan boshlab sahifalanadi; referat hajmi 20-25 betdan oshmasligi lozim.
- *Referat matnini rasmiylashtirish tartibi*: titul varag'i; ish rejasi; kirish; asosiy qism (kamida 3 ta banddan iborat bo'lishi lozim); xulosa; foydalanilgan adabiyotlar ro'yxati; ilova (jadval, diagramma, grafik, rasm, sxema va hokazo).

1.3.7. ***Ta'lim umumiy shakllari***: jamoaviy, guruhda, yakka tartibda (frontal, zveno, individual).

1.3.8. ***Ta'lim usullari***:

- *an'anaviy usullar* (og'zaki, amaliy, ko'rgazmali, kitob bilan ishlash, video va audio usullar);
- *aniq maqsadli usullar* (bilimlarni egallash; malaka va ko'nikmalarni shakllantirish; bilimlarni qo'llash; ijodiy faoliyat; mustahkamlash; bilim, malaka va ko'nikmalarni tekshirish);
- *idrok etish-bilish faoliyati xarakteriga ko'ra usullar* (tushuntirish – illyustrativ (axborot – reseptiv); reproduktiv; muammonli bayon qilish; qisman ijodiy (evristik); tadqiqiy);
- *didaktik maqsadli yo'naltirilgan usullar* (ilk bor bilimlarni o'zlashtirish; egallangan bilimlarni mustahkamlash va takomillashtirish).

1.3.9. ***Yangi pedagogik va innovasion texnologiyalar uslublari***: «Ma'ruza», «Tanishuv», «Tushunchalar tahlili», «Zinama-zina», «Charxpalak», «Bumerang», «Rezyume», «Muammo», «Labirint», «Blis-so'rov», «Fikr, sabab, misol, umumlashtirish (FSMU)», «Skarabey», «Yelpig'ich», «Muloqot», «Yozma bahs», «Kuzatish, bahslashish, ishontirish (KBI)», «Munosabat», «Tashviqot guruhi», «Amaliyotda jamoaviy ijodiy ishlar», «Ssenariy (sahna)», «Ishontirish maktabi», «Kelishuv va ziddiyat», «Uchlik - samarali, axloqiy, nazokatli (SAN)», «Tushuntiruvchi, talqin qiluvchi (germenevtik)», «Aniq vaziyat, hodisa (keys-stadi)», «Haqiqiy vaziyatlarni o'yin qilib ko'rish (simulyasiya)», «Taqdimot», «Olmos», «Jadvallar», «Kungaboqar», «3x4», «6x6x6», «Muzyorar», «Yumaloqlangan qor», «Fikrlar hujumi», «Aqliy hujum», «Kichik guruhlarda ishlash», «Insert», «Tarmoqlar (klaster)», «Bahs-munozara», «Davra suhbati», «Davra stoli», «Kim ko'p, kim tezroq», «Kim chaqqon, kim topqir», «Kuchsiz halqa», «Loyiha», «To'rt pog'onali», «So'qrot suhbati», «Tanqid qilishni o'rganing», «Iyerarxiya», «Boshqaruv», «Murabbiy va jamoa» va hokazo.

1.3.10. ***Ta'lim vositalari:***

- *matnli vositalar* (o'quv dastur; darslik; o'quv qo'llanma; elektron darsliklar va qo'llanmalar; uslubiy qo'llanma va ko'rsatmalar; tarqatma materiallar; imtihon va nazorat variantlari; testlar va hokazo);
- *tasvirli vositalar* (fotosuratlar; eskiz; chizma; sxema; ramziy tasvir; reja jadvallar; simvollar; diagrammalar; grafiklar; slaydlar va hokazo);
- *audio-video vositalar* (videofilmlar; kompakt disklar; audio va video kassetalar; tasvir va matnni yozish va saqlash; doskalar (oq doska, flipchart doska, pinbord doska); videomagnitafon; kamera; kompyuter va hokazo);
- *modelli vositalar* (asbob-uskunalar; stanoklar; yarim tayyor va tayyor mahsulotlar).

1.3.11. ***Didaktik tamoyillar tizimi***: ilmiylik, qulaylik, izchillik, uzviylik, nazariyaning amaliyot bilan bog'liqligi, onglilik, faollik va mustaqillik, ko'rgazmalilik, mustahkamlik, guruh qilib o'qitish hamda unda individual yondashishni qo'shib olib borish, o'qitishning tarbiyalovchi, rivojlantiruvchi va takomillashtiruvchi xarakteri, o'qitishning kasbiy yo'naltirilganligi.

1.3.12. *Ta'limda o'quv-tarbiyaviy jarayonni tashkil etish shakllari:* dars, fan, texnika to'garaklari, o'quvchilar ilmiy uyushmalari, sayohatlar.

1.3.13. *Tarbiya usullari:* ishontirish; ijobiy namuna; mashq qilish; talablar; xulqi ustidan nazorat; faoliyatning boshqa ko'rinishlariga o'tish.

1.3.14. *Dars turlari*:

- *an'anaviy* (yoki standart, uning tuzilishi: so'rash, tushuntirish, mustahkamlash, uyga vazifa berish),
- *zamonaviy* (uning tuzilishi: didaktik (asosiy), mantiqiy - psixologik, motivlangan va uslubiy);
- *noan'anaviy* (yoki nostandart), uning turlari:
  - muammoli;
  - texnologik;
  - virtual;
  - musobaqa va o'yin (tanlov, turnir, estafeta, duel, KVN, tadbirli, rolli (rassom, loyihachi, bezatuvchi, muharrir, rejisser va hokazo), krossvord, viktorina);
  - ijtimoiy amaliyotga ma'lum bo'lmagan ish shakllari, janrlari va uslublariga asoslangan (tadqiq etish, ixtirochilik, birlamchi manbalar tahlili, intervyu, reportaj, taqriz);
  - muloqotning og'zaki shaklini eslatuvchi (matbuot anjumani, auksion, benefis, miting, vaqti chegaralangan munozara, panorama, teleko'prik, bildirgi, muloqot, «jonli gazeta», og'zaki jurnal);
  - o'quv materialini noan'anaviy tashkil etishga asoslangan (donolik, ochiq tan olish, «dublyor harakat boshlaydi»);
  - hayoliylashgan (ertak, sovg'a, XXI asr darslari);
  - muassasa va tashkilotlar faoliyatiga o'xshash asoslangan (sud, tergov, tribunal, patent byurosi, ilmiy yoki muharrirlik kengashi va h.k.).

1.3.15. *Dars ko'rinishlari*: ma'ruza, seminar va amaliy mashg'ulotlar, laboratoriya mashg'ulotlari, o'quv anjumanlari, o'quv-seminar, suhbat, kinodars, kompyuter mashg'ulotlari, mashqlar, maslahatlar, ekskursiya, ekspedisiya, o'quv ishlab chiqarish va pedagogik amaliyoti, kurs, loyiha va bitiruv malakaviy ishlari, talabalarning mustaqil tahsili va hokazo.

1.3.16. *Darsning asosiy tarkibiy elementlari*: tashkiliy qism; uyga berilgan yozma vazifalarni tekshirish; talabalar bilimini og'zaki tekshirish (yoki so'rash); yangi materiallarni tushuntirish; yangi materiallarni mustah-kamlash; uyga vazifa berish; darsni uyushqoqlik bilan yakunlash.

1.3.17. *Dars tahlilining asosiy tarkibiy qismlari*: o'qituvchining darsga tayyorgarlik darajasi, darsning maqsad va vazifalari, tashkiliy ishlar, didaktik, uslubiy, metodologik, psixologik, pedagogik, o'quvchilar bilan hamkorlikda ishlash va yakuniy tahlillar.

1.3.18. *Darsga kirgan o'qituvchining qo'lida bo'lishi lozim*: guruh jurnali, fan o'quv dasturi, kalendar-mavzu rejasi, dars texnologik xaritasi, o'quv-uslubiy materiallar.

1.3.19. *O'qituvchining darsga kirishdan oldin o'ziga qo'yadigan savoli*: nega, nimani va qanday o'qitaman?

1.3.20. *Abu Ali Ibn Sinoning o'qituvchiga qo'ygan talablari:*

- talaba (o'quvchi)lar bilan muomalada bosiq va jiddiy bo'ling;
- berilayotgan bilimni talaba (o'quvchi)lar qanday o'zlashtirib olayotganligiga alohida e'tibor bering;
- ta'limda turli uslub va shakllardan foydalaning;
- talaba (o'quvchi)larning xotirasi, bilimlarni egallash qobiliyati, shaxsiy xususiyatlarini biling;
- talaba (o'quvchi)larni fanga qiziqtira biling;
- talaba (o'quvchi)larga uzatilayotgan bilimlarning eng muhimini ajratib bering;

- bilimlarni talaba (o'quvchi)larga tushunarli hamda ularning yoshi, aqliy darajasiga mos ravishda bering;
- har bir so'zning talaba (o'quvchi)lar hissiyotini uyg'otish darajasida bo'lishiga erishing.

1.3.21. *Didaktik vositalar*

- *jixozlar va uskunalar, moslamalar*: videoproyektor; elektoron doska; kodoskop;
- *video-audio uskunalar*: videokamera;
- *kompyuter va multimediali vosita*: kompyuter, videoglazok; sab-bufer.

1.4. TAQVIM MAVZUIY REJA

(Taqvim mavzuiy reja o'quv materialini to'g'ri taqsimlashda mazkur fan boshqa fanlar va amaliyotlar bilan bog'lashda, darsga kerakli o'quv materiallari va vositalarini tayyorlashda yordam beradi, o'qitish jarayonini loyixalashtirish va samaradorlikni oshirish imkonini beradi).

№	Mavzu	Ajratilgan soat	Ta'lim shakli	Dars turi	Fanlararo va fan ichidagi bog'liqlik	Ta'lim metodlari	Ta'lim vositalari	Foydalanilgan adabiyotlar ro'yxati	Mustaqil ish topshiriqlari
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1-semestr (182 soat)									
Ma'ruzalar (M) mavzusi bo'yicha (54 soat)									
1.	1-M	2	Frontal	Standart	Matematik analiz, Informatika va dasturlashtirish asoslari	An'anaviy	Matnli, tasvirli	1,2,3,4,7, 8,9,10,11	1-2 MI
2.	2-M	2	Frontal	Standart	Matematik analiz, Informatika va dasturlashtirish asoslari	An'anaviy	Matnli, tasvirli	1,2,3,4,7, 8,9,10,11	1-2 MI
3.	3-M	2	Frontal	Standart	Matematik analiz, Informatika va dasturlashtirish asoslari	An'anaviy	Matnli, tasvirli	1,2,3,4,7, 8,9,10,11	3-5 MI
4.	4-M	2	Frontal	Standart	Matematik analiz, Informatika va dasturlashtirish asoslari	An'anaviy	Matnli, tasvirli	1,2,3,4,7, 8,9,10,11	3-5 MI
5.	5-M	2	Frontal	Standart	Matematik analiz, Informatika va dasturlashtirish asoslari	An'anaviy	Matnli, tasvirli	1,2,3,4,7, 8,9,10,11	5-10 MI
6.	6-M	2	Frontal	Standart	Matematik analiz, Informatika va dasturlashtirish asoslari	An'anaviy	Matnli, tasvirli	1,2,3,4,7, 8,9,10,11	11-13 MI
7.	7-M	2	Frontal	Standart	Matematik analiz, Informatika va dasturlashtirish	An'anaviy	Matnli, tasvirli	1,2,3,4,7, 8,9,10,11	11-13 MI

					asoslari				
8.	8-M	2	Frontal	Standart	Matematik analiz, Informatika va das-turlashtirish asoslari	An'anaviy	Matnli, tasvirli	1,2,3,4,7, 8,9,10,11	14-21 MI
9.	9-M	2	Frontal	Standart	Matematik analiz, Informatika va das-turlashtirish asoslari	An'anaviy	Matnli, tasvirli	1,2,3,4,7, 8,9,10,11	14-21 MI
10.	10-M	2	Frontal	Standart	Matematik analiz, Informatika va das-turlashtirish asoslari	An'anaviy	Matnli, tasvirli	1,2,3,4,7, 8,9,10,11	22-29 MI
11.	11-M	2	Frontal	Standart	Matematik analiz, Informatika va das-turlashtirish asoslari	An'anaviy	Matnli, tasvirli	1,2,3,4,7, 8,9,10,11	22-29 MI
12.	12-M	2	Frontal	Standart	Matematik analiz, Informatika va das-turlashtirish asoslari	An'anaviy	Matnli, tasvirli	1,2,3,4,7, 8,9,10,11	22-29 MI
13.	13-M	2	Frontal	Standart	Matematik analiz, Informatika va das-turlashtirish asoslari	An'anaviy	Matnli, tasvirli	1,2,3,4,7, 8,9,10,11	22-29 MI
14.	14-M	2	Frontal	Standart	Matematik analiz, Informatika va das-turlashtirish asoslari	An'anaviy	Matnli, tasvirli	1,2,3,4,7, 8,9,10,11	22-29 MI
15.	1.5	2	Frontal	Standart	Matematik analiz, Informatika va das-turlashtirish asoslari	An'anaviy	Matnli, tasvirli	1,2,3,4,7, 8,9,10,11	30 MI
Amaliyot mashg'ulotlari mavzusi bo'yicha (54 soat)									
1.	1-AM	2	Zveno	Didaktik	Matematik analiz, Informatika va das-turlashtirish asoslari	Aniq maqsadli	Matnli, tasvirli	1,2,3,4,7, 8,9,10,11	1-2 MI
2.	2-AM	2	Zveno	Didaktik	Matematik analiz, Informatika va das-turlashtirish asoslari	Aniq maqsadli	Matnli, tasvirli	1,2,3,4,7, 8,9,10,11	1-2 MI
3.	3-AM	2	Zveno	Didaktik	Matematik analiz, Informatika va das-turlashtirish asoslari	Aniq maqsadli	Matnli, tasvirli	1,2,3,4,7, 8,9,10,11	3-5 MI
4.	4-AM	2	Zveno	Didaktik	Matematik analiz, Informatika va das-turlashtirish asoslari	Aniq maqsadli	Matnli, tasvirli	1,2,3,4,7, 8,9,10,11	3-5 MI

5.	5-AM	2	Zveno	Didaktik	Matematik analiz, Informatika va das-turlashtirish asoslari	Aniq maqsadli	Matnli, tasvirli	1,2,3,4,7, 8,9,10,11	5-10 MI
6.	6-AM	2	Zveno	Didaktik	Matematik analiz, Informatika va das-turlashtirish asoslari	Aniq maqsadli	Matnli, tasvirli	1,2,3,4,7, 8,9,10,11	11-13 MI
7.	7-AM	2	Zveno	Didaktik	Matematik analiz, Informatika va das-turlashtirish asoslari	Aniq maqsadli	Matnli, tasvirli	1,2,3,4,7, 8,9,10,11	11-13 MI
8.	8-AM	2	Zveno	Didaktik	Matematik analiz, Informatika va das-turlashtirish asoslari	Aniq maqsadli	Matnli, tasvirli	1,2,3,4,7, 8,9,10,11	14-21 MI
9.	9-AM	2	Zveno	Didaktik	Matematik analiz, Informatika va das-turlashtirish asoslari	Aniq maqsadli	Matnli, tasvirli	1,2,3,4,7, 8,9,10,11	14-21 MI
10.	10-AM	2	Zveno	Didaktik	Matematik analiz, Informatika va das-turlashtirish asoslari	Aniq maqsadli	Matnli, tasvirli	1,2,3,4,7, 8,9,10,11	22-29 MI
11.	11-AM	2	Zveno	Didaktik	Matematik analiz, Informatika va das-turlashtirish asoslari	Aniq maqsadli	Matnli, tasvirli	1,2,3,4,7, 8,9,10,11	22-29 MI
12.	12-AM	2	Zveno	Didaktik	Matematik analiz, Informatika va das-turlashtirish asoslari	Aniq maqsadli	Matnli, tasvirli	1,2,3,4,7, 8,9,10,11	22-29 MI
13.	13-AM	2	Zveno	Didaktik	Matematik analiz, Informatika va das-turlashtirish asoslari	Aniq maqsadli	Matnli, tasvirli	1,2,3,4,7, 8,9,10,11	22-29 MI
14.	14-AM	2	Zveno	Didaktik	Matematik analiz, Informatika va das-turlashtirish asoslari	Aniq maqsadli	Matnli, tasvirli	1,2,3,4,7, 8,9,10,11	22-29 MI
15.	15-AM	2	Zveno	Didaktik	Matematik analiz, Informatika va das-turlashtirish asoslari	Aniq maqsadli	Matnli, tasvirli	1,2,3,4,7, 8,9,10,11	30 MI
16.	16-AM	2	Zveno	Didaktik	Matematik analiz, Informatika va das-turlashtirish asoslari	Aniq maqsadli	Matnli, tasvirli	1,2,3,4,7, 8,9,10,11	30 MI

1.5. MUSTAQIL O'RGANISH VA REFERATLAR TAYYORLASH UCHUN TAVSIYA ETILADIGAN MAVZULAR

№	Mustaqil ta'lim mavzusi	Adabiyot
1	To'plamlar nazariyasining asosiy tushunchalari. To'plamlar ustida amallar. Asosiy tengkuchliliklar.	1,2,3,4,7,8,9,10,11
2	To'plamlar algebrasi bilan mulohazalar algebrasi o'rtasidagi munosabat.	1,2,3,4,7,8,9,10,11
3	Mukammal kon'yunktiv va diz'yunktiv normal shakllarni hosil qilish jarayoni.	1,2,3,4,7,8,9,10,11
4	Mantiq algebrasidagi amallarni arifmetik amallarga keltirish.	1,2,3,4,7,8,9,10,11
5	0 va 1 saqlovchi funksiyalarning sonini aniqlash.	1,2,3,4,7,8,9,10,11
6	O'z-o'ziga qo'shma funksiyalarning sonini aniqlash.	1,2,3,4,7,8,9,10,11
7	Monoton funksiyalarning sonini aniqlash.	1,2,3,4,7,8,9,10,11
8	Chiziqli funksiyalarning sonini aniqlash.	1,2,3,4,7,8,9,10,11
9	Funksional yopiq sinflar bilan bogliq murakkab amallar.	1,2,3,4,7,8,9,10,11
10	Teskari bog'lanishi bo'lgan funksional elementlardan sxemalar yasash.	1,2,3,4,7,8,9,10,11
11	Kontaktli sxemalar va ularning sintezi. Kontakt sxemalarni minimallashtirish muammosi.	1,2,3,4,7,8,9,10,11
12	Minimallashtirish masalasining geometrik tarzda qo'yilishi. Ikkilik kub va uning xossalari.	1,2,3,4,7,8,9,10,11
13	Qisqartirilgan diz'yunktiv normal shaklni yasashning Mak-Klaski usuli.	1,2,3,4,7,8,9,10,11
14	Qisqartirilgan diz'yunktiv normal shaklni yasashning Bleyk usuli.	1,2,3,4,7,8,9,10,11
15	Tupikli diz'yunktiv normal shakllarni geometrik asosda yasash usullari.	1,2,3,4,7,8,9,10,11
16	Tupikli diz'yunktiv normal shakllarni yasash algoritmi. Yadroviy kon'yunksiya.	1,2,3,4,7,8,9,10,11
17	Ayrim yagona tarzda hosil qilinadigan diz'yunktiv normal shakllar.	1,2,3,4,7,8,9,10,11
18	Predikatlar mantiqi formulasining qiymatini hisoblash, tengkuchli formulalarni isbotlash.	1,2,3,4,7,8,9,10,11
19	Predikatlar mantiqida yechilish muammosi. Chekli sohalarda yechilish muammosi.	1,2,3,4,7,8,9,10,11
20	Matematik mulohazalarni predikatlar mantiqi formulasi ko'rinishida yozish. Qarama-qarshi tasdiqlarni tuzish.	1,2,3,4,7,8,9,10,11
21	Predikatlar mantiqidagi to'g'ri, teskari va qarama-qarshi teoremalar. Yetarli va zaruriy shartlar. Teskarisini (aksini) faraz qilish usuli bilan isbotlash.	1,2,3,4,7,8,9,10,11
22	Aksiomatik predikatlar hisobi haqida.	1,2,3,4,7,8,9,10,11
23	Predikatlar mantiqida yetarli va zaruriy shartlar.	1,2,3,4,7,8,9,10,11
24	Teskarisini (aksini) faraz qilish usuli bilan isbotlash.	1,2,3,4,7,8,9,10,11
25	Tyuring mashinasida murakkab algoritmni realizasiya qilish va amallar bajarish.	1,2,3,4,7,8,9,10,11
26.	Markov algoritmining ba'zi bir tadbiqlari.	1,2,3,4,7,8,9,10,11

1.6. NAZORATLAR UCHUN SAVOLLAR VARIANTI

1. Diskret matematika va matematik mantiq tarixi va uning asoslari.
2. Tarixiy ma’lumotlar.
3. Diskret matematika va matematik mantiqning umumiy tushunchalari va uning zamonaviy amaliy masalalarni yechishdagi o’rni.
4. Mulohaza. Mulohazalar ustida mantiqiy amallar.
5. Formulalar. Teng kuchli formulalar.
6. Aynan chin, aynan yolg’on va bajariluvchi formulalar.
7. Asosiy tengkuchliliklar. Teng kuchli formulalarga doir teoremalar.
8. Formulalarning normal shakllari. Diz’yunktiv va kon’yunktiv normal shakllar.
9. Mukammal kon’yunktiv va diz’yunktiv normal shakllar.
10. Formulalarning asosiy xossalari.
11. Tengkuchlimas formulalar soni. Bul algebrasi.
12. Mantiq algebrasidagi ikkitaraflamalik qonuni.
13. Mantiq algebrasidagi arifmetik amallar. Jegalkin ko’phadi.
14. Mantiq algebrasidagi monoton funksiyalar.
15. Funksiyalar sistemasining to’liqligi.
16. Funksional yopiq sinflar va Post teoremasi.
17. Matematik mantiqning diskret texnikaga tatbiqlari.
18. Funksional elementlar va ulardan sxemalar yasash.
19. Ko’ptaktli sxemalar. Rele – kontaktli sxemalar.
20. Kontaktli sxemalar va ularning sintezi.
21. Chekli avtomat haqida umumiy tushunchalar. Mili va Mur avtomatlari.
22. Matematik mantiq funksiyalarini minimallashtirish muammosi.
23. Diz’yunktiv normal shaklni soddalash-tirish masalasi.
24. Qisqartirilgan diz’yunktiv normal shakl.
25. Qisqartirilgan diz’yunktiv normal shaklni yasash algoritmi.
26. Tupikli diz’yunktiv normal shakllarni geometrik asosda yasash usullari.
27. Tupikli diz’yunktiv normal shakllarni yasash algoritmi.
28. Ayrim yagona tarzda hosil qilinadigan diz’yunktiv normal shakllar.
29. Predikat tushunchasi. Predikatlar ustida mantiqiy amallar.
30. Umumiylik va mavjudlik kvantorlari.
31. Formula tushunchasi. Formulaning qiymatini hisoblash.
32. Predikatlar mantiqi formulasining nomal shakli.
33. Bajariluvchi va umumqiymatli formulalar.
34. Yechilish muammosi.
35. Predikatlar mantiqining matematikaga tadbiqi.
36. Aksiomatik predikatlar hisobi.
37. Algoritm tushunchasi va uning xarakterli xususiyatlari.
38. Yechiluvchi va sanaluvchi to’plamlar.
39. Algoritm tu-shunchasiga aniqlik kiritish.
40. Tyuring mashinalari.
41. Tyuring mashinasida algoritmni realizasiya qilish.
42. Tyuring mashinasi ustida amallar.
43. Algoritmlar nazariyasining asosiy gipotezasi.
44. Markovning normal algoritmlari.
45. Markov bo’yicha hisoblanuvchi funksiyalar.

TEST SAVOLLARI

1. n та ўзгарувчига боғлиқ ўз-ўзига қўшма мантиқий функциялар сони қанча ?

a) 2^n ;
b) 2^{2n} ;
c) 2^{n+1} ;
d) 2^{2^n-1} ;
e) 2^{n-2}.

2. $f_1 = ((x \vee y) \vee z) \to ((x \vee y)(x \vee z))$ функцияни мукаммал дизъюнктив нормал шаклга келтириб, соддалик $L_Б$, $L_К$, $L_О$ индексларининг миқдорини топинг:

a)18; 8; 6;
b) 8; 18; 6;
c) 6; 8; 18;
d) 18; 6; 8;
e) 8; 6; 18;

3. A(x) ва B(x) ихтиёрий предикатлар бўлсин. $A(x) \vee B(x)$ формулага тенг кучли формулани аниқланг.

a) $\overline{A(x)} \vee \overline{B(x)}$;
b) $\overline{A(x)} \to B(x)$;
c) $\overline{B(x)} \leftrightarrow A(x)$;
d) $\overline{\overline{A(x)} \wedge B(x)}$;
e) $\overline{A(x) \wedge \overline{B(x)}}$.

4. $M = \{1, 2, 3, ..., 20\}$ тўпламда қуйидаги предикатлар берилган: $A(x)$: « x 5 га бўлинмайди»; $B(x)$: « x -жуфт сон»; $D(x)$: « x 3 га каррали». $A(x) \wedge B(x) \wedge D(x)$ предикатнинг чинлик тўпламини топинг.

a) $\{1,2,5,7,11,13,15,17,19\}$.
b) $\{6,12,18\}$.
c) $\{1,2,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,20\}$.
d) $\varnothing$.
e) M.

5. $N_{f_1} = \{(0,0,0), (1,0,0), (1,0,1)\}$ тўпламга мос келадиган функциянинг Т.Д.Н.Ш кўриниши аниқланг.

a) $\overline{x_1}\,\overline{x_2}\,\overline{x_3} \vee x_1\,\overline{x_2}\,\overline{x_3} \vee x_1\,\overline{x_2}\,x_3$;
b) $(\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \wedge (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \wedge (x_1 \vee \overline{x_2} \vee x_3)$;
c) $(x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3}) \wedge (x_1 \vee \overline{x}_2 \vee x_3) \wedge (x_1 \vee \overline{x}_2 \vee \overline{x}_3) \wedge (\overline{x}_1 \vee \overline{x}_2 \vee x_3) \wedge (\overline{x}_1 \vee \overline{x}_2 \vee \overline{x}_3)$;
d) 0;
e) 1;

6. $N_{f_1} = \{(0,0,0), (1,0,0), (1,0,1)\}$ тўпламга мос келадиган функциянинг Т.К.Н.Ш кўриниши аниқланг.

a) $\overline{x_1}\,\overline{x_2}\,\overline{x_3} \vee x_1\,\overline{x_2}\,\overline{x_3} \vee x_1\,\overline{x_2}\,x_3$;
b) $(\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \wedge (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \wedge (x_1 \vee \overline{x_2} \vee x_3)$;
c) $(x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3}) \wedge (x_1 \vee \overline{x}_2 \vee x_3) \wedge (x_1 \vee \overline{x}_2 \vee \overline{x}_3) \wedge (\overline{x}_1 \vee \overline{x}_2 \vee x_3) \wedge (\overline{x}_1 \vee \overline{x}_2 \vee \overline{x}_3)$
d) 0;
e) 1;

7. $f(\tilde{x}^3)$=(01101000) функциянинг Жегалкин кўпҳадини топинг.

a) $x \wedge y \oplus 1$;

b) $x \oplus y \oplus z \oplus x \wedge y \wedge z$;

c) 1;

d) 0;

e) $x \wedge y \wedge z \oplus x \wedge y \oplus x \wedge z \oplus y \wedge z \oplus y \oplus z$.

8. f(x,y,z)= $(x \to y) \to ((x \vee z) \to (y \vee z))$ функциянинг чинлик тўпламини аниқланг.

a) айнан чин формула;

b) f(x,y,z)=(00110111);

c) айнан ёлғон формула;

d) f(x,y,z)=(00110111);

e) f(x,y,z)=(00110111).

9. B= $x \to (y \to z)$ фомулага тенг кучли формулани аниқланг.

a) $\bar{x} \vee \bar{y} \vee z$;

b) айнан чин формула;

c) айнан ёлғон формула;

d) $(x \leftrightarrow y) \to z$;

e) $(x \to y) \leftrightarrow z$.

10. A= $x \vee (y \sim \mathrm{z}), B = (x \vee y) \sim (x \vee z)$ формулалар тенгкучлими?

a) тенгкучли;

b) тенгкучли эмас;

c) $\overline{A} = B$;

d) $A = \overline{B}$;

e) $\overline{A} = \overline{B}$;

11. $f(\tilde{x}^2) = (x_1 \vee x_2) \to x_2$ функциянинг сохта ўзгарувчиларини аниқланг.

a) сохта ўзгарувчи йўқ;

b) x_2 ўзгарувчи сохта;

c) x_3 ўзгарувчи сохта;

d) x_1 ва x_2 ўзгарувчилар сохта;

e) аниқлаб бўлмайди.

12. A= $x \,\&\, (y \sim \mathrm{z})$, B= $(\mathrm{x} \,\&\, \mathrm{y}) \sim (x \,\&\, z)$ формулалар тенгкучлими?

a) тенгкучли;

b) тенгкучли эмас;

c) $\overline{A} = B$;

d) $A = \overline{B}$;

e) $\overline{A} = \overline{B}$;

13. $f(\tilde{x}^2)$=(1001) функциянинг Жегалкин кўпҳадини топинг.

a) $x \wedge y \oplus 1$;

b) $x \oplus y \oplus 1$;

c) 1;

d) 0;

e) $x \wedge y$.

14. $f(\tilde{x}^3) = (x_1 \to (x_1 \vee x_2)) \to x_3$ функциянинг сохта ўзгарувчиларини аниқланг.

a) x_1 ўзгарувчи сохта;

b) x_2 ўзгарувчи сохта;

c) x_3 ўзгарувчи сохта;

d) x_1 ва x_2 ўзгарувчилар сохта;

e) x_1 ва x_3 ўзгарувчилар сохта.

15. $f = x \oplus y$ функцияга қўшма функцияни аниқланг.

a) $g = x \sim y$;

b) $g = y \to x$

c) $g = xy \oplus xz \oplus yz$

d) $g = x \oplus y \oplus z$

e) $g = x \vee y$

16. $f = xy \vee xz \vee yz$, функцияга қўшма функцияни аниқланг.

a) $g = x \sim y$;

b) $g = \overline{y \to x}$

c) $g = xy \oplus xz \oplus yz$

d) $g = x \oplus y \oplus z$

e) $g = x \vee y$

17. Тьюринг машинасининг $a_i q_j a_{ij} q_{ij} L$ командасига мос таърифни аниқланг.

a) машина q_j ҳолатда бўлганда, лентада a_i белги бўлса: a_i белги a_{ij} белги билан алмаштирилади, машина q_{jj} ҳолатга ўтади ва лента бўйлаб чап томонга 1 ячейкага сурилади;

b) машина q_j ҳолатда бўлганда, лентада a_i белги бўлса: a_i белги a_{ij} белги билан алмаштирилади, машина q_{jj} ҳолатга ўтади ва лента бўйлаб ўнг томонга 1 ячейкага сурилади;

c) машина q_{ij} ҳолатда бўлганда, лентада a_j белги бўлса: a_i белги a_{ij} белги билан алмаштирилади, машина q_j ҳолатга ўтади ва лента бўйлаб чап томонга 1 ячейкага сурилади;

d) машина q_j ҳолатда бўлганда, лентада a_i белги бўлса: a_i белги a_{ij} белги билан алмаштирилади, машина q_{jj} ҳолатга ўтади ва лента бўйлаб қўзғалмайди;

e) тўғри жавоб кўрсатилмаган.

18. f(x,y,z)= $((x \oplus y) \sim z)(x \to yz)$функциянинг чинлик тўпламини аниқланг.

a) айнан чин формула;

b) f(x,y,z)=(10010000);

c) айнан ёлғон формула;

d) f(x,y,z)=(00110111);

e) f(x,y,z)=(00110111).

19. $f(\tilde{x}^3)$=(11111000) функциянинг Жегалкин кўпҳадини топинг.

a) $x \wedge y \oplus 1$;

b) $x \oplus y \oplus z \oplus x \wedge y \wedge z$;

c) 1;

d) 0;

e) $x \wedge y$.

20. Тьюринг машинасининг $a_i q_j a_{ij} q_{ij} H$ командасига мос таърифни аниқланг.

a) машина q_j ҳолатда бўлганда, лентада a_i белги бўлса: a_i белги a_{ij} белги билан алмаштирилади, машина q_{jj} ҳолатга ўтади ва лента бўйлаб чап томонга 1 ячейкага сурилади;

b) машина q_j ҳолатда бўлганда, лентада a_i белги бўлса: a_i белги a_{ij} белги билан алмаштирилади, машина q_{jj} ҳолатга ўтади ва лента бўйлаб ўнг томонга 1 ячейкага сурилади;

c) машина q_{ij} ҳолатда бўлганда, лентада a_j белги бўлса: a_i белги a_{ij} белги билан алмаштирилади, машина q_j ҳолатга ўтади ва лента бўйлаб чап томонга 1 ячейкага сурилади;

d) машина q_j ҳолатда бўлганда, лентада a_i белги бўлса: a_i белги a_{ij} белги билан алмаштирилади, машина q_{jj} ҳолатга ўтади ва лента бўйлаб қўзғалмайди;

e) тўғри жавоб кўрсатилмаган.

21. U= $(x \to y) \to z$ фомулага тенг кучли формулани аниқланг.

a) $x \wedge \overline{y} \vee z$;

b) айнан чин формула;

c) айнан ёлғон формула;

d) $(x \leftrightarrow y) \rightarrow z$;

e) $(x \rightarrow y) \leftrightarrow z$.

22. $N_{f_2} = \{(1,1,1), (1,1,0), (1,0,1), (0,0,1)\}$ тўпламга мос келадиган функциянинг Т.К.Н.Ш кўриниши аниқланг.

a) $x_1 x_2 x_3 \vee x_1 x_2 \overline{x_3} \vee x_1 \overline{x_2} x_3 \vee \overline{x_1}\, \overline{x_2} x_3$.

b) $(x_1 \vee x_2 \vee x_3) \wedge (x_1 \vee \overline{x_2} \vee x_3) \wedge (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3)$

c) $(x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3}) \wedge (x_1 \vee \overline{x_2} \vee x_3) \wedge (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \wedge (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee x_3) \wedge (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3})$

d) 0;

e) 1;

23. q_1 бошланғич ҳолатли $\{q_0', q_0''\}$–тугалловчи ҳолатли, $\{q_2, q_3, q_4\}$ ишчи П программали Тьюринг машинасининг итерациясини ҳосил қилиш учун :

a) берилган машинанинг П программасида тугалловчи ҳолатларнинг бирини $\{q_2, q_3, q_4\}$ ишчи ҳолатларнинг ихтиёрий биттаси билан алмаштириш керак;

b) берилган машинанинг П программасида бошланғич ҳолатини $\{q_2, q_3, q_4\}$ ишчи ҳолатларнинг ихтиёрий биттаси билан алмаштириш керак;

c) берилган машинанинг П программасида q_2 ҳолатни, бошланғич ҳолат билан алмаштириш керак;

d) берилган машинанинг П программасида q_3 ҳолатни, бошланғич ҳолат билан алмаштириш керак;

e) тўғри жавоб берилмаган.

24. Қуйидаги жадвалда қандай мантиқий амал кўрсатилган.

A B
---!---!---
1 ! 1 ! 1
1 ! 0 ! 0
0 ! 1 ! 0
0 ! 0 ! 0

a) A ёки B
б) A ва B
c) A --> B
д) A эмас
e) B эмас

25. A = рост, B = ёлғон, C = рост, D = ёлғон бўлса, қуйидаги мантиқий ифода натижасини аниқланг.

$\overline{((A \wedge B) \vee (C \wedge D))} \wedge (A \vee B)$

a) рост
b) ёлғон
c) ёзувда хато бор
d) бажарилувчи
e) тавтология

26. n та ўзгарувчига боғлиқ P_0 синфга тегишли мантиқий функциялар сони қанча ?

a) 2^n;
b) 2^{2n};
c) 2^{n+1};
d) 2^{n-1};
e) 2^{2^n-1}.

27. $f_1 = ((x \vee y) \vee z) \rightarrow ((x \vee y)(x \vee z))$ функцияни конъюнктив нормал шаклга келтириб, соддалик $L_Б$, $L_Д$, L_O индексларининг миқдорини топинг:

a) 6; 2; 2;
b) 8; 8; 3;
c) 6; 8; 3;
d) 8; 6; 8;
e) 8; 6; 3;

28. A(x) ва B(x) ихтиёрий предикатлар бўлсин. $\overline{A(x)} \to \overline{B(x)}$ формулага тенг кучли формулани аниқланг.
a) $\overline{A(x)} \vee \overline{B(x)}$;
b) $\overline{A(x)} \to B(x)$;
c) $\overline{B(x)} \to A(x)$;
d) $\overline{\overline{\overline{A(x)}} \wedge B(x)}$;
e) $\overline{A(x) \wedge \overline{\overline{B(x)}}}$.

29. $M = \{1, 2, 3, ..., 20\}$ тўпламда қуйидаги предикатлар берилган: $A(x)$: « x 5 га бўлинмайди»; $C(x)$: « x -туб сон»; $D(x)$: « x 3 га каррали». $(A(x) \wedge C(x)) \to \overline{D}(x)$; предикатнинг чинлик тўпламини топинг.
a) $\{1,2,5,7,11,13,15,17,19\}$.
b) $\{6,9,12,18\}$
c) $\{1,2,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,20\}$.
d) $\varnothing$.
e) M.

30. n та ўзгарувчига боғлиқ P_1 синфга тегишли мантиқий функциялар сони қанча ?
a) 2^n;
b) 2^{2n};
c) 2^{n+1};
d) 2^{n-1};
e) 2^{2^n-1}.

31. $f_1 = ((x \vee y) \vee z) \to ((x \vee y)(x \vee z))$ функцияни дизъюнктив нормал шаклга келтириб, соддалик $L_Б$, $L_К$, $L_О$ индексларининг миқдорини топинг:
a) 6; 3; 3;
b) 8; 8; 3;
c) 6; 8; 3;
d) 8; 6; 8;
e) 8; 6; 3;

32. A(x) ва B(x) ихтиёрий предикатлар бўлсин. $A(x) \to B(x)$ формулага тенг кучли формулани аниқланг.
a) $\overline{A(x)} \vee \overline{B(x)}$;
b) $\overline{A(x)} \to B(x)$;
c) $\overline{B(x)} \to A(x)$;
d) $\overline{\overline{\overline{A(x)}} \wedge B(x)}$;
e) $\overline{A(x) \wedge \overline{\overline{B(x)}}}$.

33. $M = \{1, 2, 3, ..., 20\}$ тўпламда қуйидаги предикатлар берилган: $C(x)$: « x - туб сон»; $D(x)$: « x 3 га каррали». $D(x) \to \overline{C}(x)$ предикатнинг чинлик тўпламини топинг.
a) $\{1,2,5,7,11,13,15,17,19\}$.
b) $\{6,12,18\}$.

c) $\{1,2,4,5,7,8,10,11,13,14,16,17,19,20\}$.
d) $\varnothing$.
e) M.

34. $f(\tilde{x}^2)=(x_1 \oplus x_2)\,(x_1 \downarrow x_2)$ функциянинг сохта ўзгарувчиларини аниқланг.
a) сохта ўзгарувчи йўқ;
b) x_1 ўзгарувчи сохта;
c) x_3 ўзгарувчи сохта;
d) x_1 ва x_2 ўзгарувчилар сохта;
e) аниқлаб бўлмайди.

35. $f = x \to y$, функцияга қўшма функцияни аниқланг.
a) $g = x \sim y$;
b) $g = \overline{y \to x}$
c) $g = xy \oplus xz \oplus yz$
d) $g = x \oplus y \oplus z$
e) $g = x \vee y$

36. A=$x \to (y \sim z)$,B$=(x \to y) \sim (x \to z)$ формулалар тенгкучлими?
a) тенгкучли;
b) тенгкучли эмас;
c) $\overline{A} = B$;
d) $A = \overline{B}$;
e) $\overline{A} = \overline{B}$;

1.7. REYTING BAHOLASH MEZONLARI

Talabalar o'zlashtirishi monitoringi:

- nazorat (ta'lim oluvchining bilim, ko'nikma va malakalari darajasini aniqlash, o'lchash va baholash jarayoni), xususan tekshirish (bilim darajasini aniqlash; joriy baholash; oraliq baholash; yakuniy baholash);
- hisobga olish (ta'limning muayyan davrida talabalar va o'qituvchi faoliyatini umumlashtirish, xulosalash) va uning usullari (og'zaki, yozma, test hamda amaliy topshiriqlarni bajarish).

Baholash mezonlari jadvali (Texnologik xarita):

Ishchi o'quv dasturidagi mavzular tartib raqami (qo'shimcha topshiriq mazmuni)	Umumiy soat					Baholash turi	Nazorat shakli	Ball		Muddati (hafta)
	Ma'ruza	Amaliy mash-g'ulot	Laborat. ishi	Mustaqil ish	Jami			Max. ball	Sar. ball	
1 – semestr										
1 – 7	14	16		30	60	JB-1	Kundalik nazorat, uy ishi, referat, kollokvium, test	20	11	Dekabr, 1- hafta
8-15	16	16		30	62	JB-2	Kundalik nazorat, uy ishi, referat, kollokvium, test	20	11	Fevral 1- hafta
1 – 15	30	32		60	122	OB	Og'zaki	30	16	Fevral 2- hafta
1-4, 1-8	30	32		60	122	YaB	Yozma	30	17	Jadval bo'yicha

Joriy nazoratlarda baholashlar mezoni

Maks. ball	Baholanadigan ish turlari
4	Darsga nazariy tayyorgarlikni bajarish
9	Umumiy va yakka tartibdagi uy vazifalarini bajarish
9	Amaliy, mustaqil ishlarini bajarish va topshirish.
9	Nazorat ishi, mavzu(lar) bo'yicha kollokvium topshirish.
9	O'quv dasturiga qo'shimcha referat yozish, amaliy topshiriqlar bajarish va himoya qilish (mustaqil ta'lim)
40	Jami
10	Fan bo'yicha ilmiy konferensiya, olimpiada, tanlov va konkurslarda ishtirok etib, yuqori o'rinlarni (1-3) egallash yoki ilmiy maqola va risolalar chop etgan talabaga rag'batlantirish maqsadida 45 ball doirasida 10 ballgacha qo'shimcha ball beriladi.

Izoh: Uy topshiriqlari va boshqa qo'shimcha topshiriqlarni bajarganligi uchun ball berishda topshiriqning to'g'ri, sifatli va muddatida bajarilishi, ijodiy yondashish, tushuntirib bera olish kabi jihatlarga alohida e'tibor beriladi. Ushbu topshiriqlarning yozma bayoni uchun alohida daftar tutiladi.

Oraliq va yakuniy nazoratlarda baholashlar mezoni

Ball		Talabaning bilim, ko'nikma, fikrlash darajasi
OB	YaB	
29-30	29-30	Talaba fanning mohiyati va iqtisodiyotdagi o'rnini, o'tilgan materialni chuqur tushunadi, savolga aniq va to'liq javob beradi, faktlarga to'g'ri baho bera oladi, mustaqil fikrlay oladi, xulosalarni asoslay olish qobiliyatiga ega, javobda mantiqiy ketma-ketlikka amal qiladi, masalani hal qilishga ijodiy yondasha oladi, amaliy topshiriqlarni to'g'ri va o'ziga xos usullarda hal qila oladi, to'g'ri xulosa chiqaradi.
27-28	27-28	Talaba o'tilgan materialni chuqur tushunadi, savolga to'liq javob beradi, lekin ayrim noaniqliklarga yo'l qo'yadi, faktlarga to'g'ri baho bera oladi, mustaqil fikrlash va xulosalarni asoslay olish qobiliyatiga ega, javobda mantiqiy ketma-ketlikka amal qiladi, masalani hal qilishga umuman ijodiy yondasha oladi, amaliy topshiriqlarni to'g'ri hal qiladi, lekin xulosalarda ba'zi noaniqliklarga yo'l qo'yadi.
25-26	25-26	Talaba o'tilgan materialni va uning moxiyatini ancha chuqur tushunadi, savollarga to'liq javob beradi. Lekin umumiy xarakterdagi ayrim xatoliklarga yo'l qo'yadi, faktlarga to'g'ri baho bera oladi, mustaqil fikirlash va xulosalarni asoslash qobiliyati bor, javobda mantiqiy ketma-ketlikka amal qiladi, masalani hal qilishga ijodiy yondasha oladi, amaliy topshiriqlarni umuman to'g'ri hal qila oladi, lekin xulosalarda noaniqliklar uchraydi.
23-24	23-24	Talaba o'tilgan materialni va uning mohiyatini juda yaxshi tushunadi, savollarga umuman to'liq javob beradi, lekin ayrim noaniqliklarga yo'l qo'yadi, faktlarga to'g'ri baho bera oladi, mustaqil fikrlay oladi, lekin ba'zi xulosalarni to'liq asoslab berolmaydi, masalani hal qilishga umuman ijodiy yondasha oladi, amaliy topshiriqlarni biroz qiyinchilik bilan, lekin umuman to'g'ri hal qiladi, xulosalarida noaniqliklar uchraydi.
21-22	21-22	Talaba o'tilgan materialni va uning iqtisodiyotdagi ahamiyatini yaxshi tushu-nadi, savollarga to'liq javob beradi, lekin ba'zi umumiy xarakterdagi xatoliklara yo'l qo'yadi, faktlarga baho berishda biroz qiynaladi, umuman mustaqil fikrlay oladi, lekin ayrim xulosalarni asoslab bera olmaydi, masalani hal qilishga ancha ijodiy yondashadi, amaliy topshiriqlarni hal qilishda ayrim umumiy xarakterdagi xatoliklarga yo'l qo'yadi, xulosalarida noaniqliklar uchraydi.
19-20	19-20	Talaba o'tilgan materialni va uning mohiyatini umuman tushunadi, savollarga ancha aniq va to'liq javob beradi, lekin ayrim xatoliklarga yo'l qo'yadi, ayrim faktlarni shunchaki yodlab olganligi sezilib turadi, ayrim xulosalarni to'g'ri asoslab bera olmaydi, masalani hal qilishga ijodiy yondashish sezilmaydi, amaliy topshiriqlarni hal qilishda ayrim xatoliklarga yo'l qo'yadi, xulosalarida noaniqliklar uchraydi.
17-16	17-16	Talaba o'tilgan materialni umuman biladi. Savollarga aniq va to'liq javob berishga harakat qiladi, lekin ayrim jiddiy xatoliklarga yo'l qo'yadi, qator faktlarni shunchaki yodlaganligi seziladi, xulosalarni asoslashda qiynaladi, ijodiy yondashish sezilmaydi, amaliy topshiriqlarni umuman hal qiladi, ba'zi jiddiy xatoliklarga yo'l qo'yadi.
14-16	14-16	Talaba o'tilgan materialni umuman biladi, aniq javob berishga xarakat qiladi, lekin javobda jiddiy kamchiliklar bor, mulohaza yuritishda xatoliklarga yo'l qo'yadi, faktlarni asosan shunchaki yodlaganligi seziladi, ayrim xulosalarni asoslab, bera olmaydi va masalani hal qilishga ijodiy yondasha olmaydi, amaliy topshiriqlarni qiynalib bo'lsada hal qiladi, lekin jiddiy kamchiliklarga yo'l qo'yadi.
10-13	10-13	Talaba o'tilgan materialni qisman biladi, javobda jiddiy kamchiliklarga yo'l qo'yadi, faktlarni baholab bera olmaydi, xulosalarni asoslashda qiynaladi, masalani hal qilishga ijodiy yondasha olmaydi, amaliy

		topshiriqlarni hal qilishda qiynaladi yoki hal qila olmaydi.
7-9	7-9	Talaba o'tilgan material haqida qisman, uzuq-yuluq tasavvurga ega, materialda yaxshi o'zlashtirilmagan, bilgan narsasini ham faqat yodlaganligi sezilib turadi, faktlarga baho bera olmaydi, amaliy topshiriqlarni deyarli hal qila olmaydi.
4-6	4-6	Talaba o'tilgan material haqida juda kam tasavvurga ega, ayrim faktlarni uzuq-yuluq bilishi mumkin, amaliy topshiriqlarni hal qila olmaydi, jiddiy qo'pol xatoliklarga yo'l qo'yadi.
0-3	0-3	Talaba material bo'yicha deyarli hyech narsa bilmaydi, juda kam tasavvurga ega yoki umuman tasavurga ega emas.

Nazorat turlari	Reyting bali
Joriy nazorat; 40%	86% – 100%; «A'lo»
Oraliq baholash; 30%	71% – 85%; «Yaxshi»
Yakuniy baholash; 30%	55% – 70%; «Qoniqarli»
Saralash ball; 55%	0% – 54%; «Qoniqarsiz»

1.8. TAVSIYA ETILADIGAN ADABIYOTLAR RO'YXATI

АСОСИЙ АДАБИЁТЛАР

1. Тўраев Ҳ.Т., Математик мантиқ ва дискрет математика, Тошкент: Ўқитувчи нашриёти, 2003, 378 б.
2. Тураев Х.Т., Азизов И. А., Отакулов С. «Комбинаторика ва графлар назарияси» «Зиёкор» нашриёти, Тошкент 2009, 263бет
3. Лихтарников Л.М., Сукачева Т.Г., Математическая логика. Курс лекций. Задачник-практикум и решения, Санк-Петербург: ЛАНЬ, 1999, 286 с.
4. Гиндикин С.Г., Алгебра логики в задачах. М: Наука, 1972, 288 с.
5. Яблонский С.В., Введение в дискретную математику. М: Наука, 1979, 272с.
6. Ф. А. Новиков. Дискретная математика для программистов. СПб, Питер, 2000,304 с.
7. Б. Н. Иванов. Дискретная математика. Алгоритмы и программы. Учебное пособие.-М.:Лаборатория Базовых Знаний, 2003, 288с.
8. Гаврилов Г.П., Сапоженко А.А. Сборник задач по дискретной математике. Учебное пособие. Москва: Наука.

ҚЎШИМЧА АДАБИЁТЛАР

9. Тўраев Ҳ.Т., Математик мантиқ ва дискрет математика (I-қисм), Самарқанд: СамДУ нашр-матбаа маркази, 2000, 174 б.
10. Тўраев Ҳ.Т., Математик мантиқ ва дискрет математика (II-қисм), Самарқанд: СамДУ нашр-матбаа маркази, 2001, 201 б.
11. Искандаров Р.И., Математик логика элементлари, Самарқанд: СамДУ, 1970, 324 б.
12. Мендельсон Э., Введение в математическую логику. М: Наука, 1976, 320 с.
13. Мальцев А.И., Алгоритмы и рекурсивные функции. М: Наука, 1965.
14. Горбатов В.А. Основы дискретной математики. М: Высшая школа. 1986. –311 с. 1977, 367 с.
15. Оре О. Теория графов. М: Наука, 1980, 336 с.
16. И. В. Кузьмин, В. А. Кодрус. Основы теории информации и кодирования. М. 1986, 367 с.

ИНТЕРНЕТ САЙТЛАРИ

1. http://dimacs.Rutgers.edu/
2. http://epubs.siam.org/sam-bin/dbq.toclist/SIDMA
3. http://www.uni-bonn.de/logic/world.html
4. http://www.vsppub.com/jornals/jn-DisMatapp.html
5. http://www.math.uni-bonn.de/people/logic/

6. http://www.math.uu.se/logic-server/
7. http://dmoz.org/Science/Math/logic/
8. http://nit.itsoft.ru/2003/tezicy/articles/296.htm
9. http://www.webkniga.ru/books/4665/.html
10. http://book.uhost.ru./036413/
11. http://www.my-shop.ru/shop/books/29955.html

4. Jurnallar

1. O'zbek jurnali:
   Matematika va informatika.
   Energetika va informatika muammolari.
2. «Дискретная математикак», «Дискретний анализ»

5. Moddiy-texnik va yordamchi vositalar

1. Ko'rgazmali plakatlar.
2. Slaydlar dastasi.
3. Kompyuter dasturlari: SamDU "Matematik modellashtirih" kafedrasi hamda TATU Samarqand filiali talabalarning bitiruv malakaviy va magistrlik dissertsiya ish dasturlari, Maple tizimi va boshqa.
4. Kompyuter dasturlari: C++, Delfi, Turbo Paskal

6. Pedagogik texnologiyaga oid ba'zi adabiyotlar

1. Ostonov Q. Yangi pedagogik texnologiyalarni matematika o'qitish jarayonida tadbiq etish usullari. Uslubiy qo'llanma.– Samarqand: SamDU nashri, 2006.–72 b.
2. Avliyoqulov N. Zamonaviy o'qitish texnologiyalari.-T., 2001.
3. Azizxodjayeva N.N. Pedagogik texnologiyalar va pedagogik mahorat - T.: TDPU, Nizomiy, 2003.
4. Axunova G.N., Golish L.V., Fayzullayeva D.M. Pedagogik texnologiyalarni loyihalashtirish va rejalashtirish. – Toshkent: Iktisodiyot, 2009.
5. Bespalko V.P. Slagayemыye pedagogicheskoy texnologii. - M.: Pedagogika, 1989.
6. Golish L.V. Texnologii obucheniya na leksiyax i seminarax: Uchebnoye posobiye //Pod общ. red. akad. S.S. Gulyamova. - T.: TGEU, 2005.
7. Yepisheva O.B. Osnovnыye parametrы texnologii obucheniya. //Shkolnыye texnologii -2004.- № 4.
8. Ishmuxammedov R., Abduqodirov A., Pardayev A. Ta'limda innovasion texnologiyalar (ta'lim muassasalari pedagog-o'qituvchilari uchun amaliy tavsiyalar). – Toshkent: Iste'dod, 2008. – 180 b.
9. Yo'ldoshev J., Usmonov S. Pedagogik texnologiya asoslari. T.: O'qituvchi, 2004.
10. Ochilov M. Yangi pedagogik texnologiyalar. - Qarshi, 2000.
11. Saidaxmedov N.S. Pedagogik amaliyotda yangi pedagogik texnologiyalarni qo'llash namunalari. - T.: RTM, 2000.
12. Saidaxmedov N.S. Yangi pedagogik texnologiyalar. – Toshkent: Moliya, 2003.
13. Selevko G.K. Sovremennыye obrazovatelnыye texnologii: Uchebnoye posobiye. - M.: Narodnoye obrazovaniye, 1998.
14. Tolibov U., Usmonboyeva M. Pedagogik texnologiyalarning tatbiqiy asoslari. – Toshkent, 2006.
15. Tolipov O'., Usmonboyeva M. Pedagogik texnologiya: nazariya va amaliyot. - T.: Fan, 2005.
16. Farberman B.L. Peredovыye pedagogicheskiye texnologii. -T.: Fan, 2000.
17. Xolmuxammedov M.M. va boshqalar. Ta'lim pedagogik texnologiyalari. Uslubiy qo'llanma. – Samarqand, 2005. – 49 b.

2 - BO’LIM

«DISKRET MATEMATIKA VA MATEMATIK MANTIQ» FANINING REJA-TOPSHIRIQLARI VA O’QUV-USLUBIY MATERIALLARI

1-MAVZU	**DISKRET MATEMATIKA VA MATEMATIK MANTIQ TARIXI VA UNING ASOSLARI. TARIXIY MA’LUMOTLAR. DISKRET MATEMATIKA VA MATEMATIK MANTIQNING UMUMIY TUSHUNCHALARI VA UNING ZAMONAVIY AMALIY MASALALARNI YECHISHDAGI O’RNI. MULOHAZA. MULOHAZALAR USTIDA MANTIQIY AMALLAR.**

Mavzuning texnologik modeli

O`quv soati – 2 soat	*Talabalar soni: 50* ta
O`quv mashg`ulot shakli	Axborotli ma`ruza
Ma`ruza rejasi	1.Diskret matematika va matematik mantiq tarixi va uning asoslari. 2.Tarixiy ma’lumotlar. 3.Diskret matematika va matematik mantiqning umumiy tushunchalari va uning zamonaviy amaliy masalalarni yechishdagi o’rni. 4.Mulohaza. Mulohazalar ustida mantiqiy amallar
O`quv mashg`u-lotining maqsadi:	“Diskret matematika va matematik mantiq” fanining tarixi va uning asoslari, qisqacha tarixiy ma’lumotlari bilan tanishish. Fanning umumiy tushunchalari va uning zamonaviy amaliy masalalarni yechishdagi o’rnini ko’rsatish. Mulohaza tushunchasini berib, ular ustida bajariladigan amallarni mazmunini yoritish.
Pedagogik vazifalar:	*O`quv faoliyati natijalari:*
1. “Diskret matematika va matematik mantiq” fanini rivojlanishi va uning asoschilari hamda tarixiy ma’lumotlari bilan tanishtirish. 2.Fan yutuqlaridan zamonaviy amaliy masalalarni yechishdagi o’rnini ko’rsatish. 3.Mulohaza tushunchasini berib, ular ustida bajariladigan amallarni mazmunini yoritish.	1. “Diskret matematika va matematik mantiq” fanini rivojlanishi va uning asoschilari hamda tarixiy ma’lumotlari bilan tanishadilar. 2.Fan yutuqlaridan zamonaviy amaliy masalalarni yechishdagi o’rnini biladilar. 3.Mulohaza tushunchasi va ular ustida bajariladigan amallarni mazmunini o’rganadilar.
O`qitish vositalari	*O`UM, ma`ruza matni, kompyuter slaydlari, doska*
O`qitish usullari	*ma`ruza, Pinbord, aqliy hujum*
O`qitish shakllari	*Frontal, jamoaviy ish*
O`qitish sharoiti	*Texnik vositalar bilan ta`minlangan, guruhlarda ishlash usulini qo`llash mumkin bo`lgan auditoriya va jihozlari.*
Monitoring va baholash	*og`zaki savollar, blis-so`rov*

Mavzuning texnologik xaritasi

Ish bosqich-lari	O`qituvchi faoliyatining mazmuni	Tinglovchi faoliyatining mazmuni
1-bosqich. Mavzuga kirish (20 min)	1.1. O`quv mashg`uloti mavzusi, savollarni va o`quv faoliyati natijalarini, mustaqil ishlash uchun adabiyotlarni aytadi. 1.2. Baholash mezonlari (2- ilovada). 1.3. Pindbord usulida mavzu bo`yicha ma`lum bo`lgan tushunchalarni faollashtiradi. Pindbord usulida natijasiga ko`ra tinglovchilarning nimalarda adashishlari, xato qilishlari mumkinligining tashxizini amalga oshiradi (1-ilova). 1.3. Mavzuni jonlashtirish uchun savollar beradi (3-ilova).	Tinglaydilar. Tinglaydilar. Muhim tushunchalar daftarda qayd etiladi. Savollar beradilar. Tushunchalarni aytadilar
2 -bosqich. Asosiy qism (50 min)	2.1. Ma`ruza matnini tarqatadi, Reja va asosiy tushunchalar bilan tanishtiradi. 2.2.Ma`ruza rejasining hamma savollar bo`yicha tushuncha beradi. (4 - ilova). Ma`ruzada berilgan savollar yuzasidan umumlashtiruvchi xulosa beradi. (5 - ilova). 2.4. Tayanch iboralarga qaytiladi (Insert usuli) – 6-ilova. 2.5. Talabalar ishtirokida ular yana bir bor takrorlanadi, asosiy tushunchalarga kelinadi.	Tinglaydilar. UMKga qaraydilar Muhim tushunchalar daftarda qayd etiladi. Har bir tayanch tushuncha va iboralarni muhokama qiladilar.
3-bosqich. Yakunlovchi (10 min)	3.1. Mashg`ulot bo`yicha yakunlovchi xulosalar qiladi, olingan bilimlarning qayerda ishlatish mumkinligini ma`lum qiladi. 3.2. Darsda olingan bilimlar baholanadi 3.3. Mavzu bo`yicha bilimlarni chuqurlashtirish uchun adabiyotlar ro`yxatini beradi. 3.4. Mustaqil ish topshiriqlarini va uning baholash mezonini beradi. Keyingi mazvuga tayyorlanib kelish uchun savollar beradi.	Savollar beradilar. O`UMga qaraydilar. Vazifalarni yozib oladilar.

REJA - TOPSHIRIQ

Reja:	1.Diskret matematika va matematik mantiq tarixi va uning asoslari. 2.Tarixiy ma’lumotlar. 3.Diskret matematika va matematik mantiqning umumiy tushunchalari va uning zamonaviy amaliy masalalarni yechishdagi o’rni. 4.Mulohaza. Mulohazalar ustida mantiqiy amallar.
Mashg`ulotning maqsadi: “Diskret matematika va matematik mantiq” fanining tarixi va uning asoslari, qisqacha tarixiy ma’lumotlari bilan tanishish. Fanning umumiy tushunchalari va uning zamonaviy	

amaliy masalalarni yechishdagi o'rnini ko'rsatish. Mulohaza tushunchasini berib, ular ustida bajariladigan amallarni mazmunini yoritish.		
Magistrlarning o`quv faoliyati natijalari: 1. "Diskret matematika va matematik mantiq" fanini rivojlanish tarixi to'g'risida ma'lumot beradilar. 2. Tarixiy ma'lumotlarni izohlab beradilar. 2. Fan yutuqlaridan zamonaviy masalalarni yechishdagi o'rnini tushuntiradilar. 3. Mulohaza ta'rifini aytib misollar keltiradilar. 4. Mulohazalar ustida bajariladigan amallarni mazmunini misollar yordamida tushintirib beradilar.		
Mustaqil tayyorgarlik uchun topshiriq: 1. Topshiriq (1-ilova). Mashqlar 2. Topshiriq (2-ilova). Sinov savollari		
Nazorat shakli: • kuzatuv; • o`quv topshiriqlarini bajarish; • savollarga javob berish.	*Eng yuqori ball:* ______ (tezkor – so`rovga to`g`ri javob) *Haqiqiy ball:* ______	*O`qituvchi imzosi:*

1-MAVZU	**DISKRET MATEMATIKA VA MATEMATIK MANTIQ TARIXI VA UNING ASOSLARI. TARIXIY MA'LUMOTLAR. DISKRET MATEMATIKA VA MATEMATIK MANTIQNING UMUMIY TUSHUNCHALARI VA UNING ZAMONAVIY AMALIY MASALALARNI YECHISHDAGI O'RNI. MULOHAZA. MULOHAZALAR USTIDA MANTIQIY AMALLAR.**

Reja:

1.Diskret matematika va matematik mantiq tarixi va uning asoslari.
2.Tarixiy ma'lumotlar.
3.Diskret matematika va matematik mantiqning umumiy tushunchalari va uning zamonaviy amaliy masalalarni yechishdagi o'rni.
4.Mulohaza. Mulohazalar ustida mantiqiy amallar.

Tayanch iboralar: tarixiy ma'lumot; mulohaza, absolyut chin, absolyut yolg'on, qiymatlar satri, inkor, kon'yunksiya, diz'yunksiya, ekvivalensiya va implikatsiya, chinlik chadvali, Sheffer shtrixi, Pirs strelkasi.

Foydalanilgan adabiyotlar:

1.Тўраев Ҳ.Т., Математик мантиқ ва дискрет математика, Тошкент: Ўқитувчи нашриёти, 2003, 378 б.
2.Лихтарников Л.М., Сукачева Т.Г., Математическая логика. Курс лекций. Задачник-практикум и решения, Санк-Петербург: ЛАНЬ, 1999, 286 с.
3. Гаврилов Г.П., Сапоженко А.А. Сборник задач по дискретной математике. Учебное пособие. Москва: Наука.
4. Искандаров Р.И., Математик логика элементлари, Самарқанд: СамДУ, 1970, 324 б.

1-ilova

Baholash mezoni:

- Har bir savol javobiga - 2 ball;
- Har bir qo'shimcha mustaqil fikrga - 2 ball;
- Har bir javobni to'ldirishga - 1 ball.

2-ilova

Pinbord

Pinbord (inglizchadan: *pin*- mahkamlash, *board* – yozuv taxtasi) munozara usullari yoki o'quv suhbatini amaliy usul bilan moslashdan iborat.

Ta'lim beruvchi:

→ Taklif etilgan muammoni yechishga o'z nuqtai nazarini bayon qiladi.

→ Ommaviy to'g'ri aqliy hujumni tashkillashtiradi.

Ta'lim oluvchilar quyidagi g'oyalarni:

→ Taklif etadilar, muhokama qiladilar, baholaydilar eng ko'p maqbul (samarali va boshqa g'oyalarni tanlaydilar va ularni qog'oz varag'iga asosiy so'zlar ko'rinishida (2 so'zdan ko'p bo'lmagan) yozadilar va yozuv taxtasiga biriktiradilar (bazis funksiya; chiziqli operator; vazn funksiya; approksimatsiya; tafovut; xatolik funksiyasi; tenglamalar sistemasi; taqribiy yechim; aniq yechim.).

→ Guruh a'zolari (ta'lim beruvchi tomonidan belgilangan 2-3 talaba yozuv taxtasiga chiqadilar va boshqalar bilan maslahatlashib:

– aniq xato yoki qaytariluvchi g'oyalarni saralaydilar (bazis funksiya; chiziqli operator; approksimatsiya; tafovut);
– tortishuvlarni aniqlaydilar (vaznli tafovutlar usullarining umumiyligi va farqlari);
– g'oyalarni tizimlashtirish mumkin bo'lgan belgilar bo'yicha aniqlaydilar;
– shu belgilar bo'yicha hamma g'oyalarni yozuv taxtasida guruhlaydilar (kartochka/ varaqlar).

Ta'lim beruvchi:

→Umumlashtiradi va ish natijalarini baholaydi.

3-ilova

Mavzuni jonlashtirish uchun savollar:

1.Tarixiy na'lumotlarni ayting.

2.Diskret matematika va matematik mantiq tarixidagi asosiy sanalar.

4. Mulohaza ta'rifini ayting.

5. Mulohazalar ustida qanday mantiqiy amallar bajariladi ?

4-ilova

Asosiy tushunchalar

Diskret matematika va matematik mantiq tarixi va uning asoslari. Tarixiy ma'lumotlar.

Mantiq – muhokama yuritishning qonun-qoidalari, usullari va formalari (shakllari) haqidagi fan bo'lib, uning asoschisi qadimgi yunon mutafakkiri **Aristotel** (miloddan avvalgi 384-322 y.) hisoblanadi. U birinchi bo'lib deduksiya nazariyasini, ya'ni mantiqiy xulosa chiqarish nazariyasini yaratib, mantiqiy xulosa chiqarishning formal xarakterga ega ekanligini ko'rsatdi. Aristotelning mantiqiy ta'limoti formal mantiqning (logikaning) asosini tashkil qiladi. Formal mantiq fikrlashning formalari va qonunlarini tekshiradi. Shunday qilib, Aristotel mantiqiy fikrlashning asosiy qonunlarini ochdi.

Aristotel asos solgan mantiq ko'p asrlar davomida turli mutafakkirlar, faylasuflar va butun falsafiy maktablar tomonidan to'ldirildi, o'zgartirildi va takomillashtirildi. Shu jumladan, **Abu Nasr Farobiy, Abu Ali Ibn Sino, Abu Rayxon Beruniy, Muhammad al-Xorazmiy, Umar Xayyom, Alisher Navoiy, Mirzo Bedil** kabi Sharqning buyuk mutafakkirlari ham o'zlarining katta hissalarini qo'shdilar.

Mantiqning yangilanishida fransuz olimi **R.Dekartning** (1596-1650) ishlari muhim rol o'ynadi. R.Dekart analitik usulda fikrlashning asosiy prinsiplarini yaratdi.

Olmon faylasufi va matematigi G.Leybnis (1646-1716) birinchi bo‘lib mantiqiy fikrlashga hisob xarakterini berish zarur degan g‘oya bilan chiqdi. Buning uchun, uning fikricha, hamma ilmiy tushunchalar va mulohazalarni asosiy mantiqiy elementlarga keltirib, ularni ma’lum simvollar bilan belgilash kerak.

G.Leybnis g‘oyalari faqat XIX asrdagina o‘z rivojini topdi. Ingliz olimlari J.Bul (1815-1864), Ch.Pirs (1839-1914), B.Rassel (1872-1970), A.Uaytxed (1861-1947), U.Jevons (1835-1882), olmon olimlari G.Fryoge (1848-1925), D.Gilbert (1862-1943), E.Shryoder (1841-1902), shotlandiyalik matematik O. de Morgan (1806-1871), rus olimlari P.S.Poreskiy (1846-1907), V.I.Glivenko (1897-1940), I.I.Jegalkin (1869-1947) va boshqalar mantiq sohasidagi ishlari bilan simvolik yoki matematik mantiqni (logikani) yaratdilar.

Matematik mantiq asoschilaridan biri bo‘lgan J.Bul (J.Bul mashhur «So‘na» romanining muallifi Lilian Voynichning otasidir) mustaqil ravishda grek, lotin, nemis, fransuz va italyan tillarini hamda matematikani o‘rganadi. U 1847 yilda yozilgan «Mantiqning matematik tahlili», «Mantiqiy hisob» va 1854 yilda yozilgan «Fikrlash qonunlarini tadqiq etish» kitoblarida mantiqni algebraik formaga keltirdi va matematik mantiqning aksiomalar sistemasini yaratdi. Bulning mantiqiy hisobi **bul algebrasi** deb yuritiladi.

J.Bul mantiq va matematika operatsiyalari o‘rtasidagi o‘xshashlikka asoslanib, mantiqiy xulosalarga algebraik simvolikani qo‘lladi. U mantiq operatsiyalarini formallashtirish (rasmiylashtirish) uchun quyidagi simvollarni (belgilarni) kiritdi:

– predmetlarni belgilash uchun (x, y, z, ...) lotin alifbosining (alfavitining) kichik harflarini;

– predmetlar sifatini belgilash uchun (X , Y , Z , ...) lotin alifbosining bosh harflarini;

– biror mulohazaga akslantirilgan hamma predmetlar sinfi 1 ni;

– ko‘rilishi lozim bo‘lgan predmetlar yo‘qligining belgisi 0 ni;

– mulohazalarni mantiqiy qo‘shishning “+” belgisini;

– mulohazalarni mantiqiy ayirishning “–” belgisini;

– mulohazalar tengligining “=” belgisini.

Simvolik bul algebrasida mantiqiy ko‘paytirish amali, xuddi algebraik qiymatlarni ko‘paytirishdagidek kommutativlik

$$xy = yx$$

va assotsiativlik

$$x(yz) = (xy)z$$

xossalariga ega. Mantiqiy qo‘shish amali ham kommutativlik va assotsiativlik xossalariga ega:

$$x + y = y + x,\ (x + y) + z = x + (y + z).$$

Bul algebrasida yig‘indi ko‘paytmaga nisbatan distributivlik qonuniga bo‘ysunadi: $x(y+z) = xy + xz$.

J.Bul algebraik simvolikalar yordami bilan hamma mantiqiy operatsiyalarni ikki qiymatli (1 va 0) algebra qonunlariga bo‘ysunadigan formal (rasmiy) operatsiyalarga keltirishni o‘yladi. Bul funksiyalari va uning argumentlari faqat ikki qiymat – «chin» va «yolg‘on» qiymatlar qabul qiladi.

Mantiq algebrasi qoidalari orqali oddiy mulohazalardan murakkab mulohazalarni hosil qilish mumkin. Masalan:

xy – bir vaqtda x va y xossalarga ega bo‘lgan predmetlar klassi;

$x(1-y)$ – x xossaga ega va y xossaga ega bo‘lmagan predmetlar klassi;

$(1-x)y$ – y xossaga ega va x xossaga ega bo‘lmagan predmetlar klassi;

$(1-x)(1-y)$ – x va y xossalarga ega bo‘lmagan predmetlar klassi.

Hozirgi matematik mantiq fanini yaratishda fundamental rol o‘ynagan Bul simvolik logikasi mukammallashtirishga muhtoj edi. Masalan, Jevons fikricha mantiqiy ayirish operatsiyasi ayrim noqulaylikka olib keladi.

O. de Morgan Bul g‘oyalarini rivojlantirib, mantiq hisobini ehtimollar nazariyasi teoremalarini asoslashga tatbiq etdi va simvolik hisobni yaratish ustida ishladi.

Ch.Pirs matematikani analiz qilishda mantiqiy munosabatlarni qurol sifatida ishlatishni asoslab berdi, u G.Fryoge ishlaridan xabarsiz holda, mantiqqa kvantor tushunchasini kiritdi.

G.Fryoge matematika prinsiplarini mantiq prinsiplaridan keltirib chiqarish ustida ishlab, mantiq hisobini yaratdi.

Bul va O. de Morgan asarlarida matematik mantiq o‘ziga xos algebra – mantiq algebrasi ko‘rinishida shakllandi.

Keyinchalik Bul usullari U.Jevons, E.Shryoder (1853-1901) va P.S.Poreskiy (1846-1907) asarlarida o‘z rivojini topdi.

Bul algebrasini U.Jevons va E.Shryoder mukammallashtirishdi. U.Jevons «Sof mantiq» (1864), «O‘xshashlarni almashtirish» (1869) va «Fan asosi» (1874) nomli kitoblarida mantiq sohasida almashtirish prinsipiga asoslangan o‘zining nazariyasini tavsiya etdi. 1877 yili E.Shryoder «Der operationskreis des Logikkalkuls» kitobida algebraik mantiq asoslarini yoritdi.

Matematik mantiq fanining rivojlanishiga rus olimi P.S.Poreskiyning ham katta xizmati bor. Bul, Jevons va Shryoderlar yutuqlarini umumlashtirib, «Mantiqiy tenglamalarni yechish usullari va matematik mantiqning teskari usuli haqida» (1884) nomli kitobida mantiq algebrasi apparati rivojini ancha ilgari surdi. Amerikalik olim A.Bleyk P.S.Poreskiy metodini E.Shryoder metodidan ustun qo‘ygan.

P.S.Poreskiy sistemasida quyidagi belgilar qabul qilingan:

1) bir-biriga bog‘liq bo‘lmagan va bir-biri bilan hech qanday munosabatda bo‘lmagan predmetlar klassini lotin alifbosining kichik harlflari a, b, c, … bilan belgilash;

2) sinflarni inkor etish uchun lotin alifbosining kichik harlflaridan keyin «emas» so‘zini qo‘shish, ya’ni a emas, b emas va hokazo kabi belgilash;

3) a, b, c, … predmetlar sinfi xususiyatiga ega bo‘lmagan predmetlar sinfini a_1, b_1, c_1, … bilan belgilash;

4) ikki yoki ko‘proq sinflar birgalikda bir nechta bir-biriga bog‘liq bo‘lmagan xossalarga ega bo‘lishini ab, bc, … ko‘paytmalar bilan belgilash; Bu operatsiya kommutativlik va assotsiativlik xossalariga ega:

$$ab = ba,\ (ab)c = a(bc);$$

5) mantiqiy qo‘shish amalini «+» belgi bilan begilash, bu operatsiya ham kommutativlik va assotsiativlik xossalariga ega:

$$x + y = y + x,\ (x + y) + z = x + (y + z);$$

6) hech qanday mazmunga ega bo‘lmagan sifat formasini 0 (mantiqiy 0) bilan belgilash;

7) mumkin bo‘lgan sinflarni o‘z ichiga olgan sifat formasini 1 (mantiqiy 1) bilan belgilash; 0 va 1 ushbu xossalarga ega:

$$a + 0 = a,\ a \cdot 1 = a;$$

8) a sinfning inkorini a_1 sinf bilan belgilash;

9) qo‘shish, ko‘paytirish va inkor amallaridan tashqari ekvivalentlik amalini kiritilgan va uni «=» simvol bilan belgilangan. Bu amal uchta qoidaga bo‘ysunadi: a) agar $a = b$ tenglikning chap va o‘ng tomonlariga bir xil sinflarni qo‘shsak, u holda tenglik o‘rinli, ya’ni $a + c = b + c$ bo‘ladi; b) agar, $a = b$ bo‘lsa, u holda $ad = bd$ bo‘ladi; d) agar, $a = b$ bo‘lsa, u holda $a_1 = b_1$ bo‘ladi, bu yerda $a_1 = a$ emas, $b_1 = b$ emas.

XIX asrning oxirida matematik nazariyalar shunday rivojlandiki, endi mantiq masalalari matematikaning o‘zida ham muhim ahamiyatga ega bo‘lib, mavjud mantiqiy qurollar matematika talablariga javob bera olmay qoldi. Ayrim matematik muammolarni yechishdagi qiyinchiliklar ularning mantiqiy tabiatiga bog‘liqligi aniqlandi. Shuning uchun ham matematik mantiq tor algebraik doiradan chiqib, jadal rivojlana boshladi. Bu yo‘nalishda birinchi bo‘lib G.Fryoge va italyan matematigi J.Peano (1858-1932) tadqiqotlar olib borishdi, ular matematik mantiqni arifmetika va to‘plamlar nazariyasini asoslash uchun qo‘lladilar.

Matematik mantiqning keyingi taraqqiyoti uchun B.Rassel va A.Uaytxedning uch tomlik «Matematika prinsiplari» (1910-1913 y.), D.Gilbertning ishlari, hamda K.Gyodelning tadqiqotlari juda muhim ahamiyatga ega bo‘ldi. Matematik mantiqning rivojlanishida Rossiya matematiklari I.I.Jegalkin, V.I.Glivenko, A.N.Kolmogorov, P.S.Novikov, A.A.Markov va boshqalar o‘zlarining ulkan hissalarini qo‘shdilar.

1903 yili B.Rasselning Londonda nashr etilgan «Matematika prinsiplari» kitobida mulohazalar va sinflar hisob nazariyasi ishlab chiqildi. B.Rasselning A.Uaytxed bilan hamkorlikda yozilgan 3 tomlik «Matematika prinsiplari» kitoblari matematik mantiq fanining rivojlanishida katta rol o‘ynadi. Bu kitoblarda mulohaza, sinf va predikatlar hisobi deyarli to‘liq aksiomalashtirilgandi va formallashtirildi. Ular hozirgi vaqtda o‘rganilayotgan matematik mantiq ko‘rinishini yaratdilar.

D.Gilbert va nemis olimi V.Akkerman 1928 yilda chop etilgan «Nazariy mantiqning asosiy xususiyatlari» kitoblari matematik mantiqning yanada rivojlanishida muhim ahamiyat kasb etdi. Bu kitobning mualliflari mantiqiy amallarda formallashtirish metodini tatbiq etib katta yutuqqa erishdilar.

Bul, Shryoder va Poreskiyning mantiq algebrasiga tayanib, I.I.Jegalkin logik qo‘shish va logik ko‘paytirish amallarini quyidagicha aniqladi:

1) $0+0=0$, $0+1=1$, $1+0=1$, $1+1=0$;

2) $0\cdot 0=0$, $0\cdot 1=0$, $1\cdot 0=0$, $1\cdot 1=1$.

Logik (mantiqiy) qo‘shish va ko‘paytirish amalidan $a+a=0$ va $a\cdot a=a$ kelib chiqadi.

Mantiqiy operatsiyalarning simvolik ko‘rinishlari Jegalkin sistemasida quyidagicha bo‘ladi:

$$\overline{p}=p+1;\ p=\overline{\overline{p}};\ p\vee q=p+q+pq;$$

$$p\rightarrow q=1+p+pq;\ p\equiv q=1+p+q.$$

Jegalkin simvolik mantiqqa umumiylik va mavjudlik kvantori degan tushunchalarni ham kiritdi va predikatlar algebrasini yaratdi.

XX asrning 50- yillarida ko‘p qiymatli mantiq sohasida ilmiy izlanishlar olib borildi. Ko‘p qiymatli mantiqda mulohazalar chekli (3 va undan ko‘p) va cheksiz chinlik qiymatlari oladi. Matematik mantiqning bu bo‘limining asoschilaridan biri polyak olimi Ya.Lukasevich (1878-1954) hisoblanadi. U dastlab (1920) uch qiymatli, 1954 yilda to‘rt qiymatli va nihoyat cheksiz qiymatli mantiqni yaratdi.

Ko‘p qiymatli mantiq problemalari (muammolari) bilan **E.Post, S.Yaskovskiy, D.Vebb, A.Geyting, A.N.Kolmogorov, D.A.Bochvar, V.I.Shestakov, G.Reyxenbax, S.K.Klini, P.Detush-Fevriye** va boshqa olimlar shug‘ullanganlar.

Konstruktiv matematikaning rivojlanishi konstruktiv mantiq masalalarini yechish usullarini ishlab chiqish vazifasini qo‘ydi. Bu sohada **A.A.Markov, N.A.Shanin** hamda shogirdlarining xizmatlari kattadir.

Diskret matematikaning katta bo‘limlaridan biri algoritmlar nazariyasi hisoblanadi. Algoritm so‘zi IX asrda yashagan o‘z zamonasining buyuk matematigi vatandoshimiz **Muhammad al-Xorazmiy** ismining lotincha Algorithmi formasidan kelib chiqqan.

Algoritmlar nazariyasi algoritmlarning umumiy xususiyatlarini o‘rgatuvchi diskret matematikaning bir bo‘limidir.

XX asrning 20- yillarida birinchi bo‘lib intuitsionistlar vakillari L.Brauer va olmon olimi G.Veyler (1934) algoritm tushunchasini o‘rganishga kirishganlar. Algoritmlar nazariyasining asoschilaridan biri bo‘lgan A.Chyorch 1936 yilda hisoblanuvchi fuksiya tushunchasiga dastlabki aniqlikni kiritdi va quyidagi tezisni ilgari surdi: **natural argumentlarning barcha qiymatlarida hamma joyda aniqlangan hisoblanuvchi funksiyalar bilan umumiy rekursiv funksiyalar ekvivalentdir (bir xildir).** U hisoblanuvchi funksiya bo‘lmagan funksiyani ko‘rsatdi.

Algoritmlar nazariyasining keyingi rivojlanishiga amerikalik olimlar **K.Gyodel**, **S.K.Klini** (1957), **E.L.Post** (1943-1947), **X.Rodjers** (1972), ingliz olimi **A.Tyuring** (1936-1937), rus olimlari

A.A.Markov (1947-1954, 1958, 1967), **A.N.Kolmogorov** (1953, 1958, 1965), **Yu.L.Yershov** (1969-1973), **A.I.Malsev** (1965,) **D.A.Traxtenbrot** (1967, 1970-1974), **P.S.Novikov** (1952), **Yu.V.Matiyasevich** (1970-1972) kabi olimlarning xizmatlari benihoyat kattadir.

Masalan, S.Klini **algoritm yordamida hisoblanuvchi qismiy funksiyalar qismiy rekursiv funksiyalardir** degan g‘oyani ilgari surdi.

A.Tyuring va E.Post (1936) ideallashtirilgan hisoblash mashinalari atamasida birinchi bo‘lib, bir-biridan bexabar holda, algoritm tushunchasiga aniqlik kiritishdi. Post va Tyuring algoritmik jarayonlar ma’lum bir tuzilishga ega bo‘lgan “mashina” bajaradigan jarayonlar ekanligini ko‘rsatdilar. Ular o‘sha paytdagi matematikada ma’lum bo‘lgan barcha algoritmik jarayonlarni bajara oladigan “mashinalar” sinfini hosil qilib, ularga aniq matematik atamalar yordamida ta’rif berdilar. Post va Tyuring ushbu mashinalar yordamida hisoblanuvchi barcha funksiyalar sinfi barcha qismiy rekursiv funksiyalar sinfi bilan bir xil ekanligini ko‘rsatdilar. Natijada, Chyorch tezisining yana bitta fundamental tasdig‘i hosil bo‘ldi.

S.Klini va E.Post birgalikda rekursivlik nazariyasini yaratdilar va rekursiv funksiyalar nazariyasini taraqqiy ettirdilar. Ular qisman rekursiv funksiyalar tushunchasini kiritishdi.

Dastlab faqat matematik mantiq, algebra, matematik analiz, matematika asoslari, ehtimollar nazariyasi, geometriya, topologiya, sonlar nazariyasi, modellar nazariyasi kabi matematika fanlarida tatbiq etib kelingan algoritmlar nazariyasi XX asrning 40- yillaridan boshlab hisoblash matematikasi, kiberneteka, axborot nazariyasi, iqtisodiyot, psixologiya, matematik lingvistika, tibbiyot fanlari va diskert texnikada keng qo‘llanilmoqda.

So‘nggi davrlarda matematik mantiqni texnikaga juda samarali tatbiq etish imkoniyatlari borligi ma’lum bo‘ldi.

Matematik mantiqni diskret texnikaga tatbiqi natijasida uning texnik mantiq bo‘limi vujudga keldi. Bu sohada **E.Post, V.I.Shestakov, K.Shennon** (1916 y.t.), **A.Nakashima, M.Xanzava, S.Klini, O.B.Lupanov** (1932 y.t.), **S.V.Yablonskiy** (1924 y.t.), **V.B.Kudryavsev, Yu.I.Juravlyov, V.I.Levenshteyn, V.V.Glagolev, F.Ya.Vetuxnovskiy, Yu.L.Vasilyev** va boshqa olimlar o‘z ilmiy izlanishlari bilan uning taraqqiy etishiga ulkan hissa qo‘shganlar.

Diskret matematika va matematik mantiqning umumiy tushunchalari va uning zamonaviy amaliy masalalarni yechishdagi o’rni.

Matematik mantiqni texnikaga qo‘llashni birinchi bo‘lib rus fizigi **P.Erenfest** (1910) va gidrotexnika qurilishlari bo‘yicha yetuk mutaxassis **N.M.Gersevanovlar** amalga oshirganlar.

K.Shennon hisoblash mashinalarini yaratishning asosiy metodi sifatida mantiq algebrasini bilgan, u informatsiya va informatsiyani uzatishning matematik nazariyalarni yaratdi, elektron tarmoqlardagi “1” va “0” binar munosabatlar bilan matematik mantiqdagi ikkilik (1 va 0) qiymatlarining mos kelishini va qanday qilib “mantiq mashinasini” yaratishni ko‘rsatdi va hokazo.

Kontakli va rele-kontakli sxemalarga mantiq algebrasini tatbiq etishning isbotini birinchi bo‘lib V.I.Shestakov va K.Shennonlar berdi. A.Nakashima va M.Xanzava matematik mantiqni diskret texnika masalalarini yechishda qo‘llash metodlarini yaratdilar. S.Klini diskret qurilma modelini (chekli avtomat modeli) yaratgani tufayli, matematik mantiqni xotirali diskret qurilmalarni loyihalashda ishlatish imkoni yuzaga keldi.

Moskva davlat universiteti diskret matematika maktabining asoschilaridan biri O.B.Lupanovning asosiy ishlari matematik kibernetika va matematik mantiqqa bag‘ishlangan. U murakkab boshqaruvchi sistemalarning asimptotik qonuniyatlarini, kontakt sxemalar va funksional elementlardan yasalgan sxemalarni (umuman asosiy boshqaruvchi sistemalarni), eng yaxshi asimptotik sintez metodlarini va lokal kodlash prinsipini ishlab chiqdi.

S.V.Yablonskiy optimal sxemalarni sintez qilish va hisoblash qurilmalarini yasash metodini yaratdi.

Mantiq algebrasi elektr sxemalarni loyihalashda va tekshirishda, avtomatik hisoblash mashinalarini loyihalash va programmalashda, diskret avtomatlarni mantiqiy loyihalashda, EHM elementlari va qismlarini loyihalashda, har xil texnik sistemalar, qurilmalar va avtomatik mashinalarni analiz va sintez qilishda keng miqyosda tatbiq etiladi. Matematik mantiq fani elektron hisoblash mashinalarining vujudga kelishiga va uni mukammallashtirishga katta hissa qo‘shdi.

Kombinatorika muammolari bilan XI-XV asrlarda Sharq olimlari, jumladan, Bxaskara Acharya, Nosir ad-Din-Muhammad at-Tusiy, Ali Qushchi, Umar Hayyom shug‘ullanib, olamshumul ahamiyatga ega bo‘lgan ilmiy natijalar olishgan.

Ilmiy adabiyotda **Paskal uchburchagi** deb ataluvchi sonlar jadvali Paskal nomi bilan atalishiga qaramasdan, bunday sonlar jadvali juda qadimdan dunyoning turli mintaqalarida, jumladan, Sharq mamlakatlarida ham ma’lum bo‘lgan: Erondagi Tus shahrida (hozirgi Mashhadda) yashab ijod qilgan Nosir at-Tusiy XIII asrda bu jadvaldan foydalanib, ikkita son yig‘indisining natural darajasini hisoblash usulini o‘zining ilmiy ishlarida keltirgan bo‘lsa, g‘arbda Al-Kashi nomi bilan mashhur Samarqandlik olim Ali Qushchi butun sonning istalgan natural ko‘rsatkichli arifmetik ildizi qiymatini taqribiy hisoblashda bu jadvaldan foydalana bilgan. XVI asrga kelib G‘arbiy Yevropada bu sonlar uchburchagi haqida M. Shtifel arifmetika bo‘yicha qo‘llanmalarida yozgan va u ham butun sondan istalgan natural ko‘rsatkichli arifmetik ildizning taqribiy qiymatini hisoblashda bu uchburchakdan foydalana bilgan. 1556 yilda bu sonlar jadvali bilan N. Tartalya, 1631 yilda U. Otred ham shug‘ullanishgan. Faqatgina 1654 yilga kelib B. Paskal bu sonlar jadvali haqidagi ma’lumotlarni o‘zining “Arifmetik uchburchak haqidagi traktat” nomli asarida e’lon qildi.

Ixtiyoriy a va b haqiqiy sonlar hamda n natural son uchun $(a+b)^n$ ifodaning ko‘phad shaklidagi yoyilmasi XVII-XVII asrlarda yashagan Nyuton nomi bilan **Nyuton binomi** deb yuritiladi. Vaholangki, qadimgi greklar $(a+b)^n$ ifodaning qatorga yoyilmasini n ning faqat $n=2$ bo‘lgan holida bilishgan bo‘lsa, Umar Hayyom (1048-1122) va Ali Qushchi (1436 yilda vafot etgan) bu ifodani $n>2$ bo‘lgan natural sonlar uchun ham qatorga yoya bilganlar. Nyuton esa 1767 yilda yoyilma formulasini isbotsiz manfiy va kasr n sonlar uchun ham qo‘llagan.

Hozirgi vaqtda kombinatorik tahlil masalalari, asosan, uch turga bo‘linadi. Birinchi tur masalalar elementar kombinatorika masalalari deb yuritiladi va ular, ko‘pincha, berilgan to‘plam elementlari bilan bog‘liq mumkin bo‘lgan yechimlar sonini aniqlashga keltiriladi. Mumkin bo‘lgan kombinatorik yechimlar, ularning mavjudligi va shu kabi masalalar ikkinchi tur masalalar jumlasiga kiradi. Uchinch tur kombinatorik masalalar vositasida mumkin bo‘lgan kombinatorik yechimlar orasidan qandaydir maqsadni ko‘zlab optimal yechim topish bilan bog‘liq savollarga javob topishga harakat qilinadi.

Kombinatorik tahlil diskret matematikaning nazariy asoslaridan biridir. Bu tahlilni amalga oshirishda tanlashlar sonini bevosita aniqlash usuli, hosil qiluvchi funksiyalar usuli, mantiqiy, ekstremal, geometrik, jadval-sxema va boshqa usullardan foydalaniladi.

1736 yilda L. Eyler tomonidan o‘sha davrda qiziqarli amaliy masalalardan biri hisoblangan Kyonigsberg[1] ko‘priklari haqidagi masalaning qo‘yilishi va yechilishi **graflar nazariyasining** paydo bo‘lishiga asos bo‘ldi.

XIX asrning o‘rtalarida graflar nazariyasi bilan bog‘liq tadqiqotlar G. Kirxgof[2] va A. Keli[3] ishlarida paydo bo‘ldi.

“Graf” iborasi D. Kyonig[4] tomonidan 1936 yilda graflar nazariyasiga bag‘ishlangan dastlabki darslikda[5] uchraydi.

---

[1] Kyonigsberg (Königsberg) – bu shahar 1255 yilda asoslangan bo‘lib, Sharqiy Prussiyadagi Pregel daryosi qirg‘oqlarida joylashgan. 1946 yildan boshlab Kaliningrad, hozir Rossiya Federatsiyasi tarkibida.
[2] Kirxgof (Kirchhoff Gustav Robert, 1824-1887) – olmon faylasufi, fizigi.
[3] Keli yoki Keyli (Cayley Artur, 1821-1895) – ingliz matematigi.
[4] Kyonig (Dénes König, 1884-1944) – venger matematigi.
[5] Bu darslik olmon tilida yozilgan.

XIX-XX asrlarda graflar nazariyasining rivojlanashiga daniya matematigi J. Petersen (1839-1910), polyak matematigi K. Kuratovskiy (1896-1980), rus matematigi L. Pontryagin (1908-1988), norvegiya matematigi O. Ore (1899-1968), irlandiya matematigi V.R. Gamilton (1805-1865), daniya matematigi G.A. Dirak (1925-1984), golland matematigi E.V. Deykstra (1930-2002), AQSH matematiklari L.R. Ford (1927) va D.R. Falkerson (1924-1976) kabi olimlarning benihoyat hizmatlari katta.

Graflar nazariyasi bo‘yicha tadqiqotlar natijalari inson faoliyatining turli sohalarida qo‘llaniladi. Ulardan ba’zilari quyidagilardir: boshqotirmalarni hal qilish; qiziqarli o‘yinlar; yo‘llar, elektr zanjirlari, integral sxemalari va boshqarish sistemalarini loyihalashtirish; avtomatlar, blok-sxemalar va komp’yuter uchun programmalarni tadqiq qilish va hokazo.

Demak, matematik mantiq, bir tomondan, formal mantiq muammolariga matematik metodlarni qo‘llash natijasida rivojlangan bo‘lsa, ikkinchi tomondan, matematikani asoslashga xizmat qiluvchi fan sifatida rivojlandi. Hozirgi zamon matematik mantiqi avtomatika, mashina matematikasi, bir tildan ikkinchi tilga avtomatik tarzda tarjima qilish, matematik lingvistika, axborot nazariyasi va umuman kibernetika bilan bog‘liqdir.

Shunday qilib, matematik mantiq va diskret matematika fani matematika asoslari, algebra, geometriya, matematik analiz, fuksional analiz, topologiya, ehtimollar nazariyasi kabi fanlarda tatbiq etilishidan tashqari kibernetika, iqtisodiyot, matematik lingvistika, psixologiya, singari fanlarda ham keng qo‘llaniladi.

Mulohaza.

Matematik mantiqning **mulohazalar algebrasi** deb atalgan ushbu bo‘limida asosiy tekshirish ob’yektlari bo‘lib gaplar xizmat qiladi. Mulohazalar algebrasida ma’nosiga ko‘ra chin (rost, haqqoniy, to‘g‘ri) yoki yolg‘on (noto‘g‘ri) bo‘lishi mumkin bo‘lgan gaplar bilangina shug‘ullaniladi. Mulohazalar algebrasi **mantiq algebrasi** deb ham yuritiladi.

1- misol. “Toshkent – O‘zbekistonning poytaxti.”, “Oy yer atrofida aylanadi.” va “Agar fuqaro oily ta’lim muassasalaridan birini muvaffaqiyatli tamomlasa, u holda unga oily ma’lumotliligini tasdiqlovch diplom beriladi.” degan gaplarning har biri chin, ammo “Yer oydan kichik.”, “$3>5$.” va “Ot, qo‘y, echki, it va mushuk uy hayvonlari emas.” degan gaplarning har biri esa yolg‘ondir. ■

Shuni ham ta’kidlash kerakki, ko‘pchilik gaplarning chin yoki yolg‘onligini darhol aniqlash qiyin. Masalan, “Bugungi tun kechagidan qorong‘iroq.” degan gap qaysi holda, qachon va qaysi joyda aytilishiga (tasdiqlanishiga) qarab chin ham, yolg‘on ham bo‘lishi mumkin.

Albatta, chin yoki yolg‘onligini aniqlash imkoniyati bo‘lmagan gaplar ham bor. Masalan, “Oldimga kel!”, “Uyda bo‘ldingmi?”, “Yangi yil bilan tabriklayman!”, “Agar oldin bilganimda…” degan gaplar shunday gaplar jumlasira kiradi.

Bundan keyin, chin qiymatni, qisqacha, ch, yolg‘on qiymatni esa, yo bilan belgilaymiz. Yozuvni ixchamlashtirish maqsadida chin qiymat 1, yolg‘on qiymat esa, 0 bilan ham belgilanishi mumkin. Bunday belgilash mantiqiy qiymatni sonli qiymat bilan, aniqrog‘i, sonning ikkilik sanoq sistemasidagi ifodalanishi bilan aloqasini o‘rnatishda yordam beradi.

1- ta’rif. *Ma’nosiga ko‘ra faqat chin yoki yolg‘on qiymat qabul qila oladigan darak gap* ***mulohaza*** *deb ataladi.*

Bu ta‘rifga ko‘ra har bir mulohaza muayyan holatda chin yoki yolg‘on bo‘lishi mumkin. Mulohazalarni belgilash uchun, asosan, lotin alifbosining kichik harflari (ba’zan indekslari bilan) ishlatiladi:

$$a, b, c, ..., u, v, ..., x, y, z\,.$$

Shunday mulohazalar borki, ular mumkin bo‘lgan barcha hollarda (vaziyatlarda) ch (yoki yo) qiymat qabul qiladi. Bunday mulohazalar **absolyut chin (yolg‘on)** mulohazalar deb ataladi.

Mulohazalar algebrasida, odatda, muayyan o‘zgarmas mulohazalar (ch, yo) bilangina emas, balki istalgan mulohazalar bilan ham shug‘ullaniladi. Bu esa **o‘zgaruvchi mulohaza** tushunchasiga olib keladi. Agar berilgan mulohazani x deb belgilasak, u holda x ch yoki yo qiymat qabul qiladigan o‘zgaruvchi mulohazani ifodalaydi.

Faqat bitta tasdiqni ifodalovchi mulohazani **elementar** (**oddiy**) mulohaza deb hisoblaymiz. Elementar mulohazalar qatoriga ch, yo o‘zgarmas mulohazalar ham kiradi. O‘zbek tilidagi “emas”, “yoki”, “va”, “agar ... bo‘lsa, u holda … bo‘ladi”, “shunda va faqat shundagina ...., qachonki ....” so‘zlar (bog‘lovchilar, so‘zlar majmuasi) vositasida mulohazalar ustidagi (orasidagi) **mantiqiy amallar** deb yuritiluvchi amallar ifodalanishi mumkin. Bu amallar yordamida elementar mulohazalardan **murakkab** mulohaza tuziladi (quriladi, yasaladi). 1- misolda bayon etilgan 1-, 2-, 4- va 5- mulohazalar elementar mulohazalarga, 3- va 6- mulohazalar esa murakkab mulohazalarga misol bo‘la oladi.

Mulohazalar ustidagi mantiqiy amallar matematik mantiqning elementar qismi hisoblangan **mulohazalar mantiqi**, ya’ni mulohazalar algebrasi qismida o‘rganiladi. Har ikkala atama (“mulohazalar mantiqi” va “mulohazalar algebrasi”) sinonim sifatida ishlatiladi, chunki ular mantiqning muayyan qismini ikki nuqtai nazardan ifodalaydi: u ham mantiqdir (o‘z predmetiga ko‘ra), ham algebradir (o‘z usuliga ko‘ra). Mulohazalar algebrasidagi mantiqiy amallar o‘ziga xos xususiyatlarga ega, chunki ularning tarkibiga kiruvchi mulohaza(lar) faqat ikki (ch, yo) qiymatdan birini qabul qilishi mumkin.

Mantiqiy amallarni o‘rganishdan oldin bu amallarda qatnashuvchi o‘zgaruvchilar qiymatlari kombinatsiyalari bilan tanishamiz. Berilgan bitta o‘zgaruvchi elementar mulohaza uchun ikkita ($C_1^0 + C_1^1 = 2^1 = 2$) mumkin bo‘lgan bir-biridan farqli **qiymatlar satrlari** bor:

$$\begin{array}{c} \text{yo}, \\ \text{ch}. \end{array}$$

Berilgan ikkita o‘zgaruvchi elementar mulohazalar uchun barcha mumkin bo‘lgan bir-biridan farqli qiymatlar satrlari kombinatsiyalari to‘rtta ($C_2^0 + C_2^1 + C_2^2 = 2^2 = 4$):

$$\begin{array}{c} \text{yo,yo}, \\ \text{yo,ch}, \\ \text{ch, yo}, \\ \text{ch, ch}. \end{array}$$

O‘zgaruvchi elementar mulohazalar soni 3, 4 va hokazo bo‘lgan hollarda ham yuqoridagidek mumkin bo‘lgan qiymatlar satrlari kombinatsiyalarini yozish mumkin. Umuman olganda, berilgan n ta o‘zgaruvchi elementar mulohazalar uchun barcha mumkin bo‘lgan bir-biridan farqli qiymatlar satrlari kombinatsiyalari soni $C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + ... + C_n^n = 2^n$ bo‘lishini osonlik bilan isbotlash mumkin (II bobdagi 3- paragrafga qarang). Agar biror amal tarkibiga kiruvchi operandlar (parametrlar, o‘zgaruvchi va hokazo) soni birga teng bo‘lsa, u holda bunday amal **unar** amal deb, operandlar soni ikkiga teng bo‘lganda esa, **binar** amal deb yuritiladi[6].

$$\begin{array}{c} \text{yo,yo,yo,..., yo,yo}, \\ \text{yo,yo,yo,..., yo, ch}, \\ \text{yo,yo,yo,..., ch, yo}, \\ \text{yo,yo,yo,..., ch, ch}, \\ .... \\ \text{ch, yo,yo,..., yo,yo}, \\ .... \\ \text{ch, ch, ch, ..., ch , ch}. \end{array}$$

Matematik mantiqning ko‘pchilik bo‘limlarida **chinlik jadvali** deb ataluvchi jadvallardan foydalanish qulay hisoblanadi. Quyida unar va binar mantiqiy amallarning chinlik jadvallari

---

[6] Amallarni tarkibiga kiruvchi operandlar soniga ko‘ra bunday nomlashni davom ettirish mumkin. Masalan, tarkibidagi operandlari soni 3ga teng amal **ternar** amal deb ataladi.

keltiriladi. Berilgan bitta x o‘zgaruvchi elementar mulohaza uchun bir-biridan farqli qiymatlar satrlari ikkita bo‘lgani sababli jami $2^{2^1}=2^2=4$ ta[7] turli unar mantiqiy amallar bor. Barcha unar mantiqiy amallar ($u_i=u_i(x),\ i=\overline{0,3}$) natijalari 1- jadvalda (chinlik jadvalida) keltirilgan.

1- jadval

Unar mantiqiy amallar

x	u_0	u_1	u_2	u_3
0	0	0	1	1
1	0	1	0	1

Berilgan ikkita x va y o‘zgaruvchi elementar mulohazalar uchun jami to‘rtta bir-biridan farqli qiymatlar satrlari kombinatsiyalari tuzish mumkin bo‘lgani sababli barcha turli binar mantiqiy amallar soni $2^{2^2}=2^4=16$ ga teng. Mumkin bo‘lgan barcha turli binar mantiqiy amallar ($b_i=b_i(x,y),\ i=\overline{0,15}$) natijalari 2- jadvalda (chinlik jadvalida) keltirilgan.

Mantiqiy amallarni yuqoridagi usul bilan o‘rganishni davom ettirib, berilgan uchta x, y, z o‘zgaruvchi elementar mulohazalar uchun hammasi bo‘lib sakkizta ($2^3=8$) bir-biridan farqli qiymatlar satrlari kombinatsiyalari tuzish mumkinligini va, shu sababli, turli $2^{2^3}=2^8=256$ ta ternar mantiqiy amallar borligini ta’kidlaymiz. Tarkibidagi o‘zgaruvchi elementar mulohazalari to‘rtta bo‘lgan turli mantiqiy amallar esa $2^{2^4}=2^{16}=65536$ ta.

Mulohazalar ustida mantiqiy amallar.

Asosiy mantiqiy amallar beshta bo‘lib, ulardan biri unar, to‘rttasi esa binar

2- jadval

Binar mantiqiy amallar

x	y	b_0	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_6	b_7
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	1	1	1	1
1	0	0	0	1	1	0	0	1	1
1	1	0	1	0	1	0	1	0	1
x	y	b_8	b_9	b_{10}	b_{11}	b_{12}	b_{13}	b_{14}	b_{15}
0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
0	1	0	0	0	0	1	1	1	1
1	0	0	0	1	1	0	0	1	1
1	1	0	1	0	1	0	1	0	1

amaldir. Ular quyida bayon etilgan.

1. **Inkor amali.** Inkor amali mulohazalar mantiqining eng sodda amallaridan biri bo‘lib, u unar amaldir, ya’ni inkor amali bitta elementar mulohazaga nisbatan qo‘llaniladi.

2- ta’rif. *Berilgan x elementar mulohaza chin bo‘lganda yo qiymat qabul qiluvchi va, aksincha, x yolg‘on bo‘lganda ch qiymat qabul qiluvchi murakkab mulohaza x mulohazaning **inkori** deb ataladi.*

“Berilgan mulohazaning inkori unga **inkor amalini** qo‘llab hosil qilindi” deb aytish mumkin. Inkor amali 1- jadvalda ifodalangan u_2 amalidan iborat bo‘lub, unga o‘zbek tilidagi “emas” sifatdoshi mos keladi. Berilgan x mulohazaning inkori $\bar{x}$ kabi belgilanadi. $\bar{x}$ mulohaza “x emas” deb o‘qiladi. Inkor amalini belgilashda “$\neg$” belgi ham qo‘llanilishi mumkin. Bu holda x mulohazaning inkori $\neg x$ shaklda yoziladi. x mulohazaning $\bar{x}$ inkori uchun chinlik jadvali 3- jadval

[7] Darajaga ko‘tarish amallari yuqoridan pastga qarab ketma-ket bajariladi.

bo‘ladi (1- jadvalning x va u_2 ustunlariga qarang). 3- jadvalni inkor amalining ekvivalent ta’rifi sifatida ham qabul qilish mumkin.

2- misol. “Bugun havo sovuq.” degan elementar mulohazasi x bilan belgilangan bo‘lsa, uning inkori $\bar{x}$ “Bugun havo sovuq emas.” ko‘rinishdagi murakkab mulohazadan iboratdir. ■

3- jadval

x	$\bar{x}$
yo	ch
ch	yo

2. Kon’yunksiya[8] (mantiqiy ko‘paytma[9]) amali. Endi ikkita mulohazaga nisbatan qo‘llanilishi mumkin bo‘lgan binar amallardan biri hisoblangan kon’yunksiya (mantiqiy ko‘paytma) amalini o‘rganamiz.

3- ta’rif. *Berilgan x va y elementar mulohazalar chin bo‘lgandagina ch qiymat qabul qilib, qolgan hollarda esa, yo qiymat qabul qiluvchi murakkab mulohaza x va y mulohazalarning* ***kon’yunksiyasi*** *deb ataladi.*

“Berilgan mulohazalarning kon’yunksiyasi bu mulohazalarga **kon’yunksiya amalini** qo‘llab hosil qilindi” deb aytish mumkin. Kon’yunksiya amali 2- jadvalda ifodalangan b_1 amali bo‘lub, unga o‘zbek tilidagi “va” bog‘lovchisi mos keladi. Berilgan x va y elementar mulohazalar ustida bajariladigan kon’yunksiya (mantiqiy ko‘paytma) amalini belgilashda “$\wedge$” yoki “&” belgi qo‘llaniladi, ya’ni bu amal natijasida hosil bo‘lgan murakkab mulohaza $x \wedge y$ (yoki $x \& y$) ko‘rinishda belgilanadi. Mantiqiy ko‘paytma amalini ifodalovchi “$\wedge$” yoki “$\&$” belgi ba’zan yozilmasligi (masalan, x va y o‘zgaruvchi mulohazalarning mantiqiy ko‘paytmasi xy ko‘rinishda ifodalanishi), ba’zan esa, nuqta ($\cdot$) belgisi bilan almashtirilishi ($x \cdot y$ ko‘rinishda yozilishi) mumkin (ushbu bobning 4- paragrafiga qarang). $x \wedge y$ ($x \& y$, $x \cdot y$, xy) mulohaza “x va y” deb o‘qiladi. x va y elementar mulohazalarning $x \wedge y$ kon’yunksiyasi uchun chinlik jadvali 4- jadval bo‘ladi (2- jadvalning x, y va b_1 ustunlariga qarang).

3- misol. “5 soni toq va tubdir.” ko‘rinishdagi murakkab mulohaza chindir, chunki berilgan mulohaza ikkita “5 soni toqdir.” va “5 soni tubdir.” elementar mulohazalar kon’yunksiyasi sifatida qaralishi mumkin hamda bu ikkita elementar mulohazalarning har biri chindir. ■

4- misol. “10 soni 5ga qoldiqsiz bo‘linadi va 7>9.” murakkab mulohaza yolg‘on, chunki bu mulohaza ikkita “10 soni 5ga qoldiqsiz bo‘linadi.” va “7>9.” elementar mulohazalar kon’yunksiyasi sifatida qaralsa, bu ikkita elementar mulohazalardan biri, aniqrog‘i, “7>9.” mulohaza yolg‘ondir. ■

4- jadval

x	y	$x \wedge y$
yo	yo	yo
yo	ch	yo
ch	yo	yo
ch	ch	ch

3. Diz’yunksiya[10] (mantiqiy yig‘indi[11]) amali. Mulohaza mantiqida ishlatiladigan yana bir binar amal, diz’yunksiya (mantiqiy yig‘indi) amali bo‘lib, unga o‘zbek tilidagi “yoki” bog‘lovchisi mos keladi. Shuni ta’kidlash joizki, “yoki” bog‘lovchisidan o‘zbek tilida ikki xil ma’noda foydalaniladi. Bu so‘z, birinchi holda, rad etuvchi “yoki”, ikkinchi holda esa rad etmaydigan “yoki” ma’nosida ishlatiladi. “Yoki” bog‘lovchisi rad etuvchi ma’noda ishlatilganda bog‘lanayotganlardan faqat bittasi, rad etmaydigan ma’noda ishlatilganda esa bog‘lanayotganlarning hech bo‘lmaganda biri ro‘yobga chiqishi nazarda tutiladi. Masalan, “Bugun yakshanba yoki men kinoga boraman.” murakkab mulohazani olaylik. Agar haqiqatdan ham bugun yakshanba bo‘lsa va men kinoga borsam, u holda bu mulohaza chinmi, yolg‘onmi? Agar yuqoridagi mulohaza yolg‘on deb hisoblansa, u holda “yoki” bog‘lovchisi rad etuvchi ma’noda, chin deb hisoblaganda esa “yoki” rad etmaydigan ma’noda ishlatilgan bo‘ladi.

Agar x va y mulohazalarning ikkalasi ham yolg‘on bo‘lsa, u holda “x yoki y” mulohazasi, shubhasiz, yolg‘on bo‘ladi. x chin va y yolg‘on bo‘lgan holda yoki x yolg‘on va y chin

---

[8] Lotincha “conjunctio” so‘zi o‘zbek tilida “bog‘layman” ma’nosini beradi.
[9] Ushbu bobning 4- paragrafiga qarang.
[10] Lotincha “dizjunctio” so‘zi o‘zbek tilida “ajrataman” ma’nosini beradi.
[11] Ushbu bobning 4- paragrafiga qarang.

bo‘lganda, “x yoki y” mulohazani chin deb hisoblash kerak, bu esa o‘zbek tilidagi “yoki” bog‘lovchisining rad etmaydigan ma’nosiga to‘g‘ri keladi. Tabiiyki, har ikkala x va y mulohazalar chin bo‘lganda “x yoki y” mulohaza chin bo‘ladi.

4- ta’rif. *Berilgan x va y elementar mulohazalar yolg‘on bo‘lgandagina yo qiymat qabul qilib, qolgan hollarda esa, ch qiymat qabul qiluvchi murakkab mulohaza x va y mulohazalarning* ***diz’yunksiyasi*** *deb ataladi.*

“Berilgan mulohazalarning diz’yunksiyasi bu mulohazalarga **diz’yunksiya amalini** qo‘llab hosil qilindi” deb aytish mumkin. Diz’yunksiya amali 2- jadvalda ifodalangan b_7 amali bo‘lub, unga o‘zbek tilidagi rad etmaydigan ma’noda ishlatiladigan “yoki” bog‘lovchisi mos keladi. Diz’yunksiya amalini belgilashda “$\vee$” belgidan foydalaniladi. Berilgan x va y elementar mulohazaning diz’yunksiyasi “$x \vee y$” kabi yoziladi va “x yoki y” deb o‘qiladi.

