

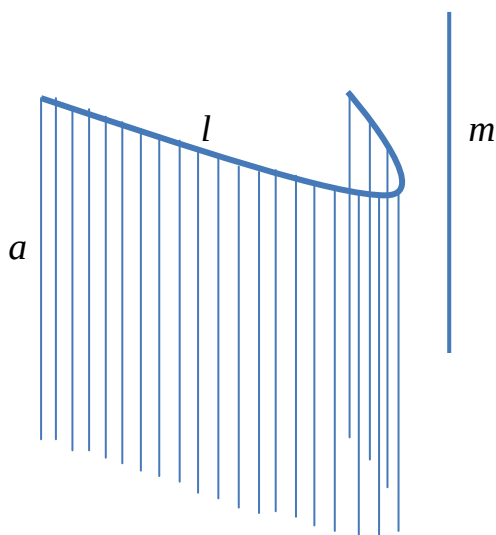
12-BOB

AYLANISH JISMLARI VA ULARNING SIRTLARI

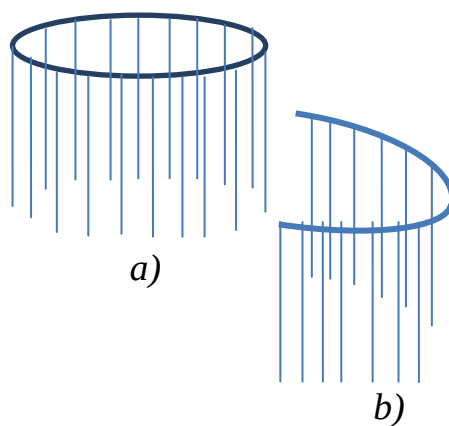
1-§. Silindrik sirt. Aylanma silindrik sirt va uning tekisliklar bilan kesimlari. Silindrning sirti

Bizga l chiziq va m to'g'ri chiziq berilgan bo'lsin.

1-ta'rif. Berilgan m to'g'ri chiziqqa parallel va l chiziqni kesib o'tuvchi a to'g'ri chiziqning harakati natijasida hosil bo'lgan sirt **silindrik sirt** deyiladi (12.1-rasm).



12.1-rasm



12.2-rasm

Bunda m to'g'ri chiziq — silindrik sirtning *yasovchisi*, l chiziq esa uning *yo'naltiruvchisi* deyiladi.

Yo'naltiruvchiga bog'liq ravishda silindrik sirtlar: a) elliptik, b) parabolik tipda bo'lishi mumkin (12.2-rasm).

2-ta'rif. Doiraviy silindr (*silindr*) deb, parallel tekisliklarda yotuvchi ikkita bir xil doira va yasovchilari berilgan tekisliklarga perpendikular bo'lgan silindrik sirt bilan chegaralangan geometrik jismga aytiladi.

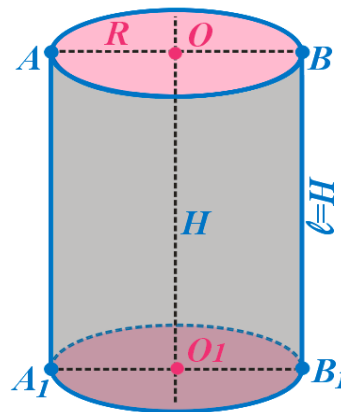
Silindr uchun quyidagilarni aytib o'tamiz:

OO_1 – silindr o'qi;

$OA = OB = R$ – silindr radiusi;

$AA_1 = BB_1 = \ell$ – silindr yasovchisi;

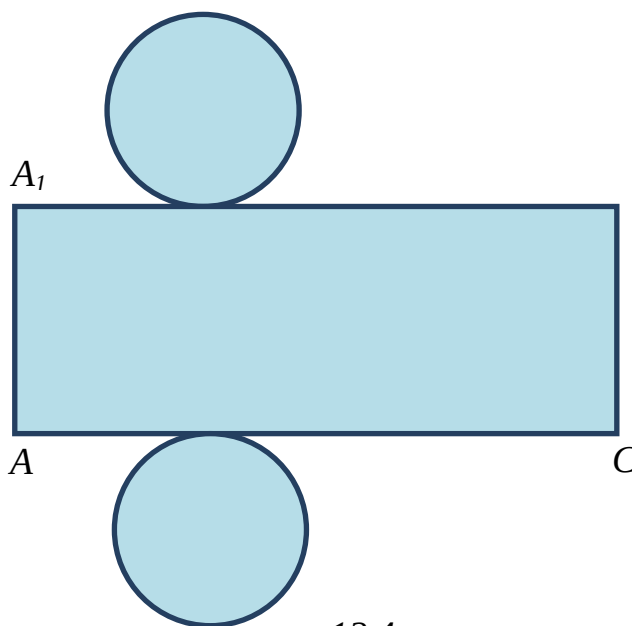
H – silindr balandligi.



12.3-rasm

Bunda parallel tekisliklarda yotgan doiralar silindrning *asoslari*, silindrik sirt esa uning *yon sirti* deyiladi. Silindr asoslarining markazlarini tutashtiruvchi OO_1 kesma (12.3-rasm) silindrning *o'qi* deyiladi. To'g'ri doiraviy silindrlar qaralganda, OO_1 o'qning uzunligi silindrning balandligiga teng bo'ladi: $OO_1 = H$. Silindr asosining radiusini R bilan belgilaymiz, ya'ni $OA = R$.

Silindrning OO_1 o'qi orqali o'tkazilgan tekislik uning *o'q kesimi* deyiladi. Silindrik sirtni AA_1 yasovchi bo'yicha qirqamiz va tekislikka yoyamiz (12.3-rasm). Natijada, silindrning AA_1C_1C to'g'ri to'rtburchak va ikkita doira – silindrning asoslaridan tashkil topgan yoyilmasini hosil qilamiz.



12.4-rasm

Silindr yon sirtining yuzi sifatida uning yon sirti yoyilmasi yuzi qabul qilinadi, u to'g'ri to'rtburchakdan iborat bo'lganligidan (12.4- rasm)

$$S_{yon} = AC \cdot AA_1$$

bo'ladi. AC kesmaning uzunligi silindrning asosida yotgan aylana uzunligiga teng. Agar silindr asosining radiusi R , silindrning balandligi H bo'lsa, silindr yon sirtining yuzi

$$S_{yon} = 2\pi R \cdot H.$$

Silindr to'la sirtining yuzi uning yon sirti va ikkita asosi yuzlarining yig'indisiga teng, ya'ni

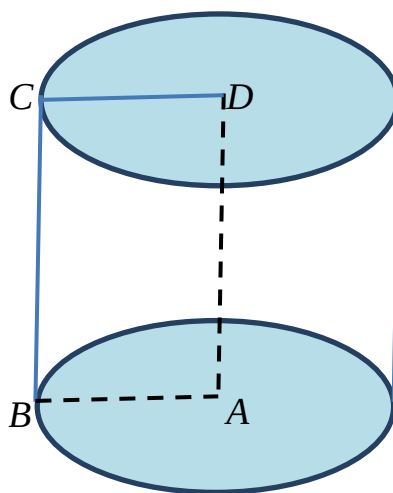
$$S_{to'la} = S_{yon} + 2S_{asos}.$$

Doiraning yuzi $S_{asos} = \pi R^2$ bo'lganligidan, silindr to'la sirtining formulasi

$$S_{to'la} = 2\pi R \cdot H + 2\pi R^2 = 2\pi R(H + R)$$

ko'rinishga keladi.

Silindrni to'g'ri to'rtburchakning tomonlaridan biri atrofida aylantirilishidan hosil bo'lgan jism deb ham qarash mumkin. $ABCD$ to'g'ri to'rtburchakni (12.5-rasm) AD tomon atrofida aylantirib, radiusi to'g'ri to'rtburchakning AB tomoniga teng bo'lgan silindr hosil qilamiz. Bunda to'g'ri to'rtburchakning AD tomoni silindrning o'qidan iborat bo'ladi.

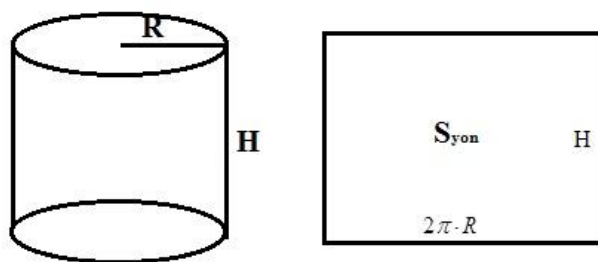


12.5-rasm

1-masala. Asosining radiusi 2 sm va balandligi 7 sm bo'lgan silindr berilgan. Yuzi silindrning to'la sirtiga teng bo'lgan doiraning radiusini toping.

Yechish: Silindrning to'la sirtini topib olamiz. Buning uchun bizga silindrning yon sirti va asos sirtlari yuzalari kerak bo'ladi.

$$S_{asos} = \pi R^2 = \pi \cdot 2^2 = 4\pi, \quad S_{yon} = 2\pi RH = 2\pi \cdot 2 \cdot 7 = 28\pi.$$



12.6-rasm

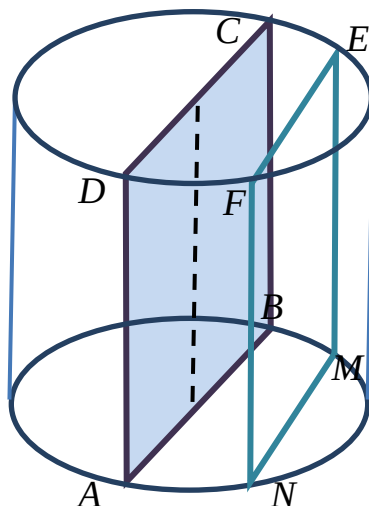
$$\text{Demak, } S_{to'la} = 2 \cdot S_{asos} + S_{yon} = 2 \cdot 4\pi + 28\pi = 36\pi.$$

Masala shartiga ko'ra silindrning to'la sirt yuzasiga teng yuzali doiraning radiusini topish kerak. Bundan,

$$S_{to'la} = S_{doira} = 36\pi, \quad \pi r^2 = 36\pi, \quad r = 6.$$

Javob: $r = 6$.

Silindrni uning o'qiga parallel tekislik bilan kesimi to'g'ri to'rtburchak bo'ladi (*NMEF* to'g'ri to'rtburchak o'qqa parallel kesim) (12.7-rasm). Uning ikki tomoni silindrning yasovchilari, qolgan ikki tomoni asoslarining parallel vatarlaridan iborat bo'ladi. Silindrning o'qi orqali o'tgan kesim ham to'g'ri to'rtburchak bo'ladi va **o'q kesim** deb ataladi (*ABCD* to'g'ri to'rtburchak o'q kesim).

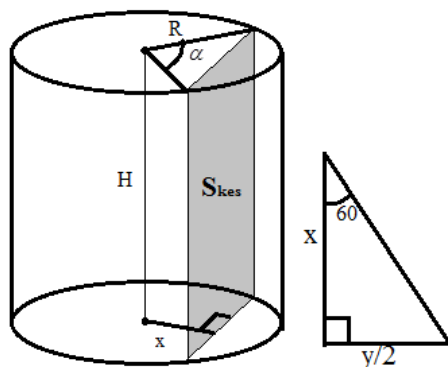


12.7-rasm

2-masala. Silindrda uning o'qiga parallel va asosidan 120° li yoy ajratuvchi kesim o'tkazilgan. Agar silindr o'qining uzunligi 10 sm va kesim shu o'qdan 2 sm li masofada joylashgani ma'lum bo'lsa, kesimning yuzini toping.

Yechish: Kesim rasmda ko'rinib turganidek to'g'ri to'rtburchak shaklida bo'ladi, to'g'ri to'rtburchakning yuzi esa uni tashkil etgan ikkita tomonning ko'paytmasidan iborat. Bu tomonlardan biri bu silindrning balandligi H bo'lsa, ikkinchi tomoni esa asosining vataridan iborat. Shu vatarni topamiz. Uni y bilan belgilab olamiz. Silindr asosidan rasmdagidek to'g'ri burchakli uchburchak ajratib olamiz va undan y ni topamiz.

$$\operatorname{tg} 60^\circ = \frac{y/2}{x} = \frac{y}{2x}, \quad \sqrt{3} = \frac{y}{2 \cdot 2}, \quad y = 4\sqrt{3}.$$



12.8-rasm

Endi kesim yuzini topamiz: $S_{kes} = H \cdot y = 10 \cdot 4\sqrt{3} = 40\sqrt{3}$.

Javob: $S_{kes} = 40\sqrt{3}$.

Mustaqil ishlash uchun masalalar

12.1. Silindrning to'la sirti 1596π ga, asosining diametri esa 12 ga teng bo'lsa, silindrning balandligini toping. javob: 127

12.2. Silindr asosining yuzi 256 ga va balandligi $\frac{9}{\sqrt{\pi}}$ ga teng bo'lsa, silindr to'la sirtining yuzini toping. javob: 800

12.3. Silindrning to'la sirti yuzi 172π ga teng. Silindr asosining diametri 8 ga teng bo'lsa, silindr o'q kesimi yuzini toping. javob: 140

12.4. Silindrning to'la sirti 15π ga teng. Agar silindrning balandligi asosi aylanasi uzunligiga teng bo'lsa, silindrning asosi yuzini toping. javob: 3,75

12.5. Silindrning to'la sirti yuzi 784π ga teng. Agar silindrning balandligi asosi aylanasi radiusi uzunligiga teng bo'lsa, silindrning o'q kesimi yuzini toping. javob: 392

12.6. Silindrning o'q kesimi yuzi $\frac{25}{\pi}$ ga teng kvadratdan iborat. Silindrning to'la sirti yuzini toping. javob: 37,5

12.7. Silindr yon sirtining yuzi 125π ga teng. Agar silindr yasovchisi asosi radiusiga teng bo'lsa, silindrning o'q kesimi yuzini toping. javob: 125

12.8. Silindr asosining yuzi 121 ga teng. Agar silindrning balandligi $\frac{4}{\sqrt{\pi}}$ ga teng bo'lsa, silindrning to'la sirti yuzini toping. javob: 330

12.9. Silindrning yon sirti 80 ga teng. Silindrning o'q kesimi kvadratdan iborat. Silindrning to'la sirti yuzini toping. javob: 120

12.10. Silindrning yon sirti yoyilmasi kvadratdan iborat hamda yuzi 76π ga teng. Silindrning asos yuzini toping. javob: 19

12.11. Silindrning balandligi asos diametriga teng. Silindrning yon sirti yoyilmasining yuzi 104 ga teng bo'lsa, silindrning asos yuzini toping. javob: 26

12.12. Silindrning balandligi asos radiusiga teng. Silindrning yon sirti yoyilmasi 1002 ga teng. Silindrning asosi yuzini toping. javob: 501

12.13. Tomonlari uzunliklari $\sqrt{\frac{7}{\pi}}$ va $\sqrt{\frac{1}{7\pi}}$ ga teng bo'lgan to'g'ri to'rtburchak katta tomonlari o'rtasidan o'tuvchi to'g'ri chiziq atrofida aylantirishdan hosil bo'lgan jismning to'la sirtini toping. javob: 4,5

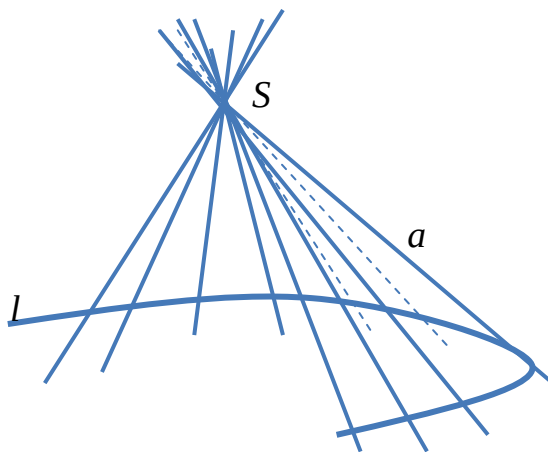
2-§. Konus va kesik konus. Konus va uning tekislik bilan kesimlari.

Konus sirti. Kesik konus sirti

Fazoda qandaydir S nuqta va biror l chiziq berilgan bo'lsin. S nuqta orqali l chiziqni kesib o'tuvchi har xil to'g'ri chiziqlar o'tkazamiz.

1-ta'rif. Berilgan S nuqta orqali berilgan l chiziqni kesib o'tuvchi a to'g'ri chiziqning harakati natijasida hosil bo'lgan sirt **konik sirt** deyiladi.

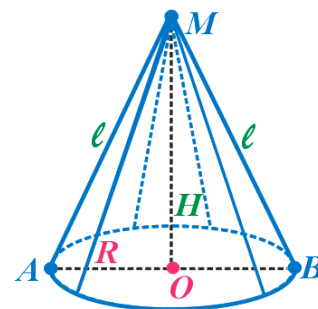
S nuqta konik sirtning *uchi*, l chiziq uning *yo'naltiruvchisi*, a to'g'ri chiziq esa uning *yasovchisi* deyiladi (12.9- rasm).



12.9-rasm

2-ta'rif. **Doiraviy konus** (*konus*) deb, S uchdan bir tomonda yotgan konik sirt va doira bilan chegaralangan hamda: 1) yo'naltiruvchisi aylanadan iborat; 2) S uch chegaralovchi doiraning markaziga proyeksiyalanadigan geometrik jismga ayliladi.