Berilgan x va y elementar mulohazalarning $x \vee y$ diz’yunksiyasi uchun chinlik jadvali 5- jadval bo‘ladi (2- jadvalning x, y va b_7 ustunlariga qarang).

5- jadval

x	y	$x \vee y$
yo	yo	yo
yo	ch	ch
ch	yo	ch
ch	ch	ch

5- misol. “10 soni 5ga qoldiqsiz bo‘linadi yoki 7>9.” murakkab mulohaza chin, chunki berilgan mulohaza ikkita “10 soni 5ga qoldiqsiz bo‘linadi.” va “7>9.” elementar mulohazalar diz’yunksiyasi sifatida qaralishi mumkin hamda bu ikkita elementar mulohazalardan biri, aniqrog‘i, “10 soni 5ga qoldiqsiz bo‘linadi.” mulohazasi chindir. ■

4. Implikatsiya[12] **amali.** Navbatdagi amalni o‘rganish maqsadida quyidagi misolni qarab chiqamiz.

6- misol. Quyidagi mulohazalarni ko‘raylik:

1) “Agar 2×5=10 bo‘lsa, u holda 6×7=42 bo‘ladi.”;

2) “Agar 30 soni 5 ga qoldiqsiz bo‘linsa, u holda 5 juft son bo‘ladi.”;

3) “Agar 3=5 bo‘lsa, u holda 15+2=17 bo‘ladi.”;

4) “Agar 4×3=13 bo‘lsa, u holda 9+3=13 bo‘ladi.”.

Bular murakkab mulohazalar bo‘lib, ularning har biri ikkita elementar mulohazadan “agar ... bo‘lsa, u holda ... bo‘ladi” ko‘rinishdagi qolip (andoza, bog‘lovchilar) asosida tuzilgan. ■

5- ta’rif. *Berilgan x va y elementar mulohazalarning birinchisi chin va ikkinchisi yolg‘on bo‘lgandagina yo qiymat qabul qilib, qolgan hollarda esa, ch qiymat qabul qiluvchi murakkab mulohaza x va y mulohazalarning* ***implikatsiyasi*** *deb ataladi.*

“Berilgan mulohazalarning implikatsiyasi bu mulohazalarga **implikatsiya amalini** qo‘llab hosil qilindi” deb aytish mumkin. Implikatsiya amali 2- jadvalda ifodalangan b_{13} binar amaldir.

Implikatsiya amalini belgilashda “$\rightarrow$” (yoki “$\Rightarrow$”) belgidan foydalaniladi. Shuni ta’kidlash kerakki, implikatsiya amali bajarilganda berilgan elementar mulohazalarning o‘rni, ya’ni ulardan qaysi birinchi va qaysi ikkinchi bo‘lishi muhimdir. Berilgan x va y elementar mulohazaning implikatsiyasi “$x \rightarrow y$” kabi yoziladi va “agar x bo‘lsa, u holda y (bo‘ladi)” deb o‘qiladi. $x \rightarrow y$ implikatsiyani “$x$dan $y$ga implikatsiya” deb ham yuritishadi. So‘zlashuv tilida $x \rightarrow y$ implikatsiyani “x bo‘lsa, y bo‘ladi”, “agar x bo‘lsa, u vaqtda y bo‘ladi”, “$x$dan y hosil bo‘ladi”, “$x$dan y kelib chiqadi”, “y, agar x bo‘lsa”, “x y uchun yetarli shart” va boshqacha o‘qish holatlari ham uchraydi. x va y elementar mulohazaning $x \rightarrow y$ implikatsiyasi uchun x mulohaza **asos (shart, gipoteza, dalil)**, y mulohaza esa x asosning **oqibati (natijasi, xulosasi)** deb ataladi. x va

[12] Lotincha “implicatio” so‘zi o‘zbek tilida “o‘raman (chirmashtiraman)” ma’nosini, “implico” so‘zi esa “zich o‘raman, bog‘layman (birlashtiraman)” ma’nosini beradi.

y mulohazalarning $x \to y$ implikatsiyasi uchun chinlik jadvali 6- jadval bo‘ladi (2- jadvalning x, y va b_{13} ustunlariga qarang).

Implikatsiya uchun chinlik jadvalining dastlabki ikkita satri yolg‘on asosdan yolg‘on xulosa ham, chin xulosa ham kelib chishi mumkinligini anglatadi. Boshqacha qilib aytganda, “yolg‘ondan har bir narsani kutish mumkin”.

Implikatsiya uchun chinlik jadvalidan ko‘rinadiki, 2- misoldagi mulohazalarning ikkinchisi yolg‘on bo‘lib, qolganlari chindir.

6- jadval

x	y	$x \to y$
yo	yo	ch
yo	ch	ch
ch	yo	yo
ch	ch	ch

5. Ekvivalensiya amali. Matematik mantiqda ko‘pchilik murakkab mulohazalar berilgan elementar mulohazalardan “… zarur va yetarlidir”, “… zarur va kifoyadir”, “faqat va faqat …”, “shunda va faqat shundagina, qachonki …”, “... bajarilishi yetarli va zarurdir” kabi qolip (andoza, bog‘lovchilar) vositasida tuziladi.

6- ta’rif. *Berilgan x va y elementar mulohazalarning ikkalasi ham bir xil qiymat qabul qilgandagina ch qiymat qabul qilib, ular turli qiymat qabul qilganda esa yo qiymat qabul qiluvchi murakkab mulohaza x va y mulohazalarning* ***ekvivalensiyasi*** *deb ataladi.*

“Berilgan mulohazalarning ekvivalensiyasi bu mulohazalarga **ekvivalensiya amalini** qo‘llab hosil qilindi” deb aytish mumkin. Ekvivalensiya amali 2- jadvalda ifodalangan b_9 binar amaldir. Ekvivalensiya amalini belgilashda “$\leftrightarrow$“ (yoki “$\Leftrightarrow$”) belgidan foydalaniladi. Berilgan x va y elementar mulohazaning ekvivalensiyasi $x \leftrightarrow y$ (yoki $x \Leftrightarrow y$) kabi yoziladi va “x ekvivalent y” deb o‘qiladi. x va y mulohazaning $x \leftrightarrow y$ ekvivalensiyasiga “x bo‘lsa (bajarilsa), y bo‘ladi (bajariladi) va y bo‘lsa, x bo‘ladi” degan mulohaza mos keladi. Demak, x va y elementar mulohazaning $x \leftrightarrow y$ ekvivalensiyasi ikkita $x \to y$ va $y \to x$ implikatsiyalarning $(x \to y) \wedge (y \to x)$ kon’yunksiyasi ko‘rinishida ham ifodalanishi mumkin. Shuning uchun ekvivalensiya **ikki tomonli implikatsiyadir**. $x \leftrightarrow y$ ekvivalensiyaga “x dan y kelib chiqadi va y dan x kelib chiqadi” degan mulohazani ham mos qo‘yish mumkin. Boshqacha so‘zlar bilan aytganda, $x \leftrightarrow y$ ekvivalensiyaga matematikada zaruriy va yetarli shartni ifodalovchi tasdiq mos keladi.

Berilgan x va y mulohazalarning ekvivalensiyasi $x \leftrightarrow y$ uchun chinlik jadvali 7- jadval bo‘ladi (2- jadvalning x, y va b_9 ustunlariga qarang).

7- jadval

x	y	$x \leftrightarrow y$
yo	yo	ch
yo	ch	yo
ch	yo	yo
ch	ch	ch

6- misol. Ushbu tasdiqlarni tekshiramiz: $x =$”Berilgan natural son 3ga qoldiqsiz bo‘linadi.”, $y =$”Berilgan natural sonning o‘nli sanoq sistemasidagi yozuvini tashkil etuvchi raqamlar yig‘indisi 3ga qoldiqsiz bo‘linadi.”. Bu x va y mulohazalarning har biri elementar mulohaza bo‘lib, ularning $x \leftrightarrow y$ ekvivalensiyasi murakkab mulohaza sifatida quyidagicha ifodalanishi mumkin: “Berilgan natural sonning 3ga qoldiqsiz bo‘linishi uchun uning o‘nli sanoq sistemasidagi yozuvini tashkil etuvchi raqamlar yig‘indisi 3ga qoldiqsiz bo‘linishi yetarli va zarurdir.”. ■

Yuqorida keltirilgan inkor, kon’yunksiya, diz’yunksiya, implikatsiya va ekvivalensiya amallarining chinlik jadvallari **asosiy chinlik jadvallari** deb yuritiladi.

6. Boshqa mantiqiy amallar. Yuqorida bayon etilgan asosiy mantiqiy amallar 20ta turli unar va binar amallarning 5tasidir, xolos. Qolgan 15ta mantiqiy amallarning ham matematik mantiqda o‘z o‘rinlari bo‘lib, ularning ba’zilariga olimlarning nomlari qo‘yilgan. Jumladan, b_{14} binar mantiqiy amal **Sheffer**[13] **amali** yoki **Sheffer shtrixi** degan nom olgan. Bu amalni, ba’zan, **antikon’yunksiya amali** deb ham atashadi. Sheffer amalini belgilashda “|“ belgidan foydalaniladi. Berilgan x va y mulohazalarga Sheffer amalini qo‘llab $x|y$ murakkab mulohaza hosil qilingan bo‘lsa, $x|y$ yozuv “x Sheffer shtrixi y” deb o‘qiladi. x va y elementar mulohazalarga Sheffer amalini qo‘llash natijasi $x|y$ mulohaza uchun chinlik jadvali 8- jadval bo‘ladi (2- jadvalning x, y va b_{14} ustunlariga qarang).

Olimning nomi bilan atalgan yana bir mantiqiy amal b_8 binar mantiqiy amal bo‘lib, bu amal haqidagi dastlabki ma’lumotlarni Pirs[14] e’lon qilgan. Bu amal **Pirs strelkasi** yoki **Pirs amali** degan nom olgan bo‘lib, uni, ba’zan, **antidiz’yunksiya amali**[15] deb ham atashadi.

Pirs amalini belgilashda “$\downarrow$“ belgidan foydalaniladi. Berilgan x va y mulohazalarga Pirs amalini qo‘llab $x \downarrow y$ murakkab mulohaza hosil qilingan bo‘lsa, $x \downarrow y$ yozuv “x Pirs strelkasi y” deb o‘qiladi. x va y elementar mulohazalarga Pirs amalini qo‘llash natijasi $x \downarrow y$ mulohaza uchun chinlik jadvali 9- jadval bo‘ladi (2- jadvalning x, y va b_8 ustunlariga qarang).

8- jadval

x	y	$x\|y$
yo	yo	ch
yo	ch	ch
ch	yo	ch
ch	ch	yo

Qolgan 3ta unar va 10ta binar mantiqiy amallarga qisqacha to‘xtalib o‘tamiz. 1. Unar amallar. u_0 va u_3 amallar vositasida, mos ravishda, absolyut yolg‘on va absolyut chinni hosil qilish mumkin. u_1 amali esa x mulohazaning qiymatini o‘zgartirmaydi (1- jadvalga qarang).

9- jadval

x	y	$x \downarrow y$
yo	yo	ch
yo	ch	yo
ch	yo	yo
ch	ch	yo

2. Binar amallar. b_0 va b_{15} amallar vositasida, mos ravishda, absolyut yolg‘on va absolyut chinni hosil qilish mumkin. b_{11} amali $y$dan $x$ga implikatsiya amalini ifodalaydi. b_2 va b_4 amallari, mos ravishda, $y$dan $x$ga va $x$dan $y$ga implikatsiya **inversiyasi** amallaridir. b_3, b_5, b_{10} va b_{12} amallar faqat bitta operandga bog‘liqdir. b_6 amaliga **ikki modulli qo‘shish** amali degan nom berilgan bo‘lib, bu amalni belgilashda $\oplus$ belgidan foydalaniladi. Berilgan x va y mulohazalarga ikki modulli qo‘shish amalini qo‘llab $x \oplus y$ murakkab mulohaza hosil qilinadi.

5-ilova

XULOSA

1. Matematik mantiq va diskret matematikasi hozirki zamon elektron qurilmalarining va informatikaning nazariy asosi hisoblanadi.
2. “Matematik mantiq va diskret matematika” faninnig barcha tushunchalari mulohazalar va ular ustida bajariladigan amallar tushunchasiga tayanadi.

---

[13] Bu amal Ukrainada tug‘ilgan AQShlik mantiqchi Henry Maurice Sheffer (1882-1964) nomi bilan bog‘liq.
[14] Pirs Charlz Sanders (Charles Sanders Peirce, 1839-1914) – AQShlik faylasuf, mantiqchi va matematik.
[15] Bu amalni, ba’zan, **Dagger funksiyasi** yoki **Vebb funksiyasi** deb ham atashadi.

6-ilova

Insert texnikasi bo'yicha mavzuni o'qib chiqing va jadvalni to'ldiring.

№	Asosiy tushunchalar	Belgi
1.	matematik mantiq	
2.	diskret matematika	
3.	diskret texnika	
4.	mulohaza	
5.	inkor	
6.	dizyunksiya	
7.	konuynksiya	
8.	implikasiya	
9.	ekvivalensiya	
10.	Sheffer shtrixi	
11.	Pirs strelkasi	

Insert jadvali qoidasi

√	–	avval olgan bilimiga to'g'ri keladi.
+	–	yangi ma'lumot
--	–	olgan bilimiga qarama-qarshi
?	–	tushunarsiz (aniqlanishi zarur bo'lgan ma'lumotlar)

Sinov savollari

1. Quyidagi gaplarning qaysilari mulohaza bo'lishini aniqlang:
   a) "Qarshi shahri O'zbekiston Respublikasida joylashgan.";
   b) "Bir piyola suv bering."; d) "$\sqrt{5}+4\sqrt{3-30}$";
   c) "Oy Mars planetasining yo'ldoshidir."; f) "$a>0$";
   d) "Yashasin ozodlik!"; h) "Soat necha bo'ldi?".
2. Quyidagi mulohazalarning chin yoki yolg'on ekanligini aniqlang:
   a) $2\in\{x \mid 2x^3-3x^2+1=0,\quad x\in \boldsymbol{R}\}$; b) $\{1\}\in \boldsymbol{N}$;
   b) "Yoshi o'z otasining yoshidan katta odam yo'q.".
3. Quyidagi implikatsiyalarning qaysi birlari chin?
   a) agar $2\times2=4$ bo'lsa, u holda $2<3$ bo'ladi;
   b) agar $2\times2=4$ bo'lsa, u holda $2>3$ bo'ladi;
   c) agar $2\times2=5$ bo'lsa, u holda $2<3$ bo'ladi;
   d) agar $2\times2=5$ bo'lsa, u holda $2>3$ bo'ladi.
4. "Qodirova talabadir." mulohazasi a bilan, "Qodirova ingliz tilini biladi." mulohazasi esa b deb belgilangan bo'lsin. U holda $\overline{a}$, $\overline{b}$, $a\wedge b$, $b\wedge a$, $a\vee b$, $b\vee a$, $a\to b$, $b\to a$, $a\leftrightarrow b$ va $b\leftrightarrow a$ ko'rinishdagi murakkab mulohazalarni so'zlar vositasida ifodalang hamda mumkin bo'lgan barcha vaziyatlarda bu mulohazalarning chin yoki yolg'on bo'lishini tekshirib ko'ring.
5. Mulohaza bo'lishi mumkin bo'lgan va mumkin bo'lmagan gaplarga 10tadan misol keltiring.
6. Quyidagi murakkab mulohazalarga mos elementar mulohazalarni qandaydir harflar bilan belgilab, ularni mantiqiy algebra amallari vositasida ifodalang:
   a) "100 natural sondir va u 10ga qoldiqsiz bo'linadi.";
   b) "Botirning yoshi o'z singlisining yoshidan katta emas.";
   c) "Agar fuqaro o'rta ma'lumotga ega bo'lsa, u holda u oliy o'quv muassasalaridan birida o'qishi mumkin.".
7. Quyidagi mulohazalarni elementar va murakkab mulohazalarga ajrating va murakkab mulohazalardagi bog'lovchilarni toping:
   a) "Natural son 10ga qoldiqsiz bo'linishi uchun uning o'nli sanoq sistemasidagi yozuvi 0 raqami bilan tugashi zarur va yetarlidir.";

b) “Sanamning yoshi o‘z opasining yoshidan katta emas.”
c) “O‘zbek alifbosida 38ta harf bor.”;
d) “Agar fuqaro o‘rta ma’lumotga ega bo‘lsa, u holda u oliy o‘quv muassasalaridan birida o‘qishi mumkin.”.

8. Sheffer shtrixi ishtirok etgan mulohazaga misol keltiring.
9. Pirs strelkasi ishtirok etgan mulohazaga misol keltiring.
10. Ikkilik sanoq sistemasida yozilgan natural sonlar ustida qo‘shish va ko‘paytirish amallarini mos ravishda mantiqiy yig‘indi (diz’yunksiya) va mantiqiy ko‘paytma (kon’yunksiya) amallari bilan solishtiring.

Mustaqil ishlash uchun savollar

1. Mulohazalar algebrasi deganda nimani tushunasiz?
2. Mulohaza nima?
3. Qanday mulohaza absolyut chin mulohaza deb ataladi?
4. Qanday mulohaza absolyut yolg‘on mulohaza deb ataladi?
5. O‘zgarmas mulohazalar qanday qiymatlar qabul qilishlari mumkin?
6. O‘zgaruvchi mulohazalar qanday qiymatlar qabul qilishlari mumkin?
7. Elementar va murakkab mulohaza tushunchlari bir-biridan nima bilan farq qiladi?
8. Mantiqiy amallar deganda nimani tushunasiz?
9. Nega mulohazalar algebrasi mulohazalar mantiqi deb ham yuritiladi?
10. Qiymatlar satri deganda nimani tushunasiz?
    1- va 2- jadvallarda keltirilgan amaldan boshqa unar va binar bormi?
11. Chinlik jadvali nima?
12. Qaysi amallar asosiy mantiqiy amallar deb yuritiladi?
13. Mulohazaning inkori deganda nimani tushunasiz?
14. Kon’yunksiya amali qanday bajariladi?
15. Diz’yunksiya amaliga o‘zbek tilining qaysi bog‘lovchisi mos keladi?
16. Nima uchun implikatsiyasi amalini bajarganda operandlar o‘rinlari muhim hisoblanadi?
17. Implikatsiyasi amali uchun asos va oqibat tushunchalarini bilasizmi?
18. Mulohazalarning ekvivalensiyasi deganda nimani tushunasiz?
19. Sheffer amali qaysi amalga nisbatan teskari amal hisoblanadi?
20. Pirs amali qaysi amalga nisbatan teskari amal hisoblanadi?
21. Asosiy chinlik jadvallarini bilasizmi?

2-MAVZU	**Formulalar. Teng kuchli formulalar. Aynan chin, aynan yolg’on va bajariluvchi formulalar. Asosiy tengkuchliliklar. Teng kuchli formulalarga doir teoremalar.**

Mavzuning texnologik modeli

<table>
<tr><td>O`quv soati – 2 soat</td><td>Talabalar soni: 50   ta</td></tr>
<tr><td>O`quv mashg`ulot shakli</td><td>Axborotli ma`ruza</td></tr>
<tr><td>Ma`ruza rejasi</td><td>1. Formulalar. Teng kuchli formulalar.
2. Aynan chin, aynan yolg‘on va bajariluvchi formulalar
3. Asosiy tengkuchliliklar. Teng kuchli formulalarga doir teoremalar</td></tr>
<tr><td>O`quv mashg`u-lotining maqsadi:</td><td>Mulohazalar algebrasida formula tushunchasini aniqlash, teng kuchli formulalar va ularning xususiyatini tushuntirish, aynan chin, aynan yolg‘on va bajariluvchi formulalar sinfining ta’rifini berish va ularni mohiyatini hamda asosiy tengkuchliliklar, teng kuchli formulalarga doir teoremalar tadbiqini o’rganish.</td></tr>
<tr><td>Pedagogik vazifalar:</td><td>O`quv faoliyati natijalari:</td></tr>
</table>

1. Mulohazalar algebrasida formula tushunchasi tushuntiriladi; 2. Teng kuchli formulalar va ularning xususiyati ko'rsatiladi; 3. Aynan chin, aynan yolg'on va bajariluvchi formulalar sinfi ta'rifi va mohiyati tushuntiriladi; 4. Asosiy tengkuchliliklar, teng kuchli formulalarga doir teoremalar tadbiqi ko'rsatiladi.	1.Mulohazalar algebrasida formula tushunchasi bilan tanishadilar; 2.Teng kuchli formulalar va ularning xususiyatini o'rganadilar; 3.Aynan chin, aynan yolg'on va bajariluvchi formulalar sinfi ta'rifi va uning mohiyatini o'rganadilar; 4.Asosiy tengkuchliliklar, teng kuchli formulalarga doir teoremalar tadbiqi bilan tanishadilar.
O`qitish vositalari	*O`UM, ma`ruza matni, kompyuter slaydlari, doska*
O`qitish usullari	*ma`ruza, Pinbord, aqliy hujum*
O`qitish shakllari	*Frontal, jamoaviy ish*
O`qitish sharoiti	*Texnik vositalar bilan ta`minlangan, guruhlarda ishlash usulini qo`llash mumkin bo`lgan auditoriya va jihozlari.*
Monitoring va baholash	*og`zaki savollar, blis-so`rov*

Mavzuning texnologik xaritasi

Ish bosqich-lari	O`qituvchi faoliyatining mazmuni	Tinglovchi faoliyatining mazmuni
1-bosqich. Mavzuga kirish (20 min)	1.4. O`quv mashg`uloti mavzusi, savollarni va o`quv faoliyati natijalarini, mustaqil ishlash uchun adabiyotlarni aytadi. 1.5. Baholash mezonlari (2- ilovada). 1.6. Pindbord usulida mavzu bo`yicha ma`lum bo`lgan tushunchalarni faollashtiradi. Pindbord usulida natijasiga ko`ra tinglovchilarning nimalarda adashishlari, xato qilishlari mumkinligining tashxizini amalga oshiradi (1-ilova). 1.3. Mavzuni jonlashtirish uchun savollar beradi (3-ilova).	Tinglaydilar. Tinglaydilar. Muhim tushunchalar daftarda qayd etiladi. Savollar beradilar. Tushunchalarni aytadilar
2 -bosqich. Asosiy qism (50 min)	2.1. Ma`ruza matnini tarqatadi, Reja va asosiy tushunchalar bilan tanishtiradi. 2.2.Ma`ruza rejasining hamma savollar bo`yicha tushuncha beradi. (4 - ilova). Ma`ruzada berilgan savollar yuzasidan umumlashtiruvchi xulosa beradi. (5 - ilova). 2.4. Tayanch iboralarga qaytiladi (Insert usuli) – 6-ilova. 2.5. Talabalar ishtirokida ular yana bir bor takrorlanadi, asosiy tushunchalarga kelinadi.	Tinglaydilar. UMKga qaraydilar Muhim tushunchalar daftarda qayd etiladi. Har bir tayanch tushuncha va iboralarni muhokama qiladilar.

3-bosqich. Yakunlovchi (10 min)	3.2. Mashg`ulot bo`yicha yakunlovchi xulosalar qiladi, olingan bilimlarning qayerda ishlatish mumkinligini ma`lum qiladi. 3.2. Darsda olingan bilimlar baholanadi 3.3. Mavzu bo`yicha bilimlarni chuqurlashtirish uchun adabiyotlar ro`yxatini beradi. 3.4. Mustaqil ish topshiriqlarini va uning baholash mezonini beradi. Keyingi mazvuga tayyorlanib kelish uchun savollar beradi.	Savollar beradilar. O`UMga qaraydilar. Vazifalarni yozib oladilar.

REJA - TOPSHIRIQ

Reja:	1. Formulalar. Teng kuchli formulalar. 2. Aynan chin, aynan yolg‘on va bajariluvchi formulalar. 3. Asosiy tengkuchliliklar. Teng kuchli formulalarga doir teoremalar

Mashg`ulotning maqsadi: Mulohazalar algebrasida formula tushunchasini aniqlash, teng kuchli formulalar va ularning xususiyatini tushuntirish, aynan chin, aynan yolg‘on va bajariluvchi formulalar sinfining ta’rifini berish va ularni mohiyatini hamda asosiy tengkuchliliklar, teng kuchli formulalarga doir teoremalar tadbiqini o’rganish.

Talabalarning o`quv faoliyati natijalari:

1.Mulohazalar algebrasida formula tushunchasini keltirib, o’z tushunchalarini misollarda izohlab beradilar;

2.Teng kuchli formulalar va ularning xususiyatini tushuntirib berib misollar ko’rsatadilar;

3.Aynan chin, aynan yolg‘on va bajariluvchi formulalar sinfi ta’rifi keltirilib, uning mohiyatini izohlab beradilar;

4.Asosiy tengkuchli formulalarni keltirib ulardan ba’zilarini isbotlab ko’rsatadilar;

5. Teng kuchli formulalarga doir teoremalar tadbiqi bilan tanishadilar.

Mustaqil tayyorgarlik uchun topshiriq:

1. Topshiriq (1-ilova). Mashqlar
2. Topshiriq (2-ilova). Sinov savollari

Nazorat shakli: • kuzatuv; • o`quv topshiriqlarini bajarish; • savollarga javob berish.	*Eng yuqori ball:* ______ (tezkor – so`rovga to`g`ri javob) *Haqiqiy ball:* ______	*O`qituvchi imzosi:*

2-MAVZU	**FORMULALAR. TENG KUCHLI FORMULALAR. AYNAN CHIN, AYNAN YOLG'ON VA BAJARILUVCHI FORMULALAR. ASOSIY TENGKUCHLILIKLAR. TENG KUCHLI FORMULALARGA DOIR TEOREMALAR.**

Reja:

1. Formulalar. Teng kuchli formulalar.
2. Aynan chin, aynan yolg'on va bajariluvchi formulalar.
3. Asosiy tengkuchliliklar. Teng kuchli formulalarga doir teoremalar

Tayanch iboralar: Formula. Elementar formula. Chinlik jadvali. Teng kuchli va teng kuchlimas formulalar. Teng kuchlilik. Teng kuchlimaslik. Ekvivalentlik. Ekvivalentmaslik. Tenglik. Tenglama. Ayniyat. Formula. Aynan chin, aynan yolg'on formulalar. Tavtologiya. Bajariluvchi formula. Bajarilmaydigan formula. Asosiy teng kuchliliklar. Kommutativlik, assotsiativlik va distributivlik qonunlari.

Foydalanilgan adabiyotlar:

1.Тўраев Ҳ.Т., Математик мантиқ ва дискрет математика, Тошкент: Ўқитувчи нашриёти, 2003, 378 б.
2.Лихтарников Л.М., Сукачева Т.Г., Математическая логика. Курс лекций. Задачник-практикум и решения, Санк-Петербург: ЛАНЬ, 1999, 286 с.
3. Гаврилов Г.П., Сапоженко А.А. Сборник задач по дискретной математике. Учебное пособие. Москва: Наука.
4. Искандаров Р.И., Математик логика элементлари, Самарқанд: СамДУ, 1970, 324 б.

1-ilova

Baholash mezoni:

- Har bir savol javobiga - 2 ball;
- Har bir qo`shimcha mustaqil fikrga - 2 ball;
- Har bir javobni to`ldirishga - 1 ball.

2-ilova

Pinbord

Pinbord (inglizchadan: *pin*- mahkamlash, *board* – yozuv taxtasi) munozara usullari yoki o'quv suhbatini amaliy usul bilan moslashdan iborat.

Ta`lim beruvchi:

→ Taklif etilgan muammoni yechishga o`z nuqtai nazarini bayon qiladi.

→ Ommaviy to`g`ri aqliy hujumni tashkillashtiradi.

Ta`lim oluvchilar quyidagi g`oyalarni:

→ Taklif etadilar, muhokama qiladilar, baholaydilar eng ko`p maqbul (samarali va boshqa g`oyalarni tanlaydilar va ularni qog`oz varag`iga asosiy so`zlar ko`rinishida (2 so`zdan ko`p bo`lmagan) yozadilar va yozuv taxtasiga biriktiradilar (o`rgatuvchi tizimlar, oddiy va murakkab tizimlar, bir pog`onali va ko`p pog`onali tizimlar, hal kiiluvchi qoida).

→ Guruh a`zolari (ta`lim beruvchi tomonidan belgilangan 2-3 talaba yozuv taxtasiga chiqadilar va boshqalar bilan maslahatlashib:

– aniq xato yoki qaytariluvchi g`oyalarni saralaydilar (ATTlar, soha, tashqi faktor, axborot - tanuvchi avtomatik hisoblash qurilmasi, murakkab ATT, murakkab dinamik tizimlar)

– tortishuvlarni aniqlaydilar (aprior alfaviti, sinflashtirish, bir pog`anali, ko`p pog`onali tizimlar va farqlari);

– g`oyalarni tizimlashtirish mumkin bo`lgan belgilar bo`yicha aniqlaydilar;

– shu belgilar bo`yicha hamma g`oyalarni yozuv taxtasida guruhlaydilar (kartochka/ varaqlar).

Ta`lim beruvchi:

→Umumlashtiradi va ish natijalarini baholaydi.

3-ilova

Mavzuni jonlashtirish uchun savollar:

1. Formula, elementar formula deb nimaga aytiladi?
2. Teng kuchli va teng kuchlimas formulalar farqini ayting.
3. Aynan chin, aynan yolg‘on formulalarning mohiyati nimadan iborat?
4. Bajariluvchi formula, bajarilmaydigan formulani ayting.
5. Asosiy teng kuchliliklarni keltiring.

4-ilova

Formula va teng kuchlilik tushunchalari

Oldingi paragrafda asosan mantiqiy amallar o‘rganildi. Endi mantiqiy amallar orasidagi bog‘lanishlar bilan shug‘ullanamiz. Bunday bog‘lanishlardan biri bilan tanishmiz: ekvivalensiya ikki tomonli implikatsiyadir, aniqrog‘i, berilgan x va y mulohazalarning $x \leftrightarrow y$ ekvivalensiyasi ikkita $x \to y$ va $y \to x$ implikatsiyalarning $(x \to y) \wedge (y \to x)$ kon’yunksiyasi shaklida ifodalanadi.

Dastlab mulohazalar algebrasining **formula** tushunchasiga murojaat qilib, intiutiv ravishda, uni berilgan elementar mulohazalardan inkor, diz’yunksiya, kon’yunksiya, implikasiya, ekvivalensiya mantiqiy amallarining chekli kombinatsiyasi va, zarur bo‘lganda, mulohazalar ustida mantiqiy amallarning bajarilish tartibini ko‘rsatuvchi qavslar vositasida hosil qilingan murakkab mulohaza deb tushunamiz. Bu yerda qavslarni ishlatish qoidalari sonlar bilan ish ko‘ruvchi (oddiy) algebradagidek saqlanadi.

1-misol. Ushbu x, ch, $\text{yo} \leftrightarrow (\text{yo} \vee y)$, $x \leftrightarrow \bar{y} \to x$, $[x_1 \vee (\overline{x_2} \wedge x_3) \wedge x_1] \to x_4$, $\bar{y} \to x$, $(x \to \bar{y}) \wedge (y \to z) \to (z \to x)$, $[x_1 \wedge (x_3 \to x_3)] \vee (x_4 \leftrightarrow x_2) \vee \text{yo}$ va $(\bar{x} \vee y) \wedge (x \vee \bar{y})$ ko‘rinishda yozilgan murakkab mulohazalarning har biri formuladir, lekin $[x_1 \vee (\overline{x_2} \to x_3) \wedge] \leftrightarrow x_1$ va $(x \to \bar{y}) \wedge (\overline{z \to (\bar{z} \to y)}$ yozuvlarni formula sifatida qabul qilish mumkin emas, chunki ularning birinchisida kon’yunksiya belgisidan keyin yopuvchi “]” qavs yozilgan, ikkinchisida esa ikkinchi ochuvchi “(“ qavsga mos yopuvchi “)” qavs yozilmagan. ■

Formula tushunchasiga matematik induksiya usuliga tayangan holda quyidagicha qat’iy ta’rif beriladi.

1-ta’rif. 1) *Agar x elementar mulohaza bo‘lsa, u holda x formuladir;*

2) *agar A formula bo‘lsa, u holda $\overline{A}$ formuladir;*

3) *agar A va B formulalar bo‘lsa, u holda $(A \wedge B)$, $(A \vee B)$, $(A \to B)$ va $(A \leftrightarrow B)$ formulalardir;*

4) *1-, 2- va 3- bandlardagidan tashqari boshqa formula yo‘q.*

1- ta’rifga ko‘ra ixtiyoriy formulaga, uning qiymati sifatida, vaziyatga qarab, {ch, yo} to‘plamning biror elementi mos qo‘yiladi. Formula tarkibidagi o‘zgarmas va o‘zgaruvchi (elementar) mulohazalarning har biri **elementar formulalar** deb hisoblanadi. Formula qiymatining $x_1, x_2, ..., x_n$ o‘zgaruvchilarga (elementar mulohazalarga) bog‘liqligini ta’kilash kerak bo‘lgan holda $f(x_1, x_2, ..., x_n)$ ko‘rinishdagi yozuvdan foydalaniladi.

Tabiiyki, formula tushunchasiga berilgan 1- ta’rif asosida ish yuritilsa, tuzilgan formula tarkibida qavslar ko’p bo‘ladi. Matematik mantiqda formula tarkibidagi qavslar sonini kamaytirish maqsadida, odatda, quyidagi kelishuvlardan foydalaniladi.

1) biror formula inkor ishorasi ostida bo‘lsa, u qavssiz yoziladi (masalan, $\overline{(x \vee y) \wedge z}$ formulani $\overline{x \vee y \wedge z}$ ko‘rinishda yozish mumkin).

2) kon’yunksiya amali diz’yunksiya, implikatsiya va ekvivalensiya amallariga nisbatan formulalarni mustahkamroq bog‘laydi deb hisoblanadi (masalan, $x \vee (yz)$ formulani $x \vee yz$, $xy \to (yz)$ formulani $xy \to yz$, $(xy) \leftrightarrow (zu)$ formulani esa $xy \leftrightarrow zu$ ko‘rinishda yozish mumkin).

3) diz’yunksiya amali implikatsiya va ekvivalensiya amallariga nisbatan formulalarni mustahkamroq bog‘laydi deb hisoblanadi (masalan, $x \to (y \vee z)$ formulani $x \to y \vee z$, $x \vee y \leftrightarrow (z \vee y)$ formulani esa $x \vee y \leftrightarrow z \vee y$ ko‘rinishda yozish mumkin).

4) implikatsiya amali ekvivalensiya amaliga nisbatan formulalarni mustahkamroq bog‘laydi deb hisoblanadi (masalan, $x \leftrightarrow (y \to z)$ formulani $x \leftrightarrow y \to z$ ko‘rinishda yozish mumkin).

Bu kelishuvlar, yuqorida ta’kidlanganidek, formulalar tarkibidagi qavslar sonini kamaytirish imkonini beradi. Masalan, $(((x \leftrightarrow y) \to (x \wedge z)) \leftrightarrow (((\overline{(x \wedge \bar{y})} \vee (\bar{x} \wedge y)) \vee (x \to z)))$ formulani $(x \leftrightarrow y) \to xz \leftrightarrow \overline{x\bar{y}} \vee \bar{x}y \vee (x \to z)$ ko‘rinishda yozish mumkin.

Umuman olganda, matematik mantiqda **mantiqiy amallarni bajarish imtiyozlari** va **qavslar haqidagi kelishuv** deb ataluvchi qoidalar qabul qilingan.

Qavslarsiz yozilgan mantiqiy amallarni bajarish imtiyozlari (ketma-ketligi) navbat bilan inkor ($\neg$), kon’yunksiya ($\wedge$), diz’yunksiya ($\vee$), implikatsiya ($\to$) amallariga berilgan, eng so‘nggi imtiyozga esa ekvivalensiya ($\leftrightarrow$) amali egadir.

Qavslar haqidagi kelishuv deganda quyidagi qoidalarga amal qilish nazarda tutiladi:

1. Agar formulada tashqi qavslar yozilmagan bo’lsa, u holda ular o‘z joylariga tiklanadi.

2. Agar formulada ikkita bir xil imtiyozga ega mantiqiy amallar qavslarsiz ketma-ket yozilgan bo‘lsa, u holda yozilish tartibiga ko‘ra chapda joylashgan amal uchun qavslar o‘z joylariga tiklanadi.

3. Agar formulada turli xil imtiyozlarga ega mantiqiy amallar qavslarsiz ketma-ket yozilgan bo‘lsa, u holda ularni bajarish ketma-ketligini anglatuvchi qavslar mantiqiy amallarni bajarish imtiyozlarini hisobga olgan holda navbat bilan o‘z joylariga tiklanadi.

2- misol. $x \vee \bar{y} \wedge y \leftrightarrow z \to (z \to x)$ ko‘rinishda yozilgan formulani tahlil qilaylik. Bu formuladagi amallarni bajarish tartibi faqat bir joyda qavslar bilan aniqlangan. Mantiqiy amallarni bajarish imtiyozlari va qavslar haqidagi kelishuvga ko‘ra berilgan formulani $((x \vee (\bar{y} \wedge y)) \leftrightarrow (z \to (z \to x)))$ ko‘rinishda ifodalash mumkin. ■

Tabiiyki, ixtiyoriy formula uchun **chinlik jadvali**[16] tuzish mumkin. Berilgan formulaga mos chinlik jadvalini tuzishda shu formula tarkibidagi amallarga e’tibor bergan holda asosiy chinlik jadvallaridan ketma-ket foydalanish mumkin.

3- misol. $(x \wedge y) \to \overline{\bar{x} \vee y}$ formulaning chinlik jadvali 1- jadval bo‘ladi. ■

1- jadval

x	y	$\bar{x}$	$x \wedge y$	$\bar{x} \vee y$	$\overline{\bar{x} \vee y}$	$(x \wedge y) \to \overline{\bar{x} \vee y}$
yo	yo	ch	yo	ch	yo	ch
yo	ch	ch	yo	ch	yo	ch
ch	yo	yo	yo	yo	ch	ch
ch	ch	yo	ch	ch	yo	yo

[16] Formulalar uchun “chinlik jadvali” iborasi o‘rnida “qiymatlar jadvali” iborasi qo‘llanilishi ham mumkin.

2- ta'rif. *Agar berilgan ikkita formula tarkibida ishtirok etuvchi elementar mulohazalarning har bir qiymatlar satri uchun bu formulalarning qiymatlari bir xil bo'lsa, u holda ular* ***teng kuchli formulalar*** *deb ataladi.*

3- ta'rif. *Agar berilgan ikkita formula tarkibida ishtirok etuvchi elementar mulohazalarning qiymatlar satrlaridan hech bo'lmaganda bittasi uchun bu formulalarning qiymatlari har xil bo'lsa, u holda ular* ***teng kuchlimas formulalar*** *deb ataladi.*

Teng kuchli va **teng kuchlimas** iboralari na faqat formulalarga nisbatan, balki ixtiyoriy mantiqiy mulohazalarga nisbatan ham qo'llanilisi mumkin. Ba'zan, teng kuchli va teng kuchlimas iboralari o'rnida, mos ravishda, **ekvivalent** va **ekvivalentmas** iboralari ishlatiladi. Ekvivalentlik tushunchasi ekvivalensiya tushunchasiga ohangdosh bo'lgani uchun, ularni bir-biridan farq qilish maqsadida ko'proq teng kuchlilik iborasidan foydalanamiz.

Berilgan formulalarning teng kuchliligini ifodalashda "$\equiv$" belgidan, teng kuchlimasligini ifodalashda esa "$\not\equiv$" belgidan foydalaniladi. Masalan, agar berilgan A va B formulalar teng kuchli formulalar bo'lsa, u holda $A \equiv B$ deb, A va B formulalar teng kuchlimas formulalar bo'lganda esa, $A \not\equiv B$ deb yoziladi. Ba'zan, formulalarning teng kuchliligini ifodalashda "$=$" belgidan, teng kuchlimasligini ifodalashda esa "$\neq$"belgidan ham foydalaniladi.

Berilgan formulalarning teng kuchli yoki teng kuchlimas bo'lishini aniqlashda, odatda, ular uchun tuzilgan chinlik jadvallaridan foydalaniladi.

4- misol. x va $x \vee x$ formulalar teng kuchli formulalardir. Haqiqatdan ham, berilgan formulalarda faqat bitta x elementar mulohaza ishtirok etgani uchun ikkita qiymatlar satriga ega chinlik jadvalini tuzamiz (2- jadvalga qarang). 2- ta'rifga asosan $x \vee x \equiv x$. ■

2- jadval

x	$x \vee x$
yo	yo
ch	ch

3- jadval

x	y	$\bar{x}$	$A \equiv \bar{x} \vee y$	$B \equiv x \to y$
yo	yo	ch	ch	ch
yo	ch	ch	ch	ch
ch	yo	yo	yo	yo
ch	ch	yo	ch	ch

5- misol. Berilgan $\bar{x} \vee y$ va $x \to y$ formulalarni mos ravishda A va B bilan belgilaymiz: $A \equiv \bar{x} \vee y$, $B \equiv x \to y$. 3- chinlik jadvalidan ko'rinib turibdiki, A va B formulalar tarkibidagi x va y elementar mulohazalarning to'rtala qiymatlar satrlari uchun bu formulalarning mos qiymatlari bir xil. Demak, 2- ta'rifga asosan $A \equiv B$, ya'ni $\bar{x} \vee y \equiv x \to y$. ■

6- misol. $A \equiv (x \vee \bar{x}) \wedge y$ va $B \equiv y$ formulalar berilgan bo'lsin. 4- chinlik jadvalini tuzamiz. A va B formulalar tarkibida ishtirok etuvchi x va y elementar mulohazalarning to'rtala qiymatlar satrlari uchun bu formulalarning mos qiymatlari bir xil.

Demak, berilgan A va B formulalar ekvivalent formulalardir, ya'ni $(x \vee \bar{x}) \wedge y \equiv y$. ■

4- jadval

x	$B = y$	$\bar{x}$	$x \vee \bar{x}$	$A = (x \vee \bar{x}) \wedge y$
yo	yo	ch	ch	yo
yo	ch	ch	ch	ch
ch	yo	yo	ch	yo
ch	ch	yo	ch	ch

7- misol. $A \equiv (x \vee \bar{x}) \wedge y$ va $B \equiv x$ formulalar teng kuchlimas formulalardir. Haqiqatdan ham, 5- chinlik jadvalidan ko'rinib turibdiki, berilgan A va B formulalar tarkibida ishtirok etuvchi x va y elementar mulohazalarning to'rtta qiymatlar satrlaridan ikkitasi (2- va 3- satrlari) uchun bu formulalarning mos qiymatlari har xil. Demak, 3- ta'rifga asosan, berilgan $(x \vee \bar{x}) \wedge y$ va x formulalar ekvivalentmas formulalardir, ya'ni $A \not\equiv B$. ■

5- jadval

$B \equiv x$	y	$\bar{x}$	$x \vee \bar{x}$	$A \equiv (x \vee \bar{x}) \wedge y$
yo	yo	ch	ch	yo
yo	ch	ch	ch	ch
ch	yo	yo	ch	yo
ch	ch	yo	ch	ch

Odatda, mulohazalar algebrasida ekvivalensiya bilan teng kuchlilik orasidagi farqni anglash maqsadida, ular oddiy algebradagi, mos ravishda, tenglama va ayniyat bilan qiyoslanadi. Tenglamada (masalan, x va y o'zgaruvchilarga nisbatan $2x + y = 10$ tenglamada) o'zgaruvchilarning ayrim (masalan, $x = 4$, $y = 2$) qiymatlari uchun tenglik o'rinli bo'lib, boshqa (masalan, $x = 1$, $y = 2$) qiymatlari uchun bu tenglik o'rinli bo'lmasligi mumkin. Shunga o'xshash, ekvivalensiyada ishtirok etuvchi (masalan, $x_1 \leftrightarrow (x_2 \wedge x_3)$ ekvivalensiyadagi x_1, x_2 va x_3) o'zgaruvchilarning o'rinlariga qandaydir (masalan, $x_1 = \text{ch}$, $x_2 = \text{ch}$, $x_3 = \text{ch}$) qiymatlar qo'yganda ekvivalensiya ch qiymat qabul qilib, boshqa (masalan, $x_1 = \text{yo}$, $x_2 = \text{ch}$, $x_3 = \text{ch}$) qiymatlar uchun yo qiymatga erishishi mumkin.

Oddiy algebrada ayniyat deb shunday tenglik tushuniladiki (masalan, $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$ tenglik), bu tenglik, unda qatnashgan barcha o'zgaruvchilarning mumkin bo'lgan barcha qiymatlari uchun, o'rinlidir. Shunga o'xshash, matematik mantiqdagi teng kuchlilik shunday mulohazaki (masalan, $x \leftrightarrow y \equiv (x \to y) \wedge (y \to x)$ mulohaza), bu mulohaza, unda qatnashgan barcha o'zgaruvchilarning mumkin bo'lgan barcha qiymatlari uchun to'g'ridir.

Matematik mantiqda formula tushunchasi bilan bir qatorda **mantiqiy ifoda** tushunchasi ham qo'llaniladi. Mantiqiy ifoda shunday murakkab mulohazaki, uning tarkibida berilgan elementar mulohazalardan inkor, diz'yunksiya, kon'yunksiya, implikasiya, ekvivalensiya mantiqiy amallari bilan bir qatorda mulohazalar algebrasidagi boshqa amallarining ham chekli kombinatsiyasi va, zarur bo'lganda, mulohazalar ustida mantiqiy amallarning bajarilish tartibini ko'rsatuvchi qavslar qatnashishi mumkin. Mantiqiy ifoda tushunchasiga ham formula tushunchasiga matematik induksiya usuliga tayangan holda berilgan ta'rifga o'xshash qat'iy ta'rif berilishi mumkin. Mantiqiy ifodalarning teng kuchliligi tushunchasini ham formulalar teng kuchliligi tushunchasiga o'xshash aniqlash mumkin.

Oddiy algebrada aynan teng qiymatga ega ifodalarni bir-biri bilan almashtirish mumkin bo'lganidek, mulohazalar algebrasida ham mantiqiy ifoda tarkibidagi qismiy mantiqiy ifodalarni (formulalarni, mulohazalarni) ularga teng kuchli bo'lgan ifodalar (formulalar, mulohazalar) bilan almashtirish, ya'ni **o'rniga qo'yish usulidan** foydalanish mumkin. Bu esa murakkab ifodalarni (formulalarni, mulohazalarni) soddalashtirish imkonini beradi.

Yuqorida tenglama bilan ekvivalensiya va ayniyat bilan teng kuchlilik orasida o'xshashlik borligini ko'rdik. Endi tenglik bilan ekvivalensiya orasida farq ham borligini ko'rsatamiz. Ma'lumki, oddiy algebrada hech qanday almashtirish yordamida tenglikni arifmetik amallar (qo'shish, ayirish, ko'paytirish, bo'lish) vositasida ifodalab bo'lmaydi. Mulohazalar algebrasida esa ekvivalensiyani boshqa mantiqiy amallar vositasida ifodalash mumkin. Masalan, ekvivalensiyani implikasiya va kon'yunksiya amallari vositasida ifodalash mumkin: berilgan x va y elementar mulohazalar uchun $x \leftrightarrow y \equiv (x \to y) \wedge (y \to x)$ teng kuchlilik o'rinliligi 6- chinlik jadvalidan ham ko'rinib turibdi.

6- jadval

x	y	$x \to y$	$y \to x$	$x \leftrightarrow y$	$(x \to y) \wedge (y \to x)$
yo	yo	ch	ch	ch	ch
yo	ch	ch	yo	yo	yo
ch	yo	yo	ch	yo	yo
ch	ch	ch	ch	ch	ch

Mulohazalar algebrasini oddiy algebra bilan qiyoslashda davom etib, oddiy algebrada tenglik uchun quyidagi xossalar (aksiomalar) o‘rinliligini eslatamiz:

1) ixtiyoriy $a \in \boldsymbol{R}$ son uchun $a = a$ (refleksivlik);

2) ixtiyoriy ikkita $a \in \boldsymbol{R}$ va $b \in \boldsymbol{R}$ sonlar uchun agar $a = b$ bo‘lsa, u holda $b = a$ bo‘ladi (simmetriklik);

3) ixtiyoriy uchta $a \in \boldsymbol{R}$, $b \in \boldsymbol{R}$ va $c \in \boldsymbol{R}$ sonlar uchun agar $a = b$ va $b = c$ bo‘lsa, u holda $a = c$ bo‘ladi (tranzitivlik).

Shunga o‘xshash, mulohazalar algebrasidagi teng kuchlilik (ekvivalentlik) ham refleksivlik, simmetriklik va tranzitivlik xossalariga ega:

1) ixtiyoriy x mulohaza uchun $x \equiv x$;

2) ixtiyoriy ikkita x va y mulohazalar uchun, agar $x \equiv y$ bo‘lsa, u holda $y \equiv x$ bo‘ladi;

3) ixtiyoriy uchta x, y va z mulohazalar uchun agar $x \equiv y$ va $y \equiv z$ bo‘lsa,

u holda $x \equiv z$ bo‘ladi.

Aynan chin, aynan yolg‘on va bajariluvchi formulalar

Elementar mulohaza. Formula. Aynan chin, aynan yolg‘on formulalar. Tavtologiya. Bajariluvchi formula. Bajarilmaydigan formula. Mantiqiy ekvivalent formulalar. Mantiq qonunlari. Yechilish muammosi. Yechuvchi usul.

Tavtologiya[17]**.** Tabiiyki, berilgan formula uning tarkibida qatnashuvchi elementar mulohazalarning mumkin bo‘lgan barcha qiymatlar satrlari ucnun turli qiymatlar, jumladan, faqat ch yoki faqat yo qiymat qabul qilishi mumkin.

1- ta’rif. *Tarkibidagi elementar mulohazalarning mumkin bo‘lgan barcha qiymatlar satrlarida faqat ch qiymat qabul qiluvchi formula* ***tavtologiya*** *deb ataladi.*

1- jadval

x	y	$x \to y$	$x \wedge (x \to y)$	$x \wedge (x \to y) \to y$
yo	yo	ch	yo	ch
yo	ch	ch	yo	ch
ch	yo	yo	yo	ch
ch	ch	ch	ch	ch

Tavtologiya iborasi o‘rnida **aynan chin** yoki **doimo chin formula** iborasi ham qo‘llanilishi mumkin. Tavtologiya, ko‘pincha, J yoki 1 bilan belgilanadi. Aynan chin formula, uning tarkibida ishtirok etuvchi o‘zgaruvchilarning qiymatlariga bog‘liq bo‘lmay, faqat bitta (ch) qiymat qabul qiladi.

Berilgan formula tavtologiya bo‘lishi yoki bo‘lmasligi, odatda, uning qiymatlar jadvali vositasida aniqlanadi.

1- misol. $D \equiv x \wedge (x \to y) \to y$ formula tavtologiyadir. Bu tasdiqning

to‘griligini tekshirish uchun 1- jadval (D formulaning qiymatlar jadvalini) tuzamiz.

---

[17] Bu so‘z yunoncha ταύτό (shuning o‘zi) va λέγείν (so‘z) so‘zlaridan tuzilgan bo‘lib, “ταυτολογία” shuning o‘zini so‘zlayman ma’nosini beradi.

Berilgan D formula uning tarkibida qatnashuvchi x va y elementar mulohazalarning mumkin bo‘lgan hamma qiymatlar satrlarida faqat ch qiymat qabul qilgani uchun, u tavtologiyadir, ya’ni $x \wedge (x \to y) \to y \equiv J$. ■

2- misol. Berilgan $B \equiv (\bar{x} \vee y) \to (x \to y) \to z$ formulani tekshirish uchun uning chinlik jadvalini tuzamiz (2- jadvalga qarang).

2- jadval

x	y	z	$\bar{x}$	$\bar{x} \vee y$	$x \to y$	$(\bar{x} \vee y) \to (x \to y)$	B
yo	yo	yo	ch	ch	ch	ch	yo
yo	yo	ch	ch	ch	ch	ch	ch
yo	ch	yo	ch	ch	ch	ch	yo
yo	ch	ch	ch	ch	ch	ch	ch
ch	yo	yo	yo	yo	yo	ch	yo
ch	yo	ch	yo	yo	yo	ch	ch
ch	ch	yo	yo	ch	ch	ch	yo
ch	ch	ch	yo	ch	ch	ch	ch

2- jadvaldan ko‘rinib turibdiki, $(\bar{x} \vee y) \to (x \to y) \equiv J$, lekin $B \not\equiv J$. ■

Aynan chin formulalar mantiqda katta ahamiyatga ega bo‘lib, ular mantiq qonunlarini ifodalaydi. Shu sababli, mantiq algebrasida **yechilish muammosi** deb yuritiluvchi chekli miqdordagi amal yordamida berilgan ixtiyoriy mantiqiy formulaning aynan chin yoki aynan chin emasligini aniqlash masalasi dolzarb muammo hisoblanadi. Yechilish muammosi faqat mulohazalar algebrasi uchungina emas, balki boshqa mantiqiy sistemalar uchun ham qo‘yilishi mumkin. Yechilish muammosi mulohazalar algebrasi uchun ijobiy hal etiladi (ushbu bobning 5- paragrafiga qarang). Tabiiyki, yechilish muammosini turli usullar yordamida hal qilish mumkin. Bunday usullarni **yechuvchi usullar** deb ataymiz. Yechuvchi usul iborasi o‘rnida **yechish protsedurasi** yoki **yechish algoritmi** iboralari ham qo‘llanilishi mumkin.

Yechish protsedurasi sifatida chinlik jadvalini qo‘llashga asoslangan usulni olish mumkin, chunki chinlik jadvali har bir muayan formula uchun yechilish muammosini to‘liq hal qilish imkonini beradi. Agar berilgan formulaga mos keladigan chinlik jadvalning oxirgi ustunida faqat ch bo‘lsa, u holda bu formula aynan chin, agar oxirgi ustunda hech bo‘lmaganda bitta yo bo‘lgan holda esa formula aynan chin emas bo‘ladi. Tabiiyki, amalda bu usulni har doim ham qo‘llab bo‘lavermaydi, chunki u quyidagi asosiy kamchilikka ega. Agar berilgan formulada n ta elementar o‘zgaruvchi mulohazalar qatnashsa, u holda bu formulaning chinlik jadvali 2^n ta satrga ega bo‘ladi va n ning yetarli katta qiymatlarida bu yechish protsedurasini, hattoki, komp’yuter yordamida ham oxiriga yetkazib bo‘lmaydi. Lekin, prinsip jihatdan olganda, “chinlik jadvalini qo‘llashga asoslangan usul yordamida chekli miqdordagi amallar bajarib yechilish muammosini hal qilish mumkin” degan tasdiq to‘g‘ridir. Ushbu bobning keyingi paragraflarida boshqa bir yechuvchi protsedurani keltiramiz. Bu yechuvchi protsedura berilgan formulani normal shaklga keltirish usuliga asoslangan. Normal shakllar matematik mantiqning boshqa masalalarida ham ishlatiladi.

Aynan yolg‘on formulalar. Formula uning tarkibida ishtirok etuvchi elementar mulohazalarning mumkin bo‘lgan barcha qiymatlar satrlari ucnun faqat yo qiymat qabul qilishi ham mumkin.

2- ta’rif. *Tarkibidagi elementar mulohazalarning mumkin bo‘lgan barcha qiymatlar satrlarida faqat yo qiymat qabul qiluvchi formula* ***aynan yolg‘on*** (***doimo yolg‘on***) ***yoki bajarilmaydigan formula*** *deb ataladi.*

1- va 2- ta’riflardan yaqqol ko‘rinib turibdiki, aynan yolg‘on formula tavtologiyaning inkoridir, va, aksincha, tavtologiya aynan yolg‘on formulaning

inkoridir. Shuning ucnun aynan yolg‘on formulani $\bar{J}$ yoki 0 bilan belgilash joizdir.

Aynan yolg‘on formula ham, aynan chin formula kabi, o‘z tarkibida ishtirok etuvchi o‘zgaruvchilarning qiymatlariga bog‘liq emas, u faqat bitta (yo) qiymat qabul qiladi. Berilgan formulaning bajarilmaydigan formula bo‘lishi yoki bo‘lmasligi ham, odatda, uning qiymatlar jadvali yordamida aniqlanadi.

3- misol. $A \equiv (\bar{x} \vee y) \wedge \overline{x \to y}$ formula aynan yolg‘on formuladir. Haqiqatdan ham, asosiy chinlik jadvallari yordamida A formulaning chinlik jadvalini tuzsak, natijada 3- jadvalga ega bo‘lamiz.

3- jadval

x	y	$\bar{x}$	$\bar{x} \vee y$	$x \to y$	$\overline{x \to y}$	$(\bar{x} \vee y) \wedge \overline{x \to y}$
yo	yo	ch	ch	ch	yo	yo
yo	ch	ch	ch	ch	yo	yo
ch	yo	yo	yo	yo	ch	yo
ch	ch	yo	ch	ch	yo	yo

3- jadvalning oxirgi ustuniga ko‘ra $(\bar{x} \vee y) \wedge \overline{x \to y} \equiv \bar{J}$. ■

3- ta’rif. *Agar A va B formulalar uchun $A \to B$ formula tavtologiya bo‘lsa, u holda B formula A formulaning* ***mantiqiy xulosasi*** *deb ataladi.*

4- ta’rif. *Agar A va B formulalar uchun $A \leftrightarrow B$ formula tavtologiya bo‘lsa, u holda berilgan formulalar* ***mantiqiy ekvivalent formulalar*** *deb ataladi.*

4- misol. 1- misolda $D \equiv x \wedge (x \to y) \to y$ formula tavtologiya bo‘lishini ko‘rgan edik (1- jadvalga qarang). Shu sababli, 3- ta’rifga ko‘ra, y formula $x \wedge (x \to y)$ formulaning mantiqiy xulosasidir.

2- jadvalga ko‘ra (2- misolga qarang) $\bar{x} \vee y$ va $x \to y$ formulalar mantiqiy ekvivalent formulalar bo‘ladi hamda, shu bilan birga, $x \to y$ formula $\bar{x} \vee y$ formulaning mantiqiy xulosasidir degan tasdiqlar to‘g‘ridir. Albatta, $\bar{x} \vee y$ formula $x \to y$ formulaning mantiqiy xulosasidir degan tasdiq ham to‘g‘ri. ■

1- teorema. *Agar A va $A \to B$ formulalarning har biri tavtologiya bo‘lsa, u holda B formula ham tavtologiya bo‘ladi.*

Isboti. A va $A \to B$ formulalarning har biri tavtalogiya bo‘lsin. Teorema

tasdig‘ining teskarisini, ya’ni A va B formulalar tarkibiga kiruvchi o‘zgaruvchilarning hech bo‘lmaganda bitta qiymatlar satrida B formula yo qiymat qabul qilsin deb faraz qilamiz. U holda, A formula tavtologiya bo‘lganligi uchun, o‘zgaruvchilarning o‘sha qiymatlar satr(lar)ida A ch qiymat qabul qiladi. Shu sababli $A \to B$ formula yo qiymat qabul qiladi. Bu esa $A \to B$ formula tavtologiyadir degan tasdiqqa qarama-qarshidir. Demak, B tavtologiyadir. ■

2- teorema. *Agar A_1 formula tarkibiga bir yoki ko‘p marta kirgan A formula o‘rniga B formulani qo‘yish natijasida B_1 formula hosil qilinsa, u holda*

$(A \leftrightarrow B) \to (A_1 \leftrightarrow B_1)$ *formula tavtologiya bo‘ladi.*

Isboti. Agar tarkibidagi o‘zgaruvchilarning biror qiymatlar satrida A va B formulalar turli qiymatlarga ega bo‘lsa, u holda o‘sha qiymatlar satrida $A \leftrightarrow B$ formulaning qiymati yo bo‘ladi va, natijada, $A_1 \leftrightarrow B_1$ formulaning qiymati qanday bo‘lishidan qat’iy nazar, $(A \leftrightarrow B) \to (A_1 \leftrightarrow B_1)$ formula ch qiymat qabul qiladi.

Agar tarkibidagi o‘zgaruvchilarning qandaydir qiymatlar satrida A va B formulalar bir xil qiymat qabul qilsa, u holda o‘sha qiymatlar satrida A_1 va B_1 formulalar ham bir xil qiymat qabul qiladi, chunki teoremaning shartiga asosan B_1 formula A_1 formuladan A formulaning o‘rniga B formulani qo‘yish natijasida hosil qilingan. Demak, bu holda $A \leftrightarrow B$ va $A_1 \leftrightarrow B_1$ formulalarning ikkalasi ham ch qiymat qabul qiladi. Shuning uchun $(A \leftrightarrow B) \to (A_1 \leftrightarrow B_1)$ formula ham ch qiymat qabul qiladi.

Shunday qilib, yuqorida qaralgan mumkin bo‘lgan ikkala holda ham $(A \leftrightarrow B) \to (A_1 \leftrightarrow B_1)$ formula ch qiymat qabul qiladi. Demak, $(A \leftrightarrow B) \to (A_1 \leftrightarrow B_1)$ formula tavtologiya bo‘ladi. ■

2- teoremaga ko’ra, agar A_1 formula tarkibiga bir yoki ko‘p marta kirgan A formula o‘rniga B formulani qo‘yish natijasida B_1 formula hosil qilinsa, u holda A va B formulalarning mantiqiy ekvivalentligidan A_1 va B_1 formulalarning ham mantiqiy ekvivalentligi chiqadi.

3.3.3. Bajariluvchi formulalar. Endi berilgan formula uning tarkibida qatnashuvchi elementar mulohazalarning ba’zi qiymatlar satrlari ucnun ch, ba’zilari ucnun esa yo qiymat qabul qilish holini qaraymiz.

5- ta’rif. *Tarkibidagi elementar mulohazalarning kamida bitta qiymatlar satrida ch qiymat qabul qiluvchi aynan chin bo‘lmagan formula* ***bajariluvchi formula*** *deb ataladi.*

5- misol. $x \to y$, $x \wedge (x \to y)$, $\bar{x}$, $\bar{x} \vee y$ va $x \to y$ formulalar bajariluvchi formulalardir, lekin $x \wedge (x \to y) \to y$, $(\bar{x} \vee y) \to (x \to y)$ va $(\bar{x} \vee y) \wedge \overline{x \to y}$ formulalar bajariluvchi formulalar emas (1-, 2- va 3- jadvallarga qarang). ■

Asosiy teng kuchliliklar. Teng kuchli formulalarga doir teoremalar.

Asosiy teng kuchliliklar. Bu paragrafda oddiy algebrada ma’lum bo‘lgan ayrim ayniyatlarga o‘xshash mantiqiy teng kuchliliklarini va teng kuchli formulalarga doir ayrim teoremalarni keltiramiz.

Ma’lumki, haqiqiy sonlarni qo‘shish va ko‘paytirish amali uchun quyidagi tasdiqlar o‘rinlidir:

1) ixtiyoriy ikkita $x \in \boldsymbol{R}$ va $y \in \boldsymbol{R}$ sonlar uchun $x + y = y + x$ bo‘ladi (qo‘shishning kommutativlik qonuni);

2) ixtiyoriy uchta $x \in \boldsymbol{R}$, $y \in \boldsymbol{R}$ va $z \in \boldsymbol{R}$ sonlar uchun $(x + y) + z = x + (y + z)$ bo‘ladi (qo‘shishning assotsiativlik qonuni);

3) ixtiyoriy ikkita $x \in \boldsymbol{R}$ va $y \in \boldsymbol{R}$ sonlar uchun $xy = yx$ bo‘ladi (ko‘paytirishning kommutativlik qonuni);

4) ixtiyoriy uchta $x \in \boldsymbol{R}$, $y \in \boldsymbol{R}$ va $z \in \boldsymbol{R}$ sonlar uchun $(xy)z = x(yz)$ bo‘ladi (ko‘paytirishning assotsiativlik qonuni);

5) ixtiyoriy uchta $x \in \boldsymbol{R}$, $y \in \boldsymbol{R}$ va $z \in \boldsymbol{R}$ sonlar uchun $x(y + z) = xy + xz$ bo‘ladi

(ko‘paytirishning yig‘indiga nisbatan distributivlik qonuni).

Mulohazalar algebrasida bu ayniyatlarga o‘xshash, ixtiyoriy mantiqiy x, y va z o‘zgaruvchilar uchun quyidagi teng kuchliliklar o‘rinlidir:

$$x \vee y \equiv y \vee x, \tag{1}$$

$$(x \vee y) \vee z \equiv x \vee (y \vee z), \tag{2}$$

$$x \wedge y \equiv y \wedge x, \tag{3}$$

$$(x \wedge y) \wedge z \equiv x \wedge (y \wedge z), \tag{4}$$

$$x \wedge (y \vee z) \equiv (x \wedge y) \vee (x \wedge z). \tag{5}$$

Bu teng kuchliliklarning to‘g‘riligini tekshirish uchun chinlik jadvalidan foydalanish mumkin. Yuqoridagi (1) – (4) teng kuchliliklarning to‘g‘riligini tekshirishni o‘quvchiga havola qilib, faqat (5) teng kuchlilikning to‘g‘riligini tasdiqlaydigan chinlik jadvalini keltirish bilan kifoyalanamiz (1-jadvalga qarang). (1) – (4) teng kuchliliklardan ko‘rinib turibdiki, diz’yunksiya va

1- jadval

x	y	z	$y \vee z$	$x \wedge y$	$x \wedge z$	$x \wedge (y \vee z)$	$(x \wedge y) \vee (x \wedge z)$
yo	yo	yo	yo	yo	yo	yo	yo
yo	yo	ch	ch	yo	yo	yo	yo
yo	ch	yo	ch	yo	yo	yo	yo
yo	ch	ch	ch	yo	yo	yo	yo
ch	yo	yo	yo	yo	yo	yo	yo
ch	yo	ch	ch	yo	ch	ch	ch
ch	ch	yo	ch	ch	yo	ch	ch
ch	ch	ch	ch	ch	ch	ch	ch

kon'yunksiya mantiqiy amallari, oddiy algebradagi qo'shish va ko'paytirish amallari kabi, kommutativlik va assotsiativlik xossalariga egadir.

Mulohazalar algebrasida, oddiy algebradan farqli o'laroq, kon'yunksiyaning diz'yunksiyaga nisbatan distributivlik xossasi ((5) teng kuchlilik) bilan bir qatorda diz'yunksiyaning kon'yunksiyaga nisbatan distributivlik xossasi ham o'rinlidir. Diz'yunksiyaning kon'yunksiyaga nisbatan distributivlik xossasini ifodalovchi

$$x \vee (y \wedge z) \equiv (x \vee y) \wedge (x \vee z) \qquad (6)$$

teng kuchlilikning to'g'riligini 2- chinlik jadvali tasdiqlaydi.

Shuni ta'kidlash kerakki, oddiy algebrada (6) teng kuchlilikka o'xshash tenglik ayniyat bo'lmaydi, ya'ni

$$x + yz = (x + y)(x + z)$$

tenglik ixtiyoriy $x \in \boldsymbol{R}$, $y \in \boldsymbol{R}$ va $z \in \boldsymbol{R}$ sonlar uchun bajarilmasligi mumkin.

2- jadval

x	y	z	$y \wedge z$	$x \vee y$	$x \vee z$	$x \vee (y \wedge z)$	$(x \vee y) \wedge (x \vee z)$
yo	yo	yo	yo	yo	yo	yo	yo
yo	yo	ch	yo	yo	ch	yo	yo
yo	ch	yo	yo	ch	yo	yo	yo
yo	ch	ch	ch	ch	ch	ch	ch
ch	yo	yo	yo	ch	ch	ch	ch
ch	yo	ch	yo	ch	ch	ch	ch
ch	ch	yo	yo	ch	ch	ch	ch
ch	ch	ch	ch	ch	ch	ch	ch

Yuqorida ifodalangan o'xshashliklar asosida kon'yunksiya amali iborasi o'rnida mantiqiy ko'paytma amali iborasi, diz'yunksiya amali iborasi o'rnida esa mantiqiy yig'indi amali iborasi ham qo'llaniladi[18].

Mulohazalar algebrasini oddiy algebra bilan qiyoslashda davom etib $x \leftrightarrow y \equiv (x \to y) \wedge (y \to x)$ teng kuchlilik o'rinliligini eslatamiz[19]. Bu teng kuchlilik berilgan x va y mulohazalarning $x \leftrightarrow y$ ekvivalensiyasi ikkita $x \to y$ va $y \to x$ implikatsiyalarning $(x \to y) \wedge (y \to x)$ kon'yunksiyasi shaklida ifodalanishi mumkinligini anglatadi. Boshqacha qilib aytganda, ekvivalensiya ($\leftrightarrow$) belgisini implikatsiya ($\to$) va kon'yunksiya ($\wedge$) belgilari vositasida ifodalash mumkin. Oddiy algebrada esa, hech qanday almashtirish yordamida tenglik ($=$) belgisini arifmetik amallar (qo'shish ($+$), ayirish ($-$), ko'paytirish ($\times$), bo'lish ($/$)) vositasida ifodalab bo'lmaydi.

[18] Ushbu bobning 1- paragrafiga qarang.
[19] Ushbu bobning 2- paragrafiga qarang.

Endi implikatsiyani boshqa mantiqiy amallar vositasida ifodalash masalasi bilan shug‘ullanamiz. 3- chinlik jadvalidan ko‘rinib turibdiki, $x \to y$ va $\bar{x} \vee y$

formulalar teng kuchlidir.

3- jadval

x	y	$\bar{x}$	$x \to y$	$\bar{x} \vee y$
yo	yo	ch	ch	ch
yo	ch	ch	ch	ch
ch	yo	yo	yo	yo
ch	ch	yo	ch	ch

Demak, (1) – (6) teng kuchliliklar qatoriga yana bitta

$$x \to y \equiv \bar{x} \vee y \qquad (7)$$

teng kuchlilik qo‘shiladi. (7) teng kuchlilik implikatsiya ($\to$) belgisini inkor ($\neg$) va diz’yunksiya ($\vee$) belgilari vositasida ifodalash mumkinligini anglatadi.

Yuqoridagi mulohazalar asosida $\leftrightarrow$, $\to$, $\vee$, $\wedge$, $\neg$ belgilar ishtirok etgan ixtiyoriy mantiqiy ifodani (formulani) faqat $\vee$, $\wedge$, $\neg$ belgilar qatnashgan teng kuchli mantiqiy ifoda (formula) bilan almashtirish mumkin degan xulosaga kelamiz. Ravshanki, bunga o‘xshash xulosani oddiy algebrada tasdiqlash mumkin emas. Ixtiyoriy mantiqiy ifodani faqat $\vee$, $\wedge$, $\neg$ belgilar qatnashgan teng kuchli mantiqiy ifoda bilan almashtirish mumkinligi mulohazalar algebrasining ko‘plab amaliy tatbiqlarga egaligidan darak beradi.

Mantiqiy ifodada ishtirok etuvchi $\vee$ belgisini $\wedge$ va $\neg$ belgilari orqali hamda $\wedge$ belgisini $\vee$ va $\neg$ belgilari orqali ifodalash mumkin. Bu tasdiq **ikki karra inkorni o‘chirish qonuni** va **de Morgan qonunlari** deb ataluvchi teng kuchliliklarga asoslanadi. Ikki karra inkorni o‘chirish qonuni

$$\bar{\bar{x}} \equiv x, \qquad (8)$$

de Morgan qonunlari esa

$$\overline{x \vee y} \equiv \bar{x} \wedge \bar{y}, \qquad (9)$$

$$\overline{x \wedge y} \equiv \bar{x} \vee \bar{y} \qquad (10)$$

teng kuchliliklar bilan ifodalanadi. Bu qonunlarning o‘rinliligi esa chinlik jadvallari yordamida osongina tekshiriladi.

Mantiqiy ifodada ishtirok etuvchi $\vee$ belgisini $\wedge$ va $\neg$ belgilari orqali ifodalash uchun

$$x \vee y \equiv \overline{\bar{x} \wedge \bar{y}} \qquad (11)$$

va, shunga o‘xshash, $\wedge$ belgisini $\vee$ va $\neg$ belgilari orqali ifodalash uchun

$$x \wedge y \equiv \overline{\bar{x} \vee \bar{y}} \qquad (12)$$

teng kuchliliklardan foydalaniladi. (11) va (12) teng kuchliliklarni isbotlashni o‘quvchiga havola qilamiz.

Shunday qilib, mulohazalar algebrasining ixtiyoriy mantiqiy ifodasini unga teng kuchli va tarkibida mantiqiy amal belgilari sifatida faqat $\wedge$ va $\neg$ yoki faqat $\vee$ va $\neg$ belgilar qatnashgan mantiqiy ifoda bilan almashtirish mumkin. Shunga o‘xshash, mulohazalar algebrasining ixtiyoriy mantiqiy ifodasini unga teng kuchli va tarkibida mantiqiy amal belgilari sifatida faqat $\to$ va $\neg$ belgilar qatnashgan mantiqiy ifoda bilan almashtirish imkoniyati borligini ko‘rsatish mumkin.

Shuni ta’kidlash kerakki, mulohazalar algebrasining ixtiyoriy mantiqiy ifodasini unga teng kuchli va tarkibida mantiqiy amal belgisi sifatida faqatgina Sheffer shtrixi bo‘lgan mantiqiy ifoda bilan almashtirish imkoniyati ham bor. Bu tasdiq, mulohazalar algebrasining ixtiyoriy mantiqiy ifodasini unga teng kuchli va tarkibida mantiqiy amal belgilari sifatida faqat $\wedge$ va $\neg$ belgilar qatnashgan mantiqiy ifoda bilan almashtirish mumkinligi hamda

$$\bar{x} \equiv x|x, \quad x \wedge y \equiv (x|y)|(x|y)$$

teng kuchliliklarga asoslanadi. Sheffer amali ta’rifidan foydalanib, chinlik jadvali yordamida, yuqoridagi ikkita va quyidagi uchta teng kuchliliklarning o‘rinliligini osongina tekshirish mumkin:

$$x \vee y \equiv \bar{x}|\bar{y}, \; x \to y \equiv x|\bar{y}, \; x \leftrightarrow y \equiv (x \mid \bar{y}) \wedge (\bar{x} \mid y).$$

Bu uchta teng kuchliliklar oldingi ikkita teng kuchliliklar bilan birgalikda yuqorida ifodalangan mulohazalar algebrasining ixtiyoriy mantiqiy ifodasini unga teng kuchli va tarkibida mantiqiy amal belgisi sifatida faqatgina Sheffer shtrixi bo‘lgan mantiqiy ifoda bilan almashtirish mumkinligi haqidagi tasdiqning to‘g‘riligiga yana bir asosdir.

1- misol. $(x \to y)(y \to x) \to (\bar{x} \leftrightarrow \bar{y})$ mantiqiy ifodani tarkibida mantiqiy amal belgilari sifatida faqat $\wedge$, $\vee$ va $\neg$ belgilari qatnashadigan qilib almashtirish talab etilgan bo‘lsin. Avvalo, $x \leftrightarrow y \equiv (x \to y) \wedge (y \to x)$ teng kuchlilik yordamida $\leftrightarrow$ belgisini $\to$ va $\wedge$ belgilari orqali, (7) teng kuchlilik vositasida $\to$ belgisini $\vee$ va $\neg$ belgilari orqali ifodalaymiz hamda (8) teng kuchlilikdan foydalanamiz:

$$(x \to y)(y \to x) \to (\bar{x} \leftrightarrow \bar{y}) \equiv (x \to y)(y \to x) \to (\bar{x} \to \bar{y})(\bar{y} \to \bar{x}) \equiv$$
$$\equiv (\bar{x} \vee y)(\bar{y} \vee x) \to (\bar{\bar{x}} \vee \bar{y})(\bar{\bar{y}} \vee \bar{x}) \equiv \overline{(\bar{x} \vee y)(\bar{y} \vee x)} \vee (x \vee \bar{y})(y \vee \bar{x}).$$

Kommutativlik va distributivlik qonunlaridan foydalanib, berilgan ifoda uchun quyidagi teng kuchlilikni yozish mumkin:

$$(x \to y)(y \to x) \to (\bar{x} \leftrightarrow \bar{y}) \equiv xy \vee \bar{x}y \vee x\bar{x} \vee x\bar{y} \vee \bar{y}y \vee \bar{x}\,\bar{y}. \;\blacksquare$$

“Mulohazalar algebrasining ixtiyoriy mantiqiy ifodasini unga teng kuchli va tarkibida mantiqiy amal belgisi sifatida faqat uchta (masalan, $\neg$, $\wedge$ va $\vee$), yo faqat ikkita (masalan, $\neg$ va $\wedge$) yoki faqat bitta (masalan, Sheffer shtrixi) amal belgisi bo‘lgan mantiqiy ifoda bilan almashtirishning hojati bormi?” degan tabiiy savol tug‘iladi. Bu savolga, vaziyatga qarab, salbiy ham, ijobiy ham, javob berish mumkin.

Birinchidan, ishlatilishi ko‘zda tutilgan formulalardan ko‘rinib turibdiki, berilgan mantiqiy ifoda zarur almashtirishlar bajarilib, faqat uchta, yo faqat ikkita yoki faqat bitta mantiqiy amal belgisi qatnashgan mantiqiy ifodaga keltirilganda, u, odatda, dastlabki ifodaga nisbatan ko‘p sondagi uch yo ikki yoki bir xil mantiqiy amallar qatnashgan ifodaga keladi. Shu sababli bunday mantiqiy ifodani ko‘zdan kechirish qiyinlashadi.

Ikkinchidan, bunday almashtish imkoniyati borligi mulohazalar algebrasining turli amaliy masalalarni hal etishda katta ahamiyatga ega bo‘lishiga sabab bo‘ladi, jumladan, uning elektrotexnikadagi tadbiqida bu imkoniyat muhim rol o‘ynaydi, chunki u yerda ishlatiladigan mantiqiy ifodalarda faqat uchta $\vee$, $\wedge$, $\neg$ belgilar qatnashadi. Bundan tashqari, mantiqiy xulosalarning qonuniyatlarini bayon etish bu imkoniyatdan foydalanish mumkin.

To‘g‘riligini chinlik jadvalidan foydalanib osongina tekshirish mumkin b‘lgan quyidagi teng kuchliliklardan (qonunlardan) ixtiyoriy mantiqiy ifodani kerakli ko‘rinishga keltirishda foydalanish mumkin.

$x \wedge \bar{x} \equiv$ yo – (**qarama-qarshilik qonuni**), (13)

$x \vee \bar{x} \equiv$ ch – (**uchinchisini istisno qilish qonuni**), (14)

$x \wedge x \equiv x$, $x \vee x \equiv x$ – (**idempotentlik qonunlari**), (15)

$x \wedge (x \vee y) \equiv x$, $x \vee x \wedge y \equiv x$ (**yutilish qonunlari**), (16)

$x \vee$ yo $\equiv x$, $x \vee$ ch $\equiv$ ch, $x \wedge$ ch $\equiv x$, $x \wedge$ yo $\equiv$ yo. (17)

(1)–(17) teng kuchliklar **asosiy teng kuchliliklar** deb ataladi.

Teng kuchli formulalarga doir teoremalar. Endi teng kuchli formulalarga doir ayrim teoremalarni keltiramiz.

1-teorema. *A va B formulalar teng kuchli bo‘lishi uchun $\bar{A}$ va $\bar{B}$ formulalar teng kuchli bo‘lishi zarur va yetarli.*

Isboti. Berilgan A va B formulalar uchun $A \equiv B$ bo‘lsin. U holda A va B formulalar chinlik jadvalining ixtiyoriy satrida bu formulalarning qiymatlari bir xil bo‘ladi. Shuning uchun $\bar{A}$ va $\bar{B}$ formulalar chinlik jadvalining ixtiyoriy satrida ularning qiymatlari ham bir xildir. Demak,

$\overline{A} \equiv \overline{B}$. Xuddi shunga o‘xshash, $\overline{A} \equiv \overline{B}$ teng kuchlilikdan $A \equiv B$ teng kuchlilik kelib chiqishini ko‘rsatish mumkin. ■

2- teorema. *A va B formulalar teng kuchli bo‘lishi uchun $A \leftrightarrow B$ formula tavtologiya bo‘lishi zarur va yetarli.*

Isboti. 1. Berilgan A va B formulalar uchun $A \equiv B$ bo‘lsin. U holda ekvivalensiya ta’rifiga asosan, $A \leftrightarrow B$ formula chinlik jadvalining barcha satrlaridagi qiymatlari ch bo‘ladi. Demak, $A \leftrightarrow B$ formula tavtologiyani ifodalaydi.

2. $A \leftrightarrow B$ formula tavtologiya bo‘lsin. U holda $A \leftrightarrow B$ formula chinlik jadvalining $A \leftrightarrow B$ ustunidagi barcha qiymatlar ch bo‘ladi. Bundan, ekvivalensiya ta’rifiga ko‘ra, chinlik jadvalining har bir satridagi A va B formulalarga mos qiymatlar bir xil, ya’ni $A \equiv B$ teng kuchlilik o‘rinliligi kelib chiqadi. ■

2- misol. De Morgan qonunlari va 2- teoremaga ko‘ra $\overline{x \vee y} \leftrightarrow \bar{x} \wedge \bar{y}$ va $\overline{x \wedge y} \leftrightarrow \bar{x} \vee \bar{y}$ formulalarning har biri tavtologiyadir. ■

3- teorema. *Berilgan A va B formulalar uchun $A \leftrightarrow B$ formula tavtologiya bo‘lishi uchun $\overline{A} \leftrightarrow \overline{B}$ formula tavtologiya bo‘lishi zarur va yetarli.*

Isboti. 1. Berilgan A va B formulalar uchun $A \leftrightarrow B$ formula tavtologiya bo‘lsin. U holda, 2- teoremaga asosan, $A \equiv B$ bo‘ladi. Bundan, 1- teoremaga asosan, $\overline{A} \equiv \overline{B}$ teng ruchlilik kelib chiqadi. Demak, ekvivalensiyaning ta’rifiga asosan, $\overline{A} \leftrightarrow \overline{B}$ aynan tavtologiyadir.

2. Berilgan A va B formulalar uchun $\overline{A} \leftrightarrow \overline{B}$ tavtologiya bo‘lsin. Bundan $\overline{A} \equiv \overline{B}$ kelib chiqadi va, o‘z navbatida, $A \equiv B$ bo‘ladi. Demak, $A \leftrightarrow B$ formula tavtologiyadir. ■

4- teorema. *Ixtiyoriy formulaning istalgan qismi o‘rniga shu qismi bilan teng kuchli boshqa formulani qo‘yishdan hosil bo‘lgan yangi formula dastlabki formula bilan teng kuchlidir.*

Isboti o‘quvchiga havola qilinadi. ■

3- misol. $\overline{x \vee y} \to z$ formula berilgan bo‘lsin. Bu formula tarkibidagi $\overline{x \vee y}$ qismi o‘rniga unga teng kuchli bo‘lgan $\bar{x} \wedge \bar{y}$ formulani qo‘yish natijasida $\bar{x} \wedge \bar{y} \to z$ formula hosil bo‘ladi. Bu formulaga (7), (8) va (10) teng kuchliliklarni qo‘llab, berilgan formulaga teng kuchli $x \vee y \vee z$ formulani hosil qilish mumkin. Berilgan va oxirgi formulalarning teng kuchliligini chinlik jadvali vositasida ham ko‘rsatish mumkin. Bu ish o‘quvchiga havola qilinadi. ■

5-ilova

XULOSA

1.Mulohazalar algebrasi mazmun formula tushunchasiga tayanadi;
2.Teng kuchli formulalar yordamida berilgan formulalar bir ko’rinishda bosqa ko’rinishga o’tadi;
3.Aynan chin, aynan yolg‘on va bajariluvchi formulalar yordamida berilgan formulalarning mohiyatii o’rganildi;
4.Asosiy tengkuchliliklar, teng kuchli formulalarga doir teoremalar tadbiqi murakkab formulalar xususiyati o’rganildi.

6-ilova

Insert texnikasi bo`yicha mavzuni o`qib chiqing va jadvalni to`ldiring.

	Asosiy tushunchalar	Belgi
1.	Formula.	
2.	Chinlik jadvali	
3.	Teng kuchlilik	
4.	Teng kuchlimaslik	
5.	Asosiy teng kuchliliklar	
6.	Aynan chin	
7.	Aynan yolg‘on formulalar	
8.	Ayniyat.	
9.	Ekvivalentlik	
10.	Ekvivalentmaslik	
11.	Bajariluvchi formula	

Insert jadvali qoidasi

√ – avval olgan bilimiga to’g’ri keladi.
\+ – yangi ma’lumot
-- – olgan bilimiga qarama-qarshi
? – tushunarsiz (aniqlanishi zarur bo’lgan ma’lumotlar)

Sinov savollari

1. Quyidagi formulalarning chinlik jadvallarini tuzing:
   a) $\bar{x}_1 \vee \bar{x}_2$; b); $x \wedge \bar{y} \to (y \vee \bar{x} \to \bar{z})$; d) $(x_1 \wedge x_2) \vee x_3$;
   e) $(x \vee y) \to (x \wedge \bar{y} \vee \bar{x} \to \bar{y})$; f) $(x_1 \to \bar{x}_2) \to \left(\overline{x_1 \vee x_2} \wedge \overline{x_3}\right)$;
   g) $(\bar{x} \vee z) \wedge (y \to (u \to x))$; h) $(x \to y) \wedge (y \to z) \to z$;
   i) $x_1 \to (x_2 \to (\ldots \to x_n))$, $n = 3, 4, 5, 6$;
   j) $x_1 \vee x_2 \vee \ldots \vee x_n \to \bar{y}_1 \wedge \bar{y}_2 \wedge \ldots \wedge \bar{y}_n$, $n = 1, 2, 3$.
2. Quyidagi teng kuchliliklarni isbotlang:
   a) $x \leftrightarrow y \equiv \bar{x} \leftrightarrow \bar{y}$; b) $xy \vee \bar{x}y \vee \bar{x}\bar{y} \equiv x \to y$;
   d) $x \to \bar{y} \equiv y \to \bar{x}$; e) $x \to (y \to z) \equiv x \wedge y \to z$;
   f) $x \vee \bar{x} \equiv y \vee \bar{y}$; g) $x \vee \bar{x} \equiv y \vee \bar{y}$;
   h) $x \vee (x \wedge y) \equiv x$; i) $(x \vee \bar{x}) \to y \equiv (x \wedge \bar{x}) \vee y$;
   j) $x \vee (y \wedge z) \equiv (x \vee y) \wedge (x \vee z)$;
   k) $x \equiv (x \wedge y \wedge z) \vee (x \wedge y \wedge \bar{z}) \vee (x \wedge \bar{y} \wedge z) \vee (x \wedge \bar{y} \wedge \bar{z})$.
3. Quyidagi formulalarni soddalashtiring:
   a) $(x \to x) \to x$; b) $x \to (x \to y)$; d) $\overline{\bar{x} \cdot \bar{y}} \vee (x \to y) \cdot x$;
   e) $(x \leftrightarrow y) \wedge (x \vee y)$; f) $x \wedge \bar{y} \to (y \vee \bar{x} \to z)$;
   g) $(x \wedge y \wedge z) \vee (x \wedge y) \vee (x \wedge \bar{y} \wedge z) \vee (x \wedge \bar{y} \wedge \bar{z}) \vee (\bar{x} \wedge \bar{z})$.
4. Quyidagilarning qaysilari aynan chin, qaysilari aynan yolg‘on formula bo‘lishini aniqlang:
   a) $\overline{\overline{\overline{x \vee y} \to \overline{x \wedge y}}}$; b) $\bar{p} \to (p_1 \to p_2)$;
   d) $(x \to y) \to (\bar{y} \to \bar{x})$; e) $((p \wedge q) \leftrightarrow q) \leftrightarrow (q \to p)$;
   f) $\overline{p_1 \to (p_2 \to p_1)}$; g) $((p \to q) \wedge (q \to r)) \to (p \to r)$;

h) $(x \to y) \wedge (x \to \bar{y}) \to \bar{x}$; i) $x \wedge (x \to y) \wedge (x \to \bar{y})$;

j) $x \vee \bar{x} \to y \wedge \bar{y}$; k) $(x \to (y \to z)) \to (x \wedge y \to z)$;

l) $(x \to (y \to z)) \to ((x \to y) \to (x \to z))$.

5. Quyidagi formulalarning har biri bajariluvchi formula bo‘lishini ko‘rsating:

a) $(y \vee \bar{x}) \wedge (z \vee \bar{x})$; b) $a \wedge (b \wedge c \to a \wedge b)$;

c) $x \to y \wedge z$; d) $((a \vee b) \vee c \wedge \bar{c}) \wedge ((a \vee \bar{b}) \vee c \wedge \bar{c})$.

6. Quyidagi formulalarni tavtologiyalar, doimo yolg‘on va bajariluvchi formulalar guruhlariga ajrating:

a) $(x \to y) \to \bar{x} \wedge y \vee \bar{y}$; b) $\overline{a\overline{b}} \leftrightarrow \bar{a} \vee a \wedge b$;

c) $(x \leftrightarrow y) \wedge (x\bar{y} \vee \bar{x}y)$; d) $a \wedge b \to (a \to \bar{b})$

e) $x \vee y \to (x \leftrightarrow y)$; f) $(a \to c) \wedge (b \to c) \to (a \to b)$

g) $x \vee y \to z$ h) $x \wedge y \wedge z \vee \bar{x} \wedge y \wedge z \vee x \wedge \bar{y} \wedge z$.

7. Quyidagilarni aynan chin va aynan yolg‘on formulalar guruhlariga ajrating:

a) $(\overline{x \to z) \to ((y \to z) \to (x \vee y \to z)})$;

b) $(p_1 \to p_2) \to ((p_1 \vee p) \to (p_2 \vee p))$;

d) $(p_1 \to (p_2 \to p_3) \to ((p_1 \to p_2) \to (p_1 \to p_3))$;

f) $(\overline{p_1 \to p_2) \to ((p_1 \wedge p) \to (p_2 \wedge p)})$;

g) $x \wedge y \to x$; h) $x \to (x \vee y)$;

i) $(x \to y) \to (\bar{y} \to \bar{x})$; j) $(\bar{y} \to \bar{x}) \to (x \to y)$;

k) $(x_1 \wedge ... \wedge x_n) \wedge (x_1 \vee ... \vee x_n \to \bar{y}) \wedge y$;

l) $x_1 \to (x_2 \to ... \to (x_{n-1} \to (x_n \to y \vee \bar{y}))...)$.

8. Agar x elementar mulohazaning qiymati ch bo‘lsa, u holda $\bar{x} \wedge y \to z$ va $\bar{x} \to (y \vee z)$ implikatsiyalarning qiymatlarini aniqlang.

9. Agar $x \to y$ implikatsiyaning qiymati ch bo‘lsa, u holda $x \to (x \to y)$, $\overline{x \to y} \to y$ va $(x \to y) \to z$ implikatsiyalarning qiymatlarini aniqlang.

10. Quyidagilarning qaysilari aynan chin, qaysilari aynan yolg‘on formula bo‘lishini aniqlang:

a) $\overline{\overline{x \vee y} \to \overline{x \wedge y}}$; b) $\bar{p} \to (p_1 \to p_2)$;

d) $(x \to y) \to (\bar{y} \to \bar{x})$; e) $((p \wedge q) \leftrightarrow q) \leftrightarrow (q \to p)$;

f) $\overline{p_1 \to (p_2 \to p_1)}$; g) $((p \to q) \wedge (q \to r)) \to (p \to r)$;

h) $(x \to y) \wedge (x \to \bar{y}) \to \bar{x}$; i) $x \wedge (x \to y) \wedge (x \to \bar{y})$;

j) $x \vee \bar{x} \to y \wedge \bar{y}$; k) $(x \to (y \to z)) \to (x \wedge y \to z)$;

l) $(x \to (y \to z)) \to ((x \to y) \to (x \to z))$.

11. Quyidagi formulalarning har biri bajariluvchi formula bo‘lishini ko‘rsating:

a) $(y \vee \bar{x}) \wedge (z \vee \bar{x})$; b) $a \wedge (b \wedge c \to a \wedge b)$;

c) $x \to y \wedge z$; d) $((a \vee b) \vee c \wedge \bar{c}) \wedge ((a \vee \bar{b}) \vee c \wedge \bar{c})$.

12. Quyidagi formulalarni tavtologiyalar, doimo yolg‘on va bajariluvchi formulalar guruhlariga ajrating:

a) $(x \to y) \to \bar{x} \wedge y \vee \bar{y}$; b) $\overline{a\bar{b}} \leftrightarrow \bar{a} \vee a \wedge b$;

c) $(x \leftrightarrow y) \wedge (x\bar{y} \vee \bar{x}y)$; d) $a \wedge b \to (a \to \bar{b})$

e) $x \vee y \to (x \leftrightarrow y)$; f) $(a \to c) \wedge (b \to c) \to (a \to b)$

g) $x \vee y \to z$ h) $x \wedge y \wedge z \vee \bar{x} \wedge y \wedge z \vee x \wedge \bar{y} \wedge z$.

13. Quyidagilarni aynan chin va aynan yolg‘on formulalar guruhlariga ajrating:

a) $\overline{(x \to z) \to ((y \to z) \to (x \vee y \to z))}$;

b) $(p_1 \to p_2) \to ((p_1 \vee p) \to (p_2 \vee p))$;

d) $(p_1 \to (p_2 \to p_3)) \to ((p_1 \to p_2) \to (p_1 \to p_3))$;

f) $\overline{(p_1 \to p_2) \to ((p_1 \wedge p) \to (p_2 \wedge p))}$;

g) $x \wedge y \to x$; h) $x \to (x \vee y)$;

i) $(x \to y) \to (\bar{y} \to \bar{x})$; j) $(\bar{y} \to \bar{x}) \to (x \to y)$;

k) $(x_1 \wedge ... \wedge x_n) \wedge (x_1 \vee ... \vee x_n \to \bar{y}) \wedge y$;

l) $x_1 \to (x_2 \to ... \to (x_{n-1} \to (x_n \to y \vee \bar{y}))...)$.

14. Agar x elementar mulohazaning qiymati ch bo‘lsa, u holda $\bar{x} \wedge y \to z$ va $\bar{x} \to (y \vee z)$ implikatsiyalarning qiymatlarini aniqlang.

15. Agar $x \to y$ implikatsiyaning qiymati ch bo‘lsa, u holda $x \to (x \to y)$, $\overline{x \to y} \to y$ va $(x \to y) \to z$ implikatsiyalarning qiymatlarini aniqlang.

Mustaqil ishlash uchun savollar

1. Formula tushunchasiga intiutiv ravishda qanday ta’rif beriladi?
2. Formula tushunchasiga matematik induksiya usuliga tayangan holda qat’iy ta’rif qanday beriladi?
3. Elementar formula deganda nimani tushunasiz?
4. Qavslarsiz ketma-ket yozilgan mantiqiy amallarni bajarish imtiyozlarini bilasizmi?
5. Qavslar haqidagi kelishuvga ko‘ra qanday qoidalarga amal qilinadi?
6. Teng kuchli formulalar deganda nimani tushunasiz?
7. Qanday holda formulalar teng kuchlimas bo‘lishadi?
8. Odatda berilgan formulalarning teng kuchli yoki teng kuchlimas bo‘lishini aniqlashda qaysi usuldan foydalaniladi?
9. Mantiqiy ifoda nima?Ekvivalensiya bilan teng kuchlilik orasida qanday o‘xshashlik va farqlarni bilasiz?
10. Tavtologiya nima?
11. Berilgan formula tavtologiya bo‘lishi yoki bo‘lmasligi, odatda, qanday aniqlanadi?
12. Qanday muammo mantiq algebrasida yechilish muammosi deb yuritiladi?
13. Yechilish muammosini hal qilish usullari nima deb ataladi?
14. Yechish protsedurasi sifatida chinlik jadvalini qo‘llashga asoslangan usulning asosiy kamchiligi nimada?
15. Aynan yolg‘on formula deganda nimani tushunasiz?
16. Tavtologiya bilan aynan yolg‘on formula orasida qanday bog‘lanish bor?
17. Qanday holda biror formula boshqa formulaning mantiqiy xulosasi deb ataladi?
18. Qanday formulalar mantiqiy ekvivalent formulalar deb ataladi?

19. Agar A va $A \to B$ formulalarning har biri tavtologiya bo‘lsa, u holda B formula haqida mima deyish mumkin?
20. Agar A_1 formula tarkibiga bir yoki ko‘p marta kirgan A formula o‘rniga unga teng kuchli B formulani qo‘yish natijasida B_1 formula hosil qilinsa, u holda $(A \leftrightarrow B) \to (A_1 \leftrightarrow B_1)$ formula haqida mima deyish mumkin?
21. Bajariluvchi formula deganda nimani tushunasiz?
22. Agar $x \to y$ implikatsiya ch qiymat, $x \leftrightarrow y$ ekvivalensiya esa yo qabul qilishi ma’lum bo‘lsa, u holda $y \to x$ implikatsiyaning qiymati haqida mima deyish mumkin?
23. Agar $x \leftrightarrow y$ ekvivalensiya ch qiymat qabul qilishi ma’lum bo‘lsa, u holda $\bar{x} \leftrightarrow y$ va $x \leftrightarrow \bar{y}$ ekvivalensiyalarning qiymatlari haqida mima deyish mumkin?
24. Tavtologiya nima?
25. Berilgan formula tavtologiya bo‘lishi yoki bo‘lmasligi, odatda, qanday aniqlanadi?
26. Qanday muammo mantiq algebrasida yechilish muammosi deb yuritiladi?
27. Yechilish muammosini hal qilish usullari nima deb ataladi?
28. Yechish protsedurasi sifatida chinlik jadvalini qo‘llashga asoslangan usulning asosiy kamchiligi nimada?
29. Aynan yolg‘on formula deganda nimani tushunasiz?
30. Tavtologiya bilan aynan yolg‘on formula orasida qanday bog‘lanish bor?
31. Qanday holda biror formula boshqa formulaning mantiqiy xulosasi deb ataladi?
32. Qanday formulalar mantiqiy ekvivalent formulalar deb ataladi?
33. Agar A va $A \to B$ formulalarning har biri tavtologiya bo‘lsa, u holda B formula haqida mima deyish mumkin?
34. Agar A_1 formula tarkibiga bir yoki ko‘p marta kirgan A formula o‘rniga unga teng kuchli B formulani qo‘yish natijasida B_1 formula hosil qilinsa, u holda $(A \leftrightarrow B) \to (A_1 \leftrightarrow B_1)$ formula haqida mima deyish mumkin?
35. Bajariluvchi formula deganda nimani tushunasiz?
36. Agar $x \to y$ implikatsiya ch qiymat, $x \leftrightarrow y$ ekvivalensiya esa yo qabul qilishi ma’lum bo‘lsa, u holda $y \to x$ implikatsiyaning qiymati haqida mima deyish mumkin?

3-MAVZU	**FORMULALARNING NORMAL SHAKLLARI. DIZ'YUNKTIV VA KON'YUNKTIV NORMAL SHAKLLAR. MUKAMMAL KON'YUNKTIV VA DIZ'YUNKTIV NORMAL SHAKLLAR. FORMULALARNING ASOSIY XOSSALARI. TENGKUCHLIMAS FORMULALAR SONI. BUL ALGEBRASI.**

Mavzuning texnologik modeli

O`quv soati – 2 soat	*Talabalar soni: 50* ta
O`quv mashg`ulot shakli	Axborotli ma`ruza
Ma`ruza rejasi	1. Formulalarning normal shakllari. 2. Diz'yunktiv va kon'yunktiv normal shakllar. 3. Formulalarning mukammal normal shakllari. 4. Formulaning chinlik to'plami. 5. Mulohazalar algebrasi funksiyalari. Bul algebrasi.
O`quv mashg`u-lotining maqsadi:	Mulohazalar algebrasi formulalarining diz'yunktiv va kon'yunktiv normal shaklini hosil qilish jarayonini, formulaning chinlik to'plamini aniqlash, mulohazalar algebrasi funksiyasi va uning xususiyatlarini o'rganish. Bul algebrasi qoidalarini tahlil qilish.
Pedagogik vazifalar:	*O`quv faoliyati natijalari:*
1.Mulohazalar algebrasi formulalari-ning diz'yunktiv va kon'yunktiv normal shaklini hosil qilish algoritmini misollar asosida ko'rsatish; 2.Formulaning chinlik to'plamini aniqlash usulini namoyish etish; 3.Mulohazalar algebrasi funksiyasi va uning xususiyatlarini o'rgatish. 4.Bul algebrasi qoidalarini tahlil qilib berish.	1.Mulohazalar algebrasi formulalarini diz'yunktiv va kon'yunktiv normal shaklini hosil qilish algoritmi o'rganiladi; 2.Formulaning chinlik to'plamini aniqlash usulini o'rganiladi; 3.Mulohazalar algebrasi funksiyasi va uning xususiyatlari bilan tanishiladi. 4.Bul algebrasi qoidalarining tahlili o'rganiladi.
O`qitish vositalari	*O`UM, ma`ruza matni, kompyuter slaydlari, doska*
O`qitish usullari	*ma`ruza, Pinbord, aqliy hujum*
O`qitish shakllari	*Frontal, jamoaviy ish*
O`qitish sharoiti	*Texnik vositalar bilan ta`minlangan, guruhlarda ishlash usulini qo`llash mumkin bo`lgan auditoriya va jihozlari.*
Monitoring va baholash	*og`zaki savollar, blis-so`rov*

Mavzuning texnologik xaritasi

Ish bosqich-lari	O`qituvchi faoliyatining mazmuni	Tinglovchi faoliyatining mazmuni
1-bosqich. Mavzuga kirish (20 min)	1.7. O`quv mashg`uloti mavzusi, savollarni va o`quv faoliyati natijalarini, mustaqil ishlash uchun adabiyotlarni aytadi. 1.8. Baholash mezonlari (2- ilovada). 1.9. Pindbord usulida mavzu bo`yicha ma`lum bo`lgan tushunchalarni faollashtiradi. Pindbord usulida natijasiga ko`ra tinglovchilarning nimalarda adashishlari, xato qilishlari mumkinligining tashxizini amalga oshiradi (1-ilova). 1.3. Mavzuni jonlashtirish uchun savollar beradi (3-ilova).	Tinglaydilar. Tinglaydilar. Muhim tushunchalar daftarda qayd etiladi. Savollar beradilar. Tushunchalarni aytadilar
2 -bosqich. Asosiy qism (50 min)	2.1. Ma`ruza matnini tarqatadi, Reja va asosiy tushunchalar bilan tanishtiradi. 2.2.Ma`ruza rejasining hamma savollar bo`yicha tushuncha beradi. (4 - ilova). Ma`ruzada berilgan savollar yuzasidan umumlashtiruvchi xulosa beradi. (5 - ilova). 2.4. Tayanch iboralarga qaytiladi (Insert usuli) – 6-ilova. 2.5. Talabalar ishtirokida ular yana bir bor takrorlanadi, asosiy tushunchalarga kelinadi.	Tinglaydilar. UMKga qaraydilar Muhim tushunchalar daftarda qayd etiladi. Har bir tayanch tushuncha va iboralarni muhokama qiladilar.
3-bosqich. Yakunlovchi (10 min)	3.3. Mashg`ulot bo`yicha yakunlovchi xulosalar qiladi, olingan bilimlarning qayerda ishlatish mumkinligini ma`lum qiladi. 3.2. Darsda olingan bilimlar baholanadi 3.3. Mavzu bo`yicha bilimlarni chuqurlashtirish uchun adabiyotlar ro`yxatini beradi. 3.4. Mustaqil ish topshiriqlarini va uning baholash mezonini beradi. Keyingi mazvuga tayyorlanib kelish uchun savollar beradi.	Savollar beradilar. O`UMga qaraydilar. Vazifalarni yozib oladilar.

REJA - TOPSHIRIQ

<table>
<tr><td>Reja:</td><td colspan="2">1. Formulalarning normal shakllari.
2. Diz’yunktiv va kon’yunktiv normal shakllar.
3. Formulalarning mukammal normal shakllari.
4. Formulaning chinlik to‘plami.
5. Mulohazalar algebrasi funksiyalari. Bul algebrasi.</td></tr>
<tr><td colspan="3">Mashg`ulotning maqsadi: Mulohazalar algebrasi formulalarining diz’yunktiv va kon’yunktiv normal shaklini hosil qilish jarayonini, formulaning chinlik to‘plamini aniqlash, mulohazalar algebrasi funksiyasi va uning xususiyatlarini o’rganish. Bul algebrasi qoidalarini tahlil qilish.</td></tr>
<tr><td colspan="3">Talabalarning o`quv faoliyati natijalari:
1.Mulohazalar algebrasi formulalarini diz’yunktiv va kon’yunktiv normal shaklini hosil qilish algoritmi o’rganfadilar;
2.Formulaning chinlik to‘plamini aniqlash usulini o’rganadilar;
3.Mulohazalar algebrasi funksiyasi va uning xususiyatlari bilan tanishadilar.
4. Bul algebrasi qoidalarining tahlili o’rganiladi.</td></tr>
<tr><td colspan="3">Mustaqil tayyorgarlik uchun topshiriq:
1. Topshiriq (1-ilova). Mashqlar
2. Topshiriq (2-ilova). Sinov savollari</td></tr>
<tr><td>Nazorat shakli:
• kuzatuv;
• o`quv topshiriqlarini bajarish;<br>• savollarga javob berish.</td><td><i>Eng yuqori ball:</i><br>______ (tezkor – so`rovga to`g`ri javob)
Haqiqiy ball:______</td><td>O`qituvchi imzosi:</td></tr>
</table>

3-MAVZU	**FORMULALARNING NORMAL SHAKLLARI. DIZ’YUNKTIV VA KON’YUNKTIV NORMAL SHAKL LAR. MUKAMMAL KON’YUNKTIV VA DIZ’YUNKTIV NORMAL SHAKLLAR. FORMULALARNING ASOSIY XOSSALARI. TENGKUCHLIMAS FORMULALAR SONI. BUL ALGEBRASI.**

Reja:

1. Formulalarning normal shakllari.
2. Diz’yunktiv va kon’yunktiv normal shakllar.
3. Formulalarning mukammal normal shakllari.
4. Formulaning chinlik to‘plami.
5. Mulohazalar algebrasi funksiyalari. Bul algebrasi.

Tayanch iboralar: Elementar kon’yunksiya va diz’yunksiyalar. KNSh. DNSh. To‘g‘ri va to‘liq elementar kon’yunksiya va diz’yunksiyalar. MKNSh. MDNSh. Formulani MKNShga, MDNShga keltirish algoritmi, to‘liq MKNSh va MDNSh. Elementar mulohaza. Mantiqiy amallar. Chinlik to‘plami. Mulohazalar algebrasi. Funksiya. Funksiyalar teng kuchliligi. 0 va 1 saqlovchifunksiyalar. n argumentli funksiyalar soni. Bul algebrasi.

Foydalanilgan adabiyotlar:

1.Тўраев Ҳ.Т., Математик мантиқ ва дискрет математика, Тошкент: Ўқитувчи нашриёти, 2003, 378 б.
2.Лихтарников Л.М., Сукачева Т.Г., Математическая логика. Курс лекций. Задачник-практикум и решения, Санк-Петербург: ЛАНЬ, 1999, 286 с.
3. Гаврилов Г.П., Сапоженко А.А. Сборник задач по дискретной математике. Учебное пособие. Москва: Наука.
4. Искандаров Р.И., Математик логика элементлари, Самарқанд: СамДУ, 1970, 324 б.

1-ilova

Baholash mezoni:

- Har bir savol javobiga - 2 ball;
- Har bir qo`shimcha mustaqil fikrga - 2 ball;
- Har bir javobni to`ldirishga - 1 ball.

2-ilova

Pinbord

Pinbord (inglizchadan: *pin*- mahkamlash, *board* – yozuv taxtasi) munozara usullari yoki o'quv suhbatini amaliy usul bilan moslashdan iborat.

Ta`lim beruvchi:

→ Taklif etilgan muammoni yechishga o`z nuqtai nazarini bayon qiladi.

→ Ommaviy to`g`ri aqliy hujumni tashkillashtiradi.

Ta`lim oluvchilar quyidagi g`oyalarni:

→ Taklif etadilar, muhokama qiladilar, baholaydilar eng ko`p maqbul (samarali va boshqa g`oyalarni tanlaydilar va ularni qog`oz varag`iga asosiy so`zlar ko`rinishida (2 so`zdan ko`p bo`lmagan) yozadilar va yozuv taxtasiga biriktiradilar (o`rgatuvchi tizimlar, oddiy va murakkab tizimlar, bir pog`onali va ko`p pog`onali tizimlar, hal kiiluvchi qoida).

→ Guruh a`zolari (ta`lim beruvchi tomonidan belgilangan 2-3 talaba yozuv taxtasiga chiqadilar va boshqalar bilan maslahatlashib:

- aniq xato yoki qaytariluvchi g`oyalarni saralaydilar (ATTlar, soha, tashqi faktor, axborot - tanuvchi avtomatik hisoblash qurilmasi, murakkab ATT, murakkab dinamik tizimlar)
- tortishuvlarni aniqlaydilar (aprior alfaviti, sinflashtirish, bir pog`anali, ko`p pog`onali tizimlar va farqlari);
- g`oyalarni tizimlashtirish mumkin bo`lgan belgilar bo`yicha aniqlaydilar;
- shu belgilar bo`yicha hamma g`oyalarni yozuv taxtasida guruhlaydilar (kartochka/ varaqlar).

Ta`lim beruvchi:

→Umumlashtiradi va ish natijalarini baholaydi.

3-ilova

Mavzuni jonlashtirish uchun savollar:

1. Formulalarning normal shakllari deb nimaga aytamiz?
2. Diz'yunktiv va kon'yunktiv normal shakllarini ifodalang.
3. Formulalarning mukammal normal shakllarga keltirish algoritmlarini yozing.
4. Formulaning chinlik to'plami deb nimaga aytiladi?
5. Tengkuchlimas formulalar soni qancha?

6. Mulohazalar algebrasi funksiyalarini ayting.
7. Bul algebrasi ta’rifini keltiring.

4-ilova

Formulalarning normal shakllari

Elementar kon’yunksiya va elementar diz’yunksiya tushunchalari. Turli amaliy masalalarni yechishda mantiq algebrasining ahamiyati kattadir. Jumladan, kontakt va rele-kontaktli sxemalar bilan bog‘liq muammolarni hal qilishda, diskret ravishda ish ko‘ruvchi texnikaga oid masalalarni hamda matematik dasturlashqning turli masalalarini yechishda mantiq algebrasi ko‘p qo‘llaniladi. Mantiq algebrasidan foydalanib amaliy masalalarni hal qilishda esa mantiqiy **formulalarning normal shakllari** deb ataluvchi yozuvlar katta ahamiyatga egadir.

Oldingi paragraflarda o‘rganilgan teng kuchliliklar yordamida zarur almashtirishlar bajarib mulohazalar algebrasining berilgan ixtiyoriy formulasini turli ko‘rinishlarda yozish mumkin. Masalan, $\bar{a} \to bc$ formulani $a \vee bc$ yoki $(a \vee b)(a \vee c)$ ko‘rinishlarda yoza olamiz. Ushbu paragrafda quyidagi teng kuchliliklardan foydalanib formulalarning normal shakllari o‘rganiladi:

$$\left.\begin{array}{l}
\overline{x \wedge y} \equiv \bar{x} \vee \bar{y}, \quad \overline{x \vee y} \equiv \bar{x} \wedge \bar{y}, \\
x \to y \equiv \bar{x} \vee y, \quad \overline{x \to y} \equiv x \wedge \bar{y}, \\
x \leftrightarrow y \equiv (\bar{x} \vee y) \wedge (x \vee \bar{y}), \\
\overline{x \leftrightarrow y} \equiv (x \wedge \bar{y}) \vee (\bar{x} \wedge y), \\
x \vee (y \wedge z) \equiv (x \vee y) \wedge (x \vee z), \\
x \wedge (y \vee z) \equiv (x \wedge y) \vee (x \wedge z).
\end{array}\right\} \qquad (1)$$

Formulalarning normal shakllarini o‘rganish jarayonida (1) teng kuchliliklardan tashqari asosiy teng kuchliliklar qatoriga kiruvchi $x \vee y \equiv y \vee x$, $x \wedge y \equiv y \wedge x$, $(x \vee y) \vee z \equiv x \vee (y \vee z)$, $(x \wedge y) \wedge z \equiv x \wedge (y \wedge z)$ teng kuchliliklardan, ikki karra inkorni o‘chirish qonunidan, yutilish qonunlarini ifodalovchi $x \wedge (x \vee y) \equiv x$ va $x \vee x \wedge y \equiv x$ teng kuchliliklardan

$$\left.\begin{array}{l}
A \wedge A \equiv A,\ A \vee A \equiv A,\ A \wedge J \equiv A,\ A \vee J \equiv J, \\
A \wedge \bar{J} \equiv \bar{J},\ A \vee \bar{J} \equiv A,\ A \vee \bar{A} \equiv J,\ A \wedge \bar{A} \equiv \bar{J}
\end{array}\right\} \qquad (2)$$

teng kuchliliklardan ham foydalanamiz.