$MO = H$ – konus o‘qi, balandligi,
 $OA = OB = R$ – konus radiusi,
 $MA = MB = \ell$ – konus yasovchisi, aylanaga
 konusning asosi, aylana tekisligida yotmagan
 nuqta konusning **uchi** deyiladi.



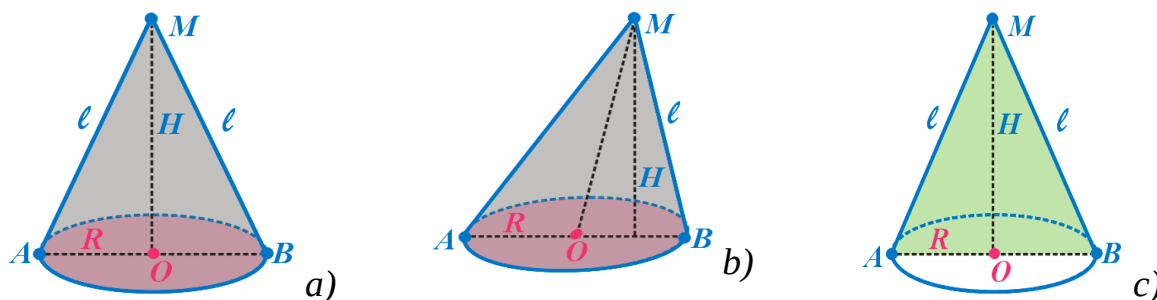
12.10-rasm

Konus aylanish jismidir (12.10-rasm).
 To‘g‘ri burchakli uchburchakni bitta kateti
 atrofida aylantirishdan to‘g‘ri konus hosil
 qilinadi.

Konusning yasovchisi quyidagicha formula bilan aniqlanadi:

$$\ell = \sqrt{R^2 + H^2}.$$

Agar konus o‘qi asos tekisligiga perpendikular bo‘lmasa, **og‘ma konus**
 deyiladi (12.11-b rasm).



12.11-rasm

Konusni o‘qi orqali o‘tuvchi tekislik bilan kesilganda hosil bo‘lgan teng
 yonli uchburchak konusning **o‘q kesimi** deyiladi. Konusning o‘q kesimi yuzi konus
 balandligi va radiusi ko‘paytmasiga teng bo‘ladi (12.11-c rasm).

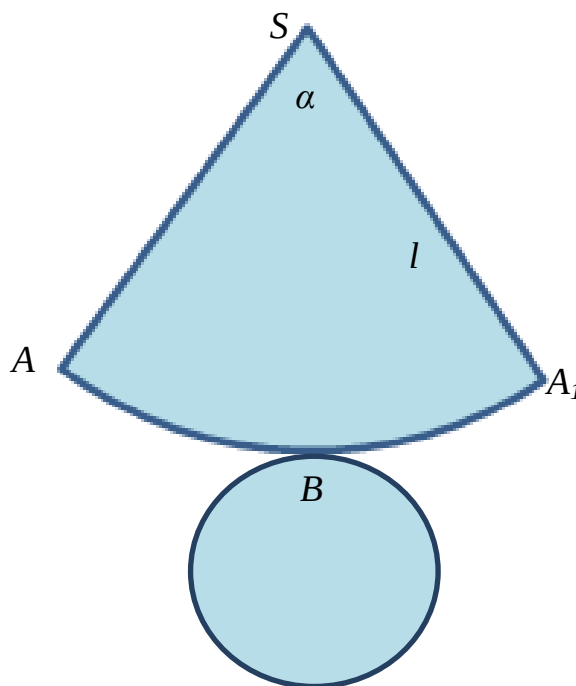
$$S_{o'q} = RH.$$

Konusning yon sirti uning asos aylanasi uzunligi bilan yasovchisi
 ko‘paytmasining yarmiga teng bo‘ladi.

Agar konusni uning SA yasovchisi bo‘yicha kesib, tekislikka yoysak,
 konusning yoyilmasi deb ataladigan shaklni hosil qilamiz (12.11-rasm). Konus yon
 sirtining yoyilmasi ASA_1 doiraviy sektordan iborat. Konusning yoyilmasida sektorga
 konus asosida yotuvchi doira qo‘shib qaraladi.

Konus yon sirtining yuzi sifatida uning yon sirti yoyilmasining yuzi qabul qilingan. l konusning yasovchisi, R uning asosi radiusi, ABA_1 yoyning (boshqacha aytganda, konus yoyilmasi burchagining) gradus o'lchovi α ga teng bo'lsin (12.12-rasm). U holda konus yoyilmasining radiusi l , ABA_1 yoyning uzunligi $2\pi R$ bo'ladi. Shu sababli konus yon sirtining yuzi SAA_1 sektorning yuzi kabi hisoblanadi:

$$S_{yon} = \frac{\pi l^2}{360^\circ} \alpha.$$



12.12-rasm

Endi ABA_1 yoyning uzunligi uchun olingan ifodalarni tenglashtiramiz:

$$2\pi R = \frac{\pi l}{360^\circ} \alpha. \quad \text{Bundan } \alpha = \frac{360^\circ R}{l}.$$

Bu ifodani yon sirt yuzi ifodasiga keltirib qo'yamiz:

$$S_{yon} = \frac{\pi l^2}{360^\circ} \cdot \frac{360^\circ R}{l} = \pi R l.$$

Shunday qilib, konus yon sirtining yuzi asos aylanasi uzunligi yarmining yasovchiga ko'paytmasiga teng. $S_{yon} = \pi R l$

Konus to'la sirtining yuzi yon sirt va asos yuzlari yig'indisi kabi hisoblanadi:

$$S_{to'la} = S_{yon} + S_{asos} = \pi R (R + l).$$

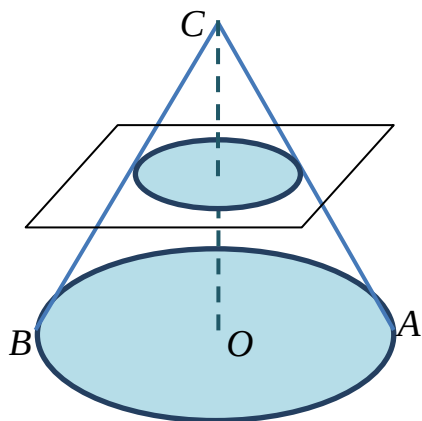
Agar konusning o'q kesimi muntazam uchburchak ($l = 2R$) bo'lsa, u holda uning o'q kesimi yuzi, yon sirti va to'la sirti quyidagicha bo'ladi:

$$S_{o'q} = \sqrt{3} R^2, \quad S_{yon} = 2\pi R^2, \quad S_{to'la} = 3\pi R^2.$$

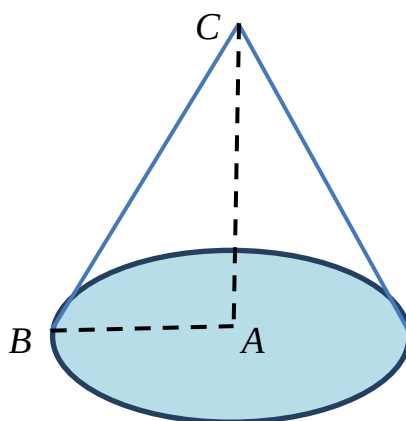
Agar konus yon sirti va asos tekisligi orasidagi burchak φ ga teng bo'lsa, u holda asos yuzi va yon sirti quyidagi munosabat orqali bog'lanadi:

$$S_{\text{asos}} = S_{\text{yon}} \cdot \cos \varphi.$$

Konusni asosiga parallel tekislik bilan kesilganda kesimda doira hosil bo'ladi (12.13-rasm):



12.13-rasm



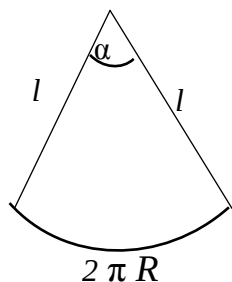
12.14-rasm

To'g'ri burchakli uchburchakning biror kateti atrofida aylanishdan hosil bo'lgan sirt konus sirti bo'ladi (12.14-rasm). ABC to'g'ri burchakli uchburchakni AC tomon atrofida aylantirib, radiusi to'g'ri to'rtburchakning AB tomoniga teng bo'lgan konus hosil qilamiz. Bunda to'g'ri to'rtburchakning AC tomoni konusning o'qidan iborat bo'ladi.

1-masala. Konusning yasovchisi 15 ga, yon sirti yoyilmasining uchidagi burchagi 120° ga teng. Konus asosining diametrini toping.

Yechish. Avvalo konus yon sirti yoyilmasidan foydalanamiz. Bizga ma'lumki, konusning yon sirti yoyilmasi sektordan iborat bo'ladi.

$$l_{\text{yoy}} = \frac{\pi l \alpha}{180^\circ}.$$



12.15-rasm

Sektor yoyining uzunligi konus asosining aylana uzunligiga teng:

$$l_{\text{yoy}} = 2\pi R; \quad 2\pi R = \frac{\pi l \alpha}{180^\circ}; \quad R = \frac{l \alpha}{360^\circ} = \frac{15 \cdot 120^\circ}{360^\circ} = 5;$$

$$d = 2R = 10.$$

2-masala. Konusning yasovchisi 13 sm, balandligi 12 sm. Konus asosiga parallel to'g'ri chiziq bilan kesilgan; undan asosgacha masofa 6 sm, balandlikkacha masofa esa 2 sm ga teng. Bu to'g'ri chiziq kesmasining konus ichiga olingan uzunligini toping.

Yechish: Demak, uchburchaklar o'xshashligidan foydalanib MO kesmaning uzunligini topamiz:

$$\frac{AK}{KP} = \frac{AO}{MO}, \quad \frac{6}{2} = \frac{12}{MO}, \quad MO = 4.$$

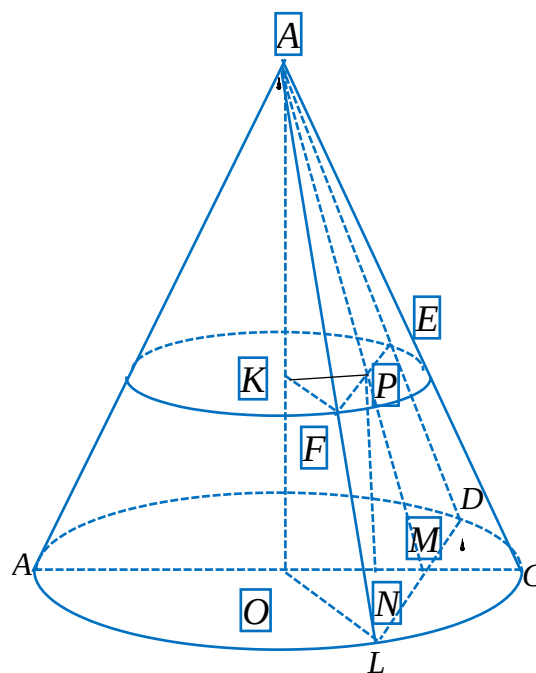
Endi LM kesma uzunligini topamiz. Pifagor teoremasiga ko'ra:

$$OL^2 = LM^2 + MO^2,$$

$$5^2 = LM^2 + 4^2,$$

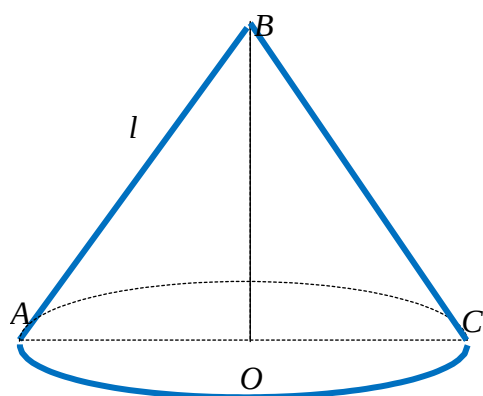
$$LM = 3 \quad \text{va} \quad LD = 6$$

ekanligi kelib chiqadi $EF = \frac{LD}{2} = 3$.



12.16-rasm

3-masala. Konus o'q kesimining perimetri 40 ga teng. Yoyilmasining burchagi 120° ga teng. Konusning to'la sirtini toping.



12.17-rasm

Yechish. Konus o'q kesimi teng yonli uchburchakdan iborat bo'ladi. U holda perimetr $2l + 2R = 40$; $l + R = 20$,

$$l_{\text{yoy}} = \frac{\pi l \alpha}{180^\circ}.$$

Sektor yoyining uzunligi konus asosining aylana uzunligiga teng.

$$l_{\text{yoy}} = 2\pi R; \quad 2\pi R = \frac{\pi l \alpha}{180^\circ}; \quad R = \frac{l \alpha}{360^\circ} = \frac{l \cdot 120^\circ}{360^\circ} = \frac{l}{3};$$

$$l = 3R; \quad 3R + R = 20; \quad R = 5 \Rightarrow l = 15.$$

Konusning to'la sirti quyidagi formula yordamida topiladi:

$$S_T = S_{yon} + S_{asos}; \quad S_{yon} = \pi Rl = \pi \cdot 5 \cdot 15 = 75\pi; \quad S_{asos} = \pi R^2 = 25\pi.$$

$$\text{Bundan } S_T = 75\pi + 25\pi = 100\pi.$$

Agar konusning asosiga parallel tekislik bilan kesilganda ikkita geometrik jism hosil bo'ladi. Kesimning yuqori qismida yangi konus hosil bo'ladi. Pastki qismida hosil bo'lgan geometrik jismga **kesik konus** deyiladi.

Kesik konusning ikkita asosi ham doiralardan iborat bo'ladi. Bu doiralarning mos nuqtalarini tutashtiruvchi kesmaga kesik konusning **yasovchisi** deyiladi. Asos tekisliklari orasidagi masofaga kesik konusning **balandligi** deyiladi. Asoslar markazlari orqali o'tuvchi o'q kesik konusning **o'qi** deyiladi (12.19-rasm).

Kesik konus uchun quyidagilarni aytib o'tamiz:

$OO_1 = h$ – kesik konus o'qi va balandligi;

$MO = H$ – butun konus balandligi;

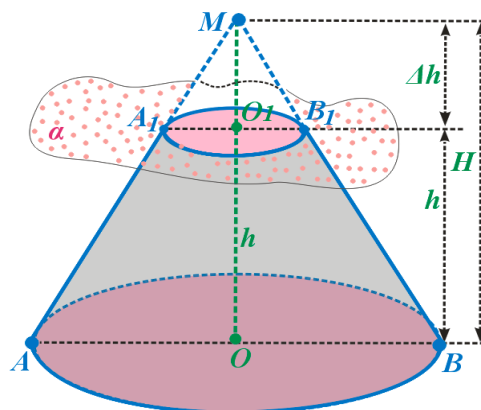
$MO_1 = \Delta h$ – kesib olingan konus

balandligi;

$AA_1 = \ell$ – kesik konus yasovchisi;

$Q = \pi R^2$ – katta asos yuzi;

$q = \pi r^2$ – kichik asos yuzi.



12.19-rasm

Kesik konus aylanish jismidir. To'g'ri burchakli trapetsiyani kichik yon tomoni atrofida aylantirishdan kesik konus hosil qilinadi.

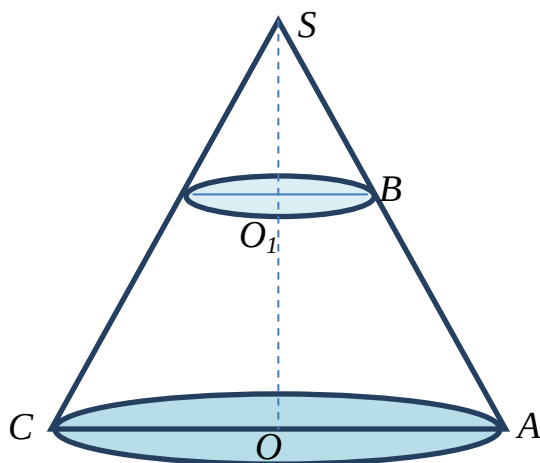
Kesik konusning o'qi orqali o'tuvchi tekislik bilan kesilganda uning o'q kesimi hosil bo'ladi. Kesik konusning o'q kesimi balandligi h ga, asoslari $2r$ va $2R$ ga teng bo'lgan teng yonli trapetsiyadir. Kesik konusning o'q kesimi yuzi quyidagicha bo'ladi:

$$S_{o'q} = (R + r)h.$$

Kesik konusning yon sirti quyidagi formuladan topiladi:

$$S_{yon} = \pi(R + r)\ell.$$

Kesik konus yon sirtining yuzini hisoblash formulasini isbotlaymiz. Kesik konus pastki va yuqori asoslari radiuslari, mos ravishda, R va r , uning yasovchisi $l=AB$ bo'lsin (12.20-rasm). U holda kesik konusning yon sirti SOA va SOB to'la konuslar yon sirtlari yuzlarining ayirmasi kabi topiladi:



12.20-rasm

$$S_{yon} = \pi R \cdot AS - \pi r \cdot BS = \pi R(AB + BS) - \pi r \cdot BS = \pi R \cdot AB + \pi(R - r)BS.$$

$O_1B \parallel AO$ bo'lganligidan, $\triangle SO_1B \sim \triangle SOA$.