Faraz qilaylik, σ – ch yoki yo qiymat qabul qiluvchi qandaydir parametr bo‘lsin. Quyidagi belgilashni kiritamiz:

$$x^{\sigma} = x\sigma \vee \bar{x}\bar{\sigma}.$$

Ravshanki,

$$x^{\sigma} = \begin{cases} x, \text{ agar } \sigma = \text{ch bo'lsa}, \\ \bar{x}, \text{ agar } \sigma = \text{yo bo'lsa}, \end{cases}$$

hamda faqat va faqat $x = \sigma$ bo‘lgandagina x^{σ} ch qiymat qabul qiladi.

1- ta’rif. *Berilgan elementar mulohazalar (o‘zgaruvchilar) yoki ularning inkorlari kon’yunksiyalaridan tashkil topgan formula shu o‘zgaruvchilar* ***elementar kon’yunksiyasi,*** *bu o‘zgaruvchilar yoki ularning inkorlari diz’yunksiyalaridan tashkil topgan formula esa shu o‘zgaruvchilar* ***elementar diz’yunksiyasi*** *deb ataladi.*

Tabiiyki, elementar kon’yunksiya (elementar diz’yunksiya) tarkibida faqat bitta o‘zgaruvchi ishtirok etishi ham mumkin. Shu sababli, bitta (masalan, x) o‘zgaruvchining o‘zi yoki uning inkoridan iborat x yoki $\bar{x}$ ko'rinishdagi ifodalar elementar kon'yunksiya ham elementar diz'yunksiya ham bo'la oladi.

Umuman olganda, berilgan n ta $x_1, x_2, ..., x_n$ o'zgaruvchilar elementar kon'yunksiyasi

$$x_1^{\sigma_1} \wedge x_2^{\sigma_2} \wedge ... \wedge x_n^{\sigma_n} \qquad (3)$$

ko'rinishdagi, bu o'zgaruvchilar elementar diz'yunksiyasi esa

$$x_1^{\sigma_1} \vee x_2^{\sigma_2} \vee \cdots \vee x_n^{\sigma_n} \qquad (4)$$

ko'rinishdagi formuladir. Bu yerda σ_i $(i = \overline{1, n})$ ch yoki yo qiymat qabul qiluvchi qandaydir parametrni ifodalaydi hamda $x_1, x_2, ..., x_n$ o'zgaruvchilar orasida bir xillari bo'lishi ham mumkin.

Formulaning normal shakllari. Formulaning normal shakllari quyidagi ta'rif asosida aniqlanadi.

2- ta'rif. *Berilgan formulaning **kon'yunktiv normal shakli** deb unga teng kuchli va elementar diz'yunksiyalarning kon'yunksiyalaridan tashkil topgan formulaga, **diz'yunktiv normal shakli** deb esa unga teng kuchli va elementar kon'yunksiyalarning diz'yunksiyalaridan tashkil topgan formulaga aytiladi.*

"Kon'yunktiv normal shakl" iborasini, qisqacha, KNSh, "diz'yunktiv normal shakl" iborasini esa, DNSh deb yozamiz.

(3) formula DNShning **kon'yunktiv hadi**, (4) formula esa KNShning **diz'yunktiv hadi** deb ham yuritiladi.

1- va 2- ta'riflarga ko'ra, teng kuchli almashtirishlar bajarib, mantiq algebrasining ixtiyoriy formulasi uchun turli KNShlar va DNShlar topilishi mumkin.

1- misol. Distributivlik va idempotentlik qonunlariga asoslanib, $\overline{\bar{x} \wedge \bar{y}} \wedge (x \to z)$ formulaning kon'yunktiv normal shakllari, masalan, $(x \vee y) \wedge (\bar{x} \vee z)$, $(x \vee y \vee y) \wedge (\bar{x} \vee z)$ va $(x \vee y) \wedge (\bar{x} \vee z) \wedge (z \vee \bar{x})$ formulalar, $(x \vee y) \wedge (x \vee z)$ formula uchun esa diz'yunktiv normal shakllar, masalan, $x \vee yz$ va $x \vee xz \vee yz$ formulalar bo'lishiga ishonch hosil qilish qiyin emas. ■

1- teorema. *Mantiq algebrasining ixtiyoriy formulasini KNShga keltirish mumkin.*

Isboti. Mantiq algebrasining ixtiyoriy formulasini tahlil qilib, agar berilgan formula KNShda bo'lmasa, u vaqtda quyidagi ikkita hollardan biri ro'y berishini ta'kidlaymiz:

a) berilgan formuladagi elementar mulohazalar faqat $\neg$, $\wedge$ va $\vee$ belgilar bilangina birlashtirilgan bo'lsada, $\wedge$ belgilar eng so'nggi amallarni ifodalamaydi;

b) berilgan formula tarkibidagi elementar mulohazalar $\neg$, $\wedge$ va $\vee$ belgilardan tashqari $\to$ va/yoki $\leftrightarrow$ belgilar bilan ham birlashtirilgan.

a) holda, diz'yunksiyaning kon'yunksiyaga nisbatan distributivlik xossasini ifodalovchi $a \vee (b \wedge c) \equiv (a \vee b) \wedge (a \vee c)$ teng kuchlilikdan foydalanib, ((1)ga qarang) berilgan formulani unga teng kuchli formulaga keltiramiz.

b) holda, (1) teng kuchliliklardan foydalanib, berilgan formulaga teng kuchli va tarkibidagi elementar mulohazalari faqat $\neg$, $\wedge$ va $\vee$ belgilar bilangina birlashtirilgan formulani hosil qilamiz. Agar hosil qilingan formula KNShda bo'lmasa, u vaqtda u, albatta, a) holda ifodalangan shaklda bo'ladi. a) hol uchun ifodalangan jarayonni chekli marta qo'llagandan so'ng (zarur bo'lsa (2) teng kuchliliklardan ham foydalanib) berilgan formulaga teng kuchli KNShdagi formulani hosil qilamiz. ■

Teoremaning yuqorida keltirilgan isboti konstruktiv xususiyatga ega, ya'ni
bu isbotdan mantiq algebrasining berilgan formulasi uchun KNShni hosil qilishda algoritm sifatida foydalanish mumkin.

2- misol. Ushbu $((x \vee y) \wedge (\bar{x} \vee \bar{y})) \vee (x \wedge (\bar{x} \vee y))$ formulaning biror KNShini topish talab etilgan bo'lsin. Berilgan formulani P bilan belgilab (1) va (2) formulalardan foydalansak, quyidagilarga ega bo'lamiz:

$$P \equiv (((x \vee y) \wedge (\bar{x} \vee \bar{y})) \vee x) \wedge (((x \vee y) \wedge (\bar{x} \vee \bar{y})) \vee (\bar{x} \vee y)) \equiv \equiv ((x \vee y) \vee x) \wedge ((\bar{x} \vee \bar{y}) \vee x) \wedge$$

$$\wedge ((x \vee y) \vee (\bar{x} \vee y)) \wedge ((\bar{x} \vee \bar{y}) \vee (\bar{x} \vee y)) \equiv$$

$$\equiv (x \vee x \vee y) \wedge (\bar{x} \vee x \vee \bar{y}) \wedge (x \vee \bar{x} \vee y \vee y) \wedge (\bar{x} \vee \bar{x} \vee \bar{y} \vee y) \equiv$$

$$\equiv (x \vee y) \wedge [J \vee \bar{y}] \wedge (J \vee y) \wedge (\bar{x} \vee J) \equiv \equiv (x \vee y) \wedge J \wedge J \wedge J \equiv x \vee y .$$

Demak, $P \equiv x \vee y$. Berilgan formulaning topilgan KNShida x va y o'zgaruvchilarning bittagina elementar diz'yunksiyasi bor, ya'ni berilgan formula
uchun KNSh bittagina $x \vee y$ diz'yunktiv haddan iboratdir. ■

3- misol. $Q \equiv \overline{x \vee y} \leftrightarrow x \wedge y$ formulani KNShga keltirish maqsadida 2- misoldagidek ish yuritib

$$Q \equiv (\overline{\overline{x \vee y}} \vee (x \wedge y)) \wedge ((\overline{x \vee y}) \vee (\overline{x \wedge y})) \equiv$$

$$\equiv ((x \vee y) \vee (x \wedge y)) \wedge ((\bar{x} \wedge \bar{y}) \vee (\bar{x} \vee \bar{y})) \equiv$$

$$\equiv ((x \vee y \vee x) \wedge (x \vee y \vee y)) \wedge ((\bar{x} \vee \bar{x} \vee \bar{y}) \wedge (\bar{y} \vee \bar{x} \vee \bar{y})) \equiv$$

$$\equiv (x \vee y) \wedge (x \vee y) \wedge (\bar{x} \vee \bar{y}) \wedge (\bar{x} \vee \bar{y}) \equiv (x \vee y) \wedge (\bar{x} \vee \bar{y})$$

teng kuchliliklarga ega bo'lamiz. Shunday qilib, $(x \vee y) \wedge (\bar{x} \vee \bar{y})$ formula berilgan Q formula uchun KNSh bo'lib, u ikkita $x \vee y$ va $\bar{x} \vee \bar{y}$ diz'yunktiv hadlarning kon'yunksiyasidan iboratdir. ■

2- teorema. *Mantiq algebrasining formulasi tavtologiya bo'lishi uchun uning KNShidagi barcha elementar diz'yunktiv hadlarida kamida bittadan elementar mulohaza o'zining inkori bilan birga qatnashishi zarur va yetarli.*

Isboti. 1. Mantiq algebrasining P formulasi

$$P \equiv A_1 \wedge A_2 \wedge ... \wedge A_n \tag{5}$$

ko'rinishda berilgan bo'lib, uning KNShidagi barcha A_i $(i = \overline{1,n})$ elementar diz'yunktiv hadlarida kamida bittadan elementar mulohaza bilan birga bu mulohazaning inkori ham qatnashsin. Faraz qilaylik, P formulaning A_i $(i = \overline{1,n})$ hadida qandaydir x_i elementar mulohaza bilan birga uning $\bar{x}_i$ inkori ham qatnashgan bo'lsin. U holda $x \vee \bar{x} \equiv J$ va $J \vee A \equiv J$ teng kuchliliklarga asosan barcha $i = \overline{1,n}$ uchun $A_i \equiv J$ o'rinlidir. Demak, agar barcha $i = \overline{1,n}$ uchun A_i hadlar tarkibida kamida bitta elementar mulohaza bilan birga bu mulohazaning inkori ham qatnashgan bo'lsa, u holda $P \equiv J \wedge J \wedge ... \wedge J \equiv J$, ya'ni P tavtologiya bo'ladi.

2. Mantiq algebrasining (5) ko'rinishda ifodalangan P formulasi tavtologiya bo'lsin. Teorema tasdig'iga teskari tasdiq o'rinli deb faraz qilamiz. Ya'ni, P formula tarkibidagi A_i $(i = \overline{1,n})$ elementar diz'yunktiv hadlardan hech bo'lmaganda bittasida hech qaysi bir elementar mulohaza o'zining inkori bilan birga qatnashmagan bo'lsin. Berilgan P formulaning KNShidagi hech qaysi bir

elementar mulohaza o‘zining inkori bilan birga qatnashmagan biror $A_{i'}$ $(1 \le i' \le n)$ elementar diz’yunktiv hadini tahlil qilamiz. Bu formulada hech qaysi bir elementar mulohaza o‘zining inkori bilan birga qatnashmaganligi sababli $A_{i'}$ formula uchun tuzilgan chinlik jadvalining shunday satri topiladiki, unda barcha elementar mulohazalar yo qiymatga ega bo‘ladi va $A_{i'}$ formula tarkibidagi barcha diz’yunksiya amallarini bajarish natijasi ham shu satr uchun yo bo‘ladi. Shuning uchun, kon’yunksiya amalining ta’rifiga ko‘ra, P formula uchun tuzilgan chinlik jadvalining o‘sha satridagi qiymat yo bo‘ladi. Bu esa teorema isbotining “P formula tavtologiya bo‘lsin” degan shartiga ziddir. ■

2- teorema berilgan formula tavtologiya yoki tavtologiya emasligini, chinlik jadvaliga murojaat qilmasdan, aniqlash imkonini beradi. Shuning uchun 2- teorema **chinlik alomati** deb yuritiladi. Chinlik alomatiga ko‘ra, berilgan formulaning tavtologiya bo‘lishi yoki bo‘lmasligini aniqlash uchun, uni KNShga keltirish kerak. Agar formulaning KNShdagi barcha elementar dizyunksiyalar ifodasida hech bo‘lmaganda bitta elementar mulohaza o‘zining inkori bilan birga qatnashgan bo‘lsa, u holda bu formula tavtologiya, aks holda esa tavtologiya emasligi aniqlanadi.

4- misol. 2- teoremadan foydalanib $x \wedge \bar{x} \to \overline{y \wedge \bar{y}}$ va $\overline{x \wedge \bar{x}} \wedge (y \wedge \bar{y} \to z)$ formulalarning tavtologiya bo‘lishi yoki bo‘lmasligini tekshiramiz. Berilgan formulalarni, mos ravishda, P va Q bilan belgilab, (1) va (2) formulalardan foydalansak, quyidagi KNShlarga ega bo‘lamiz:

$$P = \overline{x \wedge \bar{x}} \vee \overline{y \wedge \bar{y}} = \bar{x} \vee x \vee \bar{y} \vee y,$$

$$Q = (\bar{x} \vee x) \wedge (\overline{y \wedge \bar{y}} \vee z) = (\bar{x} \vee x) \wedge (\bar{y} \vee y \vee z).$$

Bu formulalarning KNShlarida kamida bittadan elementar mulohaza o‘zining inkori bilan birga qatnashgani uchun berilgan formulalarning har biri tavtologiyadir. ■

3- teorema. *Mantiq algebrasining ixtiyoriy formulasini DNShga keltirish mumkin.*

Isboti. 1- teoremaga ko‘ra mantiq algebrasining ixtiyoriy formulasini qandaydir $A_1 \wedge A_2 \wedge ... \wedge A_m$ KNShga keltirish mumkin, bu yerda A_i $(i = \overline{1,m})$ – elementar dizyunksiyalar. Ravshanki, elementar dizyunksiyning inkori elementar konyunksiya bo‘ladi. Shuning uchun berilgan formulaning inkori

$$\overline{A_1 \wedge A_2 \wedge ...... \wedge A_m} = \overline{A_1} \vee \overline{A_2} \vee ...... \vee \overline{A_m}$$

DNShda bo‘ladi, bunda $\overline{A_i}$ $(i = \overline{1,m})$ – elementar konyunksiyalar. ■

4- teorema. *Mantiq algebrasining formulasi aynan yolg‘on bo‘lishi uchun uning DNShdagi barcha elementar kon’yunktiv hadlarida kamida bittadan elementar mulohaza o‘zining inkori bilan birga qatnashishi zarur va yetarli.*

Isboti. 1. Mantiq algebrasining P formulasi $P \equiv A_1 \vee A_2 \vee ... \vee A_n$ ko‘rinishda berilgan bo‘lib, uning DNShidagi barcha A_i $(i = \overline{1,n})$ elementar kon’yunktiv hadlarida kamida bittadan elementar mulohaza bilan birga bu mulohazaning inkori ham qatnashsin. Berilgan P formulaning A_i $(i = \overline{1,n})$ hadida qandaydir x_i elementar mulohaza bilan birga uning $\bar{x}_i$ inkori ham qatnashgan bo‘lsin deb faraz qilaylik. U holda $x \wedge \bar{x} \equiv \bar{J}$ va $\bar{J} \wedge A \equiv \bar{J}$ teng kuchliliklarga asosan barcha $i = \overline{1,n}$ uchun $A_i \equiv \bar{J}$ o‘rinlidir. Demak, agar barcha $i = \overline{1,n}$ uchun A_i hadlar tarkibida kamida bitta elementar mulohaza bilan birga bu mulohazaning inkori ham qatnashgan bo‘lsa, u holda $P \equiv \bar{J} \vee \bar{J} \vee ... \bar{J} \vee \equiv \bar{J}$, ya’ni P aynan yolg‘on bo‘ladi.

2. Mantiq algebrasining P formulasi aynan yolg‘on bo‘lsin. U holda P formulaning inkori doimo chin bo‘ladi. Shuning uchun, 2- teoremaga asosan, $\overline{P}$ formulaning KNShdagi barcha elementar diz’yunksiyalarida kamida bittadan elementar mulohaza bilan birga uning inkori ham topiladi. Demak, $\overline{\overline{P}} = P$ fopmulaning DNShdagi barcha kon’yunktiv hadlarida kamida bittadan elementar mulohaza o‘zining inkori bilan birga qatnashadi. ■

4- teorema berilgan formulaning doimo yolg‘on bo‘lishi yoki bo‘lmasligini, chinlik jadvaliga murojaat qilmasdan, aniqlash imkonini bergani uchun, uni **yolg‘onlik alomati** deb atash mumkin.

5- misol. Berilgan

$$P \equiv (x \wedge \overline{x} \wedge y) \vee (y \wedge \overline{y} \wedge z) \vee (x \wedge y \wedge \overline{x} \wedge z \wedge \overline{z})$$

formulaning doimo yolg‘on formula bo‘lishini ko‘rsatamiz.

Haqiqatdan ham, P formula DNShda yozilgan bo‘lib, uning tarkibidagi 1- elementar kon’yunksiya ifodasida x, 2- ifodasida y, 3-sida esa x va z elementar mulohazalar o‘zlarining inkorlari bilan birgalikda qatnashganlari uchun, yolg‘onlik alomatiga asosan, $P \equiv \overline{J}$. ■

5- teorema. *Mulohazalar algebrasining ixtiyoriy formulasi uchun yechilish muammosi doimo ijobiy hal bo‘ladi.*

Isboti. Agar mulohazalar algebrasining berilgan formulasi KNShda bo‘lmasa, uni KNShga keltirgandan so‘ng, 2- teoremaga asosan, bu formulaning tavtologiya bo‘lishi yoki bo‘lmasligi aniqlanadi. Agar berilgan formula tavtologiya bo‘lmasa, uni DNShga keltirib, 4- teorema asosida, formulaning aynan yolg‘on bo‘lishi yoki bo‘lmasligi aniqlanadi. Agar tekshirilayotgan formula doimo chin va doimo yolg‘on bo‘lish shartlarini qanoatlantirmasa, u holda u bajariluvchi formula bo‘ladi. Demak, mulohazalar algebrasining berilgan formulasi tavtologiya, aynan yolg‘on yoki bajariluvchi formula bo‘lishini chekli sondagi qadamlar jarayonida aniqlash mumkin. Shuning uchun mulohazalar algebrasining ixtiyoriy formulasi uchun yechilish muammosi doimo ijobiy hal bo‘ladi. ■

Formulalarning mukammal normal shakllari

To‘g‘ri va to‘liq elementar kon’yunksiya va diz’yunksiyalar. Yuqorida teng kuchli almashtirishlar bajarib, mantiq algebrasining berilgan formulasi uchun turli KNShlar va DNShlar topish mumkinligi haqida ma’lumot berilgan edi. Formulalar uchun turli KNShlar va DNShlar orasida muayyan shartlarni qanoatlantiradiganlari muhim hisoblanadi. Quyida shunday shakllar o‘rganiladi.

1- ta’rif. *Agar elementar kon’yunksiya (diz’yunksiya) ifodasida ishtirok etuvchi har bir elementar mulohaza shu ifodada faqat bir marta uchrasa, u holda bu ifoda* ***to‘g‘ri elementar kon’yunksiya (diz’yunksiya)*** *deb ataladi.*

1- misol. Berilgan $a \vee b \vee c$ va $\overline{a} \vee d \vee f$ elementar diz’yunksiyalar to‘g‘ri elementar diz’yunksiyalar, $\overline{a}bdc$ va $\overline{a}e\overline{c}b$ elementar kon’yunksiyalar esa to‘g‘ri elementar kon’yunksiyalardir. Lekin, $a \vee u \vee u \vee c$ va $u \vee \overline{u} \vee e \vee n$ elementar diz’yunksiyalar ifodasida u elementar mulohaza bir martadan ortiq qatnashganligi sababli, ularning hech biri to‘g‘ri elementar diz’yunksiya bo‘la olmaydi. x_2 elementar mulohaza $x_1x_2x_3\overline{x}_2$ va $x_2x_2\overline{x}_2x_2x_6$ elementar kon’yunksiyalar tarkibida bir martadan ortiq qatnashganligi sababli, bu ifodalarning hech qaysisi to‘g‘ri elementar kon’yunksiya bo‘la olmaydi. ■

2- ta'rif. *Agar berilgan elementar mulohazalarning har biri elementar kon'yunksiya (diz'yunksiya) ifodasida faqat bir matra qatnashsa, bu ifoda shu* ***elementar mulohazalarga nisbatan to'liq elementar kon'yunksiya (diz'yunksiya)*** *deb ataladi.*

2- misol. Ushbu $x_1x_2x_3$, $x_1x_2x_3\bar{x}_2x_3$ va $\bar{x}_1x_5\bar{x}_3x_2$ elementar kon'yunksiyalarning hech qaysi biri x_1, x_2, x_3, x_4 elementar mulohazalarga nisbatan to'liq elementar kon'yunksiya emas, lekin ularning birinchisi x_1, x_2, x_3 elementar mulohazalarga nisbatan, oxirgisi esa x_1, x_2, x_3, x_5 elementar mulohazalarga nisbatan to'liq elementar kon'yunksiyadir.

Berilgan $\bar{a} \vee b \vee d \vee c$ elementar diz'yunksiya a, b, c, d elementar mulohazalarga nisbatan to'liq elementar diz'yunksiyadir, $x_1 \vee x_4 \vee x_3$ elementar diz'yunksiya esa x_1, x_3, x_4 elementar mulohazalarga nisbatan to'liq elementar diz'yunksiya bo'lsada, u x_1, x_2, x_3, x_4 elementar mulohazalarga nisbatan to'liq elementar diz'yunksiya bo'la olmaydi. ■

3- ta'rif. *Agar formulaning KNShi (DNShi) ifodasida bir xil elementar diz'yunksiyalar (kon'yunksiyalar) bo'lmasa va barcha elementar diz'yunksiyalar (kon'yunksiyalar) to'g'ri hamda ifodada qatnashuvchi barcha elementar mulohazalarga nisbatan to'liq bo'lsa, u holda bu ifoda* ***mukammal kon'yunktiv normal shakl (mukammal diz'yunktiv normal shakl)*** *deb ataladi.*[20]

4- ta'rif. *Berilgan $x_1, x_2, ..., x_n$ elementar mulohazalarga nisbatan formulaning MKNShidagi har bir $x_1^{\sigma_1} \vee x_2^{\sigma_2} \vee \cdots \vee x_n^{\sigma_n}$ had* ***diz'yunktiv konstituyent,*** *uning MDNShidagi har bir $x_1^{\sigma_1} \wedge x_2^{\sigma_2} \wedge ... \wedge x_n^{\sigma_n}$ had esa* ***kon'yunktiv konstituyent*** *deb ataladi.*

4- ta'rifda yerda σ_i $(i = \overline{1, n})$ ch yoki yo qiymat qabul qiluvchi parametrni ifodalaydi va $x_1, x_2, ..., x_n$ o'zgaruvchilar orasida bir xillari yo'q.

3- misol. Tarkibida faqat bitta asosiy mantiqiy amal qatnashgan formulalarning mukammal normal sakllari (MKNShlari va MDNShlari) 1- jadvalda keltirilgan.

Yuqoridagi tasdiqning to'g'riligini tekshirish o'quvchiga havola qilinadi.

1- jadvaldan ko'rinib turubdiki, $\bar{x}$ formulaning MKNShi ham, MDNShi ham uning o'zidan iborat; $x \wedge y$ formulaning MKNShida uchta ($x \vee y$, $\bar{x} \vee y$ va $x \vee \bar{y}$) diz'yunktiv konstituyentlar bor, uning MDNShi esa bitta kon'yunktiv konstituyentdan (shu formulaning o'zidan) iborat; va hokazo. ■

1- jadval

Amal	MKNSh	MDNSh
$\bar{x}$	$\bar{x}$	$\bar{x}$
$x \wedge y$	$(x \vee y) \wedge (\bar{x} \vee y) \wedge (x \vee \bar{y})$	$x \wedge y$
$x \vee y$	$x \vee y$	$(x \wedge y) \vee (\bar{x} \wedge y) \vee (x \wedge \bar{y})$
$x \rightarrow y$	$\bar{x} \vee y$	$(x \wedge y) \vee (\bar{x} \wedge y) \vee (\bar{x} \wedge \bar{y})$
$x \leftrightarrow y$	$(\bar{x} \vee y) \wedge (x \vee \bar{y})$	$(x \wedge y) \vee (\bar{x} \wedge \bar{y})$

1- teorema. *Elementar mulohazalarning tavtologiyadan farqli ixtiyoriy formulasini MKNShga keltirish mumkin.*

Teoremaning quyidagi konstruktiv **isboti** tavtologiyadan farqli ixtiyoriy **mantiqiy formulani MKNShga keltirish algoritmi** sifatida ishlatilishi mumkin.

[20] "Mukammal kon'yunktiv normal shakl" iborasini, qisqacha, MKNSh, "mukammal diz'yunktiv normal shakl" iborasini esa, MDNSh deb yozamiz.

1. Berilgan formulani KNShga keltiramiz.

Buning uchun formulani faqat kon'yunksiya, diz'yunksiya va inkor mantiqiy amallari orqali ifodalaymiz (bunda inkor amali faqatgina o'zgaruvchilarga nisbatan qo'llanilgan bo'lishi kerak). Formulani KNShga keltirish jarayonida, vaziyatga qarab, zarur qoida va qonunlardan foydalangan holda mumkin bo'lgan soddalashtirishlarni bajaramiz.

2. Agar KNSh ifodasida bittadan ko'p bir xil elementar diz'yunksiyalar topilsa, u holda $A \wedge A \equiv A$ teng kuchlilikdan foydalanib, ulardan faqat bittasini berilgan formulaning ifodasida qoldiramiz.

3. Agar KNSh ifodasidagi barcha elementar diz'yunksiyalar to'g'ri elementar diz'yunksiyalar bo'lsa, u holda algoritmning 4- bandiga o'tamiz, aks holda barcha elementar diz'yunksiyalarni to'g'ri elementar diz'yunksiyalarga aylantiramiz.

Buning uchun, vaziyatga qarab, quyidagi ikki jarayon qo'llanilishi mumkin:

a) agar biror elementar diz'yunksiya ifodasida birorta o'zgaruvchi o'zining inkori bilan birgalikda qatnashgan bo'lsa, u holda $x \vee \bar{x} \equiv J$, $A \wedge J \equiv A$ va $J \wedge A \equiv A$ teng kuchliliklarga asosan bu elementar kon'yunksiyani KNSh ifodasidan olib tashlaymiz;

b) agar qandaydir elementar diz'yunksiya ifodasida biror o'zgaruvchi bir necha marta qatnashgan (barcha hollarda yo inkor ishorasi ostida yoki barcha hollarda inkor ishorasi ostida emas) bo'lsa, u holda $x \vee x \equiv x$ teng kuchlilikka asosan ulardan faqatgina bittasini elementar diz'yunksiya ifodasida qoldiramiz.

Natijada, barcha elementar diz'yunksiyalar to'g'ri elementar diz'yunksiyalarga aylanadi.

4. Agar KNSh ifodasidagi barcha elementar diz'yunksiyalar to'liq elementar diz'yunksiyalar bo'lsa, u holda algoritmning 6- bandiga o'tamiz, aks holda barcha elementar diz'yunksiyalarni to'liq elementar diz'yunksiyalarga aylantiramiz. Agar KNShdagi biror elementar diz'yunksiya to'liq elementar diz'yunksiya bo'lmasa, ya'ni biror diz'yunktiv had ifodasidagi elementar mulohazalardan ba'zilari (yoki ularning inkorlari) topilmasa, u holda bunday elementar diz'yunksiyani quyidagi usul yordamida to'liq elementar diz'yunksiya holiga keltiramiz.

Masalan, tarkibida $a, b, c, ..., u, y, ..., z$ elementar mulohazalalar ishtirok etgan, tavtologiyadan farqli, $F \equiv a \vee b \vee \bar{c} \vee ... \vee u \vee \bar{y} \vee ... \vee z$ elementar diz'yunksiya ifodasida faqat x o'zgaruvchi yoki uning inkori $\bar{x}$ yo'q deb faraz qilaylik. U holda $x \wedge \bar{x} \equiv \bar{J}$ va $A \vee \bar{J} \equiv A$ teng kuchliliklardan foydalanib F elementar diz'yunksiyani ikkita to'liq elementar diz'yunksiyalar kon'yunksiyasiga keltiramiz:

$$F \equiv (a \vee b \vee \bar{c} \vee ... \vee u \vee \bar{y} \vee ... \vee z) \vee (x \wedge \bar{x}) \equiv \equiv (a \vee b \vee \bar{c} \vee ... \vee u \vee x \vee \bar{y} \vee ... \vee z) \wedge$$
$$\wedge (a \vee b \vee \bar{c} \vee ... \vee u \vee \bar{x} \vee \bar{y} \vee ... \vee z).$$

Agar biror elementar diz'yunksiya ifodasida m ta o'zgaruvchilar qatnashmayotgan bo'lsa, u holda bu jarayonni har bir o'zgaruvchi uchun (ya'ni, m marta) yoki m ta o'zgaruvchilar uchun birdaniga qo'llash natijasida bitta to'liq bo'lmagan elementar diz'yunksiya o'rnida unga teng kuchli 2^m ta to'liq elementar diz'yunksiyalar kon'yunksiyalariga ega bo'lamiz.

5. Agar 4- band bajarilishi natijasida KNSh ifodasida bir xil elementar diz'yunksiyalar paydo bo'lsa, u holda algoritmning 2- bandiga o'tamiz.

6. Algoritm tugadi.

Demak, formulani MKNShga keltirish algoritmini qo'llash natijasida berilgan KNSh ifodasida bir xil elementar diz'yunksiyalar qatnashmaydi va barcha elementar diz'yunksiyalar to'g'ri va to'liq bo'ladi. 1- ta'rifga asosan bunday KNSh

MKNShdir. ■

4- misol. Formulani MKNShga keltirish algoritmidan foydalanib x, y, z va u elementar mulohazalarning $A \equiv (\bar{x} \to x) \wedge (y \to \bar{y}) \wedge (z \leftrightarrow u)$ formulasini MKNShga keltiramiz. Dastlab, algoritmning 1- bandiga ko‘ra, berilgan A formulani KNShga keltiramiz. Buning uchun, avvalo, $a \to b \equiv \bar{a} \vee b$ va $a \leftrightarrow b \equiv (\bar{a} \vee b) \wedge (a \vee \bar{b})$ teng kuchliliklardan foydalanib A formulani faqat kon’yunksiya, diz’yunksiya va inkor mantiqiy amallari orqali ifodalaymiz:

$$A \equiv (\bar{\bar{x}} \vee x) \wedge (\bar{y} \vee \bar{y}) \wedge ((\bar{z} \vee u) \wedge (z \vee \bar{u})).$$

Hosil bo‘lgan formulaga $\bar{\bar{x}} \equiv x$ teng kuchlilikni qo‘llasak, A formula $(x \vee x) \wedge (\bar{y} \vee \bar{y}) \wedge (\bar{z} \vee u) \wedge (z \vee \bar{u})$ KNShga keladi.

KNSh ifodasida barcha elementar diz’yunksiyalar turlicha bo‘lganligi sababli algoritmning 2- bandini bajarishga hojat yo‘q.

KNSh ifodasidagi 1- va 2- elementar diz’yunksiyalar to‘g‘ri elementar diz’yunksiyalar bo‘lmaganligi uchun algoritmning 3- banda ifodalangan jarayonlarni bajarishga o‘tamiz. KNSh ifodasidagi hech qaysi elementar diz’yunksiya ifodasida birorta ham o‘zgaruvchi o‘zining inkori bilan birgalikda qatnashmaganligi sababli 3- banddagi a) hol bu yerda ro‘y bermaydi. KNSh ifodasidagi 1- elementar diz’yunksiyada x, 2- elementar diz’yunksiyada esa $\bar{y}$ ikki marta qatnashgani uchun b) holda bayon qilingandek ish yuritib, A formula uchun barcha elementar diz’yunksiyalari to‘g‘ri elementar diz’yunksiyalardan iborat $x \wedge \bar{y} \wedge (\bar{z} \vee u) \wedge (z \vee \bar{u})$ KNShni hosil qilamiz. Ushbu bobning 5- paragrafidagi 2- teoremaga asosan, A formula tavtologiya emas.

Algoritmning 4- bandini bajaramiz. Ko‘rinib turibdiki, KNShdagi 1- elementar diz’yunksiyada y, z va u, 2- elementar diz’yunksiyada x, z va u, 3- va 4- elementar diz’yunksiyalarda esa x va y o‘zgaruvchilar yoki ularning inkorlari yo‘q. Shularni e’tiborga olib, KNSh ifodasidagi to‘rtala elementar diz’yunksiyalarni to‘liq elementar diz’yunksiyalar shakliga keltirish maqsadida 4- bandda ifodalangan jarayonni qo‘llaymiz. Natijada 1- elementar diz’yunksiya (x) uchun

$$\begin{gathered}
x \equiv x \vee (y \wedge \bar{y}) \equiv (x \vee y) \wedge (x \vee \bar{y}) \equiv \\
\equiv ((x \vee y) \vee (z \wedge \bar{z})) \wedge ((x \vee \bar{y}) \vee (z \wedge \bar{z})) \equiv \\
\equiv (x \vee y \vee z) \wedge (x \vee y \vee \bar{z}) \wedge (x \vee \bar{y} \vee z) \wedge (x \vee \bar{y} \vee \bar{z}) \equiv \\
\equiv ((x \vee y \vee z) \vee (u \wedge \bar{u})) \wedge ((x \vee y \vee \bar{z}) \vee (u \wedge \bar{u})) \wedge \\
\wedge ((x \vee \bar{y} \vee z) \vee (u \wedge \bar{u})) \wedge ((x \vee \bar{y} \vee \bar{z}) \vee (u \wedge \bar{u})) \equiv \\
\equiv (x \vee y \vee z \vee u) \wedge (x \vee y \vee z \vee \bar{u}) \wedge \wedge (x \vee y \vee \bar{z} \vee u) \wedge (x \vee y \vee \bar{z} \vee \bar{u}) \wedge \\
\wedge (x \vee \bar{y} \vee z \vee u) \wedge (x \vee \bar{y} \vee z \vee \bar{u}) \wedge \\
\wedge (x \vee \bar{y} \vee \bar{z} \vee u) \wedge (x \vee \bar{y} \vee \bar{z} \vee \bar{u}),
\end{gathered}$$

2- elementar diz’yunksiya ($\bar{y}$) uchun[21]

$$\begin{gathered}
\bar{y} \equiv (x \vee \bar{y} \vee z \vee u) \wedge (x \vee \bar{y} \vee z \vee \bar{u}) \wedge \wedge (x \vee \bar{y} \vee \bar{z} \vee u) \wedge (x \vee \bar{y} \vee \bar{z} \vee \bar{u}) \wedge \\
\wedge (\bar{x} \vee \bar{y} \vee z \vee u) \wedge (\bar{x} \vee \bar{y} \vee z \vee \bar{u}) \wedge \\
\wedge (\bar{x} \vee \bar{y} \vee \bar{z} \vee u) \wedge (\bar{x} \vee \bar{y} \vee \bar{z} \vee \bar{u}),
\end{gathered}$$

3- elementar diz’yunksiya ($\bar{z} \vee u$) uchun

$$\bar{z} \vee u \equiv (x \vee y \vee \bar{z} \vee u) \wedge (x \vee \bar{y} \vee \bar{z} \vee u) \wedge$$

[21] Bu yerda va keyingi elementar diz’yunksiyalar uchun oralik teng kuchliliklarni tushirib qoldirdik.

$$\wedge(\bar{x}\vee y\vee\bar{z}\vee u)\wedge(\bar{x}\vee\bar{y}\vee\bar{z}\vee u)$$

va 4- elementar diz'yunksiya ($z\vee\bar{u}$) uchun

$$z\vee\bar{u}\equiv(x\vee y\vee z\vee\bar{u})\wedge(x\vee\bar{y}\vee z\vee\bar{u})\wedge$$
$$\wedge(\bar{x}\vee y\vee z\vee\bar{u})\wedge(\bar{x}\vee\bar{y}\vee z\vee\bar{u})$$

teng kuchliliklarga ega bo'lamiz.

Topilgan barcha KNShlar x, y, z va u elementar mulohazalarga nisbatan to'liq KNShlardir. Bu KNShlarni o'zaro solishtirib, ularning tarkibida bir xil elementar diz'yunksiyalar bor (masalan, 1- va 2- KNShlardagi $x\vee\bar{y}\vee z\vee u$ elementar diz'yunksiya) bo'lgan vaziyat ro'y berganligini aniqlaymiz. Shuning uchun, algoritmning 5- bandi boshqarishni uning 2- bandiga o'tkazadi.

Algoritmning 2- bandini bajarib, A formula uchun

$$(x\vee y\vee z\vee u)\wedge(x\vee y\vee z\vee\bar{u})\wedge(x\vee y\vee\bar{z}\vee u)\wedge$$
$$\wedge(x\vee y\vee\bar{z}\vee\bar{u})\wedge(x\vee\bar{y}\vee z\vee u)\wedge(x\vee\bar{y}\vee z\vee\bar{u})\wedge$$
$$\wedge(x\vee\bar{y}\vee\bar{z}\vee u)\wedge(x\vee\bar{y}\vee\bar{z}\vee\bar{u})\wedge(\bar{x}\vee y\vee z\vee\bar{u})\wedge$$
$$\wedge(\bar{x}\vee y\vee\bar{z}\vee u)\wedge(\bar{x}\vee\bar{y}\vee z\vee u)\wedge(\bar{x}\vee\bar{y}\vee z\vee\bar{u})\wedge$$
$$\wedge(\bar{x}\vee\bar{y}\vee\bar{z}\vee u)\wedge(\bar{x}\vee\bar{y}\vee\bar{z}\vee\bar{u})$$

KNSh ifodasiga ega bo'lamiz.

Algoritmning 3- bandi boshqarishni uning 4- bandiga, 4- bandi esa 6- bandiga o'tkazadi, chunki oxirgi KNSh ifodasidagi barcha elementar diz'yunksiyalar to'g'ri va to'liq elementar diz'yunksiyalardir. Sunday qilib, berilgan A formula uchun oxirgi formula MKNShdir. ■

Ravshanki, agar formulaning MKNShi tarkibida qatnashuvchi barcha ifodalardagi $\wedge$ belgi o'rniga $\vee$ belgi va, aksincha, $\vee$ o'rniga $\wedge$ qo'yilsa, u holda MDNSh hosil bo'ladi. Xuddi shuningdek, agar formulaning MDNShi tarkibida qatnashuvchi barcha ifodalarda shunday o'zgartirishlar bajarilsa, u holda MKNSh hosil bo'ladi.

2- teorema. *Elementar mulohazalarning aynan yolg'on bo'lmagan ixtiyoriy formulasini MDNShga keltirish mumkin.*

Isboti. Elementar mulohazalarning aynan yolg'on formulasidan farqli berilgan formulasini A bilan belgilab, avvalo, $\overline{A}$ formulani MKNShga keltiramiz. $\overline{\overline{A}}\equiv A$ teng kuchlilikdan foydalanib, $\overline{A}$ formulaning MKNShi tarkibida qatnashuvchi barcha ifodalardagi $\wedge$ belgi o'rniga $\vee$ belgi va, aksincha, $\vee$ o'rniga $\wedge$ hamda elementar mulohazalar o'rinlariga mos ravishda ularning inkorlari, va, aksincha, elementar mulohazalarning inkorlari o'rinlariga mos ravishda ularning o'zlari qo'yilsa, u holda A formulaning MDNShi hosil bo'ladi. ■

5- misol. 2- teoremadan foydalanib, 4- misolda MKNShi topilgan $A\equiv(\bar{x}\to x)\wedge(y\to\bar{y})\wedge(z\leftrightarrow u)$ formulani MDNShga keltiramiz. Ushbu bobning 5- paragrafidagi 4- teoremaga asoslanib, berilgan A formulaning doimo yolg'on emasligiga ishonch hosil qilish qiyin emas. Avvalo mantiqiy formulani MKNShga keltirish algoritmidan foydalanib $\overline{A}\equiv\overline{(\bar{x}\to x)\wedge(y\to\bar{y})\wedge(z\leftrightarrow u)}$ formulani MKNShga keltiramiz:

$$\overline{A}\equiv\overline{\bar{x}\to x}\vee\overline{y\to\bar{y}}\vee\overline{z\leftrightarrow u}\equiv\bar{x}\bar{x}\vee y\bar{\bar{y}}\vee z\bar{u}\vee\bar{z}u\equiv$$
$$\equiv\bar{x}\vee y\vee z\bar{u}\vee\bar{z}u\equiv(\bar{x}\vee y\vee z\vee\bar{z}u)(\bar{x}\vee y\vee\bar{u}\vee\bar{z}u)\equiv$$
$$\equiv(\bar{x}\vee y\vee z\vee\bar{z})(\bar{x}\vee y\vee z\vee u)(\bar{x}\vee y\vee\bar{z}\vee\bar{u})(\bar{x}\vee y\vee\bar{u}\vee u)\equiv$$
$$\equiv(\bar{x}\vee y\vee J)(\bar{x}\vee y\vee z\vee u)(\bar{x}\vee y\vee\bar{z}\vee\bar{u})(\bar{x}\vee y\vee J)\equiv$$

$$\equiv (\bar{x} \vee y \vee z \vee u)(\bar{x} \vee y \vee \bar{z} \vee \bar{u}).$$

$\overline{A}$ formulaning topilgan MKNShi tarkibida qatnashgan barcha $\wedge$ belgilar o‘rniga $\vee$ belgi va, aksincha, $\vee$ o‘rniga $\wedge$ hamda y, z va u elementar mulohazalar o‘rinlariga mos ravishda $\bar{y}$, $\bar{z}$ va $\bar{u}$, shunga o‘xshash, $\bar{x}$, $\bar{z}$ va $\bar{u}$ inkorlar o‘rinlariga mos ravishda x, y, z va u qo‘yilsa, u holda A formulaning MDNShi $x\bar{y}\bar{z}\bar{u} \vee x\bar{y}zu$ hosil bo‘ladi. ■

5- ta’rif. *Agar formulaning MKNShi (MDNShi) ifodasida qatnashuvchi barcha elementar mulohazalardan tuzish mumkin bo‘lgan barcha elementar diz’yunksiyalar (kon’yunksiyalar) shu ifodada ishtirok etsa, u holda bunday MKNSh (MDNSh)* ***to‘liq MKNSh (MDNSh)*** *deb ataladi.*

6- misol. Ushbu $(x \vee y)(x \vee \bar{y})(\bar{x} \vee y)$ formula x va y elementar mulohazalarga nisbatan MKNShda bo‘lsada, u to‘liq MKNShda emas. x va y elementar mulohazalarga nisbatan to‘liq MKNShi ifodasi $(x \vee y)(x \vee \bar{y})(\bar{x} \vee y)(\bar{x} \vee \bar{y})$ ko‘rinishga ega.

MDNShdagi $xyz \vee xy\bar{z} \vee \bar{x}yz \vee x\bar{y}z$ formula x, y va z elementar mulohazalarga nisbatan to‘liq MDNShda emas, lekin $xyz \vee \bar{x}yz \vee x\bar{y}z \vee xy\bar{z} \vee \bar{x}\,\bar{y}z \vee \bar{x}y\bar{z} \vee x\bar{y}\bar{z} \vee \bar{x}\,\bar{y}\,\bar{z}$ formula bu elementar mulohazalarga nisbatan to‘liq MDNShdagi formuladir. ■

Teng kuchlimas formulalar soni.

Endi n ta elementar mulohazalarning o‘zaro teng kuchlimas, ya’ni har xil formulalari sonini topish masalasini qaraymiz.

Agar berilgan formula tarkibida faqat bitta (masalan, x) elementar mulohaza ishtirok etsa, u holda bu formula uchun tuzilgan chinlik jadvalining bir-biridan farqli mumkin bo‘lgan qiymatlar satrlari ikkita bo‘ladi. Shuning uchun $n=1$ bo‘lsa jami 4ta ($C_2^0 + C_2^1 + C_2^2 = 2^2 = 2^{2^1} = 2^{2^n}$) turli formulalar bor. Bitta elementar mulohaza uchun bu 4ta turli formulalarning tavtologiya va aynan yolg‘ondan farqli bo‘lganlari (ya’ni, 2tasi) bajariladigan formulalardir. Ularni MDNShda ham MKNShda ham, tavtologiyani MDNShda, aynan yolg‘on formulani esa MKNShda ifodalansh mumkin.

O‘zgaruvchilar soni $n=2$ bo‘lganda chinlik jadvalidagi qiymatlar satrlari $2^n = 2^2 = 4$ta bo‘ladi. Yuqorida qaralgan chinlik jadvali asosida formulani tiklash masalasini hal qilish jarayonida barcha mumkin bo‘lgan imkoniyatlar uchun chinlik jadvalining ustunlari tekshirilgan edi. Bu 16ta ustunlarning hech qaysi ikkitasi bir xil bo‘lmaganligidan, ularga mos ikkita formulalar ham o‘zaro teng kuchli emas. Shuning uchun, umimiy soni $C_4^0 + C_4^1 + C_4^2 + C_4^3 + C_4^4 = 2^4 = 2^{2^2} = 2^{2^n}$ bo‘lgan ikki o‘zgaruvchili turli formulalar bor.

Ikkita elementar mulohazalar uchun bu 16ta turli formulalarning tavtologiya va aynan yolg‘ondan farqli bo‘lganlari (ya’ni, 14ta bajariladigan formula) MDNShda ham MKNShda ham, tavtologiya MDNShda, aynan yolg‘on formula esa MKNShda ifodalanishi mumkin.

O‘zgaruvchilar soni $n=3$ bo‘lganda ham chinlik jadvali asosida formulani tiklash masalasini hal qilish jarayoniga tayanib uchta elementar mulohazalarning 256ta teng kuchlimas formulalari borligi, 256 esa $\sum_{i=0}^{8} C_8^i = 2^8 = 2^{2^3} = 2^{2^n}$ ko‘rinishda ifodalanishi mumkinligini ta’kidlaymiz.

Uchta elementar mulohazalar uchun bu 256ta turli formulalarning 254tasi (bajariladigan formulalar) MDNShda ham MKNShda ham, tavtologiya MDNShda, aynan yolg‘on formula esa MKNShda ifodalanishi mumkin.

Umuman olganda, matematik induksiya usulidan foydalanib (I bobga qarang) quyidagi tasdiqni isbotlash mumkin.

Teorema. n ta elementar mulohazalar uchun teng kuchlimas formulalar soni 2^{2^n} ga teng.

Isboti o‘quvchiga havola qilinadi.

Tarkibida n ta elementar mulohaza ishtirok etgan 2^{2^n} ta turli formulalardan ($2^{2^n}-2$)tasi bajariladigan formulalardir. Ular MDNShda ham MKNShda ham, tavtologiya MDNShda, aynan yolg‘on formula esa MKNShda ifodalanishi mumkin.

3.7.3. Formulani qatorga yoyish. Yuqorida keltirilgan mulohazalardan n ta $x_1, x_2, ..., x_n$ o‘zgaruvchilarga bog‘liq, aynan yolg‘on bo‘lmagan ixtiyoriy $A \equiv A(x_1, x_2, ..., x_n)$ formulani (funksiyani) MDNShda

$$A(x_1, x_2, ..., x_n) \equiv \bigvee_{A(\sigma_1,\sigma_2,...,\sigma_n)\equiv 1} x_1^{\sigma_1} x_2^{\sigma_2} ... x_n^{\sigma_n} \qquad (1)$$

yozish mumkinligi kelib chiqadi. (1) teng kuchlilikning o‘ng tomonidagi (tagida $A(\sigma_1, \sigma_2, ..., \sigma_n) \equiv 1$ yozilgan) $\vee$ belgi n o‘zgaruvchili $x_1^{\sigma_1} x_2^{\sigma_2} ... x_n^{\sigma_n}$ kon’yunktiv konstituyentlar diz’yunksiyalarini bildiradi. Bu yerda diz’yunksiya amallari $A(\sigma_1, \sigma_2, ..., \sigma_n) \equiv 1$ shartni qanoatlantiruvchi barcha kon’yunktiv konstituyentlarga nisbatan amalga oshiriladi.

(1) teng kuchlilikni quyidagicha ham yozish mumkin:

$$A(x_1, x_2, ..., x_n) \equiv \bigvee_{(\sigma_1,\sigma_2,...,\sigma_n)} A(\sigma_1, \sigma_2, ..., \sigma_n) x_1^{\sigma_1} x_2^{\sigma_2} ... x_n^{\sigma_n} .$$

Bu teng kuchlilikning o‘ng tomonidagi diz’yunksiya amallari mumkin bo‘lgan barcha 2^n ta $x_1^{\sigma_1} x_2^{\sigma_2} ... x_n^{\sigma_n}$ kon’yunktiv konstituyentlar ustida bajarilishi ko‘zda tutilsada, aslida, diz’yunksiyalar $A(\sigma_1, \sigma_2, ..., \sigma_n) \equiv 1$ shartni qanoatlantiruvchi kon’yunktiv konstituyentlarga nisbatan amalga oshiriladi.

(1) yozuvni matematik analizdagi funksiyaning darajali qatotga yoyilishi tushunchsiga qiyoslab, $A(x_1, x_2, ..., x_n)$ **formulaning (funksiyaning) qatorga yoyilishi** deb atash mumkin[22].

Yuqorida keltirilgan mulohazalar asosida n ta $x_1, x_2, ..., x_n$ o‘zgaruvchilarga bog‘liq, tavtologiyadan farqli ixtiyoriy $A \equiv A(x_1, x_2, ..., x_n)$ formulani (funksiyani) quyidagi MKNShga keltirish mumkin:

$$A(x_1, x_2, ..., x_n) \equiv \bigwedge_{A(\overline{\sigma}_1,\overline{\sigma}_2,...,\overline{\sigma}_n)\equiv 0} x_1^{\sigma_1} \vee x_2^{\sigma_2} \vee ... \vee x_n^{\sigma_n} . \qquad (2)$$

(2) teng kuchlilikni

$$A(x_1, x_2, ..., x_n) \equiv \bigwedge_{(\sigma_1,\sigma_2,...,\sigma_n)} A(\overline{\sigma}_1, \overline{\sigma}_2, ..., \overline{\sigma}_n) \vee x_1^{\sigma_1} \vee x_2^{\sigma_2} \vee ... \vee x_n^{\sigma_n}$$

ko‘rinishda ham yozish mumkin. Bu teng kuchlilikning o‘ng tomonidagi kon’yunksiya amallari mumkin bo‘lgan barcha (2^n ta) $x_1^{\sigma_1} \vee x_2^{\sigma_2} \vee ... \vee x_n^{\sigma_n}$ diz’yunktiv konstituyentlar ustida bajarilishi ko‘zda tutiladi, ammo, bu yerda kon’yunksiya amallari $A(\overline{\sigma}_1, \overline{\sigma}_2, ..., \overline{\sigma}_n) \equiv 0$ shartni qanoatlantiruvchi diz’yunktiv konstituyentlarga nisbatan amalga oshiriladi.

Shunday qilib, chinlik jadvalidan foydalanib (1) va (2) formulalar vositasida aynan chindan farqli istalgan funksiyani MKNSh va aynan yolg‘ondan farqli istalgan funksiyani esa MDNSh ko‘rinishida yozish mumkin.

Formulaning chinlik to‘plami

Formulaning chinlik to‘plami tushunchasi. Ma’lumki, berilgan n ta o‘zgaruvchi elementar mulohazalar uchun barcha bir-biridan farqli mumkin bo‘lgan qiymatlar satrlari kombinatsiyalari 2^n ta (ushbu bobning 1- paragrafiga qarang). Tarkibida n ta o‘zgaruvchilar ishtirok etgan formula shu 2^n ta qiymatlar satrlarining bir qismida 1, qolgan qismida esa 0 qiymatni qabul qiladi.

1- ta’rif. *Berilgan formula tarkibidagi elementar mulohazalarning qiymatlaridan qandaydir tartibda tuzilgan va shu formulaning 1 qiymatiga mos keluvchi barcha kortejlar to‘plami **formulaning chinlik to‘plami** deb ataladi.*

Ravshanki, tarkibidagi o‘zgaruvchilarning soni qanday bo‘lishidan qat’iy nazar, aynan yolg‘on formulaning chinlik to‘plami bo‘sh ($\varnothing$) to‘plamdan iboratdir.

n ta elementar mulohazalarning mumkin bo‘lgan barcha 2^{2^n} ta teng kuchlimas formulalaridan $C_{2^n}^1 = 2^n$ tasi qiymatlar satridagi n ta qiymatlardan faqat bittasi 1, qolgan ($n-1$)tasi esa 0 bo‘lganda 1 qiymat qabul qiladi. Shuning uchun, bunday formulalarning har biri bir elementli chinlik to‘plamiga ega.

Xuddi shuningdek, n ta elementar mulohazalarning mumkin bo‘lgan barcha teng kuchlimas formulalaridan $C_{2^n}^2$ tasi qiymatlar satridagi n ta qiymatlardan faqat ikkitasi 1, qolgan ($n-2$)tasi esa 0 bo‘lganda 1 qiymat qabul qiladi. Shu sababli, bunday formulalarning har biri uchun chinlik to‘plam ikkita kortejdan tashkil topgan bo‘ladi.

Shu usulda davom etsak, 2^{2^n} ta teng kuchlimas formulalardan $C_{2^n}^3$ tasining har biri uch elementli chinlik to‘plamiga, $C_{2^n}^4$ tasining har biri to‘rt elementli chinlik to‘plamiga, va hokazo, $C_{2^n}^{2^n-1} = 2^n$ tasining har biri (2^n-1) elementli chinlik to‘plamiga, bitta ($C_{2^n}^{2^n}=1$) formula esa 2^n ta elementli chinlik to‘plamiga egaligiga ishonch hosil qilamiz.

Tarkibida n ta elementar mulohazalar ishtirok etgan aynan chin formulaga mos chinlik to‘plamni universal to‘plam ($\boldsymbol{U}$) deb olsak, tarkibida shu elementar mulohazalar qatnashgan mumkin bo‘lgan barcha formulalarning har biriga mos chinlik to‘plamlar $\boldsymbol{U}$ to‘plamning qism to‘plamlaridan iborat va bu $\boldsymbol{U}$ universal to‘plam qismlari soni $C_{2^n}^0+C_{2^n}^1+C_{2^n}^2+......+C_{2^n}^{2^n-1}+C_{2^n}^{2^n}=2^{2^n}$ bo‘ladi.

Shunday qilib, tarkibida n ta elementar mulohazalar ishtirok etgan mumkin bo‘lgan barcha formulalar bilan ularning chinlik to‘plamlari orasida o‘zaro bir qiymatli moslik o‘rnatildi. Demak, barcha o‘zaro teng kuchli formulalarga faqat bitta chinlik to‘plami mos keladi.

1- misol. Ikkita ($n=2$) x va y elementar mulohazalarning $x \wedge (x \to y) \to y$ formulasi aynan chindir (ushbu bobning 3- paragrafidagi 1- misolga qarang). Shuning uchun berilgan formulaning chinlik to‘plami $2^n = 2^2 = 4$ elementli $\{(0,0),(0,1),(1,0),(1,1)\}$ universal to‘plamdan iboratdir. ■

2- misol. Tarkibida uchta x, y va z elementar mulohazalar qatnashgan $x\bar{y}z$

formula qiymatlar satrlarining faqat bittasida (aniqrog‘i, $1{,}0{,}1$ satrda) 1 qiymat, qolgan ettitasida esa 0 qiymat qabul qiladi. Shuning uchun, $x\bar{y}z$ formulaning chinlik to‘plami $\{(1,0,1)\}$, ya’ni bitta $(1,0,1)$ kortejdan tashkil topgan bo‘ladi. ■

3- misol. Ushbu $xyz \vee \bar{x}y\bar{z} \vee x\bar{y}z$ formula tarkibida uchta kortej bo‘lgan $\{(1,1,1),(0,1,0),(1,0,1)\}$ chinlik to‘plamiga egadir. ■

Agar qandaydir A formula P chinlik to‘plamiga ega bo‘lsa, u holda “A formula P to‘plamda chin qiymat qabul qiladi” (yoki, qisqacha, “A formula P to‘plamda chin”) deb ham yuritiladi. Shunga o‘xshash, “A formula $\overline{P}$ to‘plamda yolg‘on” deyish mumkin, bu yerda $\overline{P} = \boldsymbol{U} \setminus P$, ya’ni P to‘plamning to‘ldiruvchisi. Agar A formula P to‘plamda chin bo‘lsa, u holda $\overline{A}$ formula $\overline{P}$ to‘plamda chin, P to‘plamda esa yolg‘on bo‘ladi. Xuddi shu kabi, aynan chin J formula $\boldsymbol{U}$ universal to‘plamda chin va $\overline{\boldsymbol{U}} = \varnothing$ to‘plamda yolg‘on qiymat qabul qiladi. Aynan yolg‘on $\overline{J}$ formula esa, aksincha, $\varnothing$ to‘plamda chin va $\overline{\varnothing} = \boldsymbol{U}$ to‘plamda yolg‘ondir.

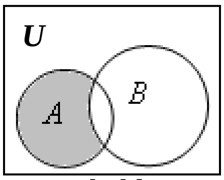
Formulalar bilan chinlik to‘plamlari orasidagi yuqorida ifodalangan bog‘lanish mulohazalar mantiqiga oid masalani to‘plamlar nazariyasi masalasiga va, aksincha, to‘plamlar nazariyasidagi masalani mulohazalar mantiqiga doir masalaga ko‘chirish imkoniyatini beradi.

3.8.2. Asosiy mantiqiy amallarning chinlik to‘plamlari. Chinlik to‘plamlari mos ravishda A va B bo‘lgan P va Q formulalar berilgan bo‘lsin.

Kon’yunksiyaning chinlik to‘plami. P va Q formulalar $P \wedge Q$ kon’yunksiyasining chinlik to‘plami $A \bigcap B$ bo‘ladi. Haqiqatdan ham, kon’yunksiya ta’rifiga asosan, $P \wedge Q$ formula P va Q formulalarning ikkalasi ham chin bo‘lgandagina chindir. Shuning uchun, $P \wedge Q$ formulaning chinlik to‘plami A va B to‘plamlarning umumiy elementlaridan tuzilgan $A \bigcap B$ kesishmasidan iborat bo‘ladi. Demak, mulohazalar mantiqidagi kon’yunksiya amaliga ($\wedge$ belgiga) to‘plamlar nazariyasidagi kesishma amali ($\bigcap$ belgi) mos keladi (I bobning 2- paragrafidagi 2- shaklga qarang).

4- misol. $C \equiv x\bar{y}z$ va $D \equiv xyz \vee \bar{x}y\bar{z} \vee x\bar{y}z$ formulalarning chinlik to‘plamlari, mos ravishda, $R = \{(1,0,1)\}$ va $S = \{(1,1,1),(0,1,0),(1,0,1)\}$ bo‘lgani uchun (2- va 3- misollarga qarang) $C \wedge D$ kon’yunksiyaning chinlik to‘plami $R \bigcap S = \{(1,0,1)\}$ bo‘ladi. ■

Diz’yunksiyaning chinlik to‘plami. P va Q formulalar $P \vee Q$ diz’yunksiyasining chinlik to‘plami $A \bigcup B$ bo‘ladi. Haqiqatdan ham, diz’yunksiya ta’rifiga asosan, $P \vee Q$ formula P va Q formulalarning kamida bittasi chin bo‘lgandagina chindir. Demak, $A \bigcup B$ to‘plamda $P \vee Q$ formula chindir. Shunday qilib, $P \vee Q$ formulaning chinlik to‘plami A va B to‘plamlarning barcha elementlaridan, ularni takrorlamasdan, tuzilgan $A \bigcup B$ birlashmasidan iborat bo‘ladi. Demak, mulohazalar mantiqidagi diz’yunksiya ($\vee$) amaliga to‘plamlar nazariyasidagi birlashma ($\bigcup$) amali mos keladi (I bobning 2- paragrafidagi 1- shaklga qarang).



1- shakl

5- misol. 4- misolda aniqlangan C va D formulalar diz’yunksiyasi $C \vee D$ uchun chinlik to‘plam $R \bigcup S = \{(1,1,1),(0,1,0),(1,0,1)\}$ bo‘ladi. ■

Implikasiyaning chinlik to‘plami. P va Q formulalar $P \to Q$ implikasiyaning chinlik to‘plamini topamiz. $\overline{P}$ formulaning chinlik to‘plami $\overline{A}$ va Q formulaning chinlik to‘plami B bo‘lgani uchun, $P \to Q \equiv \overline{P} \vee Q$ teng kuchlilikka ko‘ra, $P \to Q$ formulaning chinlik to‘plami $\overline{A} \bigcup B$

bo‘ladi. 1- shaklda tasvirlangan $\boldsymbol{U}$ to‘plamning bo‘yalmagan qismi $P \to Q$ implikasiyaning chinlik to‘plamiga mos keladi.

6- misol. 4- misolda aniqlangan C va D formulalar tarkibida uchtadan x, y va z elementar mulohazalar qatnashgani uchun, $C \to D$ implikasiyasining chinlik to‘plamini topish maqsadida, dastlab

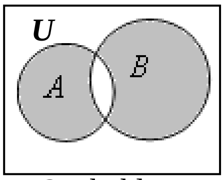
$$\boldsymbol{U} = \{(1,1,1),(1,1,0),(1,0,1),(1,0,0),(0,1,1),(0,1,0),(0,0,1),(0,0,0)\}$$

universal to‘plamni tuzamiz. C formulaning chinlik to‘plami $R = \{(1,0,1)\}$ bo‘lgani uchun $\overline{C}$ formulaning chinlik to‘plami

$$\overline{R} = \boldsymbol{U} \setminus R = \{(1,1,1),(1,1,0),(1,0,0),(0,1,1),(0,1,0),(0,0,1),(0,0,0)\}$$

bo‘ladi. Endi $\overline{R}$ to‘plam bilan B formulaning $S = \{(1,1,1),(0,1,0),(1,0,1)\}$ chinlik to‘plami birlashmasini aniqlasak, $\overline{R} \bigcup S = \boldsymbol{U}$, ya’ni $C \to D$ formulaning chinlik to‘plami universal to‘plamdan iborat bo‘ladi. Bu yerdan $C \to D \equiv x\overline{y}z \to (xyz \vee \overline{x}y\overline{z} \vee x\overline{y}z) \equiv J$ xulosani hosil qilamiz. ■

Ekvivalensiyaning chinlik to‘plami. P va Q formulalar $P \leftrightarrow Q$ ekvivalensiyasining chinlik to‘plamini aniqlash uchun $P \leftrightarrow Q \equiv (\overline{P} \vee Q) \wedge (P \vee \overline{Q})$ teng kuchlilikdan foydalanamiz. Yuqorida qilingan xulosalarga ko‘ra $P \leftrightarrow Q$ formulaning chinlik to‘plami $(\overline{A} \bigcup B) \bigcap (A \bigcup \overline{B})$ bo‘ladi. 2- shaklda tasvirlangan $\boldsymbol{U}$ to‘plamning bo‘yalmagan qismi $P \leftrightarrow Q$ ekvivalensiyaning chinlik to‘plamiga mos keladi.



2- shakl

7- misol. 4- misolda aniqlangan C va D formulalar $C \leftrightarrow D$ ekvivalensiyasining chinlik to‘plamini topamiz. 6- misolda $\overline{R} \bigcup S = \boldsymbol{U}$ bo‘lishi aniqlangan edi. $R = \{(1,0,1)\}$ va $\overline{S} = \{(1,1,0),(1,0,0),(0,1,1),(0,0,1),(0,0,0)\}$ to‘plamlar yordamida $R \bigcup \overline{S} = \{(1,1,0),(1,0,1),(1,0,0),(0,1,1),(0,0,1),(0,0,0)\}$ to‘plamni topamiz. Demak, $\{(1,1,0),(1,0,1),(1,0,0),(0,1,1),(0,0,1),(0,0,0)\}$ to‘plam $C \leftrightarrow D$ ekvivalensiyasining chinlik to‘plamidir. ■

Chinlik to‘plami tushunchasining qo‘llanilishi. Chinlik to‘plami tushunchasidan foydalanib mulohazalar algebrasi bilan matematikaning boshqa sohalari, jumladan, to‘plamlar algebrasi orasidagi bog‘lanishlarni ifodalash mumkin. Mulohazalar algebrasidagi $\wedge$ (kon’yunksiya), $\vee$ (diz’yunksiya) va $\neg$ (inkor) mantiqiy amallarga, mos ravishda, to‘plamlar algebrasidagi $\bigcap$ (kesishma), $\bigcup$ (birlashma) va $\overline{}$ (to‘ldirish) amallari to‘g‘ri keladi. Mulohazalar algebrasidagi 1 va 0 o‘zgarmaslarga (konstantalarga) to‘plamlar algebrasidagi $\boldsymbol{U}$ va $\varnothing$ (universal va bo‘sh) to‘plamlar mos keladi. Demak, mulohazalar algebrasidagi biror ifodada (tasdiqda) $\wedge$ belgisini $\bigcap$ belgisiga, $\vee$ni $\bigcup$ga, inkor belgisini to‘ldiruvchi belgisiga, 1ni $\boldsymbol{U}$ga, 0ni $\varnothing$ga ($\equiv$ni $=$ga) almashtirsak, to‘plamlar algebrasidagi ifoda (tasdiq) hosil bo‘ladi va, aksincha almashtirishlar bajarsak, to‘plamlar algebrasidagi ifodadan (tasdiqdan) mulohazalar algebrasidagi ifoda (tasdiq) hosil bo‘ladi.

6- misolda chinlik to‘plami tushunchasidan foydalanib $x\overline{y}z \to (xyz \vee \overline{x}y\overline{z} \vee x\overline{y}z) \equiv J$ teng kuchlilik o‘rinli bo‘lishi ko‘rsatilgan edi. Yuqoridagi xulosalar asosida, mulohazalar algebrasining to‘plam algebrasidagiga o‘xshash tasdiqlarini keltirib
chiqarish mumkin. Bunday o‘xshashliklarning ayrimlarini keltiramiz.

8- misol. A va B formulalar uchun $A\vee\overline{A}\vee B\equiv J$ teng kuchlilikning o‘rinli bo‘lishini ularga mos P va Q chinlik to‘plamlaridan foydalanib isbotlaymiz. $A\vee\overline{A}\vee B$ formulaning chinlik to‘plami $P\bigcup\overline{P}\bigcup Q=\boldsymbol{U}\bigcup Q=\boldsymbol{U}$. Shu sababli, $\overline{A}\vee A\vee B$ tavtologiyadir. ■

1- teorema. Agar chinlik to‘plamlari mos ravishda P va Q bo‘lgan A va B formulalar uchun $A\to B\equiv J$ teng kuchlilik o‘rinli bo‘lsa, u holda $P\subseteq Q$ bo‘ladi.

Isboti. Ma’lumki, $A\to B$ formulaning chinlik to‘plami $\boldsymbol{U}$ universal to‘plamning $\overline{P}\bigcup Q$ qism to‘plamidan iborat. $\overline{P}\bigcup Q=\overline{P\setminus Q}$ (I bobninig 2- paragrafidagi 10- topshiriqqa qarang) bo‘lgani uchun $A\to B\equiv J$ shartga ko‘ra $\overline{P\setminus Q}=\boldsymbol{U}$ bo‘lishi kerak. Bundan $\overline{\overline{P\setminus Q}}=\overline{\boldsymbol{U}}$ yoki $P\setminus Q=\varnothing$ kelib chiqadi. Bu esa $P\subseteq Q$ ekanligini bildiradi. Demak, $A\to B$ tavtologiya bo‘lishi uchun A formulaning chinlik to‘plami B formula chinlik to‘plamining qism to‘plami bo‘lishi shart. ■

2- teorema. *A va B formulalar teng kuchli bo‘lishi uchun $A\leftrightarrow B$ formula tavtologiya bo‘lishi zarur va yetarli.*

Isboti. A va B formulalarning chinlik to‘plamlari, mos ravishda, P va Q bo‘lsin.

a) A va B formulalar teng kuchli, ya’ni $A\equiv B$ bo‘lsin. U holda $P=Q$ va, shu sababli $A\leftrightarrow B$ ekvivalensiyaning chinlik to‘plami

$$(\overline{P}\bigcup Q)\bigcap(P\bigcup\overline{Q})=(\overline{P}\bigcup P)\bigcap(P\bigcup\overline{P})=\boldsymbol{U}\bigcap\boldsymbol{U}=\boldsymbol{U}$$

bo‘ladi. Bundan $A\leftrightarrow B$ formulalarning tavtologiya ekanligi kelib chiqadi.

b) $A\leftrightarrow B$ formula tavtologiya bo‘lsin. U holda $A\leftrightarrow B\equiv(A\to B)\wedge(B\to A)\equiv J$ teng kuchlilik o‘rinli bo‘lgani uchun, kon’yunksiya ta’rifiga asosan, $A\to B\equiv J$ va $B\to A\equiv J$ teng kuchliliklar o‘rinlidir. 1- teoremaga ko‘ra, $P\subseteq Q$ va $Q\subseteq P$, ya’ni $Q=P$ bo‘lishi kelib chiqadi. Bu, o‘z navbatida, A va B formulalarning mantiqiy ekvivalentligini tasdiqlaydi. ■

Mulohazalar algebrasi funksiyalari. Bul algebrasi

Mulohazalar algebrasida funksiya tushunchasi. Oddiy algebradagi funksiya tushunchasiga o‘xshash, mulohazalar algebrasida ham **funksiya** tushunchasi[23] kiritilishi mumkin. Ushbu paragrafda mulohazalar algebrasining funksiya tushunchasini chuqurroq o‘rganamiz.

Ma’lumki, oddiy algebrada funksiyaning qiymatlari turli usullar vositasida, masalan, jadval yordamida berilishi mumkin. Mulohazalar algebrasida ko‘pchilik tushunchalarni ifodalashda chinlik jadvallari qulay vosita hisoblanadi. Chinlik jadvallarida faqat ikkita o‘zgarmas (0 va 1) ishtirok etadi. Shu tufayli $E_2=\{0,1\}$ deb belgilaymiz.

1- ta’rif. *Argumentlari va o’zi E_2 to’plamdan qiymatlar qabul qiluvchi funksiya mulohazalar algebrasining* ***funksiyasi*** *deb ataladi.*

Argumentlari $x_1,x_2,...,x_n$ bo‘lgan f funksiyani, odatdagidek, $f(x_1,x_2,...,x_n)$ shaklda belgilaymiz. $f(x_1,x_2,...,x_n)$ funksiya 1- chinlik jadvali vositasida berilishi mumkin.

Bu jadvalning har bir satrida f funksiyaning $x_1,x_2,...,x_n$ o’zgaruvchilari $(\alpha_1,\alpha_2,...,\alpha_n)$ qiymatlari va funksiyaning bu qiymatlar kortejlariga mos keluvchi $f(\alpha_1,\alpha_2,...,\alpha_n)$ qiymatlari

[23] Ushbu bobning 7- paragrafiga qarang.

joylashgan bo‘lib, bu yerda $\alpha_j \in E_2$ $(j=\overline{1,n})$. Ma’lumki, n ta o’zgaruvchili $f(x_1,x_2,...,x_n)$ funksiyaning chinlik jadvalida 2^n ta qiymatlar satri bo’lib, barcha teng kuchlimas funksiyalar soni 2^{2^n} ga teng.

Mulohazalar algebrasida quyidagilar **asosiy elementar funksiyalar** deb yuritiladi:

$$f_1(x)\equiv x,\ f_2(x)\equiv \bar{x},\ f_3(x,y)\equiv x\wedge y,\ f_4(x,y)\equiv x\vee y,$$

$$f_5(x,y)\equiv x\to y,\ f_6(x,y)\equiv x\leftrightarrow y,$$

$$f_7(x_1,x_2,......,x_n)\equiv 1,\ f_8(x_1,x_2,......,x_n)\equiv 0.$$

1- jadval

x_1	x_2	...	x_n	$f(x_1,x_2,...,x_n)$
0	0	...	0	$f(0,0,...,0)$
1	0	...	0	$f(1,0,...,0)$
...	...	...	...	...
1	1	...	0	$f(1,1,...,0)$
1	1	...	1	$f(1,1,...,1)$

2- ta’rif. *Agar $f(x_1,x_2,...,x_n)$ funksiya uchun $f(0,0,...,0)\equiv 0$ bo’lsa, u holda u **0 saqlovchi funksiya**, $f(1,1,...,1)\equiv 1$ bo’lganda esa **1 saqlovchi funksiya** deb ataladi.*

“0 saqlovchi funksiya” iborasi o‘rnida “yolg’on qiymat saqlovchi funksiya”, “1 saqlovchi funksiya” iborasi o‘rnida esa “chin qiymat saqlovchi funksiya” iborasi qo‘llanilishi ham mumkin. n ta argumentli 0 saqlovchi funksiyalar soni 2^{2^n-1} ga, 1 saqlovchi funksiyalarning soni ham 2^{2^n-1} ga teng bo’lishini isbotlash qiyin emas.

3.9.2. Funksiyalar teng kuchliligi. Mulohazalar algebrasida teng kuchli formulalar tushunchasi kiritilgan edi. Bu yerda ham n argumentli funksiyalar teng kuchliligi tushunchasini kiritish mumkin.

3- ta’rif. *f va g funksiyalar mulohazalar algebrasining funksiyalari, $x_1,x_2,...,x_n$ o’zgaruvchilar esa ularning hech bo’lmaganda bittasining argumentlari bo’lsin. Agar $x_1,x_2,...,x_n$ argumentlarning barcha qiymatlar satrlari uchun f va g funksiyalarning mos qiymatlari bir xil bo’lsa, u holda f va g funksiyalar **teng kuchli funksiyalar** deb ataladi.*

Agar berilgan funksiyalar teng kuchli bo‘lmasa, u holda ular **teng kuchlimas funksiyalar** deb yuritiladi.

Berilgan f va g funksiyalarning teng kuchliligi $f\equiv g$ shaklda yoziladi. Agar f va g funksiyalar teng kuchlimas funksiyalar bo‘lsa, u holda $f\not\equiv g$ yozuvdan foydalaniladi.

4- ta’rif. *Agar $f(x_1,x_2,...,x_n)$ funksiyaning qandaydir x_i argumenti uchun*

$$f(x_1,x_2,...,x_{i-1},1,x_{i+1},...,x_n)\equiv f(x_1,x_2,...,x_{i-1},0,x_{i+1},...,x_n)$$

*shart qolgan $x_1,x_2,...,x_{i-1},x_{i+1},...,x_n$ argumentlarning mumkin bo‘gan ixtiyoriy qiymatlarida bajarilsa, u holda x_i uning **soxta argumenti**, $x_1,x_2,...,x_{i-1},x_{i+1},...,x_n$ argumentlarning mumkin bo‘gan qiymatlaridan hech bo‘lmasa bittasi uchun*

$$f(x_1,x_2,...,x_{i-1},1,x_{i+1},...,x_n)\not\equiv f(x_1,x_2,...,x_{i-1},0,x_{i+1},...,x_n)$$

*shart bajarilganda esa x_i uning **muhim argumenti** deb ataladi.*

1- misol. Berilgan $f(x,y)\equiv x\vee(xy)$ funksiya uchun y soxta argumentdir, chunki $f(x,0)\equiv f(x,1)$ shart x argumentning ixtiyoriy (0 yoki 1) qiymatida bajariladi. Lekin, x o‘zgaruvchi $f(x,y)$ funksiyaning muhim argumentidir, chunki $f(0,y)\equiv 0\not\equiv f(1,y)\equiv 1$ shart y o‘zgaruvchining barcha (0 va 1) qiymatlarida o‘rinlidir. ■

Mulohazalar algebrasida o‘rinli bo‘lgan qonun va qoidalariga asoslanib, funksiyaning qiymatini o‘zgartirmasdan, uning argumentlari safiga istalgancha soxta argumentlarni kiritish va bu safdan istalgancha soxta argumentlarni olib tashlash mumkin.

3.9.3. Funksiyalar superpozitsiyasi. Endi formula tushunchasini funksiyalar superpozitsiyasi tushunchasi bilan bog’liq holda o‘rganamiz.

$$\Phi=\{\varphi_1(x_{11},x_{12},...,x_{1k_1}),\varphi_2(x_{21},x_{22},...,x_{2k_2}),...,\varphi_m(x_{m1},x_{m2},...,x_{mk_m})\}$$

mulohazalar algebrasi funksiyalarining chekli sistemasi bo’lsin.

5- ta’rif. *Quyidagi ikki usulning biri vositasida hosil qilinadigan ψ funksiyaga Φ sistemadagi $\varphi_1,\varphi_2,...,\varphi_m$ funksiyalarning* ***elementar superpozitsiyasi*** *yoki* ***bir rangli superpozitsiyasi*** *deb ataladi:*

a) biror $\varphi_j\in\Phi$ funksiyaning x_{ji} argumentini qayta nomlash usuli, ya’ni

$$\varphi_j(x_{j1},x_{j2},...,x_{ji-1},y,x_{ji+1},...,x_{jk_j}),$$

bu yerda y o’zgaruvchi, x_{jk_j} o’zgaruvchilarning birortasi bilan mos tushishi mumkin;

b) biror $\varphi_j\in\Phi$ funksiyaning biror x_{ji} argumenti o’rniga boshqa $\varphi_m(x_{m1},x_{m2},...,x_{mk})\in\Phi$ funksiyani qo’yish usuli, ya’ni

$$\varphi_j(x_{j1},x_{j2},...,x_{ji-1},\varphi_m(x_{m1},x_{m2},...,x_{mk}),x_{ji+1},...,x_{jk_j}).$$

5- ta’rifda keltirilgan usullardan birortasini berilgan Φ sistema funksiyalariga qo’llash natijasida hosil qilingan yangi funksiyalar $\Phi^{(1)}$ sistemasini **bir rangli superpozitsiyalar sinfi** deb, $\Phi^{(1)}$ sinfi funksiyalariga qo’llash natijasida hosil qilingan funksiyalar $\Phi^{(2)}$ sistemasini **ikki rangli superpozitsiyalari sinfi** deb, va, hokazo, k **rangli superpozitsiyalar** $\Phi^{(k)}$ **sinfi** deb ataluvchi sinflarni hosil qilamiz.

Umuman olganda, $\Phi^{(k+1)}=(\Phi^{(k)})^{(1)}$.

1- izoh. 5- ta’rifning a) qismiga asosan bir xil chinlik jadvaliga ega bo’lib, lekin o’zgaruvchilarning belgilanishi bilan farq qiladigan funksiyalar bir-birining superpozitsiyasi bo’ladi.

2- izoh. 5- ta’rifning a) qismiga asosan biror x_{ji} o’zgaruvchini shu funksiyaning boshqa x_{jk} ($i\neq k$) o’zgaruvchisi bilan qayta nomlasak, natijada o’zgaruvchilari soni kam funksiyaga ega bo’lamiz. Bu holda x_{ji} va x_{jk} o’zgaruvchilar **aynan tenglashtirildi** deb aytamiz. Masalan, $x\vee y$ va $x\wedge\bar{y}$ funksiyalardagi y ni x bilan qayta nomlasak, u vaqtda $x\vee x=x$ va $x\wedge\bar{x}=0$ funksiyalarni hosil qilamiz.

3- izoh. 5- ta’rifning a) qismiga asosan agar $\Phi\subset\Phi^{(1)}$ bo’lsa, u holda $\Phi^{(r)}\subset\Phi^{(r+1)}$ va, umuman, $r\leq s$ bo’lganda $\Phi^{(r)}\subseteq\Phi^{(s)}$ bo’ladi.

6- ta’rif. *x, $\bar{x}$, xy, $x\vee y$, $x\to y$, $x\leftrightarrow y$ asosiy elementar funksiyalarning superpozitsiyasi vositasida hosil qilingan ifoda* ***formula*** *deb ataladi.*

3.9.4. Bul algebrasi. Ushbu bobning 4- paragrafida mulohazalar algebrasidagi asosiy teng kuchliliklarni ko’rib o’tgan edik. Endi bu teng kuchliliklardan foydalanib, mantiq fanini formallashtirgan va matematik mantiqning aksiomalar sistemasini yaratgan ingliz olimi Jorj Bul (kitobning kirish qismiga va I bobning 2- paragrafiga qarang) nomi bilan ataladigan algebrani o‘rganamiz.

Mulohazalar algebrasida $$\bar{\bar{x}}=x \qquad (1)$$

teng kuchlilik o‘rinli bo‘lishi o‘rganilgan edi. Mulohazalar algebrasining asosiy teng kuchliliklari tarkibiga kiruvchi

$$x \wedge y \equiv y \wedge x, \quad (2)$$

$$(x \wedge y) \wedge z \equiv x \wedge (y \wedge z), \quad (3)$$

$$x \vee y \equiv y \vee x, \quad (4)$$

$$(x \vee y) \vee z \equiv x \vee (y \vee z), \quad (5)$$

$$x \wedge (y \vee z) \equiv (x \wedge y) \vee (x \wedge z), \quad (6)$$

$$x \vee (y \wedge z) \equiv (x \vee y) \wedge (x \vee z), \quad (7)$$

teng kuchliliklar esa mantiq algebrasida kon’yunksiya va diz’yunksiya amallariga nisbatan kommutativlik va assotsiativlik qonunlari hamda diz’yunksiyaga nisbatan kon’yunksiya va kon’yunksiyaga nisbatan diz’yunksiyaning distributivlik qonuni o’rinli bo’lishini bildiradi.

Ma’lumki, sonlar algebrasida kon’yunksiyaga nisbatan diz’yunksiyaning distributivlik qonuni o‘rinli emas, yuqorida ifodalangan boshqa barcha qonunlar esa amal qiladi. Shuning uchun mantiq algebrasi formulalari ustida xuddi sonlar algebrasi formulalari ustidagi kabi (kon’yunksiyaga nisbatan diz’yunksiyaning distributivlik qonuni ham o‘rinliligini e’tiborga olgan holda) qavslarni ochish, qavslarga olish, umumiy ko’paytuvchini yoki qo‘shiluvchini qavslardan tashqariga chiqarish amallarini bajarish mumkin.

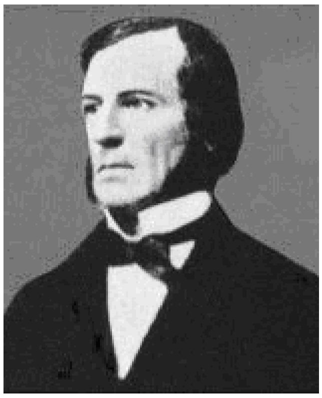
Bundan tashqari, mantiq algebrasida, sonlar algebrasidan farqli o’laroq,

$$\overline{x \vee y} = \bar{x} \wedge \bar{y}, \quad (8)$$

$$\overline{x \wedge y} = \bar{x} \vee \bar{y}, \quad (9)$$

$$x \wedge (x \vee y) = x$$

teng kuchliliklarga asoslangan almashtirishlarni ham bajarish mumkin. Bu holat turli yo’nalishlardagi umumlashtirishlarni bajarish imkonini beradi. Masalan, quyidagi umumlashtirishni keltirish mumkin.



Jorj Bul

Bo‘sh bo‘lmagan M to’plamda “=” (tenglik) tushunchasi hamda ikkita binar “+” (qo’shish), “ $\cdot$ ” (ko’paytirish) va bitta unar “$\neg$” (inkor) amallari aniqlangan bo’lsin. Bundan tashqari, bu to’plamda 0 va 1 qiymatlar aniqlangan va ixtiyoriy tabiatli x, y va z elementlar uchun quyidagi aksiomalar bajarilsin:

– kommutativlik qonunlari: $x \cdot y = y \cdot x$, $x + y = y + x$;

– assotsiativlik qonunlari: $(x \cdot y) \cdot z = x \cdot (y \cdot z)$, $(x + y) + z = x + (y + z)$;

– distributivlik qonunlari: $x \cdot (y + z) = (x \cdot y) + (x \cdot z)$, $x + (y \cdot z) = (x + y) \cdot (x + z)$;

– idempotentlik qonunlari:

$$x + x = x, \quad (10)$$

$$x \cdot x = x, \quad (11)$$

$$1 \wedge x = x, \quad (12)$$

$$0 \vee x = x; \quad (13)$$

– inkorni inkor qilish qonuni: (1);

– de Morgan qonunlari: $\overline{x + y} = \bar{x} \cdot \bar{y}$, $\overline{x \cdot y} = \bar{x} + \bar{y}$;

– yutilish qonunlari: $x + (x \cdot y) = x$, $x \cdot (x + y) = x$.

7- ta'rif. *Kon'yunksiya, diz'yunksiya, inkor amallari hamda 0 va 1 elementlari aniqlangan M to'plamda shu mantiqiy amallar va 0, 1 elementlar uchun (1)–(13) aksiomalar bajarilsa, bunday M to'plam* ***Bul algebrasi*** *deb ataladi.*

M to'plamning x, y va z elementlarini mulohazalar deb, "+", " $\cdot$ " va "$\neg$" amallarni, mos ravishda, diz'yunksiya, kon'yunksiya va inkor hamda tenglik belgisini teng tuchlilik belgisi deb hisoblasak, mantiq algebrasidagi

$$\bar{\bar{x}} \equiv x,\ x \wedge y \equiv y \wedge x,\ (x \wedge y)z \equiv x(y \wedge z),\ x \vee y \equiv y \vee x,\ (x \vee y) \vee z \equiv x \vee (y \vee z),$$

$$x \wedge (y \vee z) \equiv (x \wedge y) \vee (x \wedge z),\ x \vee (y \wedge z) \equiv (x \vee y) \wedge (x \vee z),\ \overline{x \vee y} \equiv \bar{x} \wedge \bar{y},\ \overline{x \wedge y} \equiv \bar{x} \vee \bar{y},$$

$$x \vee x = x,\ x \wedge x = x,\ 1 \vee x = 1,\ 0 \wedge x = 0,\ (x \wedge y) \vee x = x,\ (x \vee y) \wedge x = x,\ x \vee \bar{x} = 1,\ x \wedge \bar{x} = 0$$

teng kuchliliklardan ko'rinib turibdiki, M to'plam Bul algebrasining barcha aksiomalarini qanoatlantiradi. Shuning uchun mantiq algebrasi Bul algebrasidir.

2- misol. M – qandaydir to'plam (masalan, to'g'ri chiziqda yotgan nuqtalar to'plami yoki natural sonlar to'plami) va μ_M – M to'plamning barcha qism to'plamlaridan tashkil topgan to'plam, ya'ni M to'plamning buleani ($\mu_M = 2^M$) bo'lsin. μ_M buleandan olingan x va y to'plamlarning $x \cap y$ kesishmasini $x \wedge y$ orqali, $x \cup y$ birlashmasini $x \vee y$ orqali, $\bar{x}$ orqali x to'plamning M to'plamigacha $\bar{x}$ to'ldiruvchisini, 0 orqali $\varnothing$ bo'sh to'plamni va 1 orqali M to'plamni belgilab olamiz. U vaqtda μ_M to'plam Bul algebrasi bo'ladi, chunki Bul algebrasi ta'rifida ifodalangan barcha 13 aksioma bajariladi. ■

3- misol. Mulohazalar to'plami uchun $\wedge$, $\vee$ va $\neg$ amallari hamda 0 va 1 elementlari aniqlanganligi uchun bu to'plam Bul algebrasi bo‘lishini taxmin qilish mumkin. Lekin bunday bo‘lishi uchun quyidagi aniqlikni kiritish kerak. A va B mulohazalar aynan teng bo'lishi uchun $A \leftrightarrow B$ ekvivalentlik absolyut chin bo'lishi kerak. Ana shunday aniqlik kiritilgan so‘ng mulohazalar to'plami Bul algebrasiga misol bo'la oladi. ■

5-ilova

XULOSA

1.Mulohazalar algebrasi formulalarining diz'yunktiv va kon'yunktiv normal shaklini hosil qilish jarayoni va uning ahamiyati o'rganildi.
2.formulaning chinlik to‘plamini aniqlash usuli o'rganildi.
3.Mulohazalar algebrasi funksiyasi tushunchasi va uning xususiyatlari o'rganildi.
4. Bul algebrasi qoidalari tahlil qilindi.

6-ilova

Insert texnikasi bo`yicha mavzuni o`qib chiqing va jadvalni to`ldiring.

№	Asosiy tushunchalar	Belgi
1.	Elementar kon'yunksiya va diz'yunksiyalar.	
2.	KNSh. DNSh	
3.	To‘g‘ri va to‘liq elementar kon'yunksiya va diz'yunksiyalar	
4.	MKNSh. MDNSh	
5.	Chinlik to‘plami	
6.	Elementar mulohaza	
7	0 va 1 saqlovchi funksiyalar	
8.	Formulani MKNShga, MDNShga keltirish algoritm	
9.	Funksiyalar teng kuchliligi	

Insert jadvali qoidasi

√	–	avval olgan bilimiga to'g'ri keladi.
+	–	yangi ma'lumot
--	–	olgan bilimiga qarama-qarshi
?	–	tushunarsiz (aniqlanishi zarur bo'lgan ma'lumotlar)

Sinov savollari

Quyida berilgan variantlardagi formulalarning DNSh, KNSh, mukammal DNSh va KNSh larini hosil qiling.

1. $(x \vee y) \to z$;
2. $(x \to y) \otimes (x \mid yz)$;
3. $(x \to yzt)(z \to x\overline{y})$;
4. $(x \oplus y)(z \to \overline{y}t)$;
5. $xy \oplus z$;
6. $x \downarrow y$;
7. $xy \oplus z$;
8. $(x \vee y \vee z)t \vee \overline{x}\,\overline{y}\,\overline{z})$;
9. $x \to (y \to zt)$;
10. $\overline{x\overline{y} \to \overline{z}}$;

11. $(x\,|\,y)\bar z)$;

12. $xy \sim (y \sim \bar z)$;

13. $(x \vee \bar y \vee z)\bar t \vee \bar x\, y \bar z)$;

14. $x \to ((yz \to t) \to \bar y)$;

15. $((x\,|\,y) \downarrow z)\,|\,(y \downarrow t)$;

16. $(\bar x \vee \bar y \vee \bar z)(xy \vee z)$;

17. $(\bar x y \oplus z)(xz \to y)$;

18. $(x \sim y) \vee (xz \oplus (y \to z))$;

19. $(x \downarrow yz) \downarrow ((\bar x\,|\,y) \downarrow z)$;

20. $\overline{x \to (y \to z)} \oplus (x\,|\,(y \oplus z))$;

21. $\overline{x\bar y \vee z} \sim (x \to y\bar z)$;

22. $(x \vee y\bar z)(x\bar y \vee z)(\overline{xy} \vee z)$;

23. $(x \vee y\bar z\,\bar t)((\bar x \vee t) \oplus yz) \vee \bar y(z \vee \overline{x\bar t})$;

24. $(x \to y)(y \to \bar z)(z \to x\bar t)$;

25. $(x \downarrow y)((y\,|\,z) \vee x\bar t)(x \downarrow (z\,|\,t))$;

26. $((x \to y) \oplus (\bar x\,|\,y))(x \sim y(x \to y))$;

27. $\overline{xy} \vee (x \downarrow (y \vee (\bar x \to y)))$;

28. $x\bar y \vee \bar y z \vee (x \to yz)$;

29. $(\bar x \to (y \to z)) \oplus x\bar y z$;

30. $(x \sim (y \to z)) \vee (y \to xz)$;

31. $(x \sim y) \vee (xz \to t) \vee y\bar z$;

32. $((x_1 \to x_2) \to x_1 \sim x_3) \cdot x_1 \to (x_2 \vee x_3)$;

33. $((x_1 \vee x_2 \cdot x_3) \sim (\bar x_1 \to \bar x_2 \cdot x_3)) \cdot (x_2 \vee x_3)$;

34. $((x_1 \vee x_2 \vee \bar x_3) \to (x_1 \vee x_2\,|\,x_3)) \oplus (x_2 \to x_1) \cdot x_3$

35. $(x_1 \to (x_2 \to x_3)) \sim \bar x_1 \cdot (x_2 \to x_3)$;

36. $(x_1 \cdot \bar x_2 \vee x_3) \to (x_1 \to (x_2 \to x_3))$;

37. $(x_1x_2 \vee x_3x_4) \cdot (x_1 \oplus x_2 \oplus x_3) \to x_4$;

38. $((x_1\,|\,x_2) \vee ((x_1\,|\,x_4) \vee (x_3\,|\,x_4)))\,|\,((x_1 \vee x_3)\,|\,x_2)$;

39. $((x_1 \vee x_2) \to x_1 \cdot x_2) \oplus (x_1 \to x_2) \cdot (x_2 \vee x_1)$;

40. $(x_1 \to ((x_2 \vee x_1) \to x_2))) \sim (x_1 \vee x_2)$;

41. $(x_1 \oplus (x_2 \to (x_1 \sim x_2))) \vee (x_1 \to x_2)$;

42. $(x_1 \cdot x_2 \oplus (x_1 \vee x_2)) \to (x_1 \sim x_1 \cdot x_2)$;

43. $(\bar{x}_1 \cdot x_2 \to (\bar{x}_1 \sim \bar{x}_2)) \to x_1 \cdot \bar{x}_2$;

44. $(x_1 \to x_2 \cdot x_3) \vee (x_2 \to x_1 \cdot x_3) \vee (x_1 \sim x_2)$;

45. $(x_1 \to \bar{x}_2) \oplus (x_2 \to \bar{x}_3)) \sim (x_2 \to x_3)$;

46. $((x_1 \vee x_2 \cdot \bar{x}_3) \to (x_2 \to x_1 \cdot x_3)) \sim (x_1 \vee x_3)$;

47. $((x_1 \vee (x_2 \mid x_3)) \vee (x_2 \mid (x_1 \vee x_3))) \downarrow (x_1 \vee x_2)$;

48. $(x_1 x_2 \oplus x_3 x_4) \vee ((x_1 \cdot x_3 \sim x_2) \to x_4) \vee \bar{x}_1 x_3$;

49. $((x_1 \sim x_2) \to x_1 \sim x_3) \cdot x_1 \to (x_2 \vee x_3)$;

50. $(x_1 \to x_2 \cdot x_3) \sim (x_2 \to x_1 \cdot x_3) \sim (x_1 \vee x_2)$;

Mustaqil ishlash uchun savollar

1. To‘g‘ri elementar kon’yunksiya va to‘g‘ri elementar diz’yunksiya deganda nimalarni tushunasiz?
2. Berilgan elementar kon’yunksiya (diz’yunksiya) to‘liq elementar kon’yunksiya (diz’yunksiya) bo‘lishi uchun qanday shartlar bajarilishi kerak?
3. Formulaning mukammal kon’yunktiv normal shakli deganda nimani tushunasiz?
4. Formulaning diz’yunktiv normal shakli bilan uning mukammal diz’yunktiv normal shakli orasida qanday farq bor?
5. Qanday vaziyatda mantiqiy formulani MKNShga keltirish algoritmini qo‘llash mumkin?
6. Formulani MKNShga keltirish jarayonida agar qandaydir elementar diz’yunksiya ifodasida biror o‘zgaruvchi bir necha marta qatnashgan (barcha hollarda yo inkor ishorasi ostida yoki barcha hollarda inkor ishorasi ostida emas) bo‘lsa, u holda nima qilinadi?
7. Formulani MKNShga keltirish jarayonida agar elementar diz’yunksiya ifodasida biror o‘zgaruvchi yoki uning inkori topilmasa, uholda bu o‘zgaruvchini formulaning tarkibiga qanday qilib kiritish mumkin?
8. Nima uchun formulani MKNShga keltirish algoritmining 3- bandida agar KNSh ifodasidagi barcha elementar diz’yunksiyalar to‘g‘ri elementar diz’yunksiyalar bo‘lsa, u holda algoritmning 6- bandiga o‘tilmasdan uning 4- bandiga o‘tiladi?
9. Qanday qilib berilgan formulaning inkori uchun aniqlangan MKNShdan uning MDNShi topiladi?
10. To‘liq MKNSh va to‘liq MDNSh deganda nimani tushunasiz?
11. Funksiyalar superpozitsiyasi nimadan iborat?
12. Asosiy elementar funksiyalarni bilasizmi?
13. 0 saqlovchi funksiya deganda nimani tushunasiz?
14. n ta argumentli 1 saqlovchi funksiyalar qancha?
15. Berilgan funksiya bir vaqtning o‘zida ham 0 saqlovchi, ham 1 saqlovchi
16. funksiya bo‘la oladimi?
17. Qanday shartlar bajarilsa berilgan funksiyalar teng kuchli funksiyalar deb ataladi?

18. Funksiyaning soxta va muhim argumentlari orasida qanday farq bor?
19. Funksiyalarning elementar superpozitsiyasi deganda nimani tushunasiz?
20. Bul algebrasi deb nimaga aytiladi?

4-MAVZU	**MANTIQ ALGEBRASIDAGI IKKITARAFLAMALIK QONUNI. MANTIQ ALGEBRASIDAGI ARIFMETIK AMALLAR. JEGALKIN KO'PHADI. MANTIQ ALGEBRASIDAGI MONOTON FUNKSIYALAR.**

Mavzuning texnologik modeli

O`quv soati – 2 soat	*Talabalar soni: 50* ta
O`quv mashg`ulot shakli	Axborotli ma`ruza
Ma`ruza rejasi	1. Mantiq algebrasidagi ikkitaraflamalik qonuni. 2. Mantiq algebrasidagi arifmetik amallar. 3. Jegalkin ko'phadi. 4. Mantiq algebrasidagi monoton funksiyalar.
O`quv mashg`u-lotining maqsadi:	Mantiq algebrasidagi ikkitaraflamalik qonunini, mantiq algebrasidagi arifmetik amallarni hamda jegalkin ko'phadining, mantiq algebrasidagi monoton funksiyalarning xususiyatini o'rganish.
Pedagogik vazifalar:	*O`quv faoliyati natijalari:*
1.Mantiq algebrasidagi ikkitaraflamalik qonunining mohiyatini tushuntirish; 2.Mantiq algebrasidagi arifmetik amallarning mohiyatini va qo'llanilishi-ni o'rgatish; 3.Jegalkin algebrasi qoidalarini mulohazalar algebrasi funksiyaning xususiyatini o'rganishga tadbiqini ko'rsatish; 4.Mantiq algebrasidagi monoton funksiyalarning xususiyati bilan tanishtirish.	1.Mantiq algebrasidagi ikkitaraflamalik qonunining mohiyatini o'rganib amalda tadbiq etish; 2.Mantiq algebrasidagi arifmetik amallarning mohiyatini va qo'llanilishini bilish; 3.Jegalkin algebrasi qoidalarini mulohazalar algebrasi funksiyaning xususiyatini o'rganishga tadbiqini bilish bilish; 4.Mantiq algebrasidagi monoton funksiyalarning xususiyatini o'rganish.
O`qitish vositalari	*O`UM, ma`ruza matni, kompyuter slaydlari, doska*
O`qitish usullari	*ma`ruza, Pinbord, aqliy hujum*
O`qitish shakllari	*Frontal, jamoaviy ish*
O`qitish sharoiti	*Texnik vositalar bilan ta`minlangan, guruhlarda ishlash usulini qo`llash mumkin bo`lgan auditoriya va jihozlari.*
Monitoring va baholash	*og`zaki savollar, blis-so`rov*

Mavzuning texnologik xaritasi

Ish bosqich-lari	O`qituvchi faoliyatining mazmuni	Tinglovchi faoliyatining mazmuni
1-bosqich. Mavzuga kirish (20 min)	1.10. O`quv mashg`uloti mavzusi, savollarni va o`quv faoliyati natijalarini, mustaqil ishlash uchun adabiyotlarni aytadi. 1.11. Baholash mezonlari (2- ilovada). 1.12. Pindbord usulida mavzu bo`yicha ma`lum bo`lgan tushunchalarni faollashtiradi. Pindbord usulida natijasiga ko`ra tinglovchilarning nimalarda adashishlari, xato qilishlari mumkinligining tashxizini amalga oshiradi (1-ilova). 1.3. Mavzuni jonlashtirish uchun savollar beradi (3-ilova).	Tinglaydilar. Tinglaydilar. Muhim tushunchalar daftarda qayd etiladi. Savollar beradilar. Tushunchalarni aytadilar
2 -bosqich. Asosiy qism (50 min)	2.1. Ma`ruza matnini tarqatadi, Reja va asosiy tushunchalar bilan tanishtiradi. 2.2.Ma`ruza rejasining hamma savollar bo`yicha tushuncha beradi. (4 - ilova). Ma`ruzada berilgan savollar yuzasidan umumlashtiruvchi xulosa beradi. (5 - ilova). 2.4. Tayanch iboralarga qaytiladi (Insert usuli) – 6-ilova. 2.5. Talabalar ishtirokida ular yana bir bor takrorlanadi, asosiy tushunchalarga kelinadi.	Tinglaydilar. UMKga qaraydilar Muhim tushunchalar daftarda qayd etiladi. Har bir tayanch tushuncha va iboralarni muhokama qiladilar.
3-bosqich. Yakunlovchi (10 min)	3.4. Mashg`ulot bo`yicha yakunlovchi xulosalar qiladi, olingan bilimlarning qayerda ishlatish mumkinligini ma`lum qiladi. 3.2. Darsda olingan bilimlar baholanadi 3.3. Mavzu bo`yicha bilimlarni chuqurlashtirish uchun adabiyotlar ro`yxatini beradi. 3.4. Mustaqil ish topshiriqlarini va uning baholash mezonini beradi. Keyingi mazvuga tayyorlanib kelish uchun savollar beradi.	Savollar beradilar. O`UMga qaraydilar. Vazifalarni yozib oladilar.

REJA - TOPSHIRIQ

Reja:	1. Mantiq algebrasidagi ikkitaraflamalik qonuni. 2. Mantiq algebrasidagi arifmetik amallar. 3. Jegalkin ko’phadi. 4. Mantiq algebrasidagi monoton funksiyalar.
Mashg`ulotning maqsadi: Mantiq algebrasidagi ikkitaraflamalik qonunini, mantiq algebrasidagi arifmetik amallarni hamda jegalkin ko’phadining, mantiq algebrasidagi monoton funksiyalarning xususiyatini o’rganish.	

Talabalarning r o`quv faoliyati natijalari: 1.Mantiq algebrasidagi ikkitaraflamalik qonunining mohiyatini o'rganib amalda tadbiq etishni o'rganadilar; 2.Mantiq algebrasidagi arifmetik amallarning mohiyatini va qo'llanilishini o'rganadilar; 3.Jegalkin algebrasi qoidalarini mulohazalar algebrasi funksiyaning xususiyatini o'rganishga tadbiqini o'rganadilar; 4.Mantiq algebrasidagi monoton funksiyalarning xususiyatini o'rganadilar.		
Mustaqil tayyorgarlik uchun topshiriq: 1. Topshiriq (1-ilova). Mashqlar 2. Topshiriq (2-ilova). Sinov savollari		
Nazorat shakli: • kuzatuv; • o`quv topshiriqlarini bajarish; • savollarga javob berish.	*Eng yuqori ball:* ______ (tezkor – so`rovga to`g`ri javob) *Haqiqiy ball:* ______	*O`qituvchi imzosi:*

4-MAVZU	**MANTIQ ALGEBRASIDAGI IKKITARAFLAMALIK QONUNI. MANTIQ ALGEBRASIDAGI ARIFMETIK AMALLAR. JEGALKIN KO'PHADI. MANTIQ ALGEBRASIDAGI MONOTON FUNKSIYALAR.**

Reja:

1. Mantiq algebrasidagi ikkitaraflamalik qonuni.
2. Mantiq algebrasidagi arifmetik amallar.
3. Jegalkin ko'phadi.
4. Mantiq algebrasidagi monoton funksiyalar.

Tayanch iboralar: Ikki taraflama funksiya. O‘z-o‘ziga ikki taraflama funksiya. Ikki taraflama qonun. Arifmetik amallar. Jegalkin ko‘phadi. Mantiqiy amallarni arifmetik amallar orqali ifodalash. Chiziqli funksiya. Monoton funksiya. Qiymatlar satrining oldin kelishi. Monoton funksiyalar superpozitsiyasi. KNSh (DNSh) ko‘rinishidagi funksiyaning monoton funksiya bo‘lish sharti.

Foydalanilgan adabiyotlar:

1. Тўраев Ҳ.Т., Математик мантиқ ва дискрет математика, Тошкент: Ўқитувчи нашриёти, 2003, 378 б.
2. Лихтарников Л.М., Сукачева Т.Г., Математическая логика. Курс лекций. Задачник-практикум и решения, Санк-Петербург: ЛАНЬ, 1999, 286 с.
3. Гаврилов Г.П., Сапоженко А.А. Сборник задач по дискретной математике. Учебное пособие. Москва: Наука.
4. Искандаров Р.И., Математик логика элементлари, Самарқанд: СамДУ, 1970, 324 б.

1-ilova

Baholash mezoni:

- Har bir savol javobiga - 2 ball;
- Har bir qo`shimcha mustaqil fikrga - 2 ball;
- Har bir javobni to`ldirishga - 1 ball.

2-ilova

Pinbord

Pinbord (inglizchadan: *pin*- mahkamlash, *board* – yozuv taxtasi) munozara usullari yoki o’quv suhbatini amaliy usul bilan moslashdan iborat.

Ta`lim beruvchi:

→ Taklif etilgan muammoni yechishga o`z nuqtai nazarini bayon qiladi.

→ Ommaviy to`g`ri aqliy hujumni tashkillashtiradi.

Ta`lim oluvchilar quyidagi g`oyalarni:

→ Taklif etadilar, muhokama qiladilar, baholaydilar eng ko`p maqbul (samarali va boshqa g`oyalarni tanlaydilar va ularni qog`oz varag`iga asosiy so`zlar ko`rinishida (2 so`zdan ko`p bo`lmagan) yozadilar va yozuv taxtasiga biriktiradilar (o`rgatuvchi tizimlar, oddiy va murakkab tizimlar, bir pog`onali va ko`p pog`onali tizimlar, hal kiiluvchi qoida).

→ Guruh a`zolari (ta`lim beruvchi tomonidan belgilangan 2-3 talaba yozuv taxtasiga chiqadilar va boshqalar bilan maslahatlashib:

- aniq xato yoki qaytariluvchi g`oyalarni saralaydilar (ATTlar, soha, tashqi faktor, axborot - tanuvchi avtomatik hisoblash qurilmasi, murakkab ATT, murakkab dinamik tizimlar)
- tortishuvlarni aniqlaydilar (aprior alfaviti, sinflashtirish, bir pog`anali, ko`p pog`onali tizimlar va farqlari);
- g`oyalarni tizimlashtirish mumkin bo`lgan belgilar bo`yicha aniqlaydilar;
- shu belgilar bo`yicha hamma g`oyalarni yozuv taxtasida guruhlaydilar (kartochka/ varaqlar).

Ta`lim beruvchi:

→Umumlashtiradi va ish natijalarini baholaydi.

3-ilova

Mavzuni jonlashtirish uchun savollar:

1. Mantiq algebrasidagi ikkitaraflamalik qonunini yozing.
2. Mantiq algebrasidagi arifmetik amallar.

3. Jegalkin ko’phadi.
4. Mantiq algebrasidagi monoton funksiyalar.

4-ilova

Mantiq algebrasidagi ikki taraflama qonun

Ikki taraflama funksiya. Endi ikki taraflama (qo‘shma) funksiya tushunchasini kiritamiz. $f(x_1, x_2, ..., x_n)$ funksiyaga ikki taraflama bo‘lgan funksiyani topish uchun f funksiyaning chinlik jadvalida hamma o‘zgaruvchilarni ularning inkoriga almashtirish kerak, ya’ni hamma joyda 1ni 0ga va 0ni 1ga almashtirish kerak.

1-ta’rif. *Quyidagicha aniqlangan*

$$f^*(x_1, x_2, ..., x_n) = \bar{f}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, ..., \bar{x}_n)$$

1- jadval

Berilgan funksiya	Ikki taraflama funksiya
$f_1(x) = x$	$f_1^*(x) = x$
$f_2(x) = \bar{x}$	$f_2^*(x) = \bar{x}$
$f_3(x, y) = xy$	$f_3^* = x \vee y$
$f_4(x, y) = x \vee y$	$f_4^* = x\, y$
$f_5(x, y) = x \to y$	$f_5^* = \overline{y \to x}$
$f_6(x, y) = x \leftrightarrow y$	$f_6^* = \overline{x \leftrightarrow y}$
$f_7 = 1$	$f_7^* = 0$
$f_8 = 0$	$f_8^* = 1$

funksiyaga $f(x_1, x_2, ..., x_n)$ *funksiyaning* ***ikki taraflama funksiyasi*** *deb aytiladi.*

2-ta’rif. *Agar*

$$f(x_1, x_2, ..., x_n) = f^*(x_1, x_2, ..., x_n) = \overline{f}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, ..., \bar{x}_n)$$

munosabat bajarilsa, u holda $f(x_1, x_2, ..., x_n)$ ***o‘z-o‘ziga ikki taraflama funksiya*** *deb ataladi.*

Ta’rifga asosan, $f(x_1, x_2, ..., x_n)$ ikki taraflama funksiya $(\alpha_1, ..., \alpha_n)$ va $(\bar{\alpha}_1, ..., \bar{\alpha}_n)$ qiymatlar satrida qarama-qarshi qiymatlar qabul qiladi.

1-misol. Mulohazalar algebrasining asosiy elementar funksiyalariga ikki taraflama bo‘lgan funksiyalarni topamiz (1- jadvalga qarang). Demak, ta’rifga asosan, $f_1(x)$ va $f_2(x)$ funksiyalar o‘z-o‘ziga ikki taraflama funksiya bo‘ladi. ■

2- misol. $f(x, y, z) = xy \vee yz \vee xz$ funksiyaning o‘z-o‘ziga ikki taraflama funksiya ekanligini isbot qilamiz. Haqiqatdan ham

$$f^*(x,y,z) = \overline{\bar{x}\bar{y} \vee \bar{y}\bar{z} \vee \bar{x}\bar{z}} = \overline{\bar{x}\bar{y}} \wedge \overline{\bar{y}\bar{z}} \wedge \overline{\bar{x}\bar{z}} = (x \vee y)(y \vee z)(x \vee z) =$$
$$= [(x \vee y)y \vee (x \vee y)z](x \vee z) = [y \vee yz \vee xz](x \vee z) =$$
$$= (y \vee xz)(x \vee z) = xy \vee yz \vee x(x \vee z)z = xy \vee yz \vee xz$$

Demak, $f(x, y, z) = f^*(x, y, z)$ ekanligi uchun f o‘z-o‘ziga ikki taraflama funksiyadir. ■

Teorema. *Agar*

$$\Phi(x_1,...,x_n) = f(f_1(x_{11},...,x_{1p_1}),..., f_m(x_{m1},...,x_{mp_m}))$$

bo'lsa, u holda

$$\Phi^*(x_1,...,x_n) = f^*(f_1^*(x_{11},...,x_{1p_1}),..., f_m^*(x_{m1},...,x_{mp_m}))$$

bo'ladi.