Shu sababli

$$\frac{OA}{O_1B} = \frac{AS}{BS}, \quad \frac{R}{r} = \frac{AB + BS}{BS} = \frac{l}{BS} + 1, \quad \frac{R - r}{r} = \frac{l}{BS}.$$

Bundan $BS = \frac{lr}{R - r}$ bo'ladi. Olingan qiymatlarni formulaga keltirib qo'yamiz:

$$S_{yon} = \pi Rl + \pi(R - r) \frac{lr}{R - r} = \pi(R + r)l.$$

Demak, biz kesik konus yon sirtining yuzi uning asoslari yig'indisining yarmi bilan yasovchisining ko'paytmasiga teng ekanligini isbot qildik.

Kesik konus to'la sirtining yuzi uning yon sirti yuzi va ikkita asosi yuzlarining yig'indisiga teng:

$$S_{to'la} = S_{yon} + Q + q = \pi[(R + r)\ell + R^2 + r^2].$$

4-masala. Kesik konus asosining yuzlari $9dm^2$ va $25dm^2$, balandligining o'rtasidan asoslariga parallel tekislik o'tkazilgan. Kesimning yuzini toping.

Yechish. Konus asosining yuzalari doiralardan iborat. Berilganlardan foydalanib doira radiuslarini topib olamiz:

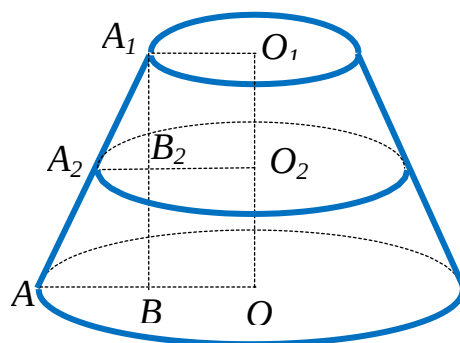
$$S_1 = \pi R_1^2; \quad 9 = \pi R_1^2 \Rightarrow R_1 = \frac{3}{\sqrt{\pi}},$$

$$S = \pi R^2; \quad 25 = \pi R^2 \Rightarrow R = \frac{5}{\sqrt{\pi}}.$$

Bizga ma'lumki, kesik konusning o'q kesimi teng yonli trapetsiyadan iborat. Kesim balandlik o'rtasidan o'tgan, shu sababdan ham kesim diametri teng yonli trapetsiyaning o'rta chizig'i bo'ladi. Bundan

$$A_2O_2 = \frac{AO + A_1O_1}{2} \text{ kelib chiqadi.}$$

$$A_2O_2 = \frac{\frac{5}{\sqrt{\pi}} + \frac{3}{\sqrt{\pi}}}{2} = \frac{4}{\sqrt{\pi}}; \quad A_2O_2 = R_2; \quad S_2 = \pi R_2^2 = \pi \cdot \frac{16}{\pi} = 16.$$



12.18-rasm

Mustaqil ishlash uchun masalalar

12.14. Konusning yon sirti 11 ga teng. Konusning yasovchisi $\frac{11}{\sqrt{2\pi}}$ ga teng bo'lsa, konusning asosi yuzini toping. javob: 2

12.15. Konusning to'la sirti yuzi 133π ga teng. Agar konus asosining radiusi 6 ga teng bo'lsa, konusning yasovchisi uzunligini toping. javob: 12

12.16. Konus asosining yuzi 144 ga va konus yasovchisi $\frac{23}{\sqrt{\pi}}$ ga teng bo'lsa, konusning to'la sirtini toping. javob: 420

12.17. Konusning o'q kesimi muntazam uchburchakdan iborat. Agar konusning to'la sirti 363π ga teng bo'lsa, konusning asosi diametrini toping. javob:

12.18. Konusning o'q kesimi uchidagi burchagi to'g'ri burchak va konus yasovchisining uzunligi $\sqrt{\frac{\sqrt{2}-1}{\pi}}$ bo'lsa, konusning to'la sirti yuzini toping. javob: 0,5

12.19. Konusning yasovchisi asosining diametriga teng. Agar konusning yon sirti 150π ga teng bo'lsa, konusning balandligi uzunligini toping. javob: 15

12.20. Konusning yon sirti yoyilmasi radiusi $\sqrt{\frac{990}{\pi}}$ ga teng bo'lgan uchdan bir doirani hosil qiladi. Konusning asosi yuzini toping. javob: 110

12.21. Konusning yon sirti yoyilmasi radiusi 60 ga teng bo'lgan doiraning chorak qismini hosil qiladi. Konusning balandligini toping. javob: $15\sqrt{15}$

12.22. Konusning yon sirti yoyilmasi radiusi $\sqrt{\frac{176}{\pi}}$ ga teng bo'lgan doiraning chorak qismini hosil qiladi. Konusning asosi yuzini toping. javob: 11

12.23. Teng yonli uchburchakning asosi uzunligi $2\sqrt{\frac{5}{\pi}}$ va balandligi uzunligi esa $\frac{5}{2\sqrt{\pi}}$ ga teng. Bu uchburchak balandligi atrofida aylantirishdan hosil bo'lgan jismning to'la sirtini toping. javob: 12,5

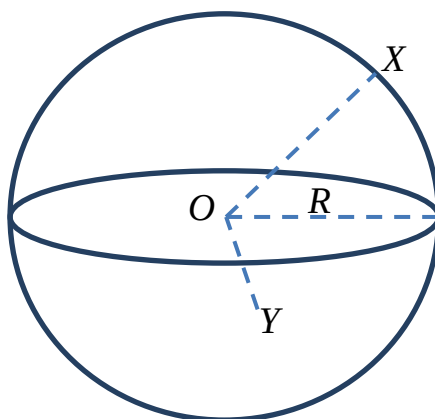
12.24. Balandligi uzunligi $2\sqrt{\frac{19}{\pi}}$ ga teng bo'lgan teng tomonli uchburchakni balandligi atrofida aylantirishdan hosil bo'lgan jismning to'la sirti yuzini toping. javob: 76

12.25. Tomonlari uzunliklari $\sqrt{\frac{7}{\pi}}$ va $\sqrt{\frac{1}{7\pi}}$ ga teng bo'lgan to'g'ri to'rtburchak, katta tomonlari o'rtasidan o'tuvchi to'g'ri chiziq atrofida aylantirishdan hosil bo'lgan jismning to'la sirtini toping. javob: 4,5

12.26. To'g'ri burchakli uchburchakning katetlari uzunliklari $\frac{6}{\sqrt{\pi}}$ va $\frac{8}{\sqrt{\pi}}$ ga teng bo'lgan uchburchak kichik kateti atrofida aylantirishdan hosil bo'lgan jismning to'la sirtini toping. javob: 144

3-§. Sfera va shar. Shar va tekislikning o‘zaro joylashuvi. Ikki sfera kesishmasi. Sfera sirti. Shar bo‘laklari va ularning sirtlari

1-ta’rif. Fazoda berilgan O nuqtadan teng masofada joylashgan nuqtalarning geometrik o‘rniga **sfera** deyiladi (12.21-rasm). Bunda berilgan O nuqta – **sferaning markazi**, berilgan R masofa – uning **radiusi** deyiladi.



12.21-rasm

Agar X – sferaning ixtiyoriy nuqtasi bo‘lsa, sfera ta’rifiga ko‘ra, $OX=R$ bo‘ladi.

2-ta’rif. Fazoning sfera bilan chegaralangan qismi **shar** deyiladi.

Agar Y – sharning ixtiyoriy nuqtasi bo‘lsa, ta’rifga ko‘ra, $OY \leq R$ bo‘ladi. Shunday qilib, agar sfera va shar umumiy O markazga ega bo‘lsa, har doim $OY \leq OX$ bo‘ladi. Shu sababli sfera sharning chegarasidan iborat va u **sharning sirti** deb ham ataladi. Sharning $OY < R$ shartni qanoatlantiruvchi barcha Y nuqtalari uning **ichki nuqtalari** deyiladi.

Sfera markazi bo‘lgan O nuqtani uning X nuqtasi bilan tutashtiruvchi $OX=R$ kesma sfera va sharning **radiusi** deyiladi. Sferaning markazidan o‘tuvchi va uning ikki nuqtasini birlashtiruvchi kesma sfera va sharning **diametri** deyiladi. Agar D – diametri bo‘lsa, ta’rifga ko‘ra $D=2R$ bo‘ladi.

Fazoda to'g'ri burchakli koordinatalar sistemasi va R radiusli sfera berilgan bo'lsin. Sfera markazining koordinatalarini $O(a;b;c)$ kabi belgilaymiz. Agar X – sferaning ixtiyoriy nuqtasi bo'lsa, ta'rifga ko'ra $OX=R$ bo'ladi. X ning koordinatalarini $X(x;y;z)$ deb belgilasak, ikki nuqta orasidagi masofa formulasidan

$$\sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2} = R$$

yoki

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$$

ko'rinishdagi sferaning kanonik tenglamasini hosil qilamiz. Agar sferaning markazi koordinatalar sistemasi boshi bilan ustma-ust tushsa, sfera tenglamasi

$$x^2 + y^2 + z^2 = R^2$$

ko'rinishni oladi.

Shuni alohida e'tirof etish lozimki, ta'rifga muvofiq, markazi $O(a; b; c)$ nuqtada bo'lgan shar nuqtalarining koordinatalari har doim

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 \leq R^2$$

tengsizlikni qanoatlantiradi, bu shar formulasidir. Hususiy holda, markazi koordinatalar boshida bo'lgan shar tenglamasi quyidagicha bo'ladi:

$$x^2 + y^2 + z^2 \leq R^2.$$

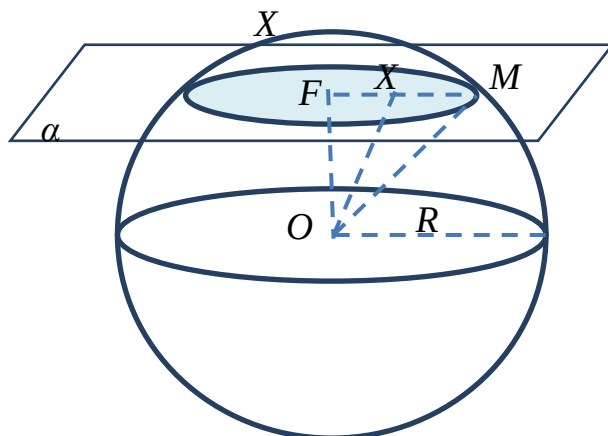
Endi sfera va sharning xossalriga to'xtalamiz.

1-teorema. Sharning tekislik bilan har qanday kesimi doiradan iborat, doiraning markazi sharning markazidan kesuvchi tekislikka o'tkazilgan perpendikularning asosidir.

Isbot. Sharning O markazidan kesim tekisligiga OF perpendikular o'tkazamiz (12.22-rasm). M nuqta sferaning kesuvchi α tekislikda yotgan ixtiyoriy nuqtasi bo'lsin. To'g'ri burchakli $\triangle OFM$ dan, Pifagor teoremasiga asosan,

$$MO^2 = FO^2 + MF^2$$

kelib chiqadi.



12.22-rasm

Agar X — sharning α tekislikda yotgan nuqtasi, R — sharning radiusi bo'lsa,

$$FX \leq \sqrt{R^2 - OF^2}$$

bo'ladi va X nuqta markazi F nuqtada, radiusi $\sqrt{R^2 - OF^2}$ bo'lgan doiraga tegishli bo'ladi. Aksincha, bu doiraning ixtiyoriy nuqtasi sharga tegishli bo'ladi. Bu esa α tekislik va shar markazi F nuqtada bo'lgan doira bo'yicha kesishishini ko'rsatadi.

1-natija. Markazdan bir xil uzoqlikda joylashgan kesimlar teng bo'ladi. Teng kesimlar markazdan bir xil uzoqlikda joylashadi.

2-natija. Ikki o'zaro teng bo'lmagan kesimlardan shar markaziga yaqin joylashgani katta bo'ladi va aksincha.

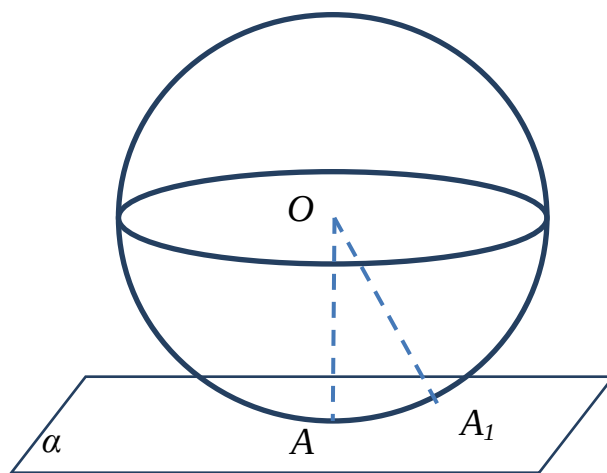
3-natija. Kesim tekisligiga perpendikular diametr kesimning markazidan o'tadi va aksincha.

3-ta'rif. Shar markazidan o'tgan tekislik **diametral tekislik** deyiladi, sharning diametral tekislik bilan kesimi **katta doira**, sferaning diametral kesimi **katta aylana** deyiladi.

4-natija. Kesimlar ichida eng kattasi diametral kesimdir.

4-ta'rif. Shar bilan bitta umumiy nuqtaga ega bo'lgan tekislik sharga **urinma tekislik** deyiladi.

2-teorema. Sharga urinma tekislikning urinish nuqtasiga o'tkazilgan radius urinma tekislikka perpendikulardir.



12.23-rasm

Isbot. Isbotlash teskarisini faraz qilish usuli bilan amalga oshiriladi. Markazi O nuqtada bo'lgan shar va α tekislik A nuqtada kesishsin (12.23- rasm). OA_1 kesma α tekislikka og'ma bo'lsin, deb faraz qilamiz.

U holda α tekislikka perpendikular bo'lgan OA_1 kesma mavjud bo'lishi kerak hamda $A_1 \in \alpha$ va $OA_1 < OA$ bo'ladi. Demak, A_1 nuqta shar va α tekislikning umumiy nuqtasidan iborat. Shunday qilib, A nuqta shar va α tekislikning yagona umumiy nuqtasi emasligini ko'ramiz. Bunday bo'lsa, α tekislik urinma tekislik bo'lmaydi, bu esa teoremaning shartiga ziddir. Olingan qarama-qarshilik farazimizning noto'g'ri ekanligini va $OA \perp \alpha$ bo'lishini tasdiqlaydi.

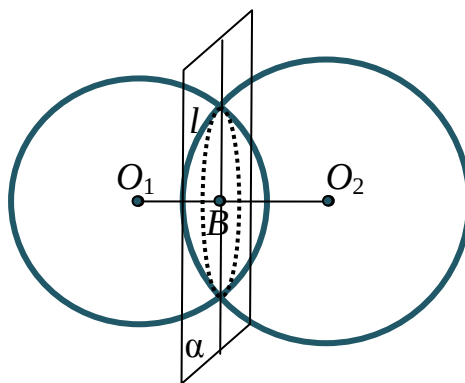
5-ta'rif. Shar bilan faqat bitta umumiy nuqtaga ega bo'lgan to'g'ri chiziq sharga **urinma** deyiladi.

Sharga urinma — urinish nuqtasiga o'tkazilgan radiusga perpendikulardir.

3-teorema. Ikkita sferaning kesishish chizig'i aylanadir.

Isbot. O_1 va O_2 – sferalarning markazi, A – ularning kesishish nuqtasi bo'lsin. A nuqta orqali O_1O_2 to'g'ri chiziqqa perpendikular α tekislikni o'tkazamiz.

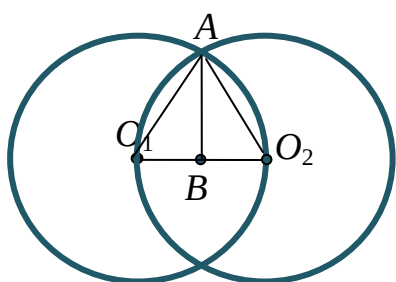
α tekislikning O_1O_2 to'g'ri chiziq bilan kesishgan nuqtani B bilan belgilaymiz. 2-teoremaga asosan α tekislik ikkala sferani A nuqtadan o'tuvchi B markazli l aylana bo'yicha kesib o'tadi. Shunday qilib, l aylana sferalarning kesishmasiga tegishli ekan (12.24-rasm).



12.24-rasm

Endi sferalar l aylananing kesishish nuqtalaridan boshqa nuqtalarga ega emasligini ko'rsatamiz. Faraz qilaylik, sferalarning X kesishish nuqtasi l aylanada yotmasin. X nuqta va O_1O_2 to'g'ri chiziq orqali tekislik o'tkazamiz. Bu tekislik sferalarni markazlari O_1 va O_2 bo'lgan aylanalar bo'yicha kesib o'tadi. Bu aylanalar l aylanaga tegishli bo'lgan ikki nuqtada va yana X nuqtada kesishadi. Ammo ikkita aylana ikkitadan ortiq kesishish nuqtasiga ega bo'lmaydi. Biz ziddiyatga uchradik. Shunday qilib, sferalarimizning kesishmasi l aylana ekan.

1-masala. Radiusi R bo'lgan ikkita teng shar shunday joylashganki, birining markazi ikkinchisining sirtida yotadi. Bu sharlar sirtlarining kesishgan chizig'i uzunligini toping.