Isboti. $\Phi^*(x_1,...,x_n) = \overline{\Phi}(\overline{x}_1,...,\overline{x}_n) =$

$$= \overline{f}(f_1(\overline{x}_{11},...,\overline{x}_{1p_1}),..., f_m(\overline{x}_{m1},...,\overline{x}_{mp_m})) =$$

$$= \overline{f}(\overline{\overline{f_1}}(\overline{x}_{11},...,\overline{x}_{1p_1}),..., \overline{\overline{f_m}}(\overline{x}_{m1},...,\overline{x}_{mp_m})) =$$

$$= \overline{f}(\overline{f}_1^*(x_{11},...,x_{1p_1}),..., \overline{f}_m^*(x_{m1},...,x_{mp_m})) =$$

$$= f^*(f_1^*(x_{11},...,x_{1p_1}),..., f_m^*(x_{m1},...,x_{mp_m})). \ \blacksquare$$

Ikki taraflama qonun. 1- teoremaning isbotidan ikki taraflama qonun kelib chiqadi.

Ikki taraflama qonun. $\varphi_1, \varphi_2,..., \varphi_m$ *funksiyalarning superpozisiyasiga ikki taraflama bo'lgan funksiya mos ravishda* $\varphi_1^*, \varphi_2^*,..., \varphi_m^*$ *ikki taraflama funksiyalar superpozisiyasiga teng kuchlidir, ya'ni agar* $A = C[\varphi_1, \varphi_2,..., \varphi_m]$ *formula* $f(x_1,...,x_n)$ *funksiyani realizasiya etsa, u holda* $C[\varphi_1^*, \varphi_2^*,..., \varphi_m^*]$ *formula* $f^*(x_1,...,x_n)$ *funksiyani realizasiya etadi.*

Bu formula A formulaga **ikki taraflama bo'lgan formula** deb aytiladi va u A^* deb belgilanadi. Demak, $A^* = C[\varphi_1^*, \varphi_2^*,..., \varphi_m^*]$.

Ushbu qonundan o'z-o'ziga ikki taraflama bo'lgan funksiyalarning superpozisiyasi yana o'z-o'ziga ikki taraflama funksiya bo'lishligi kelib chiqadi, ya'ni agar $\varphi_1, \varphi_2,..., \varphi_m$ o'z-o'ziga ikki taraflama funksiya bo'lsa, u holda $\Phi^* = \varphi^*(\varphi_1^*,...\varphi_m^*)$ funksiya ham o'z-o'ziga ikki taraflama bo'ladi. Haqiqatan ham,

$$\Phi^* = \varphi^*(\varphi_1^*,...\varphi_m^*) = \varphi(\varphi_1,...\varphi_m) = \Phi.$$

Agar funksiya formula orqali ifodalangan va bu formula o'z navbatida $\wedge$, $\vee$, $\neg$ mantiq amallari orqali ifodalangan bo'lsa, u holda bu funksiyaga (formulaga) ikki taraflama bo'lgan funksiyani (formulani) topish uchun $\vee$ belgini $\wedge$ belgiga, $\wedge$ ni $\vee$ ga, 1ni 0ga va 0ni 1ga almashtirish kifoya. Bu prinsipni teng kuchli formulalarga nisbatan ishlatganda, yana teng kuchli formulalar hosil qilamiz, ya'ni $A(x_1,...,x_n) = B(x_1,...,x_n)$ bo'lsa, u holda $A^*(x_1,...,x_n) = B^*(x_1,...,x_n)$.

Ushbu prinsipga tayanib mantiq algebrasining bir formulasidan boshqa formulasini, bir teoremasidan boshqa teoremasini, bir ta'rifidan esa boshqa ta'rifini hosil qilish mumkin.

3- misol. Ushbu bobning 9- paragrafida keltirilgan (2), (3), (6), (8), (10), (12) teng kuchli formulalarga ushbu prinsipni qo'llasak, (4), (5), (7), (9), (11), (13) teng kuchli formulalar kelib chiqadi. ■

Mantiq algebrasida elementlari n ta argumentli o'z-o'ziga ikki taraflama funksiyalardan iborat bo'lgan to'plamni S bilan belgilaymiz, uning elementlari soni 2^{2^n-1} ga tengdir.

Endi o'z-o'ziga ikki taraflama bo'lmagan funksiyalar haqidagi lemmani ko'rib chiqaylik.

Lemma. *Agar* $\varphi(x_1,...,x_n) \notin S$ *bo'lsa, u holda undan argumentlarining o'rniga* x *va* $\overline{x}$ *funksiyalarni qo'yish usuli bilan bir argumentli o'z-o'ziga ikki taraflama bo'lmagan funksiya, ya'ni konstantani hosil qilish mumkin.*

Isboti. $\varphi(x_1,...,x_n) \notin S$ bo'lgani uchun, shunday $(\alpha_1,...,\alpha_n)$ qiymatlar satri topiladiki, $\varphi(\overline{\alpha}_1,...,\overline{\alpha}_n) = \varphi(\alpha_1,...,\alpha_n)$ bo'ladi.

$\varphi_i(x) = x^{\alpha_i}$ ($i = \overline{1,n}$) funksiyani kiritamiz va $\varphi_i(x) = \varphi(\varphi_1(x),...,\varphi_n(x))$ deb belgilab olamiz. U holda quyidagi natijaga ega bo'lamiz:

$$\varphi(0) = \varphi(\varphi_1(0),...,\varphi_n(0)) = \varphi(0^{\alpha_1},...,0^{\alpha_n}) = \varphi(\overline{\alpha}_1,...,\overline{\alpha}_n) =$$
$$\varphi(\alpha_1,...,\alpha_n) = \varphi(1^{\alpha_1},...,1^{\alpha_n}) = \varphi(\varphi_1(1),...,\varphi_n(1)) = \varphi(1)\,. \blacksquare$$

Mantiq algebrasidagi arifmetik amallar. Jegalkin ko'phadi

Mantiq algebrasidagi arifmetik amallar. $\{0,1\}$ Bul algebrasidagi kon'yunksiya amali oddiy arifmetikadagi 0 va 1 sonlar ustidagi ko'paytma amaliga mos keladi. Ammo 0 va 1 sonlarini qo'shish natijasi $\{0,1\}$ to'plam doirasidan chetga chiqadi. Shuning uchun I.I.Jegalkin[24] 2 moduliga asosan qo'shish amalini kiritdi. x va y mulohazalarni 2 moduli bo'yicha qo'shishni $x+y$ deb belgilaymiz. 2 moduli bo'yicha qo'shish, odatda, chinlik jadvali bilan beriladi (1- jadvalga qarang).

1- jadval

x	y	$x+y$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Chinlik jadvalidan ko'rinib turibdiki, $x+y = \overline{x \leftrightarrow y}$ bo'ladi. Mantiq algebrasidagi ko'paytma va 2 moduli bo'yicha qo'shish mantiq amallari uchun kommutativlik, assotsiativlik va distributivlik qonunlari o'z kuchini saqlaydi.

Bul algebrasidagi asosiy mantiqiy amallarni kiritilgan arifmetik amallar orqali quyidagicha ifodalash mumkin:

$$\overline{x} = x+1;\ x \wedge y = xy;\ x \vee y = xy + x + y;$$
$$x \to y = xy + x + 1;\ x \leftrightarrow y = x + y + 1.$$

2 moduli bo'yicha qo'shish amalining ta'rifiga asosan $x + x = 0$ va $xx = x$ ($x^n = x$).

3.11.2. Jegalkin ko'phadi. Mantiq algebrasidagi istalgan funksiyani yagona arifmetik ko'phad shakliga keltirish mumkin. Haqiqatan ham, biz oldingi paragraflarda istalgan funksiyani kon'yunksiya va inkor mantiqiy amallar orqali ifodalash mumkinligini ko'rgan edik. Yuqorida kon'yunksiya, diz'yunksiya va inkor mantiqiy amallarni arifmetik amallar orqali ifodaladik. Demak, istalgan funksiyani arifmetik ko'phad shakliga keltirish mumkin.

1- ta'rif. *$\sum x_{i_1} x_{i_2} ... x_{i_k} + a$ ko'rinishdagi ko'phad **Jegalkin ko'phadi** deb ataladi, bu yerda hamma x_{i_j} o'zgaruvchilar birinchi darajada qatnashadi, $(i_1,...,i_k)$ qiymatlar satrida hamma i_j lar har xil bo'ladi, $a \in E_2 = \{0,1\}$.*

2- ta'rif. *$x_{i_1} + x_{i_2} + ... + x_{i_k} + a$ ko'rinishdagi funksiya **chiziqli funksiya** deb ataladi, bu yerda $a \in E_2 = \{0,1\}$.* Chiziqli funksiyaning ifodasidan ko'rinib turibdiki, n ta argumentli chiziqli funksiyalar soni 2^{n+1} ga teng va bir argumentli funksiyalar doimo chiziqli funksiya bo'ladi.

Jegalkin ko'phadi ko'rinishidagi har bir funksiyaning argumentlari soxta emas argumentlar bo'ladi. Haqiqatan ham, agar x_1 shunday argument bo'lsa, u holda ixtiyoriy $f(x_1,...,x_n)$ funksiyani quyidagi ko'rinishda yozish mumkin:

---

[24] Jegalkin Ivan Ivanovich (Жегалкин Иван Иванович 1869-1947) – sovet matematigi. I. I. Jegalkin XX asrning 30- yillari boshida MDUda birinchi bo'lib matematik mantiq bo'yicha ilmiy seminar tashkil etgan.

$$f(x_1,...,x_n) = x_1\varphi(x_2,...,x_n) + \psi(x_2,...,x_n)\,.$$

Bu yerda φ funksiya aynan 0ga teng emas, aks holda x_1 argument f funksiyaning (ko‘phadning) argumentlari safiga qo‘shilmasdi.

Endi $x_2,...,x_n$ argumentlarning shunday qiymatlarini olamizki, $\varphi = 1$ bo‘lsin. U holda f funksiyaning qiymati x_1 argumentning qiymatiga bog‘liq bo‘ladi. Demak, x_1 soxta argument emas.

Mantiq algebrasidagi hamma n argumentli chiziqli funksiyalar to‘plamini L bilan belgilaymiz. Uning elementlari soni 2^{n-1} ga teng bo‘ladi.

Teorema. *Agar $f(x_1,...,x_n) \notin L$ bo‘lsa, u holda undan argumentlari o‘rniga 0 va 1 konstantalarni hamda x va $\bar{x}$ funksiyalarni, ayrim holda f ustiga "–" inkor amalini qo‘yish usuli bilan x_1x_2 funksiyani hosil qilish mumkin.*

Mantiq algebrasidagi monoton funksiyalar

Tartiblash. 0<1 munosabati orqali $\{0,1\}$ to‘plamini tartiblashtiramiz. $\alpha = (\alpha_1,...,\alpha_n)$ va $\beta = (\beta_1,...,\beta_n)$ qiymatlar satrlari bo‘lsin.

1- ta’rif. *Agar $\alpha_i \le \beta_i$ tengsizlik hech bo‘lmaganda bitta i uchun bajarilsa yoki α va β qiymatlar satrlari ustma-ust tushsa, u holda α* ***qiymatlar satri*** *β* ***qiymatlar satridan oldin keladi*** *deb aytamiz va $\alpha \prec \beta$ shaklda yozamiz.*

2- ta’rif. *Agar $\alpha \prec \beta$ munosabatdan $f(\alpha_1,...,\alpha_n) \le f(\beta_1,...,\beta_n)$ tengsizlikning bajarilishi kelib chiqsa, u holda $f(x_1,...,x_n)$ funksiya* ***monoton funksiya*** *deb ataladi.*

3- ta’rif *Agar $\alpha \prec \beta$ munosabatdan $f(\alpha_1,...,\alpha_n) > f(\beta_1,...,\beta_n)$ tengsizlikning bajarilishi kelib chiqsa, u holda $f(x_1,...,x_n)$* ***nomonoton funksiya*** *deb ataladi.*

Asosiy elementar mantiqiy funksiyalardan 0, 1, x, xy, $x \vee y$ funksiyalar monoton, $\bar{x}$, $x \to y$, $x \leftrightarrow y$, $x + y$ funksiyalar esa nomonoton funksiyalardir.

1- teorema. *Monoton funksiyalarning superpozitsiyasidan hosil qilingan funksiya ham monoton funksiya bo‘ladi.*

Isboti. Φ monoton funksiyalar sistemasi bo‘lsin. Shu sistemadagi funksiyalar superpozitsiyasidan hosil qilingan funksiya monoton bo‘lishini isbot qilish kerak. Matematik induksiya usulini qo‘llaymiz. Baza: 0 rangli superpozitsiya uchun bu tasdiqning to‘g‘riligi ravshan, chunki Φ sistemadagi hamma funksiyalar monoton funksiyalardir.

Induksion o‘tish. k rangli superpozitsiya uchun teoremadagi tasdiq to‘g‘ri bo‘lsin. Bu tasdiqning $k+1$ rangli superpozitsiya uchun ham to‘g‘riligini isbotlaymiz.

$\varphi(y_1,...,y_l),\ \psi(y_1,...,y_l) \in \Phi^{(k)}$ bo‘lsin. U holda

$$\varphi(x_1,...,x_{i-1}, y, x_{i+1},..., x_k)\,;$$

$$F(x_1,...,x_{i-1}, x_{i+1},..., x_k, y_1,..., y_l) =$$

$$\varphi(x_1,...,x_{i-1}, \psi(y_1,..., y_l), x_{i+1},..., x_n)$$

funksiyalarning monoton ekanligini isbotlash kerak. Bu yerda y va y_i o‘zgaruvchilar x_j o‘zgaruvchilarning birortasi bilan mos kelishi mumkin. φ funksiyaning monotonligidan

$\varphi(x_1,...,x_{i-1},y,x_{i+1},...,x_k)$ funksiyaning monoton funksiya ekanligi kelib chiqadi. F funksiyaning monotonligini isbotlaymiz. Buning uchun F funksiyaning ikkita γ' va γ'' taqqoslanadigan qiymatlar satrini ko‘rib chiqamiz:

$$\gamma' = (\alpha_1',...,\alpha_{i-1}',...,\alpha_{i+1}',...,\alpha_n',\beta_1',...,\beta_l');$$
$$\gamma'' = (\alpha_1'',...,\alpha_{i-1}'',...,\alpha_{i+1}'',...,\alpha_n'',\beta_1'',...,\beta_l'')$$

va $\gamma' \prec \gamma''$ bo‘lsin. U holda $F(\gamma') \le F(\gamma'')$ bo‘lishini ko‘rsatish kerak. Ma’lumki,

$F(\gamma') = \varphi(\delta')$, bu yerda $j = i$ bo‘lganda $\delta_j' = \alpha_j'$, $\delta_i' = \psi(\beta')$;

$F(\gamma'') = \varphi(\delta'')$, bu yerda $j = i$ bo‘lganda $\delta_j'' = \alpha_j''$, $\delta_i'' = \psi(\beta'')$.

ψ monoton funksiya va $\gamma' \prec \gamma''$ munosabatdan $\beta' \prec \beta''$ kelib chiqqani uchun $\delta' \prec \delta''$

bo‘ladi, ya’ni $\varphi(\delta') = F(\gamma') \le \varphi(\delta'') = F(\gamma'')$, chunki φ monoton funksiyadir.

$\varphi(x_1,...,x_{i-1},y,x_{i+1},...,x_k)F(x_1,...,x_{i-1},x_{i+1},...,x_n,y_1,...,y_l) \in \Phi^{(k)}$

ekanligidan $(k+1)$ rangli superpozitsiya uchun teoremadagi tasdiq isbotlandi. ■

Kon’yunksiya va diz’yunksiya monoton funksiya bo‘lganligi uchun, 1- teoremaga asosan, ularning superpozitsiyasidan hosil qilingan funksiya ham monoton bo‘ladi.

2- teorema. *Agar $f(x_1,...,x_n) \in M$ bo‘lsa, u holda undan argumentlari o‘rniga 0, 1 va x funksiyani qo‘yish usuli bilan $\bar{x}$ funksiyani hosil qilish mumkin.*

5-ilova

XULOSA

1. Mantiq algebrasidagi ikkitaraflamalik qonuning mohiyati o’rganildi.
2. Mantiq algebrasidagi arifmetik amallarni bajarish va ularni qo’llash o’rganildi.
3. Jegalkin ko’phadini qayta ishlash va uni tahlili asosida funksiyani chiziqliligini aniqlash o’rganildi.
4. Mantiq algebrasidagi monoton funksiyalarning xususiyati o’rganildi.

6-ilova

Insert texnikasi bo`yicha mavzuni o`qib chiqing va jadvalni to`ldiring.

№	Asosiy tushunchalar	Belgi
1.	Ikkitaraflama funksiya	
2.	O’z-o’ziga ikkitaraflama funksiya	
3.	Ikkitaraflama qonun	
4.	Arifmetik amallar	
5.	Jegalkin ko’phadi	
6.	Chiziqli funksiya	
7.	Monoton funksiya	
8.	Knsh (DNSh) ko’rinishidagi monoton funksiyalar	

Insert jadvali qoidasi

√ – avval olgan bilimiga to’g’ri keladi.
\+ – yangi ma’lumot
-- – olgan bilimiga qarama-qarshi
? – tushunarsiz (aniqlanishi zarur bo’lgan ma’lumotlar)

Sinov savollari

1. Mulohazalar algebrasining asosiy elementar funksiyalariga ikki taraflama bo‘lgan funksiyalarni toping.
2. Hamma ikki argumentli o‘z-o‘ziga ikki taraflama bo‘lgan funksiyalarni toping.
3. n ta argumentli o‘z-o‘ziga ikki taraflama bo‘lgan funksiyalarning sonini aniqlang.
4. $f=(\bar{x}\vee y\bar{z})(xy\vee x\bar{z})$ va $\varphi=(x\vee\bar{y})z\bar{t}\vee\bar{x}t$ funksiyalarga ikki taraflama bo‘lgan funksiyalarni toping.
5. Quyidagi formulalarni Jegalkin ko‘phadi ko‘rinishiga keltiring:
   a) $x\to y\leftrightarrow z$, b) $x\vee y\vee z\vee t$, d) $x\leftrightarrow y\leftrightarrow z$,
   e) $x\vee y\vee z$, f) $xy\vee yz\vee xz$, g) $xy\bar{z}\vee x\bar{y}z\vee\bar{x}yz\vee\bar{x}\bar{y}\bar{z}$.
6. Funksiyaning Jegalkin ko‘phadi ko‘rinishidagi ifodasi yagona ekanligini isbotlang.
7. Chiziqli funksiyalarning qaysilari o‘z-o‘ziga ikki taraflama funksiya bo‘ladi?
8. $xy\vee xz\vee yz=xy+xz+yz$ ekanligini isbotlang.
9. Jegalkin ko‘phadi ko‘rinishidagi funksiyaning hamma argumentlari soxta argumentlar emasligini isbotlang.
10. Nol (bir) saqlovchi monoton funksiyalar aynan birga (nolga) teng ekanligini isbotlang.
11. Ikki argumentli hamma monoton funksiyalarni toping.
12. Quyida keltirilgan funksiyalarning qaysi birlari monoton funksiya ekanligini aniqlang:
    a) $xy\vee xz\vee x\bar{z}$, b) $x\to(x\to y)$, d) $\overline{x\vee y}\leftrightarrow\bar{x}\vee\bar{y}$,
    e) $\overline{x\vee y}\leftrightarrow\bar{x}\bar{y}$, f) $xy\vee x\vee\bar{x}z$, h) $xy\vee yz\vee xz$.
13. Aynan konstantadan (0dan yoki 1dan) farq qiluvchi funksiya monoton bo‘lishi uchun uni kon’yunksiya va diz’yunksiya superpozitsiyasi orqali ifodalash yetarli va zarurligini isbotlang.
14. Monoton funksisyaga ikki taraflama bo‘lgan funksiya monoton ekanligini isbot qiling.
15. Faqat va faqat yo konstantalar, yoki o‘zgaruvchilar ustida inkor amali bo‘lmagan KNSh va DNSh ko‘rinishida ifodalangan funksiyalar monoton bo‘lishini ko‘rsating.

Mustaqil ishlash uchun savollar

1. Ikki taraflama funksiya va o‘z-o‘ziga ikki taraflama funksiya deganda nimani tushunchasiz?
2. Mantiq algebrasidagi ikki taraflama qonun qanday ifodalanadi?
3. Mantiq algebrasidagi arifmetik amallarni bilasizmi?
4. Jegalkin ko‘phadi nima?
5. Mantiq algebrasidagi monoton funksiyalar deganda nimani tushunchasiz?
6. Chiziqli funksiyalarning qaysilari monoton funksiyalar bo‘ladi?

5-MAVZU	**FUNKSIYALAR SISTEMASINING TO’LIQLIGI. FUNKSIONAL YOPIQ SINFLAR VA POST TEOREMASI.**

Mavzuning texnologik modeli

O`quv soati – 2 soat	*Talabalar soni: 4* ta
O`quv mashg`ulot shakli	Axborotli ma`ruza
Ma`ruza rejasi	1. Funksiyalar sistemasining to’liqligi. 2. Funksional yopiq sinflar. 3. Post teoremasi.
O`quv mashg`u-lotining maqsadi:	Funksiyalar sistemasining to’liqligi tushunchasinig mohiyatini tushuntirish, funksional yopiq sinflarnig ta’rifini berish, 0 va 1 saqlovchi hamda monoton, o’z-o’ziga qo’shma, chiziqli funksiyalarni ta’rifga ko’ra tekshirish, Post teoremasi natijalarini amaliy tadbiqini ko’rsatish.
Pedagogik vazifalar:	*O`quv faoliyati natijalari:*
1. Funksiyalar sistemasining to’liqligi ta’rifini berish, uinig mohiyatini tushuntirish; 2. Funksional yopiq sinflarnig ta’rifini berish, 0 va 1 saqlovchi hamda monoton, o’z-o’ziga qo’shma, chiziqli funksiyalarni ta’rifga ko’ra tekshirishni o’rgatish; 3. Post teoremasi natijalarini amaliy tadbiqini va afzalliklarini ko’rsatish.	1.Funksiyalar sistemasining to’liqligi ta’rifini bilsh, uinig mohiyatini tushunish; 2. Funksional yopiq sinflarnig ta’rifini o’rganib, 0 va 1 saqlovchi hamda monoton, o’z-o’ziga qo’shma, chiziqli funksiyalarni ta’rifga ko’ra tekshirishni bilish; 3.Post teoremasi natijalarini amaliy tadbiqagi afzallik-larini anglash.
O`qitish vositalari	*O`UM, ma`ruza matni, kompyuter slaydlari, doska*
O`qitish usullari	*ma`ruza, Pinbord, aqliy hujum*
O`qitish shakllari	*Frontal, jamoaviy ish*
O`qitish sharoiti	*Texnik vositalar bilan ta`minlangan, guruhlarda ishlash usulini qo`llash mumkin bo`lgan auditoriya va jihozlari.*
Monitoring va baholash	*og`zaki savollar, blis-so`rov*

Mavzuning texnologik xaritasi

Ish bosqich-lari	**O`qituvchi faoliyatining mazmuni**	**Tinglovchi faoliyatining mazmuni**
1-bosqich. Mavzuga kirish (20 min)	1.13. O`quv mashg`uloti mavzusi, savollarni va o`quv faoliyati natijalarini, mustaqil ishlash uchun adabiyotlarni aytadi. 1.14. Baholash mezonlari (2- ilovada). 1.15. Pindbord usulida mavzu bo`yicha ma`lum bo`lgan tushunchalarni faollashtiradi. Pindbord usulida natijasiga ko`ra tinglovchilarning nimalarda adashishlari, xato qilishlari mumkinligining tashxizini amalga oshiradi (1-ilova). 1.3. Mavzuni jonlashtirish uchun savollar beradi (3-ilova).	Tinglaydilar. Tinglaydilar. Muhim tushunchalar daftarda qayd etiladi. Savollar beradilar. Tushunchalarni aytadilar
2 -bosqich. Asosiy qism (50 min)	2.1. Ma`ruza matnini tarqatadi, Reja va asosiy tushunchalar bilan tanishtiradi. 2.2.Ma`ruza rejasining hamma savollar bo`yicha tushuncha beradi. (4 - ilova). Ma`ruzada berilgan savollar yuzasidan umumlashtiruvchi xulosa beradi. (5 - ilova). 2.4. Tayanch iboralarga qaytiladi (Insert usuli) – 6-ilova. 2.5. Talabalar ishtirokida ular yana bir bor takrorlanadi, asosiy tushunchalarga kelinadi.	Tinglaydilar. UMKga qaraydilar Muhim tushunchalar daftarda qayd etiladi. Har bir tayanch tushuncha va iboralarni muhokama qiladilar.
3-bosqich. Yakunlovchi (10 min)	3.5. Mashg`ulot bo`yicha yakunlovchi xulosalar qiladi, olingan bilimlarning qayerda ishlatish mumkinligini ma`lum qiladi. 3.2. Darsda olingan bilimlar baholanadi 3.3. Mavzu bo`yicha bilimlarni chuqurlashtirish uchun adabiyotlar ro`yxatini beradi. 3.4. Mustaqil ish topshiriqlarini va uning baholash mezonini beradi. Keyingi mazvuga tayyorlanib kelish uchun savollar beradi.	Savollar beradilar. O`UMga qaraydilar. Vazifalarni yozib oladilar.

REJA - TOPSHIRIQ

<table>
<tr><td>Reja:</td><td colspan="3">1. Funksiyalar sistemasining to'liqligi.
2. Funksional yopiq sinflar
3. Post teoremasi.</td></tr>
<tr><td colspan="4">Mashg`ulotning maqsadi: Funksiyalar sistemasining to'liqligi tushunchasinig mohiyatini tushuntirish, funksional yopiq sinflarnig ta'rifini berish, 0 va 1 saqlovchi hamda monoton, o'z-o'ziga qo'shma, chiziqli funksiyalarni ta'rifga ko'ra tekshirish, Post teoremasi natijalarini amaliy tadbiqini ko'rsatish.</td></tr>
<tr><td colspan="4">Talabalarning g o`quv faoliyati natijalari:
1.Funksiyalar sistemasining to'liqligi ta'rifiga ko'ra uinig mohiyatini o'rganadilar;
2. Funksional yopiq sinflarnig ta'rifini o'rganib, 0 va 1 saqlovchi hamda monoton, o'z-o'ziga qo'shma, chiziqli funksiyalarni ta'rifga ko'ra tekshiriaoladilar;
3.Post teoremasi natijalarini amaliy tadbiqagi afzalliklarini mashqlar bajarish asosida ko'rsatadilar.</td></tr>
<tr><td colspan="4">Mustaqil tayyorgarlik uchun topshiriq:
1. Topshiriq (1-ilova). Mashqlar
2. Topshiriq (2-ilova). Sinov savollari</td></tr>
<tr><td colspan="2">Nazorat shakli:
• kuzatuv;
• o`quv topshiriqlarini bajarish;<br>• savollarga javob berish.</td><td><i>Eng yuqori ball:</i><br>______ (tezkor – so`rovga to`g`ri javob)
Haqiqiy ball: ______</td><td>O`qituvchi imzosi:</td></tr>
</table>

5-MAVZU	**FUNKSIYALAR SISTEMASINING TO'LIQLIGI. FUNKSIONAL YOPIQ SINFLAR VA POST TEOREMASI.**

Reja:

1.Funksiyalar sistemasining to'liqligi.
2.Funksional yopiq sinflar.
3.Post teoremasi.

Tayanch iboralar: To'liq funksiyalar sistemasi. Ikki taraflama funksiyalar sistemasining to'liq bo'lish sharti. Yopiq sinflar. Xususiy funksional, maksimal funksional yopiq sinf. Post teoremasi. To'plam yopig'i. Post jadvali.

Foydalanilgan adabiyotlar:

1.Тўраев Ҳ.Т., Математик мантиқ ва дискрет математика, Тошкент: Ўқитувчи нашриёти, 2003, 378 б.
2.Лихтарников Л.М., Сукачева Т.Г., Математическая логика. Курс лекций. Задачник-практикум и решения, Санк-Петербург: ЛАНЬ, 1999, 286 с.
3. Гаврилов Г.П., Сапоженко А.А. Сборник задач по дискретной математике. Учебное пособие. Москва: Наука.
4. Искандаров Р.И., Математик логика элементлари, Самарқанд: СамДУ, 1970, 324 б.

1-ilova

Baholash mezoni:

- Har bir savol javobiga - 2 ball;
- Har bir qo`shimcha mustaqil fikrga - 2 ball;
- Har bir javobni to`ldirishga - 1 ball.

2-ilova

Pinbord

Pinbord (inglizchadan: *pin*- mahkamlash, *board* – yozuv taxtasi) munozara usullari yoki o'quv suhbatini amaliy usul bilan moslashdan iborat.

Ta`lim beruvchi:

→ Taklif etilgan muammoni yechishga o`z nuqtai nazarini bayon qiladi.

→ Ommaviy to`g`ri aqliy hujumni tashkillashtiradi.

Ta`lim oluvchilar quyidagi g`oyalarni:

→ Taklif etadilar, muhokama qiladilar, baholaydilar eng ko`p maqbul (samarali va boshqa g`oyalarni tanlaydilar va ularni qog`oz varag`iga asosiy so`zlar ko`rinishida (2 so`zdan ko`p bo`lmagan) yozadilar va yozuv taxtasiga biriktiradilar (o`rgatuvchi tizimlar, oddiy va murakkab tizimlar, bir pog`onali va ko`p pog`onali tizimlar, hal kiiluvchi qoida).

→ Guruh a`zolari (ta`lim beruvchi tomonidan belgilangan 2-3 talaba yozuv taxtasiga chiqadilar va boshqalar bilan maslahatlashib:

- aniq xato yoki qaytariluvchi g`oyalarni saralaydilar (ATTlar, soha, tashqi faktor, axborot - tanuvchi avtomatik hisoblash qurilmasi, murakkab ATT, murakkab dinamik tizimlar)
- tortishuvlarni aniqlaydilar (aprior alfaviti, sinflashtirish, bir pog`anali, ko`p pog`onali tizimlar va farqlari);
- g`oyalarni tizimlashtirish mumkin bo`lgan belgilar bo`yicha aniqlaydilar;
- shu belgilar bo`yicha hamma g`oyalarni yozuv taxtasida guruhlaydilar (kartochka/ varaqlar).

Ta`lim beruvchi:

→Umumlashtiradi va ish natijalarini baholaydi.

3-ilova

Mavzuni jonlashtirish uchun savollar:

1. To'liq funksiyalar sistemasi deb nimaga aytiladi?
2. Maksimal funksional yopiq sinf nima?
3. Post teoremasi qanday isbotlanadi?
4. Post teoremasining natijasini bilasizmi?
5. Post jadvalidan qanday foydalanish mumkin?

Funksional yopiq sinflar. Post teoremasi

Funksional yopiq sinflar. Mantiq algebrasining $\Phi = \{\varphi_1,...,\varphi_n\}$ funksiyalar sistemasi berilgan bo‘lsin.

1- ta’rif. *Agar mantiq algebrasining istalgan funksiyasini $\Phi = \{\varphi_1,...,\varphi_n\}$ sistemadagi funksiyalar superpozitsiyasi orqali ifodalash mumkin bo‘lsa, u holda Φ sistema **to‘liq funksiyalar sistemasi** deb ataladi.*

Istalgan funksiyani MKNSh yoki MDNSh ko‘rinishida ifodalash mumkinligidan $\{xy, x \vee y, \bar{x}\}$ funksiyalar sistemasining to‘liqligi kelib chiqadi. $\{xy, x+y, 1\}$ funksiyalar sistemasi ham to‘liq bo‘ladi, chunki istalgan funksiyani Jegalkin ko‘phadi ko‘rinishiga keltirish mumkin.

1- misol. Quyidagilar to‘liq funksiyalar sistemasi ekanligini isbotlaymiz:

a) $xy,\ \bar{x}$; b) $x \vee y,\ \bar{x}$; d) $xy,\ x+y,\ 1$;

e) $\overline{x \vee y}$; f) $\overline{xy}$; g) $x+y,\ x \vee y, 1$;

h) $x+y+z,\ xy, 0, 1$; i) $x \to y,\ \bar{x}$; j) $x \to y, 0$.

a) $x \vee y = \overline{\bar{x}\,\bar{y}}$, ya’ni diz’yunksiya amalini kon’yunksiya va inkor amallari orqali ifodalash mumkin. Demak, $\{xy,\ \bar{x}\}$ funksiyalar sistemasi to‘liqdir;

b) $xy = \overline{\bar{x} \vee \bar{y}}$ ekanligi ma’lum. Demak, istalgan mantiqiy funksiyani diz’yunksiya va inkor amallari orqali ifodalasa bo‘ladi. Shuning uchun $\{x \vee y,\ \bar{x}\}$ funksiyalar sistemasi to‘liqdir;

d) mantiq algebrasining ixtiyoriy funksiyasini yagona Jegalkin ko‘phadi ko‘rinishiga keltirish mumkin bo‘lgani uchun $\{xy,\ x+y,\ 1\}$ funksiyalar sistemasi to‘liqdir.

e) va f) mantiq algebrasidagi istalgan funksiyani $\psi(x,y) = \overline{xy}$ va $\varphi(x,y) = \overline{x \vee y}$ Sheffer funksiyalari orqali ifodalash mumkin. Haqiqatan ham, $\bar{x} = \varphi(x,x)$,

$$x \vee y = \overline{\overline{x \vee y}} = \overline{\varphi(x,y)} = \varphi(\varphi(x,y), \varphi(x,y))$$

va

$$xy = \varphi(\bar{x}, \bar{y}) = \varphi(\varphi(x,x), \varphi(y,y))$$

asosiy mantiqiy amallarni Sheffer funksiyasi orqali ifodalash mumkin. Demak, $\{\overline{x \vee y}\}$ va $\{\overline{xy}\}$ funksiyalar sistemalari to‘liqdir.

g) $x \vee y = xy + x + y$ bo‘lgani uchun $x \vee y + (x+y) = xy$ bo‘ladi. $\{xy, x+y, 1\}$ to‘liq sistema ekanligi d) bandda isbot qilingan edi, demak, $\{x+y, x \vee y, 1\}$ sistema to‘liqdir.

Xuddi shunday qolgan h), i) va j) funksiyalar sistemalarining to‘liqligini ham isbot qilish mumkin. Bu ish o‘quvchiga havola qilinadi. ■

1- teorema. *Agar $\Phi = \{\varphi_1,...,\varphi_n\}$ funksiyalar sistemasi to‘liq bo‘lsa, u holda unga ikki taraflama bo‘lgan $\Phi^* = \{\varphi_1^*,...,\varphi_n^*\}$ funksiyalar sistemasi ham to‘liq bo‘ladi.*

Isboti. Φ^* sistemaning to‘liqligini isbotlash uchun istalgan $f(x_1,...,x_n)$ funksiyani Φ^* sistemasidagi funksiyalar superpozitsiyasi orqali ifodalash mumkinligini ko‘rsatish kerak. Buning uchun avval f^* funksiyani $\Phi = \{\varphi_1,...,\varphi_n\}$ sistemadagi funksiyalar orqali ifodalaymiz (Φ sistema to‘liq bo‘lgani uchun bu protsedurani bajarish mumkin). Keyin ikki taraflama qonunga asosan ikki taraflama funksiyalar superpozitsiyasi orqali f funksiyani hosil qilamiz. ■

2- misol. Quyidagilar to‘liq funksiyalar sistemasi emasligini isbotlaymiz:

a) $\bar{x}, 1$; b) $xy,\ x \vee y$; d) $x + y,\ \bar{x}$;

e) $xy \vee yz \vee xz,\ \bar{x}$; f) $xy \vee yz \vee xz,\ 0, 1$.

a) $\bar{x} = x + 1$ bo‘lgani uchun $\{\bar{x}, 1\}$ sistemadagi funksiyalar bir argumentli funksiyalar bo‘ladi. Bizga ma’lumki, bir argumentli funksiyalarning superpozitsiyasi natijasida hosil qilingan funksiya ham bir argumentli funksiya bo‘ladi. Natijada, bu sistemadagi funksiyalar orqali ko‘p argumentli funksiyalarni ifodalab bo‘lmaydi. Shuning uchun $\{\bar{x}, 1\}$ – to‘liq funksiyalar sistemasi emas.

b) $\{xy,\ x \vee y\}$ sistemadagi funksiyalarning ikkalasi ham monotondir. Monoton funksiyalarning superpozitsiyasi orqali hosil qilingan funksiya ham monoton bo‘lishi isbotlangan edi. Demak, bu ikkala funksiyaning superpozitsiyasi orqali monoton bo‘lmagan funksiyalarni ifodalash mumkin emas va natijada, $\{xy,\ x \vee y\}$ – to‘liq funksiyalar sistemasi emas.

d) $\{x + y,\ \bar{x}\}$ sistemadagi funksiyalar chiziqli funksiyalardir. Shuning uchun bu funksiyalar orqali chiziqlimas funksiyalarni ifodalab bo‘lmaydi. Demak, $\{x + y,\ \bar{x}\}$ – to‘liq funksiyalar sistemasi emas.

e) $\{xy \vee yz \vee xz,\ \bar{x}\}$ sistemadagi funksiyalar o‘z-o‘ziga ikki taraflama funksiyalardir. Bu funksiyalarning superpozitsiyasidan hosil qilingan har qanday funksiya ham o‘z-o‘ziga ikki taraflama funksiya bo‘ladi. Demak, $\{xy \vee yz \vee xz,\ \bar{x}\}$ – to‘liq funksiyalar sistemasi emas.

f). $\{xy \vee yz \vee xz,\ 0, 1\}$ sistemadagi funksiyalarning hammasi monoton funksiyalardir. Monoton emas funksiyalar bu sistemadagi funksiyalar orqali ifodalanmaydi. Demak, $\{xy \vee yz \vee xz,\ 0, 1\}$ – to‘liq funksiyalar sistemasi emas. ■

2- misol tahlilidan quyidagi xulosa kelib chiqadi. Berilgan Φ funksiyalar sistemasining to‘liq emasligini isbotlash uchun sistemadagi funksiyalarning shunday umumiy xususiyatini topish kerakki, bu xususiyat funksiyalar superpozitsiyasi natijasida saqlansin. Haqiqatan ham, u holda bunday xususiyatga ega bo‘lmagan funksiyani Φ sistemadagi funksiyalar superpozitsiyasi orqali hosil qilib bo‘lmaydi.

Funksiyalarning bunday xususiyatlarini tekshirish uchun odatda **funksional yopiq sinf** tushunchasidan foydalaniladi.

2- ta’rif. *Agar A sistemadagi funksiyalar superpozitsiyasidan hosil bo‘lgan funksiya ham shu sistemaning elementi bo‘lsa, u holda bunday sistema **superpozitsiyaga nisbatan yopiq sistema** deb ataladi.*

3- ta’rif. *Mantiq algebrasining superpozitsiyaga nisbatan yopiq bo‘lgan har qanday funksiyalar sistemasi **funksional yopiq sinf** deb ataladi.*

Ravshanki, muayyan xususiyatga ega bo‘lgan funksiyalar sistemasi funksional yopiq sinfni tashkil etadi va, aksincha, ma’lum funksional yopiq sinfga kiruvchi funksiyalar bir xil xususiyatga ega bo‘lgan funksiyalardir. Quyidagi funksiyalar sistemasi funksional yopiq sinflarga misol bo‘la oladi:

a) bir argumentli funksiyalar sinfi;

b) mantiq algebrasining hamma funksiyalari sinfi;

d) L – chiziqli funksiyalar sinfi;

e) S – o‘z-o‘ziga ikki taraflama funksiyalar sinfi;

f) M – monoton funksiyalar sinfi;

g) P_0 – nul qiymatni saqlovchi funksiyalar sinfi;

h) P_1 – bir qiymatni saqlovchi funksiyalar sinfi.

4-ta'rif. *Bo'sh sinfdan va mantiq algebrasining hamma funksiyalari to'plamidan farq qiluvchi funksional yopiq sinf* ***xususiy funksional yopiq sinf*** *deb ataladi.*

Shunday qilib, funksiyalar sistemasining to'liq bo'lishi uchun bu sistemada har qanday xususiy funksional yopiq sinfga kirmaydigan funksiya topilishi yetarli va zarurdir.

5- ta'rif. *O'z-o'zidan va mantiq algebrasining hamma funksiyalari sinfidan* (P_2 *dan*) *farq qiluvchi funksional yopiq sinflarga kirmaydigan xususiy funksional yopiq sinf* ***maksimal funksional yopiq sinf*** *deb ataladi.*

Mantiq algebrasida hammasi bo'lib beshta maksimal funksional yopiq sinf mavjud. Bular quyidagilardir: P_0, P_1, M, S, L.

13.2. Post[25] teoremasi. E. L. Post tomonidan funksiyalar sistemasi to'liqligining yetarli va zarur shartlari topilgan.

Post teoremasi. $\Phi = \{\varphi_1,...,\varphi_n\}$ *funksiyalar sistemasi to'liq bo'lishi uchun bu sistemada* P_0, P_1, M, S, L *maksimal funksional yopiq sinflarning har biriga kirmaydigan kamida bitta funksiya mavjud bo'lishi*

yetarli va zarur (ya'ni $\Phi = \{\varphi_1,...,\varphi_n\}$ *funksiyalar sistemasi faqat* P_0, P_1, M, S, L *maksimal funksional yopiq sinflardan birortasining ham qism to'plami bo'lmaganda va faqat shundagina to'liq sistema bo'ladi).*

Post jadvali

	P_0	P_1	S	L	M
φ_1					
φ_2					
...	...	...	...	...	...
φ_n					

Isboti. Zarurligi. $\Phi = \{\varphi_1,...,\varphi_n\}$ to'liq sistema (ya'ni $[\Phi] = P_2$) va F maksimal funksional yopiq sinflarning birortasi bo'lsin deb faraz qilamiz. U vaqtda F sinfning yopiqligini hisobga olib, $P_2[\Phi] \subseteq [F] = F$ munosabatni yozish mumkin, ya'ni $F = P_2$. Ammo bunday bo'lishi mumkin emas. Demak, $\Phi \subseteq F$ munosabat bajarilmaydi.

Yetarliligi isbotini o'quvchiga havola etamiz. ■

Natija. *Mantiq algebrasidagi har qanday funksional yopiq sinf* P_0, P_1, M, S, L *maksimal funksional yopiq sinflardan birortasining qism to'plami bo'ladi.*

Amalda berilgan $\Phi = \{\varphi_1,...,\varphi_n\}$ funksiyalar sistemasining to'liq yoki to'liq emasligini aniqlash uchun **Post jadvali** deb ataluvchi jadvaldan foydalaniladi. Post jadvali quyida keltirilgan.

Jadvalning xonalariga o'sha satrdagi funksiya funksional yopiq sinflarning elementi bo'lsa "+" ishora, bo'lmasa "–" ishorasi qo'yiladi. $\Phi = \{\varphi_1,...,\varphi_n\}$ sistema to'liq funksiyalar sistemasi bo'lishi uchun, Post teoremasiga asosan, jadvalning har bir ustunida kamida bitta "–" ishorasi bo'lishi yetarli va zarur.

$\Phi = \{\varphi_1,...,\varphi_n\}$ funksiyalar sistemasi to'liq bo'lmasligi uchun P_0, P_1, M, S, L maksimal funksional yopiq sinflardan birortasining qism to'plami bo'lishi, ya'ni Post jadvalining biror ustunidagi barcha ishoralar "+" bo'lishi kerak.

[25] Post (Post Emil Leon, 1897 (Polsha) – 1954) – AQSh matematigi, mantiqchisi.

Funksiyalar sistemasining to‘liqligi tushunchasi bilan sinfning (to‘plamning) **yopig‘i** tushunchasi o‘zaro bog‘langan.

6-ta’rif. *A bilan P_2 (nta argumentli mantiq algebrasining hamma funksiyalarini o‘z ichiga olgan) to‘plamning biror qism to‘plamini belgilaymiz. A to‘plam funksiyalarning superpozitsiyasidan hosil qilingan hamma Bul funksiyalari to‘plami (A to‘plam funksiyalari orqali ifodalangan hamma bul funksiyalari to‘plami) A to‘plamning* ***yopig‘i*** *deb aytiladi va $[A]$ kabi belgilanadi.*

3-misol. 1. $A = P_2$ bo‘lsin, u holda $[A] = P_2$ bo‘ladi.

2. $A = \{1, x_1 + x_2\}$ bo‘lsin, u holda A to‘plamning yopig‘i barcha chiziqli funksiyalar to‘plamidan (ya’ni, L to‘plamdan) iborat bo‘ladi. ■

1- jadval

		P_0	P_1	S	L	M
a)	0	+	–	–	+	+
	xy	+	+	–	–	+
	$x+y+z$	+	+	+	+	–
b)	1	–	+	–	+	+
	xy	+	+	–	–	+
	$x+y+z$	+	+	+	+	–
d)	$\{\bar{x}\,\bar{y} \vee \bar{x}\,\bar{z} \vee \bar{y}\,\bar{z}\}$	–	–	+	–	–
e)	0	+	–	–	+	+
	1	–	+	–	+	+
	$x+y$	+	–	–	+	–
f)	0	+	–	–	+	+
	1	–	+	–	+	+
	xy	+	+	–	–	+

To‘plam yopig‘i quyidagi xossalarga ega:

1) $[A] \supseteq A$;

2) $[[A]] = [A]$;

3) agar $A_1 \subseteq A_2$ bo‘lsa, u holda $[A_1] \subseteq [A_2]$ bo‘ladi;

4) $[A_1 \cup A_2] \supseteq [A_1] \cup [A_2]$. ■

7-ta’rif. *Agar $[A] = A$ bo‘lsa, u holda A to‘plam (sinf)* ***funksional yopiq sinf*** *deb ataladi.*

4-misol. 1. $A = P_2$ funksional yopiq sinfdir.

2. $A = \{1, x_1 + x_2\}$ funksional yopiq sinf emas.

3. L funksional yopiq sinfdir. ■

Osongina ko‘rish mumkinki, har qanday $[A]$ funksional sinf yopiq sinf bo‘ladi. Bu hol ko‘pgina funksional yopiq sinflarni topishga yordam beradi.

To‘plam yopig‘i va yopiq sinf tilida funksiyalar sistemasining to‘liqligi ta’rifini (avvalgi ta’rifga ekvivalent bo‘lgan ta’rifni) berish mumkin.

8-ta’rif. *Agar $[A] = P_2$ bo‘lsa, u holda A funksiya-lar sistemasi* ***to‘liq*** *deb ataladi.*

5- misol. Quyidagi funksiyalar sistemalarining to‘liq emasligini Post jadvali vositasida isbot qilamiz (1- jadvalga qarang).

a) $\Phi_1 = \{0,\ xy,\ x+y+z\}$; b) $\Phi_2 = \{1, xy, x = y+z\}$;

d) $\Phi_3 = \{\bar{x}\,\bar{y} \vee \bar{x}\,\bar{z} \vee \bar{y}\,\bar{z}\}$; e) $\Phi_4 = \{0, 1, x+y\}$;

f) $\Phi_5 = \{0, 1, xy\}$.

Post jadvalidan ko‘rinib turibdiki, yuqorida keltirilgan barcha funksiyalar sistemalari to‘liq emas, chunki har bir sistema uchun jadvalda bitta ustun faqatgina “+” ishoralaridan iborat. Shuni ham ta’kidlash kerakki, har bir sistema uchun bu ustunlar har xil.

Demak, Post teoremasi shartidan P_0, P_1, M, S, L maksimal funksional yopiq sinflarning birortasini ham olib tashlash mumkin emas. Bu xulosadan, o‘z navbatida, P_0, P_1, M, S, L maksimal funksional yopiq sinflarning birortasi ham boshqasining qism to‘plami bo‘la olmasligi kelib chiqadi. ■

5-ilova

XULOSA

1. Funksiyalar sistemasining to’liqligi tushunchasi maliy jihatdan muhim ahamiyatga ega ekanligi ko’rsatildi.
2.Funksional yopiq sinflarnig ta’rifiga ko’ra, 0 va 1 saqlovchi hamda monoton, o’z-o’ziga qo’shma, chiziqli funksiyalar xususiyati o’rganildi;
3. Post teoremasi natijalarini amaliy tadbiqi o’rganildi.

6-ilova

Insert texnikasi bo`yicha mavzuni o`qib chiqing va jadvalni to`ldiring.

№	Asosiy tushunchalar	Belgi
1.	To‘liq funksiyalar sistemasi.	
2.	Ikki taraflama funksiyalar sistemasining to‘liq bo‘lish sharti.	
3.	Yopiq sinflar.	
4.	Xususiy funksional, maksimal funksional yopiq sinf.	
5.	Post teoremasi.	
6.	To‘plam yopig‘i.	
7.	Post jadvali.	

Insert jadvali qoidasi

√ – avval olgan bilimiga to’g’ri keladi.
\+ – yangi ma’lumot
-- – olgan bilimiga qarama-qarshi
? – tushunarsiz (aniqlanishi zarur bo’lgan ma’lumotlar)

Sinov savollari

1. Quyidagi funksiyalar sistemalarining har biri funksional yopiq sinf bo‘lishini isbot qiling:
   a) bir argumentli funksiyalar;
   b) mantiq algebrasining hamma funksiyalari;
   d) $x+y+z,\ xy, 0, 1$; e) $x \to y,\ \bar{x}$; f) $x \to y, 0$;
   g) L; h) S; i) M; j) P_0; k) P_1.
2. Agar $\Phi = \{\varphi_1, ..., \varphi_n\}$ va $F = \{f_1, ..., f_n\}$ funksional yopiq sinflar bo‘lsa, u holda $\Phi \cap F$ va $\Phi^* = \{\varphi_1^*, ..., \varphi_n^*\}$ ham funksional yopiq sinflar bo‘lishini, $\Phi \cup F$ esa funksional yopiq sinf bo‘lmasligini isbotlang.
3. Quyidagi maksimal funksional yopiq P_0, P_1, S, L, M sinflarning har biri boshqasining qism to‘plami bo‘lmasligini isbotlang.
4. Har qanday xususiy funksional yopiq sinf P_0, P_1, S, L, M maksimal funksional yopiq sinflardan birortasining qism to‘plami bo‘lishini isbotlang.
5. Nol saqlamaydigan funksiya yo nomonoton funksiya, yoki o‘z-o‘ziga ikki taraflama bo‘lmagan funksiya ekanligini isbotlang.
6. Post teoremasining isbotini keltiring.

Mustaqil ishlash uchun savollar

1. To‘liq funksiyalar sistemasi deb nimaga aytiladi?
2. Funksional yopiq sinflar va xususiy funksional yopiq sinflar bir-biridan nima bilan farq qilishadi?
3. Maksimal funksional yopiq sinf nima?
4. Post teoremasi qanday isbotlanadi?
5. Post teoremasining natijasini bilasizmi?
6. To‘plam yopig‘i deganda nimani tushunasiz?
7. Post jadvalidan qanday foydalanish mumkin?

6-MAVZU	**MATEMATIK MANTIQNING DISKRET TEXNIKAGA TATBIQLARI. FUNKSIONAL ELEMENTLAR VA ULARDAN SXEMALAR YASASH.**

Mavzuning texnologik modeli

O`quv soati – 2 soat	*Talabalar soni: 50* ta
O`quv mashg`ulot shakli	Axborotli ma`ruza
Ma`ruza rejasi	1. Funksional elementlar. 2. Sxema yasash usullari. 3. Funksional elementlar sistemasining to‘liqligi.
O`quv mashg`u-lotining maqsadi:	Matematik mantiqning diskret texnikaga tatbiqlari doirasida mulohazalar algebrasi funksiyalaiga mos funksional sxemalar tuzish va ukarni tekshirish jarayonini o’rganish.
Pedagogik vazifalar:	*O`quv faoliyati natijalari:*

1. Matematik mantiqning diskret texnika ga tatbiqlari va uning amaliy ahamiyati to'g'risida ma'lumotlar berish; 2.Funksional element ta'rifini berib, ular ning sinfalari va xususiyatini tushunti-rish; 3. Funksional elementlardan sxema yasash usullarini o'rgatish; 4. Funksional elementlar sistemasining to'liqligi tushunchasi asosida mukam-mal sxema yasash mumkinligini ko'rsatish.	1.Matematik mantiqning diskret texnikaga tatbiqlari va uning amaliy ahamiyatini bilish; 2.Funksional element ta'rifini bilgan holda ularning sinfalari va xususiyatini tushuntirib berish; 3. Funksional elementlardan sxema yasash usullarini o'rganish; 4.Funksional elementlar sistemasining to'liqligi tushunchasi asosida mukammal sxema yasash mumkinligini amalda bilish.
O`qitish vositalari	*O`UM, ma`ruza matni, kompyuter slaydlari, doska*
O`qitish usullari	*ma`ruza, Pinbord, aqliy hujum*
O`qitish shakllari	*Frontal, jamoaviy ish*
O`qitish sharoiti	*Texnik vositalar bilan ta`minlangan, guruhlarda ishlash usulini qo`llash mumkin bo`lgan auditoriya va jihozlari.*
Monitoring va baholash	*og`zaki savollar, blis-so`rov*

Mavzuning texnologik xaritasi

Ish bosqich-lari	**O`qituvchi faoliyatining mazmuni**	**Tinglovchi faoliyatining mazmuni**
1-bosqich. Mavzuga kirish (20 min)	1.16. O`quv mashg`uloti mavzusi, savollarni va o`quv faoliyati natijalarini, mustaqil ishlash uchun adabiyotlarni aytadi. 1.17. Baholash mezonlari (2- ilovada). 1.18. Pindbord usulida mavzu bo`yicha ma`lum bo`lgan tushunchalarni faollashtiradi. Pindbord usulida natijasiga ko`ra tinglovchilarning nimalarda adashishlari, xato qilishlari mumkinligining tashxizini amalga oshiradi (1-ilova). 1.3. Mavzuni jonlashtirish uchun savollar beradi (3-ilova).	Tinglaydilar. Tinglaydilar. Muhim tushunchalar daftarda qayd etiladi. Savollar beradilar. Tushunchalarni aytadilar
2 -bosqich. Asosiy qism (50 min)	2.1. Ma`ruza matnini tarqatadi, Reja va asosiy tushunchalar bilan tanishtiradi. 2.2.Ma`ruza rejasining hamma savollar bo`yicha tushuncha beradi. (4 - ilova). Ma`ruzada berilgan savollar yuzasidan umumlashtiruvchi xulosa beradi. (5 - ilova). 2.4. Tayanch iboralarga qaytiladi (Insert usuli) – 6-ilova. 2.5. Talabalar ishtirokida ular yana bir bor takrorlanadi, asosiy tushunchalarga kelinadi.	Tinglaydilar. UMKga qaraydilar Muhim tushunchalar daftarda qayd etiladi. Har bir tayanch tushuncha va iboralarni muhokama qiladilar.

3-bosqich. Yakunlovchi (10 min)	3.6. Mashg`ulot bo`yicha yakunlovchi xulosalar qiladi, olingan bilimlarning qayerda ishlatish mumkinligini ma`lum qiladi. 3.2. Darsda olingan bilimlar baholanadi 3.3. Mavzu bo`yicha bilimlarni chuqurlashtirish uchun adabiyotlar ro`yxatini beradi. 3.4. Mustaqil ish topshiriqlarini va uning baholash mezonini beradi. Keyingi mazvuga tayyorlanib kelish uchun savollar beradi.	Savollar beradilar. O`UMga qaraydilar. Vazifalarni yozib oladilar.

REJA - TOPSHIRIQ

Reja:	1. Funksional elementlar. 2. Sxema yasash usullari. 3. Funksional elementlar sistemasining to‘liqligi	
Mashg`ulotning maqsadi: Matematik mantiqning diskret texnikaga tatbiqlari doirasida mulohazalar algebrasi funksiyalaiga mos funksional sxemalar tuzish va ukarni tekshirish jarayonini o’rganish.		
Talabalarning o`quv faoliyati natijalari: 1.Matematik mantiqning diskret texnikaga tatbiqlari va uning amaliy ahamiyatini tushunadilar; 2.Funksional element ta’rifini bilgan holda ularning sinfalari va xususiyatini tushuntirib beraodilar; 3.Funksional elementlardan sxema yasash usullarini o’rganadilar; 4.Funksional elementlar sistemasining to‘liqligi tushunchasi asosida mukammal sxema yasash mumkinligini amalda bajarib ko’radilar.		
Mustaqil tayyorgarlik uchun topshiriq: 1. Topshiriq (1-ilova). Mashqlar 2. Topshiriq (2-ilova). Sinov savollari		
Nazorat shakli: • kuzatuv; • o`quv topshiriqlarini bajarish; • savollarga javob berish.	*Eng yuqori ball:* ______ (tezkor – so`rovga to`g`ri javob) *Haqiqiy ball:* ______	*O`qituvchi imzosi:*

6-MAVZU	MATEMATIK MANTIQNING DISKRET TEXNIKAGA TATBIQLARI. FUNKSIONAL ELEMENTLAR VA ULARDAN SXEMALAR YASASH.

Reja:

4. Funksional elementlar.
5. Sxema yasash usullari.
6. Funksional elementlar sistemasining to‘liqligi.

Tayanch iboralar: **Funksional element, qurilma, sxema yasash usullari, funksiyaning realizatsiyasi, matematik induksiya metodi, soxta kirish, funksional elementlar sistemasining to‘liqligi, sikl.**

Foydalanilgan adabiyotlar:

1.Тўраев Ҳ.Т., Математик мантиқ ва дискрет математика, Тошкент: Ўқитувчи нашриёти, 2003, 378 б.

2.Лихтарников Л.М., Сукачева Т.Г., Математическая логика. Курс лекций. Задачник-практикум и решения, Санк-Петербург: ЛАНЬ, 1999, 286 с.
3. Гаврилов Г.П., Сапоженко А.А. Сборник задач по дискретной математике. Учебное пособие. Москва: Наука.
4. Искандаров Р.И., Математик логика элементлари, Самарқанд: СамДУ, 1970, 324 б.

1-ilova

Baholash mezoni:

- Har bir savol javobiga - 2 ball;
- Har bir qo`shimcha mustaqil fikrga - 2 ball;
- Har bir javobni to`ldirishga - 1 ball.

2-ilova

Pinbord

Pinbord (inglizchadan: *pin*- mahkamlash, *board* – yozuv taxtasi) munozara usullari yoki o’quv suhbatini amaliy usul bilan moslashdan iborat.

Ta`lim beruvchi:

→ Taklif etilgan muammoni yechishga o`z nuqtai nazarini bayon qiladi.

→ Ommaviy to`g`ri aqliy hujumni tashkillashtiradi.

Ta`lim oluvchilar quyidagi g`oyalarni:

→ Taklif etadilar, muhokama qiladilar, baholaydilar eng ko`p maqbul (samarali va boshqa g`oyalarni tanlaydilar va ularni qog`oz varag`iga asosiy so`zlar ko`rinishida (2 so`zdan ko`p bo`lmagan) yozadilar va yozuv taxtasiga biriktiradilar (o`rgatuvchi tizimlar, oddiy va murakkab tizimlar, bir pog`onali va ko`p pog`onali tizimlar, hal kiiluvchi qoida).

→ Guruh a`zolari (ta`lim beruvchi tomonidan belgilangan 2-3 talaba yozuv taxtasiga chiqadilar va boshqalar bilan maslahatlashib:

– aniq xato yoki qaytariluvchi g`oyalarni saralaydilar (ATTlar, soha, tashqi faktor, axborot - tanuvchi avtomatik hisoblash qurilmasi, murakkab ATT, murakkab dinamik tizimlar)
– tortishuvlarni aniqlaydilar (aprior alfaviti, sinflashtirish, bir pog`anali, ko`p pog`onali tizimlar va farqlari);
– g`oyalarni tizimlashtirish mumkin bo`lgan belgilar bo`yicha aniqlaydilar;
– shu belgilar bo`yicha hamma g`oyalarni yozuv taxtasida guruhlaydilar (kartochka/ varaqlar).

Ta`lim beruvchi:

→Umumlashtiradi va ish natijalarini baholaydi.

3-ilova

Mavzuni jonlashtirish uchun savollar:

1. Funksional elementnima ?
2. Sxema nima ?
3. Sxema qanday tuziladi ?
4. Sxemaning matematik induksiya bo’yicha ta’rifi.
5. Funksional elementlar sistemasining to‘liqligi haqidagi teorema.

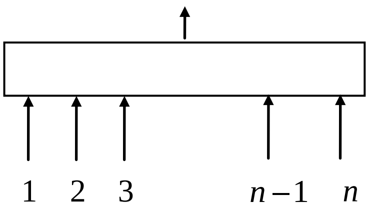
4-ilova

Funksional elementlar va ulardan sxemalar yasash

Funksional elementlar. Biror qurilma berilgan bo‘lsin, uning ichki tarkibi bizni qiziqtirmaydi. Qurilmaning n ta tartiblangan (masalan, 1dan $n$gacha raqamlangan) “kirishi” va bitta “chiqishi” bo‘lsin (1- shakl).

Qurilmaning har bir kirishiga ikki xil signal berish mumkin (elektr toki bor yoki elektr toki yo‘q). Bu signallarni mos ravishda 1 va 0 bilan belgilaymiz. Qurilma kirishlariga berilgan har bir signallar majmuasi uchun uning chiqishida bitta signal paydo bo‘ladi (1 yoki 0). Chiqishdagi signalning qiymati kirishlarga berilgan signallar majmuasiga bog‘liq bo‘ladi. Shunday aniqlangan qurilmaga biz **funksional element** deb ataymiz.

Ma’lumki, har bir funksional elementga mantiq algebrasining bitta $f(x_1,...,x_n)$ funksiyasi to‘g‘ri keladi, bu holda **har bir funksional element mantiq algebrasining bitta funksiyasini realizatsiya qiladi** deb aytamiz. Buning uchun kirishning har bir i raqamiga x_i $(1 \le i \le n)$ o‘zgaruvchini mos



1- shakl

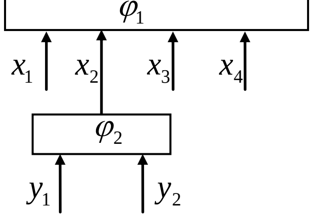
qilib qo‘yamiz.
U holda o‘zgaruvchilarning har bir $a_1,...,a_n$ qiymatlar majmuasiga $f(x_1,...,x_n)$ funksiyaning 0 yoki 1ga teng $f(a_1,...,a_n)$ qiymati mos keladi.

Funksional elementlar va ulardan sxemalar yasash. Agar $\varphi_1,...,\varphi_n$ funksional elementlar mavjud bo‘lsa, u holda ulardan yangi murakkab funksional elementlarni quyidagicha yasash mumkin.

1. Birorta funksional elementning kirishini ikkinchi bir funksional elementning chiqishi bilan tutashtirish natijasida murakkab funksional element hosil qilish mumkin (2- shakl).

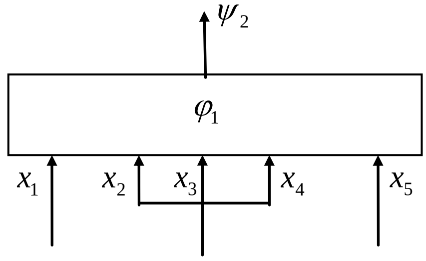
Hosil qilingan qurilmani yangi funksional element deb qabul qilish mumkin. Bu funksional elementning chiqishi φ_1 elementning chiqishidan, kirishlari esa, φ_1 va φ_2 elementlarning ozod kirishlaridan iborat bo‘ladi. Agar yangi hosil bo‘lgan qurilmaning kirishlariga signallar majmuasini yuborsak, u holda φ_1 elementning ozod kirishlariga signallar bir vaqtda yetib boradi, qolgan(lar)iga bo‘lsa, φ_2 elementning chiqishidagi signal tushadi.

2. Biror funksional elementning ikki va undan ortiq kirishlarini aynan tutashtirish natijasida yangi murakkab funksional element hosil qilish mumkin (3- shakl). Bu funksional elementning chiqishi φ_1 elementning chiqishidan iborat, kirishlari esa, tutashtirilmagan kirishlardan va aynan tutashtirilgan kirishlarga mos keladigan bitta kirishdan iboratdir.



2- shakl

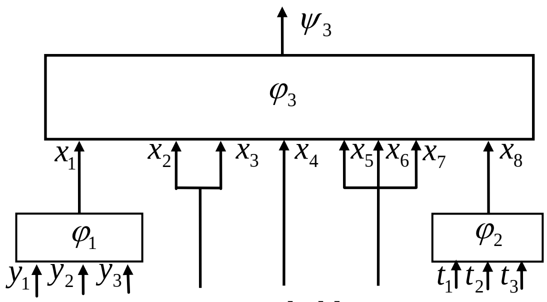
3. Uchinchi usul birinchi va ikkinchi usullarning kombinatsiyasidan iborat. Masalan, qandaydir φ elementning biror kirishiga φ_1 elementning chiqishi, boshqa kirishiga φ_2 elementning chiqishi ulanadi va ayrim kirishlari aynan tenglashtiriladi va hokazo (4- shakl).



3- shakl

Hosil bo‘lgan yangi murakkab funksional elementga birinchi va ikkinchi usullarni qo‘llab, yana yangi murakkab funksional elementga ega bo‘lamiz. Shu jarayonni cheksiz davom ettirish mumkin.

Agar $\varphi_1, \varphi_2, ..., \varphi_n$ funksional elementlar mos ravishda $f_1, f_2, ..., f_n$ funksiyalarni realizatsiya qilsa, u holda hosil bo‘lgan yangi murakkab funksional element realizatsiya qiladigan funksiya



4- shakl

$f_1, f_2, ..., f_n$ funksiyalarning superpozitsiyasidan iborat bo‘ladi.

Haqiqatan ham, agar biror S_i funksiyani realizatsiya qiladigan φ_i elementning kirishiga f_i funksiyani realizatsiya qiladigan φ_j elementning chiqishi ulangan bo‘lsa, u holda f_i funksiyaning o‘sha kirishiga mos bo‘lgan argumenti o‘rniga f_i funksiyani keltirib qo‘yishimiz kerak. Hamma aynan tutashtirilgan kirishlar o‘rniga ularga mos kelgan faqat bitta argument qo‘yish kerak, shuning uchun 2- shaklga asosan, φ_1 funksional element realizatsiya qiladigan $f(x_1, x_2, x_3, x_4)$ funksiyaning x_2 argumenti o‘rniga φ_2 funksional element realizatsiya qiladigan $f_1(y_1, y_2)$ funksiyani keltirib qo‘yish kerak. Natijada, $f(x_1, f_1(y_1, y_2), x_3, x_4) = \psi_3(x_1, x_3, x_4, y_1, y_2)$ funksiyani realizatsiya qiladigan murakkab funksional elementga ega bo‘lamiz, ψ_1 funksiyasi esa, ta’rifga asosan, f va f_1 funksiyalar superpozitsiyasi mahsulidir. 3- shakldagi funksional element $f(x_1, x_2, x_2, x_4, x_5) = \psi_2(x_1, x_2, x_5)$ funksiyani, 4- shakldagi funksional element esa

$$f(x_1, x_2, x_2, x_4, x_5, x_6, x_7, x_7, x_7, x_8) =$$
$$= f(x_1, x_2, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8) =$$
$$= f(\varphi_1(y_1, y_2), x_2, x_4, x_5, \varphi_2(t_1, t_2, t_3)) =$$
$$= \psi_3(x_2, x_5, y_1, y_2, t_1, t_2, t_3)$$

funksiyani realizatsiya qiladi. Demak, ψ_1 funksiya f va f_1 funksiyalar, ψ_2 funksiya f funksiya va ψ_3 funksiya esa f, f_1, f_2, f_3 funksiyalarning superpozitsiyasidir.

Birinchi va ikkinchi usullarni qo‘llash natijasida hosil qilingan qurilmalar **sxemalar** (**to‘g‘ri sxemalar**) deb ataladi.

Endi sxemaning induksiya metodiga asoslangan ta’rifini beraylik.

1- ta'rif. *a) Har qanday funksional element sxema bo'ladi. Uning kirishi funksional elementning kirishidan, chiqishi esa uning chiqishidan iborat bo'ladi;*

b) agar S_0 sxema va uning ikkita kirishi aynan tutashtirilgan bo'lsa, u holda hosil bo'lgan S qurilma ham sxema bo'ladi. S ning chiqishi S_0 ning chiqishidan va S ning kirishlari bo'lsa, S_0 ning tutashtirilmagan kirishlaridan va aynan tutashtirilgan ikkita kirishga mos kelgan kirishdan iborat bo'ladi;

d) agar S_0 va S_1 sxemalar bo'lsa, u holda S_0 sxemaning birorta kirishiga S_1 sxemaning chiqishini ulash natijasida hosil bo'lgan S qurilma ham sxema bo'ladi. S sxemaning chiqishi S_0 sxemaning chiqishidan va uning kirishlari S_1 ning hamma kirishlaridan hamda S ning chiqishi bilan tutashtirilgan S_0 ning kirishidan tashqari ozod qolgan hamma kirishlaridan iboratdir;

e) ushbu ta'rifning b) va d) bandlarida tasvirlangan usullar orqali chekli qadamda har qanday sxemani funksional elementlardan yasash mumkin.

Bu ta'rif oldingi paragraflarda funksiyalar superpozitsiyasi haqida berilgan ta'rifdan shakli jihatdan birmuncha farq qiladi. Bu farq birinchi navbatda sxemaning rangi (funksional elementlardan sxema yasash uchun bajarilgan qadamlar soniga **sxemaning rangi** deb ataladi) tushunchasi kiritilmaganligi tufayli paydo bo'ldi. Ikkala ta'rifni taqqoslab tahlil qilishni o'quvchiga havola etamiz.

Endi mantiq algebrasining sxema realizatsiya qiladigan funksiyasini induksiya metodi orqali topaylik.

1. Induksiya asosi. Har bir funksional element bitta mantiq algebrasining funksiyasini realizatsiya qilishi aniqlangan.

2. Induktiv o'tish. a) Agar S_0 sxema $f(x_1, x_2, ..., x_n)$ funksiyani realizatsiya qilsa, u holda 1-ta'rifning b) bandi asosida qurilgan S_1 sxema aynan tutashtirilgan kirishlarga mos keladigan x_i, x_j argumentlarni aynan tenglashtirish natijasida hosil qilingan funksiyani realizatsiya qiladi;

b) $f(x_1, x_2, ..., x_n)$ funksiyani S_0 sxema va $\psi(y_1, y_2, ..., y_m)$ funksiyani S_1 sxema realizatsiya qilsin, bu yerda $x_1, x_2, ..., x_n, y_1, y_2, ..., y_m$ lar bir-biriga teng bo'lmagan o'zgaruvchilar bo'lsin. U holda 1- ta'rifning d) bandiga asosan qurilgan S sxema $f(x_1, ..., x_{i-1}, \psi(y_1, ..., y_m), x_{i+1}, ..., x_n)$ ni realizatsiya qiladi. Bu yerda $\psi(y_1, ..., y_m)$ funksiya f funksiyaning x_i argumenti o'rniga qo'yilgan.

Teng kuchli funksiyalarni bir xil funksional element realizatsiya qiladi deb qabul qilamiz. Buning uchun **soxta kirish** tushunchsiani kiritamiz.

2- ta'rif. *Agar φ funksional element realizatsiya qiladigan $f(x, y_1, ..., y_n)$ funksiyaning qiymati x argumentga mos kelgan kirish signalining qiymatiga (0 yoki 1ga) bog'liq bo'lmasa (ya'ni, x o'zgaruvchi $f(x, y_1, ..., y_n)$ ning soxta argumenti bo'lsa, u holda φ elementning x argumentga mos kirishi* ***soxta kirish*** *deb ataladi.*

3- ta'rif. *Faqatgina kirishlarning raqamlanish tartibi va soxta kirishlari bilan farq qiladigan funksional elementlar* ***ekvivalent funksional elementlar*** *deb ataladi.*

Demak, funksional elementni o'zgartirmasdan istalgancha soxta kirishlarni olib tashlash yoki qo'yish mumkin.

$\varPhi=(\varphi_1,\varphi_2,...,\varphi_n)$ sistema $\varphi_1,\varphi_2,...,\varphi_n$ funksional elementlar sistemasi va $F=(f_1,f_2,...,f_n)$ sistema $\varphi_1,\varphi_2,...,\varphi_n$ funksional elementlar mos ravishda realizatsiya qiladigan $f_1,f_2,...,f_n$ funksiyalar sistemasi bo‘lsin. $\varPhi=(\varphi_1,\varphi_2,...,\varphi_n)$ sistema qanday shartlarni qanoatlantirganda, mantiq algebrasining istalgan funksiyasini uning $\varphi_1,\varphi_2,...,\varphi_n$ funksional elementlaridan yasalgan sxema orqali realizatsiya qilish mumkinligi masalasini ko‘raylik.

4- ta’rif. *Mantiq algebrasidagi istalgan $f(x_1,x_1,...,x_n)$ funksiyani $\varPhi$ sistemadagi $\varphi_1,\varphi_2,...,\varphi_n$ funksional elementlardan yasalgan sxema orqali realizatsiya qilish mumkin bo‘lsa, bu funksional elementlar sistemasi **to‘liq sistema** deb ataladi.*

Biz yuqorida sxema realizatsiya qiladigan funksiya shu sxemani yasashda foydalanilgan funksional elementlar realizatsiya qiladigan funksiyalarning superpozitsiyasidan iborat ekanligini ko‘rgan edik. Demak, $F=\{f_1,f_2,...,f_n\}$ funksiyalar sistemasi Post teoremasining shartlarini qanoatlantirgan taqdirdagina, $\varPhi=(\varphi_1,\varphi_2,...,\varphi_n)$ sistemasidagi funksional elementlar orqali mantiq algebrasining istalgan funksiyasini realizatsiya qiladigan sxema yasashimiz mumkin ekan. Bu yerdan funksional elementlardan yasalgan sxemalar tili mantiq algebrasi funksiyalarining superpozitsiyasi tiliga ekvivalentligi kelib chiqadi.

1- misol. $F_1=\{xy,x\vee y,\bar{x}\}$ funksiyalar sistemasi to‘liq bo‘lganligi uchun, F_1ning elementlarini mos ravishda realizatsiya qiladigan $\varphi_1,\varphi_2,\varphi_3$ elementlardan iborat $\varPhi_1=\{\varphi_1,\varphi_2,\varphi_3\}$ sistema to‘liq bo‘ladi. ■

2- misol. $F_2=\{xy,x\vee y\}$ funksiyalar sistemasi to‘liq bo‘lmagani uchun, F_2ning elementlarini mos ravishda realizatsiya qiladigan φ_1,φ_2 elementlardan iborat $\varPhi_2=\{\varphi_1,\varphi_2\}$ sistema to‘liq bo‘lmaydi. ■

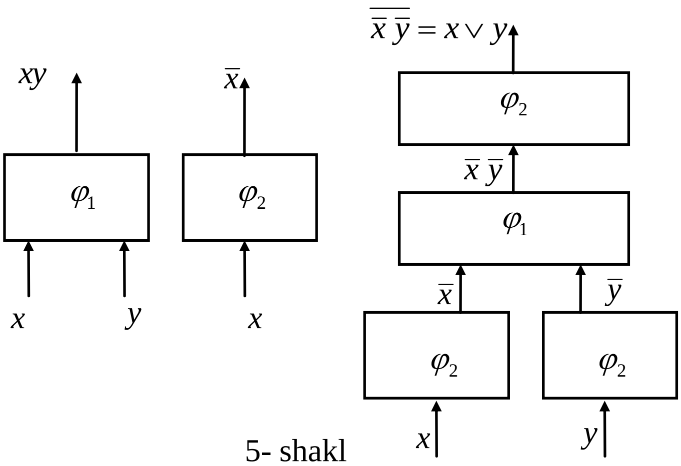
3- misol. $F_3=\{xy,\bar{x}\}$ funksiyalar sistemasi to‘liq bo‘lgani uchun, F_3ning elementlarini mos ravishda realizatsiya qiladigan φ_1,φ_3 elementlardan iborat $\varPhi_3=\{\varphi_1,\varphi_3\}$ sistema ham to‘liq bo‘ladi. ■

4- misol. $F_4=\{x\vee y,\bar{x}\}$ funksiyalar sistemasi to‘liq bo‘lgani uchun, F_4ning elementlarini mos ravishda realizatsiya qiladigan φ_2,φ_3 elementlardan iborat $\varPhi_4=\{\varphi_2,\varphi_3\}$ sistema ham to‘liq bo‘ladi. ■

5- misol. $\varPhi_1=\{\varphi_1,\varphi_2\}$ va $F_1=\{xy,\bar{x}\}$ bo‘lsin. φ_1 funksional element xy funksiyani, φ_2 esa $\bar{x}$ funksiyani realizatsiya qiladi. Bu funksional elementlar orqali $x\vee y$, $x\to y$, $x\leftrightarrow y$, $x+y$, 0 va 1 elementar funksiyalarni realizatsiya qilish talab etilsin.

1) $x\vee y$ funksiyani realizatsiya qilish uchun $x\vee y=\overline{\bar{x}\,\bar{y}}$ formuladan foydalanamiz. Agar $\varphi_2$ning kirishiga $\bar{x}\,\bar{y}$ signal bersak, u holda uning chiqishida $\overline{\bar{x}\,\bar{y}}=x\vee y$ signal paydo bo‘ladi. $\bar{x}\,\bar{y}$ signalni hosil qilish uchun φ_1 element kirishlarining biriga $\bar{x}$ va ikkinchisiga $\bar{y}$ signallarni beramiz. Natijada, uning chiqishida $\bar{x}\,\bar{y}$ signal paydo bo‘ladi va uni φ_2 ning kirishi bilan ulaymiz. $\bar{x}$ va $\bar{y}$ ni hosil qilish uchun ikkita φ_2 elementdan birining kirishiga x, ikkinchisining kirishiga esa y signal berib, ularning chiqishlari φ_1 ning kirishlari bilan ulanadi. Shunday qilib, 5- shaklda ifodalangan $(x\vee y)$ funksiyani realizatsiya qiladigan S_1 sxemaga ega bo‘lamiz.

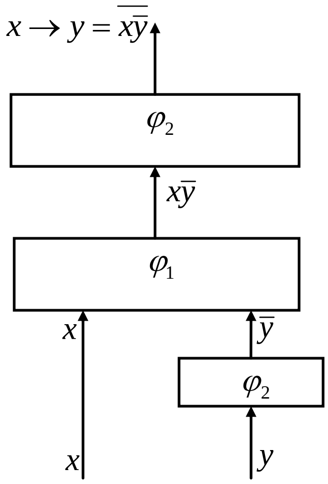
2) $x \to y$ funksiyani sxema orqali realizatsiya qilish uchun $x \to y = \bar{x} \vee y = \overline{x\bar{y}}$ formuladan foydalanamiz. Agar φ_2 elementning kirishiga $x\bar{y}$ signal berilsa, u holda uning chiqishida berilgan signalning inkori, ya'ni $\overline{x\bar{y}} = x \to y$ signal paydo bo'ladi. O'z navbatida $\overline{x\bar{y}}$ signalni hosil qilish uchun φ_1 element kirishlarining biriga x va ikkinchisiga $\bar{y}$ signalni berish kerak hamda uning chiqishini $x\bar{y}$ funksiyani realizatsiya qiladigan φ_2 elementning kirishiga ulash kerak. $\bar{y}$ signalni hosil qilish uchun φ_2 elementning kirishiga y signal berib, uning chiqishini $\varphi_1$ning ikkinchi kirishiga ulaymiz. Natijada, $x \to y = \overline{x\bar{y}}$ funksiyani realizatsiya qiladigan S_2 sxemaga ega bo'lamiz

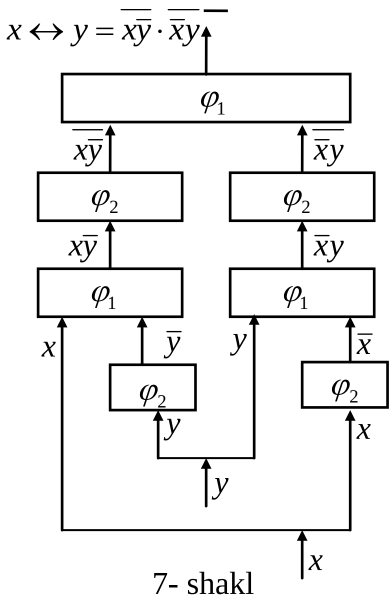


5- shakl

(6- shakl).

3) $x \leftrightarrow y$ funksiyani realizatsiya qiladigan sxemani yasash uchun $x \leftrightarrow y = (x \to y)(y \to x) = (\bar{x} \vee y)(x \vee \bar{y}) = \overline{x\bar{y}} \cdot \overline{\bar{x}y}$ formuladan foydalanamiz. Yuqorida aks ettirilgan uslubdan foydalanib, $x \leftrightarrow y = (\bar{x} \vee y)(x \vee \bar{y}) = \overline{x\bar{y}} \cdot \overline{\bar{x}y}$ funksiyani realizatsiya qiladigan S_3 sxemani hosil qilamiz (7- shakl).





6- shakl 7- shakl

4) 1 konstantani realizatsiya qilish uchun $x \vee \bar{x} = 1$ formuladan, 0ni realizatsiya qilish uchun esa $x\bar{x} = 0$ formulalardan foydalanamiz. Ularni realizatsiya qiladigan sxemalar 8- shaklda keltirilgan. ■

Yuqoridagi misollardan koʻrinib turibdiki, ixtiyoriy $f(x_1, x_2, ..., x_n)$ funksiyani sxema orqali realizatsiya qilish uchun:

1) berilgan Φ sistemadagi $\varphi_1, \varphi_2, ..., \varphi_n$ funksional elementlardan koʻp pogʻonali sxema tuzishga toʻgʻri keladi;

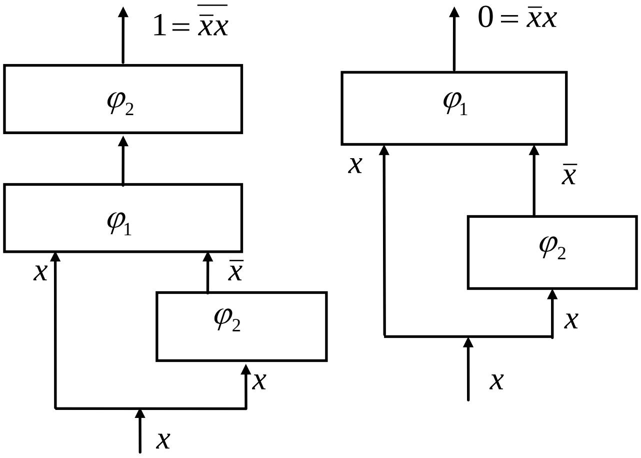
2) koʻp pogʻonali sxemani yuqoridan pastga qarab yasashga toʻgʻri keladi;

3) sxemaning ozod chiqishli funksional elementi kirishlariga shunday signallar majmuasini berish kerakki, uning chiqishida qurilayotgan sxema realizatsiya qilishi kerak boʻlgan f funksiyaga mos keladigan signal paydo boʻlsin;

4) sxemaning ichki funksional elementlari kirishlariga shunday signallar majmuasini berish kerakki, uning chiqishida kerakli signal paydo boʻlsin.

Berilgan qurilmaning sxema ekanligini uning ta'rifiga asosan aniqlash mumkin. Ammo sxema emasligini aniqlash uchun berilgan qurilmaning sxemaga loyiq boʻlgan xususiyatlarga ega emasligini koʻrsatish kerak boʻladi.

5-ta'rif. *$\varphi_1, \varphi_2, ..., \varphi_n$ funksional elementlar berilgan boʻlsin. Agar φ_1 elementning chiqishi φ_2 elementning kirishiga, φ_2 elementning chiqishi φ_3 elementning kirishiga va hokazo, φ_{k-1} elementning chiqishi φ_k elementning*



8- shakl

*kirishiga va φ_k elementning chiqishi φ_1 elementning kirishiga ulangan bo'lsa, u holda bunday qurilma **sikl** va **qurilmada teskari bog'lanish** bor deb aytiladi.*

Teorema. $\varphi_1, \varphi_2, ..., \varphi_n$ funksional elementlardan yasalgan S qurilma:

1) φ_i ($i=1,...,n$) elementlardan faqatgina bittasining chiqishi ozod bo'lsa;

2) har bir φ_i elementning kirishi faqatgina φ_j elementlardan bittasining chiqishi bilan ulangan bo'lsa;

3) S qurilmada sikl (teskari bog'lanish) mavjud bo'lmaganda va faqat shundagina sxema bo'ladi.

Teoremani isbot qilishni o'quvchilarga havola qilamiz.

5-ilova

XULOSA

1.Matematik mantiqning diskret texnikaga tatbiqlari va uning amaliy ahamiyatini o'rganildi;
2.Funksional element ta'rifiga ko'ra, ularning sinfalari va xususiyati o'rganildi;
3.Funksional elementlardan sxema yasash usullari o'rgananildi;
4.Funksional elementlar sistemasining to'liqligi tushunchasi asosida mukammal sxema yasash mumkinligini amaliyiti o'rganildi.

6-ilova

Insert texnikasi bo`yicha mavzuni o`qib chiqing va jadvalni to`ldiring.

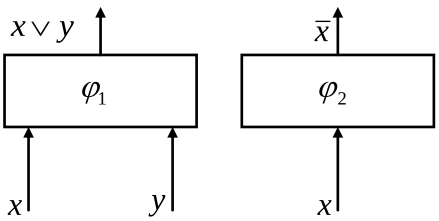
№	Asosiy tushunchalar	Belgi
1.	Funksional element	
2.	Qurilma.	
3.	Sxema yasash usullari.	
4.	Funksiyaning realizatsiyasi.	
5.	Soxta kirish.	
6.	Funksional elementlar sistemasi	
7.	Sxemaning matematik induksiya metodi bo‘yicha ta’rifi	

Insert jadvali qoidasi

√	–	avval olgan bilimiga to’g’ri keladi.
+	–	yangi ma’lumot
--	–	olgan bilimiga qarama-qarshi
?	–	tushunarsiz (aniqlanishi zarur bo’lgan ma’lumotlar)

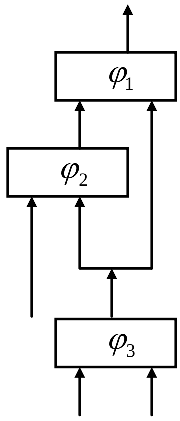
Sinov savollari

1. $F_2=\{x\vee y,\bar{x}\}$ sistemadagi funksiyalarni realizatsiya qiladigan $\Phi_2=\{\varphi_1,\varphi_2\}$ funksional elementlar sistemasi berilgan bo‘lsin (13- shakl). xy, $x\to y$, $x\leftrightarrow y$, $x+y$, 0 va 1 elementar funksiyalarni realilizasiya qiladigan sxemalar yasang.

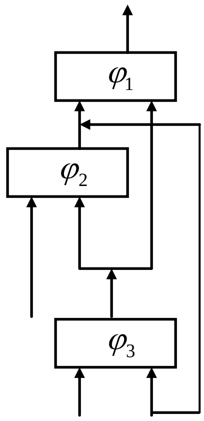


1- shakl

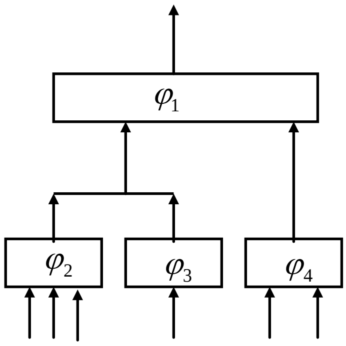
2. $F_1=\{\overline{xy}\}$ va $\Phi_1=\{\varphi_1\}$ hamda $F_2=\{\overline{x\vee y}\}$ va $\Phi_2=\{\varphi_2\}$ lar berilgan bo‘lsin. Hamma elementar funksiyalarni realizatsiya qiladigan sxemalarni avval φ_1 funksional element orqali, keyin φ_2 orqali yasang.
3. 14–18- shakllardagi funksional elementlardan tuzilgan qurilmalarning qaysilari sxema bo‘lishini aniqlang.
4. $\Phi=\{\varphi_1,\varphi_2\}$ bo‘lsin, bu yerda φ_1 funksional element $\overline{x\vee y}$ Sheffer funksiyasini va φ_2 funksional element x funksiyasini (ushlab turish elementini) realizatsiya qiladi. Mantiq algebrasining hamma elementar funksiyalarini realizatsiya qiladigan sxemalar yasang.
5. $\Phi=\{\varphi_1,\varphi_2\}$ bo‘lsin, bu yerda φ_1 funksional element $\overline{x\wedge y}$ Sheffer funksiyasini va φ_2 funksional element x funksiyasini (ushlab turish elementini) realizatsiya qiladi. $x\to y\to z$, $(x\vee y)\leftrightarrow z$, $xz\to y$, $(x\leftrightarrow y)\to z$, $(x\leftrightarrow y)\leftrightarrow z$, $(x\to y)\vee z$ funksiyalarni realizatsiya qiladigan sxemalar yasang.



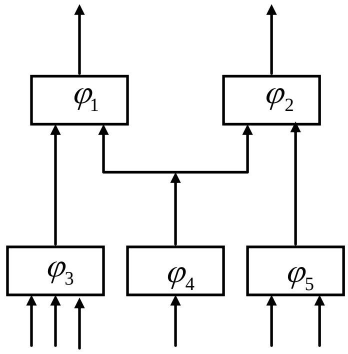
2- shakl



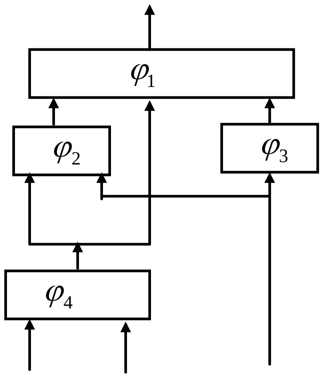
3- shakl



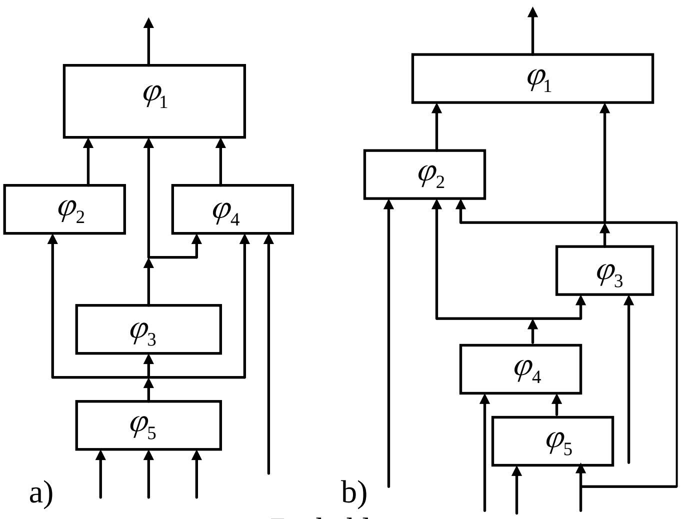
4- shakl



5- shakl



6- shakl



7- shakl

6. 7- shakldagi qurilmalarning qaysi biri sxema bo‘lishini aniqlang.

Mustaqil ishlash uchun savollar

1. Funksional elementlar va ulardan sxemalar yasashni bilasizmi?
2. Sxema matematik induksiya metodi vositasida qanday ta'riflanadi?
3. Funksional elementlar sistemasining to'liqligi haqidagi teoremani bilasizmi?
4. Sikl deb nimaga aytiladi?

7-MAVZU	**KO'PTAKTLI SXEMALAR. RELE – KONTAKTLI SXEMALAR. KONTAKTLI SXEMALAR VA ULARNING SINTEZI.CHEKLI AVTOMAT HAQIDA UMUMIY TUSHUNCHALAR. MILI VA MUR AVTOMATLARI.**

Mavzuning texnologik modeli

O`quv soati – 2 soat	*Talabalar soni: 4* ta
O`quv mashg`ulot shakli	Axborotli ma`ruza
Ma`ruza rejasi	1. Ko'ptaktli sxema. 2. Rele – kontaktli sxema. 3. Kontaktli sxemalar va ularning sintezi. 4. Chekli avtomat haqida umumiy tushunchalar. 5. Mili va Mur avtomatlari.
O`quv mashg`u-lotining maqsadi:	Ko'ptaktli sxemaning ta'rifini berish va funksional sxemalardan farqini tushuntirish, rele–kontaktli sxema va uning sintezini hosil qilish usullari ko'rsatish. Chekli avtomat haqida umumiy tushunchalar berish. Mili va Mur avtomatlarining tavsifi va ularnig qo'llanilish tamoyillari.
Pedagogik vazifalar:	*O`quv faoliyati natijalari:*
1.Ko'ptaktli sxemaning ta'rifini berish va funksional sxemalardan farqini tushuntirish. 2.Rele–kontaktli sxema va uning sintezini hosil qilish usullari ko'rsatish. 3.Chekli avtomat haqida umumiy tushunchalar berish. 4.Mili va Mur avtomatlarining tavsifi va ularning shartli farqlarini ko'rsatish.	1.Ko'ptaktli sxemaning ta'rifiga ko'ra, ularning funksional sxemalardan farqi o'rganiladi. 2.Rele–kontaktli sxemani sintez qilish o'rganiladi. 3.Chekli avtomat haqida umumiy tushunchalar hosil qilinadi. 4.Mili va Mur avtomatlarining tavsifiga ko'ra ularning shartli farqlari aniqlanadi.
O`qitish vositalari	*O`UM, ma`ruza matni, kompyuter slaydlari, doska*
O`qitish usullari	*ma`ruza, Pinbord, aqliy hujum*
O`qitish shakllari	*Frontal, jamoaviy ish*
O`qitish sharoiti	*Texnik vositalar bilan ta`minlangan, guruhlarda ishlash usulini qo`llash mumkin bo`lgan auditoriya va jihozlari.*
Monitoring va baholash	*og`zaki savollar, blis-so`rov*

Mavzuning texnologik xaritasi

Ish bosqich-lari	O`qituvchi faoliyatining mazmuni	Tinglovchi faoliyatining mazmuni
1-bosqich. Mavzuga kirish (20 min)	1.19. O`quv mashg`uloti mavzusi, savollarni va o`quv faoliyati natijalarini, mustaqil ishlash uchun adabiyotlarni aytadi. 1.20. Baholash mezonlari (2- ilovada). 1.21. Pindbord usulida mavzu bo`yicha ma`lum bo`lgan tushunchalarni faollashtiradi. Pindbord usulida natijasiga ko`ra tinglovchilarning nimalarda adashishlari, xato qilishlari mumkinligining tashxizini amalga oshiradi (1-ilova). 1.3. Mavzuni jonlashtirish uchun savollar beradi (3-ilova).	Tinglaydilar. Tinglaydilar. Muhim tushunchalar daftarda qayd etiladi. Savollar beradilar. Tushunchalarni aytadilar
2 -bosqich. Asosiy qism (50 min)	2.1. Ma`ruza matnini tarqatadi, Reja va asosiy tushunchalar bilan tanishtiradi. 2.2.Ma`ruza rejasining hamma savollar bo`yicha tushuncha beradi. (4 - ilova). Ma`ruzada berilgan savollar yuzasidan umumlashtiruvchi xulosa beradi. (5 - ilova). 2.4. Tayanch iboralarga qaytiladi (Insert usuli) – 6-ilova. 2.5. Talabalar ishtirokida ular yana bir bor takrorlanadi, asosiy tushunchalarga kelinadi.	Tinglaydilar. UMKga qaraydilar Muhim tushunchalar daftarda qayd etiladi. Har bir tayanch tushuncha va iboralarni muhokama qiladilar.
3-bosqich. Yakunlovchi (10 min)	3.7. Mashg`ulot bo`yicha yakunlovchi xulosalar qiladi, olingan bilimlarning qayerda ishlatish mumkinligini ma`lum qiladi. 3.2. Darsda olingan bilimlar baholanadi 3.3. Mavzu bo`yicha bilimlarni chuqurlashtirish uchun adabiyotlar ro`yxatini beradi. 3.4. Mustaqil ish topshiriqlarini va uning baholash mezonini beradi. Keyingi mazvuga tayyorlanib kelish uchun savollar beradi.	Savollar beradilar. O`UMga qaraydilar. Vazifalarni yozib oladilar.

REJA - TOPSHIRIQ

<table>
<tr><td>Reja:</td><td colspan="3">1. Ko’ptaktli sxemalar.
2. Rele – kontaktli sxemalar.
3. Kontaktli sxemalar va ularning sintezi.
4. Chekli avtomat haqida umumiy tushunchalar.
5. Mili va Mur avtomatlari.</td></tr>
<tr><td colspan="4">Mashg`ulotning maqsadi: Ko’ptaktli sxemaning ta’rifini berish va funksional sxemalardan farqini tushuntirish, rele–kontaktli sxema va uning sintezini hosil qilish usullari ko’rsatish. Chekli avtomat haqida umumiy tushunchalar berish. Mili va Mur avtomatlarining tavsifi va ularnig qo’llanilish tamoyillari.</td></tr>
<tr><td colspan="4">Talabalarning o`quv faoliyati natijalari:
1.Ko’ptaktli sxemaning ta’rifiga ko’ra, ularning funksional sxemalardan farqi o’rganiladi.
2.Rele–kontaktli sxemani sintez qilish o’rganiladi.
3.Chekli avtomat haqida umumiy tushunchalar hosil qilinadi.
4.Mili va Mur avtomatlarining tavsifiga ko’ra ularning shartli farqlari aniqlanadi.</td></tr>
<tr><td colspan="4">Mustaqil tayyorgarlik uchun topshiriq:
1. Topshiriq (1-ilova). Mashqlar
2. Topshiriq (2-ilova). Sinov savollari</td></tr>
<tr><td colspan="2">Nazorat shakli:
• kuzatuv;
• o`quv topshiriqlarini bajarish;<br>• savollarga javob berish.</td><td><i>Eng yuqori ball:</i><br>______ (tezkor – so`rovga to`g`ri javob)
Haqiqiy ball: ______</td><td>O`qituvchi imzosi:</td></tr>
</table>

7-MAVZU	KO'PTAKTLI SXEMALAR. RELE – KONTAKTLI SXEMALAR. KONTAKTLI SXEMALAR VA ULARNING SINTEZI.CHEKLI AVTOMAT HAQIDA UMUMIY TUSHUNCHALAR. MILI VA MUR AVTOMATLARI.

Reja:

1. Ko'ptaktli sxemalar.
2. Rele – kontaktli sxemalar.
3. Kontaktli sxemalar va ularning sintezi.
4. Chekli avtomat haqida umumiy tushunchalar.
5. Mili va Mur avtomatlari.

Tayanch iboralar: Takt. Ko'p taktli sxema. O'tkazgichlar. Rele-kontaktli sxemalar. Manfiy kontaktli rele. Musbat kontaktli rele. Ushlab turish elementi. Rele-kontaktli sxema orqali funksiyani realizatsiya qilish. Avtomatning kirishi. Avtomatning chiqishi. Kontaktlarni parallel va ketma-ket ulash. Avtomat holatlari. Avtomat ishining natijalari. Chekli avtomat modeli. Mili va Mur avtomatlari va ular orasidagi munosabatlar.

Foydalanilgan adabiyotlar:

1.Тўраев Ҳ.Т., Математик мантиқ ва дискрет математика, Тошкент: Ўқитувчи нашриёти, 2003, 378 б.
2.Лихтарников Л.М., Сукачева Т.Г., Математическая логика. Курс лекций. Задачник-практикум и решения, Санк-Петербург: ЛАНЬ, 1999, 286 с.
3. Гаврилов Г.П., Сапоженко А.А. Сборник задач по дискретной математике. Учебное пособие. Москва: Наука.
4. Искандаров Р.И., Математик логика элементлари, Самарқанд: СамДУ, 1970, 324 б.

1-ilova

Baholash mezoni:

- Har bir savol javobiga - 2 ball;
- Har bir qo`shimcha mustaqil fikrga - 2 ball;
- Har bir javobni to`ldirishga - 1 ball.

2-ilova

Pinbord

Pinbord (inglizchadan: *pin*- mahkamlash, *board* – yozuv taxtasi) munozara usullari yoki o'quv suhbatini amaliy usul bilan moslashdan iborat.

Ta`lim beruvchi:

→ Taklif etilgan muammoni yechishga o`z nuqtai nazarini bayon qiladi.

→ Ommaviy to`g`ri aqliy hujumni tashkillashtiradi.

Ta`lim oluvchilar quyidagi g`oyalarni:

→ Taklif etadilar, muhokama qiladilar, baholaydilar eng ko`p maqbul (samarali va boshqa g`oyalarni tanlaydilar va ularni qog`oz varag`iga asosiy so`zlar ko`rinishida (2 so`zdan ko`p bo`lmagan) yozadilar va yozuv taxtasiga biriktiradilar (o`rgatuvchi tizimlar, oddiy va murakkab tizimlar, bir pog`onali va ko`p pog`onali tizimlar, hal kiiluvchi qoida).

→ Guruh a`zolari (ta`lim beruvchi tomonidan belgilangan 2-3 talaba yozuv taxtasiga chiqadilar va boshqalar bilan maslahatlashib:

– aniq xato yoki qaytariluvchi g`oyalarni saralaydilar (ATTlar, soha, tashqi faktor, axborot - tanuvchi avtomatik hisoblash qurilmasi, murakkab ATT, murakkab dinamik tizimlar)

– tortishuvlarni aniqlaydilar (aprior alfaviti, sinflashtirish, bir pog`anali, ko`p pog`onali tizimlar va farqlari);

– g`oyalarni tizimlashtirish mumkin bo`lgan belgilar bo`yicha aniqlaydilar;

– shu belgilar bo`yicha hamma g`oyalarni yozuv taxtasida guruhlaydilar (kartochka/ varaqlar).

Ta`lim beruvchi:

→Umumlashtiradi va ish natijalarini baholaydi.

3-ilova

Mavzuni jonlashtirish uchun savollar:

1. Musbat va manfiy kontaktli relelar bir-biridan nima bilan farq qiladi?
2. Rele-kontaktli sxema orqali funksiya qanday realizatsiya qilinadi?
3. Kontaktlarni parallel va ketma-ket ulashga qanday funksiya mos qo‘yiladi?
4. To‘g‘ri sxema nima?
5. Funksional elementlar sistemasi qanday shartlarni qanoatlantirsa kuchsiz avtomatli to‘liq sistema deyiladi?
6. Chekli avtomat haqida qanday tushunchalarni bilasiz?
7. Mili va Mur avtomatlari deganda nimani tushunasiz?
8. Mili va Mur avtomatlari orasidagi munosabatlarni bilasizmi?

4-ilova

Ko’ptaktli sxemalar.

Ko‘p taktli sxema tushunchasi. Mazkur bobning 1- paragrafida ko‘rilgan funksional elementlar va ulardan yasalgan sxemalar oniy ravishda ishlaydi deb faraz qilingan, ya’ni ularning kirishlariga signallar majmuasi berilgan zahotiyoq ularning chiqishlarida natijaviy signal paydo bo‘ladi deb hisoblangan edi. Boshqacha aytganda, kirishlarga berilgan signallar majmuasini ishlab chiqish uchun hech qanday vaqt sarflanmasligi faraz qilingan edi. Amalda esa funksional element kirishlariga berilgan signallar majmuasiga mos keladigan uning chiqishidagi natijaviy signalni olish uchun vaqt sarf bo‘ladi. Sxemaning kirishlariga berilgan signallar majmuasi uning ichki funksional elementlarining kirishlariga har xil vaqtda yetib keladi, chunki, birinchidan, elementlarning kirishlariga yetib kelgan signallar bir qancha elementlardan o‘tib keladi, ikkinchidan, har bir element kirishlariga yetib kelgan signallarni har xil vaqtlarda ishlab chiqadi. Bu holda sxema kirishlariga berilgan signallar majmuasini yetarlicha uzoq vaqt berib turish mumkinki, toki sxema ichki elementlarining hamma kirishlariga signallar yetib kelsin. Natijada, sxemaning chiqishida ma’lum vaqtdan keyin uning kirishlariga berilgan signallar majmuasiga mos keladigan signal paydo bo‘ladi. Shundan keyin kirishlarga berilayotgan signallar majmuasini to‘xtatish mumkin va bu sxemani u realizatsiya qiladigan funksiya qiymatini argumentlar qiymatining boshqa majmuasida hisoblash uchun ishlatish mumkin.

Funksional elementning yuqorida ifodalangan ikkinchi xil ishlashi quyidagi kamchiliklarga egadir:

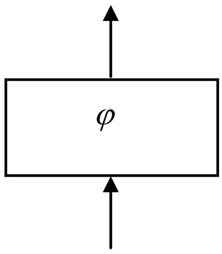
1) kirishga signallar majmuasini ma’lum vaqt davomida berib turish kerak;

2) ma’lum vaqt davomida sxema chiqishida paydo bo‘ladigan signal uning kirishlariga berilgan signallar majmuasiga mos kelmasligi mumkin.

Yangi sharoitda “qanday qurilmani funksional element deb hisoblash kerak?” degan savolga javob beraylik.

1- ta’rif. *Agar biror element (1- shakl) uchun aniq bo‘lgan v vaqtdan keyin uning chiqishida kirishlariga berilgan signallar majmuasiga mos keladigan signal (realizatsiya qilinadigan funksiyaning berilgan signallar majmuasidagi qiymati) paydo bo‘lsa, u holda bunday qurilma* ***funksional element*** *deb ataladi.*

Agar kelgusi momentda element kirishlariga yangi signallar majmuasi berilsa, u holda v vaqtdan keyin uning chiqishida berilgan signallar majmuasiga mos keladigan signal paydo bo‘ladi, ya’ni kirishlarga ketma-ket beriladigan signallar majmuasi bir-biriga bog‘liq bo‘lmagan holda ishlab chiqiladi.



1- shakl

Vaqtning diskret $t = 1,2,3,...,k$ momentlarini qarab, ikkita qo‘shni vaqt momentlari orasidagi vaqt birligini bir takt deb aytamiz.

2- ta’rif. *Element kirishiga berilgan signallar majmuasiga mos keladigan signal uning chiqishida paydo bo‘lishigacha sarf qilingan vaqt (v vaqt) funksional elementning* ***ushlab turish vaqti*** *deb ataladi.*

Bundan keyin sxemani berilgan ta’rifga mos keladigan yangi ma’nodagi funksional element sifatida qaraymiz. Bunday sxemalarni yasash jarayonida ushlab turish elementlari katta rol o‘ynaydi.

3- ta’rif. *Agar funksional element chiqishida ma’lum vaqtdan (taktdan) keyin uning kirishiga berilgan (0 yoki 1) signalning o‘zi paydo bo‘lsa, u holda bunday funksional elementga* ***ushlab turish elementi*** *deb ataladi* (1- shakl).

Ushlab turish elementi funksiyani realizatsiya qiladigan funksional elementdir, ya’ni uning chiqishida ma’lum vaqtdan keyin kirishiga berilgan signalning o‘zi paydo bo‘ladi.

Bundan keyin (agarda maxsus aytilgan bo‘lmasa) hamma funksonal elementlarni bir taktli, ya’ni elementning kirishiga signal berilgandan keyin uning chiqishida natijaviy signal paydo bo‘lguncha bir takt vaqt o‘tadi deb faraz qilamiz.

4- ta’rif. *Agar S sxemaning n ta kirishiga $(x_1, x_2,..., x_n)$ signallar majmuasini bergandan ma’lum v taktdan keyin uning chiqishida f funksiyaning $f(x_1, x_2,..., x_n)$ qiymati hosil bo‘lsa, u holda S sxema $f(x_1, x_2,..., x_n)$ funksiyani v ushlab turish vaqti bilan* ***realizatsiya qiladi*** *deb ataladi.*

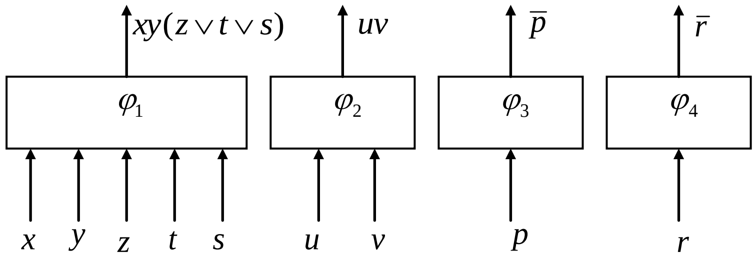
Bunday S sxemani v ushlab turish vaqti bilan $f(x_1, x_2,..., x_n)$ funksiyani realizatsiya qiladigan funksional element deb qarash mumkin.

Mantiq algebrasining istalgan funksiyasini realizatsiya qiladigan sxema **to‘g‘ri** sxema deb ataladi.

Bir taktli funksional elementlardan tuzilgan sxemani **ko‘p taktli**, oniy ravishda ishlaydigan funksional elementlardan tuzilgan sxemani esa **nol taktli** sxema deb ataymiz.

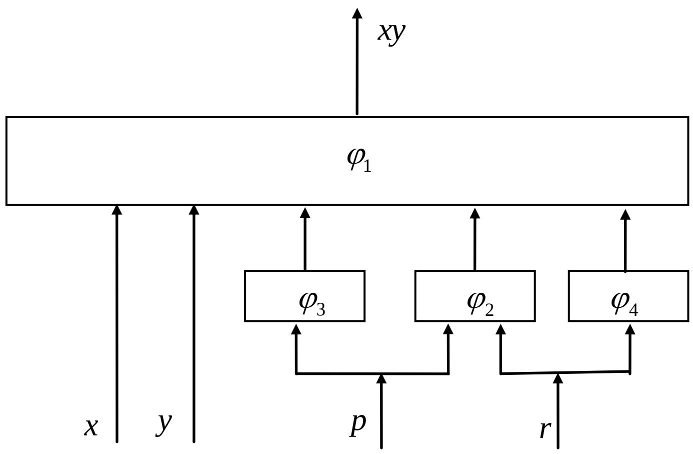
1- izoh. Agar (bir taktli funksional elementlardan tuzilgan) to‘g‘ri sxemadagi hamma funksional elementlarni nol taktli deb faraz qilsak, u holda hosil bo‘lgan nol taktli sxema ham ko‘p taktli sxema realizatsiya qiladigan funksiyani realizatsiya qiladi.

2- izoh. $f(x_1, x_2,..., x_n)$ funksiyani realizatsiya qiladigan S to‘g‘ri sxemaning ushlab turish vaqti v doimo sxemaning ketma-ket ulangan ichki funksional elementlari soniga teng emas. Masalan, $\varphi_1, \varphi_2,..., \varphi_n$ funksional elementlardan (2- shakl) tuzilgan sxema (3- shakl), ketma-ket ulangan funksional elementlarning soni ikkiga teng bo‘lishiga qaramasdan, xy funksiyani realizatsiya qiluvchi bir taktli sxemadir.



2- shakl

3- izoh. Konstantalarni (0 yoki 1) realizatsiya qiladigan sxemalar yoki funksional elementlarning hamma kirishlari soxta kirishlardir. Bunday sxemalarni nol taktli sxemalar deb aytish mumkin.

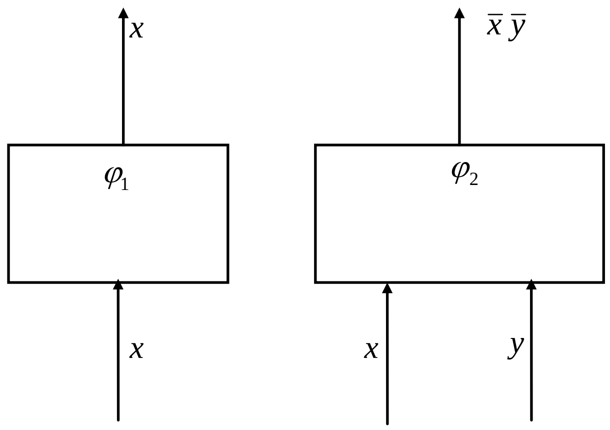


3- shakl

8.2.2. To‘liq sistema. Endi $\varphi_1, \varphi_2, ..., \varphi_n$ bir taktli funksional elementlardan iborat Φ sistemaning to‘liqlik masalasini ko‘rishga o‘tamiz.

5- ta’rif. *Agar mantiq algebrasining istalgan funksiyasini $\Phi(\varphi_1, \varphi_2, ..., \varphi_n)$ sistemasidagi funksional elementlardan tuzilgan sxema orqali realizatsiya qilish mumkin bo‘lsa, u holda Φ sistemasi **to‘liq sistema** deb ataladi.*

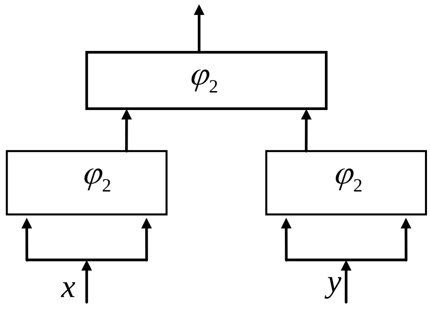
1- misol. Bir taktli funksional elementlar sistemasi $\Phi(\varphi_1, \varphi_2)$ berilgan bo‘lsin, bu yerda φ_1 element x funksiyani realizatsiya qiladigan ushlab turish elementi, φ_2 esa $x \mid y$ Sheffer funksiyasini realizatsiya qiladigan funksional elementdir (4- shakl). Ushbu a) $\overline{x}$, b) xy, d) $x \vee y$, e) 1, f) 0, g) $x + y$, h) $x \to y$ va i) $x \leftrightarrow y$ funksiyalarni realizatsiya qiluvchi sxemalarni φ_1 va φ_2 funksional elementlar orqali yasash va ushlab turish vaqtini (taktini) aniqlash talab qilingan



4- shakl

bo‘lsin. Yuqorida keltirilgan a)–i) funksiyalarni realizatsiya qiladigan sxemalar 5–12-shakllardagidek tasvirlanishi mumkin. ■

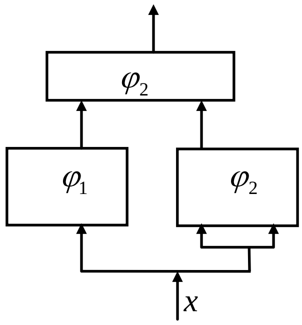
d) $x \vee y = \varphi_2(\bar{x}, \bar{y})$



$v = 2$

7- shakl

e) $1 = \overline{x\bar{x}} = \varphi_2(x, \bar{x})$



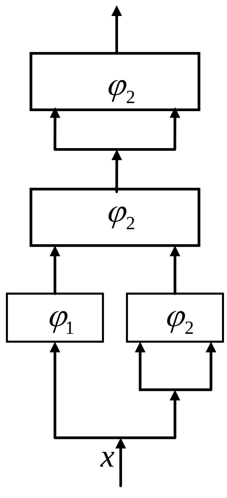
$v = 2$

8- shakl

2- misol. 1. Sheffer funksiyasini realizatsiya qiladigan φ elementdan iborat $\Phi = \{\varphi\}$ sistema to‘liq bo‘ladimi?

2. $\Phi_1 = \{0,1\}$ elementlar sistemasining to‘liqligini isbot qiling. ■

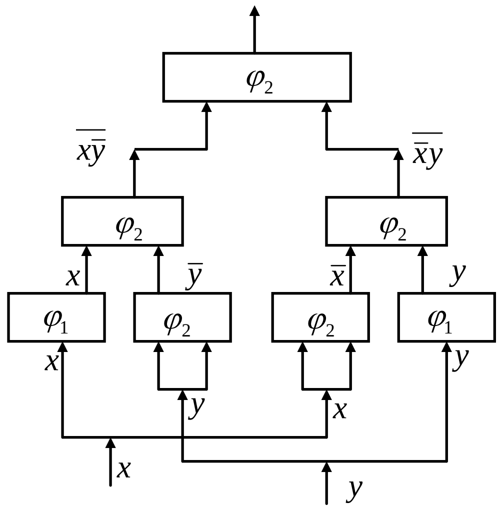
f) $0 = \bar{1}$



$v = 3$

9- shakl

g) $x + y = x\bar{y} \vee \bar{x}y = \varphi_2(\varphi_2(x, \bar{y}), \varphi_2(\bar{x}, y))$

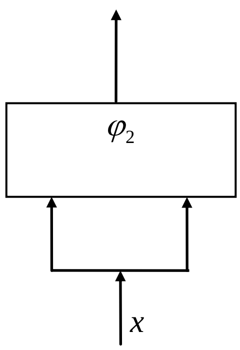


$v = 3$

10- shakl

Misollar yechimlarining tahlilidan ma’lumki, bir taktli $\varphi_1, \varphi_2, ..., \varphi_n$ funksional elementlar

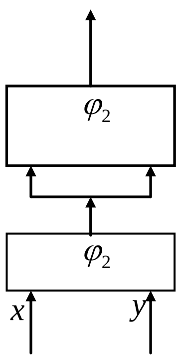
a) $\bar{x} = \varphi_2(x, x)$



$v = 1$

5- shakl

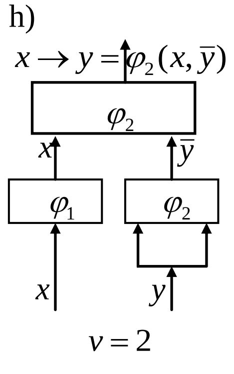
b) $xy = \overline{\varphi_2(x, y)}$



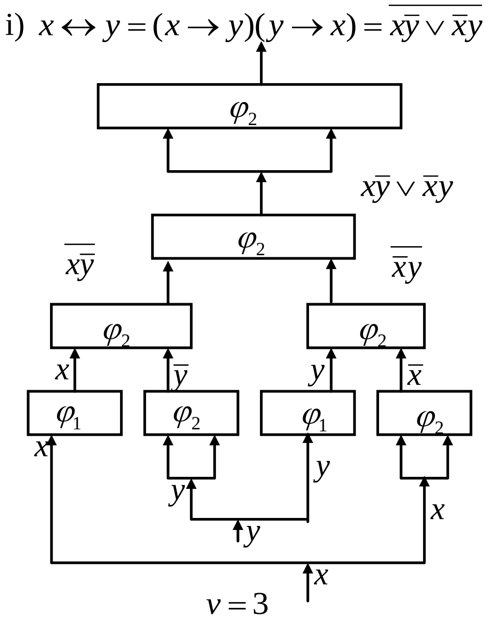
$v = 2$

6- shakl

sistemasi $\varPhi=\{\varphi_1,\varphi_2,...,\varphi_n\}$ ning to‘liqlik shartlari nol taktli $\varphi_1^*,\varphi_2^*,...,\varphi_n^*$ funksional elementlar sistemasi $\varPhi^*=\{\varphi_1^*,\varphi_2^*,...,\varphi_n^*\}$ ning to‘liqlik shartlariga mos kelmaydi.



11-



12-

Quyidagi belgilashlarni kiritamiz: 1) mantiq algebrasining elementlari $f(0,0,...,0)=1$ va $f(1,1,...,1)=0$ (0 va 1 saqlamovchi funksiyalar, ya’ni argumentlarini aynan tenglashtirganda f funksiyaga teng bo‘ladi) funksiyalardan iborat to‘plamni Q bilan;

2) istalgan qism o‘zgaruvchilar o‘rniga konstantalarni (0 yoki 1) qo‘yib,
qolgan qismini aynan tenglashtirganda 0,1 yoki $\bar x$ (ya’ni x paydo bo‘lmaydi) hosil bo‘ladigan funksiyalardan iborat to‘plamni R bilan belgilaymiz.

Teorema. *Agar $\varPhi=\{\varphi_1,\varphi_2,...,\varphi_n\}$ bir taktli funksional elementlar sistemasi realizatsiya qiladigan funksiyalar ichida*

a) Post teoremasi shartlarini qanoatlantiruvchi funksiyalar sistemasi;

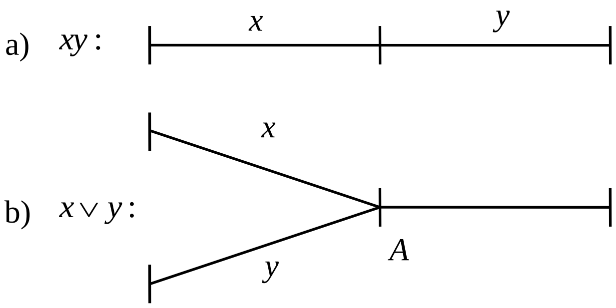
b) Q to‘plam elementi bo‘lmagan funksiyalar;

d) R to‘plam elementi bo‘lmagan funksiyalar mavjud bo‘lganda va faqat shundagina bunday sistema to‘liq bo‘ladi.

Rele-kontaktli sxemalar

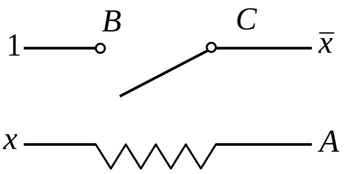
Mantiq algebrasi funksiyalarini rele-kontaktli sxemalar orqali realizatsiya qilish usuli. Bu paragrafda mantiq algebrasi funksiyalarini rele-kontaktli sxemalar orqali realizatsiya qilish usulini ko‘ramiz.

Agar har bir o‘tkazgichga x o‘zgaruvchini mos qilib qo‘ysak, u holda $x=1$ da o‘tkazgichda tok bor va $x=0$ da o‘tkazgichda tok yo‘q deb hisoblaymiz. U holda o‘tkazgichlarning ketma-ket ulanganishiga o‘zgaruvchilarning kon’yunksiyasi (1-a shakl), parallel ulanganishiga esa o‘zgaruvchilarning diz’yunksiyasi (1-b shakl) mos keladi. O‘tkazgichlarni ketma-ket va parallel ulash natijasida sxema hosil qilamiz. Bu sxema faqatgina monoton funksiyalarni realizatsiya qiladi, chunki kon’yunksiya va diz’yunksiyalarning superpozisiyasi orqali faqat monoton funksiyalarni ifodalash mumkin.

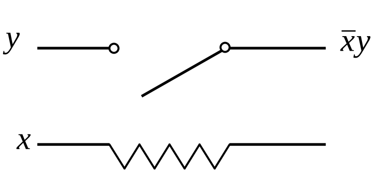


1- shakl

Ixtiyoriy funksiyalarni realizatsiya qilish uchun $\bar{x}$ funksiyani realizatsiya qiladigan qurilma kerak bo‘ladi. Buni **manfiy kontaktli rele** orqali realizatsiya qilish mumkin. Bunday relening sxemasi 2- shaklda tasvirlangan. Agar A g‘altak o‘ramlari orqali elektr toki o‘tmasa $(x=0)$, u holda prujina B kontaktni yuqoriga tortadi va zanjir ulanadi (tutashadi). Natijada, C chiqishda tok paydo bo‘ladi ($\bar{x}=1$). Agar $x=1$ bo‘lsa va A g‘altak o‘rami orqali tok o‘tsa, u holda kontakt B pastga tortiladi va C chiqishda tok bo‘lmaydi, ya’ni $\bar{x}=0$ bo‘ladi. Demak, manfiy kontaktli rele $\bar{x}$ funksiyani realizatsiya qiladi. Agar B kontakt kirishiga 1 o‘rniga y signal bersak, u holda $\bar{x}y$ funksiya realizatsiya qilingan bo‘ladi (3- shakl).

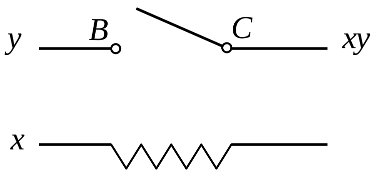


2- shakl



3- shakl

Musbat kontaktli releda agar g‘altak o‘ramida tok bo‘lsa ($x=1$), u holda B kontakt ulanadi va C chiqishda tok bo‘lmaydi ($x=0$). Shunday qilib, x funksiyani musbat kontaktli rele orqali realizatsiya qilish mumkin (4- shakl).

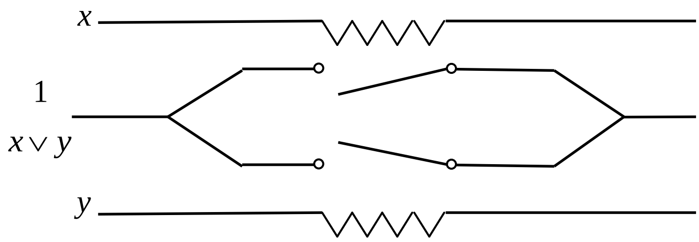


4- shakl

Ma’lumki, agar o‘tkazgichda tok bo‘lsa, u holda y har tarafga tarqaladi. Masalan, $x \vee y$ ni 1- shakldagi sxema orqali realizatsiya qilsak, u holda $x=1$ va $y=0$ bo‘lganda, tok A nuqtadan har tarafga, shu jumladan y o‘tkazgichga mos bo‘lgan o‘tkazgich orqali ham o‘tadi ($y=0$ bo‘lishiga qaramasdan). Bunday sharoitda sxemaning ish jarayonida noaniqliklar paydo bo‘ladi. Bu holdan qutulish uchun faqat bir tomonga tok o‘tkazadigan asboblardan, shu jumladan, musbat kontaktli reledan foydalanish mumkin. Masalan, musbat kontaktli reledan foydalanib, $x \vee y$ ni realizatsiya qiladigan sxemani 5- shaklda tasvirlangandek yasash mumkin.

Rele-kontaktli sxemaning ishlash vaqti. Endi rele-kontaktli sxemaning ishlash vaqtini ko‘rib o‘taylik. Tok o‘tkazgichlar bo‘yicha birdaniga tarqaladi va rele ishlashi uchun (kontakt ulanishi uchun) bir takt vaqt ketadi deb hisoblaymiz. Demak, 3- va 4- shakllarda x signalga nisbatan y signali bir taktdan keyin berilishi kerak.

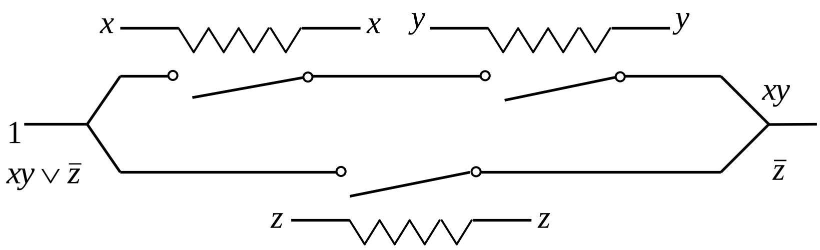
Sxema chiqishidagi signal (xy yoki $\bar{x}y$) y signal bilan bir vaqtda paydo



5- shakl

bo‘ladi. Shuning uchun sxemada berilgan signallarni ishlab chiqish uchun sarf bo‘ladigan vaqtni doimo hisobga olish kerak, realizatsiya bo‘ladigan funksiyani o‘zgartirmasdan, ayrim vaqtlarda, bu vaqtni o‘zgartirish kerak. Bu jarayonni, xuddi bir taktli funksional elementlardan yasalgan ko‘p taktli sxemalarda qilganimizday, ushlab turish elementlari yordami bilan bajarish mumkin. Ushlab turish elementi vazifasini musbat kontaktli rele bajaradi (4- shakl). Ushlab turish vaqti 1 taktga teng bo‘ladi.

Ta’rif. *Agar rele-kontaktli sxemaning kirishlariga* t *momentda* $x_1, x_2, ..., x_n$ *signallar majmuasi berilganda, uning chiqishida* $t+v$ *momentda* $f(x_1, x_2, ..., x_n)$ *signal paydo bo‘lsa, u holda rele-kontaktli sxema* $f(x_1, x_2, ..., x_n)$ ***funksiyani*** v ***ushlab turish vaqti bilan realizatsiya qiladi*** *deb ataladi.*

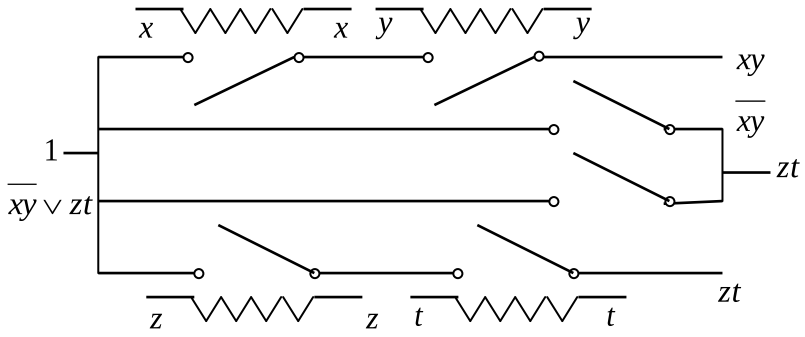


6- shakl

Ketma-ket berilgan signallar bir-biriga bog‘liq bo‘lmagan holda ishlab chiqiladi.

Shunday qilib, mantiq algebrasining istalgan funksiyasini ayrim ushlab turish vaqti bilan rele-kontaktli sxema orqali realizatsiya qilish mumkin. (Ushbu xulosani isbot qilishni o‘quvchiga havola qilamiz).

Misol. Berilgan a) $xy \vee \bar{z}$; b) $\overline{xy} \vee zt$; d) $xy \vee yx \vee xz$ funksiyalarni rele-kontaktli sxema orqali realizaiya qilish masalasini qaraymiz. Bu funksiyalarni sxema orqali realizatsiya qilish uchun o‘tkazgichlarni ketma-ket va parallel ulash natijasida elementar kon’yunksiyalarini va ularning diz’yunksiyalarini realizatsiya qilamiz.

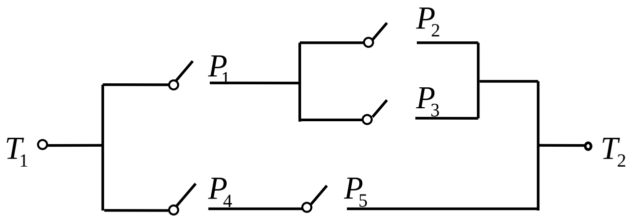


7- shakl

Manfiy kontaktli reledan foydalanib o‘zgaruvchilarning va ayrim elementar kon’yunksiyalarning inkorlarini realizatsiya qilamiz. Musbat kontaktli rele orqali signallarning bir vaqtda yetib kelishini ta’minlaymiz. Natijada, 6–8- shakllarda ko‘rsatilgan sxemalarga ega bo‘lamiz. ■

Kontaktli sxemalar va ularning sintezi

Kontaktli sxema tushunchasi. Har bir avtomat turlicha kontaktli yoki kontaktsiz sxemalardan foydalanish asosida tuziladi. Kontaktli sxemalar bilan jihozlangan avtomatlarning ishini umumiy holda ko‘rib o‘tamiz. Masalan, 1- shaklda ko‘rsatilganidek, o‘tkazgichlar, ikkita T_1 va T_2 qutb, beshta P_1, P_2, P_3, P_4, P_5 knopka bilan ta’minlangan kontaktlardan yasalgan tuzilma **kontaktli sxema** deb hisoblanishi mumkin. T_1 qutb elektr toki manbaini ifodalaydi, T_2 qutb esa avtomatning “chiqishi”da ishni bajaruvchi qurilmani bildiradi. Avtomatning chiqishida ish bajarilganligi haqida xabar beruvchi kontrol lampa o‘rnatish mumkinligidan, T_2 qutb mana shu lampani tasvirlaydi deb ayta olamiz.

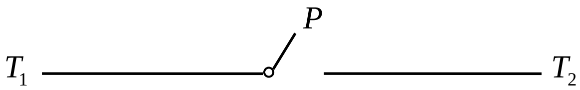


1- shakl

Sxemada knopkalar tegishli ravishda yoqilsa, va demak, sxema bo‘yicha tok yuradigan bo‘lib kontaktlar tiklansa, T_1 qutbdan T_2 qutbga borgan tok kontrol lampasini yondiradi.

Kontaktli sxemalarni sintez qilish. Avvalo har bir murakkab kontaktli sxemaning tarkibiy qismlarini tashkil etuvchi eng sodda kontaktli sxemalar bilan tanishamiz.

2- shakldagi sxema bitta o‘tkazgichdan, T_1 va T_2 qutblardan va P knopkali bitta kontaktdan yasalgan.



2- shakl

1- jadval

x	Sxemada tok
ch	bor
yo	yo‘q

P knopka yoqilganda, kontakt tiklanib, tok sxema bo‘yicha T_1 dan T_2ga tomon yuradi va kontrol lampa yonadi. P knopka ochiq bo‘lganda kontakt uzilib, tok o‘tmaydi va lampa yonmaydi. P knopkaga x – “P knopka yopiq” degan mulohazani mos qo‘yamiz. P knopka haqiqatan yopiq bo‘lsa, x mulohaza chin bo‘ladi. Bu holda kontrol lampa yonadi. P knopka ochiq bo‘lganda esa, x mulohaza yolg‘on bo‘ladi va bu holda kontrol lampa yonmaydi.

Shunday qilib, x mulohazaning chin-yolg‘onligi bilan tok bor-yo‘qligi (kontrol lampaning yonish-yonmasligi) orasida o‘zaro bir qiymatli moslik o‘rnatildi va buni 1- jadval ifodalaydi.

Endi ketma-ket ulangan ikkita P va Q knopkali (ikki ketma-ket kontaktli) sxemani olaylik (3- shakl). P va Q knopkalarga mos ravishda x – ”P knopka yopiq” va y – ”Q knopka yopiq” degan mulohazalarni mos keltiramiz. U holda, sxemada tok bor-yo‘qligi $x \wedge y$ kon’yunksiyaning chin-yolg‘onligiga mos keladi (2- jadval).

2- jadval

x	y	Sxemada tok	$x \wedge y$
1	1	bor	1
1	0	yo‘q	0
0	1	yo‘q	0
0	0	yo‘q	0

Parallel ulangan ikki P va Q knopkali sxemalarga murojaat qilamiz (4- shakl). Demak, parallel ulangan ikki P va Q kontaktli sxemada tok bor-yo‘qligi $x \vee y$ diz’yunksiyaning chin-yolg‘onligi bilan aniqlanadi (3- jadval).

3 va 4- shakllarda berilgan sxemalarni umumlashtirib, n ta $P_1,...,P_n$ knopkalarni ketma-ket va shuningdek parallel ulash mumkin. Buning natijasida n ta ketma-ket va n ta parallel kontaktli sxemalar yasalgan bo‘ladi. Ular mos ravishda $(x_1 \wedge x_2 \wedge ... \wedge x_n)$ va $(x_1 \vee x_2 \vee ... \vee x_n)$ funksiyalarni realizatsiya qiladi, bu yerda x_i mulohaza P_i knopka yopiq ekanligini bildiradi.

3- jadval

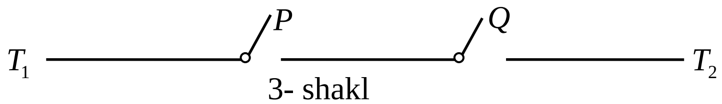
x	y	Sxemada tok	$x \vee y$
1	1	bor	1
1	0	bor	1
0	1	bor	1
0	0	yo‘q	0

Shunday juft-juft knopkalar bilan ta’minlangan kontaktli sxemalarni ham yasash mumkinki, har juft knopkaning istalgan biri yopilganda (ochilganda), ikkinchisi ochiladi (yopiladi). Bir juft knopka $\overline{P}$ va P kabi belgilanadi. P knopkaga x mulohaza mos kelganda, $\overline{P}$ knopkaga $\overline{x}$ inkorni mos keltirish tabiiydir, chunki P – yopiq, demak, x chin bo‘lganda, $\overline{P}$ – ochiq, ya’ni $\overline{x}$ yolg‘on bo‘ladi.

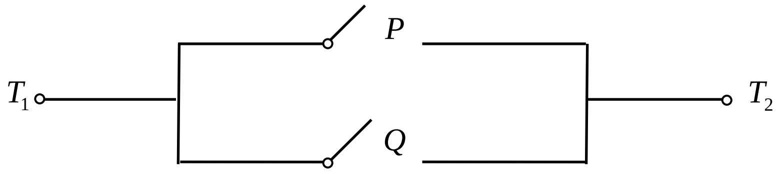
Bir juft knopkali eng sodda sxemalardan biri 5- shakldagidek tasvirlanishi mumkin. Knopkalarning biri ochilganda, ikkinchisi albatta yopilgani uchun, bunday sxemada hech qachon tok bo‘lmaydi. 5- shaklgi sxema uchun 4- jadvalni tuzish mumkin.

4- jadval

x	$\overline{x}$	Sxemada tok	$x \wedge \overline{x}$
1	0	yo‘q	0
0	1	yo‘q	0



3- shakl



4-

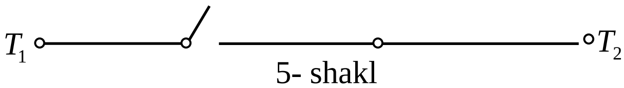
Bir juft knopkali eng sodda sxemalardan yana birini 6- shakldagidek tasvirlasa bo‘ladi. Bu sxemada tok har doim bor, chunki agar P yopiq bo‘lsa, u holda $\overline{P}$ ochiq bo‘ladi va tok yuqoridagi o‘tkazgichdan P orqali o‘tadi, aksincha, P ochiq bo‘lganda, $\overline{P}$ yopiq bo‘ladi va tok pastdagi o‘tkazgichdan $\overline{P}$ orqali o‘tadi. 6- shakldagi sxema uchun 5- jadvalni tuzish mumkin.

Shunday qilib, har bir sodda kontaktli sxema mulohazalar algebrasining ma’lum bir funksiyasini realizatsiya qiladi.

Bu funksiyaga kontaktli sxemaning **o‘tkazuvchanlik funksiyasi** deb ataladi. Yuqorida ko‘rilgan eng sodda sxemalarning o‘tkazuvchanlik funksiyalari quyidagicha bo‘ladi:

5- jadval

x	$\bar{x}$	Sxemada tok	$x \vee \bar{x}$
1	0	bor	1
0	1	bor	1

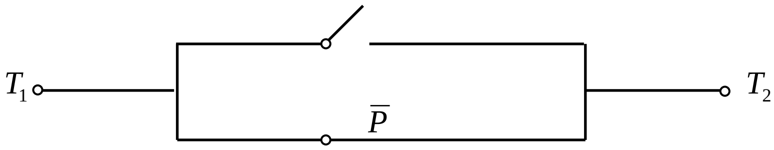


5- shakl

$$x,\ x \wedge y,\ x \vee y,\ x \wedge \bar{x},\ x \vee \bar{x}. \qquad (1)$$

Bu funksiyalarning chinlik jadvallari tegishli sxemalarda qachon tok bo‘lishi va qachon bo‘lmasligini ko‘rsatadi.

Sodda sxemalarning turli kombinasiyalaridan, har xil murakkab kontaktli sxemalarni tuzish mumkin. Bunday sxemalarning har biriga (1) funksiyalarning superpozisiyasidan hosil qilingan funksiyalar mos keladi. Aksincha, mulohazalar algebrasining har bir funksiyasiga qandaydir kontaktli sxemani mos qo‘ish mumkin.



6- shakl

1- misol. 7- shaklda tasvirlangan sxemaning o‘tkazuvchanlik funksiyasini topaylik. Avvalo, P, Q, R knopkalarga mos ravishda x, y, z mulohazalarni mos kltiramiz. U holda $\overline{P}$, $\overline{Q}$, $\overline{R}$ knopkalarga $\bar{x}$, $\bar{y}$, $\bar{z}$ mulohazalar mos keladi. Sxemaning yuqori qismi $\bar{x} \wedge ((y \wedge \bar{z}) \vee x)$ formula bilan, pastki qismi $z \wedge \bar{y} \wedge (x \vee \bar{y})$ formula bilan ifodalanadi. Yuqori va pastki qismlar parallel ulangani uchun butun sxemaning o‘tkazuvchanlik funksiyasi

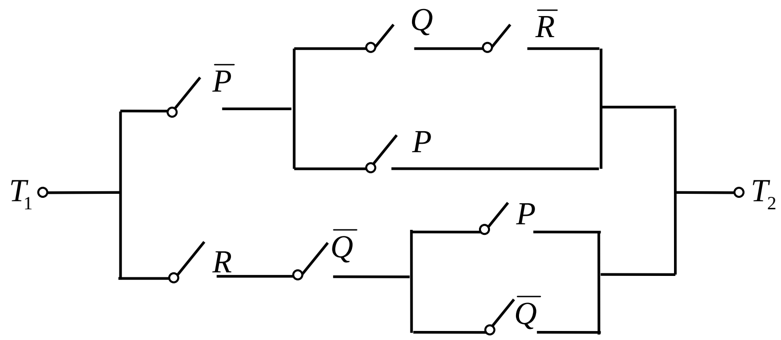
$$f(x, y, z) = (\bar{x} \wedge ((y \wedge \bar{z}) \vee x)) \vee (z \wedge \bar{y} \wedge (x \vee \bar{y}))$$

ko‘rinishda bo‘ladi. ■

2- misol. Berilgan

$$f(x, y, z) = (x \vee y) \wedge (\bar{y} \vee z) \wedge (\bar{x} \vee y \vee \bar{z}) \qquad (2)$$

funksiyaning x, y, z o‘zgaruvchilariga P_1, P_2, P_3 knopkalar mos qo‘yilgan bo‘lsin. U holda (2) funksiyaga 8- shaklda tasvirlangan kontaktli sxema mos keladi. ■

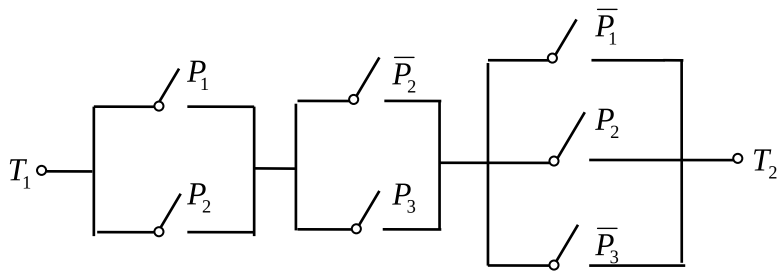


7- shakl

Bundan keyin, sxemalarning ko‘rinishi oddiy bo‘lishi uchun, kontaktni ikki qutbga ega bo‘lgan kesma orqali ifodalaymiz (kesmani **ikki qutbli** deb ataymiz). Agar kesma ulanuvchi bo‘lsa, uni x bilan, ajratuvchi bo‘lsa, $\bar{x}$ bilan belgilaymiz, bu yerda x – g‘altakda realizatsiya qilinadigan o‘zgaruvchi. Har bir g‘altakka bitta o‘zgaruvchi mos keladi va u bilan istalgancha sondagi kontaktlar ulanishi mumkin. Kesmalar qutblari orqali bir-birlari bilan ulanadi. Har bir sxema kirish va chiqishga ega bo‘ladi. Sxemaning kirishiga tok berilganda, uning chiqishida bir taktdan keyin tok paydo bo‘lsa, u holda sxemada **o‘tkazuvchanlik bor** deb, aks holda esa, **o‘tkazuvchanlik yo‘q** deb aytiladi.

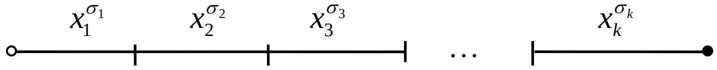
Kesmalarning 9- shakldagidek ketma-ket ulanishini **zanjir** deb ataymiz.

Zanjirda bitta kontakt bir necha marta qatnashishi mumkin. Birinchi kontaktning kirishi sxemaning kirishiga va oxirgi kontaktning chiqishi sxemaning chiqishiga to‘g‘ri keladi. O‘zgaruvchilarning biror qiymatlari majmuida sxemaning (DNSh ko‘rinishidagi funksiyani realizatsiya qiladigan sxemaning) chiqishida tok



8- shakl

bo‘lishi uchun hech bo‘lmaganda birorta zanjirning hamma kontaktlari ulangan bo‘lishi yetarli va zarurdir.



9- shakl

Agar sxemaga kiruvchi har bir Γ zanjirga o‘zgaruvchilarning yoki ular inkorlarining U_Γ elementar kon’yunksiyasini mos qilib qo‘ysak, u holda sxemaga kiruvchi zanjirlarga mos kelgan Γ elementar kon’yunksiyalarning diz’yunksiyasiga sxemaning o‘tkazuvchanlik funksiyasi mos keladi.

Shuni ta’kidlash kerakki, sxemaning o‘tkazuvchanlik funksiyasini hosil qilish uchun ayrim zanjirlarning diz’yunksiyasini olish kifoyadir.

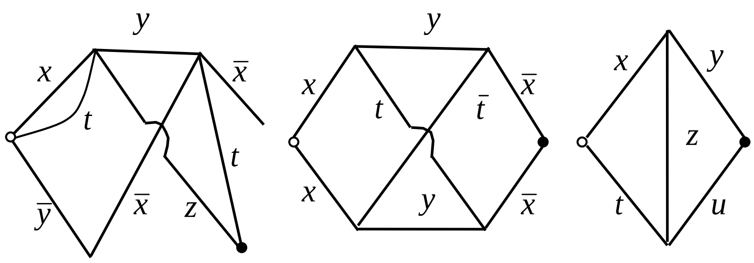
1-ta’rif. *Har bir qutbdan bir marta o‘tgan zanjir* ***muhim*** *(**jiddiy**)* ***zanjir*** *deb ataladi.*

Ya’ni, sxemaning kirishi va chiqishiga bittadan kontakt va zanjirning qolgan qutblariga ikkitadan kontakt to‘g‘ri keladigan zanjir muhim zanjirdir.

Har bir sxemada chekli sondagi muhim zanjirlar mavjud bo‘lishini ko‘rsatish mumkin. Bundan tashqari, muhim zanjirlarga mos keluvchi kon’yunksiyalarning diz’yunksiyasi sxemaning o‘tkazuvchanlik funksiyasiga teng kuchli ekanligini ham isbot qilish mumkin. Bularga asosan, sxemaga qarab uning o‘tkazuvchanlik funksiyasini yozsa bo‘ladi.

Bundan keyin bo‘yalmagan doiracha bilan sxemaning kirishi va qora rangli doiracha bilan sxemaning chiqishi belgilaymiz.

3- misol. 10- shaklda berilgan sxemalarning o‘tkazuvchanlik funksiyalarini topaylik.



a) b) d)

10- shakl

a) $xyt \vee tyt \vee xz \vee tz \vee \bar{y}\bar{x}t \vee \bar{y}\bar{x}yz = yt \vee xz \vee tz \vee \bar{y}\bar{x}t$,

b) $xy\bar{x} \vee xt\bar{x} \vee xy\bar{t}y\bar{x} \vee xty\bar{t}\bar{x} \vee xy\bar{x} \vee x\bar{t}\bar{x} \vee x\bar{t}yt\bar{x} \vee xyty\bar{x} = 0$,

d) $xy \vee tu \vee xzu \vee tzy$

formulalar mos ravishda 10- shaklning a), b) va d) qismlarida tasvirlangan sxemalarning o‘tkazuvchanlik funksiyalari bo‘lishini ko‘rsatish qiyin emas. ■

Endi teskari masalani ko‘raylik, ya’ni berilgan funksiyaga qarab uni realizatsiya qiladigan sxemani yasash masalasini ko‘ramiz. Buning uchun funksiyani DNSh ko‘rinishiga keltiramiz. DNSh ifodasidagi har bir $x_1^{\sigma_1} x_2^{\sigma_2} x_3^{\sigma_3} ... x_k^{\sigma_k}$ elementar kon’yunksiyaga mos ravishda bitta ketma-ket ulangan kontaktlarni mos qo‘yamiz (9- shakl). Bundan keyin hamma kirishlarni va chiqishlarni mos ravishda aynan tutashtiramiz. Hosil qilingan sxema DNSh ko‘rinishidagi funksiyani realizatsiya qiladi.

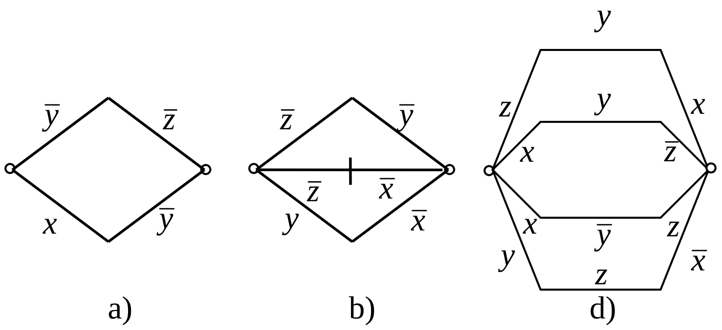
4- misol. Berilgan a) $(y \vee z) \to x\bar{y}$, b) $z\bar{y} \leftrightarrow xy$, d) $(x + y + z)$ funksiyalarni kontakt sxemalar orqali realizatsiya qilaylik. Buning uchun berilgan funksiyalarni DNSh ko‘rinishiga keltiramiz:

a) $(y \vee z) \to x\bar{y} = \overline{y \vee z} \vee x\bar{y} = \bar{y}\bar{z} \vee x\bar{y}$ (11-a shakl);

b) $z\bar{y} \leftrightarrow yx = (\overline{z\bar{y}} \vee yx)(z\bar{y} \vee \overline{yx}) = (\bar{z} \vee y \vee yx)(z\bar{y} \vee \bar{y} \vee x) =$
$= (\bar{z} \vee y)(\bar{y} \vee \bar{x}) = \bar{z}\,\bar{y} \vee \bar{z}\,\bar{x} \vee y\bar{x}$ (11-b shakl);

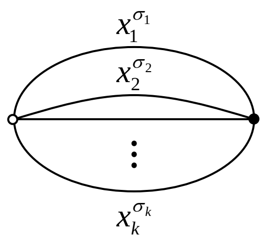
d) $x + y + z = xyz \vee xy\bar{z} \vee x\bar{y}z \vee \bar{x}yz$ (11-d shakl). ■

Biz yuqorida DNSh ko‘rinishdagi funksiyani kontakt sxema orqali realizatsiya qilishni ko‘rdik. Tabiiyki, KNSh ko‘rinishdagi funksiyani ham kontakt sxema orqali realizatsiya qilish mumkin. Buning uchun, birinchi navbatda, har bir elementar diz’yunksiyalarni realizatsiya qiladigan sxemalar tuzamiz (12- shakl). Ikkinchi navbatda, elementar diz’yunksiyalarga mos kelgan sxemalardan bittasining chiqishini ikkinchisining kirishiga, ikkinchisining chiqishini uchinchisining kirishiga va hokazo ulab chiqamiz (13- shakl).

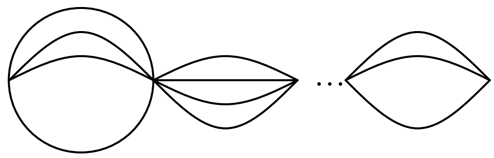


11- shakl

Birinchisining kirishi kontaktli sxemaning kirishi va oxirgisining chiqishi sxemaning chiqishi bo‘ladi. Hosil qilingan sxema KNSh ko‘rinishdagi funksiyani realizatsiya qiladi.



12- shakl



13- shakl

5- misol. Yuqorida keltirilgan algoritmdan foydalanib, a) $(y \vee z) \to x\bar{y}$, b) $z\bar{y} \leftrightarrow xy$ va d) $x + y + z$ funksiyalarni kontaktli sxemalar orqali realizatsiya qilish kerak bo‘lsin.

a) $f_1(x, y, z) = (y \vee z) \to x\bar{y}$ funksiyani KNSh ko‘rinishga keltiramiz va uni soddalashtirish uchun tanish bo‘lgan ushbu

$$x \vee xy = x, \qquad x\,(x \vee y) = x,$$
$$x \vee \bar{x}y = x \vee y, \qquad \bar{x} \vee xy = \bar{x} \vee y,$$
$$x(\bar{x} \vee y) = xy, \qquad \bar{x}(x \vee y) = \bar{x}y$$

teng kuchli formulalardan foydalanamiz:

$$f_1(x, y, z) = \overline{y \vee z} \vee x\bar{y} = \bar{y}\bar{z} \vee x\bar{y} = \bar{y}(\bar{z} \vee x) \text{ (14-a shakl),}$$

b) $f_2(x, y, z) = z\bar{y} \leftrightarrow yx = (z\bar{y} \vee yx)(\overline{yx} \vee z\bar{y}) =$

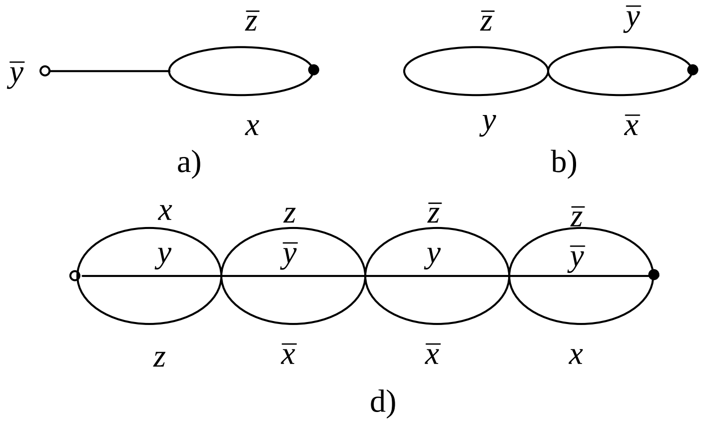
$= (\bar{z} \vee y \vee yx)(\bar{x} \vee \bar{y} \vee z\bar{y}) = (\bar{z} \vee y)(\bar{x} \vee \bar{y})$ (14-b shakl),

d) $f_3 = x + y + z = (x \vee y \vee z)(\bar{x} \vee \bar{y} \vee z)(\bar{x} \vee y \vee \bar{z}) \wedge$

$\wedge (x \vee \bar{y} \vee \bar{z})$ (14-d shakl). ■

Parallel-ketma-ket ulash natijasida hosil qilingan sxemalar klassini induktiv tarzda ifodalaylik.

2- ta’rif. *Bir kontaktdan iborat sxema* ***elementar sxema*** *deb ataladi. Elementar sxemalarning ayrimlarini chekli son marta parallel va ketma-ket ulash natijasida hosil bo‘lgan kontakt sxema* ***parallel–ketma-ket sxema*** *yoki* P ***-sxema*** *deb ataladi.*



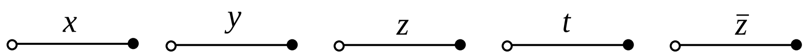
14- shakl

Ravshanki, elementar sxemalardan har qanday usul bilan yasalgan P-sxemaga diz'yunksiya, kon'yunksiya va inkor amallari bilan ifodalangan o'tkazuvchanlik funksiyasi mos keladi va, aksincha, har qanday shunday funksiya uchun ma'lum P-sxema yasash mumkin.

Ta'kidlaymizki, har qanday kontakt sxema P-sxema bo'la olmaydi.

6- misol. Berilgan $f_1(x,y,z,t) = (x \vee y\bar{z})(xy \vee zt)$ va $f_2(x,y,z,t) = (\bar{x}(y \vee \bar{z}) \vee \bar{t})x$ funksiyalar uchun P-sxemalar yasash talab qilingan bo'lsin.

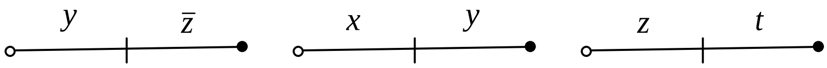
a) x, y, z, t, $\bar{z}$ elementar formulalarni realizatsiya qiladigan elementar sxemalarni tuzamiz (15- shakl).



15- shakl

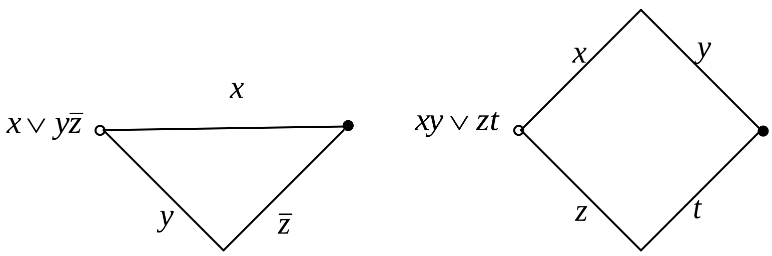
x va y o'zgaruvchilarga mos kontaktlar ikki donadan bo'lishi kerak. Endi kontaktlarni ketma-ket ulab, $y\bar{z}$, xy va zt elementar kon'yunksiyalarni realizatsiya qilamiz (16- shakl).

Uchinchi qadamda, parallel ulashdan foydalanib, $x \vee y\bar{z}$ va $xy \vee zt$



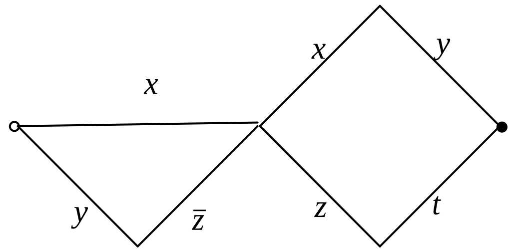
16- shakl

funksiyalarni realizatsiya qilamiz (17- shakl).



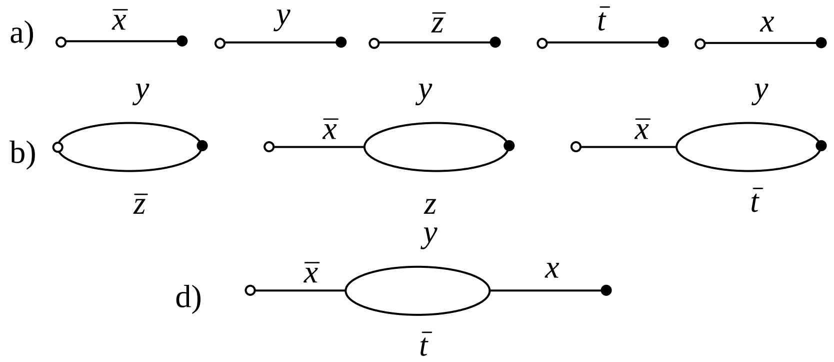
17- shakl

Hosil qilingan sxemalarni ketma-ket ulab, berilgan $f_1(x,y,z,t)$ funksiyani realizatsiya qiladigan P-sxemaga ega bo'lamiz (18- shakl).



18- shakl

b) $f_2(x,y,z,t)$ funksiyani realizatsiya qiladigan P-sxema 19- shaklning a), b) va d) qismlarida ko‘rsatilgan. ■



19- shakl

Chekli avtomat haqida umumiy tushunchalar.

Ta’rif. *Ω to‘plam $(k+1)>0$ uzunlikdagi ikkilik majmualarning biror to‘plami bo‘lsin. Agar $(n+k+1)$ argumentli $(k+1)$ ta qisman aniqlangan mantiq algebrasining Φ_i funksiyalaridan iborat Φ majmua ko‘rsatilgan bo‘lsa, u holda Ω ruxsat qilingan holatlar to‘plamida n kirishga ega bo‘lgan $U(\Omega,n)$* ***avtomat berilgan*** *deb ataladi.*

Bu yerda Φ_i funksiyalar shunday $(n+k+1)$ uzunlikdagi ikkilik majmualarda aniqlanganki, ulardan $(k+1)$ ta elementi Ω kiruvchi majmua bo‘ladi va shu majmuadagi Φ_i funksiyalarning qiymati Ω ga kiradi. Ω to‘plamdagi elementlar soni avtomatning **xotirasi** deb ataladi. Agar avtomatning boshlang‘ich holati $\varphi^0 \in \Omega$ biror natural son v (ushlab turish vaqti deb aytiladi) va har bir vaqt momentida n uzunlikdagi $s(t)=\{s_1(t),s_2(t),...,s_n(t)\}$ kirish signallar majmui berilgan bo‘lsa, u holda $U(\Omega,n)$ avtomatning **ish jarayoni aniqlangan** deb ataladi.

Agar avtomatning ish jarayoni aniqlangan bo‘lsa, u holda $t \ge v$ uchun uning ketma-ket holatlari

$$\varphi(t+v)=\Phi(\varphi(t),s(t)),\ \varphi(0)=\varphi^0,$$

formula orqali aniqlanadi. Bu formula **avtomatning holatlar tenglamasi** deb ataladi. Ravshanki, avtomatning har qanday vaqt momentidagi holati $\varphi(t)\in\Omega$ bo‘ladi. $\varphi^0(t)$ $(t \ge v)$ ketma-ketlik **avtomatning chiqishi (ishning natijasi)** deb ataladi. Agar $k=0$ va Φ faqatgina $s(t)$ ga bog‘liq bo‘lsa, u holda $U(\Omega,n)$ avtomat mantiq algebrasining funksiyasiga aylanadi.

Qabul qilingan belgilashlarda bir taktli funksional elementlardan yasalgan teskari bog‘lanishli S sxema quyidagi xarakteristikaga ega bo‘lgan avtomatni ifodalaydi: $v=1$; $\varphi^0-t=0$ momentdagi

S sxema elementlar chiqishlaridagi signallari; Ω – hamma mumkin bo‘lgan elementlar chiqishidagi signallar majmui.

Shunday qilib $v=1$ ushlab turish vaqtiga ega bo‘lgan chekli avtomatni bir taktli funksional elementlardan yasalgan teskari bog‘lanishli sxema orqali ifodalash mumkin.

Mili va Mur avtomatlari

Avtomatning ishini kanonik tenglama bilan ifodalash. Chekli xotirali diskret qurilmalar chekli avtomat modeli bo‘ladi. Bu avtomatning n ta $x_1, x_2, ..., x_n$ kirishi, m ta $y_1, y_2, ..., y_m$ chiqishi va $Q=\{g_0, g_1, ..., g_{r-1}\}$ chekli ichki holati mavjud.

Chekli avtomat diskret vaqt $t=0,1,2,...$ momentlarida ishlaydi. Agar t momentdagi x_i kirish, y_j chiqish va g holatining qiymatlarini mos ravishda $x_i(t)$, $y_j(t)$ va $g(t)$ bilan belgilasak, u holda avtomatning ishi quyidagi kanonik
tenglamalar bilan ifodalanadi:

$$\begin{aligned} y_j(t) &= \Phi_j(x_1(t),...,x_n(t), g(t-1)),\ j=1,...,m, \\ g(t) &= \psi(x_1(t),...,x_n(t), g(t-1)). \end{aligned} \tag{1}$$

(1) tenglamalardagi Φ_j va ψ funksiyalar mos ravishda j **chiqishning funksiyasi** va **o‘tishlar funksiyasi** deb ataladi. Avtomatning ish jarayonini aniqlash uchun uning boshlang‘ich $g(0)$ holatini ko‘rsatish kerak.

Agar $g(0)$ va 1 momentdagi kirish qiymatlari $x_1(1), x_2(1), ..., x_n(1)$ ma’lum bo‘lsa, u holda (1) kanonik tenglamadan foydalanib 1 momentdagi chiqish $y_j(1)$ va $g(1)$ holatning qiymatini, $g(1)$ va $x_1(2),...,x_n(2)$ asosida 2 momentdagi chiqish $y_j(2)$ va $g(2)$ holatlarini aniqlash mumkin va hokazo.

Ikki turdagi avtomatlar mavjud: **initsial** va **initsialmas** (noinitsial). Initsial avtomatlarda boshlang‘ich holat tayinlangan (mahkamlangan) bo‘ladi. Noinitsial avtomatlarda boshlang‘ich holat sifatida istalgan holatni olish mumkin.

Mili va Mur avtomatlari. Ixtiyoriy sondagi kirish va chiqishga ega bo‘lgan avtomat ishini aniqlash masalasi 1ta kirish va 1ta chiqishga ega bo‘lgan avtomatning ishini aniqlash masalasiga keltiriladi. Shuning uchun asosiy model sifatida 1ta x kirishga va 1ta y chiqishga ega bo‘lgan avtomatlarni ko‘ramiz. Bunday avtomatlar quyidagi kanonik tenglama bilan ifodalanadi:

$$y(t) = \Phi(x(t),\ g(t-1)),\ g(t) = \psi(x(t), g(t-1)).$$

Bunday turdagi avtomat **Mili**[26] **avtomati** deb ataladi.

Mili avtomati chekli xotirali diskret qurilmaning yagona modeli emas. Ikkinchi model – **Mur**[27] **avtomati** mavjud. Mur avtomatida chiqish qiymati o‘sha momentning o‘zidayoq ichki holatning qiymati bilan aniqlanadi. Mur avtomatining kanonik tenglamasi quyidagi ko‘rinishda bo‘ladi:

$$g(t) = \psi(x(t), g(t-1)),\ y(t) = \lambda(\ g(t-1)).$$

---

[26] Mili (Mealy G.H.) – AQSh matematigi. Bu avtomatga Mili nomi berilishiga uning ushbu ilmiy ishi sababchi bo‘lgan: Mealy G.H. *A Method to Synthesizing Sequential Circuits*. Bell System Technical J, (1955). 1045-1079.

[27] Mur Eduard (Edward F. Moore, 1925-2003) – AQSh matematigi va informatigi.

Agar birinchi tenglamadan ikkinchisiga $g(t)$ qiymatini qo‘ysak va $\Phi=\lambda(\psi)$ deb belgilasak, u holda ikkinchi tenglama quyidagi ko‘rinishga keladi

$$y(t)=\lambda(\psi((x(t),g(t-1))))=\Phi(x(t),g(t-1)).$$

Demak, Mur avtomatini Mili avtomatining xususiy holi deb qarash mumkin. Bu yerda o‘tish funksiyasi maxsus $\Phi=\lambda(\psi)$ ko‘rinishda bo‘ladi. Xuddi shu kabi, Mili avtomatini ham (qandaydir ma’noda) Mur avtomatiga keltirish mumkin.

Demak, *har qanday initsial va noinitsial Mili avtomatlari uchun ularga ekvivalent bo‘lgan initsial va noinitsial Mur avtomatlari mavjud.*[28]

5-ilova

XULOSA

1.Ko’ptaktli sxemaning ta’rifi berilib, funksional sxemalardan farqi tushuntirildi.
2.Rele–kontaktli sxemalar sintezini hosil qilish usullari ko’rsatildi.
3.Chekli avtomat haqida umumiy tushunchalar berildi.
4.Mili va Mur avtomatlar tavsifiga ko’ra ularning shartli farqlari ko’rsatildi.

6-ilova

Insert texnikasi bo`yicha mavzuni o`qib chiqing va jadvalni to`ldiring.

№	Asosiy tushunchalar	Belgi
1.	Takt. Ko‘p taktli sxema.	
2.	O‘tkazgichlar.	
3.	Rele-kontaktli sxemalar.	
4.	Manfiy kontaktli rele.	
5.	Musbat kontaktli rele.	
6.	Rele-kontaktli sxema	
7.	Funksiyani realizatsiya qilish.	
8.	Kontaktlarni parallel va ketma-ket ulash.	
9.	Chekli avtomat modeli.	
10.	Mili va Mur avtomatlari	

Insert jadvali qoidasi

√ – avval olgan bilimiga to’g’ri keladi.
\+ – yangi ma’lumot
-- – olgan bilimiga qarama-qarshi
? – tushunarsiz (aniqlanishi zarur bo’lgan ma’lumotlar)

Sinov savollari

1. Har bir sxemada chekli sondagi muhim zanjirlar mavjud bo‘lishini ko‘rsating.
2. Muhim zanjirlarga mos keluvchi kon’yunksiyalarning diz’yunksiyasi sxemaning o‘tkazuvchanlik funksiyasiga teng kuchli ekanligini ham isbot qilish mumkinligini ko‘rsating.
3. Quyida berilgan funksiyalarni realizatsiya qiladigan rele-kontaktli sxemalar yasang:

[28] Bu tasdiqning isbotini A.A.Sholomovning (Шоломов Л.А. Основы теории дискретных логических и вычислительных устройств. М.: Наука. 1960.) kitobidan o‘rganishni tavsiya etamiz.

a) $x+y+z$; b) $(x\to y)\leftrightarrow z$; d) $(xy\vee\bar{z})\to t$;

e) $x\to y\to z$; f) $(x\vee y)\leftrightarrow z$; g) $xz\to y$;

h) $(x\leftrightarrow y)\to z$; i) $(x\leftrightarrow y)\leftrightarrow z$; j) $(x\to y)\vee z$.

4. Har bir sxemada chekli sondagi muhim zanjirlar mavjud bo‘lishini isbot qiling.
5. Muhim zanjirlarga mos keluvchi kon’yunksiyalarning diz’yunksiyasi sxemaning o‘tkazuvchanlik funksiyasiga teng kuchli ekanligini isbot qiling. Misolning natijasiga asosan, sxemaga qarab uning o‘tkazuvchanlik funksiyasini yozing.
6. Har qanday kontakt sxema P-sxema bo‘la olmasligini isbotlang.
7. Quyidagi funksiyalarni realizatsiya qiladigan P-sxemalarni toping:

   a) $f_1(x,y,z)=x\to y\to z$, b) $f_2(x,y,z)=x\leftrightarrow y\leftrightarrow z$,

   d) $f_3(x,y,z,t)=(xy\vee t)\leftrightarrow(\bar{x}y\to z)$,

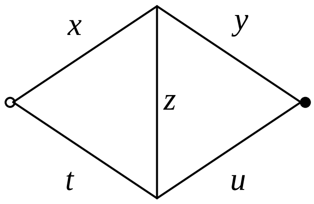
   e) $f_4(x,y,z,t)=(x\vee y\vee z)(\bar{x}\vee\bar{y}\vee t)(xt\vee\bar{y}z)$.
8. 3- shaklda ko‘rsatilgan sxema (“ko‘prikcha”) P-sxema bo‘la olmasligini isbotlang.
9. Agar quyidagilar aniq bo‘lsa, u holda to‘rtta talabadan qaysi biri imtihon topshirgan:

   1) agar birinchi talaba imtihon topshirgan bo‘lsa, u holda ikkinchisi ham topshirgan;

   2) agar ikkinchi talaba imtihon topshirgan bo‘lsa, u holda uchinchisi topshirgan yoki birinchisi topshirmagan;

   3) agar to‘rtinchi talaba imtihon topshirmagan bo‘lsa, u holda birinchisi topshirgan va uchinchisi topshirmagan;

   4) agar to‘rtinchi talaba imtihon topshirgan bo‘lsa, u holda birinchisi ham topshirgan.



3- shakl

10. To‘rtta do‘st – Safarov (S), Bekmurodov (B), Xodjayev (X), Azizov (A) mehnat ta’tillarini to‘rtta har xil shaharda (Toshkent, Buxoro, Samarqand va Farg‘onada) o‘tkazishga kelishdilar. Quyidagi cheklashlar mavjud bo‘lgan holda ulardan har birining qaysi shaharga borishini anilang:

    1) agar S Toshkentga bormasa, u holda X Buxoroga bormaydi;

    2) agar B Toshkentga ham, Farg‘onaga ham bormasa, u holda S Toshkentga boradi.

    3) agar X Farg‘onaga bormasa, u holda B Samarqandga boradi.

    4) agar A Toshkentga bormasa, u holda B Toshkentga bormaydi.

    5) agar A Buxoroga bormasa, u holda B Toshkentga bormaydi.
11. Har qanday teskari bog‘lanishi bo‘lmagan avtomatni funksional elementlardan yasalgan biror sxema orqali ifodalash mumkinligini isbotlang.
12. Har qanday initsial va noinitsial Mili avtomatlari uchun ularga ekvivalent bo‘lgan initsial va noinitsial Mur avtomatlari mavjud ekanligini isbotlang.
13. Har qanday ishlab turish vaqti $v=1$ bo‘lgan chekli avtomatni bir taktli funksional elementlardan yasalgan sxema orqali ifodalanishini ko‘rsating.

Mustaqil ishlash uchun savollar

1. Musbat va manfiy kontaktli relelar bir-biridan nima bilan farq qiladi?
2. Rele-kontaktli sxema orqali funksiya qanday realizatsiya qilinadi?
3. Kontaktlarni parallel va ketma-ket ulashga qanday funksiya mos qo‘yiladi?
4. O‘tkazuvchanlik funksiyasi nima?
5. Muhim zanjir va P-sxemalar haqida nima bilasiz?

6. Elementning yuqori va quyi indeksi deganda nimani tushunasiz?
7. To‘g‘ri sxema nima?
8. Xarakteristik funksiya nima?
9. Funksional elementlar sistemasi qanday shartlarni qanoatlantirsa kuchsiz avtomatli to‘liq sistema deyiladi?
10. Chekli avtomat haqida qanday tushunchalarni bilasiz?
11. Mili va Mur avtomatlari deganda nimani tushunasiz?
12. Mili va Mur avtomatlari orasidagi munosabatlarni bilasizmi?
13. Avtomat ishining kanonik tenglamasida ishtirok etuvchi funksiyalar nima
deb ataladi?

8-MAVZU	**MATEMATIK MANTIQ FUNKSIYALARINI MINIMALLASHTIRISH MUAMMOSI. DIZ'YUNKTIV NORMAL SHAKLNI SODDALASHTIRISH MASALASI. QISQARTIRILGAN DIZ'YUNKTIV NORMAL SHAKL. QISQARTIRILGAN DIZ'YUNKTIV NORMAL SHAKLNI YASASH ALGORITMI.**

Mavzuning texnologik modeli

O`quv soati – 2 soat	*Talabalar soni: 50* ta
O`quv mashg`ulot shakli	Axborotli ma`ruza
Ma`ruza rejasi	1. Matematik mantiq funksiyalarini minimallashtirish muammosi. 2. Diz'yunktiv normal shaklni soddalashtirish va tupikli DNSh. 3. Minimallashtirish masalasining geometrik tarzda qo'yilishi. 4. Qisqartirilgan diz'yunktiv normal shakl. 5. Qisqartirilgan diz'yunktiv normal shaklni yasash algoritmi.
O`quv mashg`u-lotining maqsadi:	Matematik mantiq funksiyalarini minimallashtirish muammosini o'rganish. Diz'yunktiv normal shaklni soddalashtirish va tupikli DNShni hosil qilish jarayonini tavsiflash. Minimallashtirish masalasining geometrik tarzda qo'yilishi va uning talqini ko'rsatish. Qisqartirilgan diz'yunktiv normal shaklni yasash algoritmlari va ularni amalda qo'llanilishini ko'rsatish.

Pedagogik vazifalar:	*O`quv faoliyati natijalari:*
1.Matematik mantiq funksiyalarini minimallashtirish muammosini tushuntrish; 2.Diz'yunktiv normal shaklni soddalash tirish va tupikli DNShni hosil qilish jarayonini ko'rsatish; 3.Minimallashtirish masalasining geometrik tarzda qo'yilishi va uning talqini ko'rsatish; 4.Qisqartirilgan diz'yunktiv normal shaklni yasash algoritmlari va ularni amalda qo'llanilishini ko'rsatish.	1.Matematik mantiq funksiyalarini minimallashtirish muammosini o'rganish; 2.Diz'yunktiv normal shaklni soddalashtirish va tupikli DNShni hosil qilish jarayonini o'rganish; 3.Minimallashtirish masalasining geometrik tarzda qo'yilishi va uning talqini bilan tanishish; 4.Qisqartirilgan diz'yunktiv normal shaklni yasash algoritmlari va ularni amalda qo'llanilishini o'rganish.
O`qitish vositalari	*O`UM, ma`ruza matni, kompyuter slaydlari, doska*
O`qitish usullari	*ma`ruza, Pinbord, aqliy hujum*
O`qitish shakllari	*Frontal, jamoaviy ish*

O`qitish sharoiti	*Texnik vositalar bilan ta`minlangan, guruhlarda ishlash usulini qo`llash mumkin bo`lgan auditoriya va jihozlari.*
Monitoring va baholash	*og`zaki savollar, blis-so`rov*

Mavzuning texnologik xaritasi

Ish bosqich-lari	**O`qituvchi faoliyatining mazmuni**	**Tinglovchi faoliyatining mazmuni**
1-bosqich. Mavzuga kirish (20 min)	1.22. O`quv mashg`uloti mavzusi, savollarni va o`quv faoliyati natijalarini, mustaqil ishlash uchun adabiyotlarni aytadi. 1.23. Baholash mezonlari (2- ilovada). 1.24. Pindbord usulida mavzu bo`yicha ma`lum bo`lgan tushunchalarni faollashtiradi. Pindbord usulida natijasiga ko`ra tinglovchilarning nimalarda adashishlari, xato qilishlari mumkinligining tashxizini amalga oshiradi (1-ilova). 1.3. Mavzuni jonlashtirish uchun savollar beradi (3-ilova).	Tinglaydilar. Tinglaydilar. Muhim tushunchalar daftarda qayd etiladi. Savollar beradilar. Tushunchalarni aytadilar
2 -bosqich. Asosiy qism (50 min)	2.1. Ma`ruza matnini tarqatadi, Reja va asosiy tushunchalar bilan tanishtiradi. 2.2.Ma`ruza rejasining hamma savollar bo`yicha tushuncha beradi. (4 - ilova). Ma`ruzada berilgan savollar yuzasidan umumlashtiruvchi xulosa beradi. (5 - ilova). 2.4. Tayanch iboralarga qaytiladi (Insert usuli) – 6-ilova. 2.5. Talabalar ishtirokida ular yana bir bor takrorlanadi, asosiy tushunchalarga kelinadi.	Tinglaydilar. UMKga qaraydilar Muhim tushunchalar daftarda qayd etiladi. Har bir tayanch tushuncha va iboralarni muhokama qiladilar.
3-bosqich. Yakunlovchi (10 min)	3.8. Mashg`ulot bo`yicha yakunlovchi xulosalar qiladi, olingan bilimlarning qayerda ishlatish mumkinligini ma`lum qiladi. 3.2. Darsda olingan bilimlar baholanadi 3.3. Mavzu bo`yicha bilimlarni chuqurlashtirish uchun adabiyotlar ro`yxatini beradi. 3.4. Mustaqil ish topshiriqlarini va uning baholash mezonini beradi. Keyingi mazvuga tayyorlanib kelish uchun savollar beradi.	Savollar beradilar. O`UMga qaraydilar. Vazifalarni yozib oladilar.

REJA - TOPSHIRIQ

<table>
<tr><td>Reja:</td><td>1. Matematik mantiq funksiyalarini minimallashtirish muammosi.
2. Diz'yunktiv normal shaklni soddalashtirish va tupikli DNSh
3. Minimallashtirish masalasining geometrik tarzda qo'yilishi.
4. Qisqartirilgan diz'yunktiv normal shakl.
5. Qisqartirilgan diz'yunktiv normal shaklni yasash algoritmi.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Mashg`ulotning maqsadi: Matematik mantiq funksiyalarini minimallashtirish muammosini o'rganish. Diz'yunktiv normal shaklni soddalashtirish va tupikli DNShni hosil qilish jarayonini tavsiflash. Minimallashtirish masalasining geometrik tarzda qo'yilishi va uning talqini ko'rsatish. Qisqartirilgan diz'yunktiv normal shaklni yasash algoritmlari va ularni amalda qo'llanilishini ko'rsatish.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Talabalarning o`quv faoliyati natijalari:
1.Matematik mantiq funksiyalarini minimallashtirish muammosini o'rganadilar;
2.Diz'yunktiv normal shaklni soddalashtirish va tupikli DNShni hosil qilish jarayonini o'rganadilar;
3.Minimallashtirish masalasining geometrik tarzda qo'yilishi va uning talqini bilan tanishadilar;
4.Qisqartirilgan diz'yunktiv normal shaklni yasash algoritmlari va ularni amalda qo'llanilishini o'rganadilar.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Mustaqil tayyorgarlik uchun topshiriq:
1. Topshiriq (1-ilova). Mashqlar
2. Topshiriq (2-ilova). Sinov savollari</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>Nazorat shakli:
• kuzatuv;
• o`quv topshiriqlarini bajarish;<br>• savollarga javob berish.</td><td><i>Eng yuqori ball:</i><br>______ (tezkor – so`rovga to`g`ri javob)
Haqiqiy ball: ______</td><td>O`qituvchi imzosi:</td></tr>
</table>

8-MAVZU	**MATEMATIK MANTIQ FUNKSIYALARINI MINIMALLASHTIRISH MUAMMOSI. DIZ'YUNKTIV NORMAL SHAKLNI SODDALASH-TIRISH MASALASI. QISQARTIRILGAN DIZ'YUNKTIV NORMAL SHAKL. QISQARTIRILGAN DIZ'YUNKTIV NORMAL SHAKLNI YASASH ALGORITMI.**

Reja:

1. Matematik mantiq funksiyalarini minimallashtirish muammosi.
2. Diz'yunktiv normal shaklni soddalashtirish va tupikli DNSh
3. Minimallashtirish masalasining geometrik tarzda qo'yilishi.
4. Qisqartirilgan diz'yunktiv normal shakl.
5. Qisqartirilgan diz'yunktiv normal shaklni yasash algoritmi

Tayanch iboralar: Elementar kon'yunksiyaning rangi. Mulohaz alar algebrasi funksiyalarini minimallashtirish muammosi. Minimal DNSh. Eng qisqa DNSh.Trivial algoritm. Birma-bir ko'zdan kechirish algoritmi. DNShni soddalashtirishning ikki xil yo'li. Elementar kon'yunksiyani chetlashtirish jarayoni. Ko'paytuvchini chetlashtirish jarayoni. Tupikli DNSh. Joiz kon'yunksiyalar. Trivial algoritmni soddalashtirish. Maksimal interval. Oddiy implikant. Qisqartirilgan DNSh. Algoritm.

Foydalanilgan adabiyotlar:

1.Тўраев Ҳ.Т., Математик мантиқ ва дискрет математика, Тошкент: Ўқитувчи нашриёти, 2003, 378 б.
2.Лихтарников Л.М., Сукачева Т.Г., Математическая логика. Курс лекций. Задачник-практикум и решения, Санк-Петербург: ЛАНЬ, 1999, 286 с.
3. Гаврилов Г.П., Сапоженко А.А. Сборник задач по дискретной математике. Учебное пособие. Москва: Наука.
4. Искандаров Р.И., Математик логика элементлари, Самарқанд: СамДУ, 1970, 324 б.

1-ilova

Baholash mezoni:

- Har bir savol javobiga - 2 ball;
- Har bir qo`shimcha mustaqil fikrga - 2 ball;
- Har bir javobni to`ldirishga - 1 ball.

2-ilova

Pinbord

Pinbord (inglizchadan: *pin*- mahkamlash, *board* – yozuv taxtasi) munozara usullari yoki o'quv suhbatini amaliy usul bilan moslashdan iborat.

Ta`lim beruvchi:

→ Taklif etilgan muammoni yechishga o`z nuqtai nazarini bayon qiladi.

→ Ommaviy to`g`ri aqliy hujumni tashkillashtiradi.

Ta`lim oluvchilar quyidagi g`oyalarni:

→ Taklif etadilar, muhokama qiladilar, baholaydilar eng ko`p maqbul (samarali va boshqa g`oyalarni tanlaydilar va ularni qog`oz varag`iga asosiy so`zlar ko`rinishida (2 so`zdan ko`p bo`lmagan) yozadilar va yozuv taxtasiga biriktiradilar (o`rgatuvchi tizimlar, oddiy va murakkab tizimlar, bir pog`onali va ko`p pog`onali tizimlar, hal kiiluvchi qoida).

→ Guruh a`zolari (ta`lim beruvchi tomonidan belgilangan 2-3 talaba yozuv taxtasiga chiqadilar va boshqalar bilan maslahatlashib:

- aniq xato yoki qaytariluvchi g`oyalarni saralaydilar (ATTlar, soha, tashqi faktor, axborot - tanuvchi avtomatik hisoblash qurilmasi, murakkab ATT, murakkab dinamik tizimlar)
- tortishuvlarni aniqlaydilar (aprior alfaviti, sinflashtirish, bir pog`anali, ko`p pog`onali tizimlar va farqlari);
- g`oyalarni tizimlashtirish mumkin bo`lgan belgilar bo`yicha aniqlaydilar;
- shu belgilar bo`yicha hamma g`oyalarni yozuv taxtasida guruhlaydilar (kartochka/ varaqlar).

Ta`lim beruvchi:

→Umumlashtiradi va ish natijalarini baholaydi.

3-ilova

Mavzuni jonlashtirish uchun savollar:

5. Matematik mantiq funksiyalarini minimallashtirish muammosi deganda nimani tushunasiz?
6. Minimal va eng qisqa DNSh qanday ta'riflanadi?
7. DNShni soddalashtirishning necha xil yo'lini bilasiz?
8. Elementar kon'yunksiyani va ko'paytuvchini chetlashtirish jarayonlari qanday jaroyonlar?
9. Tupikli DNSh deganda nimani tushunasiz?
10. Minimal DNShga keltirishda qanday muammolar bor?
11. Joiz (ruxsat etilgan) kon'yunksiyalar deganda nimani tushunasiz?

12. Qisqartirilgan diz'yunktiv normal shakl deganda nimani tushunasiz?
13. Funksiyani qisqartirilgan diz'yunktiv normal shaklga keltirish algoritmini bilasizmi?

4-ilova

Matematik mantiq funksiyalarini minimallashtirish muammosi.

Mantiq algebrasining funksiyalarini minimallashtirish muammosining dolzarbligi. Xalq xo'jaligi uchun muhim amaliy ahamiyatga ega bo'lgan ko'pchilik masalalarni hal qilishda mantiq algebrasidan foydalanish mumkin. Quyida shunday masalalardan biri mantiq algebrasining funksiyalarini minimallashtirish muammosi sifatida qaralgan.

1-ta'rif. *Ushbu*

$$K = x_{i_1}^{\sigma_1} \cdot x_{i_2}^{\sigma_2} \cdot \ldots \cdot x_{i_r}^{\sigma_r} \ \ (\gamma \neq \mu \ \ bo‘lganda \ i_\gamma \neq i_\mu) \qquad (1)$$

ifoda ***elementar kon'yunksiya*** *deb ataladi.* r *son* ***elementar kon'yunksiyaning rangi*** *deyiladi. Konstanta 1 ni rangi 0 ga teng bo'lgan elementar kon'yunksiya deb hisoblaymiz.*

2-ta'rif. *Ushbu*

$$D = \bigvee_{i=1}^{s} K_i (i \neq j \ bo'lganda \ K_i \neq K_j) \qquad (2)$$

ifoda ***diz'yunktiv normal shakl*** *(DNSh) deb ataladi, bu yerda* K_i *– rangi i ga teng bo'lgan eyementar kon'yunksiya.*

Ma'lumki, D diz'yunktiv normal shakl mantiq algebrasining ma'lum bir $f(x_1, x_2, ..., x_n)$ funksiyasini realizatsiya qiladi va mantiq algebrasining berilgan funksiyasi bir nechta DNSh ko'rinishida ifodalanishi mumkin. Mantiq algebrasining har qanday $f(x_1, x_2, ..., x_n)$ $(f \neq 0)$ funksiyasini DNSh ko'rinishiga keltirish mumkinligini, ya'ni

$$D = f(x_1, x_2, ..., x_n) \qquad (3)$$

III bobda ta'kidlangan edi.

Bunday DNSh sifatida f funksiyaning mukammal diz'yunktiv normal shaklini (MDNSh) olish mumkin, ya'ni

$$D = \bigvee_{\substack{(\sigma_1, \sigma_2, ..., \sigma_n) \\ f(\sigma_1, \sigma_2, ..., \sigma_n) = 1}} x_1^{\sigma_1} x_2^{\sigma_2} ... x_n^{\sigma_n} \ . \qquad (4)$$

1-misol. $f(x_1, x_2, x_3)$ funksiya 1- chinlik jadvali bilan berilgan bo'lsin.

1- jadval

x_1	x_2	x_3	$f(x_1, x_2, x_3)$	x_1	x_2	x_3	$f(x_1, x_2, x_3)$
0	0	0	1	1	0	0	1
0	0	1	0	1	0	1	1
0	1	0	0	1	1	0	1
0	1	1	0	1	1	1	1

U holda $f(x_1, x_2, x_3)$ funksiya

$$D_1 = \overline{x_1}\,\overline{x_2}\,\overline{x_3} \vee x_1 \overline{x_2}\,\overline{x_3} \vee x_1 \overline{x_2} x_3 \vee x_1 x_2 \overline{x_3} \vee x_1 x_2 x_3 \qquad (5)$$

MDNSh ko'rinishida ifodalanishi mumkin.

Ikkinchi tarafdan, shu funksiyaning o'zini

$$D_2 = \overline{x_2}\,\overline{x_3} \vee x_1 \qquad (6)$$

DNSh ko‘rinishida ham ifodalash mumkin (chinlik jadvali orqali aniqlashni o‘quvchiga havola etamiz).

Agar D_1 bilan D_2 ko‘rinishlarini taqqoslasak, u holda D_1 ifodasida 15ta o‘zgaruvchi simvollari va 5ta elementar kon’yunksiyalar qatnashayotganligini, D_2 ifodasida esa, 3ta o‘zgaruvchi simvollari va 2ta elementar kon’yunksiyalar qatnashayotganligini ko‘ramiz. Demak, D_2 formula o‘zgaruvchilar simvoli (elementar kon’yunksiyalar) soniga nisbatan D_1 DNShga qaraganda soddaroq formula hisoblanadi.

Agar D_1 va D_2 ko‘rinishdagi funksiyani:

a) kontaktli sxema orqali realizatsiya qilsak, u holda D_1 DNShni realizatsiya qilish uchun 15ta kontakt, D_2 DNShni realizatsiya qilish uchun esa 3ta kontakt talab qilinadi;

b) nol taktli funksional elementlardan yasalgan sxema orqali realizatsiya qilsak, u holda D_1ni realizatsiya qilish uchun 21 dona funksional element va D_2ni realizatsiya qilish uchun 4 dona funksional element sarf bo‘ladi;

d) bir taktli funksional elementlardan yasalgan ko‘p taktli to‘g‘ri sxema orqali realizatsiya qilish talab qilinsa, u holda D_1ni realizatsiya qilish uchun 33 dona funksional element, shu jumladan, 12 dona ushlab turish elementi va D_2ni realizatsiya qilish uchun 6 dona, shu jumladan, 2 dona ushlab turish elementi kerak bo‘ladi.

Bu mulohazalarning chinligini isbotlashni o‘quvchiga havola etamiz.

Demak, D_1 DNShni realizatsiya qiladigan sxemaning (qanday sxema bo‘lishidan qat’iy nazar) tannarxi D_2 DNShni realizatsiya qiladigan sxemaning tannarxidan ancha qimmat (ortiq) turadi. ■

1- misoldan ko‘rinib turibdiki, mantiq algebrasining funksiyalarini minimallashtirish muammosi ko‘pchilik hollarda (jumladan, xalq xo‘jaligi uchun) katta amaliy ahamiyatga egadir.

Bu masalani hal qilish uchun DNShning “murakkabligini” ifodalovchi $L(D)$ **soddalik indeksi** tushunchasini kiritamiz.

$L(D)$ funksional uchun qo‘yidagi aksiomalarning bajarilishini talab qilamiz.

I. Manfiy emasligi haqidagi aksioma. Har qanday DNSh uchun $L(D) \geq 0$.

II. Monotonligi haqidagi aksioma (ko‘paytmaga nisbatan). Agar $D = D^1 \vee x_i^{\sigma_i} K^1$ bo‘lsa, u holda

$$L(D) \geq L(D^1 \vee K^1). \qquad (7)$$

III. Qavariqligi haqidagi aksioma (qo‘shishga nisbatan). Agar $D = D_1 \vee D_2$ va $D_1 \wedge D_2 \equiv 0$ bo‘lsa, u holda

$$L(D) \geq L(D_1) + L(D_2). \qquad (8)$$

IV. Invariantlik haqidagi aksioma (izomorfizmga nisbatan). Agar R^1 DNSh R DNShdan o‘zgaruvchilarni qayta nomlash (aynan tenglashtirishsiz) usuli bilan hosil qilingan bo‘lsa, u holda $L(D^1) = L(D)$.

Diz'yunktiv normal shakllar uchun **soddalik indekslari** deb ataluvchi quyidagi belgilashlarni kiritamiz.

1. $L_h(D)$ – berilgan D DNShdagi o'zgaruvchilar harflarining soni.

2. $L_k(D)$ – berilgan D DNShdagi elementar kon'yunksiyalar soni.

3. $L_i(D)$ – berilgan D DNShdagi inkor ($\neg$) simvollari soni.

$L_h(D)$, $L_k(D)$ va $L_i(D)$ indekslar yuqorida keltirilgan aksiomalarni qanoatlantiradi.

2- misol. 1- misoldagi D_1 va D_2 DNShlar berilgan bo'lsin. Ravshanki, $L_h(D_1)=15$ va $L_h(D_2)=3$, ya'ni D_2 DNSh o'zgaruvchilar harflarining soni indeksiga nisbatan D_1 DNShga qaraganda soddaroqdir. D_1 va D_2 DNShlar uchun $L_k(D_1)=5$ va $L_k(D_2)=2$ bo'lgani uchun D_2 DNSh elementar kon'yunksiyalar soni indeksiga nisbatan ham D_1 DNShga qaraganda soddaroqdir. $L_i(D_1)=6$ va $L_i(D_2)=2$, ya'ni D_2 DNSh inkor simvollari soni indeksi uchun ham D_1 DNShga nisbatan soddaroq ekan. ■

Ma'lumki, $\{x_1, x_2, ..., x_n\}$ o'zgaruvchilar to'plamidan 3^n ta elementar kon'yunksiya tuzish mumkin ("bo'sh" kon'yunksiyaga 1 konstanta mos qilib qo'yilgan). Bundan o'z navbatida $\{x_1, x_2, ..., x_n\}$ to'plam elementlaridan 2^{3^n} ta diz'yunktiv normal shakl tuzish mumkinligi kelib chiqadi.

3- ta'rif. *Agar $f(x_1, x_2, ..., x_n)$ funksiyani realizatsiya qiluvchi DNSh $L(D)$ indeksga nisbatan minimal bo'lsa, u holda bunday DNSh L ga nisbatan minimal DNSh, L_k indeksga nisbatan minimal bo'lgan DNSh* ***eng qisqa diz'yunktiv normal shakl*** *deb ataladi.*

Bundan keyin L_h indeksga nisbatan minimal bo'lgan DNShni **minimal diz'yunktiv shakl** deb ataymiz.

3- misol. 1- misoldagi D_1 va D_2 DNShlarni tahlil qilamiz. D_2 DNSh minimal DNShdir, chunki ushbu DNSh orqali ifodalangan $f(x_1, x_2, x_3)$ funksiyaning x_1, x_2, x_3 argumentlari muhim (soxta emas) argumentlardir. Shuning uchun uni uchtadan kam harf bilan ifodalash mumkin emas.

D_2 DNSh eng qisqa DNShdir, chunki ushbu DNSh bilan ifodalangan $f(x_1, x_2, x_3)$ funksiya har qanday elementar kon'yunksiyadan farq qiladi.

D_2 DNSh L_i indeksga nisbatan ham minimal DNShdir, chunki ushbu DNSh bilan ifodalangan $f(x_1, x_2, x_3)$ funksiya x_2 va x_3 o'zgaruvchilari bo'yicha o'suvchi funksiya emas va demak, uni ikkita inkordan kam inkor qatnashgan DNSh ko'rinishida ifodalash mumkin. ■

Shunday qilib, asosiy muammo matematik mantiqning ixtiyoriy $f(x_1, x_2, ..., x_n)$ funksiyasi uchun L indeksga nisbatan minimal diz'yunktiv normal shaklni topishdan iboratdir. Bu muammo **matematik mantiq funksiyalarini minimallashtirish muammosi** deb ataladi.

Matematik mantiq funksiyalarini minimallashtirish muammosini hal qilish algoritmining mavjudligi. Bu bobda matematik mantiq funksiyalarini minimallashtirish muammosini hal qilish usullari bilan shug'ullanamiz. Avvalo bu masala yechimining trivial algoritmi mavjudligini ta'kidlaymiz. Bu algoritm **birma-bir ko'zdan kechirish algoritmi** deb yuritiladi va quyidagi 4 bandda ifodalangan jarayonlarni bajarishni taqazo qiladi.

1. $\{x_1, x_2, ..., x_n\}$ o‘zgaruvchilar to‘plamida barcha 2^{3^n} ta $D_1, D_2, ..., D_{2^{3^n}}$ diz’yunktiv normal shakllarni ma’lum tartibda tuzamiz.

2. Bu DNSh lardan $f(x_1, x_2, ..., x_n)$ funksiyani realizatsiya qiladigan DNShlarni ajratib olamiz.

3. Ajratib olingan DNShlar soddalik indekslarining (L_h, L_k, L_i) miqdorlarini hisoblaymiz.

4. L_h, L_k, L_i indekslar miqdorlarini bir-biri bilan taqqoslash yo‘li bilan Lga nisbatan minimal bo‘lgan DNShni topamiz. ■

Keltirilgan algoritmni amaliy realizatsiya qilish uchun juda ham ko‘p mehnat talab etiladi, chunki kamida 2^{3^n} ta sodda amalni (operasiyani) bajarishga to‘g‘ri keladi. Masalan, $n = 3$ bo‘lganda, $f(x_1, x_2, x_3)$ funksiyani realizatsiya qiladigan L indeksga nisbatan minimal diz’yunktiv normal shakllarni topish uchun kamida $2^{3^n} = 2^{3^3} = 134\ 217\ 728$ ta amalni bajarishga to‘g‘ri keladi. Shuning uchun $n \geq 3$ dan boshlab bu algoritmdan foydalanish (hattoki tez hisoblah imkoniyatiga ega bo‘lgan hozilrgi zamon hisoblash mashinalarini ishlatganda ham) mantiqqa to‘g‘ri kelmaydi. Bu algoritmdan faqatgina $n = 1$ va $n = 2$ bo‘lgan hollar uchun foydalanish mumkin.

Demak, umuman olganda, birma-bir ko‘zdan kechirish algoritmi minimal diz’yunktiv normal shaklni topish masalasida amaliy yordam bermaydigan algoritmdir. Shuning uchun mantiq algebrasi funksiyasini minimallashtirishning boshqa usullarini izlashga to‘g‘ri keladi.

Diz’yunktiv normal shaklni soddalashtirish va tupikli DNSh.

Mantiq algebrasining DNShdagi ixtiyoriy D formulasi uchun

$$D = D^1 \vee K, \ D = D^1 \vee x_i^{\sigma_i} K^1, \qquad (1)$$

bo‘lsin, bu yerda D^1 – biror DNSh, K – berilgan D formulaning biror elementar kon’yunksiyasi, $x_i^{\sigma_i}$ – shu K elementar kon’yunksiyaning birorta (i indeksli) ko‘paytuvchisi, K^1 – Kning qolgan ko‘paytuvchilari, ya’ni $K = x_i^{\sigma_i} K^1$. DNShni soddalashtirishning ikki xil yo‘lini (tipini) ko‘rib o‘taylik.

I. Elementar kon’yunksiyani chetlashtirish operatsiyasi. D DNShdan D^1 DNShga o‘tish uchun K elementar kon’yunksiyani chetlashtirish kerak. Bunday o‘zgartirish $D = D^1$ bo‘lganda va faqat shundagina mumkin.

II. Ko‘paytuvchini chetlashtirish operatsiyasi. D DNShdan $D^1 \vee K^1$ DNShga o‘tish operatsiyasi. Buni bajarish uchun K elementar kon’yunksiya ifodasidan $x_i^{\sigma_i}$ ko‘paytuvchini chetlashtirish kerak. Bu almashtirish $D = D^1 \vee K^1$ bo‘lganda aniqlangan.

1- ta’rif. *I va II almashtirishlar yo‘llari bilan soddalashtirish mumkin bo‘lmagan D DNSh (I va II almashtirishlarga nisbatan)* ***tupikli DNSh (TDNSh)*** *deb ataladi.*

1- misol. $D = \overline{x_2}\,\overline{x_3} \vee x_1$ DNSh I va II almashtirishlarga nisbatan tupikli DNShdir. ■

(1) va monotonlik aksiomasiga asosan $L(D^1) \leq L(D)$ va $L(D^1 \vee K^1) \leq L(D)$ bo‘ladi. Shuning uchun TDNShlar orasida har doim minimal diz’yunktiv normal shakllar mavjud bo‘ladi.

Diz’yunktiv normal shaklni soddalashtirish. Endi yuqorida keltirilgan ikkita almashtirish asosida berilgan $f_1(x_1, x_2, x_3)$ **DNShni soddalashtirish algoritmini** keltiramiz.

1. $f_1(x_1, x_2, x_3)$ funksiyani ifodalovchi biror DNShni dastlabki DNSh sifatida olamiz. Masalan, shunday DNSh sifatida uning mukammal diz'yunktiv normal shaklini olamiz (chunki chinlik jadvali asosida uni formula orqali osongina yozish mumkin).

2. Dastlabki diz'yunktiv normal shaklda qo'shiluvchi-larni va har bir qo'shiluvchidagi ko'paytuvchilarni tartibga solamiz. Bu tartiblash bilan DNSh ko'rinishi beriladi.

3. Chapdan o'ngga qarab DNSh ko'rinishi ko'rilib o'tiladi. Navbatdagi K_i $(i = 1,2,...,n)$ elementar kon'yunksiyaga nisbatan K_i elementar kon'yunksiyani chetlashtirish operatsiyasi qo'llaniladi, agar bu mumkin bo'lmasa, u vaqtda chapdan o'ngga qarab $K_i = x_{i_1}^{\sigma_1} x_{i_2}^{\sigma_2} ... x_{i_r}^{\sigma_r}$ elementar kon'yunksiyalarning $x_{i_\nu}^{\sigma_\nu}$ $(\nu = 1,2,...,r)$ ko'paytuvchi hadlari ko'rilib chiqiladi va ularga nisbatan mumkin bo'lgunga qadar $x_{i_\nu}^{\sigma_\nu}$ ko'paytuvchini chetlashtirish operatsiyasi qo'llaniladi. Shundan so'ng keyingi elementar kon'yunksiyaga o'tiladi.

Oxirgi elementar kon'yuknsiyani ishlab chiqqandan keyin, hosil bo'lgan DNShni yana qaytadan chapdan o'ngga qarab ko'rib chiqiladi va elementar kon'yunksiyani chetlashtirish operatsiyasi sinab ko'riladi. Natijada izlangan diz'yunktiv normal shaklga ega bo'lamiz. ■

1- teorema. *Soddalashtirish algoritmini qo'llash natijasida hosil qilingan diz'yunktiv normal shakl (I va II almashtirishlarga nisbatan) minimal DNSh bo'ladi.*

2- misol. Chinlik jadvali vositasida berilgan (1- jadval) $f(x_1, x_2, x_3)$ funksiyani ko'rib o'taylik.

1- jadval

x_1	x_2	x_3	$f(x_1, x_2, x_3)$	x_1	x_2	x_3	$f(x_1, x_2, x_3)$
0	0	0	1	1	0	0	1
0	0	1	1	1	0	1	0
0	1	0	0	1	1	0	1
0	1	1	1	1	1	1	1

$f(x_1, x_2, x_3)$ funksiya uchun dastlabki DNSh sifatida MDNShni olamiz va ikki tartiblashni o'tkazamiz:

$$D' = \overline{x_1}\,\overline{x_2}\,\overline{x_3} \vee \overline{x_1}\,\overline{x_2}\,x_3 \vee \overline{x_1}\,x_2\,x_3 \vee x_1\,\overline{x_2}\,\overline{x_3} \vee x_1\,x_2\,\overline{x_3} \vee x_1x_2x_3\,,$$

$$D'' = \overline{x_1}\,\overline{x_2}\,\overline{x_3} \vee x_3\,\overline{x_1}\,\overline{x_2} \vee x_2\,\overline{x_1}\,x_3 \vee x_1x_2x_3 \vee \overline{x_3}\,x_1\,x_2 \vee x_1\,\overline{x_2}\,\overline{x_3}\,.$$

Tartibga solingan D' DNSh uchun algoritmning ishlashini ko'ramiz.

1. $\overline{x_1}\,\overline{x_2}\,\overline{x_3}$ kon'yunksiyani chetlashtirish mumkin emas, ammo $\overline{x_1}$ ko'paytuvchini chetlashtirish mumkin, chunki $\overline{x_2}\,\overline{x_3} = \overline{x_1}\,\overline{x_2}\,\overline{x_3} \vee x_1\overline{x_2}\,\overline{x_3}$. Natijada $\overline{x_2}\,\overline{x_3}$ kon'yunksiyaga ega bo'lamiz, undan birorta ham ko'paytuvchini chetlashtirish mumkin emas.

2. $\overline{x_1}\,\overline{x_2}\,x_3$ kon'yunksiyani ham chetlashtirish mumkin emas. Bu kon'yunksiyadan $\overline{x_1}$ ko'paytuvchini chetlashtirish mumkin emasligini osongina ko'rish mumkin, lekin $\overline{x_2}$ ko'paytuvchiga nisbatan $\overline{x_2}$ ko'paytuvchini chetlashtirish operatsiyasini qo'llash mumkin. $\overline{x_1}\,x_3$ kon'yunksiyani hosil qilamiz. Ko'paytuvchini chetlashtirish operatsiyasini ishlatib soddalashtirish mumkin emas.

3. $\overline{x_1}\, x_2\, x_3$ kon’yunksiyani chetlashtirish mumkin, chunki $\overline{x_1}\, x_3 = \overline{x_1}\, \overline{x_2}\, x_3 \vee \overline{x_1}\, x_2 x_3$.

4. $x_1\, \overline{x_2}\, \overline{x_3}$ kon’yunksiyani ham chetlashtirish mumkin, chunki $\overline{x_2}\, \overline{x_3} = x_1 \overline{x_2}\, \overline{x_3} \vee \overline{x_1}\, \overline{x_2}\, \overline{x_3}$.

5. $x_1\, x_2\, \overline{x_3}$ kon’yunksiyani chetlashtirish mumkin emas, biroq x_2 ko‘paytuvchini tashlab yuborish mumkin. Natijada $x_1\, \overline{x_3}$ kon’yunksiyaga ega bo‘lamiz. Bu kon’yunksiyaga nisbatan ko‘paytuvchini chetlashtirish operatsiyasini ishlatib, uni soddalashtirish mumkin emas.

6. $x_1\, x_2\, x_3$ kon’yunksiyani ham chetlashtirish mumkin emas, ammo undan x_1 ko‘paytuvchini chetlashtirish mumkin. Natijada, $x_2\, x_3$ kon’yunksiyani hosil qilamiz va uni boshqa soddalashtirish mumkin emas.

Shunday qilib, $\overline{x_2}\, \overline{x_3} \vee \overline{x_1}\, x_3 \vee x_1\, \overline{x_3} \vee x_2\, x_3$ DNShni hosil qilamiz. Bu DNShga nisbatan kon’yunksiyani chetlashtirish operatsiyasini ishlatish natija bermaydi.

Demak, soddalashtirish algoritmini ishlatish natijasida

$$D_1 = \overline{x_2}\, \overline{x_3} \vee \overline{x_1}\, x_3 \vee x_1\, \overline{x_3} \vee x_2\, x_3 \tag{2}$$

DNShni hosil qilamiz. Yuqorida keltirilgan hisoblashlar 2- jadvalda aks ettirilgan.

Agar soddalashtirish algoritmini D''ga nisbatan ishlatsak, u holda

$$D_2 = \overline{x_2}\, \overline{x_3} \vee \overline{x_1}\, x_3 \vee x_1\, x_2 \tag{3}$$

diz’yunktiv normal shaklga ega bo‘lamiz.

3- jadvalda D''ga nisbatan ishlatilgan soddalashtirish algoritmi ishining asosiy bosqichlari keltirilgan. ■

2- misoldan ko‘rinib turibdiki, soddalashtirish algoritmi tatbiqining natijasi dastlabki DNShni qanday tartiblashga bog‘liq bo‘lar ekan.

2- jadval

Qadam tartib raqami	DNSh va ko‘rilayotgan tartib	Tekshiri-layotgan kon’yunksiya	Operatsiya turi
1	$\overline{x_1}\,\overline{x_2}\,\overline{x_3} \vee \overline{x_1}\,\overline{x_2}\,x_3 \vee$ $\vee \overline{x_1}\,x_2\,x_3 \vee x_1\,\overline{x_2}\,\overline{x_3} \vee$ $\vee x_1\,x_2\,\overline{x_3} \vee x_1\,x_2\,x_3$	$\overline{x_1}\,\overline{x_2}\,\overline{x_3}$	$\overline{x_1}$ ni chetlashtirish
2	$\overline{x_2}\,\overline{x_3} \vee \overline{x_1}\,\overline{x_2}\,x_3 \vee$ $\vee \overline{x_1}\,x_2\,x_3 \vee x_1\,\overline{x_2}\,\overline{x_3} \vee$ $\vee x_1\,x_2\,\overline{x_3} \vee x_1\,x_2\,x_3$	$\overline{x_1}\,\overline{x_2}\,x_3$	$\overline{x_2}$ ni chetlashtirish
3	$\overline{x_2}\,\overline{x_3} \vee \overline{x_1}\,x_3 \vee$ $\vee \overline{x_1}\,x_2\,x_3 \vee x_1\,\overline{x_2}\,\overline{x_3} \vee$ $\vee x_1\,x_2\,\overline{x_3} \vee x_1\,x_2\,x_3$	$\overline{x_1}\,x_2\,x_3$	$\overline{x_1}\,x_2\,x_3$ ni chetlashtirish
4	$\overline{x_2}\,\overline{x_3} \vee \overline{x_1}\,x_3 \vee x_1\,\overline{x_2}\,\overline{x_3} \vee$ $\vee x_1\,x_2\,\overline{x_3} \vee x_1\,x_2\,x_3$	$x_1\,\overline{x_2}\,\overline{x_3}$	$x_1\,\overline{x_2}\,\overline{x_3}$ ni chetlashtirish

5	$\overline{x}_2\,\overline{x}_3 \vee \overline{x}_1\, x_3 \vee$ $\vee\, x_1\, x_2\, \overline{x}_3 \vee x_1\, x_2\, x_3$	$x_1\, x_2\, \overline{x}_3$	x_2 ni chetlashtirish
6	$\overline{x}_2\,\overline{x}_3 \vee \overline{x}_1\, x_3 \vee$ $\vee\, x_1\, \overline{x}_3 \vee x_1\, x_2\, x_3$	$x_1\, x_2\, x_3$	x_1 ni chetlashtirish
7	$x_2\,\overline{x}_3 \vee \overline{x}_1\, x_3 \vee$ $\vee\, x_1\, \overline{x}_3 \vee x_2\, x_3$		
	Ikkinchi ko‘rish yangi natija bermaydi	Algoritmning ishi tugadi	

Masalan, $L_h(D_1)=8$, $L_h(D_2)=6$, $L_k(D_1)=4$, $L_k(D_2)=3$, $L_i(D_1)=4$, $L_i(D_2)=3$ va bu yerdan $L_h(D_1)\neq L_h(D_2)$, $L_k(D_1)\neq L_k(D_2)$, $L_i(D_1)\neq L_i(D_2)$ munosabatlar kelib chiqadi.

3- jadval

Qadam tartib raqami	DNSh va ko‘rilayotgan tartib	Tekshiri-layotgan kon’yunksiya	Operatsiya turi
1	$\overline{x}_1\,\overline{x}_2\,\overline{x}_3 \vee x_3\,\overline{x}_1\,\overline{x}_2 \vee$ $\vee\, x_2\,\overline{x}_1\, x_3 \vee x_1\, x_2\, x_3 \vee$ $\vee\,\overline{x}_3\, x_1\, x_2 \vee x_1\,\overline{x}_2\,\overline{x}_3$	$\overline{x}_1\,\overline{x}_2\,\overline{x}_3$	$\overline{x}_1$ ni chetlashtirish
2	$\overline{x}_2\,\overline{x}_3 \vee x_3\,\overline{x}_1\,\overline{x}_2 \vee$ $\vee\, x_2\,\overline{x}_1\, x_3 \vee x_1\, x_2\, x_3 \vee$ $\vee\,\overline{x}_3\, x_1\, x_2 \vee x_1\,\overline{x}_2\,\overline{x}_3$	$x_3\,\overline{x}_1\,\overline{x}_2$	x_3 ni chetlashtirish
3	$\overline{x}_2\,\overline{x}_3 \vee \overline{x}_1\,\overline{x}_2 \vee$ $\vee\, x_2\,\overline{x}_1\, x_3 \vee x_1\, x_2\, x_3 \vee$ $\vee\,\overline{x}_3\, x_1\, x_2 \vee x_1\,\overline{x}_2\,\overline{x}_3$	$x_2\,\overline{x}_1\, x_3$	x_2 ni chetlashtirish
4	$\overline{x}_2\,\overline{x}_3 \vee \overline{x}_1\,\overline{x}_2 \vee$ $\overline{x}_1\, x_3 \vee x_1\, x_2\, x_3 \vee$ $\vee\,\overline{x}_3\, x_1\, x_2 \vee x_1\,\overline{x}_2\,\overline{x}_3$	$x_1\, x_2\, x_3$	x_1 ni chetlashtirish
5	$\overline{x}_2\,\overline{x}_3 \vee \overline{x}_1\,\overline{x}_2 \vee$ $\vee\,\overline{x}_1\, x_3 \vee x_2\, x_3 \vee$ $\vee\,\overline{x}_3\, x_1\, x_2 \vee x_1\,\overline{x}_2\,\overline{x}_3$	$\overline{x}_3\, x_1\, x_2$	$\overline{x}_3$ ni chetlashtirish
6	$\overline{x}_2\,\overline{x}_3 \vee \overline{x}_1\,\overline{x}_2 \vee$ $\vee\,\overline{x}_1\, x_3 \vee x_2\, x_3 \vee$ $\vee\, x_1\, x_2 \vee x_1\,\overline{x}_2\,\overline{x}_3$	$x_1\,\overline{x}_2\,\overline{x}_3$	$x_1\,\overline{x}_2\,\overline{x}_3$ ni chetlashtirish
7	$\overline{x}_2\,\overline{x}_3 \vee \overline{x}_1\,\overline{x}_2 \vee$		

	$\vee \bar{x}_1 x_3 \vee x_2 x_3 \vee x_1 x_2$	$\bar{x}_2 \bar{x}_3$	qo‘llanilmaydi
8	$\bar{x}_2 \bar{x}_3 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 \vee$ $\vee \bar{x}_1 x_3 \vee x_2 x_3 \vee x_1 x_2$	$\bar{x}_1 \bar{x}_2$	$\bar{x}_1 \bar{x}_2$ ni chetlashtirish
9	$\bar{x}_2 \bar{x}_3 \vee \bar{x}_1 x_3 \vee$ $\vee x_2 x_3 \vee x_1 x_2$	$\bar{x}_1 x_3$	qo‘llanilmaydi
10	$\bar{x}_2 \bar{x}_3 \vee \bar{x}_1 x_3 \vee$ $\vee x_2 x_3 \vee x_1 x_2$	$x_2 x_3$	$x_2 x_3$ ni chetlashtirish
11	$\bar{x}_2 \bar{x}_3 \vee \bar{x}_1 x_3 \vee x_1 x_2$	$x_1 x_2$	qo‘llanilmaydi
12	$\bar{x}_2 \bar{x}_3 \vee \bar{x}_1 x_3 \vee x_1 x_2$	Algoritmning ishi tugadi	

“Istalgan $f(x_1, x_2, ..., x_n)$ funksiya uchun biror tartiblash oqibatida soddalashtirish algoritmini tatbiq etib minimal DNShni hosil etish mumkinmi yoki yo‘qmi?” degan savol tug‘iladi. Bu savolga quyidagi teorema javob beradi.

2- teorema. $f(x_1, x_2, ..., x_n)$ – *matematik mantiq algebrasining ixtiyoriy funksiyasi* $(f \neq 0)$ *va* $D = \bigvee_{i=1}^{n} K_i$ *uning ixtiyoriy (I va II almashtirishlarga nisbatan) tupikli DNSh bo‘lsin. U holda MDNShning shunday tartiblashi mavjud bo‘ladiki, undan soddalashtirish algoritmi yordami bilan* D *tupikli DNShni hosil qilish mumkin.*

Natija. *Tupikli DNShlar orasida albatta L indeksga nisbatan minimal DNShlar (hammasi bo‘lishi shart emas) mavjud bo‘lgani uchun, soddalashtirish algoritmi, MDNShni ma’lum ravishda tartiblash natijasida, minimal DNShni ham topishga imkon yaratadi.*

Shunday qilib, minimal DNShni topish uchun MDNShni tartiblash kerak va unga nisbatan soddalashtirish algoritmini ishlatish kerak.

Teoremaning isbotidan[29] soddalashtirish algoritmi yordami bilan tupikli DNShlarni mukammal DNShdan yasash uchun faqat kon’yunksiyalar ifodasida ko‘paytuvchilar joylashishini variatsiyalash yetarligi kelib chiqadi.

Hozirgi vaqtda kon’yunksiyalarni DNSh ifodasidan chetlashtirish va ko‘paytuvchilarni kon’yunksiyalar ifodasidan chetlashtirish mumkinligini tekshirishlar soni (MDNSh tartiblashning hamma turi bo‘yicha)

$$2^{\left(n\log\frac{n}{2}+1\right)\cdot 2^{n}} \cdot (n+2)\cdot 2^{n}$$

sondan ortiq emasligi isbotlangan. Bu son 2^{3^n} sondan ancha kamdir, ya’ni soddalashtirish algoritmi birma-bir ko‘zdan kechirish algoritmidan yaxshiroq ekanligi ma’lum bo‘ladi.

[29] Яблонский С.В. Введение в дискретную математику. М.: Наука. 1979. 213- sahifaga qarang.

Minimallashtirish masalasining geometrik tarzda qo‘yilishi

Birlik kub va uning elementlariga mos keladigan funksiya. Hamma $\{\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n\}$ majmua to‘plamini E^n bilan belgilaymiz. E^n to‘plamni birlik kubning hamma uchlari to‘plami sifatida qarash mumkin. Shu sababli E^n to‘plam n **o‘lchovli kub**, $\{\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n\}$ esa **kub uchlari** deb ataladi.

$n = 3$ o‘lchovli kub 1- shakldagidek tasvirlanishi mumkin.

1- ta’rif. *$\sigma_{i_1}, \sigma_{i_2}, ..., \sigma_{i_r}$ shunday 0 va 1 sonlardan iborat tayinlangan sonlar sistemasi bo‘lib, $1 \le i_1 < i_2 < ... < i_r \le n$, uchun $\alpha_{i_1} = \sigma_{i_1}$, $\alpha_{i_2} = \sigma_{i_2}, ..., \alpha_{i_r} = \sigma_{i_r}$ bajarilganda E^n kubning uchlaridan tuzilgan to‘plam $(n - r)$* ***o‘lchovli yoq*** *deb ataladi.*

Mantiq algebrasining $f(x_1, x_2, ..., x_n)$ funksiyasi berilgan bo‘lsin. E^n kubning $f(\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n) = 1$ shartni qanoatlantiradigan barcha uchlaridan tashkil topgan to‘plamni N_f bilan belgilaymiz, ya’ni $f(\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n) = 1$ bajarilganda va faqat shunda $(\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n) \in N_f$, bo‘ladi. Masalan, ushbu bobning 2- paragrafidagi 1- jadvalda berilgan $f(x_1, x_2, x_3)$ funksiyaga

$$N_f = \{(0,0,0), (0,0,1), (0,1,1), (1,0,0), (1,1,0), (1,1,1)\}$$

to‘plam mos keladi.

Ravshanki, $N_f \subseteq E^n$. Agar N_f to‘plam berilgan bo‘lsa, u holda unga mos f funksiyaning analitik ko‘rinishini yozish mumkin.

1- misol. Quyidagi to‘plamlarga mos keladigan funksiyalarning analitik ko‘rinishi topamiz:

$N_{f_1} = \{(0,0,0), (1,0,0), (1,0,1)\}$;

$N_{f_2} = \{(1,1,1), (1,1,0), (1,0,1), (0,0,1)\}$.

Berilgan to‘plamlarga mos keladigan funksiyalarning analitik ko‘rinishi quyidagicha bo‘ladi:

$f_1(x_1, x_2, x_3) = \overline{x_1}\,\overline{x_2}\,\overline{x_3} \vee x_1\,\overline{x_2}\,\overline{x_3} \vee x_1\,\overline{x_2}\,x_3$;

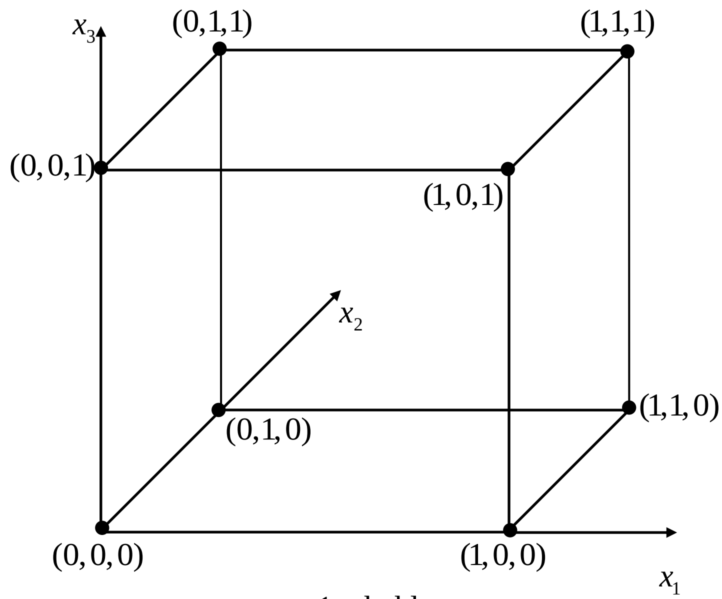
$f_2(x_1, x_2, x_3) = x_1\,x_2\,x_3 \vee x_1\,x_2\,\overline{x_3} \vee x_1\,\overline{x_2}\,x_3 \vee \overline{x_1}\,\overline{x_2}\,x_3$. ■

Shunday qilib, N_f to‘plam berilgan bo‘lsa, u holda unga mos f funksiyani, $f(x_1, x_2, ..., x_n)$ funksiya berilganda esa, N_f to‘plamni topish mumkin.

Dastlabki funksiya sifatida r rangli $k(x_1, x_2, ..., x_n) = x_{i_1}^{\sigma_1} x_{i_2}^{\sigma_2} ... x_{i_r}^{\sigma_r}$ elementar kon’yunksiyani olaylik.

2- ta’rif. *K kon’yunksiyaga mos N_k to‘plam r* ***rangli interval*** *deb ataladi.*

O’z-o‘zidan ravshanki, r rangli N interval $(n - r)$ o‘lchovli yoqni ifodalaydi.



1- shakl

2- misol. $k_1(x_1,x_2,x_3)=x_2x_3$, $k_2(x_1,x_2,x_3)=\overline{x_1}\,\overline{x_2}$, $k_3(x_1,x_2,x_3)=\overline{x_1}$ kon'yunksiyalarga $N_{k_1}=\{(1,1,1),(0,1,1)\}$, $N_{k_2}=\{(0,0,0),(0,0,1)\}$, $N_{k_3}=\{(0,0,0),(0,1,0),(0,0,1),(0,1,1)\}$ intervallar mos keladi. Bu intervallar mos ravishda 2, 2 va 1 rangli, hamda va 1 o'lchovli yoq (qirra), 1 o'lchovli yoq (qirra) va 2 o'lchovli yoqdir. ■

Agar $f(x_1,x_2,...,x_n)=g(x_1,x_2,...,x_n)\vee h(x_1,x_2,...,x_n)$ bo'lsa, u holda

1) $N_g\subseteq N_f$, $N_h\subseteq N_f$;

2) $N_f=N_g\bigcup N_h$

bo'ladi.

Umuman olganda, agar $f(x_1,x_2,...,x_n)=D$ va $D=K_1\vee K_2\vee...\vee K_s$ bo'lsa, u holda yuqoridagi xossalarga asosan $N_{k_i}\subseteq N_f$ $(i=1,2,...,s)$ va $N_f=N_{k_1}\bigcup N_{k_2}\bigcup...\bigcup N_{k_s}$, ya'ni f funksiyaga N_f to'plamning N_{k_1}, N_{k_2}, ... , N_{k_s} intervallardan iborat **qobiq** mos keladi va har bir N_{k_1}, N_{k_2} ,..., N_{k_s} intervallardan iborat N_f to'plamning qobig'iga D diz'yunktiv normal shaklda ifodalangan f funksiya mos keladi.

Demak, mantiq algebrasining har bir $f(x_1,x_2,...,x_n)$ funksiyasiga bitta N_f to'plamning $N_{k_1},N_{k_2},...,N_{k_n}$ intervallardan $(N_{k_j}=N_f)$ iborat qobig'i va, aksincha, har bir N_f to'plamning $N_{k_1},N_{k_2},...,N_{k_n}$ intervallardan iborat qobig'iga bitta $f(x_1,x_2,...,x_n)$ funksiya mos keladi, ya'ni N_f ning qobig'i bilan $f(x_1,x_2,...,x_n)$ funksiya o'rtasida o'zaro bir qiymatli moslik bor.