12.25-rasm

Yechish. Sharlarning markazlaridan kesim o'tkazamiz. Bu kesim shar sirtlari aylana bo'ylab kesishadi (12.25-rasm). Kesimdagi aylanani r radiusi tomonlari R ga teng bo'lgan teng tomonli OAO_1 uchburchakning balandligiga teng. Demak, izlanayotgan chiziqning radiusi $r = \frac{R\sqrt{3}}{2}$ ga va uzunligi $\pi R\sqrt{3}$ ga teng.

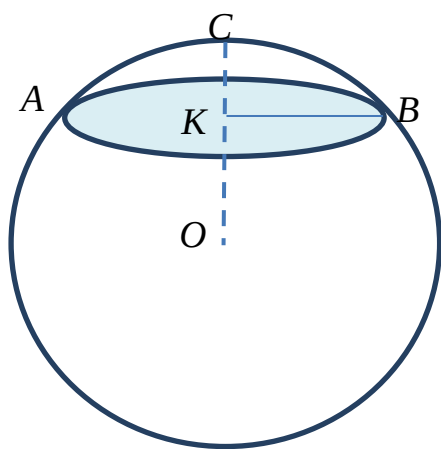
6-ta'rif. Sharining tekislik bilan kesilgan qismi **shar segmenti** deyiladi.

Shar segmentining sirti sferik segment va shar segmentining asosi deb ataladigan doiradan tashkil topadi. Kesuvchi tekislik sharni ikkita shar segmentiga bo'ladi. Tekislikning shar sirti bilan kesishish aylanasi AB segmentning asosi,

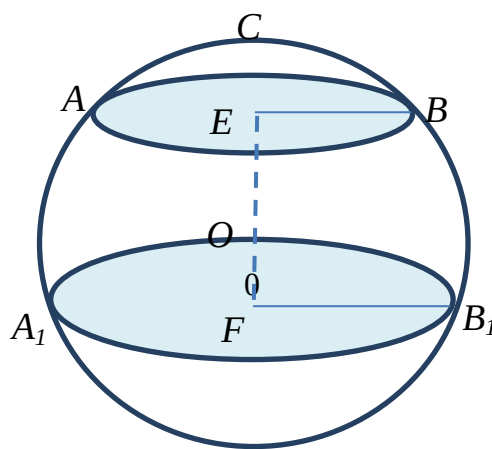
kesim tekisligiga perpendikular radiusning $CK=H$ kesmasi uning *balandligi* deyiladi (12.26-rasm). Umuman, shar tekislik bilan kesilganda unda ikkita segment hosil boʻladi.

7-taʼrif. Shar sirtining ikkita parallel kesuvchi tekislik orasida joylashgan qismi **shar kamari** deyiladi (12.27-rasm).

Bunda AB va A_1B_1 kesishish aylanalari shar kamarining *asoslari*, parallel tekisliklar orasidagi $H=EF$ masofa esa shar kamarining *balandligi* deyiladi.



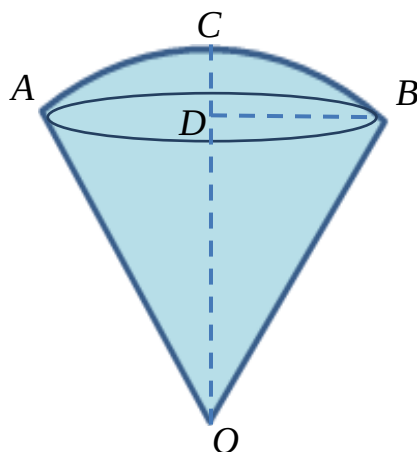
12.26-rasm



12.27-rasm

8-taʼrif. Sharining ikkita parallel tekislik bilan kesilgan va ular orasida joylashgan qismi **shar qatlami** deyiladi.

9-taʼrif. OAC doiraviy sektorni OC radius atrofida aylantirganda hosil boʻlgan geometrik jism **shar sektori** deyiladi (12.28-rasm).



12.28-rasm

Shar sektorining balandligi deb, mos shar segmentining balandligiga aytiladi, ya'ni, $CD = h$, h — shar segmentining balandligidir.

Sfera va uning qismlari sirtining yuzini topish uchun avvalo quyidagi teoremani isbotlaymiz.

4-teorema. Konus, kesik konus va silindrlardan har birining yon sirti — mos ravishda ularning balandligini va yasovchining o'rtasidan o'q bilan kesishguncha o'tkazilgan perpendikularning uzunligi ko'paytmasiga tengdir.

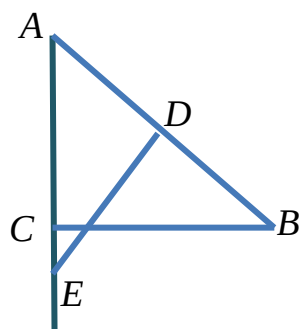
Isbot. Konus to'g'ri burchakli $\triangle ABC$ ning AC katet atrofida aylanishidan hosil bo'lgan bo'lsin (12.29-rasm). Agar $AD=BD$ va $DE \perp AB$ bo'lsa, konusning yon sirti

$$S_{yon} = 2\pi BC \cdot AD.$$

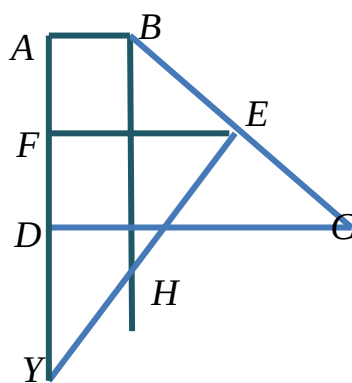
Bizda ikkita o'xshash to'g'ri burchakli uchburchaklar $\triangle ABC$ va $\triangle ADE$ bor, chunki ularda $\angle C = \angle D = 90^\circ$ va $\angle A$ — umumiy. Ular tomonlarining proporsionalligidan,

$$\frac{BC}{ED} = \frac{AC}{AD} \text{ va } BC \cdot AD = ED \cdot AC$$

bo'ladi. U holda $S_{yon} = 2\pi BC \cdot AD = 2\pi ED \cdot AC$ ko'rinishga keladi.



12.29-rasm



12.30-rasm

Kesik konus $ABCD$ trapetsiyaning AD tomon atrofida aylanishidan hosil bo'lsin (12.30- rasm). Trapetsiyaning EF o'rta chizig'ini o'tkazamiz, u holda kesik konusning yon sirti

$$S_{yon} = 2\pi EF \cdot BC.$$

Endi $BH \perp DC$, $EY \perp BC$ to'g'ri chiziqlar o'tkazamiz. Natijada, yana ikkita o'xshash to'g'ri burchakli $\triangle BHC$ va $\triangle FEY$ larni hosil qilamiz, ularda o'zaro perpendikular tomonli burchaklar sifatida $\angle HBC = \angle FEY$. Uchburchaklar tomonlarining proporsionalligidan,

$$\frac{EF}{BH} = \frac{YE}{BC} \text{ va } EF \cdot BC = BH \cdot EY = AD \cdot EY.$$

U holda, kesik konus yon sirti uchun formula talab qilingan

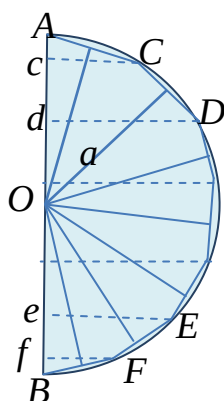
$$S_{yon} = 2\pi EY \cdot AD$$

ko'rinishni oladi.

Silindr qaralganda, teoremda so'z borgan aylana uning asosi aylanasiidan iborat bo'ladi. Demak, bu holda ham teorema o'rinli. Sfera yarimaylananing diametr atrofida aylanishidan hosil bo'lsin. Bu yarimaylanaga tomonlari o'zaro teng, ya'ni muntazam ichki sinig chiziq chizamiz. Sfera sirtining yuzi sifatida, yarimaylanaga ichki chizilgan muntazam sinig chiziq tomonlarini cheksiz ikkilantirganda, uning yarimaylananing diametri atrofida aylanishidan hosil bo'lgan sirt yuzi intiladigan limit qabul qilinadi.

5-teorema. Sfera sirtining yuzi katta doira aylanasi uzunligining diametriga ko'paytmasiga teng.

Isbot. $ACDEFB$ – berilgan yarimaylanaga ichki chizilgan muntazam siniq chiziq bo'lsin (12.31-rasm). Yarimaylananing O markazidan siniq chiziqning tomonlariga perpendikularlar tushiramiz. Ular o'zaro teng bo'ladi, chunki siniq chiziq muntazam ko'pburchakning qismidan iborat. Perpendikularning uzunligini a deb belgilaymiz va siniq chiziqning C, D, E, F uchlaridan diametrga cC, dD, eE, fF perpendikularlar tushiramiz.