3- misol. Ushbu bobning 2- paragrafidagi 1- jadval bilan berilgan $f(x_1,x_2,x_3)$ funksiya uchun

$$D_1=\overline{x_1}\,\overline{x_2}\,\overline{x_3}\vee x_1\overline{x_2}\,\overline{x_3}\vee x_1\overline{x_2}\,x_3\vee x_1x_2\overline{x_3}\vee x_1x_2x_3,$$

$$D_2=x_2\overline{x_3}\vee x_1$$

diz'yunktiv normal shakllar topilgan edi. Bu DNShlarga $N_f=\{(0,0,0),(1,0,0),(1,0,1),(1,1,0),(1,1,1)\}$ to'plamning quyidagi ikkita qoplamasi mos keladi:

$$N_f = N_{k_1} \cup N_{k_2} \cup N_{k_3} \cup N_{k_4} \cup N_{k_5}, \; N_f = N_{k_0^1} \cup N_{k_0^2},$$

bu yerda $N_{k_1} = \{(0,0,0)\}$, $N_{k_2} = \{(1,0,0)\}$, $N_{k_3} = \{(1,0,1)\}$, $N_{k_4} = \{(1,1,0)\}$, $N_{k_5} = \{(1,1,1)\}$, $N_{k_1^0} = \{(0,0,0),(1,0,0)\}$, $N_{k_2^0} = \{(1,0,0),(1,0,1),(1,1,0),(1,1,1)\}$. Birinchi qoplama beshta nuqtadan, ikkinchisi esa qirra va ikki o‘lchovli yoqdan iborat. N_{k_i} intervalning rangi r_i bo‘lsin (u K_i kon’yunksiyaning rangiga teng). U holda

$$r = \sum_{i=1}^{s} r_i \tag{4}$$

qoplamaning rangi deb ataladi.

Mantiq algebrasi funksiyasini minimallashtirish muammosiga ekvivalent qoplamalar haqidagi geometrik masala. Mantiq algebrasi funksiyasi $f(x_1, x_2, ..., x_n)$ ni minimallashtirish (minimizasiyalash) muammosiga ekvivalent bo‘lgan qoplamalar haqidagi geometrik masala quyidagicha qo‘yiladi. Berilgan $N_f = N_{k_1} \cup N_{k_2} \cup ... \cup N_{k_s}$ to‘plamning $N_{k_1}, N_{k_2}, ..., N_{k_s}$ ($N_{k_j} \subseteq N_f$, $j = 1,2,...,s$) intervallardan iborat shunday qobig‘ini topish kerakki, uning r rangi eng kichik bo‘lsin, ya’ni qaralayotgan masala

$$\min r = \min \sum_{i=1}^{s} r_i \tag{5}$$

topish masalasiga keladi.

Demak, mantiq algebrasi funksiyasini minimallashtirish masalasini ikki formada ko‘rish mumkin: birinchisi – analitik formada, ikkinchisi – geometrik formada. Shuning uchun adabiyotda ikki til ishlatiladi: analitik va geometrik. Ayrim hollarda ikki tilning kombinatsiyasidan foydalaniladi. Masalan, kon’yunksiyani interval va DNShni qoplama deb ataydilar.

Joiz (ruxsat etilgan) kon’yunksiyalar

Joiz kon’yunksiya tushunchasi. Ma’lumki, $x_1, x_2, ..., x_n$ o‘zgaruvchilardan 3^n ta elementar kon’yunksiya va 2^{3^n} ta diz’yunktiv normal shakl tuzish mumkin. Masalan, $n = 3$ bo‘lsa, ya’ni x_1, x_2, x_3 o‘zgaruvchilardan

$$\begin{gathered} 1,\ x_1,\ x_2,\ x_3\ \ \bar{x}_1,\ \bar{x}_2,\ \bar{x}_3,\ x_1x_2,\ x_1x_3,\ x_2x_3,\ x_1\bar{x}_2,\ \bar{x}_1x_2,\ x_1\bar{x}_3, \\ \bar{x}_1x_3\ \ x_2\bar{x}_3,\ \bar{x}_2x_3,\ \bar{x}_1\bar{x}_2,\ \bar{x}_1\bar{x}_3,\ \bar{x}_2\bar{x}_3,\ \ x_1x_2x_3,\ \bar{x}_1x_2x_3, \\ x_1\bar{x}_2x_3,\ x_1x_2\bar{x}_3,\ \bar{x}_1\bar{x}_2x_3,\ \bar{x}_1x_2\bar{x}_3,\ x_1\bar{x}_2\bar{x}_3,\ \bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3 \end{gathered} \tag{1}$$

elementar kon’yunksiya tuzish mumkin. Ammo, bu elementar kon’yunksiyalarning hammasi ham berilgan ixtiyoriy $f(x_1, x_2, x_3)$ funksiyani realizasiya qiladigan diz’yunktiv normal shakllarning ifodasida ishtirok etavermaydi. Shuning uchun “3^n ta kon’yunksiyalarning qaysilari $f(x_1, x_2, ..., x_n)$ funksiyaning DNShda ishtirok qiladi?” degan masalani yechishga to‘g‘ri keladi. Buning uchun, birinchi navbatda, $E_n \setminus N_f$ to‘plamning elementlarida 1 qiymat qabul qiladigan kon’yunksiyalarni topish kerak bo‘ladi. Masalan,

$$f_1(x,y,z) = \bar{x}\,\bar{y}z \vee \bar{x}yz \vee \bar{x}y\bar{z} \vee x\bar{y}z \vee xy\bar{z} \vee xyz \tag{2}$$

bo‘lsin. U holda

$$N_{f_1}=\{(0,0,0),\ (0,1,1),\ (0,1,0),\ (1,0,1),\ (1,1,0),\ (1,1,1)\} \qquad (3)$$

bo‘ladi. Demak, 1- jadvalga ega bo‘lamiz.

1- jadval

$E_n \setminus N_{f_1}$	1 qiymat qabul qiladigan kon’yunksiyalar
(0,0,0)	$1,\bar{x},\bar{y},\bar{z},\bar{x}\,\bar{y},\bar{x}\,\bar{z},\bar{y}\,\bar{z},\bar{x}\,\bar{y}\,\bar{z}$
(0,0,1)	$1,\bar{x},\bar{y},z,\bar{x}\,\bar{y},\bar{x}\,z,\bar{y}\,z,\bar{x}\,\bar{y}\,z$

Ikkinchi navbatda, (1) kon’yunksiyalar orasidan 1-jadvaldagi kon’yunksiyalarni chetlashtiramiz, chunki $f(x,y,z)$ funksiyaga N_{f_1} ((3)ga qarang) to‘plam mos kelgani uchun 1-jadvaldagi kon’yunksiyalar (2) funksiyani realizasiya qiladigan diz’yunktiv normal shakllar ifodasida umuman qatnashmaydi. Bu operatsiya natijasida $f_1(x,y,z)$ funksiyani realizasiya qiladigan DNShlar ifodasida qatnashishi mumkin bo‘lgan (qatnashishga ruxsat etilgan, qatnashishga joiz) kon’yunksiyalarga ega bo‘lamiz:

$$x,\ y,\ xy,\ xz,\ x\bar{y},\ x\bar{z},$$
$$yz,\ \bar{x}y,\ y\bar{z},\ xyz,\ xy\bar{z}, \qquad (4)$$
$$\bar{x}yz,\ x\bar{y}z,\ \bar{x}y\bar{z},\ x\bar{y}\,\bar{z}.$$

Shunday qilib, $3^3=27$ kon’yunksiyadan 15tasining berilgan $f(x,y,z)$ funksiyani realizasiya qiladigan DNShlar ifodasida qatnashishi joiz ekan.

1- ta’rif. *Ixtiyoriy $f(x_1,x_2,...,x_n)$ funksiya va unga mos N_f to‘plam berilgan bo‘lsin. $f(x_1,x_2,...,x_n)$ funksiyani realizasiya qiladigan DNShlar ifodasida qatnashishi mumkin bo‘lgan kon’yunksiyalar, ya’ni $E_n \setminus N_f$ to‘plamning nuqtalarida 1 qiymatga ega bo‘lgan kon’yunksiyalardan tashqari qolgan hamma kon’yunksiyalar* ***joiz kon’yunksiyalar*** *deb ataladi.*

Masalan, (4) dagi hamma kon’yunksiyalar joiz kon’yunksiyalar bo‘ladi.

Joiz kon’yunksiyalarni topish.

Misol. Berilgan

$$f_2(x_1,x_2,x_3)=\bar{x}_1\,\bar{x}_2\,\bar{x}_3 \vee \bar{x}_1\,\bar{x}_2 x_3 \vee$$
$$\vee\, x_1\bar{x}_2 x_3 \vee x_1x_2x_3 \vee x_1x_2\bar{x}_3 \vee \bar{x}_1 x_2\,\bar{x}_3 \qquad (5)$$

va unga mos $N_{f_2}=\{(0,0,0),\ (0,0,1),\ (1,0,1),\ (1,1,1),\ (1,1,0),\ (0,1,0)\}$ (6)

to‘plam berilgan bo‘lsin.

Joiz kon’yunksiyalarni topish uchun 2- jadvalni tuzamiz.

2- jadval

$E_n \setminus N_f$	1 qiymat qabul qiladigan kon’yunksiyalar
(1,0,0)	$1,x_1,\bar{x}_2,\bar{x}_3,x_1\bar{x}_2,x_1\bar{x}_3,\bar{x}_2\,\bar{x}_3,x_1\bar{x}_2\,\bar{x}_3$
(0,1,1)	$1,\bar{x}_1,x_2,x_3,\bar{x}_1x_2,\bar{x}_1x_3,x_2x_3,\bar{x}_1x_2x_3$

U holda (1) dagi kon’yunksiyalardan 2- jadvaldagi kon’yunksiyalarni chetlashtirish natijasida quyidagi joiz kon’yunksiyalarga ega bo‘lamiz:

$$x_1x_2,\ x_1x_3,\ x_2\bar{x}_3,\ \bar{x}_2x_3,\ \bar{x}_1\,\bar{x}_2,$$

$$\bar{x}_1\bar{x}_3,\ x_1x_2x_3,\ x_1x_2\bar{x}_3,\ x_1\bar{x}_2x_3, \tag{7}$$
$$\bar{x}_1x_2\bar{x}_3,\ \bar{x}_1\bar{x}_2x_3,\ \bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3.\ ■$$

O'zgaruvchilar soni n ta bo'lganda, 3^n ta kon'yunksiya va ulardan 2^{3^n} ta $f(x_1, x_2, ..., x_n)$ funksiyani realizasiya qilishi mumkin bo'lgan DNSh tuzish mumkinligini aytgan edik. Demak, berilgan ixtiyoriy $f(x_1, x_2, ..., x_n)$ funksiyani realizasiya qiladigan tupikli (minimal) DNShlarni 2^{3^n} ta DNShlar orasidan izlamasdan, balki 2^{λ} DNShlar ichidan izlash kerak degan natijaga keldik, bu yerda λ – joiz kon'yunksiyalar soni.

Qisqartirilgan diz'yunktiv normal shakl

Maksimal interval va oddiy implikant tushunchalari.

1- ta'rif. *Agar N_f to'plamning qism to'plami bo'lgan N_k interval uchun:*

1) $N_k \subseteq N_k^1 \subseteq N_f$;

2) N_k^1 intervalning rangi N_k intervalning rangidan kichik

*shartlarni qanoatlantiruvchi N_k^1 interval mavjud bo'lmasa, u holda N_k (N_f ga nisbatan) **maksimal interval** deb ataladi.*

1- misol. $k_1(x_1, x_2, x_3) = \bar{x}_1x_2$, $k_2(x_1, x_2, x_3) = x_1\bar{x}_2$, $k_3(x_1, x_2, x_3) = x_2$ bo'lsin. U holda N_{k_2}, N_{k_3} maksimal intervallar bo'lib, N_{k_1} interval esa N_f ning maksimal intervali bo'lmaydi, chunki $N_{k_1} \subset N_{k_3}$ va N_{k_3} ning rangi N_{k_1} ning rangidan kichik. ■

2- misol. Ushbu bubning 4- paragrafidagi (4) joiz kon'yunksiyalarga mos kelgan 15ta intervaldan faqat N_{x_1} va N_{x_2} intervallar va o'sha paragraf, (7) dagi 12ta intervaldan faqat $N_{x_1x_2}$, $N_{x_1x_3}$, $N_{x_2\bar{x}_3}$, $N_{\bar{x}_2x_3}$, $N_{\bar{x}_1\bar{x}_2}$, $N_{\bar{x}_1\bar{x}_3}$, intervallargina mos ravishda N_{f_1} va N_{f_2} to'plamlarga nisbatan maksimal intervallar bo'ladi. ■

2- ta'rif. *N_f to'plamning N_k maksimal intervaliga mos kelgan K kon'yunksiya f funksiyaning **oddiy implikanti** deb ataladi.*

Agar k^1 kon'yunksiyaning hamma ko'paytuvchilari k kon'yunksiyada ham mavjud bo'lsa, u holda $N_k \subseteq N_{k^1}$ deb yozish mumkin. U holda, ma'lum ma'noda, f funksiyaning k oddiy implikanti ifodasidan birorta ham ko'paytuvchini chetlashtirish mumkin emas, chunki ko'paytuvchini chetlashtirish natijasida $N_{k^1} \not\subset N_f$ munosabatda bo'lgan k^1 kon'yunksiyaga ega bo'lamiz.

Har qanday N_k intervalni $(N_k \subseteq N_f)$ maksimal intervalgacha kengaytirish mumkin.

N_f to'plamning hamma maksimal intervallari

$$N_{k_1^0}, N_{k_2^0}, ..., N_{k_m^0} \tag{1}$$

lardan iborat bo'lsin. U holda

$$N_f = N_{k_1^0} \cup N_{k_2^0} \cup ... \cup N_{k_m^0} \tag{2}$$

bo'ladi, chunki $N_{k_i^0} \subseteq N_f$ $(i = 1,2,...,m)$ va N_f ning har bir nuqtasi (1) dagi maksimal intervallarning birortasining elementi bo'ladi. (2) tenglik quyidagi munosabatga ekvivalentdir:

$$f = k_1^0 \vee k_2^0 \vee ... \vee k_m^0. \tag{3}$$

Qisqartirilgan DNSh tushunchasi.

3- ta'rif. *f funksiyani hamma oddiy implikantlarining diz'yunksiyasi (3)* ***qisqartirilgan DNSh*** *deb ataladi.*

Demak,

$$D_s(f)=k_1^0\vee k_2^0\vee......\vee k_m^0 \tag{4}$$

f funksiyaning qisqartirilgan DNShi bo'ladi. $D_s(f)$ qisqartirilgan DNSh f funksiya orqali bir qiymati aniqlanadi va f funksiyani realizasiya qiladi.

3- misol. Ushbu bobning 4- paragrafidagi (2) formulada berilgan $f_1(x_1,x_2,x_3)$ uchun maksimal intervallardan iborat

$$N_{f_1}=N_{k_1^0}\bigcup N_{k_2^0} \tag{5}$$

Qobiqqa va o'sha yerdagi (5) formulada berilgan $f_2(x_1,x_2,x_3)$ funksiya uchun

$$N_{f_2}=N_{k_1}\bigcup N_{k_2}\bigcup N_{k_3}\bigcup N_{k_4}\bigcup N_{k_5}\bigcup N_{k_6} \tag{6}$$

qobiqqa ega bo'lamiz. Bu yerda $k_1^0=x_1$, $k_2^0=x_2$, $k_1=x_1x_2$, $k_2=x_1x_3$, $k_3=x_2\overline{x_3}$, $k_4=\overline{x_2}x_3$, $k_5=\overline{x_1}\,\overline{x_2}$, $k_6=\overline{x_1}\,\overline{x_3}$. Bu qobiqlarga

$$D_s(f_1)=x_1\vee x_2,$$

$$D_s(f_2)=x_1x_2\vee x_1x_3\vee x_2\overline{x_3}\vee\overline{x_2}x_3\vee\overline{x_1x_2}\vee\overline{x_1x_3}$$

qisqartirilgan DNShlar mos keladi. ■

Qisqartirilgan diz'yunktiv normal shaklni yasash algoritmi

Qisqartirilgan DNSh yasash algoritmi. Ixtiyoriy $f(x_1,x_2,...,x_n)$ funksiyaning qisqartirilgan diz'yunktiv normal shaklini yasash uchun quyidagi operasiyalarni bajaramiz:

1) $f(x_1,x_2,...,x_n)$ funksiyaning istalgan kon'yunktiv normal shaklini olamiz, masalan, mukammal KNSh;

2) qavslarni ochib chiqamiz, ya'ni

$$\wedge\vee\to\vee\wedge$$

turdagi almashtirishni o'tkazamiz;

3) hosil qilingan ifodadan 0 ga teng hadlarni chetlashtiramiz va

$$K_1K_2\vee K_2=K_1,\qquad K_1\vee K_1=K_1$$

formulalardan foydalanib uni soddalashtiramiz. Natijada, qisqartirilgan DNShga kelamiz. ■

Misollar.

1- misol. $N_{f_2}=\{(0,0,0),(0,0,1),(1,0,1),(1,1,1),(1,1,0),(0,1,0)\}$ to'plamga mos $f_2(x_1,x_2,x_3)$ funksiyaning MKNShni

$$f(x_1,x_2,...,x_n)=\bigwedge_{\substack{(\sigma_1,\sigma_2,..,\sigma_n)\\ f(\sigma_1,\sigma_2,..,\sigma_n)=0}}(x_1^{\overline{\sigma_1}}\vee x_2^{\overline{\sigma_2}}\vee...\vee x_n^{\overline{\sigma_n}}) \tag{1}$$

formuladan foydalanib yozamiz:

$$f_2(x_1,x_2,x_3)=(x_1\vee\overline{x}_2\vee\overline{x}_3)(\overline{x}_1\vee x_2\vee x_3).$$

Algoritmning 2- va 3- qadamlarini bajaramiz:

$$(x_1\vee\overline{x}_2\vee\overline{x}_3)(\overline{x}_1\vee x_2\vee x_3)=x_1\overline{x}_1\vee x_1x_2\vee x_1x_3\vee\overline{x}_1\overline{x}_2\vee\overline{x}_2x_2\vee$$

$$\vee \bar{x}_2 x_3 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_3 \vee x_2 \bar{x}_3 \vee x_3 \bar{x}_3 =$$

$$= x_1 x_2 \vee x_1 x_3 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 \vee \bar{x}_2 x_3 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_3 \vee x_2 \bar{x}_3 .$$

Qisqartirilgan DNSh quyidagi ko‘rinishda bo‘ladi:

$$D_s(f_2) = x_1 x_2 \vee x_1 x_3 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 \vee \bar{x}_2 x_3 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_3 \vee x_2 \bar{x}_3 . \ \blacksquare \qquad (2)$$

2- misol. Quyidagi funksiya berilgan bo‘lsin:

$$f_1(x_1, x_2, x_3) = x_1 \bar{x}_2 x_3 \vee \bar{x}_1 x_2 x_3 \vee \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 \vee x_1 x_2 \bar{x}_3 \vee x_1 x_2 x_3 .$$

Bu funksiyaga

$$N_{f_1} = \{(1,0,0), (0,1,1), (0,1,0), (1,0,1), (1,1,0), (1,1,1)\}$$

to‘plam mos keladi. Funksiyaning MKNSh ko‘rinishi

$$f_1(x_1, x_2, x_3) = (\bar{x}_1 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_3)(\bar{x}_1 \vee \bar{x}_2 \vee x_3) .$$

Algoritmning 2- va 3- qadamlarini bajaramiz:

$$(\bar{x}_1 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_3)(\bar{x}_1 \vee \bar{x}_2 \vee x_3) = \bar{x}_1 \bar{x}_1 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 \vee \bar{x}_1 x_3 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 \vee$$

$$\vee \bar{x}_2 \bar{x}_2 \vee \bar{x}_2 x_3 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_3 \vee \bar{x}_2 \bar{x}_3 \vee x_3 \bar{x}_3 =$$

$$= \bar{x}_1 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 \vee \bar{x}_1 x_3 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_2 x_3 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_3 \vee \bar{x}_2 \bar{x}_3 =$$

$$= \bar{x}_1 \vee \bar{x}_1 x_3 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_2 x_3 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_3 \vee \bar{x}_2 \bar{x}_3 =$$

$$= \bar{x}_1 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_3 \vee \bar{x}_2 \bar{x}_3 = \bar{x}_1 \vee \bar{x}_2 .$$

Demak, funksiyaning qisqartirilgan DNSh quyidagicha bo‘ladi:

$$D_s(f_1) = \bar{x}_1 \vee \bar{x}_2 . \ \blacksquare \qquad (3)$$

5-ilova

XULOSA

1.Matematik mantiq funksiyalarini minimallashtirish muammosini o’rganildir;
2.Diz’yunktiv normal shaklni soddalashtirish va tupikli DNShni hosil qilish jarayonini o’rganildi;
3.Minimallashtirish masalasining geometrik tarzda qo’yilishi va uning talqini ko’rsatildi;
4.Qisqartirilgan diz’yunktiv normal shaklni yasash algoritmlari va ularni amalda qo’llanilishini o’rganaildi.

6-ilova

Insert texnikasi bo`yicha mavzuni o`qib chiqing va jadvalni to`ldiring.

№	Asosiy tushunchalar	Belgi
1.	Elementar kon'yunksiyaning rangi.	
2.	Minimal DNSh.	
3.	Eng qisqa DNSh.	
4.	Trivial algoritm	
5.	Tupikli DNSh.	
6.	Minimal DNShga keltirish.	
7.	Ko'paytuvchini chetlashtirish jarayoni.	
8.	Joiz kon'yunksiyalar.	
9.	Qisqartirilgan DNSh	
14.	Maksimal interval.	
15.	Algoritm.	

Insert jadvali qoidasi

√ – avval olgan bilimiga to'g'ri keladi.
\+ – yangi ma'lumot
-- – olgan bilimiga qarama-qarshi
? – tushunarsiz (aniqlanishi zarur bo'lgan ma'lumotlar)

Sinov savollari

7. $D_1 = \bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3 \vee x_1\bar{x}_2\bar{x}_3 \vee x_1\bar{x}_2x_3 \vee x_1x_2\bar{x}_3 \vee x_1x_2x_3$ va $D_2 = \bar{x}_2\bar{x}_3 \vee x_1$ DNShlar berilgan bo'lsin. Quyidagi mulohazalarning chinligini isbotlang. Agar D_1 va D_2 ko'rinishdagi funksiyani:

a) kontaktli sxema orqali realizatsiya qilsak, u holda D_1 DNShni realizatsiya qilish uchun 15ta kontakt, D_2 DNShni realizatsiya qilish uchun esa 3ta kontakt talab etiladi;

b) nol taktli funksional elementlardan yasalgan sxema orqali realizatsiya qilsak, u holda D_1ni realizatsiya qilish uchun 21 dona funksional element va D_2 ni realizatsiya qilish uchun 4 dona funksional element sarf bo'ladi;

d) bir taktli funksional elementlardan yasalgan ko'p taktli to'g'ri sxema orqali realizatsiya qilish talab etilsa, u holda D_1ni realizatsiya qilish uchun 33 dona funksional element, shu jumladan, 12 dona ushlab turish elementi va D_2 ni realizatsiya qilish uchun 6 dona, shu jumladan, 2 dona ushlab turish elementi kerak bo'ladi.

8. Quyidagi funksiyalarni MKNShga keltirib, L_h, L_k, L_i soddalik indekslarining miqdorini toping:

a) $f_1 = ((x \vee y) \vee z) \to ((x \vee y)(x \vee z))$; b) $f_2 = x \leftrightarrow z$;

d) $f_3 = (x \to y) \to z$; e) $f_4 = x \to (y \to z)$.

9. Quyidagi funksiyalarni soddalashtirish algoritmidan foydalanib, minimal diz'yunktiv normal shaklga keltiring:

a) $f_1 = \bar{x}_1\bar{x}_2 \vee x_1\bar{x}_3x_4 \vee x_2\bar{x}_3x_4$;

b) $f_2 = x_1\bar{x}_2x_3 \vee x_1\bar{x}_2x_4 \vee x_3x_4$;

d) $f_3 = x_1x_2 \vee \bar{x}_1x_3 \vee x_1\bar{x}_2x_3x_4 \vee \bar{x}_1x_2x_3x_4$.

10. Diz’yunktiv normal shaklda berilgan quyidagi funksiyalarning tupikli diz’yunktiv normal shaklini toping:
   a) $(x_1 \vee x_2 \vee \bar{x}_3)(\bar{x}_1 \vee x_2 \vee x_3)(\bar{x}_2 \vee \bar{x}_3)$;
   b) $(x_1 \vee x_4)(x_2 \vee \bar{x}_3 \vee \bar{x}_4)(\bar{x}_1 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_3)$;
   d) $(x_1 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_3)(\bar{x}_1 \vee x_4)(x_2 \vee x_3 \vee \bar{x}_4)$.
11. 5- bandda berilgan funksiyalarning har biri uchun minimal diz’yunktiv normal shaklni toping.
12. Matematik mantiq funksiyalarini minimallashtirish muammosining amaliy ahamiyatini tushuntirib bering. Matematik mantiq funksiyalarini minimallashtirish masalasini yechishda trivial algoritmni qo‘llash noqulayligi nimadan iboratligini tushuntiring.
13. Quyidagi to‘plamlarga mos keladigan f_1 va f_2 funksiyalarning analitik ko‘rinishlarini yozing:
   a) $N_{f_1} = \{(0,0,0),(1,0,0),(0,1,1),(1,1,1)\}$;
   b) $N_{f_2} = \{(1,0,0),(0,0,1),(1,0,1),(1,1,0)\}$.
14. Quyidagi intervallarga mos keluvchi kon’yunksiyalarning analitik ko‘rinishlarini yozing:
   a) $N_{k_1} = \{(0,0,0),(0,1,1)\}$, b) $N_{k_2} = \{(1,1,1),(1,0,0)\}$,
   d) $N_{k_3} = \{(1,1,0),(1,0,1)\}$.
15. Har bir $N_{k_1}, N_{k_2}, N_{k_3}$ intervallardan iborat N_f to‘plamning qobig‘iga D diz’yunktiv normal shaklda ifodalangan f funksiya mos kelishini isbotlang.
16. Quyida berilgan funksiyalarning joiz kon’yunksiyalarini toping:
   a) $f_1 = \bar{x}_1\bar{x}_2 \vee x_1\bar{x}_3x_4 \vee x_2\bar{x}_3x_4$;
   b) $f_2 = x_1\bar{x}_2x_3 \vee x_1\bar{x}_2x_4 \vee x_3x_4$;
   d) $f_3 = x_1x_2 \vee \bar{x}_1x_3 \vee x_1\bar{x}_2x_3x_4 \vee \bar{x}_1x_2x_3x_4$;
   e) $f_4 = (x_1 \vee x_2 \vee \bar{x}_3)(\bar{x}_1 \vee x_2 \vee x_3)(\bar{x}_2 \vee \bar{x}_3)$;
   f) $f_5 = (x_1 \vee x_4)(x_2 \vee \bar{x}_3 \vee \bar{x}_4)(\bar{x}_1 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_3)$;
   h) $f_6 = (x_1 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_3)(\bar{x}_1 \vee x_4)(x_2 \vee x_3 \vee \bar{x}_4)$.
17. Qisqartirilgan DNShni yasash algoritmi asosida quyidagi funksiyalarni qisqartirilgan DNSh ko‘rinishga keltiring:
   a) $f_1 = x_1x_2 \vee \bar{x}_2$;
   b) $f_2 = \bar{x}_3\bar{x}_4 \vee x_1\bar{x}_2x_4 \vee \bar{x}_1\bar{x}_2x_3$;
   d) $f_3 = x_1x_2 \vee \bar{x}_1x_3 \vee \bar{x}_2x_3x_4 \vee x_2x_3$.

Mustaqil ishlash uchun savollar

1. Matematik mantiq funksiyalarini minimallashtirish muammosi deganda nimani tushunasiz?
2. Soddalik indeksi va uning xususiyatlarini bilasizmi?
3. Minimal va eng qisqa DNSh qanday ta’riflanadi?
4. Trivial algoritm tushunchasini bilasizmi?
5. Nega birma-bir ko‘zdan kechirish algoritmi qulay bo‘lsada kam qo‘llaniladi?
6. DNShni soddalashtirishning necha xil yo‘lini bilasiz?
7. Elementar kon’yunksiyani va ko‘paytuvchini chetlashtirish jarayonlari qanday jaroyonlar?
8. Tupikli DNSh deganda nimani tushunasiz?

9. Minimal DNShga keltirishda qanday muammolar bor?
10. Interval tushunchasi nimani anglatadi?
11. To‘plam qobig‘i nima?
12. To‘plam qobig‘i bilan funksiya orasida qanday munosabat bor?
13. Joiz (ruxsat etilgan) kon’yunksiyalar deganda nimani tushunasiz?
14. Trivial algoritmni soddalashtirish qanday amalga oshiriladi?
15. Maksimal interval va oddiy implikant haqida nimalarni bilasizmi?
16. Qisqartirilgan diz’yunktiv normal shakl deganda nimani tushunasiz?
17. Funksiyani qisqartirilgan diz’yunktiv normal shaklga keltirish algoritmini bilasizmi?

9-MAVZU	TUPIKLI DIZ’YUNKTIV NORMAL SHAKLLARNI GEOMETRIK ASOSDA YASASH USULLARI. TUPIKLI DIZ’YUNKTIV NORMAL SHAKLLARNI YASASH ALGORITMI. AYRIM YAGONA TARZDA HOSIL QILINADIGAN DIZ’YUNKTIV NORMAL SHAKLLAR.

Mavzuning texnologik modeli

O`quv soati – 2 soat	*Talabalar soni: 50* ta
O`quv mashg`ulot shakli	Axborotli ma`ruza
Ma`ruza rejasi	1. Tupikli diz’yunktiv normal shakllarni geometrik asosda yasash usullari. 2. Tupikli diz’yunktiv normal shakllarni yasash algoritmi. 3. Ayrim yagona tarzda hosil qilinadigan diz’yunktiv normal shakllar.
O`quv mashg`u-lotining maqsadi:	Tupikli diz’yunktiv normal shakllarni geometrik asosda usullarini va tupikli diz’yunktiv normal shakllarni yasash algoritmlarini korsatish. Ayrim yagona tarzda hosil qilinadigan diz’yunktiv normal shakllarning ko’rinishlari va ularni hosil qilish algoritmlarini o’rgatish.
Pedagogik vazifalar:	*O`quv faoliyati natijalari:*
1.Tupikli diz’yunktiv normal shakllarni geometrik asosda hosil qilish usullarini korsatish; 2. Tupikli diz’yunktiv normal shakllarni hosil qilish algoritmlarini korsatish; 3.Ayrim yagona tarzda hosil qilinadigan diz’yunktiv normal shakllarning ko’rinishlari va ularni hosil qilish algoritmlarini o’rgatish.	1.Tupikli diz’yunktiv normal shakllarni geometrik asosda hosil qilish usullari bilan tanisadilar; 2. Tupikli diz’yunktiv normal shakllarni hosil qilish algoritmlari o’rganadilar; 3.Ayrim yagona tarzda hosil qilinadigan diz’yunktiv normal shakllarning ko’rinishlari va ularni hosil qilish algoritmlari o’rganadilar.
O`qitish vositalari	*O`UM, ma`ruza matni, kompyuter slaydlari, doska*
O`qitish usullari	*ma`ruza, Pinbord, aqliy hujum*
O`qitish shakllari	*Frontal, jamoaviy ish*
O`qitish sharoiti	*Texnik vositalar bilan ta`minlangan, guruhlarda ishlash usulini qo`llash mumkin bo`lgan auditoriya va jihozlari.*
Monitoring va baholash	*og`zaki savollar, blis-so`rov*

Mavzuning texnologik xaritasi

Ish bosqich-lari	O`qituvchi faoliyatining mazmuni	Tinglovchi faoliyatining mazmuni
1-bosqich. Mavzuga kirish (20 min)	1.25. O`quv mashg`uloti mavzusi, savollarni va o`quv faoliyati natijalarini, mustaqil ishlash uchun adabiyotlarni aytadi. 1.26. Baholash mezonlari (2- ilovada). 1.27. Pindbord usulida mavzu bo`yicha ma`lum bo`lgan tushunchalarni faollashtiradi. Pindbord usulida natijasiga ko`ra tinglovchilarning nimalarda adashishlari, xato qilishlari mumkinligining tashxizini amalga oshiradi (1-ilova). 1.3. Mavzuni jonlashtirish uchun savollar beradi (3-ilova).	Tinglaydilar. Tinglaydilar. Muhim tushunchalar daftarda qayd etiladi. Savollar beradilar. Tushunchalarni aytadilar
2 -bosqich. Asosiy qism (50 min)	2.1. Ma`ruza matnini tarqatadi, Reja va asosiy tushunchalar bilan tanishtiradi. 2.2.Ma`ruza rejasining hamma savollar bo`yicha tushuncha beradi. (4 - ilova). Ma`ruzada berilgan savollar yuzasidan umumlashtiruvchi xulosa beradi. (5 - ilova). 2.4. Tayanch iboralarga qaytiladi (Insert usuli) – 6-ilova. 2.5. Talabalar ishtirokida ular yana bir bor takrorlanadi, asosiy tushunchalarga kelinadi.	Tinglaydilar. UMKga qaraydilar Muhim tushunchalar daftarda qayd etiladi. Har bir tayanch tushuncha va iboralarni muhokama qiladilar.
3-bosqich. Yakunlovchi (10 min)	3.9. Mashg`ulot bo`yicha yakunlovchi xulosalar qiladi, olingan bilimlarning qayerda ishlatish mumkinligini ma`lum qiladi. 3.2. Darsda olingan bilimlar baholanadi 3.3. Mavzu bo`yicha bilimlarni chuqurlashtirish uchun adabiyotlar ro`yxatini beradi. 3.4. Mustaqil ish topshiriqlarini va uning baholash mezonini beradi. Keyingi mazvuga tayyorlanib kelish uchun savollar beradi.	Savollar beradilar. O`UMga qaraydilar. Vazifalarni yozib oladilar.

REJA - TOPSHIRIQ

<table>
<tr><td>Reja:</td><td colspan="2">1. Tupikli diz’yunktiv normal shakllarni geometrik asosda yasash usullari.
2. Tupikli diz’yunktiv normal shakllarni yasash algoritmi.
3. Ayrim yagona tarzda hosil qilinadigan diz’yunktiv normal shakllar.</td></tr>
<tr><td colspan="3">Mashg`ulotning maqsadi: Tupikli diz’yunktiv normal shakllarni geometrik asosda usullarini va tupikli diz’yunktiv normal shakllarni yasash algoritmlarini korsatish. Ayrim yagona tarzda hosil qilinadigan diz’yunktiv normal shakllarning ko’rinishlari va ularni hosil qilish algoritmlarini o’rgatish.</td></tr>
<tr><td colspan="3">Bakalavrlarning o`quv faoliyati natijalari:
1.Tupikli diz’yunktiv normal shakllarni geometrik asosda hosil qilish usullari bilan tanisadilar;
2. Tupikli diz’yunktiv normal shakllarni hosil qilish algoritmlari o’rganadilar;
3.Ayrim yagona tarzda hosil qilinadigan diz’yunktiv normal shakllarning ko’rinishlari va ularni hosil qilish algoritmlari o’rganadilar.</td></tr>
<tr><td colspan="3">Mustaqil tayyorgarlik uchun topshiriq:
1. Topshiriq (1-ilova). Mashqlar
2. Topshiriq (2-ilova). Sinov savollari</td></tr>
<tr><td>Nazorat shakli:
• kuzatuv;
• o`quv topshiriqlarini bajarish;<br>• savollarga javob berish.</td><td><i>Eng yuqori ball:</i><br>______ (tezkor – so`rovga to`g`ri javob)
Haqiqiy ball: ______</td><td>O`qituvchi imzosi:</td></tr>
</table>

9-MAVZU	**TUPIKLI DIZ’YUNKTIV NORMAL SHAKLLARNI GEOMETRIK ASOSDA YASASH USULLARI. TUPIKLI DIZ’YUNKTIV NORMAL SHAKLLARNI YASASH ALGORITMI. AYRIM YAGONA TARZDA HOSIL QILINADIGAN DIZ’YUNKTIV NORMAL SHAKLLAR.**

Reja:

4. Tupikli diz’yunktiv normal shakllarni geometrik asosda yasash usullari.
5. Tupikli diz’yunktiv normal shakllarni yasash algoritmi.
6. Ayrim yagona tarzda hosil qilinadigan diz’yunktiv normal shakllar.

Tayanch iboralar: Tupikli DNShga keltirish algoritmi. Ayrim maksimal intervallarni chetlashtirish. Keltirilmaydigan qoplamalar (qobiqlar). Qisqartirilgan, tupikli va minimal DNShlar orasidagi munosabatlar. Tupikli DNSh. Geometrik g‘oya. Algoritm. Yagona tarzda tupikli DNShni hosil qilish algoritmi. Asosiy qismi. Yadro. Kvayn diz’yunktiv normal shakli. Regulyar maksimal interval. Yu.Juravlev teoremasi. Funksiyani minimallashtirish jarayonining sxemasi.

Foydalanilgan adabiyotlar:

1. Тўраев Ҳ.Т., Математик мантиқ ва дискрет математика, Тошкент: Ўқитувчи нашриёти, 2003, 378 б.
2. Лихтарников Л.М., Сукачева Т.Г., Математическая логика. Курс лекций. Задачник-практикум и решения, Санк-Петербург: ЛАНЬ, 1999, 286 с.
3. Гаврилов Г.П., Сапоженко А.А. Сборник задач по дискретной математике. Учебное пособие. Москва: Наука.
4. Искандаров Р.И., Математик логика элементлари,Самарқанд:СамДУ,1970,324 б.

1-ilova

Baholash mezoni:

- Har bir savol javobiga - 2 ball;
- Har bir qo`shimcha mustaqil fikrga - 2 ball;
- Har bir javobni to`ldirishga - 1 ball.

2-ilova

Pinbord

Pinbord (inglizchadan: *pin*- mahkamlash, *board* – yozuv taxtasi) munozara usullari yoki o’quv suhbatini amaliy usul bilan moslashdan iborat.

Ta`lim beruvchi:

→ Taklif etilgan muammoni yechishga o`z nuqtai nazarini bayon qiladi.

→ Ommaviy to`g`ri aqliy hujumni tashkillashtiradi.

Ta`lim oluvchilar quyidagi g`oyalarni:

→ Taklif etadilar, muhokama qiladilar, baholaydilar eng ko`p maqbul (samarali va boshqa g`oyalarni tanlaydilar va ularni qog`oz varag`iga asosiy so`zlar ko`rinishida (2 so`zdan ko`p bo`lmagan) yozadilar va yozuv taxtasiga biriktiradilar (o`rgatuvchi tizimlar, oddiy va murakkab tizimlar, bir pog`onali va ko`p pog`onali tizimlar, hal kiiluvchi qoida).

→ Guruh a`zolari (ta`lim beruvchi tomonidan belgilangan 2-3 talaba yozuv taxtasiga chiqadilar va boshqalar bilan maslahatlashib:

- aniq xato yoki qaytariluvchi g`oyalarni saralaydilar (ATTlar, soha, tashqi faktor, axborot - tanuvchi avtomatik hisoblash qurilmasi, murakkab ATT, murakkab dinamik tizimlar)
- tortishuvlarni aniqlaydilar (aprior alfaviti, sinflashtirish, bir pog`anali, ko`p pog`onali tizimlar va farqlari);
- g`oyalarni tizimlashtirish mumkin bo`lgan belgilar bo`yicha aniqlaydilar;
- shu belgilar bo`yicha hamma g`oyalarni yozuv taxtasida guruhlaydilar (kartochka/ varaqlar).

Ta`lim beruvchi:

→Umumlashtiradi va ish natijalarini baholaydi.

3-ilova

Mavzuni jonlashtirish uchun savollar:

1. Tupikli diz’yunktiv normal shaklga keltirish algoritmini.

2. Qisqartililgan, tupikli va minimal DNShlar orasida qanday munosabatlar bor?
3. Hamma tupikli DNShlarni topishning geometrik g‘oyalarga asoslangan algoritmi qanday qo‘llaniladi?
4. Yagona tarzda tupikli DNShni hosil qilish algoritmi.
5. Funksiyani minimallashtirish jarayonining sxemasi qanday ko‘rinishga ega?

4-ilova

Tupikli diz’yunktiv normal shakllarni geometrik asosda yasash usullari

Geometrik ma’nodagi tupikli diz’yunktiv normal shakllar. Geometrik ma’nodagi tupikli diz’yunktiv normal shakl tushunchasini o‘rganish uchun misolga murojaat qilamiz.

1- misol. Ushbu bobning 4- paragrafidagi misolda (5) formula bilan berilgan $f_2(x_1, x_2, x_3)$ funksiyaning $N_{k_1}, N_{k_2}, ..., N_{k_6}$ maksimal intervallardan iborat N_{f_2} qoplama

$$N_{f_2} = N_{k_1} \cup N_{k_2} \cup N_{k_3} \cup N_{k_4} \cup N_{k_5} \cup N_{k_6} \qquad (1)$$

ekanligini yuqorida ko‘rsatgan edik. Bu yerda

$$N_{f_2} = \{(0,0,0), (0,0,1), (1,0,1), (1,1,1), (1,1,0), (0,1,0)\},$$

$$N_{k_1} = \{(1,1,0), (1,1,1)\}, \qquad N_{k_2} = \{(1,0,1), (1,1,1)\},$$

$$N_{k_3} = \{(0,1,0), (1,1,0)\}, \qquad N_{k_4} = \{(0,0,1), (1,0,1)\},$$

$$N_{k_5} = \{(0,0,0), (0,0,1)\}, \qquad N_{k_6} = \{(0,0,0), (0,1,0)\}. \qquad (2)$$

Quyidagi savolga javob topaylik. N_{f_2} to‘plamning $N_{k_1}, N_{k_2}, N_{k_3}, N_{k_4}, N_{k_5}, N_{k_6}$ maksimal intervallardan iborat bo‘lgan qoplamadan ayrim maksimal intervallarni chetlashtirganimizda, qolgan qismi yana N_{f_2} ning qobig‘i bo‘ladimi yoki yo‘qmi?

(1) va (2) munosabatlardan quyidagilar kelib chiqadi:

$$N_{f_2} = N_{k_2} \cup N_{k_3} \cup N_{k_5} \cup N_{k_6}, \; N_{f_2} = N_{k_1} \cup N_{k_4} \cup N_{k_6},$$

$$N_{f_2} = N_{k_1} \cup N_{k_2} \cup N_{k_5} \cup N_{k_6}, \; N_{f_2} = N_{k_5} \cup N_{k_2} \cup N_{k_3},$$

$$N_{f_2} = N_{k_4} \cup N_{k_2} \cup N_{k_3} \cup N_{k_6}. \qquad (3)$$

N_{f_2} to‘plamning (3) da ko‘rsatilgan qoplamalaridan boshqa qoplamalari mavjud emas. Bu qobiqlar (1) keltirilgan qobiqdan ayrim maksimal intervallarni chetlashtirish natijasida hosil qilingan. Shunday qilib, qo‘yilgan savolning birinchi qismiga ijobiy javob berdik.

(3) da keltirilgan N_{f_2} to‘plamning istalgan qoplamadan ixtiyoriy birorta maksimal intervalni chetlashtirganimizda, qolgan maksimal intervallar N_{f_2} to‘plamning qoplamasi bo‘la olmaydi. Bunday qoplamalar N_{f_2} to‘plamning **keltirilmaydigan qoplamalari** deb ataladi.

Shunday qilib,

$$1)\; N_{k_2}, N_{k_3}, N_{k_5}, N_{k_6}; \quad 2)\; N_{k_1}, N_{k_4}, N_{k_6}; \; 3)\; N_{k_1}, N_{k_2}, N_{k_5}, N_{k_6};$$

$$4)\; N_{k_2}, N_{k_3}, N_{k_5}; \; 5)\; N_{k_2}, N_{k_3}, N_{k_4}, N_{k_6} \qquad (4)$$

qobiqlar N_{f_2} to‘plamning keltirilmaydigan qoplamalari bo‘ladi. ■

1- ta'rif. *Agar $N_{k_1}, N_{k_2}, ..., N_{k_m}$ maksimal intervallardan iborat qobiq uning tarkibidan istalgan maksimal intervalni $(N_{k_j},\ j = 1,2,...,m)$ chetlashtirganimizda, qolgan qismi N_f ning qobig'i bo'la olmasa, u holda bu qobiq N_{f_2} to'plamning* ***keltirilmaydigan qoplami*** *deb ataladi.*

2- ta'rif. *N_f to'plamning keltirilmaydigan qobig'iga mos bo'lgan DNSh* ***tupikli diz'yunktiv normal shakl*** *deb ataladi (geometrik ma'noda).*

2- misol. 1- misoldagi N_{f_2} to'plamning (4) da ifodalangan
keltirilmaydigan qobiqlariga mos

$$D_1 = \bar{x}_1\bar{x}_2 \vee x_1x_3 \vee x_2\bar{x}_3, \qquad D_2 = \bar{x}_2x_2 \vee x_1x_2 \vee \bar{x}_1\bar{x}_3,$$

$$D_3 = \bar{x}_1\bar{x}_2 \vee \bar{x}_2x_3 \vee x_1x_2 \vee x_2\bar{x}_3,\ D_4 = \bar{x}_1\bar{x}_2 \vee x_1x_3 \vee x_1x_2 \vee \bar{x}_1\bar{x}_3, \quad (5)$$

$$D_5 = \bar{x}_2\,x_3 \vee x_1\,x_3 \vee x_2\bar{x}_3 \vee \bar{x}_1\bar{x}_3$$

DNShlar f_2 funksiyaning tupikli diz'yunktiv normal shakllari bo'ladi. ■

Teorema. *I va II almashtirishlarga nisbatan tupikli DNSh tushunchasi bilan geometrik ma'nodagi tupikli DNSh tushunchasi ekvivalentdir.*

MDNSh asosida minimal DNSh yasash jarayonining sxemasi. Yuqorida ta'riflangan qisqartirilgan, tupikli va minimal DNShlar quyidagi munosabatda bo'ladi.

Tupikli DNSh qisqartirilgan DNShdan ayrim kon'yunksiyalarni chetlashtirish yo'li bilan hosil qilinadi.

L_h ga nisbatan minimal DNSh tupikli bo'ladi.

Tupikli DNShlar orasida L_h ga nisbatan minimal DNShlar mavjud bo'ladi.

3- misol. Ushbu bobning 4- paragrafidagi misolda (5) formula bilan berilgan

$$f_2(x_1, x_2, x_3) = \overline{x_1}\,\overline{x_2}\,\overline{x_3} \vee \overline{x_1}\,\overline{x_2}x_3 \vee$$
$$\vee\, x_1\overline{x_2}x_3 \vee x_1x_2x_3 \vee x_1x_2\overline{x_3} \vee \overline{x_1}x_2\overline{x_3}$$

funksiyaning $D_s(f_2)$ qisqartirilgan DNShni topdik (6- paragrafdagi (1) ga qarang):

$$D_s(f_2) = x_1x_2 \vee x_1x_3 \vee \overline{x_1}\,\overline{x_2} \vee \overline{x_2}x_3 \vee \overline{x_1}\,\overline{x_3} \vee x_2\overline{x_3}.$$

Undan keyin (5) da ifodalangan tupikli DNShlarni hosil qildik. U yerdan ko'rinib turibdiki,

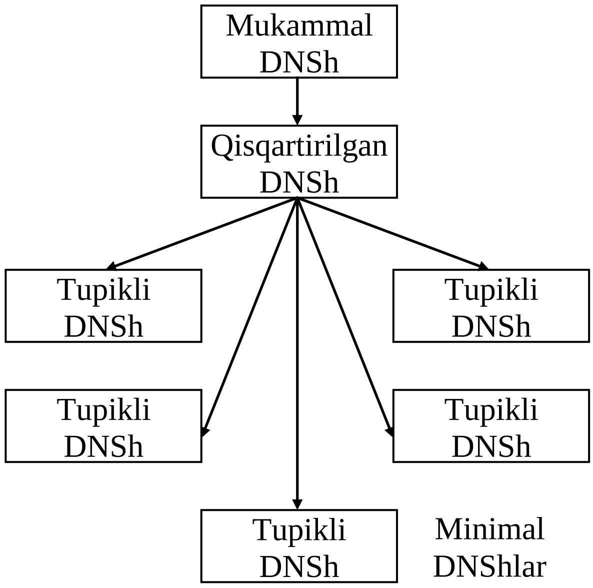
$$L_h(D_1) = L_h(D_2) = 6 \text{ va } L_h(D_3) = L_h(D_4) = L_h(D_5) = 8.$$

Demak,

$$D_1 = \overline{x_1}\,\overline{x_2} \vee x_1x_3 \vee x_2\overline{x_3} \text{ va } D_2 = \overline{x_2}x_3 \vee x_1x_2 \vee \overline{x_1}\,\overline{x_3}$$

tupikli DNShlar $f_2(x_1, x_2, x_3)$ funksiyaning minimal diz'yunktiv normal shakllari bo'ladi. Ravshanki, bu DNShlar o'z navbatida $f_2(x_1, x_2, x_3)$ ning eng qisqa DNShlari ham bo'ladi.

MDNSh asosida minimal DNSh yasash jarayonining sxemasi 1- shaklda ifodalangan.



1- shakl

Tupikli diz'yunktiv normal shakllarni yasash algoritmi

Tupikli diz'yunktiv normal shakllarni yasash algoritmi. Hamma tupikli DNShlarni topishning geometrik g'oyalarga asoslangan algoritmini keltiramiz. N_f to'plamning hamma maksimal intervallar sistemasi $N^0_{k_1}, N^0_{k_2},...,N^0_{k_m}$ bo'lsin. $N_f = \{P_1, P_2,..., P_\lambda\}$ va $P_0 \notin N_f$ ixtiyoriy nuqta hamda f funksiya aynan 1ga teng bo'lmagan funksiya bo'lsin. 1- jadvalni tuzamiz,

$$\sigma_{ij} = \begin{cases} 0, \text{ agar } P_j \notin N_{k_i^0} \text{ bo'lsa } (i = 1,...., m), \\ 1, \text{ agar } P_j \in N_{k_i^0} \text{ bo'lsa } (j = 0,1,...., \lambda), \end{cases}$$

bu yerda 1- jadvalning P_0ga mos 1- ustuni 0lardan iborat bo'ladi, chunki $P_0 \notin N_f$. Qolgan har bir ustunida hech bo'lmaganda bitta 1 mavjud bo'ladi. Demak, birinchi ustun qolgan hamma ustunlardan farq qiladi.

Har bir j ($0 \le j \le \lambda$) uchun hamma satrlar raqamlari (nomerlari) to'plami $E_j$ni topamiz, bu yerda P_j ustunda 1 mavjud bo'ladi. Faraz qilaylik, $E_j = \{e_{j1}, e_{j2},..., e_{j\mu(j)}\}$ bo'lsin. U holda $\overset{\lambda}{\underset{j=1}{\wedge}}(e_{j1} \vee e_{j2} \vee ... \vee e_{j\mu(j)})$ ifodani tuzamiz va $\wedge\vee \to \vee\wedge$ turdagi almashtirishni bajaramiz. Bu almashtirish vaqtida e simvolni
buliy qiymatli deb hisoblaymiz.

1-jadval

	P_0	P_1	$\cdots$	P_j	$\cdots$	P
$N_{k_1^0}$	σ_{10}	σ_{11}	$\cdots$	σ_{1j}	$\cdots$	$\sigma_{1\lambda}$
$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$
$N_{k_i^0}$	σ_{i0}	σ_{i1}	$\cdots$	σ_{ij}	$\cdots$	$\sigma_{i\lambda}$

$\ldots$	$\ldots$	$\ldots$	$\ldots$	$\ldots$	$\ldots$	$\ldots$
$N_{k_m^0}$	σ_{m0}	σ_{m1}	$\ldots$	σ_{mj}	$\ldots$	$\sigma_{m\lambda}$

Hosil qilingan ifodani

$$AB \vee A = A, \quad A \vee A = A$$

teng kuchli formulalardan foydalanib soddalashtiramiz. Buning natijasida $\vee\wedge$ ifodaning qismi bo‘lgan $\vee\wedge^1$ ifodani hosil qilamiz. Ravshanki, $\vee\wedge^1$ ifodadagi har bir qo‘shiluvchi had keltirilmaydigan qobiqni ifodalaydi.

Misol. Chinlik jadvali 2- jadvaldagidek berilgan $f(x_1, x_2, x_3)$ funksiyani ko‘ramiz.

2- jadval

x_1	x_2	x_3	$f(x_1,x_2,x_3)$	x_1	x_2	x_3	$f(x_1,x_2,x_3)$
0	0	0	1	1	0	0	1
0	0	1	1	1	0	1	0
0	1	0	0	1	1	0	1
0	1	1	1	1	1	1	1

Bu funksiya uchun

$$N_f = \{(0,0,0),(0,0,1),(0,1,1),(1,0,0),(1,1,0),(1,1,1)\}$$

to‘plam 6 ta uchdan iborat. Ularni I, II, III, IV, V va VI sonlar bilan belgilaymiz. Maksimal intervallari qirralardan iborat, ularni 1, 2, 3, 4, 5 va 6 sonlar bilan raqamlaymiz (1- shakl). 3- jadvalni tuzamiz.

Bu yerdan $E_{\text{I}} = \{1,6\}$, $E_{\text{II}} = \{1,2\}$, $E_{\text{III}} = \{2,3\}$, $E_{\text{IV}} = \{3,4\}$, $E_{\text{V}} = \{4,5\}$, $E_{\text{VI}} = \{5,6\}$. U holda

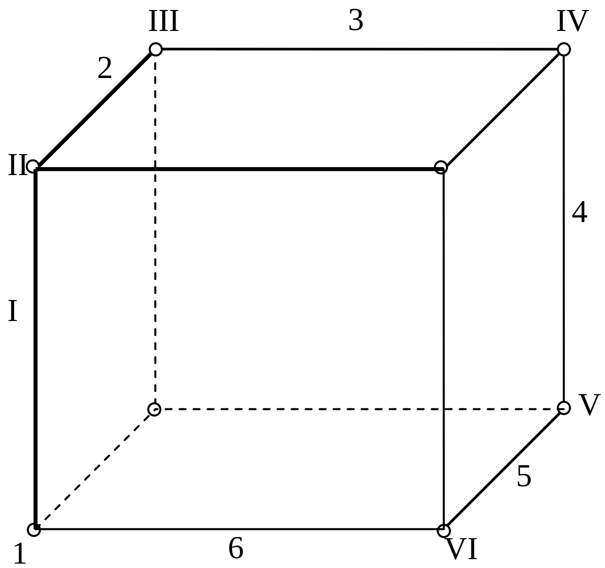
$$\vee\wedge = (1\vee 6)(1\vee 2)(2\vee 3)(3\vee 4)(4\vee 5)(5\vee 6) =$$

$$= (1\vee 2\cdot 6)\cdot(3\vee 2\cdot 4)\cdot(5\vee 4\cdot 6) =$$

3- jadval

	0	I	II	III	IV	V	VI
1	0	1	1	0	0	0	0
2	0	0	1	1	0	0	0
3	0	0	0	1	0	0	0
4	0	0	0	0	1	1	0
5	0	0	0	0	1	1	1
6	0	1	0	0	0	0	1

$$= (1\cdot 3\vee 2\cdot 3\cdot 6\vee 1\cdot 2\cdot 4\vee 2\cdot 4\cdot 6)\cdot(5\vee 4\cdot 6) =$$



1- shakl

$$=1\cdot3\cdot5\vee2\cdot3\cdot5\cdot6\vee1\cdot2\cdot4\cdot5\vee2\cdot4\cdot5\cdot6\vee$$
$$\vee1\cdot3\cdot4\cdot6\vee2\cdot3\cdot4\cdot6\vee1\cdot2\cdot4\cdot6\vee2\cdot4\cdot6=$$
$$=1\cdot3\cdot5\vee2\cdot3\cdot5\cdot6\vee1\cdot2\cdot4\cdot5\vee1\cdot3\cdot4\cdot6\vee2\cdot4\cdot6.$$

Natijada 5 ta keltirilmaydigan qobiqqa va ularga mos kelgan 5ta tupikli DNShga ega bo‘lamiz:

$$D_1=\bar{x}_1\bar{x}_2\vee x_2x_3\vee x_1\bar{x}_3,\qquad D_2=\bar{x}_1x_3\vee x_2x_3\vee x_1\bar{x}_3\vee\bar{x}_2\bar{x}_3,$$
$$D_3=\bar{x}_1\bar{x}_2\vee\bar{x}_1x_3\vee x_1x_2\vee x_1\bar{x}_3,\ D_4=\bar{x}_1\bar{x}_2\vee x_2x_3\vee x_1x_2\vee\bar{x}_2\bar{x}_3,$$
$$D_5=\bar{x}_1x_3\vee x_1x_2\vee\bar{x}_2\bar{x}_3$$

Bulardan D_1 va D_5 minimal DNSh bo‘ladi. ■

Yuqorida o‘rganilgan algoritm ko‘p argumentli funksiyalar uchun ko‘p mehnat talab qiladi va amalda deyarli ishlatilmaydi.

Ayrim yagona tarzda hosil qilinadigan diz’yunktiv normal shakllar

MDNShdan minimal DNShni hosil qilish jarayoni. Mukammal diz’yunktiv normal shakldan minimal diz’yunktiv normal shaklni hosil qilish jarayonining sxemasini ushbu bobning 8-paragrafidagi 1- shaklda keltirgan edik.

Avval qisqartirilgan DNSh olinadi. Keyin yagona tarzdagi jarayon tarmoqlanishga o‘tadi, ya’ni hamma tupikli DNShlarni yasash jarayoniga o‘tiladi. Oxiri tupikli DNShlardan minimal DNShlar ajratib olinadi. Bu jarayonning eng og‘ir qismi tupikli DNShlarni yasash qismidir (tarmoqlanish qismi). Uni ikki holatda soddalashtirish mumkin.

1. Tupikli DNShlar yasash jarayonida qatnashmaydigan qisqartirilgan DNShning ayrim hadlarini oldindan chetlashtirish kerak. Natijada qisqartirilgan DNShning qolgan hadlarini birma-bir ko‘rish kamayadi.

2. Qisqartirilgan DNShning ayrim hadlarini shunday chetlashtirish kerakki, qolgan qismidan hech bo‘lmaganda bitta minimal DNSh yasash mumkin bo‘lsin. Ushbu qadam yagona tarzda amalga oshishi maqsadga muvofiq keladi.

Ushbu paragrafda shunday yagona tarzda tupikli DNShni hosil qilishning ikkita algoritmini keltiramiz.

1- jadval

x_1	x_2	x_3	$f(x_1,x_2,x_3)$
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

Kvayn[30] diz’yunktiv normal shakli. N_k interval N_f to‘plamning maksimal intervali bo‘lsin.

1- ta’rif. *Agar N_f to‘plamning shunday α nuqtasi mavjud bo‘lsaki, $\alpha\in N_k$ va α nuqta N_f ning boshqa maksimal intervallarining elementi bo‘lmasa, u holda N_k maksimal interval N_f ning* ***asosiy qismi*** *deb ataladi.*

1- misol. 1- jadvalda berilgan $f(x_1,x_2,x_3)$ funksiyani ko‘raylik. 1- shaklda N_f to‘plam va uning N_1, N_2, N_3 maksimal intervallari (qirralari) aks ettirilgan. Bu yerda $N_1=\{(0,0,0),(0,0,1)\}$, $N_2=\{(0,0,1),(1,0,1)\}$ va $N_3=\{(1,0,1),(1,1,1)\}$. $(0,0,0)$ nuqta faqat N_1 interval bilan, $(1,1,1)$ nuqta esa

---

[30] Kvayn Uillard Van O‘rman (Quine Willard Van Orman, 1908-2000) – AQSh faylasufi va mantiqchisi.

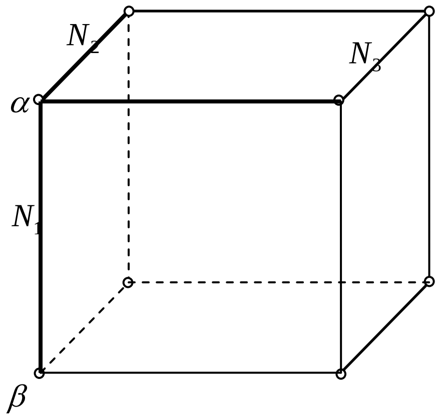
faqat N_3 interval bilan qoplanganligi ko‘rinib turibdi. Demak, N_1 va N_3 maksimal intervallar N_f to‘plamning asosiy qismlari bo‘ladi.

2- ta’rif. *N_f to‘plamning hamma asosiy qismlaridan (yoqlaridan) tuzilgan to‘plam **yadro** deb ataladi.*

1- misolda keltirilgan $\{N_1, N_3\}$ to‘plam yadro bo‘lishi ravshan. Yadro har bir keltirilmaydigan qobiqqa kiradi. Bu yerdan yadro bilan qoplanadigan yoq (qirra) hech bir keltirilmaydigan qobiqqa kirmasligi kelib chiqadi.

3- ta’rif. *Yadro bilan qoplangan maksimal yoqlarga (qirralarga) mos keladigan hamma oddiy implikantlarni mukammal DNShdan (qisqartirilgan DNShdan) chetlashtirish natijasida hosil qilinadigan DNSh **Kvayn diz’yunktiv normal shakli** deb ataladi va D_{kv} deb belgilanadi.*

U.Kvayn isbot qilgan (1959 y.) quyidagi teoremani keltiramiz.



1- shakl

1- teorema. *Har bir aynan 0ga teng bo‘lmagan $f(x_1,...,x_n)$ funksiyaning yagona Kvayn diz’yunktiv normal shakli mavjud.*

2- misol. 1- jadvalda berilgan $f(x_1, x_2, x_3)$ funksiyaning qisqartirilgan DNSh quyidagicha bo‘ladi: $D_s = \overline{x_1}\,\overline{x_2} \vee \overline{x_2}\,x_3 \vee x_1 x_2$.

$\{N_1, N_3\}$ yadro N_2 yoqni (qirrani) qoplaydi. N_2ga $\overline{x_2}\,x_3$ oddiy implikant mos keladi. Ta’rifga asosan, bu oddiy implikantni qisqartirilgan DNSh ifodasidan chetlashtirsak, Kvayn DNSh kelib chiqadi:

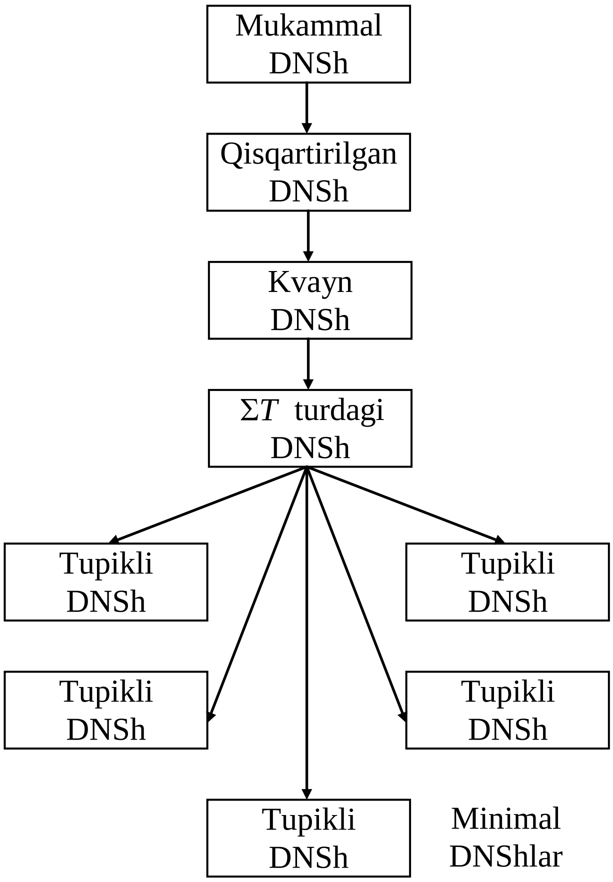
$$D_{kv} = \overline{x_1}\,\overline{x_2} \vee x_1 x_3.$$

Demak, qisqartirilgan DNShdan ayrim oddiy implikantlarni chetlashtirish yo‘li bilan yagona tarzda aniqlangan Kvayn DNShga o‘tish mumkin. Kvayn DNSh o‘sha funksiyani realizasiya qiladi va bu funksiyaning hamma tupikli DNShlarini o‘z ichiga olgan bo‘ladi.

4- ta’rif. *Hech bo‘lmaganda birorta keltirilmaydigan qobiqqa kiruvchi shunday maksimal yoqlar majmuasi bilan qoplangan N_f to‘plamga mos keluvchi diz’yunktiv normal shakl ΣT **turdagi DNSh** deb ataladi va u $D_{\Sigma T}$ bilan belgilanadi.*

$f(x_1,...,x_n)$ funksiyaning hamma tupikli DNShlari diz’yunksiyasi (mantiqiy yig‘indisi) va uni soddalashtirish natijasida $D_{\Sigma T}$ diz’yunktiv normal shakl hosil bo‘ladi.

Ta’rifga asosan, har bir $f(x_1,...,x_n)$ funksiya uchun yagona $D_{\Sigma T}$ DNSh mavjud va u $f(x_1,...,x_n)$ funksiyani realizasiya qiladi. $D_{\Sigma T}$ DNSh qisqartirilgan DNShdan ayrim hadlarini chetlashtirish yo‘li bilan hosil qilinadi.



2- shakl

5- ta’rif. *$\alpha \in N_f$ bo‘lsin. U holda α nuqtani o‘z ichiga olgan hamma N_f ga nisbatan maksimal yoqlarning (qirralarning) Π_α majmuasiga α nuqtadan o‘tuvchi* ***dasta*** *(tutash) deb ataladi.*

6- ta’rif. *$\alpha \in N_f$ va $\alpha \in N_k^0$ bo‘lsin. N_K^0 shu N_f to‘plamning maksimal yoqi (qirrasi). Agar $\beta \in N_f \setminus N_K^0$ va $\Pi_\beta \subseteq \Pi_\alpha$ bo‘lsa, u holda α nuqta (N_K^0 va N_f larga nisbatan)* ***regulyar nuqta*** *deb ataladi.*

3- misol. 1- jadvalda berilgan $f(x_1,x_2,x_3)$ funksiya uchun (1- shaklga qarang) α nuqta sifatida $(0,0,1)$ nuqtani va $N_2 = \{(0,0,1),(1,0,1)\}$ maksimal yoqni olamiz. Ravshanki, $\alpha \in N_2$. α regulyar nuqta (N_2 va N_f ga nisbatan) ekanligini ko‘rsatamiz. $\beta = (0,0,0)$ bo‘lsin. U holda ($N_1 = \{(0,0,0),(0,0,1)\}$) $\Pi_\alpha = \{N_1, N_2\}$, $\Pi_\beta = \{N_1\}$ va $\Pi_\beta \subseteq \Pi_\alpha$. Demak, α nuqta regulyar nuqta bo‘ladi.

7- ta’rif. *Agar N_k^0 maksimal intervalning har bir nuqtasi (N_k^0 va N_f larga nisbatan) regulyar nuqta bo‘lsa, u holda N_f uchun N_k^0* ***regulyar maksimal interval*** *deb ataladi.*

Yu.I.Juravlev[31] teoremasi.

2- teorema (Juravlev teoremasi). *$f(x_1,x_2,x_3)$ funksiyaning k^0 oddiy implikanti $D_{\Sigma T}$ turdagi DNShning ifodasida bo‘lmasligi uchun, unga mos bo‘lgan N_k^0 regulyar maksimal interval bo‘lishi yetarli va zarurdir.*

5- misol. 1- jadvalda berilgan $f(x_1,x_2,x_3)$ funksiya uchun bitta N_2 regulyar interval mavjud. Uni chetlashtirsak, u holda $N_1 \cup N_3$ ga ega bo‘lamiz. Bu yerdan $\overline{x_1}\,\overline{x_2} \vee x_1 x_3$ kelib chiqadi va u $D_{\Sigma T}$ turdagi DNShi bo‘ladi. Bu DNSh funksiyaning yagona tupikli DNShi ham bo‘ladi.

3- teorema. *$f(x_1,x_2,x_3)$ funksiyaning ΣT turdagi DNSh shu funksiyaning Kvayn DNShdan ayrim oddiy implikantlarni chetlashtirish yo‘li bilan hosil qilinishi mumkin.*

---

[31] Juravlyov Yuriy Ivanovich (Журавлёв Юрий Иванович, 1935 yilda tug‘ilgan) – rus matematigi, informatigi.

Shunday qilib, $f(x_1, x_2, x_3)$ funksiyani minimallashtirish jarayonini 2-shaklda aks ettirilgan sxema orqali ifodalash mumkin.

5-ilova

XULOSA

1.Tupikli diz'yunktiv normal shakllarni geometrik asosda hosil qilish usullari bilan o'rganildi;
2.Tupikli diz'yunktiv normal shakllarni hosil qilish algoritmlari o'rgananildi;
3.Ayrim yagona tarzda hosil qilinadigan diz'yunktiv normal shakllarning ko'rinishlari va ularni hosil qilish algoritmlari o'rganildi.

6-ilova

Insert texnikasi bo`yicha mavzuni o`qib chiqing va jadvalni to`ldiring.

№	Asosiy tushunchalar	Belgi
1.	Tupikli DNShga keltirish algoritmi.	
2.	Ayrim maksimal intervallarni chetlashtirish.	
3.	Qisqartirilgan, tupikli va minimal DNShlar orasidagi munosabatlar.	
4.	Tupikli DNSh.	
5.	Geometrik g'oya.	
6.	Algoritm.	
7.	Regulyar maksimal interval.	
8.	Funksiyani minimallashtirish jarayonining sxemasi.	
9.	Yagona tarzda tupikli DNShni hosil qilish algoritmi.	

Insert jadvali qoidasi

√ – avval olgan bilimiga to'g'ri keladi.
\+ – yangi ma'lumot
-- – olgan bilimiga qarama-qarshi
? – tushunarsiz (aniqlanishi zarur bo'lgan ma'lumotlar)

Sinov savollari

1. 1- jadval bilan berilgan $f_j(x_1, x_2, x_3)$ $(j=\overline{1,8})$ funksiyalarning mukammal, qisqartirilgan, Kvayn, ΣT turdagi, tupikli va minimal diz'yunktiv normal shakllarini toping.
2. Quyida berilgan DNShlarning mukammal, qisqartirilgan, tupikli va minimal diz'yunktiv normal shakllarini toping:
   a) $D = \bar{x}_1\bar{x}_2 \vee x_1\bar{x}_3x_4 \vee x_2\bar{x}_3x_4$; b) $D = \bar{x}_1\bar{x}_2x_3 \vee x_1\bar{x}_2x_4 \vee x_3x_4$.
3. Berilgan KNShlarning mukammal, qisqartirilgan, tupikli va minimal diz'yunktiv normal shakllarini toping:

a) $(x_1 \vee x_2 \vee \bar{x}_3)(\bar{x}_1 \vee x_2 \vee x_3)(\bar{x}_2 \vee \bar{x}_3)$;

b) $(x_1 \vee x_4)(x_2 \vee \bar{x}_3 \vee \bar{x}_4)(\bar{x}_1 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_3)$.

1- jadval

x_1	x_2	x_3	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6	f_7	f_8
0	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0
0	0	1	0	1	1	1	0	0	1	1
0	1	0	1	0	0	1	1	0	1	1
0	1	1	0	1	0	0	1	1	1	0
1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1
1	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1
1	1	0	1	0	0	1	1	1	0	1
1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	0

4. Quyidagi funksiyalarning hamma tupikli DNShlarini toping:

a) $f(x_1, x_2, x_3) = (01111110)$;

b) $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (1110011000010101)$;

d) $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (0110101110101011)$.

5. Quyidagi diz'yunktiv normal shakllar tupikli, eng qisqa va minimal DNSh bo'lish yoki bo'lmasligini aniqlang:

a) $x_1x_2 \vee \bar{x}_2$;   b) $\bar{x}_3\bar{x}_4 \vee x_1\bar{x}_2x_4 \vee \bar{x}_1\bar{x}_2x_3$;

d) $x_1x_2 \vee x_1\bar{x}_3 \vee \bar{x}_2x_3x_4 \vee x_2x_3$.

6. Quyidagi f_i funksiyalarga mos kelgan N_{f_i} $(i = \overline{1, 9})$ to'plamlarni toping va ularni tupikli DNSh ko'rinishiga keltiring

a) $f_1(x, y, z) = x + y + z$;   b) $f_2(x, y, z) = (x \to y) \leftrightarrow z$;

d) $f_3(x, y, z, t) = (xy \vee \bar{z}) \to t)$; e) $f_4(x, y, z) = x \to y \to z$;

f) $f_5(x, y, z) = (x \vee y) \leftrightarrow z$;   h) $f_6(x, y, z) = xz \to y$;

i) $f_7(x, y, z) = (x \leftrightarrow y) \to z$; j) $f_8(x, y, z) = (x \leftrightarrow y) \leftrightarrow z$;

k) $f_9(x, y, z) = (x \to y) \vee z$.

Mustaqil ishlash uchun savollar

1. Tupikli diz'yunktiv normal shaklga keltirish algoritmini bilasizmi?
2. Keltirilmaydigan qoplamalar deganda nimani tushunasiz?
3. Qisqartililgan, tupikli va minimal DNShlar orasida qanday munosabatlar bor?
4. Hamma tupikli DNShlarni topishning geometrik g'oyalarga asoslangan algoritmi qanday qo'llaniladi?
5. Tupikli DNShlar yasashni qanday soddalashtirish mumkin?
6. Yagona tarzda tupikli DNShni hosil qilish algoritmini bilasizmi?
7. Kvayn diz'yunktiv normal shakli deganda nimani tushunasiz?
8. Yu.Juravlev teoremasini bilasizmi?
9. Funksiyani minimallashtirish jarayonining sxemasi qanday ko'rinishga ega?

10-MAVZU	PREDIKAT TUSHUNCHASI. PREDIKATLAR USTIDA MANTIQIY AMALLAR. UMUMIYLIK VA MAVJUDLIK KVANTORLARI. FORMULA TUSHUNCHASI. FORMULANING QIYMATINI HISOBLASH.

Mavzuning texnologik modeli

O`quv soati – 2 soat	*Talabalar soni: 50* ta
O`quv mashg`ulot shakli	Axborotli ma`ruza
Ma`ruza rejasi	1. Predikat tushunchasi. Predikatlar ustida mantiqiy amallar. 2. Umumiylik va mavjudlik kvantorlari. 3. Formula tushunchasi. Formulaning qiymatini hisoblash.
O`quv mashg`u-lotining maqsadi:	Predikat tushunchasining ta'rifini berish, predikatlar ustida mantiqiy amallarni bajarish va natijalarni diagramma tarzida ifodalashni ko'rsatish.Umumiylik va mavjudlik kvantorlarining mazmunini va xossalarini tushuntirish. Formula tushunchasini ta'riflash va ularning qiymatini hisoblashni ko'rsatish.
Pedagogik vazifalar:	*O`quv faoliyati natijalari:*
1.Predikat tushunchasining ta'rifini berish; 2.Predikatlar ustida mantiqiy amallarni bajarish va natijalarni diagramma tarzida ifodalashni ko'rsatish; 3.Umumiylik va mavjudlik kvantorlari-ning mazmuni va xossalari tushuntirish; 4.Formula tushunchasi ta'riflanib, ularning qiymatini hisoblashni o'rgatish.	1.Predikat tushunchasi, ularning chinlik to'plamini aniqlash o'rganiladi; 2.Predikatlar ustida mantiqiy amallarni bajarish va natijalarni diagramma tarzida ifodalashni o'rganiladi; 3.Umumiylik va mavjudlik kvantorlarining mazmuni va xossalari o'rganiladi; 4.Formula tushunchasi va ularning qiymatini hisoblashni o'rganiladi.
O`qitish vositalari	*O`UM, ma`ruza matni, kompyuter slaydlari, doska*
O`qitish usullari	*ma`ruza, Pinbord, aqliy hujum*
O`qitish shakllari	*Frontal, jamoaviy ish*
O`qitish sharoiti	*Texnik vositalar bilan ta`minlangan, guruhlarda ishlash usulini qo`llash mumkin bo`lgan auditoriya va jihozlari.*
Monitoring va baholash	*og`zaki savollar, blis-so`rov*

Mavzuning texnologik xaritasi

Ish bosqich-lari	O`qituvchi faoliyatining mazmuni	Tinglovchi faoliyatining mazmuni
1-bosqich. Mavzuga kirish (20 min)	1.28. O`quv mashg`uloti mavzusi, savollarni va o`quv faoliyati natijalarini, mustaqil ishlash uchun adabiyotlarni aytadi. 1.29. Baholash mezonlari (2- ilovada). 1.30. Pindbord usulida mavzu bo`yicha ma`lum bo`lgan tushunchalarni faollashtiradi. Pindbord usulida natijasiga ko`ra tinglovchilarning nimalarda adashishlari, xato qilishlari mumkinligining tashxizini amalga oshiradi (1-ilova). 1.3. Mavzuni jonlashtirish uchun savollar beradi (3-ilova).	Tinglaydilar. Tinglaydilar. Muhim tushunchalar daftarda qayd etiladi. Savollar beradilar. Tushunchalarni aytadilar
2 -bosqich. Asosiy qism (50 min)	2.1. Ma`ruza matnini tarqatadi, Reja va asosiy tushunchalar bilan tanishtiradi. 2.2.Ma`ruza rejasining hamma savollar bo`yicha tushuncha beradi. (4 - ilova). Ma`ruzada berilgan savollar yuzasidan umumlashtiruvchi xulosa beradi. (5 - ilova). 2.4. Tayanch iboralarga qaytiladi (Insert usuli) – 6-ilova. 2.5. Talabalar ishtirokida ular yana bir bor takrorlanadi, asosiy tushunchalarga kelinadi.	Tinglaydilar. UMKga qaraydilar Muhim tushunchalar daftarda qayd etiladi. Har bir tayanch tushuncha va iboralarni muhokama qiladilar.
3-bosqich. Yakunlovchi (10 min)	3.10. Mashg`ulot bo`yicha yakunlovchi xulosalar qiladi, olingan bilimlarning qayerda ishlatish mumkinligini ma`lum qiladi. 3.2. Darsda olingan bilimlar baholanadi 3.3. Mavzu bo`yicha bilimlarni chuqurlashtirish uchun adabiyotlar ro`yxatini beradi. 3.4. Mustaqil ish topshiriqlarini va uning baholash mezonini beradi. Keyingi mazvuga tayyorlanib kelish uchun savollar beradi.	Savollar beradilar. O`UMga qaraydilar. Vazifalarni yozib oladilar.

REJA - TOPSHIRIQ

<table>
<tr><td>Reja:</td><td colspan="2">1. Predikat tushunchasi. Predikatlar ustida mantiqiy amallar.
2. Umumiylik va mavjudlik kvantorlari.
3. Formula tushunchasi. Formulaning qiymatini hisoblash.</td></tr>
<tr><td colspan="3">Mashg`ulotning maqsadi: Predikat tushunchasining ta'rifini berish, predikatlar ustida mantiqiy amallarni bajarish va natijalarni diagramma tarzida ifodalashni ko'rsatish.Umumiylik va mavjudlik kvantorlarining mazmunini va xossalarini tushuntirish. Formula tushunchasini ta'riflash va ularning qiymatini hisoblashni ko'rsatish.</td></tr>
<tr><td colspan="3">Talabalarning o`quv faoliyati natijalari:
1.Predikat tushunchasi, ularning chinlik to'plamini aniqlash o'rganiladi;
2.Predikatlar ustida mantiqiy amallarni bajarish va natijalarni diagramma tarzida ifodalashni o'rganiladi;
3.Umumiylik va mavjudlik kvantorlarining mazmuni va xossalari o'rganiladi;
4.Formula tushunchasi va ularning qiymatini hisoblashni o'rganiladi.</td></tr>
<tr><td colspan="3">Mustaqil tayyorgarlik uchun topshiriq:
1. Topshiriq (1-ilova). Mashqlar
2. Topshiriq (2-ilova). Sinov savollari</td></tr>
<tr><td>Nazorat shakli:
• kuzatuv;
• o`quv topshiriqlarini bajarish;<br>• savollarga javob berish.</td><td><i>Eng yuqori ball:</i><br>______ (tezkor – so`rovga to`g`ri javob)
Haqiqiy ball: ______</td><td>O`qituvchi imzosi:</td></tr>
</table>

10-MAVZU	**PREDIKAT TUSHUNCHASI. PREDIKATLAR USTIDA MANTIQIY AMALLAR. UMUMIYLIK VA MAVJUDLIK KVANTORLARI. FORMULA TUSHUNCHASI. FORMULANING QIYMATINI HISOBLASH.**

Reja:

1. Predikat tushunchasi. Predikatlar ustida mantiqiy amallar.
2. Umumiylik va mavjudlik kvantorlari.
3. Formula tushunchasi. Formulaning qiymatini hisoblash.

Tayanch iboralar: Predikat. Predikatlar mantiqi. Bir joyli predikat. Ko‘p joyli predikat. Predikatning chinlik to‘plami. Aynan chin predikat. Aynan yolg‘on predikat. Predikatlar ustida mantiqiy amallar. Umumiylik, mavjudlik kvantorlari. Kvantorli amallar bilan kon’yunksiya va diz’yunksiya amallari orasidagi munosabat. Predikatlar mantiqining simvollari. Formulaning ta’rifi. Formulaning qiymati tushunchasi. Teng kuchli formulalar. Asosiy teng kuchli formulalar.

Foydalanilgan adabiyotlar:

1. Тўраев Ҳ.Т., Математик мантиқ ва дискрет математика, Тошкент: Ўқитувчи нашриёти, 2003, 378 б.
2. Лихтарников Л.М., Сукачева Т.Г., Математическая логика. Курс лекций. Задачник-практикум и решения, Санк-Петербург: ЛАНЬ, 1999, 286 с.
3. Гаврилов Г.П., Сапоженко А.А. Сборник задач по дискретной математике. Учебное пособие. Москва: Наука.
4. Искандаров Р.И., Математик логика элементлари, Самарқанд: СамДУ, 1970, 324 б.

1-ilova

Baholash mezoni:

- Har bir savol javobiga - 2 ball;
- Har bir qo`shimcha mustaqil fikrga - 2 ball;
- Har bir javobni to`ldirishga - 1 ball.

2-ilova

Pinbord

Pinbord (inglizchadan: *pin*- mahkamlash, *board* – yozuv taxtasi) munozara usullari yoki o’quv suhbatini amaliy usul bilan moslashdan iborat.

Ta`lim beruvchi:

→ Taklif etilgan muammoni yechishga o`z nuqtai nazarini bayon qiladi.

→ Ommaviy to`g`ri aqliy hujumni tashkillashtiradi.

Ta`lim oluvchilar quyidagi g`oyalarni:

→ Taklif etadilar, muhokama qiladilar, baholaydilar eng ko`p maqbul (samarali va boshqa g`oyalarni tanlaydilar va ularni qog`oz varag`iga asosiy so`zlar ko`rinishida (2 so`zdan ko`p bo`lmagan) yozadilar va yozuv taxtasiga biriktiradilar (o`rgatuvchi tizimlar, oddiy va murakkab tizimlar, bir pog`onali va ko`p pog`onali tizimlar, hal kiiluvchi qoida).

→ Guruh a`zolari (ta`lim beruvchi tomonidan belgilangan 2-3 talaba yozuv taxtasiga chiqadilar va boshqalar bilan maslahatlashib:

- aniq xato yoki qaytariluvchi g`oyalarni saralaydilar (ATTlar, soha, tashqi faktor, axborot - tanuvchi avtomatik hisoblash qurilmasi, murakkab ATT, murakkab dinamik tizimlar)
- tortishuvlarni aniqlaydilar (aprior alfaviti, sinflashtirish, bir pog`anali, ko`p pog`onali tizimlar va farqlari);
- g`oyalarni tizimlashtirish mumkin bo`lgan belgilar bo`yicha aniqlaydilar;
- shu belgilar bo`yicha hamma g`oyalarni yozuv taxtasida guruhlaydilar (kartochka/ varaqlar).

Ta`lim beruvchi:

→Umumlashtiradi va ish natijalarini baholaydi.

3-ilova

Mavzuni jonlashtirish uchun savollar:

1. Predikat tushunchasi.
2. Predikatlar ustida qanday mantiqiy amallar bajarish mumkin?
3. Umumiylik va mavjudlik kvantorlari.
4. Predikatning chinlik to‘plamini aniqlash uchun nima qilish kerak?
5. Berilgan predikatning aynan chin yoki aynan yolg‘on predikat bo‘lishini qanday aniqlash mumkin?
6. Predikatlar mantiqi formulasining qiymati.
7. Formulalarning teng kuchli formulalar bo‘lishi yoki bo‘lmasligi qanday aniqlanadi?
8. Qaysi formulalar asosiy teng kuchli formulalar deb yuritiladi?

4-ilova

Predikat tushunchasi. Predikatlar ustida mantiqiy amallar

Predikat tushunchasi. Mantiq algebrasida mulohazalar faqatgina chin yoki yolg‘on qiymat qabul qilishi nuqtai nazaridan qaralib, mulohazalarning strukturasiga ham, hattoki, mazmuniga ham e’tibor berilmaydi. Ammo fanda va amaliyotda mulohazalarning strukturasi va mazmunidan kelib chiqadigan xulosalardan (natijalardan) foydalaniladi. Masalan, «Har qanday romb parallelogrammdir; $ABCD$ – romb; demak, $ABCD$ – parallelogramm».

Asos (shart) va xulosa mulohazalar mantiqining elementar mulohazalari bo‘ladi va ularni bu mantiq nuqtai nazaridan bo‘linmas, bir butun deb va ularning ichki strukturasini hisobga olmasdan qaraladi. Shunday qilib, mantiq algebrasi mantiqning muhim qismi bo‘lishiga qaramasdan, ko‘pgina fikrlarni tahlil qilishga qodir (yetarli) emas. Shuning uchun ham mulohazalar mantiqini kengaytirish masalasi vujudga keldi, ya’ni elementar mulohazalarning ichki strukturasini ham tadqiq eta oladigan mantiqiy sistemani yaratish muammosi paydo bo‘ldi. Bunday sistema mulohazalar mantiqini o‘zining bir qismi sifatida butunlay o‘z ichiga oladigan predikatlar mantiqidir.

Predikatlar mantiqi an’anaviy formal mantiq singari elementar mulohazani **subyekt** va **predikat** qismlarga bo‘ladi.

Subyekt – bu mulohazada biror narsa haqida nimadir tasdiqlaydi; **predikat** – bu subyektni tasdiqlash.

Masalan, «5 – tub son» mulohazada «5» – subyekt, «tub son» – predikat. Bu mulohazada «5» «tub son bo‘lish» xususiyatiga ega ekanligi tasdiqlanadi. Agar keltirilgan mulohazada ma’lum 5 sonini natural sonlar to‘plamidagi x o‘zgaruvchi bilan almashtirsak, u holda «x – tub son» ko‘rinishidagi mulohaza formasiga (shakliga) ega bo‘lamiz. x o‘zgaruvchining ba’zi qiymatlari (masalan, x=13, x=3, x=19) uchun bu forma chin mulohazalar va x o‘zgaruvchining boshqa qiymatlari (masalan, x=10, x=20) uchun bu forma yolg‘on mulohazalar beradi.

Ravshanki, bu forma bir (x) argumentli funksiyani aniqlaydi va bu funksiyaning aniqlanish sohasi natural sonlar to‘plami ($\boldsymbol{N}$) hamda qiymatlar sohasi $\{1, 0\}$ to‘plam bo‘ladi.

1- ta’rif. *M to‘plamda aniqlangan va $\{1, 0\}$ to‘plamdan qiymat qabul qiluvchi bir argumentli $P(x)$ funksiya **bir joyli** (**bir o‘rinli**) **predikat** deb ataladi.*

M to‘plamni $P(x)$ predikatning **aniqlanish sohasi** deb aytamiz.

$P(x)$ predikat chin qiymat qabul qiluvchi hamma $x \in M$ elementlar to‘plamiga $P(x)$ predikatning **chinlik to‘plami** deb ataladi, ya’ni $P(x)$ predikatning chinlik to‘plami $I_P = \{x : x \in M, P(x) = 1\}$ to‘plamdir.

1-misol. «x – tub son» ko‘rinishdagi $P(x)$ predikat $\boldsymbol{N}$ to‘plamda aniqlangan va uning I_P chinlik to‘plami barcha tub sonlar to‘plamidan iborat. «$\sin x = 0$» shakldagi $Q(x)$ predikat $\boldsymbol{R}$ haqiqiy sonlar to‘plamida aniqlangan va uning I_Q chinlik to‘plami $I_Q = \{k\pi, k \in \boldsymbol{Z}\}$, bu yerda $\boldsymbol{Z}$ – butun sonlar to‘plami. «Parallelogramm diagonallari x bir-biriga perpendikulyardir» degan $\Phi(x)$ predikatning aniqlanish sohasi hamma parallelogrammlar to‘plami, chinlik to‘plami esa hamma romblar to‘plami bo‘ladi. Bu misolda keltirilgan predikatlar bir joyli predikat xususiyatlarini ifodalaydi. ■

2-ta’rif. *Agar M to‘plamda aniqlangan $P(x)$ predikat uchun $I_P = M$ ($I_P = \varnothing$) bo‘lsa, u* ***aynan chin*** *(**aynan yolg‘on**)* ***predikat*** *deb ataladi.*

Endi **ko‘p joyli predikat** tushunchasini o‘rganamiz. Ko‘p joyli predikat predmetlar orasidagi munosabatni aniqlaydi.

«Kichik» munosabati ikki predmet orasidagi **binar munosabatni** ifodalaydi[32]. «$x < y$» (bu yerda $x, y \in \boldsymbol{Z}$) binar munosabat ikki argumentli $P(x, y)$ funksiyani ifodalaydi. Bu funksiya $\boldsymbol{Z} \times \boldsymbol{Z}$ to‘plamda aniqlangan va qiymatlar sohasi $\{1, 0\}$ to‘plam bo‘ladi.

3-ta’rif. $M = M_1 \times M_2$ *to‘plamda aniqlangan va* $\{1, 0\}$ *to‘plamdan qiymat oluvchi ikki argumentli* $P(x, y)$ *funksiya* ***ikki joyli predikat*** *deb ataladi.*

n joyli predikat ham shunga o‘xshash aniqlanadi.

2-misol. «$x = y$» shakldagi $Q(x, y)$ **ikki joyli predikat** $\boldsymbol{R}^2 = \boldsymbol{R} \times \boldsymbol{R}$ to‘plamda aniqlangan «$x \perp y$» x to‘g‘ri chiziq y to‘g‘ri chiziqqa perpendikulyar – $F(x, y)$ **ikki joyli predikat** bir tekislikda yotuvchi to‘g‘ri chiziqlar to‘plamida aniqlangan. ■

3-misol. Bir joyli predikatlarning aniqlanish sohasi $\boldsymbol{R}$, ikki joyli predikatlarning aniqlanish sohasi esa $\boldsymbol{R} \times \boldsymbol{R}$ bo‘lsin. Quyida berilgan mulohazalarni tahlil qilib, ularning qaysilari predikat bo‘la olishini aniqlaymiz:

1) $x + 5 = 1$; 2) $x^2 - 2x + 1 = 0$; 3) $x + 2 < 3x - 4$;

4) $(x + 2) - (3x - 4)$; 5) $x^2 + y^2 > 0$.

1) Tenglik shaklida berilgan ifoda bir joyli predikatdir. Agar uni $A(x)$ deb belgilasak, u holda $I_A = \{-4\}$ bo‘ladi.

2) $x^2 - 2x + 1 = 0$ ifoda bilan berilgan mulohaza ham bir joyli predikatdir. Uni $A(x)$ bilan belgilaymiz. $I_A = \{1\}$.

---

[32] Bir joyli predikatni unar predikat deb atash ham mumkin.

3) Tengsizlik shaklida berilgan ifodani mulohaza deb hisoblasak, bir joyli $A(x)$ predikatga ega bo‘lamiz. Ravshanki, $I_A = (3, +\infty)$.

4) Ikkita ikki hadning ayirmasi shaklidagi ifoda bilan berilgan mulohaza predikat bo‘la olmaydi.

5) Berilgan ifodani ikki joyli $A(x, y)$ predikat deb hisoblash mumkin va $I_A = \boldsymbol{R} \times \boldsymbol{R} \setminus \{(0,0)\}$.
■

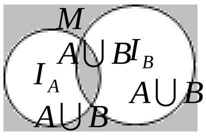
4- misol. Quyidagi predikatlarning qaysilari aynan chin bo‘lishini aniqlaymiz:

1) $x^2 + y^2 \geq 0$; 2) $x^2 + y^2 > 0$; 3) $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$;

4) $(x+1)^2 > x - 1$; 5) $x^2 + 1 \geq (x+1)^2$.

Ravshanki, 1), 3) va 4) predikatlar aynan chin predikatlardir. 2) predikatda $x = 0,\ y = 0$ qiymatlar uchun tengsizlik o‘rinli emas. 5) predikatda esa, x o‘zgaruvchining hamma musbat qiymatlarida tengsizlik o‘rinli emas. Demak, 2) va 5) predikatlar aynan chin predikatlar bo‘la olmaydi. ■

5- misol. $M = M_1 \times M_2 \subset \boldsymbol{R} \times \boldsymbol{R}$ to‘plamda $A(x, y)$ va $B(x, y)$ predikatlar berilgan bo‘lsin. $A(x, y) \leftrightarrow B(x, y)$ predikatning chinlik to‘plamini topamiz.



1- shakl

$$A(x, y) \leftrightarrow B(x, y) = (A(x, y) \to B(x, y)) \wedge (B(x, y) \to A(x, y))$$

bo‘lganligi uchun

$$I_{A \leftrightarrow B} = (I_{A \to B}) \cap (I_{B \to A}) = ((CI_A \cup I_B) \cap (CI_B \cup I_A)) = = (I_A \cap I_B) \cup (CI_A \cap CI_B)$$

$I_A \leftrightarrow I_B$ chinlik to‘plami 1- shaklda bo‘yalgan soha sifatida ko‘rsatilgan. ■

Predikatlar ustida mantiqiy amallar Predikatlar ham mulohazalar singari faqatgina chin yoki yolg‘on (1 yoki 0) qiymat qabul qilganliklari tufayli ular ustida mulohazalar mantiqidagi hamma mantiqiy amallarni bajarish mumkin.

Bir joyli predikatlar misolida mulohazalar mantiqidagi mantiqiy amallarning predikatlarga tatbiq etilishini ko‘raylik.

4 ta’rif. *Berilgan M to‘plamda aniqlangan $P(x)$ va $Q(x)$ **predikatlarning kon’yunksiyasi** deb, faqat va faqat $x \in M$ qiymatlarda aniqlangan hamda $P(x)$ va $Q(x)$ lar bir vaqtda chin qiymat qabul qilgandagina chin qiymat qabul qilib, qolgan barcha hollarda yolg‘on qiymat qabul qiluvchi yangi predikatga aytiladi va u $P(x) \wedge Q(x)$ kabi belgilanadi.*

$P(x) \wedge Q(x)$ predikatning chinlik sohasi $I_P \cap I_Q$ to‘plamdan, ya’ni $P(x)$ va $Q(x)$ predikatlar chinlik sohalarining umumiy qismidan iborat bo‘ladi.

6- misol. $P(x)$: «x – juft son» va $Q(x)$: «x – toq son» predikatlar uchun «x – juft son va x – toq son»: $P(x) \wedge Q(x)$ predikatlar kon’yunksiyasi mos keladi va uning chinlik sohasi $\varnothing$ – bo‘sh to‘plamdan iborat bo‘ladi. ■

5- ta’rif. *Berilgan M to‘plamda aniqlangan $P(x)$ va $Q(x)$ **predikatlarning diz’yunksiyasi** deb, faqat va faqatgina $x \in M$ qiymatlarda aniqlangan hamda $P(x)$ va $Q(x)$ predikatlar yolg‘on* *qiymat qabul qilganda yolg'on qiymat qabul qilib, qolgan barcha hollarda chin qiymat qabul qiluvchi yangi predikatga aytiladi va u $P(x) \vee Q(x)$ kabi belgilanadi.*

$P(x) \vee Q(x)$ predikatning chinlik sohasi $I_P \bigcup I_Q$ to'plamdan iborat bo'ladi.

6- ta'rif. *Agar hamma $x \in M$ qiymatlarda $P(x)$ predikat chin qiymat qabul qilganda yolg'on qiymat va $x \in M$ ning barcha qiymatlarida $P(x)$ predikat yolg'on qiymat qabul qilganda chin qiymat qabul qiluvchi predikatga $P(x)$ **predikatning inkori** deb ataladi va u $\overline{P}(x)$ kabi belgilanadi.*

Bu ta'rifdan $I_{\overline{P}} = M \setminus I_P = CI_P$ kelib chiqadi.

7- ta'rif. *Faqat va faqatgina $x \in M$ lar uchun bir vaqtda $P(x)$ chin qiymat va $Q(x)$ yolg'on qiymat qabul qilganda yolg'on qiymat qabul qilib, qolgan hamma hollarda chin qiymat qabul qiladigan $P(x) \to Q(x)$ predikat $P(x)$ va $Q(x)$ **predikatlarning implikasiyasi** deb ataladi.*

Har bir tayinlangan $x \in M$ uchun

$$P(x) \to Q(x) \equiv \overline{P}(x) \vee Q(x)$$

teng kuchlilik to'g'ri bo'lganligidan $I_{P \to Q} = I_{\overline{P}} \bigcup I_Q = CI_P \bigcup I_Q$ o'rinlidir.

Umumiylik va mavjudlik kvantorlari

M to'plamda aniqlangan $P(x)$ predikat berilgan bo'lsin. Agar $a \in M$ ni $P(x)$ predikatning x argumenti o'rniga qo'ysak, u holda bu predikat $P(a)$ mulohazaga aylanadi.

Predikatlar mantiqida yuqorida ko'rilganlardan tashqari yana ikkita amal mavjudki, ular bir joyli predikatni mulohazaga aylantiradi.

Umumiylik kvantori. M to'plamda aniqlangan $P(x)$ predikat berilgan bo'lsin. Har qanday $x \in M$ uchun $P(x)$ chin va aks holda yolg'on qiymat qabul qiluvchi mulohaza ifodasini $\forall x P(x)$ shaklda yozamiz. Bu mulohaza endi x ga bog'liq bo'lmay qoladi va u quyidagicha o'qiladi: «har qanday x uchun $P(x)$ chin». $\forall$ simvol **umumiylik kvantori** deb ataladi. Aytilgan fikrlarni matematik ifodalar vositasida quyidagicha yozish mumkin:

$$\forall x P(x) = \begin{cases} 1, \text{ barcha } x \in M \text{ uchun } P(x) = 1 \text{ bo'lganda}, \\ 0, \text{ aks holda.} \end{cases}$$

$P(x)$ predikatda x ni **erkin** (**ozod**) **o'zgaruvchi** va $\forall x P(x)$ mulohazada x ni umumiylik kvantori $\forall$ bilan **bog'langan o'zgaruvchi** deb ataladi.

Mavjudlik kvantori. $P(x)$ predikat M to'plamda aniqlangan bo'lsin. Hech bo'lmaganda bitta $x \in M$ uchun $P(x)$ predikat chin va aks holda yolg'on qiymat qabul qiluvchi mulohaza ifodasini $\exists x P(x)$ shaklda yozamiz. Bu mulohaza x ga bog'liq emas va uni quyidagicha o'qish mumkin: «shunday x mavjudki, $P(x) = 1$», ya'ni

$$\exists x P(x) = \begin{cases} 1, \text{ birorta } x \in M \text{ uchun } P(x) = 1 \text{ bo'lganda}, \\ 0, \text{ aks holda.} \end{cases}$$

$\exists$ simvol **mavjudlik kvantori** deb ataladi. $\exists x P(x)$ mulohazada x o'zgaruvchi $\exists$ kvantori bilan bog'langan bo'ladi.

1- misol. N natural sonlar to'plamida $P(x)$ predikat berilgan bo'lsin: «x – tub son». Kvantorlardan foydalanib ushbu predikatdan quyidagi mulohazalarni hosil qilish mumkin: $\forall x P(x)$ – «Hamma natural sonlar tub sonlar bo'ladi»; $\exists x P(x)$ – «Shunday natural son mavjudki, u tub son bo'ladi». Ravshanki, birinchi mulohaza yolg'on va ikkinchi mulohaza chindir. ■

Ma'lumki, $\forall x P(x)$ mulohaza faqat $P(x)$ aynan chin predikat bo'lgandagina

chin qiymat qabul qiladi. $\exists x P(x)$ mulohaza bo'lsa, $P(x)$ aynan yolg'on predikat bo'lgandagina yolg'on qiymat qabul qiladi.

Kvantorli amallar ko'p joyli predikatlarga ham qo'llaniladi. Masalan, M to'plamda ikki joyli $P(x,y)$ predikat berilgan bo'lsin. Agar $P(x,y)$ predikatga x o'zgaruvchi bo'yicha kvantorli amallarni qo'llasak, u holda ikki joyli $P(x,y)$ predikatga bir joyli $\forall x P(x,y)$ (yoki bir joyli $\exists x P(x,y)$) predikatni mos qilib qo'yadi.

Bir joyli $\forall x P(x,y)$ ($\exists x P(x,y)$) predikat faqat y o'zgaruvchiga bog'liq, x o'zgaruvchiga esa bog'liq emas. Ularga y bo'yicha kvantorli amallarni qo'llaganimizda quyidagi mulohazalarga ega bo'lamiz:

$\forall y \forall x P(x,y)$, $\exists y \forall x P(x,y)$, $\forall y \exists x P(x,y)$, $\exists y \exists x P(x,y)$.

2- misol. To'g'ri chiziqlar to'plamida aniqlangan $P(x,y)$: «$x \perp y$» predikatni ko'raylik. Agar $P(x,y)$ predikatga nisbatan kvantorli amallarni tadbiq etsak, u holda quyidagi sakkizta mulohazaga ega bo'lamiz:

1. $\forall x \forall y P(x,y)$ – «Har qanday x to'g'ri chiziq har qanday y to'g'ri chiziqqa perpendikulyar».

2. $\exists y \forall x P(x,y)$ – «Shunday y to'g'ri chiziq mavjudki, u har qanday x to'g'ri chiziqqa perpendikulyar».

3. $\forall y \exists x P(x,y)$ – «Har qanday y to'g'ri chiziq uchun shunday x to'g'ri chiziq mavjudki, x to'g'ri chizig'i y to'g'ri chiziqqa perpendikulyar».

4. $\exists y \exists x P(x,y)$ – «Shunday y to'g'ri chiziq va shunday x to'g'ri chiziq mavjudki, x to'g'ri chiziq y to'g'ri chiziqqa perpendikulyar».

5. $\forall y \forall x P(x,y)$ – «Har qanday y to'g'ri chiziq har qanday x to'g'ri chiziqqga perpendikulyar».

6. $\forall x \exists y P(x,y)$ – «Har qanday x to'g'ri chiziq uchun shunday y to'g'ri chiziq mavjudki, x to'g'ri chiziq y to'g'ri chiziqqga perpendikulyar».

7. $\exists x \exists y P(x,y)$ – «Shunday x to‘g‘ri chiziq va shunday y to‘g‘ri chiziq mavjudki, x to‘g‘ri chiziq y to‘g‘ri chiziqqa perpendikulyar».

8. $\exists x \forall y P(x,y)$ – «Shunday x to‘g‘ri chiziq mavjudki, u har qanday y to‘g‘ri

chiziqqa perpendikulyar». ■

Bu misoldan ko‘rinib turibdiki, umumiy holda kvantorlar tartibi o‘zgarishi bilan mulohazaning mazmuni va, demak, uning mantiqiy qiymati ham o‘zgaradi.

Chekli sondagi elementlari bo‘lgan $M = \{a_1, a_2, ..., a_n\}$ to‘plamda aniqlangan $P(x)$ predikat berilgan bo‘lsin. Agar $P(x)$ predikat aynan chin bo‘lsa, u holda $P(a_1), P(a_2), ..., P(a_n)$ mulohazalar ham chin bo‘ladi. Shu holda $\forall x P(x)$ mulohaza va $P(a_1) \wedge P(a_2) \wedge ... \wedge P(a_n)$ kon’yunksiya ham chin bo‘ladi.

Agar hech bo‘lmaganda bitta $a_k \in M$ element uchun $P(a_k)$ yolg‘on bo‘lsa, u holda $\forall x P(x)$ mulohaza va $P(a_1) \wedge P(a_2) \wedge ... \wedge P(a_n)$ kon’yunksiya ham yolg‘on bo‘ladi. Demak,

$$\forall x P(x) = P(a_1) \wedge P(a_2) \wedge ... \wedge P(a_n)$$

teng kuchli ifoda to‘g‘ri bo‘ladi.

Yuqoridagidek fikr yuritish yo‘li bilan

$$\exists x P(x) = P(a_1) \vee P(a_2) \vee ... \vee P(a_n)$$

teng kuchli ifodaning mavjudligini ko‘rsatish mumkin.

Bu yerdan kvantorli amallarni cheksiz sohalarda kon’yunksiya va diz’yunksiya amallarining umumlashmasi sifatida qarash mumkinligi kelib chiqadi.

Predikatlar mantiqining formulasi. Predikatlar mantiqi formulasining qiymati. Predikatlar mantiqining teng kuchli formulalari

Predikatlar mantiqida quyidagi simvollardan foydalaniladi:

1. $p, q, r...$ simvollar – 1 (chin) va 0 (yolg‘on) qiymatlar qabul qiluvchi o‘zgaruvchi mulohazalar.

2. $x, y, z, ...$ – biror M to‘plamdan qiymat oluvchi predmet o‘zgaruvchilar; $x_0, y_0, z_0, ...$ – predmet konstantalar, ya’ni predmet o‘zgaruvchilarning qiymatlari.

3. $P(\cdot)$, $F(\cdot)$ – bir joyli o‘zgaruvchi predikatlar; $Q(\underbrace{\cdot, \cdot, ..., \cdot}_{nta})$, $R(\underbrace{\cdot, \cdot, ..., \cdot}_{nta})$ – n joyli o‘zgaruvchi predikatlar.

4. $P^0(\cdot)$, $Q^0(\cdot, \cdot, ..., \cdot)$ – o‘zgarmas predikatlar simvoli.

5. $\wedge, \vee, \rightarrow, \neg$ – mantiqiy amallar simvollari.

6. $\forall x$, $\exists x$ – kvantorli amallar simvollari.

7. (,) va , (qavslar va vergul) – qo‘shimcha simvollar.

Predikatlar mantiqi formulasining t a ’ r i f i .

1. Har qanday o‘zgaruvchi yoki o‘zgarmas mulohaza (elementar) formula bo‘ladi.

2. Agar $F(\underbrace{\cdot,\cdot,...,\cdot}_{nta})$ *n joyli o‘zgaruvchi predikat yoki o‘zgarmas predikat va* $x_1, x_2, ..., x_n$ – *predmet o‘zgaruvchilar yoki predmet konstantalar bo‘lsa, u holda* $F(x_1, x_2, ..., x_n)$ *formula bo‘ladi. Bunday formulani* ***elementar formula*** *deb ataymiz. Bu formulada predmet o‘zgaruvchilar erkindir, ya’ni kvantorlar bilan bog‘langan emas.*

3. Agar A *va* B *shunday formulalarki, birorta predmet o‘zgaruvchi birida erkin va ikkinchisida bog‘langan o‘zgaruvchi bo‘lmasa, u holda* $A \vee B$, $A \wedge B$, $A \rightarrow B$ *ham formula bo‘ladi. Bu formulalarda dastlabki formulalarda erkin bo‘lgan o‘zgaruvchilar erkin, bog‘langan bo‘lgan o‘zgaruvchilar esa bog‘langan o‘zgaruvchilar bo‘ladi.*

4. Agar A *formula bo‘lsa, u holda* $\overline{A}$ *ham formula bo‘ladi.* A *formuladan* $\overline{A}$ *formulaga o‘tishda o‘zgaruvchilarning xarakteri o‘zgarmaydi.*

5. Agar $A(x)$ *formula bo‘lsa va uning ifodasiga* x *predmet o‘zgaruvchi erkin holda kirsa, u holda* $\forall x A(x)$ *va* $\exists x A(x)$ *mulohazalar formula bo‘ladi va* x *predmet o‘zgaruvchi ularga bog‘langan holda kiradi.*

6. 1–5- bandlarda formulalar deb atalgan mulohazalardan farq qiluvchi har qanday mulohaza formula bo‘lmaydi.

1- m i s o l . Agar $P(x)$ va $Q(x, y)$ – bir joyli va ikki joyli predikatlar, q, r – o‘zgaruvchi mulohazalar bo‘lsa, u holda quyidagi mulohazalar formulalar bo‘ladi:

q, $P(x)$, $P(x) \wedge Q(x^0, y)$, $\forall x P(x) \rightarrow \exists x Q(x, y)$, $(\overline{Q(x, y)} \vee q) \rightarrow r$.

$\forall x Q(x, y) \rightarrow P(x)$ mulohaza formula bo‘la olmaydi, chunki predikatlar mantiqi formulasi ta’rifning 3- bandidagi shart buzilgan: x predmet o‘zgaruvchi $\forall x Q(x, y)$ formulaga bog‘langan holda, $P(x)$ ga esa erkin holda kirgan. ■

Predikatlar mantiqi formulasining ta’rifidan ko‘rinib turibdiki, mulohazalar algebrasining har qanday formulasi predikatlar mantiqining ham formulasi bo‘ladi.

2- m i s o l . Quyidagi ifodalarning qaysilari predikatlar mantiqining formulasi bo‘lishi va har bir formuladagi bog‘langan va erkin o‘zgaruvchilarni aniqlash talab etilgan bo‘lsin:

1) $\overline{\exists x \forall z (P(x, y) \rightarrow P(y, z))}$;

2) $(p \rightarrow q) \wedge (\overline{r} \vee \overline{p})$;

3) $P(x) \wedge \forall x Q(x)$;

4) $\forall x (P(x) \rightarrow Q(x)) \leftrightarrow (\exists x P(x) \rightarrow \forall x R(x, y))$;

5) $(P(x) \leftrightarrow Q(x)) \vee \exists y (\forall y R(y))$;

6) $\exists x \forall z (P(x, y) \rightarrow P(y, z))$.

Predikatlar mantiqi formulasining ta’rifiga ko‘ra 1), 2), 4) va 6) ifodalar formulalardir.

3) va 5) ifodalar formula emas. Haqiqatdan ham, 3) ifodada $\wedge$ amali $P(x)$ va $\forall xQ(x)$ formulalarga nisbatan qo‘llanilgan bo‘lib, $P(x)$ da x predmet o‘zgaruvchi erkin va $\forall xQ(x)$ da esa umumiylik kvantori bilan bog‘langan. Bu holat formula ta’rifining 3- bandiga ziddir. Shuning uchun 3) ifoda formula bo‘la olmaydi. 5) ifodada esa, $\exists y$ mavjudlik kvantori bilan $\forall y$ umumiylik kvantori orasida ziddiyat bor.

1) formulada y erkin, x va z o‘zgaruvchilar esa bog‘langan o‘zgaruvchilardir. 2) formulada predmet o‘zgaruvchilar yo‘q. 4) formulada x bog‘langan o‘zgaruvchi, y esa erkin o‘zgaruvchidir. ■

Predikatlar mantiqi formulasining qiymati tushunchasi. Endi predikatlar mantiqi formulasining qiymati tushunchasini aniqlaylik. Predikatlar mantiqi formulasining ifodasiga kiruvchi predikatlarning aniqlanish sohasi M to‘plam berilgan bo‘lsa, bu formulaning mantiqiy qiymati haqida so‘z yuritish mumkin. Predikatlar mantiqi formulasining mantiqiy qiymati uch xil o‘zgaruvchilar: 1) formulaga kiruvchi o‘zgaruvchi mulohazalarning; 2) M to‘plamdagi erkin predmet o‘zgaruvchilarning; 3) predikat o‘zgaruvchilarning qiymatlariga bog‘liq bo‘ladi.

Uch xil o‘zgaruvchilardan har birining ma’lum qiymatlarida predikatlar mantiqining formulasi chin yoki yolg‘on qiymat qabul qiluvchi mulohazaga aylanadi.

3- misol. Quyidagi formulani tahlil qilamiz:

$$\exists y \forall z(P(x, y) \rightarrow P(y, z)). \tag{1}$$

(1) formulada $P(x, y)$ ikki joyli predikat $M \times M$ to‘plamda aniqlangan, bu yerda $M = \{0, 1, 2, ..., n, ...\}$. (1) formula ifodasiga o‘zgaruvchi predikat $P(x, y)$ va x, y, z predmet o‘zgaruvchilar kirgan. Bu yerda y va z – kvantorlar bilan bog‘langan o‘zgaruvchilar, x – erkin o‘zgaruvchi.

$P(x, y)$ predikatning ma’lum qiymati sifatida tayinlangan $P^0(x, y)$: «$x < y$» predikatni olamiz, erkin o‘zgaruvchi $x$ga $x^0 = 5 \in M$ qiymat beramiz. U holda $y$ning $x^0 = 5$ dan kichik qiymatlari uchun $P^0(x^0, y)$ predikat yolg‘on qiymat qabul qiladi, $P(x, y) \rightarrow P(y, z)$ implikasiya esa $z$ning hamma $z \in M$ qiymatlari uchun chin bo‘ladi, ya’ni $\exists y \forall z(P^0(x, y) \rightarrow P^0(y, z))$ mulohaza chin qiymatga ega bo‘ladi. ■

4- misol. Natural sonlar to‘plami $\boldsymbol{N}$ da $P(x)$, $Q(x)$ va $R(x)$ predikatlar berilgan bo‘lsa, $\forall x(P(x) \wedge Q(x) \rightarrow R(x))$ formulaning qiymati quyidagi hollarda topilsin:

1) $P(x)$: «x son 3ga qoldiqsiz bo‘linadi», $Q(x)$: «x son 4ga qoldiqsiz bo‘linadi», $R(x)$: «x – juft»;

2) $P(x)$: «x son 3ga qoldiqsiz bo‘linadi», $Q(x)$: «x son 4ga qoldiqsiz bo‘linadi”, $R(x)$: «x son 5ga qoldiqsiz bo‘linadi».

Ikkala holda ham $P(x) \wedge Q(x)$ formula «x son 12ga qoldiqsiz bo‘linadi» degan tasdiqni ifodalaydi. O‘z navbatida hamma $x$lar uchun x son 12ga qoldiqsiz bo‘linsa, u holda x son 2ga ham bo‘linadi (juft bo‘ladi). Demak, 1) holda formulaning qiymati chindir.

x sonning 12ga qoldiqsiz bo‘linishidan ba’zi $x$lar uchun $x$ning 5ga qoldiqsiz bo‘linishi, bundan esa 2) holda formulaning yolg‘on ekanligi kelib chiqadi. ■

5- misol. $P(x,y)$ predikat $M = \boldsymbol{N} \times \boldsymbol{N}$ to‘plamda aniqlangan va $P^0(x,y)$: «x son y sondan kichik» bo‘lganda $\forall x \exists y P(x,y) \to \exists x \forall y P(x,y)$ formulaning mantiqiy qiymatini topamiz.

$P(x,y)$ predikatning ko‘rsatilgan qiymati uchun $\forall x \exists y P(x,y)$: «har qanday x natural son uchun shunday y natural son topiladiki, u x dan katta bo‘ladi” degan chin mulohazani bildiradi. $\exists x \forall y P(x,y)$ esa «shunday x natural son mavjudki, u har qanday y natural sondan kichik bo‘ladi” degan tasdiqni bildiradi. Bu tasdiq yolg‘ondir. Demak, berilgan formulaning mantiqiy qiymati yolg‘on bo‘ladi. ■

Predikatlar mantiqining teng kuchli formulalari. Predikatlar mantiqida ham teng kuchli formulalar tushunchasi mavjud.

1- ta’rif. *Predikatlar mantiqining ikkita A va B formulasi o‘z tarkibiga kiruvchi M sohaga oid hamma o‘zgaruvchilarning qiymatlarida bir xil mantiqiy qiymat qabul qilsa, ular M* ***sohada teng kuchli formulalar*** *deb ataladi.*

2- ta’rif. *Agar ixtiyoriy sohada A va B formulalar teng kuchli bo‘lsa, u holda ular* ***teng kuchli formulalar*** *deb ataladi va $A \equiv B$ ko‘rinishda yoziladi.*

Agar mulohazalar algebrasidagi hamma teng kuchli formulalar ifodasi tarkibiga kiruvchi o‘zgaruvchi mulohazalar o‘rniga predikatlar mantiqidagi formulalar qo‘yilsa, u holda ular predikatlar mantiqining teng kuchli formulalariga aylanadi. Ammo, predikatlar mantiqi ham o‘ziga xos asosiy teng kuchli formulalarga ega. Bu teng kuchli formulalarning asosiylarini ko‘rib o‘taylik. $A(x)$ va $B(x)$ – o‘zgaruvchi predikatlar va C – o‘zgaruvchi mulohaza bo‘lsin. U holda predikatlar mantiqida quyidagi asosiy teng kuchli formulalar mavjud.

1. $\overline{\forall x A(x)} \equiv \exists x \overline{A(x)}$.

2. $\overline{\exists x A(x)} \equiv \forall x \overline{A(x)}$.

3. $\forall x A(x) \equiv \overline{\exists x \overline{A(x)}}$.

4. $\exists x A(x) \equiv \overline{\forall x \overline{A(x)}}$.

5. $\forall x A(x) \wedge \forall x B(x) \equiv \forall x [A(x) \wedge B(x)]$.

6. $C \wedge \forall x B(x) \equiv \forall x [C \wedge B(x)]$.

7. $C \vee \forall x B(x) \equiv \forall x [C \vee B(x)]$.

8. $C \to \forall x B(x) \equiv \forall x [C \to B(x)]$.

9. $\forall x [B(x) \to C] \equiv \exists x B(x) \to C$.

10. $\exists x [A(x) \vee B(x)] \equiv \exists x A(x) \vee \exists x B(x)$.

11. $\exists x [C \vee B(x)] \equiv C \vee \exists x B(x)$.

12. $\exists x [C \wedge B(x)] \equiv C \wedge \exists x B(x)$.

13. $\exists x A(x) \wedge \exists y B(y) \equiv \exists x \exists y [A(x) \wedge B(y)]$.

14. $\exists x[C \to B(x)] \equiv C \to \exists xB(x)$.

15. $\exists x[B(x) \to C] \equiv \forall xB(x) \to C$.

16. $\forall xA(x) \equiv \forall yA(y)$.

17. $\exists xA(x) \equiv \exists yA(y)$.

Bu teng kuchli formulalarning ayrimlarini isbot qilamiz.

Birinchi teng kuchli formula quyidagi oddiy tasdiqni (dalilni) bildiradi: agar hamma x lar uchun $A(x)$ chin boʻlmasa, u holda shunday x topiladiki, $\overline{A(x)}$ chin boʻladi.

2- teng kuchlilik: agar $A(x)$ chin boʻladigan x mavjud boʻlmasa, u holda hamma x lar uchun $\overline{A(x)}$ chin boʻladi degan mulohazani bildiradi.

3- va 4- teng kuchliliklar 1- va 2- teng kuchliliklarning ikkala tarafidan mos ravishda inkor olib va ikki marta inkor qonunini foydalanish natijasida hosil boʻladi.

5- teng kuchlilikni isbot qilaylik. Agar $A(x)$ va $B(x)$ predikatlar bir vaqtda aynan chin boʻlsa, u holda $A(x) \wedge B(x)$ predikat ham aynan chin boʻladi va, demak,

$\forall xA(x)$, $\forall xB(x)$, $\forall x[A(x) \wedge B(x)]$

mulohazalar ham chin qiymat qabul qiladi. Shunday qilib, bu holda 5- teng kuchlilikning ikkala tarafi ham chin qiymat qabul qiladi.

Endi hech boʻlmaganda ikkita predikatdan birortasi, masalan, $A(x)$ aynan chin boʻlmasin. U holda $A(x) \wedge B(x)$ predikat ham aynan chin boʻlmaydi va, demak, $\forall xA(x)$, $\forall xA(x) \wedge \forall xB(x)$, $\forall x[A(x) \wedge B(x)]$ mulohazalar yolgʻon qiymat qabul qiladi, yaʼni bu holda ham 5- teng kuchlilikning ikki tarafi bir xil (yolgʻon) qiymat qabul qiladi. Demak, 5- teng kuchlilikning toʻgʻriligi isbotlandi.

Endi 8- teng kuchlilikning toʻgʻriligini isbot qilamiz. Oʻzgaruvchi mulohaza C yolgʻon qiymat qabul qilsin. U holda $C \to B(x)$ predikat aynan chin boʻladi va $C \to \forall xB(x)$, $\forall x[C \to B(x)]$ mulohazalar chin boʻladi. Demak, bu holda 8- teng kuchlilikning ikkala tarafi ham bir xil (chin) qiymat qabul qiladi.

Endi oʻzgaruvchi mulohaza C chin qiymat qabul qilsin. Agar bu holda oʻzgaruvchi predikat $B(x)$ aynan chin boʻlsa, u vaqtda $C \to B(x)$ predikat ham aynan chin boʻladi va, demak,

$\forall xB(x)$, $C \to \forall xB(x)$, $\forall x[C \to B(x)]$

mulohazalar ham chin qiymat qabul qiladi, yaʼni bu holda 8- teng kuchlilikning ikkala tarafi ham bir xil (chin) qiymat qabul qiladi. Agar $B(x)$ predikat aynan chin boʻlmasa, u holda $C \to B(x)$ predikat ham aynan chin boʻlmaydi va, demak,

$\forall xB(x)$, $C \to \forall xB(x)$, $\forall x[C \to B(x)]$

mulohazalar yolgʻon qiymat qabul qiladi. Shunday qilib, bu holda ham 8- teng kuchliliklarning ikkala tarafi bir xil (yolgʻon) qiymat qabul qiladilar. Demak, 8- teng kuchlilik oʻrinlidir.

Shuni ta'kidlab o'tamizki, $\forall x[A(x) \vee B(x)]$ formula $\forall xA(x) \vee \forall xB(x)$ formulaga va $\exists x[A(x) \wedge B(x)]$ formula $\exists xA(x) \wedge \exists xB(x)$ formulaga teng kuchli emas.

Ammo, quyidagi teng kuchliliklar o'rinlidir:

$\forall xA(x) \vee \forall xB(x) \equiv \forall xA(x) \vee \forall yB(y) \equiv$

$\equiv \forall x[A(x) \vee \forall yB(y)] \equiv \forall x\forall y[A(x) \vee B(y)]$,

$\exists xA(x) \wedge \exists xB(x) \equiv \exists xA(x) \wedge \exists yB(y) \equiv$

$\equiv \exists x[A(x) \wedge \exists yB(y)] \equiv \exists x\exists y[A(x) \wedge B(y)]$.

$\forall x[A(x) \vee B(x)]$ formula $\forall xA(x) \vee \forall xB(x)$ formulaga teng kuchli emasligini ko'rsatamiz. Buning uchun $\forall x$ kvantor $\vee$ diz'yunksiya amaliga nisbatan distributiv emasligiga misol keltirish yetarlidir. Faraz qilaylik, $M = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $A(x)$:«$(x-1)(x-2)=0$» va $B(x)$: «$(x-3)(x-4)(x-5)=0$» bo'lsin. Ravshanki, M sohada $\forall xA(x)$ va $\forall xB(x)$ mulohazalar yolg'on va, demak, $\forall xA(x) \vee \forall xB(x)$ mulohaza ham yolg'ondir. Agar $\forall x$ kvantor $\vee$ ga nisbatan distributiv, ya'ni

$\forall x[A(x) \vee B(x)] = \forall xA(x) \vee \forall xB(x)$

bo'lganda edi, $\forall x[A(x) \vee B(x)]$ chin mulohaza bo'lganligi uchun qarama-qarshilik hosil bo'lar edi. Demak, $\forall x[A(x) \vee B(x)] \neq \forall xA(x) \vee \forall xB(x)$ o'rinlidir.

Endi bu teng kuchliliklarning o'ng tomoni har doim chap tomonidagi mulohaza bilan bir xil qiymat qabul qilishini ko'rsatamiz. Agar $\forall xA(x) \equiv 1$ yoki $\forall xB(x) \equiv 1$ bo'lsa, u holda bu teng kuchlilik to'g'ri ekanligi aniq, chunki bu holda teng kuchlilikning ikkala tomoni ham bir vaqtda chin qiymat qabul qiladi. Bu holda faqat $\forall xB(x) \equiv \forall yB(y)$ ekanligini ko'rsatish kifoya. Ammo oxirgi teng kuchlilik tabiiydir, chunki x predmet o'zgaruvchi ham, y predmet o'zgaruvchi ham M sohaning har bir elementini qiymat sifatida qabul qiladi.

Endi $\forall xA(x) \equiv 0$ va $\forall xB(x) \equiv 0$ bo'lsin. U holda teng kuchlilikning chap tarafi 0 (yolg'on) qiymat qabul qiladi. O'ng tomonida $\forall x$ kvantorning ta'sir sohasi $A(x) \vee B(y)$ formula bo'lsada, $B(y)$ predikatda x predmet o'zgaruvchi qatnashmaganligi sababli, $\forall x$ kvantorning ta'siri faqat $A(x)$ga tarqaladi. Xuddi shu kabi, $\forall y$ kvantor faqat $B(y)$ga ta'sir etadi. Demak, $\forall x\forall y[A(x) \vee B(y)]$ formula ham yolg'on qiymatga ega bo'ladi.

Keltirilgan ikkinchi teng kuchlilikni ham xuddi shu kabi isbot qilish mumkin. (Bu ishni o'quvchiga havola etamiz.)

6- misol. $\exists x\forall y(A(x) \wedge B(y)) \equiv \forall y\exists x(A(x) \wedge B(y))$ teng kuchlilik o'rinli ekanligini ko'rsatamiz.

$$\exists x\forall y(A(x) \wedge B(y)) \equiv \exists x(A(x) \wedge \forall yB(y)) \equiv \exists xA(x) \wedge \forall yB(y),$$
$$\forall y\exists x(A(x) \wedge B(y)) \equiv \forall y(\exists xA(x) \wedge B(y)) \equiv \exists xA(x) \wedge \forall yB(y).$$

Demak, keltirilgan teng kuchlilik o'rinlidir. ■

5-ilova

XULOSA

1.Predikat tushunchasi, ularning chinlik to'plamini aniqlash o'rganildi;
2.Predikatlar ustida mantiqiy amallarni bajarish va natijalarni diagramma tarzida ifodalashni o'rganildi;
3.Umumiylik va mavjudlik kvantorlarining mazmuni va xossalari o'rganildi;
4.Formula tushunchasi va ularning qiymatini hisoblashni o'rganildi.

6-ilova

Insert texnikasi bo`yicha mavzuni o`qib chiqing va jadvalni to`ldiring.

№	Asosiy tushunchalar	Belgi
1.	Predikat	
2.	Predikatlar mantiqi.	
3.	Bir joyli predikat.	
4.	Ko'p joyli predikat.	
5.	Predikatning chinlik to'plami.	
6.	Aynan chin predikat.	
7.	Aynan yolg'on predikat.	
8.	Predikatlar ustida mantiqiy amallar.	
9.	Umumiylik, mavjudlik kvantorlari.	
10.	Formulaning ta'rifi.	
11.	Formulaning qiymati tushunchasi.	
12.	Asosiy teng kuchli formulalar.	

Insert jadvali qoidasi

√ – avval olgan bilimiga to'g'ri keladi.
\+ – yangi ma'lumot
-- – olgan bilimiga qarama-qarshi
? – tushunarsiz (aniqlanishi zarur bo'lgan ma'lumotlar)

Sinov savollari

18. $M = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ to'plamda ikkita $A(x)$: «x – tub son» va $B(x)$: «x – toq son» predikatlar berilgan. Bu predikatlarning chinlik jadvalini tuzing.

19. $M = \{1, 2, 3, ..., 20\}$ to'plamda quyidagi predikatlar berilgan: $A(x)$: «x son 5ga qoldiqsiz bo'linmaydi»; $B(x)$: «x – juft son»; $C(x)$: «x – tub son»; $D(x)$: «x son 3ga karrali». Quyidagi predikatlarning har biri uchun chinlik to'plamni aniqlang:

a) $A(x) \wedge B(x)$; b) $C(x) \wedge B(x)$; d) $C(x) \wedge D(x)$;

e) $B(x) \wedge D(x)$; f) $\overline{B(x)} \wedge D(x)$; g) $A(x) \wedge \overline{D(x)}$;

h) $\overline{B(x)} \wedge \overline{D(x)}$; i) $A(x) \wedge B(x) \wedge D(x)$; j) $A(x) \vee B(x)$;

k) $B(x) \vee C(x)$; l) $C(x) \vee D(x)$; m) $B(x) \vee D(x)$;

n) $\overline{B(x)} \vee D(x)$; o) $B(x) \wedge \overline{D(x)}$; p) $A(x) \vee B(x) \vee D(x)$;

q) $C(x) \to A(x)$ r) $D(x) \to \overline{C(x)}$; s) $A(x) \to B(x)$;

t) $(A(x) \wedge C(x)) \to \overline{D(x)}$; u) $(A(x) \wedge D(x)) \to \overline{C(x)}$.

20. R to‘plamda $P(x)$: «$x^2 + x + 1 > 0$» va $Q(x)$: «$x^2 - 4x + 3 = 0$» predikatlar berilgan bo‘lsin. Quyidagi mulohazalarning qaysilari chin, qaysilari esa yolg‘on ekanligini aniqlang:

a) $\forall x P(x)$; b) $\exists x P(x)$; d) $\forall x Q(x)$; e) $\exists x Q(x)$.

21. Quyidagi predikatlarning qaysi birlari aynan chin qiymatga ega bo‘ladi:

a) $x^2 + y^2 + (x+y)^2 \geq 0$; b) $x^2 + y^2 + (x+y)^2 > 0$;

d) $\cos^2 x - \sin^2 x = \cos 2x$; e) $\sin 2x = 2\sin x \cos x$;

f) $(x+1)^2 < x - 3$; h) $x^2 + 1 \leq (x+1)^2$.

22. Quyidagi ifodalarning qaysilari predikatlar mantiqining formulasi bo‘lishini aniqlang. Har bir formula uchun erkin va bog‘langan o‘zgaruvchilarni aniqlang.

a) $\exists x \exists y P(x,y)$; b) $\forall x P(x) \vee \forall y Q(x,y)$; d) $\forall x \exists y P(x,y)$;

e) $p \to \forall x P(x,y)$; f) $\exists x P(x,y) \wedge Q(y,z)$.

23. $P(x,y)$: «$x < y$» predikat $M = \boldsymbol{N} \times \boldsymbol{N}$ to‘plamda aniqlangan bo‘lsin. Quyida berilgan predikatlarning qaysilari aynan chin va qaysilari aynan yolg‘onligini aniqlang:

a) $\exists x P(x,y)$; b) $\forall x P(x,y)$; d) $\exists y P(x,y)$;

e) $\forall y P(x,y)$ f) $\exists x \forall y P(x,y)$; g) $\forall x \exists y P(x,y)$;

h) $\forall y \exists x P(x,y)$; i) $\forall x \forall y P(x,y)$; j) $\forall y \forall x P(x,y)$;

k) $\exists y \forall x P(x,y)$; l) $\exists x \exists y P(x,y)$; m) $\exists y \exists x P(x,y)$.

24. Quyidagi teng kuchliliklarning to‘g‘riligini isbot qiling:

a) $\forall x A(x) \equiv \overline{\exists x \overline{A(x)}}$; b) $C \wedge \forall x A(x) \equiv \forall x (C \wedge A(x))$;

d) $\exists x A(x) \equiv \overline{\forall x \overline{A(x)}}$; e) $C \vee \forall x A(x) \equiv \forall x (C \vee A(x))$;

f) $\exists x (A(x) \vee B(x)) \equiv \exists x A(x) \vee \exists x B(x)$;

g) $\exists x (C \vee A(x)) \equiv C \vee \exists x A(x)$;

h) $\exists x (C \wedge A(x)) \equiv C \wedge \exists x A(x)$;

i) $\exists x A(x) \wedge \exists y B(y) \equiv \exists x \exists y (A(x) \wedge B(y))$;

j) $\forall x (A(x) \to C) \equiv \exists x A(x) \to C$;

k) $\exists x (C \to A(x)) \equiv C \to \exists x A(x)$;

l) $\exists x (A(x) \to C) \equiv \forall x A(x) \to C$.

25. $A(x)$ va $B(x)$ ixtiyoriy predikatlar bo‘lsin. Quyida berilgan formulalarning qaysilari $A(x) \to \overline{B(x)}$ formulaga teng kuchli bo‘lishini aniqlang.

a) $A(x) \vee B(x)$; b) $\overline{A(x)} \vee \overline{B(x)}$; d) $\overline{A(x)} \to B(x)$;

e) $\overline{B(x)} \to A(x)$; f) $\overline{\overline{A(x)} \wedge B(x)}$; g) $\overline{A(x) \wedge \overline{B(x)}}$;

h) $B(x) \to \overline{A(x)}$.

Mustaqil ishlash uchun savollar

1. Predikat tushunchasini bilasizmi?
2. Predikatlar ustida qanday mantiqiy amallar bajarish mumkin?
3. Umumiylik va mavjudlik kvantorlari deganda nimani tushunasiz?
4. Predikatlarni qanday qilib bir joyli va ko‘p joyli predikatlarga ajratish mumkin?
5. Predikatning chinlik to‘plamini aniqlash uchun nima qilish kerak?
6. Berilgan predikatning aynan chin yoki aynan yolg‘on predikat bo‘lishini qanday aniqlash mumkin?
7. Predikatlar mantiqining simvollari va formulasi tushunchalarini bilasizmi?
8. Predikatlar mantiqi formulasining qiymati deganda nimani tushunasiz?
9. Formulalarning teng kuchli formulalar bo‘lishi yoki bo‘lmasligi qanday aniqlanadi?
10. Qaysi formulalar asosiy teng kuchli formulalar deb yuritiladi?

11-MAVZU	**PREDIKATLAR MANTIQI FORMULASINING NOMAL SHAKLI.BAJARILUVCHI VA UMUMQIYMATLI FORMULALAR. YECHILISH MUAMMOSI.**

Mavzuning texnologik modeli

<table>
<tr><td>O`quv soati – 2 soat</td><td>Talabalar soni: 50 ta</td></tr>
<tr><td>O`quv mashg`ulot shakli</td><td>Axborotli ma`ruza</td></tr>
<tr><td>Ma`ruza rejasi</td><td>1. Predikatlar mantiqi formulasining nomal shakli.
2. Bajariluvchi va umumqiymatli formulalar.
3. Yechilish muammosi. Xususiy hollarda formulaning umumqiymatliligini topish algoritmlari
4. Tarkibida bir turdagi kvantor amali qatnashuvchi normal shakldagi formulalar uchun yechilish muammosi.</td></tr>
<tr><td>O`quv mashg`u-lotining maqsadi:</td><td>Predikatlar mantiqi formulasining nomal shakli, bajariluvchi va umumqiymatli formulalar, yechilish muammosini o’rganish. Xususiy hollarda formulaning umumqiymatliligini topish algoritmlari va tarkibida bir turdagi kvantor amali qatnashuvchi normal shakldagi formulalar uchun yechilish muammosini o’rganish.</td></tr>
<tr><td>Pedagogik vazifalar:</td><td>O`quv faoliyati natijalari:</td></tr>
<tr><td>1.Predikatlar mantiqi formulasining nomal shakli hosil qilishni ko’rsatish;
2.Bajariluvchi va umumqiymatli formulalar xususiyati tushuntiriladi;
3.Yechilish muammosini tushuntiriladi;
4.Xususiy hollarda formulaning</td><td>1.Predikatlar mantiqi formulasining nomal shakli hosil qilish jaryonini o’rganiladi;
2.Bajariluvchi va umumqiymatli formulalar xususiyati o’rganiladi;
3.Yechilish muammosining ahamiyati o’rganiladi;
4.Xususiy hollarda formulaning</td></tr>
</table>

umumqiymatliligini topish algoritmlari ko'rsatiladi; 5.Tarkibida bir turdagi kvantor amali qatnashuvchi normal shakldagi formulalar uchun yechilish muammosi ko'rsatiladi.	umumqiymatliligini topish algoritmlari o'rganiladi; 5.Tarkibida bir turdagi kvantor amali qatnashuvchi normal shakldagi formulalar uchun yechilish muammosi o'rganiladi.
O`qitish vositalari	*O`UM, ma`ruza matni, kompyuter slaydlari, doska*
O`qitish usullari	*ma`ruza, Pinbord, aqliy hujum*
O`qitish shakllari	*Frontal, jamoaviy ish*
O`qitish sharoiti	*Texnik vositalar bilan ta`minlangan, guruhlarda ishlash usulini qo`llash mumkin bo`lgan auditoriya va jihozlari.*
Monitoring va baholash	*og`zaki savollar, blis-so`rov*

Mavzuning texnologik xaritasi

Ish bosqich-lari	**O`qituvchi faoliyatining mazmuni**	**Tinglovchi faoliyatining mazmuni**
1-bosqich. Mavzuga kirish (20 min)	1.31. O`quv mashg`uloti mavzusi, savollarni va o`quv faoliyati natijalarini, mustaqil ishlash uchun adabiyotlarni aytadi. 1.32. Baholash mezonlari (2- ilovada). 1.33. Pindbord usulida mavzu bo`yicha ma`lum bo`lgan tushunchalarni faollashtiradi. Pindbord usulida natijasiga ko`ra tinglovchilarning nimalarda adashishlari, xato qilishlari mumkinligining tashxizini amalga oshiradi (1-ilova). 1.3. Mavzuni jonlashtirish uchun savollar beradi (3-ilova).	Tinglaydilar. Tinglaydilar. Muhim tushunchalar daftarda qayd etiladi. Savollar beradilar. Tushunchalarni aytadilar
2 -bosqich. Asosiy qism (50 min)	2.1. Ma`ruza matnini tarqatadi, Reja va asosiy tushunchalar bilan tanishtiradi. 2.2.Ma`ruza rejasining hamma savollar bo`yicha tushuncha beradi. (4 - ilova). Ma`ruzada berilgan savollar yuzasidan umumlashtiruvchi xulosa beradi. (5 - ilova). 2.4. Tayanch iboralarga qaytiladi (Insert usuli) – 6-ilova. 2.5. Talabalar ishtirokida ular yana bir bor takrorlanadi, asosiy tushunchalarga kelinadi.	Tinglaydilar. UMKga qaraydilar Muhim tushunchalar daftarda qayd etiladi. Har bir tayanch tushuncha va iboralarni muhokama qiladilar.

3-bosqich. Yakunlovchi (10 min)	3.11. Mashg`ulot bo`yicha yakunlovchi xulosalar qiladi, olingan bilimlarning qayerda ishlatish mumkinligini ma`lum qiladi. 3.2. Darsda olingan bilimlar baholanadi 3.3. Mavzu bo`yicha bilimlarni chuqurlashtirish uchun adabiyotlar ro`yxatini beradi. 3.4. Mustaqil ish topshiriqlarini va uning baholash mezonini beradi. Keyingi mazvuga tayyorlanib kelish uchun savollar beradi.	Savollar beradilar. O`UMga qaraydilar. Vazifalarni yozib oladilar.

REJA - TOPSHIRIQ

Reja:	1. Predikatlar mantiqi formulasining nomal shakli. 2. Bajariluvchi va umumqiymatli formulalar. 3. Yechilish muammosi. Xususiy hollarda formulaning umumqiymatliligini topish algoritmlari 4. Tarkibida bir turdagi kvantor amali qatnashuvchi normal shakldagi formulalar uchun yechilish muammosi.

Mashg`ulotning maqsadi: Predikatlar mantiqi formulasining nomal shakli, bajariluvchi va umumqiymatli formulalar, yechilish muammosini o'rganish. Xususiy hollarda formulaning umumqiymatliligini topish algoritmlari va tarkibida bir turdagi kvantor amali qatnashuvchi normal shakldagi formulalar uchun yechilish muammosini o'rganish.		
Talabarlarning o`quv faoliyati natijalari: 1.Predikatlar mantiqi formulasining nomal shakli hosil qilish jaryonini o'rganadilar; 2.Bajariluvchi va umumqiymatli formulalar xususiyati o'rganadilar; 3.Yechilish muammosining ahamiyati o'rganadilar; 4.Xususiy hollarda formulaning umumqiymatliligini topish algoritmlari o'rganadilar; 5.Tarkibida bir turdagi kvantor amali qatnashuvchi normal shakldagi formulalar uchun yechilish muammosi o'rganidilar.		
Mustaqil tayyorgarlik uchun topshiriq: 1. Topshiriq (1-ilova). Mashqlar 2. Topshiriq (2-ilova). Sinov savollari		
Nazorat shakli: • kuzatuv; • o`quv topshiriqlarini bajarish; • savollarga javob berish.	*Eng yuqori ball:* ______ (tezkor – so`rovga to`g`ri javob) *Haqiqiy ball:* ______	*O`qituvchi imzosi:*

11-MAVZU	**PREDIKATLAR MANTIQI FORMULASINING NOMAL SHAKLI. BAJARILUVCHI VA UMUMQIYMATLI FORMULALAR. YECHILISH MUAMMOSI.**

Reja:

1. Predikatlar mantiqi formulasining nomal shakli.
2. Bajariluvchi va umumqiymatli formulalar.
3. Yechilish muammosi. Xususiy hollarda formulaning umumqiymatliligini topish algoritmlari
4. Tarkibida bir turdagi kvantor amali qatnashuvchi normal shakldagi formulalar uchun yechilish muammosi.

Tayanch iboralar: Formulaning deyarli normal va normal shakllari. Formulani normal shaklga keltirish. Bajariluvchi, umumqiymatli, aynan chin, aynan yolg‘on formulalar. Mantiq qonuni. Yechilish muammosi. Chekli sohalar. Yopiq formula. Formulaning umumiy yopilishi. Formulaning mavjudligini yopish. Tarkibida bir turdagi kvantor amali qatnashuvchi normal shakldagi formulalar uchun yechilish muammosi.

Foydalanilgan adabiyotlar:

1.Тўраев Ҳ.Т., Математик мантиқ ва дискрет математика, Тошкент: Ўқитувчи нашриёти, 2003, 378 б.
2.Лихтарников Л.М., Сукачева Т.Г., Математическая логика. Курс лекций. Задачник-практикум и решения, Санк-Петербург: ЛАНЬ, 1999, 286 с.
3. Гаврилов Г.П., Сапоженко А.А. Сборник задач по дискретной математике. Учебное пособие. Москва: Наука.
4. Искандаров Р.И., Математик логика элементлари,Самарқанд:СамДУ,1970,324 б.

1-ilova

Baholash mezoni:

- Har bir savol javobiga - 2 ball;
- Har bir qo`shimcha mustaqil fikrga - 2 ball;
- Har bir javobni to`ldirishga - 1 ball.

2-ilova

Pinbord

Pinbord (inglizchadan: *pin*- mahkamlash, *board* – yozuv taxtasi) munozara usullari yoki o’quv suhbatini amaliy usul bilan moslashdan iborat.

Ta`lim beruvchi:

→ Taklif etilgan muammoni yechishga o`z nuqtai nazarini bayon qiladi.

→ Ommaviy to`g`ri aqliy hujumni tashkillashtiradi.

Ta`lim oluvchilar quyidagi g`oyalarni:

→ Taklif etadilar, muhokama qiladilar, baholaydilar eng ko`p maqbul (samarali va boshqa g`oyalarni tanlaydilar va ularni qog`oz varag`iga asosiy so`zlar ko`rinishida (2 so`zdan ko`p bo`lmagan) yozadilar va yozuv taxtasiga biriktiradilar (o`rgatuvchi tizimlar, oddiy va murakkab tizimlar, bir pog`onali va ko`p pog`onali tizimlar, hal kiiluvchi qoida).

→ Guruh a`zolari (ta`lim beruvchi tomonidan belgilangan 2-3 talaba yozuv taxtasiga chiqadilar va boshqalar bilan maslahatlashib:

– aniq xato yoki qaytariluvchi g`oyalarni saralaydilar (ATTlar, soha, tashqi faktor, axborot - tanuvchi avtomatik hisoblash qurilmasi, murakkab ATT, murakkab dinamik tizimlar)

– tortishuvlarni aniqlaydilar (aprior alfaviti, sinflashtirish, bir pog`anali, ko`p pog`onali tizimlar va farqlari);
– g`oyalarni tizimlashtirish mumkin bo`lgan belgilar bo`yicha aniqlaydilar;
– shu belgilar bo`yicha hamma g`oyalarni yozuv taxtasida guruhlaydilar (kartochka/ varaqlar).

Ta`lim beruvchi:

→Umumlashtiradi va ish natijalarini baholaydi.

3-ilova

Mavzuni jonlashtirish uchun savollar:

1. Predikatlar mantiqida yechilish muammosi.
2. Yopiq formula.
3. Predikatlar mantiqi formulasining qiymati deganda nimani tushunasiz?
4. Asosiy teng kuchli formulalar.
5. Formulaning deyarli normal shakli.
6. Qanday formulani normal shaklga keltirish mumkin?
7. Bajariluvchi va umumqiymatli formulalar.
8. Aynan chin va aynan yolg‘on formulalarning bir-biridan farqi nimada?
9. Bajariluvchi va umumqiymatli formulalar haqidagi teoremalar.

4-ilova

Predikatlar mantiqi formulasining normal shakli.

1- ta’rif. *Agar predikatlar mantiqi formulasi ifodasida faqat inkor, kon’yunksiya, diz’yunksiya* ($\neg,\ \wedge,\ \vee$) *amallari va kvantorli amallar* ($\forall,\ \exists$) *qatnashib, inkor amali elementar formulalarga* (*predmet o‘zgaruvchilar va o‘zgaruvchi predikatlarga*) *tegishli bo‘lsa, bunday formula* ***deyarli normal shaklda*** *deyiladi.*

Ravshanki, predikatlar mantiqi va mulohazalar algebrasidagi asosiy teng kuchliliklardan foydalanib, predikatlar mantiqining har bir formulasini **deyarli normal shaklga** keltirish mumkin.

1- misol. $(\exists xP(x)\to\forall yQ(y))\to R(z)$ formulani deyarli normal shaklga keltiramiz.

$$(\exists xP(x)\to\forall yQ(y))\to R(z)\equiv(\overline{\exists xP(x)}\vee\forall yQ(y))\to R(z)\equiv$$

$$\equiv\overline{\overline{\exists xP(x)}\vee\forall yQ(y)}\vee R(z)\equiv\overline{\overline{\exists xP(x)}}\vee\overline{\forall yQ(y)}\vee R(z)\equiv$$

$$\equiv\exists xP(x)\wedge\exists y\overline{Q(y)}\vee R(z).$$

Demak,

$$(\exists xP(x)\to\forall yQ(y))\to R(z)\equiv\exists xP(x)\wedge\exists y\overline{Q(y)}\vee R(z).\ \blacksquare$$

Predikatlar mantiqining deyarli normal shakldagi formulalari orasida **normal**

shakldagi formulalar muhim rol o‘ynaydi. Bu formulalarda kvantorli amallar yo butunlay qatnashmaydi, yoki ular mulohazalar algebrasining hamma amallaridan keyin bajariladi, ya’ni normal shakldagi formula quyidagi ko‘rinishda bo‘ladi:

$$(\sigma x_1)(\sigma x_2).....(\sigma x_n)\ A\,(x_1, x_2,..., x_m),\ n \le m,$$

bunda (σx_i) simvoli o‘rnida $\forall x_i$ yoki $\exists x_i$ kvantorlardan biri yoziladi deb tushuniladi va A formula ifodasida kvantorlar bo‘lmaydi.

1- teorema. *Predikatlar mantiqining har qanday formulasini normal shaklga keltirish mumkin.*

Isboti. Formula deyarli normal shaklga keltirilgan deb hisoblaymiz va uni normal shaklga keltirish mumkinligini ko‘rsatamiz.

Agar bu formula elementar formula bo‘lsa, u holda uning ifodasida kvantorlar bo‘lmaydi va, demak, u normal shakl ko‘rinishida bo‘ladi.

Endi faraz qilamizki, teorema ko‘pi bilan k amalni qamragan formula uchun to‘g‘ri bo‘lsin va uni shu faraz asosida $k+1$ amalni qamragan formula uchun isbot qilamiz.

A formula $k+1$ amalni o‘z ichiga olgan formula va uning ko‘rinishi $\sigma xL(x)$ shaklda bo‘lsin, bu yerda σx kvantorlarning birini ifodalaydi.

$L(x)$ formula k amalni o‘z ichiga olganligi tufayli uni normal shaklga keltirilgan deb hisoblaymiz. U holda $\sigma xL(x)$ formula ta’rifiga asosan normal shaklda bo‘ladi.

A formula $\overline{L}$ ko‘rinishda bo‘lsin, bunda L formula normal shaklga keltirilgan va k amalni o‘z ichiga olgan deb hisoblanadi. U holda

$$\overline{\forall xA(x)} \equiv \exists x\overline{A(x)} \text{ va } \overline{\exists xA(x)} = \forall x\overline{A(x)}$$

teng kuchliliklardan foydalanib, inkor amalini predikatlar ustiga tushiramiz. Natijada A formulani normal shaklga keltirgan bo‘lamiz.

Endi A formula $L_1 \vee L_2$ ko‘rinishda bo‘lsin. Bu yerda L_1 va L_2 normal shaklga keltirilgan formulalar deb qaraladi.

L_2 formulada bog‘langan predmet o‘zgaruvchilarni shunday qayta nomlaymizki, L_1 va L_2 formulalardagi hamma bog‘langan predmet o‘zgaruvchilar har xil bo‘lsin. U holda L_1 va L_2 formulalarni quyidagi ko‘rinishda yozish mumkin:

$$L_1 \equiv (\sigma x_1)(\sigma x_2)...(\sigma x_m)\ \alpha_1(x_1, x_2,..., x_n),\ m \le n,$$

$$L_2 \equiv (\sigma y_1)(\sigma y_2)...(\sigma y_p)\ \alpha_2\ (y_1, y_2,..., y_q),\ p \le q\,.$$

$C \vee \forall xB(x) = \forall x[C \vee B(x)]$ va $\overline{\forall xA(x)} = \exists x\overline{A(x)}$ teng kuchliliklardan foydalanib, L_2 formulani $(\sigma x_1),(\sigma x_2),...,(\sigma x_m)$ kvantor amallari ostiga kiritamiz, ya’ni A formulani ushbu ko‘rinishga keltiramiz:

$$A \equiv (\sigma x_1)(\sigma x_2)...(\sigma x_m)(\alpha_1(x_1, x_2,.., x_n) \vee \vee (\sigma y_1)(\sigma y_2)...(\sigma y_p)\alpha_2(y_1, y_2,..., y_q))\,.$$

So‘ngra $\alpha_1\ (x_1, x_2,..., x_n)$ formulani

$$(\sigma y_1),(\sigma y_2),...,(\sigma y_p)$$

kvantor amallari ostiga kiritamiz. Natijada A formulaning normal shaklini hosil qilamiz:

$$A \equiv (\sigma x_1)(\sigma x_2)...(\sigma x_m)(\sigma y_1)(\sigma y_2)...(\sigma y_p)\ (\alpha_1(x_1, x_2,..., x_n) \vee \alpha_2(y_1, y_2,..., y_q))\,.$$

$L_1 \wedge L_2$ ko‘rinishdagi A formulani normal shaklga keltirishning isboti xuddi yuqorida kabi bajariladi. ■

Agar formulani normal shaklga keltirish jarayonida $\exists xA(x) \vee \exists xB(x)$ yoki $\forall xA(x) \wedge \forall xB(x)$ ko‘rinishdagi ifodalarni ko‘rishga to‘g‘ri kelsa, u holda

$\forall xA(x) \wedge \forall xB(x) = \forall x[A(x) \wedge B(x)]$,

$\exists xA(x) \vee \exists xB(x) = \exists x[A(x) \vee B(x)]$

teng kuchliliklardan foydalanish kerak bo‘ladi.

2- misol. $A \equiv \forall x \exists y P(x,y) \wedge \overline{\exists x \forall y Q(x,y)}$ formulani normal shaklga keltirish talab etilsin. A formulada teng kuchli almashtirishlarni o‘tkazib, uni normal shaklga keltiramiz:

$A \equiv \forall x \exists y P(x,y) \wedge \forall x \exists y \overline{Q(x,y)} \equiv \forall x(\exists y P(x,y) \wedge \exists z \overline{Q(x,z)}) \equiv$

$\equiv \forall x \exists y (P(x,y) \wedge \exists z \overline{Q(x,z)}) \equiv \forall x \exists y \exists z (P(x,y) \wedge \overline{Q(x,z)})$. ■

Bajariluvchi va umumqiymatli formulalar.

2- ta’rif. *Agar A formula ifodasiga kiruvchi va M sohaga oid o‘zgaruvchilarning shunday qiymatlari mavjud bo‘lib, bu qiymatlarda A formula chin qiymat qabul qilsa, u holda predikatlar mantiqining A formulasi M **sohada bajariluvchi formula** deb ataladi.*

3- ta’rif. *Agar shunday soha mavjud bo‘lib, unda A formula bajariladigan bo‘lsa, u holda A **bajariluvchi formula** deb ataladi.*

Demak, agar biror formula bajariluvchi bo‘lsa, bu hali uning istalgan sohada bajariluvchanligini bildirmaydi.

4- ta’rif. *Agar A ning ifodasiga kiruvchi va M sohaga oid hamma o‘zgaruvchilarning qiymatlarida A formula chin qiymat qabul qilsa, u holda A formula M sohada **aynan chin formula** deb ataladi.*

5- ta’rif. *Agar A formula har qanday sohada aynan chin bo‘lsa, u holda A **umumqiymatli formula** deb ataladi.*

6- ta’rif. *Agar A formula ifodasiga kiruvchi va M sohaga oid hamma o‘zgaruvchilarning qiymatlarida A formula yolg‘on qiymat qabul qilsa, u holda A formula M sohada **aynan yolg‘on formula** deb ataladi.*

Keltirilgan ta’riflardan ushbu tasdiqlar kelib chiqadi.

1. Agar A umumqiymatli formula bo‘lsa, u holda u har qanday sohada ham bajariluvchi formula bo‘ladi.

2. Agar A formula M sohada aynan chin formula bo‘lsa, u holda u shu sohada bajariluvchi formula bo‘ladi.

3. Agar M sohada A aynan yolg‘on formula bo‘lsa, u holda u bu sohada bajarilmaydigan formula bo‘ladi.

4. Agar A bajarilmaydigan formula bo‘lsa, u holda u har qanday sohada ham aynan yolg‘on formula bo‘ladi.

Demak, predikatlar mantiqi formulalarini ikki sinfga ajratish mumkin: **bajariluvchi** sinflar va **bajarilmas** (bajarilmaydigan) sinflar formulalari.

7- ta’rif. *Umumqiymatli formula **mantiq qonuni** deb ataladi.*

3- misol. $\forall x \exists y P(x,y)$ formula bajariluvchidir. Haqiqatan ham, agar $P(x,y)$: «$x < y$» predikat $M = E \times E$ sohada aniqlangan (bu yerda $E = \{0,1,2,...,n,...\}$) bo‘lsa, u holda $\forall x \exists y P(x,y)$

formula M sohada aynan chin formula bo‘ladi, demak, bu sohada u bajariluvchi formuladir. Ammo, agar $E_1 = \{0,1,2,...,k\}$ uchun «$x < y$» predikat chekli $M_1 = E_1 \times E_1$ sohada aniqlangan bo‘lsa, u holda $\forall x \exists y P(x,y)$ formula M_1 sohada aynan yolg‘on formula bo‘ladi va, demak, M_1 sohada $\forall x \exists y P(x,y)$ formula bajariluvchi emas. Ravshanki, $\forall x \exists y P(x,y)$ umumqiymatli formula bo‘lmaydi. ■

4- misol. $\exists x \exists y [P(x) \wedge \overline{P(y)}]$ formula bajariluvchidir. Haqiqatan ham, agar $P(x)$: «x – juft son» predikat $E = \{0,1,2,...,n,...\}$ uchun $M = E \times E$ sohada aniqlangan bo‘lsa, u holda bu formula M sohada aynan chin bo‘ladi, demak, u M sohada bajariluvchi formuladir. Ammo, agar $P(x)$: «x – juft son» predikat $E_1 = \{2,4,6,8,...\}$ uchun $M_1 = E_1 \times E_1$ sohada aniqlangan bo‘lsa, u holda $\exists x \exists y [P(x) \wedge \overline{P(y)}]$ formula M_1 sohada aynan yolg‘on formula bo‘ladi, demak, bu sohada u bajarilmas formuladir. ■

5- misol. $\forall x [P(x) \vee \overline{P(x)}]$ formula ixtiyoriy M sohada aynan chin bo‘ladi. Demak, u umumqiymatli formula, ya’ni bu formula mantiqiy qonundir. ■

6- misol. $\forall x [P(x) \wedge \overline{P(x)}]$ formula ixtiyoriy M sohada aynan yolg‘on va shuning uchun ham u bajarilmas formuladir. ■

Endi predikatlar mantiqidagi formulalarning umumqiymatliligi va bajariluvchanligi orasidagi munosabatni ko‘rib o‘taylik.

2- teorema. *A umumqiymatli formula bo‘lishi uchun uning inkori $\overline{A}$ bajariluvchi formula bo‘lmasligi zarur va yetarlidir.*

Isboti. Zarurligi. A umumqiymatli formula bo‘lsin. U holda, ravshanki, $\overline{A}$ istalgan sohada aynan yolg‘on formula bo‘ladi va shuning uchun ham u bajarilmas formuladir.

Yetarliligi. $\overline{A}$ istalgan sohada bajariluvchi formula bo‘lmasin. U holda bajarilmas formulaning ta’rifiga asosan $\overline{A}$ istalgan sohada aynan yolg‘on formuladir. Demak, A istalgan sohada aynan chin formula bo‘ladi va u umumqiymatlidir. ■

3- teorema. *A bajariluvchi formula bo‘lishi uchun $\overline{A}$ ning umumqiymatli formula bo‘lmasligi zarur va yetarlidir.*

Isboti. Zarurligi. A bajariluvchi formula bo‘lsin. U holda shunday M soha va A formula tarkibiga kiruvchi o‘zgaruvchilarning shunday qiymatlar majmui (satri) mavjudki, A formula bu qiymatlar satrida chin qiymat qabul qiladi. Ravshanki, o‘zgaruvchilarning bu qiymatlar satrida $\overline{A}$ formula yolg‘on qiymat qabul qiladi va, demak, $\overline{A}$ umumqiymatli formula bo‘la olmaydi.

Yetarliligi. $\overline{A}$ umumqiymatli formula bo‘lmasin. U holda shunday M soha va A formula tarkibiga kiruvchi o‘zgaruvchilarning shunday qiymatlar satri mavjudki, $\overline{A}$ formula bu qiymatlar satrida yolg‘on qiymat qabul qiladi. Bu qiymatlar satrida A formula chin qiymat qabul qilganligi uchun u bajariluvchi formula bo‘ladi. ■

7- misol. $A \equiv \forall x(P(x) \to \overline{Q(x)}) \to \overline{\exists x P(x) \wedge \forall x Q(x)}$ formulaning umumqiymatliligini isbotlaymiz. A formula istalgan M sohada aniqlangan deb hisoblab, quyidagi teng kuchli almashtirishlarni bajaramiz:

$$\equiv \overline{\forall x(P(x) \to \overline{Q(x)})} \vee \overline{\exists x P(x) \wedge \forall x Q(x)} \equiv$$

$$\equiv \exists x(\overline{\overline{P(x)} \vee Q(x)}) \vee \overline{\exists x P(x)} \vee \overline{\forall x Q(x)} \equiv$$

$$A \equiv \forall x(P(x) \to \overline{Q(x)}) \to \overline{\exists x P(x) \wedge \forall x Q(x)} \equiv \equiv \exists x(P(x) \wedge Q(x)) \vee \overline{\exists x P(x)} \vee \exists x \overline{Q(x)} \equiv$$

$$\equiv \exists x(P(x) \wedge Q(x)) \vee \exists x \overline{Q(x)} \vee \overline{\exists x P(x)} \equiv$$

$$\equiv \exists x(P(x) \wedge Q(x) \vee \overline{Q(x)}) \vee \overline{\exists x P(x)} \equiv$$

$$\equiv \exists x(P(x) \vee \overline{Q(x)}) \vee \overline{\exists x P(x)} \equiv$$

$$\equiv (\exists x P(x) \vee \overline{\exists x P(x)}) \vee \exists x \overline{Q(x)} \equiv 1 \vee \exists x \overline{Q(x)} \equiv 1,$$

ya'ni A formula istalgan sohada har qanday $P(x)$ va $Q(x)$ bir joyli predikatlar uchun aynan chin, demak, u umumqiymatli formuladir. ■

8- misol. $A \equiv \exists x[(F(x) \to \overline{F(x)}) \wedge (\overline{F(x)} \to F(x))]$ formulaning aynan yolg'on formula ekanligini ko'rsatamiz. $(F(x) \to \overline{F(x)}) \wedge (\overline{F(x)} \to F(x)) \equiv F(x) \leftrightarrow \overline{F(x)}$ o'rinli va $F(x) \leftrightarrow \overline{F(x)}$ formula aynan yolg'on formula bo'lgani uchun $A \equiv \exists x(F(x) \leftrightarrow \overline{F(x)})$ ham aynan yolg'on formuladir. ■

Yechilish muammosi.

Predikatlar mantiqida yechilish muammosi mulohazalar algebrasida qanday qo'yilgan bo'lsa, xuddi shunday qo'yiladi: predikatlar mantiqining istalgan formulasi yo umumqiymatli, yo bajariluvchi, yoki aynan yolg'on (bajarilmas) formula ekanligini aniqlab beruvchi algoritm mavjudmi yoki yo'qmi? Bu masala **yechilish muammosi** deb ataladi. Agar bunday algoritm mavjud bo'lsa edi, u (xuddi mulohazalar algebrasidagidek) predikatlar mantiqidagi istalgan formulani aynan chinligini aniqlab beruvchi kriteriyga keltirilgan bo'lar edi.

Agar ushbu muammo mulohazalar algebrasi uchun oson yechilgan bo'lsa, predikatlar mantiqi uchun bu muammoni yechish jarayonida katta qiyinchiliklar borligi aniqlandi. XX asrning 30-yillarida algoritm tushunchasiga aniq ta'rif berilgandan so'ng mazkur muammo umumiy holda ijobiy hal etilishi mumkin emasligi, ya'ni izlangan algoritm mavjud emasligi aniqlandi. 1936 yilda A. Chyorch[33] predikatlar mantiqining **yechilish muammosi** umumiy holda algoritmik yechilmasligini isbotladi, ya'ni predikatlar mantiqining istalgan formulasi qaysi formulalar (umumqiymatli, bajariluvchi yoki bajarilmas) sinfiga kirishini aniqlab beradigan algoritm mavjud emasligini isbotladi.

Yechilish muammosi predikatlar mantiqi uchun ijobiy hal etilmasada,
predikatlar mantiqi formulalarining ba'zi sohalari uchun bu muammo ijobiy hal bo'lishi mumkin. Quyida shunday sohalardan ba'zilarini o'rganamiz.

Chekli sohalarda yechilish muammosi. Yechilish muammosi chekli sohalarda ijobiy hal bo'ladi. Haqiqatan ham, bu holda kvantorli amallarni kon'yunksiya va diz'yunksiya amallari bilan almashtirish mumkin. Natijada predikatlar mantiqi formulasi mulohazalar algebrasi formulasiga keltiriladi. Ma'lumki, mulohazalar algebrasi uchun yechilish muammosi ijobiy hal bo'ladi.

Masalan, $\forall x \exists y[P(x,y) \vee \overline{P(x,x)}]$ formula $M = \{a,b\}$ ikki elementli chekli sohada aniqlangan bo'lsin. U holda uni quyidagi ko'rinishga keltirish mumkin:

$$\forall x \exists y[P(x,y) \vee \overline{P(x,x)}] \equiv \forall x[P(x,a) \vee \overline{P(x,x)} \vee \overline{P(x,b)}] \equiv$$

---

[33] Chyorch (Alonzo Church, 1903-1995) – AQShlik matematik, mantiqchi.

$\equiv [P(a,a) \vee \overline{P(a,a)} \vee P(a,b)] \wedge [P(b,a) \vee \overline{P(b,b)} \vee P(b,b)]$.

Hosil qilingan kon'yunktiv normal shakldagi formulaning har bir elementar diz'yunksiyasi ifodasida bitta mulohaza o'zining inkori bilan birgalikda qatnashmoqda. Demak, mulohazalar algebrasining bu formulasi doimo chin qiymat qabul qiladi, ya'ni u aynan chindir.

Tarkibida bir turdagi kvantor amali qatnashuvchi normal shakldagi formulalar uchun yechilish muammosi.

1- ta'rif. *Agar predikatlar mantiqi formulasi tarkibida erkin predmet o'zgaruvchilar bo'lmasa, u holda bunday formula* ***yopiq*** *formula deb ataladi.*

2- ta'rif. *Agar predikatlar mantiqi formulasi C tarkibida $x_1, x_2, ..., x_n$ erkin o'zgaruvchilar mavjud bo'lsa, u holda $A \equiv \forall x_1 \forall x_2 ... \forall x_n C(x_1, x_2, ..., x_n)$ formula C formulaning* ***umumiy yopilishi*** *va $B = \exists x_1 \exists x_2 ... \exists x_n C(x_1, x_2, ..., x_n)$ formula C formulaning* ***mavjudligini yopish*** *deb ataladi.*

1- teorema. *Agar predikatlar mantiqining normal shakldagi yopiq formulasi, tarkibida (ifodasida) faqat n ta mavjudlik kvantori qatnashgan hamda bir elementli istalgan sohada aynan chin bo'lsa, u holda u umumqiymatli formuladir.*

Isboti. Predikatlar mantiqining normal shakldagi formulasi

$$B \equiv \exists x_1 \exists x_2 ... \exists x_n C(q_1, q_2, ..., P_1, P_2, ..., Q_1, Q_2, ...) \qquad (1)$$

ko'rinishda bo'lsin, bu yerda C formula ifodasida kvantorlar qatnashmaydi, q_i – mantiqiy o'zgaruvchi, P_i – bir joyli predikatlar, Q_i – ikki joyli predikatlar. Bu formulaning chinlik qiymati uning tarkibida qatnashayotgan $q_1, q_2, ...$ mantiqiy o'zgaruvchilar hamda $P_1, P_2, ...$ va $Q_1, Q_2, ...$ predikatlarga bog'liq.

Teoremaning shartiga asosan bitta a elementli istalgan $M = \{a\}$ sohada bu formula aynan chin, ya'ni

$$C(q_1, q_2, ..., P_1(a), P_2(a), ..., Q_1(a,a), Q_2(a,a), ...) \qquad (2)$$

formula aynan chin bo'ladi. Ravshanki, (2) formula mulohazalar algebrasining formulasi bo'ladi.

(1) formula umumqiymatli emas deb faraz qilamiz. U holda shunday M_1 soha va o'zgaruvchilarning shunday qiymatlar majmuasi $q_1^0, q_2^0, ..., P_1^0, P_2^0, ..., Q_1^0, Q_2^0, ...$ mavjudki, unda (1) formula yolg'on qiymat qabul qiladi, ya'ni

$$\exists x_1 \exists x_2 ... \exists x_n C(q_1^0, q_2^0, ..., P_1^0, P_2^0, ..., Q_1^0, Q_2^0, ...) = 0. \qquad (3)$$

(3) formulaning inkorini aniqlaymiz:

$\overline{\exists x_1 \exists x_2 ... \exists x_n (q_1^0, q_2^0, ..., P_1^0, P_2^0, ..., Q_1^0, Q_2^0, ...)} \equiv$

$\equiv \forall x_1 \forall x_2 ... \forall x_n \overline{C(q_1^0, q_2^0, ..., P_1^0, P_2^0, ..., Q_1^0, Q_2^0, ...)} = 1$.

Bu yerdan $C(q_1^0, q_2^0, ..., P_1^0, P_2^0, ..., Q_1^0, Q_2^0, ...)$ formulaning M_1 sohaga oid predmet o'zgaruvchilarning qanday olinishidan qat'iy nazar aynan chinligi kelib chiqadi. M_1 sohadan ixtiyoriy x_0 elementni olib, uni yuqorida ifodalangan formuladagi predmet o'zgaruvchilar o'rniga qo'yib chiqamiz. U holda

$\overline{C(q_1^0, q_2^0, ..., P_1^0(x_0), P_2^0(x_0), ..., Q_1^0(x_0, x_0), Q_2^0(x_0, x_0), ...)} = 1$.

Demak,

$$C(q_1^0, q_2^0, ..., P_1^0(x_0), P_2^0(x_0), ..., Q_1^0(x_0, x_0), Q_2^0(x_0, x_0), ...) = 0.$$

Bu natija (2) formulaning aynan chin ekanligiga ziddir va (1) formula umumqiymatli emas degan farazimizning noto‘g‘riligini ko‘rsatadi. Shunday qilib, (1) formula umumqiymatlidir. ■

2- teorema. *Agar predikatlar mantiqining normal shakldagi yopiq formulasi ifodasida n ta umumiylik kvantori qatnashsa va bu formula ko‘pi bilan n ta elementli har qanday to‘plamda (sohada) aynan chin bo‘lsa, u holda u umumqiymatli bo‘ladi.*

Isboti. Predikatlar mantiqining normal shakldagi formulasi quyidagi ko‘rinishda bo‘lsin:

$$A \equiv \forall x_1 \forall x_2 ... \forall x_n C(q_1, q_2, ..., P_1, P_2, ..., Q_1, Q_2, ...), \qquad (5)$$

bu yerda $q_1, q_2, ...$ – mantiqiy o‘zgaruvchilar, $P_1, P_2, ...$ – bir joyli predikatlar, $Q_1, Q_2, ...$ – ikki joyli predikatlar. (1) formula umumqiymatli emas deb faraz qilamiz. U holda n tadan ortiq elementga ega bo‘lgan M_1 soha mavjudki, bunda (1) formula aynan chin bo‘lmaydi. Boshqacha qilib aytganda, o‘zgaruvchilarning shunday $q_1^0, q_2^0, ..., P_1^0, P_2^0, ..., Q_1^0, Q_2^0, ...$
qiymatlar majmuasi mavjudki,

$$\forall x_1 \forall x_2 ... \forall x_n C(q_1^0, q_2^0, ..., P_1^0, P_2^0, ..., Q_1^0, Q_2^0, ...) \equiv 0. \qquad (6)$$

Bu yerdan

$$\overline{\forall x_1 \forall x_2 ... \forall x_n C(q_1^0, q_2^0, ..., P_1^0, P_2^0, ..., Q_1^0, Q_2^0, ...)} \equiv$$
$$\equiv \exists x_1 \exists x_2 ... \exists x_n \overline{C(q_1^0, q_2^0, ..., P_1^0, P_2^0, ..., Q_1^0, Q_2^0, ...)} \equiv 1.$$

Shunday qilib, predmet o‘zaruvchilarning shunday $x_1^0, x_2^0, ..., x_n^0 \in M_1$ qiymatlari mavjudki,

$$\overline{C(q_1^0, q_2^0, ..., P_1^0, P_2^0, ..., Q_1^0, Q_2^0, ...)} \equiv 1,$$

ya’ni $C(q_1^0, q_2^0, ..., P_1^0, P_2^0, ..., Q_1^0, Q_2^0, ...) \equiv 0$ bo‘ladi.

Demak, M_1 sohadan ko‘pi bilan n ta elementi bo‘lgan shunday M sohani ajratish mumkinki, u yerda bu formula aynan chin bo‘lmaydi. Bu natija teoremaning shartiga ziddir va u (1) formula umumqiymatli emas degan noto‘g‘ri farazimizdan kelib chiqdi. Demak, (1) formula umumqiymatli formuladir. ■

Tarkibida faqat bir joyli (bitta predmet o‘zgaruvchiga bog‘liq bo‘lgan) predikatlar qatnashgan formulalar uchun yechilish muammosi ijobiy hal etilishi quyidagi teoremadan ko‘rinadi.

3- teorema. *Predikatlar mantiqining tarkibiga n ta bir joyli predikat kirgan A formulasi biror M to‘plamda bajariluvchi bo‘lsa, u holda bu formula elementlari soni 2^n dan katta bo‘lmagan M_1 to‘plamda ham bajariluvchi bo‘ladi.*

3- teoremadan quyidagi natija kelib chiqadi.

Natija. *Predikatlar mantiqining tarkibiga faqat n ta bir joyli predikat kirgan A formulasi elementlari soni 2^n dan ko‘p bo‘lmagan ixtiyoriy to‘plamda aynan chin bo‘lsa, u holda bu formula ixtiyoriy to‘plamda ham aynan chin bo‘ladi.*

Quyidagi teorema ham predikatlar mantiqining katta sinfini tashkil qiluvchi formulalari uchun yechilish muammosi ijobiy hal bo‘lishini tasdiqlaydi.

4- teorema. *Agar predikatlar mantiqining A formulasi biror cheksiz sohada bajariluvchi bo‘lsa, u holda u chekli sohada ham bajariluvchi bo‘ladi.*

5-ilova

XULOSA

1.Predikatlar mantiqi formulasining nomal shakli hosil qilish jaryonini o'rganili;
2.Bajariluvchi va umumqiymatli formulalar xususiyati o'rganildi;
3.Yechilish muammosining ahamiyati o'rganaildi;
4.Xususiy hollarda formulaning umumqiymatliligini topish algoritmlari o'rganildi;

6-ilova

Insert texnikasi bo`yicha mavzuni o`qib chiqing va jadvalni to`ldiring.

№	Asosiy tushunchalar	Belgi
1.	Formulaning deyarli normal va normal shakllari.	
2.	Bajariluvchi formulalar	
3.	umumqiymatli formulalar	
4.	aynan chin formulalar	
5.	aynan yolg'on formulalar	
6.	Mantiq qonuni.	
7.	Yechilish muammosi.	
8.	Chekli sohalar	
9.	Formulaning umumiy yopilishi	
10.	Formulaning mavjudligini yopish.	
11.	Yopiq formula.	

Insert jadvali qoidasi

√ – avval olgan bilimiga to'g'ri keladi.
\+ – yangi ma'lumot
-- – olgan bilimiga qarama-qarshi
? – tushunarsiz (aniqlanishi zarur bo'lgan ma'lumotlar)

Sinov savollari

1. Quyidagi ifodalarning qaysilari predikatlar mantiqining formulasi bo'lishini aniqlang. Har bir formula uchun erkin va bog'langan o'zgaruvchilarni aniqlang.
   a) $\exists x \exists y P(x, y)$; b) $\forall x P(x) \vee \forall y Q(x, y)$; d) $\forall x \exists y P(x, y)$;
   e) $p \to \forall x P(x, y)$; f) $\exists x P(x, y) \wedge Q(y, z)$.
2. $P(x, y)$: «$x < y$» predikat $M = \boldsymbol{N} \times \boldsymbol{N}$ to'plamda aniqlangan bo'lsin. Quyida berilgan predikatlarning qaysilari aynan chin va qaysilari aynan yolg'onligini aniqlang:
   a) $\exists x P(x, y)$; b) $\forall x P(x, y)$; d) $\exists y P(x, y)$;
   e) $\forall y P(x, y)$ f) $\exists x \forall y P(x, y)$; g) $\forall x \exists y P(x, y)$;
   h) $\forall y \exists x P(x, y)$; i) $\forall x \forall y P(x, y)$; j) $\forall y \forall x P(x, y)$;

k) $\exists y\forall xP(x,y)$; l) $\exists x\exists yP(x,y)$; m) $\exists y\exists xP(x,y)$.

3. Quyidagi teng kuchliliklarning to‘g‘riligini isbot qiling:

a) $\forall xA(x)\equiv\overline{\exists x\overline{A(x)}}$; b) $C\wedge\forall xA(x)\equiv\forall x(C\wedge A(x))$;

d) $\exists xA(x)\equiv\overline{\forall x\overline{A(x)}}$; e) $C\vee\forall xA(x)\equiv\forall x(C\vee A(x))$;

f) $\exists x(A(x)\vee B(x))\equiv\exists xA(x)\vee\exists xB(x)$;

g) $\exists x(C\vee A(x))\equiv C\vee\exists xA(x)$;

h) $\exists x(C\wedge A(x))\equiv C\wedge\exists xA(x)$;

i) $\exists xA(x)\wedge\exists yB(y)\equiv\exists x\exists y(A(x)\wedge B(y))$;

j) $\forall x(A(x)\to C)\equiv\exists xA(x)\to C$;

k) $\exists x(C\to A(x))\equiv C\to\exists xA(x)$;

l) $\exists x(A(x)\to C)\equiv\forall xA(x)\to C$.

4. $A(x)$ va $B(x)$ ixtiyoriy predikatlar bo‘lsin. Quyida berilgan formulalarning qaysilari $A(x)\to\overline{B(x)}$ formulaga teng kuchli bo‘lishini aniqlang.

a) $A(x)\vee B(x)$; b) $\overline{A(x)}\vee\overline{B(x)}$; d) $\overline{A(x)}\to B(x)$;

e) $\overline{B(x)}\to A(x)$; f) $\overline{\overline{A(x)}\wedge B(x)}$; g) $\overline{A(x)\wedge\overline{B(x)}}$;

h) $B(x)\to\overline{A(x)}$.

5. Quyida keltirilgan formulalarning qaysilari umumqiymatli bo‘lishini aniqlang.

a) $\exists x(P_1(x)\wedge P_2(x))\to(\exists xP_1(x)\wedge\exists xP_2(x))$;

b) $\exists x(P_1(x)\wedge P_2(x))\leftrightarrow(\exists xP_1(x)\wedge\exists xP_2(x))$;

d) $(\forall xP_1(x)\vee\forall xP_2(x))\to\forall x(P_1(x)\vee P_2(x))$;

e) $(\forall xP_1(x)\vee\forall xP_2(x))\leftrightarrow\forall x(P_1(x)\vee P_2(x))$;

f) $\forall x(q\to P_1(x))\leftrightarrow(q\to\forall xP_1(x))$;

g) $\forall x(P(x_1)\to P_2(x))\leftrightarrow(\forall xP_1(x)\to\forall xP_2(x))$;

h) $\exists x(P_1(x)\to P_2(x))\to(\exists xP_1(x)\to\exists xP_2(x))$;

i) $\forall x(P_1(x)\to P_2(x))\leftrightarrow(\exists xP(x_1)\to\forall xP_2(x))$;

j) $\forall x(A_1(x)\to A_2(x))\to(\forall xA_1(x)\to\forall xA_2(x))$;

k) $\forall x(A_1(x)\to A_2(x))\to(\exists xA_1(x)\to\exists xA_2(x))$;

l) $\exists x(A_1(x)\to A_2(x))\leftrightarrow(\forall xA_1(x)\to\forall xA_2(x))$;

m) $\exists xQ(x)\to\forall xQ(x)$;

n) $\forall xQ(x) \to \exists xQ(x)$;

o) $\forall xP(x) \wedge \forall xQ(x) \leftrightarrow \forall x(P(x) \wedge Q(x))$;

p) $\forall xP(x) \vee \forall xQ(x) \leftrightarrow \forall x(P(x) \vee Q(x))$;

q) $\exists xP(x) \wedge \exists xQ(x) \leftrightarrow \exists x(P(x) \wedge Q(x))$;

r) $\exists xP(x) \vee \exists xQ(x) \leftrightarrow \exists x(P(x) \vee Q(x))$.

6. Agar M to‘plamda aniqlangan $A(x)$ va $B(x)$ predikatlar chin qiymatli bo‘lsa, u holda quyidagi formulalar uchun ularning chinlik to‘plamlari qanday shartlarni qanoatlantirishi kerakligini aniqlang:

a) $\forall x(A(x) \to B(x)) \wedge \exists x(\overline{A(x)} \wedge B(x))$;

b) $\overline{\exists x(A(x) \wedge B(x))} \wedge (\forall (A(x) \to B(x)))$;

d) $\exists x(A(x) \wedge B(x)) \to (\forall x(A(x) \to B(x)))$.

7. $M = \{1,2,3,...,20\}$ to‘plamda $A(x)$: «x son 5 ga qoldiqsiz bo‘linmaydi»; $B(x)$: «x – juft son»; $C(x)$: «x – tub son»; $D(x)$: «x 3 ga karrali» predikatlar berilgan. Quyidagi predikatlar uchun chinlik to‘plamlarni toping:

a) $A(x) \wedge B(x)$; b) $C(x) \wedge B(x)$; d) $C(x) \wedge D(x)$;

e) $B(x) \wedge D(x)$; f) $\overline{B}(x) \wedge D(x)$; g) $A(x) \wedge \overline{D}(x)$;

h) $\overline{B}(x) \wedge \overline{D}(x)$; i) $\overline{B}(x) \wedge \overline{D}(x)$; j) $A(x) \vee B(x)$;

k) $B(x) \vee C(x)$; l) $C(x) \vee D(x)$; m) $B(x) \vee D(x)$;

n) $\overline{B}(x) \vee D(x)$; o) $B(x) \vee \overline{D}(x)$; p) $A(x) \vee B(x) \vee D(x)$;

q) $C(x) \to A(x)$; r) $D(x) \to \overline{C}(x)$; s) $A(x) \to B(x)$;

t) $(A(x) \wedge C(x)) \to \overline{D}(x)$; u) $(A(x) \wedge D(x)) \to \overline{C}(x)$.

8. Ushbu $A \equiv (P(x) \to \overline{Q(x)}) \to \overline{\exists xP(x) \wedge \forall xQ(x)}$ formulaning umumqiymatli ekanligini isbotlang.

Mustaqil ishlash uchun savollar

10. Predikatlar mantiqida yechilish muammosi deganda nimani tushunasiz?
11. Chekli sohalarda yechilish muammosi haqida nimalarni bilasiz?
12. Yopiq formula nima?
13. Formulaning umumiy yopilishi deganda nimani tushunasiz?
14. Formulaning mavjudligini yopish tushunchasi qanday ta’riflanadi?
15. Tarkibida bir turdagi kvantor amali qatnashuvchi normal shakldagi formulalar uchun yechilish muammosini bilasizmi?
16. Predikatlar mantiqining simvollari va formulasi tushunchalarini bilasizmi?
17. Predikatlar mantiqi formulasining qiymati deganda nimani tushunasiz?
18. Formulalarning teng kuchli formulalar bo‘lishi yoki bo‘lmasligi qanday aniqlanadi?
19. Qaysi formulalar asosiy teng kuchli formulalar deb yuritiladi?
20. Formulaning deyarli normal shakli deganda nimani tushunasiz?

21. Formulaning normal shakli uning deyarli normal shaklidan nimasi bilan farq qiladi?
22. Qanday formulani normal shaklga keltirish mumkin?
23. Bajariluvchi va umumqiymatli formulalar deganda nimani tushunasiz?
24. Aynan chin va aynan yolg‘on formulalarning bir-biridan farqi nimada?
25. Bajariluvchi va umumqiymatli formulalar haqidagi teoremalarni bilasizmi

12-MAVZU	**PREDIKATLAR MANTIQINING MATEMATIKAGA TADBIQI. AKSIOMATIK PREDIKATLAR HISOBI.**

Mavzuning texnologik modeli

<table>
<tr><td>O`quv soati – 2 soat</td><td>Talabalar soni: 50 ta</td></tr>
<tr><td>O`quv mashg`ulot shakli</td><td>Axborotli ma`ruza</td></tr>
<tr><td>Ma`ruza rejasi</td><td>1. Matematik mulohazalarni predikatlar mantiqi formulasi ko‘rinishida yozish.
2. Qarama-qarshi tasdiqlarni tuzish.
3. To‘g‘ri, teskari va qarama-qarshi teoremalar.
4. Yetarli va zaruriy shartlar.
5. Teskarisini (aksini) faraz qilish usuli bilan isbotlash.</td></tr>
<tr><td>O`quv mashg`u-lotining maqsadi:</td><td>Matematik mulohazalarni predikatlar mantiqi formulasi ko‘rinishida yozish. Qarama-qarshi tasdiqlarni tuzish.To‘g‘ri, teskari va qarama-qarshi teoremalar. Yetarli va zaruriy shartlar.Teskarisini (aksini) faraz qilish usuli bilan isbotlash.</td></tr>
<tr><td>Pedagogik vazifalar:</td><td>O`quv faoliyati natijalari:</td></tr>
<tr><td>1.Matematik mulohazalarni predikatlar mantiqi formulasi ko‘rinishida yozishni o’rgatish;
2.Qarama-qarshi tasdiqlarni tuzishni amalda ko’rsatish;
3.To‘g‘ri, teskari va qarama-qarshi teoremalarni isbotlashni ko’rsatish;
4.Yetarli va zaruriy shartlarni tuzishni o’rgatish;
5.Teskarisini (aksini) faraz qilish usuli bilan isbotlashni ko’rsatish.</td><td>1.Matematik mulohazalarni predikatlar mantiqi formulasi ko‘rinishida yozishni o’rganadilar;
2.Qarama-qarshi tasdiqlarni tuzishni amalda bajarishni o’rganadilar;
3.To‘g‘ri, teskari va qarama-qarshi teoremalarni isbotlashni o’rganadilar;
4.Yetarli va zaruriy shartlarni tuzishni o’rganadilar;
5.Teskarisini (aksini) faraz qilish usuli bilan isbotlashni o’rganadilar.</td></tr>
<tr><td>O`qitish vositalari</i></td><td><i>O`UM, ma`ruza matni, kompyuter slaydlari, doska</td></tr>
<tr><td>O`qitish usullari</i></td><td><i>ma`ruza, Pinbord, aqliy hujum</td></tr>
<tr><td>O`qitish shakllari</td><td>Frontal, jamoaviy ish</td></tr>
<tr><td>O`qitish sharoiti</i></td><td><i>Texnik vositalar bilan ta`minlangan, guruhlarda ishlash usulini qo`llash mumkin bo`lgan auditoriya va jihozlari.</td></tr>
<tr><td>Monitoring va baholash</td><td>og`zaki savollar, blis-so`rov</td></tr>
</table>

Mavzuning texnologik xaritasi

Ish bosqich-lari	O`qituvchi faoliyatining mazmuni	Tinglovchi faoliyatining mazmuni
1-bosqich. Mavzuga kirish (20 min)	1.34. O`quv mashg`uloti mavzusi, savollarni va o`quv faoliyati natijalarini, mustaqil ishlash uchun adabiyotlarni aytadi. 1.35. Baholash mezonlari (2- ilovada). 1.36. Pindbord usulida mavzu bo`yicha ma`lum bo`lgan tushunchalarni faollashtiradi. Pindbord usulida natijasiga ko`ra tinglovchilarning nimalarda adashishlari, xato qilishlari mumkinligining tashxizini amalga oshiradi (1-ilova). 1.3. Mavzuni jonlashtirish uchun savollar beradi (3-ilova).	Tinglaydilar. Tinglaydilar. Muhim tushunchalar daftarda qayd etiladi. Savollar beradilar. Tushunchalarni aytadilar
2 -bosqich. Asosiy qism (50 min)	2.1. Ma`ruza matnini tarqatadi, Reja va asosiy tushunchalar bilan tanishtiradi. 2.2.Ma`ruza rejasining hamma savollar bo`yicha tushuncha beradi. (4 - ilova). Ma`ruzada berilgan savollar yuzasidan umumlashtiruvchi xulosa beradi. (5 - ilova). 2.4. Tayanch iboralarga qaytiladi (Insert usuli) – 6-ilova. 2.5. Talabalar ishtirokida ular yana bir bor takrorlanadi, asosiy tushunchalarga kelinadi.	Tinglaydilar. UMKga qaraydilar Muhim tushunchalar daftarda qayd etiladi. Har bir tayanch tushuncha va iboralarni muhokama qiladilar.
3-bosqich. Yakunlovchi (10 min)	3.12. Mashg`ulot bo`yicha yakunlovchi xulosalar qiladi, olingan bilimlarning qayerda ishlatish mumkinligini ma`lum qiladi. 3.2. Darsda olingan bilimlar baholanadi 3.3. Mavzu bo`yicha bilimlarni chuqurlashtirish uchun adabiyotlar ro`yxatini beradi. 3.4. Mustaqil ish topshiriqlarini va uning baholash mezonini beradi. Keyingi mazvuga tayyorlanib kelish uchun savollar beradi.	Savollar beradilar. O`UMga qaraydilar. Vazifalarni yozib oladilar.

REJA - TOPSHIRIQ

<table>
<tr><td>Reja:</td><td colspan="2">1. Matematik mulohazalarni predikatlar mantiqi formulasi ko‘rinishida yozish.
2. Qarama-qarshi tasdiqlarni tuzish.
3. To‘g‘ri, teskari va qarama-qarshi teoremalar.
4. Yetarli va zaruriy shartlar.
5. Teskarisini (aksini) faraz qilish usuli bilan isbotlash.</td></tr>
<tr><td colspan="3">Mashg`ulotning maqsadi: Matematik mulohazalarni predikatlar mantiqi formulasi ko‘rinishida yozish. Qarama-qarshi tasdiqlarni tuzish.To‘g‘ri, teskari va qarama-qarshi teoremalar. Yetarli va zaruriy shartlar.Teskarisini (aksini) faraz qilish usuli bilan isbotlash.</td></tr>
<tr><td colspan="3">Talabalarning o`quv faoliyati natijalari:
1.Matematik mulohazalarni predikatlar mantiqi formulasi ko‘rinishida yozishni o’rganadilar;
2.Qarama-qarshi tasdiqlarni tuzishni amalda bajarishni o’rganadilar;
3.To‘g‘ri, teskari va qarama-qarshi teoremalarni isbotlashni o’rganadilar;
4.Yetarli va zaruriy shartlarni tuzishni o’rganadilar;
5.Teskarisini (aksini) faraz qilish usuli bilan isbotlashni o’rganadilar.</td></tr>
<tr><td colspan="3">Mustaqil tayyorgarlik uchun topshiriq:
1. Topshiriq (1-ilova). Mashqlar
2. Topshiriq (2-ilova). Sinov savollari</td></tr>
<tr><td>Nazorat shakli:
• kuzatuv;
• o`quv topshiriqlarini bajarish;<br>• savollarga javob berish.</td><td><i>Eng yuqori ball:</i><br>______ (tezkor – so`rovga to`g`ri javob)
Haqiqiy ball: ______</td><td>O`qituvchi imzosi:</td></tr>
</table>

12-MAVZU	**PREDIKATLAR MANTIQINING MATEMATIKAGA TADBIQI. AKSIOMATIK PREDIKATLAR HISOBI.**

Reja:

1. Matematik mulohazalarni predikatlar mantiqi formulasi ko‘rinishida yozish.
2. Qarama-qarshi tasdiqlarni tuzish.
3. To‘g‘ri, teskari va qarama-qarshi teoremalar.
4. Yetarli va zaruriy shartlar.
5. Teskarisini (aksini) faraz qilish usuli bilan isbotlash.

Tayanch iboralar: Matematik ta’rif va teoremalarni predikatlar mantiqi tili vositasi bilan ifodalash. Sonlar ketma-ketligi. Limit. Funksiya. Uzluksizlik. O‘suvchi, chegaralangan funksiya. Qarama-qarshi tasdiqlar. To‘g‘ri, teskari va qarama-qarshi teoremalar. Yetarli va zaruriy shartlar. Aksiomatik predikatlar hisobi. Predikatlar hisobi aksiomalar sistemasi. Umumiylik, mavjudlik kvantorlarni kiritish qoidalari. Yechilish, zidsizlik, to‘liqlilik va erkinlik muammolari.

Foydalanilgan adabiyotlar:

1.Тўраев Ҳ.Т., Математик мантиқ ва дискрет математика, Тошкент: Ўқитувчи нашриёти, 2003, 378 б.

2.Лихтарников Л.М., Сукачева Т.Г., Математическая логика. Курс лекций. Задачник-практикум и решения, Санк-Петербург: ЛАНЬ, 1999, 286 с.

3. Гаврилов Г.П., Сапоженко А.А. Сборник задач по дискретной математике.

Учебное пособие. Москва: Наука.
4. Искандаров Р.И., Математик логика элементлари,Самарқанд:СамДУ,1970,324 б.

1-ilova

Baholash mezoni:

- Har bir savol javobiga - 2 ball;
- Har bir qo`shimcha mustaqil fikrga - 2 ball;
- Har bir javobni to`ldirishga - 1 ball.

2-ilova

Pinbord

Pinbord (inglizchadan: *pin*- mahkamlash, *board* – yozuv taxtasi) munozara usullari yoki o'quv suhbatini amaliy usul bilan moslashdan iborat.

Ta`lim beruvchi:

→ Taklif etilgan muammoni yechishga o`z nuqtai nazarini bayon qiladi.

→ Ommaviy to`g`ri aqliy hujumni tashkillashtiradi.

Ta`lim oluvchilar quyidagi g`oyalarni:

→ Taklif etadilar, muhokama qiladilar, baholaydilar eng ko`p maqbul (samarali va boshqa g`oyalarni tanlaydilar va ularni qog`oz varag`iga asosiy so`zlar ko`rinishida (2 so`zdan ko`p bo`lmagan) yozadilar va yozuv taxtasiga biriktiradilar (o`rgatuvchi tizimlar, oddiy va murakkab tizimlar, bir pog`onali va ko`p pog`onali tizimlar, hal kiiluvchi qoida).

→ Guruh a`zolari (ta`lim beruvchi tomonidan belgilangan 2-3 talaba yozuv taxtasiga chiqadilar va boshqalar bilan maslahatlashib:

- aniq xato yoki qaytariluvchi g`oyalarni saralaydilar (ATTlar, soha, tashqi faktor, axborot - tanuvchi avtomatik hisoblash qurilmasi, murakkab ATT, murakkab dinamik tizimlar)
- tortishuvlarni aniqlaydilar (aprior alfaviti, sinflashtirish, bir pog`anali, ko`p pog`onali tizimlar va farqlari);
- g`oyalarni tizimlashtirish mumkin bo`lgan belgilar bo`yicha aniqlaydilar;
- shu belgilar bo`yicha hamma g`oyalarni yozuv taxtasida guruhlaydilar (kartochka/ varaqlar).

Ta`lim beruvchi:

→Umumlashtiradi va ish natijalarini baholaydi.

3-ilova

Mavzuni jonlashtirish uchun savollar:

1. Matematik ta'rif va teoremalarni predikatlar mantiqi tili vositasi bilan ifodalash.
2. Sonlar ketma-ketligi limitining ta'rifini predikatlar mantiqi tili vositasida ifodalash.
3. Funksiyaning nuqtadagi limiti va uzluksizligi ta'riflari predikatlar mantiqi tili vositasida ifodalash.
4. Qarama-qarshi tasdiqlarni tuzish.
5. To'g'ri, teskari va qarama-qarshi teoremalar bir-biridan nimasi bilan farq qilishadi?
6. Yetarli va zaruriy shartlar deganda nimani tushunasiz?
7. Teskarisini (aksini) faraz qilish usuli bilan isbotlash sxemasini yoza olasizmi?
8. Aksiomatik predikatlar nazariyasini qanday yaratish mumkin?

4-ilova

Matematik mulohazalarni predikatlar mantiqi formulasi ko‘rinishida yozish.

Quyida asosiy matematik tushunchalar – ta’rif va teoremalarni predikatlar mantiqi tili vositasi bilan ifodalashni o‘rganamiz.

Matematikaga oid har qanday fan sohasi shu fanda qaralayotgan obyektlar haqidagi mulohazalar bilan ish ko‘radi. Mulohazalar mantiq va to‘plamlar nazariyasining simvollari hamda berilgan fanning maxsus simvollari yordamida predikatlar mantiqining formulasi

ko‘rinishida ifodalanishi mumkin. Predikatlar mantiqining tili matematik tushunchalar o‘rtasidagi munosabatni ifodalashga, ta’rif, teorema va isbotlarni yozishga imkoniyat yaratadi. Bu yozishlarni misollarda ko‘raylik.

Sonlar ketma-ketligi limitining ta’rifi. *Sonlar ketma-ketligi limitining ta’rifini quyidagicha yozish mumkin:*

$$a = \lim_{n\to\infty} a_n \leftrightarrow \forall\varepsilon > 0 \exists n_0 \forall n \in \boldsymbol{N}(n \geq n_0 \to |a_n - a| < \varepsilon),$$

bu yerda $A(\varepsilon,\ n, n_0)$ *:* $(n \geq n_0 \to |a_n - a| < \varepsilon)$ *– uch joyli predikat.*

Funksiyaning nuqtadagi limiti ta’rifi. *Bu ta’rifni ushbu shaklda yozish mumkin:*

$$b = \lim_{x\to x_0} f(x) \leftrightarrow \forall\varepsilon > 0 \exists\delta > 0 \forall x \in E(0 < |x - x_0| < \delta \to |f(x) - b| < \varepsilon),$$

bu yerda $B(\varepsilon, \delta, x)$ *:* $(0 < |x - x_0| < \delta \to |f(x) - b| < \varepsilon)$ *– uch joyli predikat.*

Funksiyaning nuqtadagi uzluksizligi ta’rifi. E *to‘plamda aniqlangan* $f(x)$ *funksiya uchun* $x_0 \in E$ *da*

$$\forall\varepsilon > 0 \exists\delta > 0 \forall x \in \mathrm{E}(|x - x_0| < \delta \to |f(x) - f(x_0)| < \varepsilon)$$

bo‘lsa $f(x)$ *funksiya* $x_0 \in E$ *nuqtada* ***uzluksiz*** *deb ataladi, bu yerda* $P(\varepsilon, \delta, x)$ *– uch joyli predikat.*

O‘suvchi funksiyaning ta’rifi. E *to‘plamda aniqlangan* $f(x)$ *funksiya uchun*

$$\forall x_1 \in E \forall x_2 \in E(x_1 < x_2 \to f(x_1) < f(x_2))$$

bo‘lsa $f(x)$ *funksiya* E *to‘plamda* ***o‘suvchi*** *funksiya bo‘ladi, bu yerda* $Q(x_1, x_2)$ *:* $(x_1 < x_2 \to f(x_1) < f(x_2))$ *– ikki joyli predikat.*

Chegaralangan funksiyaning ta'rifi. *Aniqlanish sohasi* E *bo'lgan* $f(x)$ *funksiya uchun*

$$\exists M \in R_+ \forall x \in E(|f(x)| \le M)$$

bo'lsa, u holda $f(x)$ *funksiya* E *sohada* ***chegaralangan*** *deb ataladi, bu yerda* $F(x,M)$*:* $(|f(x)| \le M)$ *– ikki joyli predikat.*

Ma'lumki, matematikada ko'p teoremalar shartli mulohazalar shaklida yoziladi, ya'ni «Agar x bo'lsa, u holda y bo'ladi» tarzida ifodalanadi. Masalan, «Agar nuqta burchak bissektrisasida yotgan bo'lsa, u holda u burchak tomonlaridan teng uzoqlashgan (masofada) bo'ladi». Bu teoremaning sharti «Nuqta burchak bissektrisasida yotgan» va xulosasi «Nuqta burchak tomonlaridan teng uzoqlashgan (masofada)» jumlalardan iborat. Ko'rinib turibdiki, teoremaning sharti ham, xulosasi ham $\boldsymbol{R}^2 = \boldsymbol{R} \times \boldsymbol{R}$ to'plamda aniqlangan predikatni ifodalaydi. Bu predikatlarni $x \in \boldsymbol{R}^2$ uchun mos ravishda $A(x)$ va $B(x)$ bilan belgilab, teoremani quyidagicha yozish mumkin:

$$\forall x \in \boldsymbol{R}^2 (A(x) \to B(x)).$$

Shu sababli, teoremaning tuzilishi (strukturasi) haqida gapirganda, unda uchta qismni ajratish kerak:

1) teorema sharti: $\boldsymbol{R}^2$ to'plamda aniqlangan $P(x)$ predikat;

2) teorema xulosasi: $\boldsymbol{R}^2$ to'plamda aniqlangan $Q(x)$ predikat;

3) tushuntirish qismi: bu yerda teoremada gap yuritilayotgan obyektlar to'plamini ifodalash kerak.

Qarama-qarshi tasdiqlarni tuzish.

Agar biror A matematik tasdiq berilgan bo'lsa, u holda $\overline{A}$ unga qarama-qarshi bo'lgan tasdiqni ifodalaydi. Predikatlar mantiqi teng kuchli almashtirishlar vositasida $\overline{A}$ formulaga muayyan nuqtai nazardan yaxshi shakl (ko'rinish) bera oladi.

1-misol. Chegaralangan funksiyaning ta'rifi

$$\exists M \in R_+ \forall x \in E(|f(x)| \le M)$$

formula orqali berilishini ko'rgan edik. Bu formulaning inkorini uchun teng kuchli almashtirishlar bajarib, chegaralanmagan funksiyaning ta'rifini hosil qilamiz:

$$\overline{\exists M \in R_+ \forall x \in E(|f(x)| \le M)} \equiv$$

$$\equiv \forall M \in R_+ \overline{\forall x \in E(|f(x)| \le M)} \equiv$$

$\equiv \forall M \in R_{+} \exists x \in E\,(\overline{|\,f(x)\,| \le M}) \equiv$

$\equiv \forall M \in R_{+} \exists x \in E\,(|\,f(x)\,| > M)$.

Oxirgi $\forall M \in R_{+} \exists x \in E\,(|\,f(x)\,| > M)$ formula chegaralanmagan funksiyaning ta'rifini ifodalaydi. ■

Keltirilgan misoldan ko'rinib turibdiki, *hamma kvantorlari oldinda turgan predikatlar mantiqi formulasi orqali ifodalangan tasdiqqa qarama-qarshi tasdiqni yasash uchun hamma kvantorlarni qarama-qarshisiga (ya'ni* $\forall$ *ni* $\exists$ *ga va* $\exists$ *ni* $\forall$ *ga) almashtirish va kvantorlar ostida turgan predikatning inkorini olish kifoya.*

2- misol. $b \ne \lim\limits_{x \to x_0} f(x)$ tasdiqni quyidagi formula ifodalaydi:

$\overline{\forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0 \forall x \in E(0 < |\,x - x_0\,| < \delta \to |\,f(x) - b\,| < \varepsilon)} \equiv$

$\equiv \exists \varepsilon > 0 \forall \delta > 0 \exists x \in E(\overline{0 < |\,x - x_0\,| < \delta \to |\,f(x) - b\,| < \varepsilon}) \equiv$

$\equiv \exists \varepsilon > 0 \forall \delta > 0 \exists x \in E(0 < |\,x - x_0\,| < \delta \wedge |\,f(x) - b\,| \ge \varepsilon)$. ■

3- misol. Berilgan teoremaning to'g'riligini rad etadigan tasdiq yasashni ko'ramiz. $\forall x \in E(P(x) \to Q(x))$ teorema berilgan bo'lsin. Bu teoremani rad etadigan tasdiq quyidagicha bo'ladi:

$\overline{\forall x \in E(P(x) \to Q(x))} \equiv \exists x \in E(\overline{P(x) \to Q(x)}) \equiv$

$\equiv \exists x \in E(P(x) \wedge \overline{Q(x)})$.

Oxirgi formula faqat $P(x) \equiv 1$ va $Q(x) \equiv 0$ bo'lgandagina chin qiymatga egadir. Demak, $\forall x(P(x) \to Q(x))$ teoremaning noto'g'riligini isbotlan uchun shunday $x \in E$ elementni ko'rsatish kerakki, bu element uchun $P(x)$ chin, $Q(x)$ esa yolg'on qiymat qabul qilsin, ya'ni kontrmisol keltirish kerak. ■

To'g'ri, teskari va qarama-qarshi teoremalar.

Quyidagi to'rtta teoremani ko'rib o'taylik:

$$\forall x \in E(A(x) \to B(x)), \tag{1}$$

$$\forall x \in E(B(x) \to A(x)), \tag{2}$$

$$\forall x \in E(\overline{A(x)} \to \overline{B(x)}), \tag{3}$$

$$\forall x \in E(\overline{B(x)} \to \overline{A(x)}). \qquad (4)$$

1- ta'rif. *Birining sharti ikkinchisining xulosasi va ikkinchisining sharti birinchisining xulosasi bo'lgan juft teoremalar* ***o'zaro teskari teoremalar*** *deb ataladi.*

Masalan, (1) va (2) teoremalar hamda (3) va (4) teoremalar o'zaro teskari teoremalardir. Bu juft teoremalaraning birini (ixtiyoriysini) **to'g'ri teorema** deb hisoblasak, u holda ikkinchisini **teskari teorema** deyish joizdir.

2- ta'rif. *Birining sharti va xulosasi ikkinchisining sharti va xulosasi uchun mos ravishda inkorlari bo'lgan juft teoremalar* ***o'zaro qarama-qarshi teoremalar*** *deb ataladi.*

Masalan, (1) va (3) teoremalar hamda (2) va (4) teoremalar o'zaro qarama-qarshi teoremalardir.

4- misol. «Agar to'rtburchakning diagonallari teng bo'lsa, u holda bu to'rtburchak to'g'ri burchakli bo'ladi» degan (1) teoremaga «Agar to'rtburchak to'g'ri burchakli bo'lsa, u holda uning diagonallari teng bo'ladi» degan (2) teorema teskari teorema bo'ladi. (1) teoremaga qarama-qarshi teorema «Agar to'rtburchakning diagonallari teng bo'lmasa, u holda u to'g'ri burchakli bo'lmaydi» degan (3) teorema va (2) teoremaga qarama-qarshi teorema «Agar to'rtburchak to'g'ri burchakli bo'lmasa, u holda uning diagonallari teng bo'lmaydi» (4) teorema bo'ladi. ■

4- misoldagi (1) va (4) teoremalar bir vaqtda chin bo'ladi. (1) teorema uchun kontrmisol sifatida teng yonli trapesiyani keltirish mumkin.

Ravshanki, to'g'ri va teskari teoremalar, umuman olganda, teng kuchli bo'lmaydilar, ya'ni biri chin, ikkinchisi yolg'on bo'lishi mumkin. Ammo, (1) va (4) teoremalar hamda (2) va (3) teoremalarning teng kuchli formulalar ekanligini osongina isbotlash mumkin. Haqiqatan ham,

$$\forall x \in E(A(x) \to B(x)) \equiv \forall x \in E(\overline{A(x)} \vee B(x)) \equiv$$

$$\equiv \forall x \in E(\overline{\overline{B(x)}} \vee \overline{A(x)}) \equiv \forall x \in E(\overline{B(x)} \to \overline{A(x)}).$$

Xuddi shunday

$$\forall x \in E(B(x) \to A(x)) \equiv \forall x \in E(\overline{A(x)} \to \overline{B(x)}).$$

Bu teng kuchliliklardan quyidagi xulosaga kelamiz: agar (1) teorema isbot qilingan bo'lsa, u holda (4) teorema ham isbot qilingan bo'ladi va agar (2) teorema isbot qilingan bo'lsa, u holda (3) teorema ham isbotlangan hisoblanadi.

Yetarli va zaruriy shartlar.

Quyidagi teoremani ko‘raylik

$$\forall x \in E(A(x) \to B(x)). \qquad (5)$$

$A(x) \to B(x)$ predikatning chinlik to‘plami $CI_A \cup I_B$ to‘plamdan iborat bo‘ladi. Demak, bu predikatning yolg‘onlik to‘plami $C(CI_A \cup I_B) = (I_A \cap CI_B)$ to‘plamdan iborat. Oxirgi $I_A \cap CI_B$ to‘plam faqat $I_A \subset I_B$ bo‘lgandagina bo‘sh to‘plam bo‘ladi.

Shunday qilib, $A(x) \to B(x)$ predikat $x \in E$ ning hamma qiymatlarida $A(x)$

predikatning chinlik to‘plami $B(x)$ predikat chinlik to‘plamining qism to‘plami, ya’ni $I_A \subset I_B$ bo‘lganda va faqat shundagina chin bo‘ladi. Bu holda $B(x)$ **predikat** $A(x)$ **predikatdan mantiqiy kelib chiqadi** deb aytiladi. $B(x)$ predikat $A(x)$ predikat uchun **zaruriy shart** va $A(x)$ esa $B(x)$ uchun **yetarli shart** deb ataladi. Masalan, ushbu «Agar x natural son bo‘lsa, u holda y butun son bo‘ladi» teoremada $B(x)$: «x – butun son» predikati $A(x)$: «x – natural son» predikatidan mantiqiy kelib chiqadi va «x – natural son» predikati «x – butun son» predikati uchun yetarli shart bo‘ladi.

Shunday hollar mavjudki, bularda

$$\forall x \in E(A(x) \to B(x)) \qquad (6)$$

va

$$\forall x \in E(B(x) \to A(x)) \qquad (7)$$

o‘zaro teskari teoremalar chin bo‘ladi. Bu hol faqat $I_A = I_B$, ya’ni $A(x)$ va $B(x)$ predikatlar teng kuchli predikatlar bo‘lgandagina o‘rinlidir.

Qaralayotgan holda (1) teoremaga asosan $A(x)$ predikat $B(x)$ predikat uchun yetarli shart va (2) teoremadan $A(x)$ predikat $B(x)$ predikat uchun zaruriy shart ekanligi kelib chiqadi. Demak, agar (1) va (2) teoremalar chin bo‘lsa, u holda $A(x)$ shart $B(x)$ uchun ham yetarli, ham zaruriy shart bo‘ladi. Xuddi shu kabi bu holatda $B(x)$ shart $A(x)$ uchun yetarli va zaruriy shart bo‘ladi. Biz ayrim vaqtlarda «zarur va yetarli» mantiqiy bog‘lovchilar o‘rnida «shunda va faqat shunda» mantiqiy bog‘lovchilarini ishlatamiz. Bu yerda (1) va (2) mulohazalar chin bo‘lganligi uchun quyidagi mulohaza ham chin bo‘ladi:

$$\forall x \in E(A(x) \to B(x)) \wedge \forall x \in E(B(x) \to A(x)) == \forall x \in E(A(x) \leftrightarrow B(x)).$$

5- misol. Ushbu teorema: «Agar x son 6ga qoldiqsiz bo‘linsa, u holda x son 3ga qoldiqsiz bo‘linadi» chindir. $A(x)$: «x son 6ga qoldiqsiz bo‘linadi» predikati va $B(x)$: «x son 3ga qoldiqsiz bo‘linadi» predikati bo l‘sin. $B(x)$ predikat $A(x)$ predikatdan mantiqiy kelib chiqadi, ya’ni $A(x) \rightarrow B(x)$. $A(x)$ predikat $B(x)$ predikat uchun yetarli, $B(x)$ predikat esa $A(x)$ predikat uchun zaruriy shartdir.

Endi quyidagi teskari teoremani tahlil qilamiz. «Agar x son 3ga qoldiqsiz bo‘linsa, u holda x son 6ga qoldiqsiz bo‘linadi» noto‘g‘ridir (yolg‘ondir). Shuning uchun bu yerda $B(x)$ predikat $A(x)$ predikat uchun yetarli shart, $A(x)$ predikat esa $B(x)$ predikatga zaruriy shart bo‘la olmaydi. ■

Teskarisini (aksini) faraz qilish usuli bilan isbotlash.

Teskarisini faraz qilish usuli bilan isbotlash quyidagi sxema orqali olib boriladi:

$$\forall x \in E(A(x) \rightarrow B(x)) \qquad (8)$$

teorema noto‘g‘ri, ya’ni shunday x o‘zgaruvchi mavjudki, $A(x)$ shart chin va $B(x)$ xulosa yolg‘on deb faraz qilinadi. Agar bu farazdan mantiqiy fikrlash natijasida qarama-qarshi tasdiq kelib chiqsa, u holda qilingan faraz noto‘g‘ri ekanligi va teoremaning to‘g‘riligi hosil bo‘ladi.

6- misol. Yuqoridagi sxemadan foydalanib (1) teoremaning chinligini ko‘rsatamiz. Haqiqatan ham, (1) teoremaning noto‘g‘riligi (yolg‘onligi) (farazga ko‘ra) $\overline{\forall x \in E(A(x) \rightarrow B(x))}$ formulaning chinligini ko‘rsatadi.

(1) teoremani noto‘g‘ri deb qabul qilgan farazimizdan kelib chiqadigan qarama-qarshi tasdiq $D \wedge \overline{D}$ kon’yunksiyadan iborat bo‘ladi, bu yerda D – biror mulohaza. Shunday qilib, teskarisini faraz qilish usuli bilan isbotlash sxemasi $\overline{\forall x \in E(A(x) \rightarrow B(x))} \rightarrow D \wedge \overline{D}$ formulaning chinligini isbotlashga keltirildi. Oxirgi formula (8) fomulaga teng kuchlidir. Haqiqatan ham,

$$\overline{\forall x \in E(A(x) \rightarrow B(x))} \rightarrow D \wedge \overline{D} \equiv \overline{\overline{\forall x \in E(A(x) \rightarrow B(x))}} \vee D \wedge \overline{D} \equiv \forall x \in E(A(x) \rightarrow B(x)). \text{ ■}$$

Aksiomatik predikatlar hisobi haqida.

Aksiomatik predikatlar nazariyasini ham xuddi aksiomatik mulohazalar nazariyasi kabi yaratish mumkin. Bu yerda quyidagilarni ko‘rsatish zarur:

1. Predikatlar hisobi formulasining ta’rifi predikatlar mantiqi formulasining ta’rifi bilan bir xil.

2. Predikatlar hisobi aksiomalar sistemasini tanlashni (xuddi mulohazalar hisobidagidek) har xil amalga oshirish mumkin. Shunday aksiomalar sistemasidan bittasi quyidagi: mulohazalar hisobining o‘n bir aksiomasi (4ta guruh aksiomalar) va ikkita qo‘shimcha aksioma

$\forall x(F(x) \to F(x))$, $F(t) \to \exists x F(x)$,

aksiomalardan iborat sistema bo‘lishi mumkin, bu yerda t o‘zgaruvchi x o‘zgaruvchini o‘z ichiga olmaydi.

3. Mulohazalar hisobidagi keltirib chiqarish qoidasiga yana ikkita qoida qo‘shiladi:

a) umumiylik kvantorini kiritish qoidasi –

$$\frac{F \to G(x)}{F \to \forall x G(x)};$$

b) mavjudlik kvantorini kiritish qoidasi –

$\dfrac{G(x) \to F}{\exists x G(x) \to F}$, agar F x ga bog‘liq bo‘lmasa.

4. Xulosa va isbotlanuvchi formula tushunchalari xuddi mulohazalar hisobidagi kabi aniqlanadi.

5. Xuddi hamma aksiomatik nazariyalardagidek ushbu muammolar ko‘riladi:

a) yechilish, b) zidsizlik, d) to‘liqlik, e) erkinlik.

5-ilova

XULOSA

1.Matematik mulohazalarni predikatlar mantiqi formulasi ko‘rinishida yozishni o’rganildi;
2.Qarama-qarshi tasdiqlarni tuzishni amalda bajarishni o’rganildi;
3.To‘g‘ri, teskari va qarama-qarshi teoremalarni isbotlashni o’rganildi;
4.Yetarli va zaruriy shartlarni tuzishni o’rganildi;

6-ilova

Insert texnikasi bo`yicha mavzuni o`qib chiqing va jadvalni to`ldiring.

№	Asosiy tushunchalar	Belgi
1.	Matematik ta’rif	
2.	predikatlar mantiqi tili	
3.	Sonlar ketma-ketligi.	
4.	Sonlar ketma-ketligi.	
5.	O‘suvchi funksiya.	
6.	chegaralangan funksiya.	
7.	To‘g‘ri teoremalar.	
8.	teskari teoremalar.	
9.	Qarama-qarshi teoremalar.	
10.	Yetarli va zaruriy shartlar.	
11.	Aksiomatik predikatlar hisobi.	
12.	Yechilish muammolari.	
13.	Zidsizlik muammolari.	
14.	Erkinlik muammolari.	
15.	To‘liqlilik muammolari	

Insert jadvali qoidasi

√	–	avval olgan bilimiga to’g’ri keladi.
+	–	yangi ma’lumot
--	–	olgan bilimiga qarama-qarshi
?	–	tushunarsiz (aniqlanishi zarur bo’lgan ma’lumotlar)

Sinov savollari

1. Quyidagi ta’riflarni predikatlar mantiqi tilida yozing.
   a) Chiziqli tartiblangan to‘plam (tartiblangan to‘plam chiziqli deb ataladi, agar shu to‘plamning har qanday x va y elementlari uchun yo $x = y$, yo $x < y$, yoki $x > y$ bo‘lsa).
   b) Juft funksiya ($f(x)$ juft funksiya deb ataladi, agar uning aniqlanish sohasi koordinata boshiga nisbatan simmetrik va aniqlanish sohasining har bir x elementi uchun $f(x) = f(-x)$ bo‘lsa).
2. Quyida berilgan jumlalardagi nuqtalar o‘rniga yo «zarur, ammo yetarli emas», yo «yetarli, ammo zarur emas», yo «zarur emas va yetarli emas» yoki, qayerda mumkin bo‘lsa, «zarur va yetarli» so‘zlarini shunday qo‘yingki, hosil bo‘lgan mulohazalar chin bo‘lsin.
   a) To‘rtburchak to‘g‘ri burchakli bo‘lishi uchun uning diagonallarining uzunligi teng bo‘lishi ... .

b) $x^2-5x+6=0$ bo‘lishi uchun $x=3$ bo‘lishi ... .

d) $f(x)$ funksiya $[a,b]$ segmentda integrallanuvchi bo‘lishi uchun $f(x)$ chegaralangan bo‘lishi ... .

e) $f(x)$ funksiya $[a,b]$ segmentda integrallanuvchi bo‘lishi uchun $[a,b]$ segmentda $f(x)$ uzluksiz bo‘lishi ... .

f) $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ sonli qator yaqinlashuvchi bo‘lishi uchun $\lim_{n\to\infty} a_n=0$ bo‘lishi ... .

3. Quyidagi tasdiqlarning (teoremalarning) noto‘g‘riligini isbot qiling.

a) Agar funksiya biror nuqtada uzluksiz bo‘lsa, u holda u shu nuqtada differensiallanuvchi bo‘ladi.

b) Agar sonli qatorning n - hadi nolga teng bo‘lsa, u holda bu qator yaqinlashuvchi bo‘ladi.

d) Agar to‘rtburchakning diagonallari teng bo‘lsa, u holda bu to‘rtburchak to‘g‘ri burchakli bo‘ladi.

e) Agar funksiya $[a,b]$ yopiq intervalda integrallanuvchi bo‘lsa, u holda u shu intervalda uzluksiz bo‘ladi.

4. Ushbu kvantorli mulohazalarning inkorlarini toping:

a) $\forall x\exists yF(x,y)$; b) $\forall x\exists y\forall zA(x,y,z)$;

d) $\forall x[F(x)\vee\overline{\forall yB(x,y)}]$; e) $\exists x\exists y\forall z[\overline{A(x,y)}\wedge B(y,z)]$;

f) $\exists xA(x,z)\wedge\exists x\forall yB(x,y)\to\forall x\forall y\overline{C(x,y,z)}$;

g) $\exists x(A(x)\wedge B(x)\wedge C(x))$; h) $\forall x(A(x)\to\forall yB(y))$;

i) $\forall x(A(x)\to B(x))\wedge\exists x(D(x)\wedge\overline{R(x)})$;

j) $\exists x(R(x)\leftrightarrow P(x))$; k) $\forall x\exists y\forall z(P(x,y,z)\to Q(x,y,z))$.

Mustaqil ishlash uchun savollar

1. Matematik ta’rif va teoremalarni predikatlar mantiqi tili vositasi bilan ifodalashni bilasizmi?
2. Sonlar ketma-ketligi limitining ta’rifini predikatlar mantiqi tili vositasida qanday ifodalash mumkin?
3. Funksiyaning nuqtadagi limiti va uzluksizligi ta’riflari predikatlar mantiqi tili vositasida qanday ifodalanadi?
4. O‘suvchi funksiyaning va chegaralangan funksiyaning ta’riflarini predikatlar mantiqi tili vositasida ifodalay olasizmi?
5. Qarama-qarshi tasdiqlarni tuzish uchun nima qilish kerak?

6. To‘g‘ri, teskari va qarama-qarshi teoremalar bir-biridan nimasi bilan farq qilishadi?
7. Yetarli va zaruriy shartlar deganda nimani tushunasiz?
8. Teskarisini (aksini) faraz qilish usuli bilan isbotlash sxemasini yoza olasizmi?
9. Aksiomatik predikatlar nazariyasini qanday yaratish mumkin?
10. Predikatlar hisobi formulasining ta’rifi qanday kiritilishi mumkin?

13-MAVZU	**ALGORITM TUSHUNCHASI VA UNING XARAKTERLI XUSUSIYATLARI. YECHILUVCHI VA SANALUVCHI TO’PLAMLAR. ALGORITM TUSHUNCHASIGA ANIQLIK KIRITISH.**

Mavzuning texnologik modeli

O`quv soati – 2 soat	*Talabalar soni: 50* ta
O`quv mashg`ulot shakli	Axborotli ma`ruza
Ma`ruza rejasi	1. Algoritm tushunchasi va uning xarakterli xususiyatlari. 2. Rekursiv va rekursiv sanaluvchi to‘plamlar 3. Algoritm tushunchasiga aniqlik kiritish.
O`quv mashg`u-lotining maqsadi:	Algoritm tushunchasi va uning 5 ta xarakterli xususiyatlarini izohlash. Rekursiv va rekursiv sanaluvchi to‘plamlar tushunchsini aniqlash. Algoritm tushunchasiga aniqlik kiritish.
Pedagogik vazifalar:	*O`quv faoliyati natijalari:*
1.Algoritm tushunchasining inuitiv ta’rifi va uning 5 ta xarakterli xususiyatlarini izohlash; 2.Rekursiv va rekursiv sanaluvchi to‘plamlar tushunchsini izohlash; 3.Algoritm tushunchasiga aniqlik kiritish va uning turli talqindagi formal ta’rifini tushuntirish.	1.Algoritm tushunchasining inuitiv ta’rifi va uning 5 ta xarakterli xususiyatlari bilan tanishadilar; 2.Rekursiv va rekursiv sanaluvchi to‘plamlar tushunchsi bilan tanishadilar; 3.Algoritm tushunchasining turli talqindagi formal ta’rifinio’rganadilar.
O`qitish vositalari	*O`UM, ma`ruza matni, kompyuter slaydlari, doska*
O`qitish usullari	*ma`ruza, Pinbord, aqliy hujum*
O`qitish shakllari	*Frontal, jamoaviy ish*
O`qitish sharoiti	*Texnik vositalar bilan ta`minlangan, guruhlarda ishlash usulini qo`llash mumkin bo`lgan auditoriya va jihozlari.*
Monitoring va baholash	*og`zaki savollar, blis-so`rov*

Mavzuning texnologik xaritasi

Ish bosqich-lari	O`qituvchi faoliyatining mazmuni	Tinglovchi faoliyatining mazmuni
1-bosqich. Mavzuga kirish (20 min)	1.37. O`quv mashg`uloti mavzusi, savollarni va o`quv faoliyati natijalarini, mustaqil ishlash uchun adabiyotlarni aytadi. 1.38. Baholash mezonlari (2- ilovada). 1.39. Pindbord usulida mavzu bo`yicha ma`lum bo`lgan tushunchalarni faollashtiradi. Pindbord usulida natijasiga ko`ra tinglovchilarning nimalarda adashishlari, xato qilishlari mumkinligining tashxizini amalga oshiradi (1-ilova). 1.3. Mavzuni jonlashtirish uchun savollar beradi (3-ilova).	Tinglaydilar. Tinglaydilar. Muhim tushunchalar daftarda qayd etiladi. Savollar beradilar. Tushunchalarni aytadilar
2 -bosqich. Asosiy qism (50 min)	2.1. Ma`ruza matnini tarqatadi, Reja va asosiy tushunchalar bilan tanishtiradi. 2.2.Ma`ruza rejasining hamma savollar bo`yicha tushuncha beradi. (4 - ilova). Ma`ruzada berilgan savollar yuzasidan umumlashtiruvchi xulosa beradi. (5 - ilova). 2.4. Tayanch iboralarga qaytiladi (Insert usuli) – 6-ilova. 2.5. Talabalar ishtirokida ular yana bir bor takrorlanadi, asosiy tushunchalarga kelinadi.	Tinglaydilar. UMKga qaraydilar Muhim tushunchalar daftarda qayd etiladi. Har bir tayanch tushuncha va iboralarni muhokama qiladilar.
3-bosqich. Yakunlovchi (10 min)	3.13. Mashg`ulot bo`yicha yakunlovchi xulosalar qiladi, olingan bilimlarning qayerda ishlatish mumkinligini ma`lum qiladi. 3.2. Darsda olingan bilimlar baholanadi 3.3. Mavzu bo`yicha bilimlarni chuqurlashtirish uchun adabiyotlar ro`yxatini beradi. 3.4. Mustaqil ish topshiriqlarini va uning baholash mezonini beradi. Keyingi mazvuga tayyorlanib kelish uchun savollar beradi.	Savollar beradilar. O`UMga qaraydilar. Vazifalarni yozib oladilar.

REJA - TOPSHIRIQ

Reja:	1. Algoritm tushunchasi va uning xarakterli xususiyatlari. 2. Rekursiv va rekursiv sanaluvchi to‘plamlar 3. Algoritm tushunchasiga aniqlik kiritish.		
Mashg`ulotning maqsadi: Algoritm tushunchasi va uning 5 ta xarakterli xususiyatlarini izohlash. Rekursiv va rekursiv sanaluvchi to‘plamlar tushunchsini aniqlash. Algoritm tushunchasiga aniqlik kiritish.			
Talabalarning o`quv faoliyati natijalari: 1.Algoritm tushunchasining inuitiv ta’rifi va uning 5 ta xarakterli xususiyatlari bilan tanishadilar; 2.Rekursiv va rekursiv sanaluvchi to‘plamlar tushunchsi bilan tanishadilar; 3.Algoritm tushunchasining turli talqindagi formal ta’rifinio’rganadilar.			
Mustaqil tayyorgarlik uchun topshiriq: 1. Topshiriq (1-ilova). Mashqlar 2. Topshiriq (2-ilova). Sinov savollari			
Nazorat shakli: • kuzatuv; • o`quv topshiriqlarini bajarish; • savollarga javob berish.	*Eng yuqori ball:* ______ (tezkor – so`rovga to`g`ri javob) *Haqiqiy ball:*______	*O`qituvchi imzosi:*	

13-MAVZU	**ALGORITM TUSHUNCHASI VA UNING XARAKTERLI XUSUSIYATLARI. YECHILUVCHI VA SANALUVCHI TO’PLAMLAR. ALGORITM TUSHUNCHASIGA ANIQLIK KIRITISH.**

Reja:

1. Algoritm tushunchasi va uning xarakterli xususiyatlari.
2. Rekursiv va rekursiv sanaluvchi to‘plamlar
3. Algoritm tushunchasiga aniqlik kiritish.

Tayanch iboralar: Algoritm tushunchasi. Yechuvchi protsedura. Yechilish muammosi. Algoritmning intiutiv ta’rifi, xarakterli xususiyatlari, diskretligi, aniqlanuvchanligi, ommaviyligi, natijaviyligi. Algoritm qadamlarining elementarligi. Rekursiv, effektiv rekursiv sanaluvchi to‘plam. Post teoremasi. Rekursiv to‘plam bilan effektiv rekursiv sanaluvchi to‘plamlar o‘rtasidagi munosabatlar.

Foydalanilgan adabiyotlar:

1.Тўраев Ҳ.Т., Математик мантиқ ва дискрет математика, Тошкент: Ўқитувчи нашриёти, 2003, 378 б.

2.Лихтарников Л.М., Сукачева Т.Г., Математическая логика. Курс лекций. Задачник-практикум и решения, Санк-Петербург: ЛАНЬ, 1999, 286 с.

3. Гаврилов Г.П., Сапоженко А.А. Сборник задач по дискретной математике.

Учебное пособие. Москва: Наука.
4. Искандаров Р.И., Математик логика элементлари,Самарқанд:СамДУ,1970,324 б.

1-ilova

Baholash mezoni:

- Har bir savol javobiga - 2 ball;
- Har bir qo`shimcha mustaqil fikrga - 2 ball;
- Har bir javobni to`ldirishga - 1 ball.

2-ilova

Pinbord

Pinbord (inglizchadan: *pin*- mahkamlash, *board* – yozuv taxtasi) munozara usullari yoki o'quv suhbatini amaliy usul bilan moslashdan iborat.

Ta`lim beruvchi:

→ Taklif etilgan muammoni yechishga o`z nuqtai nazarini bayon qiladi.

→ Ommaviy to`g`ri aqliy hujumni tashkillashtiradi.

Ta`lim oluvchilar quyidagi g`oyalarni:

→ Taklif etadilar, muhokama qiladilar, baholaydilar eng ko`p maqbul (samarali va boshqa g`oyalarni tanlaydilar va ularni qog`oz varag`iga asosiy so`zlar ko`rinishida (2 so`zdan ko`p bo`lmagan) yozadilar va yozuv taxtasiga biriktiradilar (o`rgatuvchi tizimlar, oddiy va murakkab tizimlar, bir pog`onali va ko`p pog`onali tizimlar, hal kiiluvchi qoida).

→ Guruh a`zolari (ta`lim beruvchi tomonidan belgilangan 2-3 talaba yozuv taxtasiga chiqadilar va boshqalar bilan maslahatlashib:

– aniq xato yoki qaytariluvchi g`oyalarni saralaydilar (ATTlar, soha, tashqi faktor, axborot - tanuvchi avtomatik hisoblash qurilmasi, murakkab ATT, murakkab dinamik tizimlar)
– tortishuvlarni aniqlaydilar (aprior alfaviti, sinflashtirish, bir pog`anali, ko`p pog`onali tizimlar va farqlari);
– g`oyalarni tizimlashtirish mumkin bo`lgan belgilar bo`yicha aniqlaydilar;
– shu belgilar bo`yicha hamma g`oyalarni yozuv taxtasida guruhlaydilar (kartochka/ varaqlar).

Ta`lim beruvchi:

→Umumlashtiradi va ish natijalarini baholaydi.

3-ilova

Mavzuni jonlashtirish uchun savollar:

9. Algoritm tushunchasi ta'rifini ishlab chiqish jarayoni.
1. Yechuvchi protsedura nima?
2. Yechilish muammosi.
3. Algoritmning intuitiv ta'rifi.
4. Rekursiv va rekursiv sanaluvchi to'plamlar nima?
5. Algoritm tushunchasiga aniqlik kiritishning uch asosiy yo'nalishini ta'riflang.
6. Umumrekursiv funksiya nima?

7. Qanday funksiya Tyuring bo‘yicha hisoblanuvchi funksiya deb ataladi?
8. Normal algoritmlar nima?

4-ilova

Algoritm tushunchasi va uning xarakterli xususiyatlari

Algoritm tushunchasi. Matematikaning asosiy tushunchalaridan biri **algoritm** tushunchasidir. Algoritm so‘zi (ba’zan, bu so‘z algorifm ko‘rinishda yoziladi) IX asrda yashab ijod etgan vatandoshimiz, buyuk matematik Abu Abdullo Muhammad ibn Muso al-Xorazmiy nomining lotincha “Algorithmi” tarzida buzib yozilishidan kelib chiqqan.

Har biriga “ha” yoki “yo‘q” degan javob berish mumkin bo‘lgan ayrim sanoqli-cheksiz matematik yoki mantiqiy masalalar sinfini ko‘raylik. Chekli son qadamda ushbu sinfdagi har qanday savolga biz javob bera oladigan jarayon (protsedura) mavjudmi? Agar shunday protsedura mavjud bo‘lsa, u holda u berilgan savollar sinfi uchun **yechuvchi protsedura** yoki **yechuvchi algoritm (algorifm)** deb ataladi. Yechuvchi protsedurani izlash muammosi bu sinf uchun **yechilish muammosi** deb ataladi.

Formal sistemalar uchun yechilish muammosini kun tartibiga birinchi qo‘ygan olimlardan Shryoder[34] (1895), Lyovengeym[35] (1915) va Gilbertlarni[36] (1918) ko‘rsatish mumkin.

1- misol. Quyidagilar yechuvchi algoritmlarga misol bo‘la oladi.

1. Sonlar ustida arifmetik amallarni bajarish qoidalari.
2. Kvadrat ildiz chiqarish qoidasi.
3. Eng katta umumiy bo‘luvchini topish qoidasi (Evklid algoritmi).
4. Kvadrat tenglamaning yechimini topish qoidasi.
5. n - tartibli ko‘phadning hosilasini topish qoidasi.
6. Ratsional funksiyani integrallash qoidasi. ■

Yuqorida keltirilgan har bir misolda bir xil tipli (turdagi) masalalar sinfi bilan ish ko‘rishga to‘g‘ri keladi. Bir xil turdagi masalalar sinfi **ommaviy muammo** deb ataladi. Bunday sinflarning masalalari bir biridan faqat ifodasidagi parametrlar bilan farq qiladi. Masalan, $ax^2+bx+c=0$ kvadrat tenglamaning yechimini topish masalasida a, b va c parametrlar qatnashadi. Ularning qiymatlarini o‘zgartirish yo‘li bilan bir sinfga mansub turli xil masalalarga kelamiz.

Aytilganlarni hisobga olib algoritmning quyidagi intuitiv ta’rifini berish mumkin.

1-ta’rif. *Berilgan ommaviy muammodagi barcha masalalarni umumiy bir xil shaklda, aniq ma’lum bo‘lgan usul bilan yechish jarayoni* ***algoritm*** *deb ataladi.*

Bunday ta’rifni qat’iy deb hisoblash mumkin emas. Haqiqatan ham, unda aniq mazmuni noma’lum so‘zlar uchraydi. Bu fikr, xususan, «usul» so‘ziga ham tegishlidir. Shuning uchun ham algoritmning bu qat’iy bo‘lmagan ta’rifi **intuitiv** ta’rifdir.


David Gilbert

[34] Shryoder (Ernst Schröder, 1841-1902) – olmon matematigi.
[35] Lyovengeym (Leopold Löwenheim, 1878-1957) – olmon matematigi.
[36] Gilbert (David Hilbert, 1862-1943) – olmon matematigi.

Algoritmning xarakterli xususiyatlari. Endi algoritmning xarakterli xususiyatlarini ko‘rib o‘taylik.

Algoritmning diskretligi. Algoritm – miqdorlarni shunday ketma-ket qurish jarayoniki, boshlang‘ich holatda miqdorlarning dastlabki chekli sistemasi berilgan bo‘lib, har bir navbatdagi momentda miqdorlar sistemasi ma’lum aniqlangan qonun (dastur) asosida oldingi holatdagi miqdorlar sistemasidan hosil qilinadi.

Algoritmning determinatsiyalanuvchanligi (aniqlanuvchanligi). Boshlang‘ich holatdan farq qiluvchi boshqa holatda aniqlangan miqdorlar sistemasi ilgarigi holatlarda hosil qilingan miqdorlar sistemasi orqali bir qiymatli aniqlanadi.

Algoritm qadamlarining elementarligi. Ilgarigi miqdorlar sistemasidan keyingisini hosil qilish qonuni sodda qadamlardan iborat bo‘lishi kerak.

Algoritmning ommaviyligi. Boshlang‘ich miqdorlar sistemasini ayrim potensial cheksiz to‘plamdan tanlash mumkin.

Algoritmning natijaviyligi. Miqdorlarni topish jarayoni chekli bo‘lishi va natijani (masalaning yechimini) berishi kerak.

Matematik amallar asosiy rolni o‘ynaydigan algoritmlar **sonli algoritmlar** deb yuritiladi. Bundan tashqari, **mantiqiy algoritmlar** ham mavjud. Mantiqiy algoritmlardan biri quyidagi misoldagi o‘yinda ifodalangan.

2- misol. Ikki kishi (boshlovchi va uning raqibi) ishtirok etayotgan o‘yinda har bir o‘yinchi navbat bilan 15ta predmetdan yo bitta, yo ikkita, yoki uchta predmetni oladi. Kim oxirgi predmetni olsa, o‘sha kishi o‘yinda g‘olib hisoblanadi. Boshlovchi o‘yinda g‘alaba qozonishi uchun bu o‘yinda qanday strategiyani qo‘llash kerakligini aniqlaymiz. Boshlovchiga bu o‘yinda yutuq ta’minlaydigan strategiyani mantiqiy algoritm sifatida 1- jadval shaklida ifodalash mumkin.

Haqiqatan ham, boshlovchi bunday strategiya natijasida $3+(4-n)+(4-m)+(4-p)=15-(n+m+p)$ predmet, raqib esa $n+m+p$ predmet oladi, ya’ni ikkalasi birgalikda 15ta predmet olishadi. Oxirgi predmetni albatta boshlovchi olganligi tufayli, u o‘yinda yutuqqa erishadi. ■

1- jadval

Yurish raqami	Boshlovchining yurishida olingan predmetlar soni	Raqibning yurishida olingan predmetlar soni
1	3	n
2	$4-n$	m
3	$4-m$	p
4	$4-p$	–

Rekursiv va rekursiv sanaluvchi to‘plamlar

Biror alfavit berilgan bo‘lsin. Bu alfavitdagi hamma so‘zlar to‘plamini S bilan va S to‘plamning qism to‘plamini M bilan belgilaymiz.

1- ta’rif. *Agar x so‘zning M to‘plamga qarashlilik muammosini hal qila oladigan algoritm mavjud bo‘lsa, u holda M* ***rekursiv to‘plam*** *deb ataladi.*

2- ta’rif. *Agar M to‘plamning hamma elementlarini sanab chiqa oladigan algoritm mavjud bo‘lsa, u holda M* ***effektiv rekursiv sanaluvchi to‘plam*** *deb ataladi.*

Rekursiv va rekursiv sanaluvchi to‘plamlar xossalari.

1- teorema. *Agar M va L effektiv rekursiv sanaluvchi to‘plamlar bo‘lsa, u holda $M \bigcup L$ va $M \bigcap L$ ham effektiv rekursiv sanaluvchi to‘plam bo‘ladi.*

Isboti. M va L effektiv rekursiv sanaluvchi to‘plamlar bo‘lsin. U holda,
2- ta’rifga asosan, ularning har biri uchun alohida algoritm mavjudki, ular orqali mos ravishda M va L dagi hamma elementlarni sanab chiqish mumkin. $M \bigcup L$ va $M \bigcap L$ to‘plamlarning effektiv hisoblovchi algoritmi M va L to‘plamlarning effektiv hisoblovchi algoritmlarini bir vaqtda qo‘llash natijasida hosil qilinadi. ■

2- teorema (Post teoremasi). *M to‘plamning o‘zi va to‘ldiruvchisi CM effektiv rekursiv sanaluvchi bo‘lganda va faqat shundagina M to‘plam rekursivdir.*

Isboti. a) M to‘plam va uning CM to‘ldiruvchisi effektiv rekursiv sanaluvchi bo‘lsin. U holda, 2- ta’rifga asosan, bu to‘plamlarning elementlarini sanab chiqa oladigan A va B algoritmlar mavjud bo‘ladi. U holda M va CM to‘plamlarning elementlarini sanab chiqish paytida ularning ro‘yxatida x element uchraydi. Demak, shunday C algoritm yuzaga keladiki, u orqali x element M to‘plamga qarashlimi yoki qarashli emasmi degan muammoni hal qilish mumkin. Shunday qilib, M rekursiv to‘plam bo‘ladi.

b) M rekursiv to‘plam bo‘lsin. U holda, 1- ta’rifga asosan, x bu to‘plamning elementimi yoki elementi emasmi degan muammoni hal qiluvchi algoritm mavjud bo‘ladi. Bu algoritmdan foydalanib, M va CM to‘plamlarga kiruvchi elementlarning ro‘yxatini tuzamiz. Shunday qilib, M va CM to‘plamlar elementlarini sanab chiquvchi ikkita A va B algoritmni hosil qilamiz. Demak, M va CM to‘plamlar effektiv rekursiv sanaluvchi to‘plamlar bo‘ladi. ■

1- misol. $M = \{1, 4, 9, ..., n^2, ...\}$ natural sonlar kvadratlari to‘plami effektiv rekursiv sanaluvchi to‘plam bo‘lishi yoki bo‘lmasligini aniqlaymiz.

M to‘plam effektiv rekursiv sanaluvchi to‘plam bo‘ladi, chunki uning elementlarini hosil qilish uchun ketma-ket natural sonlarni olib, ularni kvadratga ko‘tarish kerak. Bu to‘plam ham rekursiv bo‘ladi. Haqiqatan ham, birorta x natural sonning M to‘plamga kirish yoki kirmasligini aniqlash uchun uni tub ko‘paytuvchilarga ajratish kerak. Bu usul x natural son biror natural sonning kvadratimi yoki yo‘qmi degan savolga javob topish imkonini beradi. ■

2- misol. Tartiblangan natural sonlar juftliklaridan iborat to‘plam effektiv rekursiv sanaluvchi ekanligini isbotlaymiz.

Tartiblangan natural sonlar juftliklaridan iborat to‘plamning effektiv rekursiv sanaluvchi ekanligini isbotlash uchun diagonal metodi deb aytiluvchi usuldan foydalanamiz. Buning uchun hamma tartiblangan natural sonlar juftliklarini 1- shakldagi ko‘rinishda yozamiz.

Yuqori chap burchakdan boshlab ketma-ket 1- shaklda ko‘rsatilgan yo‘nalishlar bo‘yicha o‘tib to‘plam elementlarini sanab chiqamiz. U holda bu juftliklarning

$$(0,0), (1,0), (0,1), (2,0), (1,1), (0,2), (3,0), (2,1)$$
$$(1,2), (0,3), (4,0), (3,1), (2,2), (1,3), (0,4), ...$$

ro‘yxatini hosil qilamiz. ■

3- teorema. *Rekursiv bo‘lmagan effektiv rekursiv sanaluvchi natural sonlar to‘plami mavjud.*

I s b o t i . Effektiv rekursiv sanaluvchi ixtiyoriy U natural sonlar to‘plami berilgan bo‘lsin. U to‘plamning rekursiv emasligini isbotlash uchun, Post teoremasiga (2- teorema) ko‘ra, uning CU

$$\begin{array}{cccccc}
(0,0) & (0,1) & (0,2) & (0,3) & (0,4) & \ldots \\
(1,0) & (1,1) & (1,2) & (1,3) & (1,4) & \ldots \\
(2,0) & (2,1) & (2,2) & (2,3) & (2,4) & \ldots \\
(3,0) & (3,1) & (3,2) & (3,3) & (3,4) & \ldots \\
(4,0) & (4,1) & (4,2) & (4,3) & (4,4) & \ldots \\
\ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots
\end{array}$$

1- shakl

to‘ldiruvchisi effektiv rekursiv sanaluvchi emasligini isbotlash yetarli.

$M_0, M_1, M_2, \ldots$ – hamma rekursiv sanaluvchi natural sonlar to‘plamlaridagi effektiv sanab chiqilgan to‘plamlar bo‘lsin. Demak, har qanday $n \in \boldsymbol{N}$ uchun M_n to‘plamni tiklash mumkin.

Endi U to‘plamning hamma elementlarini sanab chiqadigan A algoritmni kiritaylik. Bu algoritm (m,n) raqamli qadamda $m \in M_n$ ni hisoblab chiqadi. Agar bu son n son bilan ustma-ust tushsa, bu holda A algoritm uni U to‘plamga kiritadi, ya’ni $n \in U \leftrightarrow n \in M_n$.

Bundan ko‘rinib turibdiki, har qanday rekursiv sanaluvchi to‘plamdan CU to‘plam hech bo‘lmaganda bitta element bilan farq qiladi, chunki CU shunday n elementlardan iboratki, $n \notin M_n$. Shuning uchun ham CU rekursiv sanaluvchi to‘plam emas. Demak, Post teoremasiga asosan U rekursiv to‘plam bo‘lmaydi. ■

I z o h . Isbot qilingan bu teorema aslida Gyodelning formal arifmetika to‘liqsizligi haqidagi teoremasini oshkormas tarzda qamrab olgan.

Algoritm tushunchasiga aniqlik kiritish

Algoritm tushunchasini aniqlashdagi muammolar. Matematika tarixida bir xil turdagi savollar to‘plamiga «ha» yoki «yo‘q» va bir xil turdagi funksiyalar sinfi «hisoblanuvchi» yoki «hisoblanuvchi emas» degan javoblar berilishi mumkin bo‘lgan algoritmlarni izlash uzoq davom etdi. Ayrim vaqtlarda bu izlanishlar natijasiz tugadi. Bu hollarda, tabiiyki, algoritmning mavjudligiga shubha bilan qaraladi.

1- m i s o l . Fermaning «buyuk teoremasi» deb ataluvchi tasdiqni qaraymiz. 1637 yillar atrofida Ferma quyidagi teoremaning isboti o‘zida borligini e’lon qildi: «$x^n + y^n = z^n$ *tenglama* $n > 2$ *bo‘lganda musbat butun son qiymatli* x, y, z, n *yechimga ega emas*». Bu teorema faqatgina 2000 yilda Angliya olimi Endryu Uals tomonidan isbotlandi. ■

2- m i s o l . 1900 yilda Parijda o‘tkazilgan ikkinchi xalqaro matematiklar kongressida olmon matematigi David Gilbert yechilishi muhim bo‘lgan 23 matematik muammolar ro‘yxatini o‘qib berdi. Bu ro‘yxatda **Gilbertning 10- muammosi** deb nom olgan quyidagi muammo ham bor edi: «Koeffitsiyentlari butun sonlardan iborat bo‘lgan har qanday algebraik tenglamaning butun sonli yechimi mavjudmi?». Gilbert butun sonli koeffitsiyentlardan iborat bo‘lgan har qanday algebraik tenglama butun sonli yechimga egami degan muammoni yechadigan (hal qiladigan) algoritm yaratish kerakligini ko‘rsatdi. ■

Matematikada butun sonli koeffitsiyentlarga ega bo‘lgan algebraik tenglamalar **Diofant tenglamalari**[37] deb ataladi. Masalan,

$$x^2 + y^2 - 2xz = 0,\ 10x^5 + 7x^2 + 5 = 0$$

ko‘rinishdagi tenglamalar diofant tenglamalaridir bo‘ladi, ulardan birinchisi uch o‘zgaruvchili va ikkinchisi bir o‘zgaruvchili tenglamadir. Umumiy holda tenglama istalgan sondagi o‘zgaruvchilarga bog‘liq bo‘lishi hamda bunday tenglamalar butun sonli yechimlarga ega bo‘lishi ham, ega bo‘lmasligi ham mumkin. Masalan, $x^2 + y^2 - 2xz = 0$ cheksiz ko‘p butun sonli yechimlarga ega, $10x^5 + 7x^2 + 5 = 0$ tenglama esa butun sonli yechimga ega emas.

Bir o‘zgaruvchili diofant tenglamasining hamma butun sonli yechimlarini topish algoritmi anchadan beri mavjud. Aniqlanganki, agar

$$P_n(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + ... + a_{n-1}x + a_n = 0$$

butun sonli koeffitsiyentlardan iborat tenglamaning ildizi butun son bo‘lsa, u holda bu ildiz a_n koeffitsiyentning bo‘luvchisi bo‘ladi. Bu tasdiqqa asoslanib, quyidagi algoritmni tavsiya etish mumkin:

1) a_n sonning hamma bo‘luvchilarini topish: $d_1, d_2, ..., d_n$;

2) a_n sonning har bir bo‘luvchisi uchun $P_n(x)$ning qiymatini aniqlash: $P_n(d_i)$ $(i = \overline{1,n})$;

3) agar $1, 2, ..., n$ sonlardan birorta i uchun $P_n(d_i) = 0$ bo‘lsa, u holda d_i tenglamaning yechimi bo‘ladi. Agar barcha $i \in \{1, 2, ..., n\}$ uchun $P_n(d_i) \neq 0$ bo‘lsa, u holda tenglama butun sonli yechimga ega emas (algoritm tugadi).

Gilbertning 10- muammosi bilan dunyoning ko‘p matematiklari deyarli 70 yil mobaynida shug‘ullanishdi va nihoyat, 1968 yilga kelib Sankt-Peterburglik yosh matematik Yu. V. Matiyasevich[38] va sal keyinroq, aniqrog‘i, 1970 yilda rus matematigi G. V. Chudnovskiy[39] bu muammoni hal qilishdi. Aniqlandiki, *qo‘yilgan masalaning yechimini bera oladigan algoritm mavjud emas.*

Algoritmning intuitiv ta’rifi qat’iy emasligiga qaramasdan, u muayan masalaning yechimini topadigan algoritmning to‘g‘riligiga shubha uyg‘otmaydi.

Matematikada shunday yechimi topilmagan algoritmik muammolar mavjudki, ular yechimga egami yoki ega emasmi ekanligini aniqlash muammosi paydo bo‘ladi. Bu muammoni yechishda algoritmning intuitiv ta’rifi yordam bera olmaydi. Bu hollarda yo algoritmning mavjudligini, yoki uning mavjud emasligini isbotlash kerak bo‘ladi.

---

[37] Bu tushuncha qadimgi yunon matematigi Diofant Aleksandriy (Διόφαντος ὁ Ἀλεξανδρεύς, eramizning 250 y.) nomi bilan bog‘liq.

[38] Matiyasevich Yuriy Vladimirovich (Матиясевич Юрий Владимирович, 1947 yilda tug‘ilgan) – rus matematigi. O‘sha vaqtda u atigi 21 yoshda edi.

[39] Чудновский Г.В. Диофантовы предикаты, УМН, 25, № 4, 1970, стр. 185-186.

Birinchi holda masalani yechadigan jarayonni tasvirlash kifoya. Bu jarayonning haqiqatan ham algoritm ekanligiga ishonch hosil qilish uchun algoritmning intuitiv tushunchasi yetarli bo‘ladi.

Ikkinchi holda algoritmning mavjud emasligini isbotlash kerak. Buning uchun algoritmning nima ekanligini aniq bilish talab qilinadi. XX asrning 30- yillarigacha algoritmga aniq ta’rif berilmagan edi. Shuning uchun algoritm tushunchasiga aniq ta’rif berish keyingi davr matematikasining asosiy masalalaridan biri bo‘lib qoldi. Bu ta’rifni ishlab chiqish jarayonida ko‘p qiyinchilik borligi ma’lum bo‘ldi. Birinchidan, bunday ta’rif algoritm intuitiv ta’rifining mohiyatini aks ettirishi, ikkinchidan esa, u formal aniqlik nuqtai nazaridan mukammal bo‘lishi kerak edi.

Bu muammoning tadqiqotchilari tomonidan algoritmning bir nechta ta’rifi ishlab chiqildi. Ammo vaqt o‘tishi bilan bu ta’riflarning o‘zaro teng kuchliligi aniqlandi. Ana shu ta’rif hozirgi zamon algoritm tushunchasidir.

Algoritm tushunchasini aniqlashga yondashishlar. Algoritm tushunchasini aniqlash bo‘yicha yondashishlarni uch asosiy yo‘nalishga bo‘lish

mumkin.

Birinchi yo‘nalish effektiv hisoblanuvchi funksiya tushunchasini aniqlash bilan bog‘liq. Bu yo‘nalish bo‘yicha A.Chyorch, K.Gyodel, S.Klini[40] tadqiqot ishlarini

olib borishgan.

1932-1935 yillar davomida A.Chyorch va S.Klini tomonidan o‘rganilgan va «λ-aniqlanuvchi funksiyalar» deb atalgan, to‘g‘ri aniqlangan hisoblanuvchi nazariy-sonli funksiyalar sinfining *«λ-aniqlanuvchi funksiyalar» sinfi bizning intuitiv tasavvurimiz bo‘yicha hisoblanuvchi deb qaraladigan hamma funksiyalarni qamrab olishi mumkin* degan fikr tug‘ilganligi 1935 yilda e’lon qilindi. Bu kutilmagan natija edi.

J.Erbranning[41] bir g‘oyasi asosida 1934 yilda K.Gyodel tomonidan aniqlangan va «umumrekursiv funksiyalar» deb atalgan boshqa **hisoblanuvchi funksiyalar** sinfi ham «λ-aniqlanuvchi funksiyalar» xossalariga o‘xshash xossalarga ega edi.

1936 yilda A.Chyorch va S.Klini tomonidan bu ikkita sinf bir xil sinf ekanligi isbotlandi, ya’ni *har qanday λ-aniqlanuvchi funksiya umumrekursiv funksiya bo‘lishi va har qanday umumrekursiv funksiya λ-aniqlanuvchi funksiya ekanligi* tasdiqlandi.

1936 yilda Chyorch quyidagi tezisni e’lon qildi: *har qanday intuitiv effektiv (samarali) hisoblanuvchi funksiyalar umumrekursiv funksiyalardir.*

Bu teorema emas, balki tezisdir: tezis tarkibida intuitiv aniqlangan effektiv hisoblanuvchi funksiya tushunchasi, aniq matematik atamalarda aniqlangan umumrekursiv funksiya tushunchasi bilan aynan tenglashtirilgan. Shuning uchun bu tezisni isbotlash mumkin emas. Ammo Chyorch va boshqa olimlar tomonidan bu tezisni quvvatlovchi ko‘p dalillar ko‘rsatildi.

---

[40] Stiven Koul Klini (Stephen Cole Kleene, 1909-1994) – AQSh matematigi. U o‘z familiyasini “Kleyni” shaklda talaffuz etishiga qaramasdan, sobiq Sovet Ittifoqida uning ilmiy ishlarini rus tiliga (rus tilidan esa o‘zbek tiliga ham) “Klini” nomi bilan tarjima qilishgan.

[41] Jak Erbran (Jacques Herbrand, 1908-1931) – fransuz matematigi.

Ikkinchi yo'nalish algoritm tushunchasini bevosita aniqlash bilan bog'liq: 1936-1937 yillarda, A.Tyuring[42] Chyorch ishlaridan bexabar holda yangi funksiyalar sinfini kiritdi. Bu funksiyalarni «Tyuring bo'yicha hisoblanuvchi funksiyalar» deb atadilar. Bu sinf ham yuqorida aytilgan xossalarga ega edi va buni **Tyuring tezisi** deb aytamiz. 1937 yilda A.Tyuring isbotladiki, *uning hisoblanuvchi funksiyalari* λ*-aniqlanuvchi funksiyalarning o'zi va, demak, umumrekursiv funksiyalarning xuddi o'zi ekan*. Shuning uchun Chyorch tezisi bilan Tyuring tezisi ekvivalentdir.

1936 yilda E.Post (Tyuring ishlaridan bexabar holda) aynan Tyuring erishgan natijalarga mos keladigan natijalarni e'lon qildi va 1943 yilda, 1920-1922 yillardagi nashr etilmagan ishlariga asoslanib, to'rtinchi ekvivalent tezisni nashr etdi. Shunday qilib, algoritm tushunchasini bevosita aniqlashga va so'ngra uning yordamida hisoblanuvchi funksiya tushunchasini aniqlashga birinchi bo'lib bir-biridan bexabar holda E.Post va A.Tyuring erishdilar.

Post va Tyuring algoritmik jarayonlar ma'lum bir tuzilishga ega bo'lgan «mashina» bajaradigan jarayonlar ekanligini ko'rsatishdi. Ular ushbu «mashinalar» yordamida barcha hisoblanuvchi funksiyalar sinfi bilan barcha qismiy rekursiv funksiyalar sinfi bir xil ekanligini ko'rsatdilar va, demak, Chyorch tezisining yana bitta fundamental tasdig'i yuzaga keldi.

Uchinchi yo'nalish – Rossiya matematigi A.Markov[43] tomonidan ishlab chiqilgan normal algoritmlar tushunchasi bilan bog'liq.

5-ilova

XULOSA

1.Algoritm tushunchasining inuitiv ta'rifi va uning 5 ta xarakterli xususiyatlari bilan tanishildi;
2.Rekursiv va rekursiv sanaluvchi to'plamlar tushunchsi bilan tanishildi;
3.Algoritm tushunchasining turli talqindagi formal ta'rifinio'rganildi.

6-ilova

Insert texnikasi bo`yicha mavzuni o`qib chiqing va jadvalni to`ldiring.

№	Asosiy tushunchalar	Belgi
1.	Algoritm tushunchasi.	
2.	Yechuvchi protsedura.	
3.	Yechilish muammosi.	
4.	Algoritmning intiutiv ta'rifi	
5.	Xarakterli xususiyatlar	
6.	Diskretligi	
7.	Aniqlanuvchanligi	

Insert jadvali qoidasi

√ – avval olgan bilimiga to'g'ri keladi.
\+ – yangi ma'lumot
-- – olgan bilimiga qarama-qarshi
? – tushunarsiz (aniqlanishi zarur bo'lgan ma'lumotlar)

[42] Tyuring Alan Matison (Turing Alan Mathison, 1912-1954) – Ingliz matematigi, mantiqchisi, kriptografi.
[43] Bu yerda bir xil Markov Andrey Andreyevich (Марков Андрей Андреевич) ism-sharifga ega Rossiya matematiklari ota-bola A. A. Markovlarning kichigi (1903-1979) nazarda tutilgan. Ensiklopediyalarda A. A. Markovlarning kattasini (1856-1922) rus, kichigini esa sovet matematigi deb ham atashadi.

8.	Ommaviyligi	
9.	Natijaviyligi	
10.	Rekursiv to‘plam	
11.	Effektiv rekursiv sanaluvchi to‘plam	
12.	Post teoremasi	

Sinov savollari

26. $A=\{4,9,25,49,121,...\}$ tub sonlar kvadratlari to‘plami effektiv rekursiv sanaluvchi to‘plam bo‘lish yoki bo‘lmasligini aniqlang.

27. Algoritm tushunchasi ta’rifini ishlab chiqish jarayonida qanday qiyinchiliklar yuzaga kelishini o‘ylab ro‘ring.

28. Gilbertning «Koeffitsiyentlari butun sonlardan iborat bo‘lgan har qanday algebraik tenglamaning butun sonli yechimi mavjudmi?» kabi ifodalanuvchi 10- muammosini yechish algoritmi mavjud yoki mavjud emasligini o‘rganing.

Mustaqil ishlash uchun savollar

1. Algoritm tushunchasi ta’rifini ishlab chiqish jarayonida qanday qiyinchiliklar yuzaga kelishi mumkin?
2. Yechuvchi protsedura nima?
3. Yechilish muammosi deganda nimani tushunasiz?
4. Algoritmning intuitiv ta’rifini bilasizmi?
5. Algoritmning qanday xarakterli xususiyatlari bor?
6. Algoritmning diskretligi, determinatsiyalanuvchanligi, qadamlarining elementarligi va natijaviyligi deganda nimani tushunasiz?
7. Rekursiv va rekursiv sanaluvchi to‘plamlar nima?
8. Rekursiv to‘plam bilan effektiv rekursiv sanaluvchi to‘plamlar o‘rtasida qanday munosabatlar bor?
9. Algoritm tushunchasiga aniqlik kiritishning uch asosiy yo‘nalishini ta’riflay olasizmi?
10. Effektiv hisoblanuvchi funksiya deganda nimani tushunasiz?
11. λ-aniqlanuvchi funksiya va hisoblanuvchi funksiya bir-biridan qanday farqlanadi?
12. Umumrekursiv funksiya nima?
13. A.Chyorch va S.Klini erishgan natijalarni bilasizmi?
14. Chyorch tezisini ifodalay olasizmi?
15. K.Gyodel natijalarini bilasizmi?
16. Tyuring tezisi nima?
17. Qanday funksiya Tyuring bo‘yicha hisoblanuvchi funksiya deb ataladi?
18. Tyuring mashinalari deganda nimani tushunasiz?
19. E.Post qanday natijalar olgan?
20. Normal algoritmlar nima?
21. Yu.V.Matiyasevich va G.V.Chudnovskiylar Gilbertning 10- muammosini qanday hal qilishgan?
22. Nega Chyorch bilan Tyuring tezislari ekvivalent?

14-MAVZU	TYURING MASHINALARI. TYURING MASHINASIDA ALGORITMNI REALIZASIYA QILISH. TYURING MASHINASI USTIDA AMALLAR.

Mavzuning texnologik modeli

O`quv soati – 2 soat	*Talabalar soni: 50* ta
O`quv mashg`ulot shakli	Axborotli ma`ruza
Ma`ruza rejasi	1.Tyuring mashinasi tushunchasi. 2.Tyuring mashinasining ishlashi. 3.Tyuring mashinasida algoritmni realizasiya qilish.
O`quv mashg`u-lotining maqsadi:	Tyuring mashinasining tarkibiy qismlari vu uning ishlash prinsipi.Tyuring mashinasining dasturi, uni berilish usullari va dastur asosida ishlashi. Tyuring mashinasida algoritmni realizasiya qilish.
Pedagogik vazifalar:	*O`quv faoliyati natijalari:*
1.Tyuring mashinasining tarkibiy qismlari vu uning ishlash prinsipini tushuntirish; 2.Tyuring mashinasining dasturi, uni berilish usullari hamda dastur asosida ishlashini misollar yordamida tushuntirish; Tyuring mashinasida algoritmni realizasiya qilishni misollar yordamida ko’rsatish.	1.Tyuring mashinasining tarkibiy qismlari vu uning ishlash prinsipini o’rganadilar; 2.Tyuring mashinasining dasturi, uni berilish usullari hamda dastur asosida ishlashini o’rganadilar; 3.Tyuring mashinasida algoritmni realizasiya qilishni o’rganadilar.
O`qitish vositalari	*O`UM, ma`ruza matni, kompyuter slaydlari, doska*
O`qitish usullari	*ma`ruza, Pinbord, aqliy hujum*
O`qitish shakllari	*Frontal, jamoaviy ish*
O`qitish sharoiti	*Texnik vositalar bilan ta`minlangan, guruhlarda ishlash usulini qo`llash mumkin bo`lgan auditoriya va jihozlari.*
Monitoring va baholash	*og`zaki savollar, blis-so`rov*

Mavzuning texnologik xaritasi

Ish bosqich-lari	**O`qituvchi faoliyatining mazmuni**	**Tinglovchi faoliyatining mazmuni**
1-bosqich. Mavzuga kirish (20 min)	1.40. O`quv mashg`uloti mavzusi, savollarni va o`quv faoliyati natijalarini, mustaqil ishlash uchun adabiyotlarni aytadi. 1.41. Baholash mezonlari (2- ilovada). 1.42. Pindbord usulida mavzu bo`yicha ma`lum bo`lgan tushunchalarni faollashtiradi. Pindbord usulida natijasiga ko`ra tinglovchilarning nimalarda adashishlari, xato qilishlari mumkinligining tashxizini amalga oshiradi (1-ilova). 1.3. Mavzuni jonlashtirish uchun savollar beradi (3-ilova).	Tinglaydilar. Tinglaydilar. Muhim tushunchalar daftarda qayd etiladi. Savollar beradilar. Tushunchalarni aytadilar
2 -bosqich. Asosiy qism (50 min)	2.1. Ma`ruza matnini tarqatadi, Reja va asosiy tushunchalar bilan tanishtiradi. 2.2.Ma`ruza rejasining hamma savollar bo`yicha tushuncha beradi. (4 - ilova). Ma`ruzada berilgan savollar yuzasidan umumlashtiruvchi xulosa beradi. (5 - ilova). 2.4. Tayanch iboralarga qaytiladi (Insert usuli) – 6-ilova. 2.5. Talabalar ishtirokida ular yana bir bor takrorlanadi, asosiy tushunchalarga kelinadi.	Tinglaydilar. UMKga qaraydilar Muhim tushunchalar daftarda qayd etiladi. Har bir tayanch tushuncha va iboralarni muhokama qiladilar.
3-bosqich. Yakunlovchi (10 min)	3.14. Mashg`ulot bo`yicha yakunlovchi xulosalar qiladi, olingan bilimlarning qayerda ishlatish mumkinligini ma`lum qiladi. 3.2. Darsda olingan bilimlar baholanadi 3.3. Mavzu bo`yicha bilimlarni chuqurlashtirish uchun adabiyotlar ro`yxatini beradi. 3.4. Mustaqil ish topshiriqlarini va uning baholash mezonini beradi. Keyingi mazvuga tayyorlanib kelish uchun savollar beradi.	Savollar beradilar. O`UMga qaraydilar. Vazifalarni yozib oladilar.

REJA - TOPSHIRIQ

<table>
<tr><td>Reja:</td><td colspan="2">1. Tyuring mashinasi tushunchasi.
2. Tyuring mashinasining ishlashi.
3. Tyuring mashinasida algoritmni realizasiya qilish.</td></tr>
<tr><td colspan="3">Mashg`ulotning maqsadi: Tyuring mashinasining tarkibiy qismlari vu uning ishlash prinsipi.Tyuring mashinasining dasturi, uni berilish usullari va dastur asosida ishlashi.
Tyuring mashinasida algoritmni realizasiya qilish.</td></tr>
<tr><td colspan="3">Talabalarning o`quv faoliyati natijalari:
1.Tyuring mashinasining tarkibiy qismlari vu uning ishlash prinsipini o'rganadilar;
2.Tyuring mashinasining dasturi, uni berilish usullari hamda dastur asosida ishlashini o'rganadilar;
3.Tyuring mashinasida algoritmni realizasiya qilishni o'rganadilar.</td></tr>
<tr><td colspan="3">Mustaqil tayyorgarlik uchun topshiriq:
1. Topshiriq (1-ilova). Mashqlar
2. Topshiriq (2-ilova). Sinov savollari</td></tr>
<tr><td>Nazorat shakli:
• kuzatuv;
• o`quv topshiriqlarini bajarish;<br>• savollarga javob berish.</td><td><em>Eng yuqori ball:</em><br>______ (tezkor – so`rovga to`g`ri javob)
Haqiqiy ball: ______</td><td>O`qituvchi imzosi:</td></tr>
</table>

14-MAVZU	**TYURING MASHINALARI. TYURING MASHINASIDA ALGORITMNI REALIZASIYA QILISH. TYURING MASHINASI USTIDA AMALLAR.**

Reja:

1. Tyuring mashinasi tushunchasi.
2. Tyuring mashinasining ishlashi.
3. Tyuring mashinasida algoritmni realizasiya qilish.

Tayanch iboralar: Ommaviy muammo. Yechish algoritmi. Tyuring mashinasi. Tashqi alfavit. Ichki alfavit. Lenta (mashinaning tashqi xotirasi). Boshqaruvchi kallak. Boshlang'ich axborot. Mashina dasturi. Tyuring funksional sxemasi. Algoritm. Realizasiya qilish. O'nlik sistemada n dan $n+1$ ga o'tish. Algoritm. Natural sonlarni qo'shish. Evklid algoritmi.

Foydalanilgan adabiyotlar:

1.Тўраев Ҳ.Т., Математик мантиқ ва дискрет математика, Тошкент: Ўқитувчи нашриёти, 2003, 378 б.

2.Лихтарников Л.М., Сукачева Т.Г., Математическая логика. Курс лекций. Задачник-практикум и решения, Санкт-Петербург: ЛАНЬ, 1999, 286 с.

3. Гаврилов Г.П., Сапоженко А.А. Сборник задач по дискретной математике.

Учебное пособие. Москва: Наука.
4. Искандаров Р.И., Математик логика элементлари,Самарқанд:СамДУ,1970,324 б.

1-ilova

Baholash mezoni:

- Har bir savol javobiga - 2 ball;
- Har bir qo`shimcha mustaqil fikrga - 2 ball;
- Har bir javobni to`ldirishga - 1 ball.

2-ilova

Pinbord

Pinbord (inglizchadan: *pin*- mahkamlash, *board* – yozuv taxtasi) munozara usullari yoki o'quv suhbatini amaliy usul bilan moslashdan iborat.

Ta`lim beruvchi:

→ Taklif etilgan muammoni yechishga o`z nuqtai nazarini bayon qiladi.

→ Ommaviy to`g`ri aqliy hujumni tashkillashtiradi.

Ta`lim oluvchilar quyidagi g`oyalarni:

→ Taklif etadilar, muhokama qiladilar, baholaydilar eng ko`p maqbul (samarali va boshqa g`oyalarni tanlaydilar va ularni qog`oz varag`iga asosiy so`zlar ko`rinishida (2 so`zdan ko`p bo`lmagan) yozadilar va yozuv taxtasiga biriktiradilar (o`rgatuvchi tizimlar, oddiy va murakkab tizimlar, bir pog`onali va ko`p pog`onali tizimlar, hal kiiluvchi qoida).

→ Guruh a`zolari (ta`lim beruvchi tomonidan belgilangan 2-3 talaba yozuv taxtasiga chiqadilar va boshqalar bilan maslahatlashib:

- aniq xato yoki qaytariluvchi g`oyalarni saralaydilar (ATTlar, soha, tashqi faktor, axborot - tanuvchi avtomatik hisoblash qurilmasi, murakkab ATT, murakkab dinamik tizimlar)
- tortishuvlarni aniqlaydilar (aprior alfaviti, sinflashtirish, bir pog`anali, ko`p pog`onali tizimlar va farqlari);
- g`oyalarni tizimlashtirish mumkin bo`lgan belgilar bo`yicha aniqlaydilar;
- shu belgilar bo`yicha hamma g`oyalarni yozuv taxtasida guruhlaydilar (kartochka/ varaqlar).

Ta`lim beruvchi:

→Umumlashtiradi va ish natijalarini baholaydi.

3-ilova

Mavzuni jonlashtirish uchun savollar:

1. Ommaviy muammo deganda nimani tushunasiz?
2. Yechish algoritmi nima?
3. Tyuring mashinsining ta'rifi.
4. Mashinaning tashqi xotirasi.
5. Boshqaruvchi kallak joyida turadimi yo siljiydimi?
6. Boshlang'ich axborot sifatida lentaga beriladigan axborot qanday bo'lishi kerak?
7. Mashina dasturi nimalardan tashkil topgan?

8. Tyuring funksionalnal sxemasi.
9. Tyuring mashinasida algoritmni realizasiya qilish.
10. Tyuring mashinasida natural sonlarni qo‘shish algoritmini realizasiya etish.

4-ilova

Tyuring mashinalari

Tyuring mashinasi tushunchasi. Agar qandaydir ommaviy muammoni yechish algoritmi ma’lum bo‘lsa, u holda uni realizasiya qilish uchun shu algoritmda aniq yoritilgan ko‘rsatmalarni ijro qilish zarur. Algoritmni realizasiya qilish jarayonini avtomatlashtirish g‘oyasi, tabiiyki, inson bajaradigan ishni mashinaga uzatishni taqozo qiladi. Bunday mashinani XX asrning 30- yillarida E.Post va A.Tyuring tavsiya etishgan.

Tyuring mashinasi tushunchasi intuitiv ma’lum bo‘lgan hisoblash protsedurasini elementar operasiyalarga ajratish natijasida hosil bo‘lgan. Tyuring ta’kidlaydiki, istalgan mumkin bo‘lgan hisoblashni o‘tkazish uchun uning elementar operasiyalarini qaytarish yetarli.

Tyuring ayrim turdagi nazariy hisoblash mashinasini izohlab berdi. Bu mashina muayyan mexanik qurilma emas, balki «xayoliy» matematik mashinadir. Berilgan ko‘rsatmani bajaruvchi hisoblovchi odamdan yoki mavjud raqamli hisoblash mashinasidan Tyuring mashinasi ikki jihati bilan farq qiladi.

Birinchidan, «Tyuring mashinasi» xato qila olmaydi, ya’ni u og‘ishmay (chetga chiqmasdan) ko‘rsatilgan qoidani be kami-ko‘st bajaradi.

Ikkinchidan, «Tyuring mashinasi» potensial cheksiz xotira bilan ta’minlangan.

Endi Tyuring mashinasi tushunchasi bilan batafsil tanishamiz. Tyuring mashinasini quyidagilar to‘liq aniqlaydi.

Tashqi alfavit, ya’ni $A=\{a_0, a_1, a_2, ..., a_n\}$ chekli simvollar to‘plami. A to‘plam elementlarining chekli ketma-ketligi A to‘plamdagi **so‘z** deyiladi. So‘zni tashkil etuvchi simvollar soni shu **so‘zning uzunligi** deyiladi.

Masalan, A alfavitning har bir elementi uzunligi 1ga teng bo‘lgan so‘zdir.

Bu alfavitda so‘z ko‘rinishida mashinaga beriladigan axborot (informatsiya) kodlashtiriladi. Mashina so‘z ko‘rinishida berilgan informatsiyani qayta ishlab, yangi so‘z hosil qiladi.

Ichki alfavit, ya’ni $q_0, q_1, q_2, ..., q_m, \mathrm{O'}, \mathrm{Ch}, \mathrm{J}$ simvollar. $q_0, q_1, q_2, ..., q_m$ mashinaning chekli son holatlarini ifodalaydi. Istalgan mashinaning holatlari soni tayinlangan bo‘ladi. Ikki holatda maxsus vazifa bajariladi: q_1 mashinaning boshlang‘ich (dastlabki) holati, q_0 natijaviy (oxirgi) holati (to‘xtash holati).

$\mathrm{O'}, \mathrm{Ch}, \mathrm{J}$ surilish simvollaridir (mos ravishda, o‘ngga, chapga va joyida).

Ikki tomonga cheksiz davom ettirish mumkin bo‘lgan lenta (mashinaning tashqi xotirasi). U katakchalarga (yacheykalarga) bo‘lingan bo‘ladi. Har bir katakchaga faqat bitta harf yozilishi

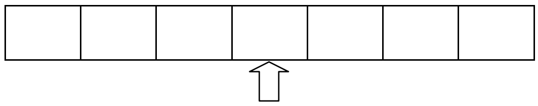
a_0	a_2	a_3	a_3	a_7	a_9	a_{11}	a_{12}			

1- shakl

mumkin. Bo‘sh katakchani a_0 simvoli bilan belgilaymiz (1-shakl).

Boshqaruvchi kallak (golovka). U lenta bo‘ylab harakat qiladi va biror katakcha (yacheyka) qarshisida to‘xtashi mumkin (2-shakl).

Bu holatda «kallak katakchani, ya’ni simvolni «**ko‘rib turibdi**»» deb aytamiz. Mashinaning bir takt davomidagi ishida kallak faqat bitta katakchaga surilishi (o‘ngga, chapga) yoki joyida qolishi

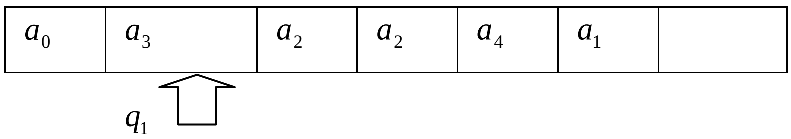


2- shakl

mumkin.

Lentada saqlanayotgan har bir informatsiya tashqi alfavitning a_0 dan farqli chekli simvollar majmuasi bilan tasvirlanadi. Mashina ish boshlashidan oldin lentaga **boshlang‘ich axborot** (boshlang‘ich ma’lumot) beriladi. Bu holda boshqaruvchi kallak, qoidaga asosan, q_1 boshlang‘ich holatni ko‘rsatuvchi oxirgi chap belgi qarshisida turadi (3-shakl).

Mashinaning ishi taktlar yig‘indisidan iborat bo‘lib, ish davomida boshlang‘ich informatsiya oraliq informatsiyaga aylanadi.



3- shakl

Boshlang‘ich informatsiya sifatida lentaga tashqi alfavitning katakchalarga ixtiyoriy ravishda qo‘yilgan chekli simvollar sistemasini (alfavitdagi ixtiyoriy so‘zni) berish mumkin.

Berilgan boshlang‘ich informatsiyaga bog‘liq bo‘lgan ikki hol bo‘lishi mumkin.

1. Mashina chekli son taktdan keyin to‘xtaydi (q_0 to‘xtash holatiga o‘tadi) va lentada B informatsiya tasvirlangan bo‘ladi. Bu holda mashina A boshlang‘ich informatsiyaga nisbatan tatbiq etiladigan (qo‘llanib bo‘ladigan) va uni qayta ishlab B natijaviy informatsiyaga keltirgan deb aytiladi.

2. Mashina hech qachon to‘xtamaydi, ya’ni q_0 to‘xtash holatiga o‘tmaydi. Bu holda mashina A boshlang‘ich informatsiyaga nisbatan tatbiq etilmaydi deb aytiladi.

Mashina ishining har bir taktida quyidagi funksional sxema bo‘yicha harakat qiladi:

$$a_i q_j \to a_v \begin{matrix} \text{O}' \\ \text{Ch} \\ \text{J} \end{matrix} q_s ,$$

bu yerda a_i, a_v – tashqi alfavitning harflari; q_j, q_s – mashinaning holatlari; $\text{O}', \text{Ch}, \text{J}$ – surilish simvollari.

Boshqaruvchi kallak lentada qanday harfni ko‘rib turganligi (bizning yozuvda a_i) va mashina qaysi holatda (bizning yozuvda q_j) turganligiga qarab, bu taktda uch elementdan iborat komanda ishlab chiqiladi:

1) ko‘rib turilgan harf almashtirilgan tashqi alfavit harfi (a_v);

2) kelgusi takt uchun tashqi xotira adresi $\begin{pmatrix} \text{O}' \\ \text{Ch} \\ \text{J} \end{pmatrix}$;

3) mashinaning kelgusi holati (q_s).

Tyuring mashinasining ishlashi.

Barcha komandalar majmuasi **Tyuring mashinasining dasturini** tashkil qiladi. Dastur ikki o‘lchovli jadval shaklida bo‘lib, u **Tyuring funksional sxemasi** deb ataladi. Bunday sxema 1- jadvalda misol sifatida berilgan. Ravshani, Tyuring mashinasining ishi butunlayiga uning dasturi bilan aniqlanadi. Agar ikkita Tyuring mashinasining funksional sxemalari bir xil bo‘lsa, u holda ular bir-biridan farq qilmaydi. Har xil Tyuring mashinalari har xil dasturga ega bo‘ladi.

1-jadval

	a_0	a_1	a_2
q_1	$a_2\text{Ch}\,q_3$	$a_1\text{O}'q_2$	$a_2\text{Ch}q_1$
q_2	$a_0\text{J}\,q_2$	$a_2\text{J}\,q_1$	$a_1\text{J}\,q_2$
q_3	$a_0\text{O}'q_0$	$a_1\text{O}'q_4$	$a_2\text{J}\,q_1$
q_4	$a_1\text{J}\,q_3$	$a_0\text{O}'q_4$	$a_2\text{O}'q_4$

Bundan keyin Tyuring mashinasining har xil **konfiguratsiyalarini** (ko‘rinishlarini) soddaroq ifodalash uchun lenta va uning katakchalarini ifodalamasdan axborotni faqat so‘z shaklida yozamiz.

Boshqaruvchi kallak va mashina holatini ifodalash sifatida mashina holatini yozamiz.

1- jadvalda berilgan funksional sxemaga mos keluvchi Tyuring mashinasining ishini misollarda ko‘rib o‘taylik.

1- misol. Dastlabki konfiguratsiya quyidagicha berilgan bo‘lsin:

$$a_0 \quad a_2 \quad a_2 \quad a_0$$
$$q_1$$

Boshqaruvchi kallak a_2 harfini ko‘rib turganligi va mashina q_1 holatda bo‘lganligi uchun mashina $a_2\text{Ch}a_2$ komandani ishlab chiqadi va natijada ikkinchi konfiguratsiyani hosil qilamiz.

$$a_0 \quad a_2 \quad a_2 \quad a_0$$
$$q_1$$

Ravshanki, navbatdagi konfiguratsiyalar quyidagi ko‘rinishlarda bo‘ladi:

$a_0 \quad a_2 \quad a_2 \quad a_0$ – uchinchi konfiguratsiya,

q_1

$a_0 \quad a_2 \quad a_2 \quad a_2 \quad a_0$ – to‘rtinchi konfiguratsiya,

q_3

$a_0 \quad a_2 \quad a_2 \quad a_2 \quad a_0$ – beshinchi konfiguratsiya.

q_0

Beshinchi konfiguratsiyada mashina q_0 holatda (to‘xtash holatida) turganligi uchun $a_2\, a_2\, a_2$ so‘z hisoblashning natijasi bo‘ladi. ■

2- misol. Boshlang‘ich konfiguratsiya quyidagicha bo‘lsin:

$$a_0 \quad a_1 \quad a_1 \quad a_2 \quad a_2 \quad a_0$$
$$q_1$$

1- jadvaldagi funksional sxemadan foydalanib, quyidagi konfiguratsiyalarga kelamiz:

$a_0 \quad a_1 \quad a_1 \quad a_2 \quad a_2 \quad a_0$ – ikkinchi konfiguratsiya,

q_1

$a_0 \quad a_1 \quad a_1 \quad a_2 \quad a_2 \quad a_0$ – uchinchi konfiguratsiya,

q_1

$$a_0 \quad a_1 \quad a_1 \quad a_2 \quad a_2 \quad a_0 \quad - \quad \text{to‘rtinchi konfiguratsiya,}$$

$$q_2$$

Ikkinchi va oltinchi konfiguratsiyalardan ko‘rinib turibdiki, mashinaning ish jarayoni takrorlandi va, demak, natija bo‘lmaydi. ■

$$a_0 \quad a_1 \quad a_1 \quad a_1 \quad a_2 \quad a_0 \quad - \quad \text{beshinchi konfiguratsiya,}$$

$$q_2$$

$$a_0 \quad a_1 \quad a_1 \quad a_2 \quad a_2 \quad a_0 \quad - \quad \text{oltinchi konfiguratsiya.}$$

$$q_1$$

Tyuring mashinasida algoritmni realizasiya qilish

Ayrim oddiy arifmetik algoritmlarni realizasiya qiladigan (amalga oshiradigan) Tyuring mashinasini yasashni misollarda o‘rganamiz.

Tyuring mashinasida o‘nlik sistemada n dan $n+1$ ga o‘tish algoritmini realizasiya qilish. O‘nlik sanoq sistemasida n sonning yozuvi berilgan bo‘lsin va $n+1$ sonning o‘nlik sistemasidagi yozuvini ko‘rsatish, ya’ni $f(n)=n+1$ funksiyani hisoblash talab etilsin.

Ravshanki, mashinaning tashqi alfaviti 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9 raqamlardan va bo‘sh katakcha a_0 dan iborat bo‘lishi kerak. Lentaga o‘nlik sistemada n sonni yozamiz. Bu yerda qatorasiga bo‘sh joysiz har bir katakchaga bitta raqam yoziladi.

Qo‘yilgan masalani yechish uchun ishning birinchi taktida mashina n sonning oxirgi raqamini o‘chirib, uni bir birlik katta songa almashtirib va agar oxirgi raqam 9 sonidan kichik bo‘lsa, u holda to‘xtash holatiga o‘tishi kerak.

Agar n sonning oxirgi raqami 9 bo‘lsa, u holda mashina 9 raqamni o‘chirib, bo‘sh qolgan katakchaga 0 raqamni yozib, o‘sha holatda qolgan holda chapga yuqoriroq razryadli qo‘shnisiga surilishi kerak. Bu yerda ishning ikkinchi taktida mashina yuqoriroq razryadli raqamga 1 sonini qo‘shishi kerak.

Tabiiyki, chapga surilish paytida yuqoriroq razryadli raqam bo‘lmasa, u holda mashinaning boshqaruvchi kallagi bo‘sh katakchaga chiqishi mumkin. Bu holatda bo‘sh katakchaga mashina 1 raqamini yozadi.

Aytilganlardan shu narsa kelib chiqadiki, $f(n)=n+1$ funksiyani hisoblash algoritmini realizasiya qilish paytida mashina bor yo‘g‘i ikkita q_1 va q_0 holatlarda bo‘ladi.

Shunday qilib, o‘nlik sistemada n dan $n+1$ ga o‘tish algoritmini realizasiya etadigan Tyuring mashinasi quyidagi ko‘rinishda bo‘ladi:

	a_0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

q_1	$1Jq_0$	$1Jq_0$	$2Jq_0$	$3Jq_0$	$4Jq_0$	$5Jq_0$	$6Jq_0$	$7Jq_0$	$8Jq_0$	$9Jq_0$	$0Chq_1$

Quyida $n = 183$ va $n = 399$ sonlar uchun mos ravishda ularning konfiguratsiyalari keltirilgan.

Natural sonlarni qo’shish algoritmi. Mashina lentasiga tayoqchalar majmuasi shaklida ikkita son berilgan bo’lsin. Masalan, 2 va 3 sonlari. Bu sonlarni

$$a_0\ 18\underset{q_1}{3}\ a_0 \qquad\qquad a_0\ 39\underset{q_1}{9}\ a_0$$

$$a_0\ 18\underset{q_0}{4}\ a_0 \qquad\qquad a_0\ 3\underset{q_1}{9}0\ a_0$$

$$a_0\ \underset{q_1}{3}00\ a_0$$

$$a_0\ \underset{q_1}{4}00\ a_0$$

qo’shish talab etilsin. Qo’shish simvolini (belgisini) yulduzcha bilan belgilaymiz. Shunday qilib, mashina lentasiga quyidagi so’z yoziladi.

$$a_0|\,|\ *\ |\,|\,|\ a_0 \qquad (1)$$

(1) so’zga tatbiq qilish natijasida 2 va 3 sonlarining yig‘indisini, ya’ni

$$a_0|\,|\,|\,|\,|\ a_0 \qquad (2)$$

so‘zni beradigan funksional sxemani topish talab etiladi.

Qo’yilgan masalani yechish jarayonini izohlab beraylik. Dastlabki momentda mashinaning kallagi eng chapdagi tayoqchani ko’rib tursin. Uni to birinchi bo’sh katakchaga erishguncha hamma tayoqcha va yulduzchalarni cheklab o’ngga so’rish kerak. Bu bo’sh katakchaga birinchi tayoqcha yoziladi. Undan so’ng ikkinchi tayoqchaga qaytib kelish kerak va uni uchirib to’xtash kerak. Mashina ishining hamma taktini quyidagi mos konfiguratsiyalarda ifodalab beramiz.

1) $a_0\,||*|||a_0$	2) $a_0\,|*|||a_0$	3) $a_0\,|*|||a_0$
q_1	q_2	q_2
4) $a_0\,|*|||a_0$	5) $a_0\,|*|||a_0$	6) $a_0\,|*|||a_0$
q_2	q_2	q_2
7) $a_0\,|*|||a_0$	8) $a_0\,|*||||a_0$	9) $a_0\,|*||||a_0$
q_2	q_3	q_3
10) $a_0\,|*||||a_0$	11) $a_0\,|*||||a_0$	12) $a_0\,|*||||a_0$
q_3	q_3	q_3
13) $a_0\,|*||||a_0$	14) $a_0\,|*||||a_0$	15) $a_0\,|*||||a_0$
q_3	q_3	q_1
16) $a_0a_0*||||a_0$	17) $a_0*||||a_0$	18) $a_0*||||a_0$
q_2	q_2	q_2

19) $a_0*||||a_0$ 20) $a_0*|||||a_0$ 21) $a_0*||||a_0$

q_2 q_2 q_2

22) $a_0*|||||a_0$ 23) $a_0*|||||a_0$ 24) $a_0*|||||a_0$

q_3 q_3 q_3

25) $a_0*|||||a_0$ 26) $a_0*|||||a_0$ 27) $a_0*|||||a_0$

q_3 q_3 q_3

28) $a_0*|||||a_0$ 29) $a_0*|||||a_0$ 30) $a_0a_0*|||||a_0$

q_3 q_1 q_0

Bu jarayon masalaning yechish algoritmini ikki o‘lchovli 1- jadval shaklida yozishga imkoniyat yaratadi.

Shunday qilib, bu yerda $< a_0, *, | >$ – tashqi alfavit va q_0, q_1, q_2, q_3 – mashina holatlaridan foydalanildi.

1- jadval

	a_0	$*$	$\vert$
q_1		a_0Jq_0	a_0O'q_2
q_2	$\vert$Jq_3	$*$O'q_2	$\vert$O'q_2
q_3	a_0O'q_1	$*$Ghq_3	$\vert$Chq_3

Evklid algoritmi. Evklid algoritmi berilgan ikkita natural son uchun ularning eng katta umumiy bo‘luvchisini topish kabi masalalarni yechishda qo‘llaniladi. Ma’lumki, Evklid algoritmi quyidagi kamayuvchi sonlar ketma-ketligini tuzishga keltiriladi: birinchisi berilgan ikki sonning eng kattasi bo‘ladi, ikkinchisi – kichigi, uchinchisi – birinchi sonni ikinchisiga bo‘lishdan hosil bo‘lgan qoldiq, to‘rtinchisi – ikkinchi sonni uchinchisiga bo‘lishdan hosil bo‘lgan qoldiq va hokazo, bu jarayon qoldiqsiz bo‘linguncha davom ettiriladi. Oxirgi bo‘lishdagi bo‘luvchi masala yechimining natijasi bo‘ladi.

Evklid algoritmini Tyuring mashinasining dasturi sifatida ifodalash talab etilgan bo‘lsin. Bu dastur sonlarni taqqoslash va ayirish sikllarining navbatma-navbat (navbatlashib) kelishini ta’minlashi kerak.

To‘rtta harfdan iborat $< a_0, |, \alpha, \beta >$ tashqi alfavitdan foydalanamiz. Bu yerda a_0 – bo‘sh katakcha simvoli, | – tayoqcha, α va β – tayoqcha rolini vaqtinchalik o‘ynaydigan harflar.

Masalaning yechilishini boshlang‘ich konfiguratsiyasi

$$a_0\,||||||||||\,a_0$$
$$q_1$$

bo‘lgan hol uchun 4 va 6 sonlarning eng katta umumiy bo‘luvchisini topish misolida ko‘rib o‘taylik.

Birinchi navbatda mashina lentada yozilgan sonlarni taqqoslashi kerak. Shu maqsadga erishish uchun mashina birinchi sonni ifodalovchi tayoqchalarni α harfi bilan va ikkinchi sonni ifodalovchi sonlarni β harfi bilan almashtirishi kerak. Mashina ishining birinchi to‘rt taktiga mos keluvchi uning konfiguratsiyasi quyidagicha bo‘ladi:

1) $\begin{array}{c} a_0 \,|\,|\,|\,|\,|\,|\,|\,|\,|\,|\, a_0 \\ q_1 \end{array}$ 2) $\begin{array}{c} a_0 \,|\,|\,|\alpha|\,|\,|\,|\,|\,|\, a_0 \\ q_2 \end{array}$

3) $\begin{array}{c} a_0 \,|\,|\,|\alpha|\,|\,|\,|\,|\,|\, a_0 \\ q_2 \end{array}$ 4) $\begin{array}{c} a_0 \,|\,|\,|\alpha\beta|\,|\,|\,|\,|\, a_0 \\ q_1 \end{array}$

Shu bilan dastlabki sonlarni taqqoslash sikli tamom bo‘lib, ayirish sikli boshlanadi. Bu sikl davomida kichik son lentadan butunlayiga o‘chiriladi, β harfi bilan belgilangan ikkinchi son tayoqchalar bilan almashinadi va, demak, katta 6 soni ikkita 4 va 2 sonlariga bo‘linadi.

Bu operasiyalarga bir qator konfiguratsiyalar to‘g‘ri keladi. Shulardan ayrimlarini yozamiz:

$$\begin{array}{l} a_0\alpha\alpha\alpha\alpha\beta\beta\beta\beta|\,|\,a_0 \\ q_1 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} a_0\alpha\alpha\alpha\alpha\beta\beta\beta\beta|\,|\,a_0 \\ \quad q_3 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} a_0a_0\alpha\alpha\alpha\beta\beta\beta\beta|\,|\,a_0 \\ \qquad q_3 \end{array}$$

....

$$\begin{array}{c} a_0a_0a_0a_0a_0\beta\beta\beta\beta|\,|\,a_0 \\ q_3 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} a_0a_0a_0a_0a_0\,|\beta\beta\beta|\,|\,a_0 \\ \qquad q_3 \end{array}$$

....

$$\begin{array}{c} a_0a_0a_0a_0a_0|\,|\,|\,|\,|\,|\,a_0 \\ \qquad\qquad q_3 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} a_0a_0a_0a_0a_0|\,|\,|\,|\,|\,|\,a_0 \\ \qquad\qquad q_2 \end{array}$$

Shu bilan birinchi ayirish sikli tamom bo‘ladi.

Endi mashina 4 va 2 sonlarini taqqoslashi kerak. Bu sonlarni taqqoslash sikli quyidagi

$$\begin{array}{c} a_0\,|\,|\,\alpha\alpha\beta\beta a_0 \\ \qquad\qquad q_4 \end{array}$$

konfiguratsiyaga va ayirish sikli

$$\begin{array}{c} a_0\,|\,|\,|\,|\,a_0 \\ q_1 \end{array}$$

konfiguratsiyaga olib keladi.

Uchinchi taqqoslash sikli 2 va 2 sonlarini

$$\begin{array}{l} a_0\alpha\alpha\beta\beta a_0 \\ q_3 \end{array}$$

konfiguratsiyaga va ayirish sikli

$$a_0 \,|\,|\, a_0$$
$$q_0$$

oxirgi konfiguratsiyaga olib keladi.

Shunday qilib, Tyuring funksional sxemasi 2- jadval ko‘rinishida bo‘ladi.

2- jadval

	a_0	$\mid$	α	β
q_1	a_0O'q_3	α J q_2	α Ch q_1	β Ch q_1
q_2	a_0Ch q_4	β J q_1	α O'q_2	β O'q_2
q_3	a_0J q_0	$\mid$ J q_2	a_0O'q_3	$\mid$ O'q_3
q_4	a_0J q_0	$\mid$ J q_1	$\mid$ Gh q_4	a_0Ch q_4

5-ilova

XULOSA

1.Tyuring mashinasining tarkibiy qismlari vu uning ishlash prinsipini o’rganildi;
2.Tyuring mashinasining dasturi, uni berilish usullari hamda dastur asosida ishlashini o’rganildi;
3.Tyuring mashinasida algoritmni realizasiya qilishni o’rganildi.

6-ilova

Insert texnikasi bo`yicha mavzuni o`qib chiqing va jadvalni to`ldiring.

№	Asosiy tushunchalar	Belgi
1.	Ommaviy muammo	
2.	Yechish algoritmi.	
3.	Tyuring mashinasi.	
4.	Tashqi alfavit	
5.	Ichki alfavit.	
6.	mashinaning tashqi xotirasi	
7.	Boshlang‘ich axborot	
8.	Mashina dasturi.	
9.	Tyuring funksional sxemasi.	
10.	Evklid algoritmi.	

Insert jadvali qoidasi

√ – avval olgan bilimiga to’g’ri keladi.
+ – yangi ma’lumot
-- – olgan bilimiga qarama-qarshi
? – tushunarsiz (aniqlanishi zarur bo’lgan ma’lumotlar)

Sinov savollari

Muammoli masala va topshiriqlar

1. Quyidagi funksiyalarni hisoblovchi algoritmlarni Tyuring mashinasining dasturlari sifatida ifodalang:
   a) $\varphi(n) = n + 2$; b) $\varphi(n) = n + 4$; d) $\varphi(n) = 0$.
2. Quyidagi funksiyalarni funksiyani hisoblovchi Tyuring mashinasini tuzing:
   a) $\operatorname{sgn} x = \begin{cases} 0, \text{ agar } x = 0 \text{ bo'lsa}, \\ 1, \text{ agar } x \neq 0 \text{ bo'lsa}, \end{cases}$
   b) $\overline{\operatorname{sgn}}\, x = \begin{cases} 1, \text{ agar } x = 0 \text{ bo'lsa}, \\ 0, \text{ agar } x \neq 0 \text{ bo'lsa}, \end{cases}$
3. Ushbu $\varphi(n) = 2n$ funksiyani hisoblovchi Tyuring mashinasini tuzing.
4. Ushbu $f_p(n) = \begin{cases} 1, \text{ agar } n \text{ son } p \text{ songa qoldiqsiz bo'linsa}, \\ 0, \text{ aks holda}, \end{cases}$ funksiyani hisoblovchi Tyuring mashinasining dasturlarini $\{a_0, 1\}$ alfavitda yozing.
5. Funksional sxemalari 1- va 2- jadval jadvallarda berilgan Tyuring mashinasi qanday funksiyalarni hisoblashi mumkinligini aniqlang.

1- jadval

	a_0	$\vert$
q_1	$a_0 \text{O'} q_{p+1}$	$\vert \text{Ch}\, q_2$
q_2	$a_0 \text{O'} q_{p+3}$	$\vert \text{Ch}\, q_3$
...	...	...
q_{p-1}	$a_0 \text{O'} q_{p+3}$	$\vert \text{Ch}\, q_p$
q_p	$a_0 \text{O'} q_{p+1}$	$\vert \text{Ch}\, q_1$
q_{p+1}	$\vert \text{J}\, q_0$	$a_0 \text{J}\, q_{p+2}$
q_{p+2}	$a_0 \text{O'} q_{p+1}$	
q_{p+3}	$a_0 \text{J}\, q_0$	$a_0 \text{J}\, q_{p+4}$
q_{p+4}	$a_0 \text{O'} q_{p+3}$	

2- jadval

	a_0	$\vert$
q_1	$\vert \text{O'} q_4$	$\vert \text{Ch}\, q_2$
q_2	$a_0 \text{O'} q_6$	$\vert \text{Ch}\, q_3$
q_3	$a_0 \text{O'} q_6$	$\vert \text{Ch}\, q_1$
q_4	$\vert \text{J}\, q_0$	$a_0 \text{J}\, q_5$
q_5	$a_0 \text{O'} q_4$	
q_6	$a_0 \text{J}\, q_0$	$\vert \text{J}\, q_7$
q_7	$a_0 \text{O'} q_6$	$a_0 \text{O'} q_6$

6. Dasturi 3- jadvaldagi funksional sxema orqali berilgan Tyuring mashinasi qanday ko'rinishdagi funksiyani hisoblashi mumkinligini aniqlang.

3- jadval

	a_0	$\vert$	α	β
q_1	$a_0 \text{Ch}\, q_2$	$\vert \text{O'} q_1$	$\alpha \text{O'} q_1$	$\beta \text{O'} q_1$
q_2		$\beta \text{Ch}\, q_3$	$\alpha \text{Ch}\, q_2$	$\beta \text{Ch}\, q_2$
q_3	$a_0 \text{O'} q_4$	$\vert \text{J}\, q_1$		
q_4	$a_0 \text{J}\, q_0$		$\vert \text{O'} q_4$	$\vert \text{O'} q_4$

K o ʻ r s a t m a . Misollarni yechishda L.M.Lixtarnikov va T.G.Sukachevalarning (Лихтарников Л.М., Сукачева Т.Г. Математическая логика. Курс лекций. Задачник-практикум и решения. Санкт-Петербург. Лань. 1999.) kitobidan foydalanishni tavsiya etamiz, 248–250- va 275–281- sahifalar.

Mustaqil ishlash uchun savollar

1. Ommaviy muammo deganda nimani tushunasiz?
2. Yechish algoritmi nima?
3. Tyuring mashinsining ta’rifini bilasizmi?
4. Tashqi va ichki alfavitlar bir-biridan nima bilan farq qiladi?
5. Mashinaning tashqi xotirasi deganda nimani tushunasiz?
6. Boshqaruvchi kallak joyida turadimi yo siljiydimi?
7. Boshlangʻich axborot sifatida lentaga beriladigan axborot qanday boʻlishi kerak?
8. Mashina dasturi nimalardan tashkil topgan boʻladi?
9. Tyuring funksionalnal sxemasi deb nimaga aytiladi?
10. Tyuring mashinasida algoritmni realizasiya qilish qanday amalga oshiriladi?
11. Tyuring mashinasida natural sonlarni qoʻshish algoritmini realizasiya etishni bilasizmi?
12. Tyuring mashinasida Evklid algoritmini realizasiya etish qanday bajariladi?

15-MAVZU	**ALGORITMLAR NAZARIYASINING ASOSIY GIPOTEZASI. MARKOVNING NORMAL ALGORITMLARI. MARKOV BO’YICHA HISOBLANUVCHI FUNKSIYALAR.**

Mavzuning texnologik modeli

O`quv soati – 2 soat	*Talabalar soni: 50* ta
O`quv mashg`ulot shakli	Axborotli ma`ruza
Ma`ruza rejasi	1. Algoritmlar nazariyasining asosiy gipotezasi. 2. Markovning normal algoritmlari. 3. Markov bo’yicha hisoblanuvchi funksiyalar.
O`quv mashg`ulotining maqsadi:	Algoritmlar nazariyasining asosiy gipotezasining mohiyati. Markov normal algoritmining amallari va ularni bajarilish jarayoni. Markov bo’yicha hisoblanuvchi funksiyalarga misollar.
Pedagogik vazifalar:	*O`quv faoliyati natijalari:*
1.Algoritmlar nazariyasining asosiy gipotezasi mohiyatini tushuntirish; 2.Markov normal algoritmining amallari va ularni bajarilish jarayonini ko’rsatish; 3.Markov bo’yicha hisoblanuvchi funksiyalarga misollar keltirish va izohlash.	1.Algoritmlar nazariyasining asosiy gipotezasining mohiyatini o’rganish; 2.Markov normal algoritmining amallari va ularni bajarilish jarayonini o’rganish; 3.Markov bo’yicha hisoblanuvchi funksiyalarga misollar keltirish va izohlay bilish.
O`qitish vositalari	*O`UM, ma`ruza matni, kompyuter slaydlari, doska*
O`qitish usullari	*ma`ruza, Pinbord, aqliy hujum*
O`qitish shakllari	*Frontal, jamoaviy ish*
O`qitish sharoiti	*Texnik vositalar bilan ta`minlangan, guruhlarda ishlash usulini*

	qo`llash mumkin bo`lgan auditoriya va jihozlari.
Monitoring va baholash	*og`zaki savollar, blis-so`rov*

Mavzuning texnologik xaritasi

Ish bosqich-lari	O`qituvchi faoliyatining mazmuni	Tinglovchi faoliyatining mazmuni
1-bosqich. Mavzuga kirish (20 min)	1.43. O`quv mashg`uloti mavzusi, savollarni va o`quv faoliyati natijalarini, mustaqil ishlash uchun adabiyotlarni aytadi. 1.44. Baholash mezonlari (2- ilovada). 1.45. Pindbord usulida mavzu bo`yicha ma`lum bo`lgan tushunchalarni faollashtiradi. Pindbord usulida natijasiga ko`ra tinglovchilarning nimalarda adashishlari, xato qilishlari mumkinligining tashxizini amalga oshiradi (1-ilova). 1.3. Mavzuni jonlashtirish uchun savollar beradi (3-ilova).	Tinglaydilar. Tinglaydilar. Muhim tushunchalar daftarda qayd etiladi. Savollar beradilar. Tushunchalarni aytadilar
2 -bosqich. Asosiy qism (50 min)	2.1. Ma`ruza matnini tarqatadi, Reja va asosiy tushunchalar bilan tanishtiradi. 2.2.Ma`ruza rejasining hamma savollar bo`yicha tushuncha beradi. (4 - ilova). Ma`ruzada berilgan savollar yuzasidan umumlashtiruvchi xulosa beradi. (5 - ilova). 2.4. Tayanch iboralarga qaytiladi (Insert usuli) – 6-ilova. 2.5. Talabalar ishtirokida ular yana bir bor takrorlanadi, asosiy tushunchalarga kelinadi.	Tinglaydilar. UMKga qaraydilar Muhim tushunchalar daftarda qayd etiladi. Har bir tayanch tushuncha va iboralarni muhokama qiladilar.

3-bosqich. Yakunlovchi (10 min)	3.15. Mashg`ulot bo`yicha yakunlovchi xulosalar qiladi, olingan bilimlarning qayerda ishlatish mumkinligini ma`lum qiladi. 3.2. Darsda olingan bilimlar baholanadi 3.3. Mavzu bo`yicha bilimlarni chuqurlashtirish uchun adabiyotlar ro`yxatini beradi. 3.4. Mustaqil ish topshiriqlarini va uning baholash mezonini beradi. Keyingi mazvuga tayyorlanib kelish uchun savollar beradi.	Savollar beradilar. O`UMga qaraydilar. Vazifalarni yozib oladilar.

REJA - TOPSHIRIQ

Reja:	1. Algoritmlar nazariyasining asosiy gipotezasi. 2. Markovning normal algoritmlari. 3. Markov bo'yicha hisoblanuvchi funksiyalar.

Mashg`ulotning maqsadi: Algoritmlar nazariyasining asosiy gipotezasining mohiyati. Markov normal algoritmining amallari va ularni bajarilish jarayoni. Markov bo'yicha hisoblanuvchi funksiyalarga misollar.

Talabalarning o`quv faoliyati natijalari:

1.Algoritmlar nazariyasining asosiy gipotezasining mohiyatini o'rganadilar;
2.Markov normal algoritmining amallari va ularni bajarilish jarayonini o'rganadilar;
3.Markov bo'yicha hisoblanuvchi funksiyalarga misollar keltirib izohlab beradilar.

Mustaqil tayyorgarlik uchun topshiriq:
1. Topshiriq (1-ilova). Mashqlar
2. Topshiriq (2-ilova). Sinov savollari

Nazorat shakli: • kuzatuv; • o`quv topshiriqlarini bajarish; • savollarga javob berish.	*Eng yuqori ball:* ______ (tezkor – so`rovga to`g`ri javob) *Haqiqiy ball:* ______	*O`qituvchi imzosi:*

15-MAVZU	**ALGORITMLAR NAZARIYASINING ASOSIY GIPOTEZASI. MARKOVNING NORMAL ALGORITMLARI. MARKOV BO'YICHA HISOBLANUVCHI FUNKSIYALAR.**

Reja:

1. Algoritmlar nazariyasining asosiy gipotezasi.
2. Markovning normal algoritmlari.
3. Markov bo'yicha hisoblanuvchi funksiyalar

Tayanch iboralar: Universal usul. Tyuring tezisi. Alfavit. Simvollar. Harflar. So‘z. Bo‘sh so‘z. Tatbiq etiladigan, tatbiq etilmaydigan algoritmlar. O‘rniga qo‘yish usuli. Algoritm sxemasi. Normal algoritm (Markov algoritmi). Ekvivalent algoritmlar. Qismiy rekursiv funksiya. Umumrekursiv funksiya. Yechilish algoritmi. Rekursiv muammolar. Yechilmovchi muammolar. Chyorch teoremasi.

Foydalanilgan adabiyotlar:

1.Тўраев Ҳ.Т., Математик мантиқ ва дискрет математика, Тошкент: Ўқитувчи нашриёти, 2003, 378 б.

2.Лихтарников Л.М., Сукачева Т.Г., Математическая логика. Курс лекций. Задачник-практикум и решения, Санк-Петербург: ЛАНЬ, 1999, 286 с.

3. Гаврилов Г.П., Сапоженко А.А. Сборник задач по дискретной математике. Учебное пособие. Москва: Наука.

4. Искандаров Р.И., Математик логика элементлари, Самарқанд: СамДУ, 1970, 324 б.

1-ilova

Baholash mezoni:

- Har bir savol javobiga - 2 ball;
- Har bir qo`shimcha mustaqil fikrga - 2 ball;
- Har bir javobni to`ldirishga - 1 ball.

2-ilova

Pinbord

Pinbord (inglizchadan: *pin*- mahkamlash, *board* – yozuv taxtasi) munozara usullari yoki o’quv suhbatini amaliy usul bilan moslashdan iborat.

Ta`lim beruvchi:

→ Taklif etilgan muammoni yechishga o`z nuqtai nazarini bayon qiladi.

→ Ommaviy to`g`ri aqliy hujumni tashkillashtiradi.

Ta`lim oluvchilar quyidagi g`oyalarni:

→ Taklif etadilar, muhokama qiladilar, baholaydilar eng ko`p maqbul (samarali va boshqa g`oyalarni tanlaydilar va ularni qog`oz varag`iga asosiy so`zlar ko`rinishida (2 so`zdan ko`p bo`lmagan) yozadilar va yozuv taxtasiga biriktiradilar (o`rgatuvchi tizimlar, oddiy va murakkab tizimlar, bir pog`onali va ko`p pog`onali tizimlar, hal kiiluvchi qoida).

→ Guruh a`zolari (ta`lim beruvchi tomonidan belgilangan 2-3 talaba yozuv taxtasiga chiqadilar va boshqalar bilan maslahatlashib:

– aniq xato yoki qaytariluvchi g`oyalarni saralaydilar (ATTlar, soha, tashqi faktor, axborot - tanuvchi avtomatik hisoblash qurilmasi, murakkab ATT, murakkab dinamik tizimlar)

– tortishuvlarni aniqlaydilar (aprior alfaviti, sinflashtirish, bir pog`anali, ko`p pog`onali tizimlar va farqlari);

– g`oyalarni tizimlashtirish mumkin bo`lgan belgilar bo`yicha aniqlaydilar;

– shu belgilar bo`yicha hamma g`oyalarni yozuv taxtasida guruhlaydilar (kartochka/ varaqlar).

Ta`lim beruvchi:

→Umumlashtiradi va ish natijalarini baholaydi.

3-ilova

Mavzuni jonlashtirish uchun savollar:

1. Markovning normal algoritmlari.
2. Alfavit, simvollar, harflar, so‘z, bo‘sh so‘z tushunchalari.
3. Algoritm ta’rifi qanday berilgan?
4. Alfavit ustidagi algoritm deb nimaga aytiladi?
5. Alfavitdagi algoritm bilan alfavit ustidagi algoritm bir-biridan qanday farqlanadi?
6. Tatbiq etiladigan va etilmaydigan algoritmlar.
7. O‘rniga qo‘yish usuli deganda nimani tushunasiz?
8. Algoritm sxemasi nima?
9. Normal algoritm va Markov algoritmi bir-biridan farqlanadimi?
10. Qanday algoritmlar ekvivalent algoritmlar deb ataladi?
11. Markov bo‘yicha qismiy hisoblanuvchi va hisoblanuvchi funksiyalar.

4-ilova

Algoritmlar nazariyasining asosiy gipotezasi

Tyuring tezisi. Tyuring mashinasi algoritm tushunchasini aniqlashning bitta yo‘lini ko‘rsatadi. Shu tufayli bir necha savollar paydo bo‘ladi:

– Tyuring mashinasi tushunchasi qancha umumiylik xususiyatiga ega?

– algoritmlarni Tyuring mashinasi vositasi bilan berish usulini universal usul deb bo‘ladimi?

– hamma algoritmlarni shu usul bilan berish mumkinmi?

Bu savollarga hozirgi vaqtda mavjud bo‘lgan algoritmlar nazariyasi quyidagi gipoteza bilan javob beradi: *har qanday algoritmni Tyuring funksional sxemasi orqali berish va mos Tyuring mashinasida realizasiya etish (amalga oshirish) mumkin.*

Bu gipoteza **Tyuring tezisi** deb ataladi. Uni isbotlash mumkin emas, chunki bu tezis qat’iy ta’riflanmagan algoritm tushunchasini qat’iy aniqlangan Tyuring mashinasi tushunchasi bilan bog‘laydi.

Bu tezisni rad etish uchun Tyuring mashinasida realizasiyalanmaydigan (amalga oshirilmaydigan) algoritm mavjudligini ko‘rsatish kerak. Ammo hozirgacha aniqlangan hamma algoritmlarni Tyuring funksional sxemasi orqali
realizasiya etish mumkin.

Ekvivalent tushunchalar. Shuni ham ta’kidlab o‘tamizki, Markovning normal algoritm tushunchasi hamda Chyorch, Gyodel va Klini tomonidan kiritilgan rekursiv algoritm va rekursiv funksiya tushunchalari, mos ravishdam, Tyuring tomonidan kiritilgan algoritm tushunchasi va Tyuring funksional sxemasi bilan ekvivalentligi isbotlangan.

Bu dalil o‘z navbatida Tyuring gipotezasining to‘g‘riligini yana bir marta tasdiqlaydi.

Markovning normal algoritmlari

Markovning normal algoritmi tushunchasi.

1- ta'rif. *Bo'sh bo'lmagan chekli simvollar to'plami* ***alfavit,*** *alfavitdagi simvollar esa* ***harflar*** *deb ataladi.*

2- ta'rif. *A alfavitdagi harflarning har qanday chekli ketma-ketligi shu to'plamdagi* ***so'z*** *deb ataladi. Harflarning bo'sh ketma-ketligi* ***bo'sh so'z*** *deb ataladi va u $\wedge$ simvoli bilan belgilanadi.*

Agar $S_{j_1}\, S_{j_2} \dots S_{j_k}$ so'zni P bilan va $S_{r_1}\, S_{r_2} \dots S_{r_m}$ so'zni Q bilan belgilasak, u holda $S_{j_1}\, S_{j_2} \dots S_{j_k} S_{r_1}\, S_{r_2} \dots S_{r_k}$ so'z P va Q so'zlarning birlashmasi PQ ni bildiradi. Xususiy holda, $P\wedge = \wedge P = P$ va $(P_1P_2)P_3 = P_1(P_2P_3)$.

Agar $B \subset A$ bo'lsa, u holda A alfavit B alfavitning **kengayishi** (**kengaytirilgani**) deb ataladi. Ravshanki, bu holda B alfavitdagi har bir so'z o'z navbatida A alfavitining ham so'zi bo'ladi.

A alfavitdagi hamma so'zlar to'plamini D bilan belgilaymiz. D to'plamning biror qism to'plami C bo'lsin, ya'ni $C \subset D$.

3- ta'rif. *Aniqlanish sohasi C va qiymatlar sohasi D bo'lgan effektiv hisoblanuvchi funksiya A alfavitdagi* ***algoritm*** **(*algorifm*)** *deb ataladi.*

4- ta'rif. Agar A *alfavitdagi biror P so'z U algoritmning aniqlanish sohasiga tegishli bo'lsa, u holda U algoritm P* ***so'zga tatbiq etiladigan algoritm*** *deb ataladi.*

5- ta'rif. *Agar $A \subset B$ bo'lsa, u holda B alfavitdagi har bir algoritm A* ***alfavit ustidagi algoritm*** *deb ataladi.*

A alfavitdagi normal algoritm tushunchasi bilan A alfavit ustidagi normal algoritm tushunchasi o'rtasidagi farq juda ham muhimdir. A alfavitdagi har qanday normal algoritm faqat A alfavitning harflaridan foydalanadi. A alfavit ustidagi normal algoritm esa A alfavitga kirmagan boshqa qo'shimcha harflardan ham foydalanishi mumkin. Shunday qilib, A alfavitdagi har qanday normal algoritm A ustidagi normal algoritm ham bo'ladi. Ammo, A alfavitda shunday algoritmlar mavjudki, ular A ustida normal algoritm bo'lishiga qaramasdan, A alfavitda normal algoritm bo'la olmaydi.

Ko'pchilik aniqlangan algoritmlarni birmuncha oddiyroq qadamlarga bo'lish mumkin. Shu maqsadda A.A.Markov XX asrning 50- yillarida algoritm tuzishning asosi (negizi) qilib, elementar operasiya sifatida **bir so'zni ikkinchi so'z o'rniga qo'yishni** olgan.

Agar P va Qlar A alfavitdagi so'zlar bo'lsa, u holda $P \to Q$ va $P \to \cdot\, Q$ larni A **alfavitdagi o'rniga qo'yish formulalari** deb ataymiz. Bu yerda "$\to$" va "$\cdot$" simvollari A alfavitning harflari emas hamda P va Q larning har biri so'z bo'lishi mumkin. $P \to Q$ o'rniga qo'yish formulasi **oddiy formula,** $P \to \cdot\, Q$ o'rniga qo'yish formulasi esa **natijaviy (xulosaviy) formula** deb ataladi.

Berilgan $P \to Q$ va $P \to \cdot\, Q$ o'rniga qo'yish formulalarining istalgan birini ifodalash uchun $P \to (\cdot)\, Q$ umumiy ko'rinishdagi yozuvni ishlatamiz.

Alfavitning quyidagi o'rniga qo'yish formulalarining chekli ro'yxati

$$P_1 \to (\cdot)\, Q_1$$
$$P_2 \to (\cdot)\, Q_2$$
$$\dots\dots\dots\dots$$

$$P_r \to (\cdot)\, Q_r$$

algoritm sxemasi deb ataladi va u A alfavitda quyidagi algoritmni yuzaga keltiradi.

Agar shunday W, V so‘zlar (ular bo‘sh so‘z bo‘lishlari ham mumkin) topilib, $Q = WTV$ bo‘lsa, u holda T so‘z Q so‘zning tarkibiga kiradi deb kelishib olamiz.

Endi A alfavitda P so‘z berilgan bo‘lsin. Bu yerda ikki hol bo‘lishi mumkin.

1. $P_1, P_2, ..., P_r$ so‘zlarning birortasi ham P so‘zning tarkibiga kirmaydi. Bu tasdiqni qisqa ravishda $U : P \supset$ shaklida yozamiz.

2. $P_1, P_2, ..., P_r$ so‘zlarning orasida P so‘zning tarkibiga kiradiganlari topiladi. Endi $1 \le m \le r$ munosabatni qanoatlantiruvchi eng kichik butun son m va P_m so‘z P so‘zning tarkibiga kiruvchi so‘z bo‘lsin.

P so‘zning tarkibiga eng chapdan kirgan P_m so‘zni Q_m bilan almashtirishdan hosil bo‘ladigan so‘zni R deylik. P va R orasidagi aytilgan munosabatni:

a) $P \to (\cdot)\, Q_m$ o‘rniga qo‘yish formulasi oddiy formula bo‘lganda

$$U : P \mid\!- R \tag{1}$$

shakldа va;

b) $P \to (\cdot)\, Q_m$ o‘rniga qo‘yish formulasi natijaviy formula bo‘lganda esa

$$U : P \mid\!- \cdot R \tag{2}$$

shaklda yozamiz.

(1) holda U algoritm P so‘zini R so‘zga **oddiy o‘tkazadi**, (2) holda esa U algoritm P so‘zini R so‘zga **natijaviy o‘tkazadi** deb ataladi.

$U : P \mid\!- R$ yozuv A alfavitda shunday $R_0, R_1, ..., R_k$ so‘zlar ketma-ketligi mavjudki, $P = R_0$, $R = R_k$, $j = 0,1,...,k-2$ lar uchun $U : R_j \mid\!- R_{j+1}$ va yoki $U : R_{k-1} \mid\!- R_k$, yoki $U : R_{k-1} \mid\!- \cdot R_k$ (oxirgi holda $U : P \mid\!- R$ o‘rniga $U : P \mid\!- \cdot R$ yoziladi) ekanligini bildiradi.

Yo $U : P \mid\!- \cdot R$, yoki $U : P \mid\!- R$ va $U : R \supset$ bo‘lganda, shunda va faqat shundagina $U(P) = R$ deb qabul qilamiz.

Yuqoridagi kabi aniqlangan algoritm **normal algoritm** yoki **Markov algoritmi** deb ataladi.

U algoritmning amal qilishini quyidagicha ifodalash mumkin. A alfavitda P so‘z berilgan bo‘lsin. U algoritm sxemasida P_m so‘z P so‘zning tarkibiga kiruvchi birinchi $P_m \to (\cdot)\, Q_m$ o‘rniga qo‘yish formulasini topamiz. P so‘zning tarkibiga eng chapdan kirgan P_m so‘z o‘rniga Q_m formulani qo‘yamiz. R_1 shunday o‘rniga qo‘yishning natijasi bo‘lsin. Agar $P_m \to (\cdot)\, Q_m$ o‘rniga qo‘yish formulasi natijaviy bo‘lsa, u holda algoritmning ishi tugaydi va uning qiymati R_1 bo‘ladi. Agar $P_m \to (\cdot)\, Q_m$ o‘rniga qo‘yish formulasi oddiy bo‘lsa, u holda R_1 ga P ga nisbatan ishlatilgan prosedurani bajaramiz va hokazo. Agar oxirgi bosqichda $U : R_i \supset$ munosabatni qanoatlantiruvchi (ya’ni $P_1, P_2, ..., P_r$ so‘zlarning birortasi R_i tarkibiga kirmaydi) R_i so‘z hosil bo‘lsa, u holda algoritmning ishi tugaydi va R_i uning qiymati bo‘ladi.

Agar ifodalangan jarayon oxirgi bosqichda tamom bo‘lmasa, u holda U algoritm P so‘zga **tatbiq etilmaydi** deb ataladi.

Misollar.

1-misol. A alfavit $\{b,c\}$ ko‘rinishda berilgan bo‘lsin. Quyidagi algoritm sxemasini ko‘ramiz:
$$\left.\begin{array}{l} b \to \cdot \wedge \\ c \to c \end{array}\right\}.$$

Bu sxema bilan berilgan U normal algoritm A alfavitdagi tarkibiga kamida bitta b harfi kirgan har qanday P so‘zni shunday o‘zgartiradiki, bu so‘z P so‘zdan uning tarkibiga eng chapdan kirgan b so‘zni o‘chirish natijasida hosil bo‘ladi.

Haqiqatan ham, P so‘z tarkibiga eng chapdan kirgan b so‘zdan chaproqda turgan har qanday c harfni $c \to c$ oddiy o‘rniga qo‘yish formulasi yana c harfiga o‘tkazadi va eng chapdagi b harfini $b \to \cdot \wedge$ natijaviy o‘rniga qo‘yish formulasi $\wedge$ natijaviy bo‘sh so‘zga o‘zgartiradi. Masalan, agar $P = ccbbc$ bo‘lsa, u holda $P \to \cdot Q$ bo‘ladi, bu yerda $Q = ccbc$. U algoritm bo‘sh so‘zni o‘z-o‘ziga o‘zgartiradi.

U algoritmi b harfi kirmagan bo‘sh bo‘lmagan so‘zlarga tatbiq etilmaydi. Haqiqatan ham, agar P so‘z faqat c harflardan iborat bo‘lsa, u holda $c \to c$ oddiy o‘rniga qo‘yish formulasi uni yana o‘ziga aylantiradi. U holda hamma vaqt $P \to P$ bo‘ladi va biz natijaviy o‘rniga qo‘yish formulasiga kela olmaymiz, ya’ni jarayon cheksiz davom etadi. ■

2-misol. A alfavit $\{a_0, a_1, ..., a_n\}$ ko‘rinishda berilgan bo‘lsin. Quyidagi sxemani ko‘ramiz
$$\left\{\begin{array}{l} a_0 \to \wedge \\ a_1 \to \wedge \\ \quad ... \\ a_n \to \wedge \end{array}\right.$$

Bu sxemani $\forall i\,(a_i \to \wedge)$ $(a_i \in A)$ ko‘rinishida ham yozish mumkin. Bu sxema A alfavitdagi har qanday so‘zni bo‘sh so‘zga o‘zgartiradigan U normal algoritmdir.

Masalan, $U: a_1a_2a_1a_3a_0 \vdash a_1a_2a_1a_3 \vdash a_2a_1a_3 \vdash a_2a_3 \vdash \wedge$ va oxiri $U: \wedge \supset$. Demak, $U(a_1a_2a_1a_3a_0) = \wedge$. ■

3-misol. A alfavit S_1 harfdan iborat bo‘lsin. Bu harfni 1 bilan belgilaymiz. Har qanday n natural son uchun induksiya metodi bo‘yicha $\bar{0} = 1$ va $\overline{n+1} = \bar{n}1$ larni aniqlaymiz. Shunday qilib, $\bar{1} = 11$, $\bar{2} = 111$ va hokazo. $\bar{n}$ so‘zlar raqamlar deb aytiladi.

Ushbu
$$\{\wedge \to \cdot 1$$
sxema orqali berilgan U normal algoritmni aniqlaymiz. A alfavitidagi har qanday P so‘z uchun $U(P) = 1P$ ga ega bo‘lamiz. Xususiy holda, har qanday n natural son uchun $U(\bar{n}) = \overline{n+1}$. Har qanday P so‘z $\wedge$ bo‘sh so‘zning kirishidan boshlanishini (chunki $P = \wedge P$) eslasak, keltirilgan algoritmning to‘g‘riligiga ishonamiz. ■

Markov bo‘yicha qismiy hisoblanuvchi va hisoblanuvchi funksiyalar

Markov bo‘yicha qismiy hisoblanuvchi va hisoblanuvchi funksiya tushunchalari. U va K algoritmlar, P esa so‘z bo‘lsin. Agar U va K algoritmlarning ikkalasi ham P so‘zga tatbiq etilmaydigan yoki ikkalasi ham unga tatbiq etiladigan va keyingi holda $U(P)=K(P)$ bo‘lsa, bu holatni $U(P)\simeq K(P)$ ko‘rinishda ifodalaymiz.

Umuman, agar C va D biror ifodalar bo‘lsa, u holda $C\simeq D$ munosabat quyidagini bildiradi: yo ikkala ifoda ham aniqlanmagan, yoki ikkalasi ham aniqlangan va ular bir xil obyektni belgilaydi.

1- t a ’ r i f . *Agar A alfavitdagi istalgan P so‘z uchun $U(P)\simeq K(P)$ bo‘lsa, u holda U va K algoritmlar A ga nisbatan A alfavit ustida batamom (tamomila) ekvivalent deb ataladi.*

Agar P berilgan A alfavitdagi so‘z bo‘lganida har doim $U(P)\simeq K(P)$ hamda hech bo‘lmaganda $U(P)$ yoki $K(P)$ so‘zlarning birortasi aniqlangan va yana A ning so‘zi bo‘lsa, U va K algoritmlar A alfavitga nisbatan ekvivalent deb ataladi.

M ushbu $\{1,*\}$ alfavit, ω hamma natural sonlar to‘plami, φ esa n argumentli qismiy effektiv hisoblanuvchi arifmetik funksiya, ya’ni ω^n to‘plamning ayrim qism to‘plamini ω ga akslantiruvchi funksiya bo‘lsin.

B_φ orqali hech bo‘lmaganda bir tomoni aniqlangan holda har doim $B_\varphi(\overline{(k_1,k_2,...,k_n)})=\overline{\varphi(k_1,k_2,...,k_n)}$ tenglikni o‘rinli qiladigan M dagi algoritmni belgilaymiz. Bu algoritm $\overline{(k_1,k_2,...,k_n)}$ so‘zdan farq qiluvchi boshqa so‘zlarga tatbiq etilmaydi deb faraz qilamiz.

2- t a ’ r i f . *Agar M ustida M ga nisbatan B_φ ga batamom ekvivalent bo‘lgan normal algoritm mavjud bo‘lsa, u holda φ Markov bo‘yicha qismiy hisoblanuvchi funksiya deb ataladi.*

3- t a ’ r i f . *Agar φ funksiya har qanday n natural son uchun (hamma joyda) aniqlangan va Markov bo‘yicha qismiy hisoblanuvchi funksiya bo‘lsa, u holda u Markov bo‘yicha hisoblanuvchi funksiya deb ataladi.*

Markov bo‘yicha qismiy hisoblanuvchi funksiya tushunchasi bilan qismiy rekursiv funksiya tushunchasi hamda Markov bo‘yicha hisoblanuvchi funksiya tushunchasi bilan umumrekursiv funksiya tushunchalari ekvivalentdir.

Yuqoridagi tasdiqni tasdiqlovchi quyidagi teoremani isbotsiz keltiramiz.

1- t o r e m a . *Har qanday qismiy rekursiv funksiya Markov bo‘yicha qismiy hisoblanuvchi funksiya bo‘ladi va har qanday umumrekursiv funksiya Markov bo‘yicha hisoblanuvchi funksiyadir.*

Quyidagi teoremalarni ham isbotsiz keltiramiz.

2- t o r e m a . *Agar A alfavit ustidagi U algoritm bo‘yicha, ψ_U funksiya qismiy rekursiv (rekursiv) bo‘lsa, u holda A alfavit ustida A ga nisbatan U algoritmga batamom ekvivalent bo‘lgan normal algoritm mavjuddir.*

3- t o r e m a . *Agar U algoritm A alfavit ustidagi normal algoritm bo‘lsa, u holda ψ_U qismiy rekursiv funksiya bo‘ladi; agar, bundan tashqari, U algoritm A alfavitdagi har qanday so‘zga tatbiq etiladigan bo‘lsa, u holda ψ_U umumrekursiv funksiya bo‘ladi.*

N a t i j a . *Agar berilgan φ qismiy funksiya Markov bo‘yicha qismiy hisoblanuvchi funksiya bo‘lsa, u qismiy rekursiv funksiya ham bo‘ladi va agar φ Markov bo‘yicha hisoblanuvchi funksiya bo‘lsa, u holda φ umumrekursiv funksiya hamdir.*

Teoremalar va natijaning isbotini o‘rganishni o‘quvchiga topshiriq sifatida havola qilamiz[44].

---

[44] Мендельсон Э. Введение в математическую логику. М.: Наука. 1976.

Normallashtirish (normalizasiya) prinsipi. Yuqorida keltirilgan 1- teorema va natija Markov bo‘yicha qismiy hisoblanuvchi funksiya tushunchasi bilan qismiy rekursiv funksiya (xuddi shunday Markov bo‘yicha hisoblash bilan rekursivlik) tushunchasining ekvivalentligini ko‘rsatadi.

O‘z navbatida Chyorch tezisi bo‘yicha hisoblanuvchanlik tushunchasi bilan rekursivlik tushunchasi (qismiy effektiv hisoblanuvchanlik tushunchasi qismiy rekursivlik tushunchasiga) ekvivalentdir. A.A.Markov algoritmlar atamasida normallashtirish (normalizasiya) prinsipini yaratdi: *A alfavitdagi har qanday algoritm Aga nisbatan A ustidagi biror normal algoritmga batamom ekvivalentdir.*

Chyorch tezisi yordamida normallashtirish prinsipining ekvivalentligi aniqlandi. Haqiqatan ham, Chyorch tezisi to‘g‘ri va A alfavitda U algoritm berilgan bo‘lsin. Unga mos keladigan ψ_U funksiya qisman effektiv hisoblanuvchi bo‘ladi. U holda, Chyorch tezisiga asosan, ψ_U qismiy rekursiv funksiyadir. Demak, 2- teoremaga ko‘ra, U algoritm A ustidagi biror normal algoritmga Aga nisbatan batamom ekvivalentdir. Shunday qilib, agar Chyorch tezisi to‘g‘ri bo‘lsa, u holda Markovning normallashtirish prinsipi ham to‘g‘ridir.

Endi normallashtirish prinsipi to‘g‘ri va φ ixtiyoriy qisman effektiv hisoblanuvchi funksiya, B_φ esa φ funksiyaga mos keluvchi M dagi algoritm bo‘lsin. Normallashtirish prinsipiga asosan B_φ algoritm M ustidagi biror normal algoritmga M ga nisbatan batamom ekvivalentdir. Demak, φ funksiya Markov bo‘yicha qisman hisoblanuvchi funksiyadir. U holda olingan natijaga ko‘ra φ qisman rekursiv (rekursiv) funksiya bo‘ladi. Shunday qilib, Markovning normallashtirish prinsipidan Chyorch tezisini keltirib chiqardik.

Ma’lumki, algoritm va effektiv hisoblanuvchi funksiya tushunchalari intuitiv tushunchalar bo‘lganligi uchun biz Markovning normallashtirish prinsipi va Chyorch tezisining to‘g‘riligini isbot qila olmaymiz.

Shuni ham ta’kidlash kerakki, Chyorchning λ-hisoblanuvchanlik nazariyasi va Postning normal sistemalar nazariyasidan kelib chiqadigan tushunchalar ham qisman rekursiv funksiya yoki normal algoritm tushunchalariga ekvivalent bo‘ladi.

5-ilova

XULOSA

1.Algoritmlar nazariyasining asosiy gipotezasining mohiyatini o’rganildi;

2.Markov normal algoritmining amallari va ularni bajarilish jarayonini o’rganildi;

3.Markov bo’yicha hisoblanuvchi funksiyalarga misollar keltirib izohlab berildi.

6-ilova

Insert texnikasi bo`yicha mavzuni o`qib chiqing va jadvalni to`ldiring.

№	Asosiy tushunchalar	Belgi
1.	Universal usul.	
2.	Tyuring tezisi.	
3.	Alfavit. Simvollar.	
4.	Harflar.	
5.	Bo‘sh so‘z.	
6.	Algoritm sxemasi.	
7.	Ekvivalent algoritmlar.	

Insert jadvali qoidasi

√ – avval olgan bilimiga to’g’ri keladi.
\+ – yangi ma’lumot
-- – olgan bilimiga qarama-qarshi
? – tushunarsiz (aniqlanishi zarur bo’lgan ma’lumotlar)

Sinov savollari

1. A alfavit va bu alfavitda ixtiyoriy Q so‘z berilgan bo‘lsin. Quyidagi sxemalar orqali berilgan normal algoritmlarning ishini ifodalang:
   a) $\{\wedge \to \cdot Q$;

   b) $B = A \bigcup \{\alpha\}$ alfavitidagi sxema, bu yerda $\alpha \notin A$: $\begin{cases} a\xi \to \xi\alpha \quad (\xi \in A), \\ \alpha \to \cdot Q, \\ \wedge \to \alpha; \end{cases}$

   d) $\begin{cases} \xi \to \wedge \quad (\xi \in A), \\ \wedge \to \cdot Q; \end{cases}$

   e) $B = A \bigcup \{1\}$ alfavitdagi sxema:
   $\{\xi \to 1 \ (\xi \in A - \{1\}) \ \{\xi \to 1.$
2. f funksiyasi qisman rekursiv funksiya bo‘lmasligini isbot qiling:
   a) $f(x, y) = \begin{cases} 1, \text{ agar } \varphi_x(y) \text{ aniqlangan bo'lsa}, \\ 0, \text{ aks holda}; \end{cases}$

   b) $f(x) = \begin{cases} 1, \text{ agar } \varphi_x(x) \text{ aniqlangan bo'lsa}, \\ 0, \text{ aks holda}; \end{cases}$

   d) $f(x, y) = \begin{cases} \varphi_x(y), \text{ agar } \varphi_x(y) \text{ aniqlangan bo'lsa}, \\ 0, \text{ aks holda}; \end{cases}$

   e) $f(x, y, z) = \begin{cases} 1, \text{ agar } \varphi_x(y) = z \text{ bo'lsa}, \\ 0, \text{ aks holda}; \end{cases}$

   f) $f(x, y, z) = \begin{cases} 1, \text{ agar shunday } y \text{ mavjud bo'lsaki}, \\ \qquad \varphi_x(y) = z \text{ bo'lsa}, \\ 0, \text{ aks holda}. \end{cases}$
3. f funksiya qisman rekursiv funksiya bo‘lish yoki bo‘lmasligini aniqlang:

a) $f(x)=\begin{cases}1, \text{ agar } \varphi_x(x)=1 \text{ bo'lsa},\\ 0, \text{ aks holda;}\end{cases}$

b) $f(x)=\begin{cases}\text{aniqlanmagan, agar } \varphi_x(x) \text{ aniqlangan bo'lsa},\\ 0, \text{ aks holda;}\end{cases}$

d) $f(x)=\begin{cases}1, \text{ agar } 1\ \varphi_x \text{ funksiya qiymatlar}\\ \quad \text{to'plamining elementi bo'lsa},\\ 0, \text{ aks holda;}\end{cases}$

e) $f(x)=\begin{cases}1, \text{ agar } \varphi_x(y) \text{ primitiv rekursiv funksiya bo'lsa},\\ 0, \text{ aks holda;}\end{cases}$

f) $f(x)=\begin{cases}1, \text{ agar } \pi \text{ sonning o'nlik sanoq sistemasidagi}\\ \quad \text{yoyilmasida cheksiz ko'p nollar bo'lsa},\\ 0, \text{ aks holda.}\end{cases}$

4. Markov bo‘yicha qismiy hisoblanuvchi funksiya tushunchasi bilan qismiy rekursiv funksiya tushunchasi hamda Markov bo‘yicha hisoblanuvchi funksiya tushunchasi bilan umumrekursiv funksiya tushunchalari ekvivalentligini o‘rganing.

   K o ‘ r s a t m a . E. Mendelsonning (Мендельсон Э. Введение в математическую логику. М.: Наука. 1976.) kitobidagi 242-244 va 246-249 sahifalarga murojaat qiling.

Mustaqil ishlash uchun savollar

1. Markovning normal algoritmlari deganda nimani tushunasiz?
2. Alfavit, simvollar, harflar, so‘z, bo‘sh so‘z tushunchalarini bilasizmi?
3. Algoritm ta’rifi qanday berilgan?
4. Alfavit ustidagi algoritm deb nimaga aytiladi?
5. Alfavitdagi algoritm bilan alfavit ustidagi algoritm bir-biridan qanday farqlanadi?
6. Tatbiq etiladigan va etilmaydigan algoritmlar tushunchalarini bilasizmi?
7. O‘rniga qo‘yish usuli deganda nimani tushunasiz?
8. Algoritm sxemasi nima?
9. Normal algoritm va Markov algoritmi bir-biridan farqlanadimi?
10. Batamom ekvivalent algoritmlar deganda nimani tushunasiz?
11. Qanday algoritmlar ekvivalent algoritmlar deb ataladi?
12. Markov bo‘yicha qismiy hisoblanuvchi va hisoblanuvchi funksiyalar deganda nimani tushunasiz?
13. Qismiy rekursiv funksiya bilan Markov bo‘yiicha qismiy hisoblanuvchi funksiya orasida qanday munosabat bor?
14. Umumrekursiv funksiya bilan Markov bo‘yicha hisoblanuvchi funksiya orasidagi munosabatni bilasizmi?