12.31-rasm

Bu siniq chiziqning aylanishidan hosil bo'lgan sirt $AC, CD, \dots$ tomonlarning aylanishidan hosil bo'lgan qismlardan tashkil topadi. Bu qismlar konusning, kesik konusning yoki silindrning yon sirtlaridan iborat. Siniq chiziq tomonlari sonini orttirsak, a perpendikularning uzunligi aylananing R radiusiga intiladi. Shuning uchun

$$S_{sfera} = 2\pi R \cdot Ad + 2\pi R \cdot de + 2\pi R \cdot ef + 2\pi R \cdot fB = 2\pi R(Ad + de + ef + fB)$$

bo'ladi. Lekin $Ad + de + ef + fB$ perimetr $2R$ ga intiladi va shu sababli teoremada talab qilingan

$$S_{sfera} = 2\pi R \cdot 2R = 4\pi R^2$$

munosabat o'rinli.

8-natija. Segment sirtining yuzi uning balandligi bilan katta doira aylanasi uzunligi ko'paytmasiga teng:

$$S_{segm} = 2\pi R \cdot H.$$

9-natija. Shar kamari sirtining yuzi uning balandligi bilan katta doira aylanasi uzunligi ko'paytmasiga teng:

$$S_{\text{shar kam}} = 2\pi R \cdot H.$$

10-natija. Sharlar sirtlari yuzlarining nisbati ular radiuslari kvadratlarining nisbati kabi.

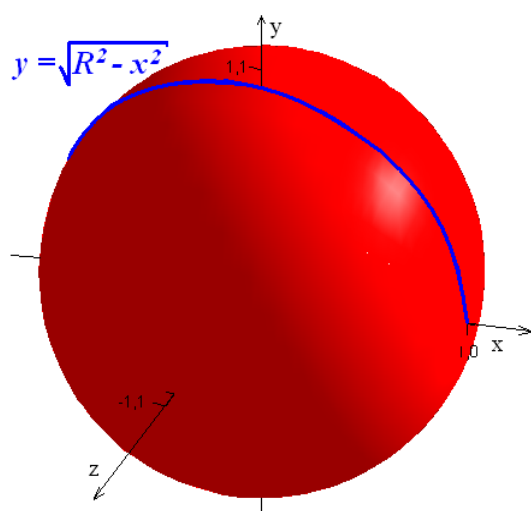
Shar va shar segmenti sirti formulasini boshqacha usulda ham ko'ramiz.

Aylana tenglamasi $x^2 + y^2 = R^2$ formulasidan y ni oshkor etsak, $y_1 = \sqrt{R^2 - x^2}$ – yuqorigi yarimaylana hamda $y_2 = -\sqrt{R^2 - x^2}$ – quyi yarimaylana hosil bo'ladi (12.32-rasm). Shulardan birini, aytaylik yuqorigi yarimaylanani olib, uni Ox o'qi atrofida bir aylantirsak, sfera hosil bo'ladi. Yuqorigi yarimaylanani $x \in [-R, R]$ kesmada integrallasak, sfera sirti kelib chiqadi. Buning uchun eng avvalo funksiya hosilasini aniqlaymiz. Hosila $y' = \left(\sqrt{R^2 - x^2}\right)' = -\frac{x}{\sqrt{R^2 - x^2}}$ bo'ladi.

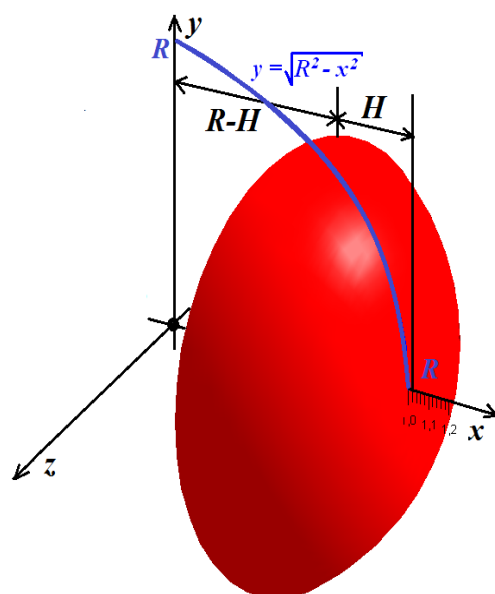
Bundan $\sqrt{1+(y')^2} = \sqrt{1+\frac{x^2}{R^2-x^2}} = \frac{R}{\sqrt{R^2-x^2}}$ topamiz. Shunda ushbu

$$\begin{aligned} S &= 2\pi \int_a^b y \sqrt{1+(y')^2} dx = 2\pi \int_{-R}^R \sqrt{R^2-x^2} \cdot \frac{R}{\sqrt{R^2-x^2}} dx = \\ &= 2\pi R \int_{-R}^R dx = 2\pi R x \Big|_{-R}^R = 2\pi R^2 - (-2\pi R^2) = 4\pi R^2 \end{aligned}$$

kelib chiqadi.



12.32-rasm



12.33-rasm

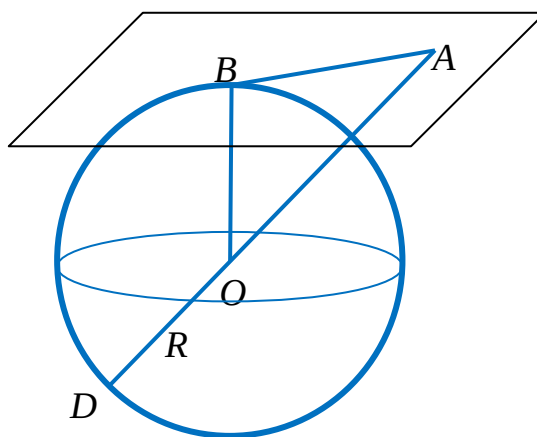
rasm

Xuddi shunday sfera sirtini hisoblaymiz. Yuqorigi $y_1 = \sqrt{R^2 - x^2}$ yarimaylanani $x \in [R-H, R]$ kesmada integrallasak, sfera segmentining sirti yuzi kelib chiqadi. Integrallash orqali so'ralgan yuzani aniqlaymiz (12.33-rasm). Shunda ushbu

$$\begin{aligned} S_{\text{segm}} &= 2\pi \int_a^b y \sqrt{1 + (y')^2} dx = 2\pi \int_{R-H}^R \sqrt{R^2 - x^2} \cdot \frac{R}{\sqrt{R^2 - x^2}} dx = \\ &= 2\pi R \int_{R-H}^R dx = 2\pi R x \Big|_{R-H}^R = 2\pi R(R - (R-H)) = 2\pi RH \end{aligned}$$

kelib chiqadi.

1-masala. Tekislik radiusi 20 sm bo'lgan sharga urinadi. A nuqta bu tekislikda yotadi va sharning markazidan 25 sm masofada joylashgan. A nuqtadan urinish nuqtasigacha bo'lgan masofani toping.



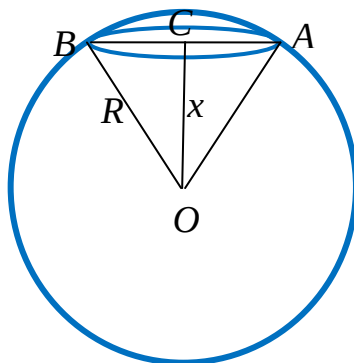
12.34-rasm

Yechish. B nuqta tekislik va sharning urinish nuqtasi bo'lsin (12.34-rasm. AO kesmani D nuqtada shar bilan kesishguncha davom ettiramiz. Hamda kesishuvchi AB va OA to'g'ri chiziqlar orqali tekislik o'tkazamiz. Kesimda urinmasi AB va kesuvchisi AD bo'lgan aylana hosil bo'ladi. U holda

$$AB^2 = AD \cdot AK$$

bo'ladi. Shartga ko'ra, $DK = 2R = 40$ sm, $AK = AO - R = 25 - 20 = 5$ sm bo'lganligidan, $AD = 25 + 20 = 45$ sm, $AB^2 = 45 \cdot 5 = 225$ va $AB = 15$ sm.

2-masala. Sharining radiusi 6 sm bo'lib, uni kesuvchi tekislik shar markazidan x sm masofada o'tadi. Kesimning S yuzi x ga qanday ravishda bog'liqligini aniqlang.



12.35-rasm

Yechish. Shartga ko'ra tekislik sharni kesib o'tadi, shu sababli $0 < x < 6$ tengsizlik bajariladi. C nuqta kesim doirasining markazi va A – bu doira va sharning urinish nuqtalaridan biri bo'lsin (12.35-rasm). Sharning OA – 6 sm radiusini o'tkazamiz. U holda $\triangle OAC$ to'g'ri burchakli bo'ladi va Pifagor teoremasiga ko'ra, kesim doirasi radiusini topamiz:

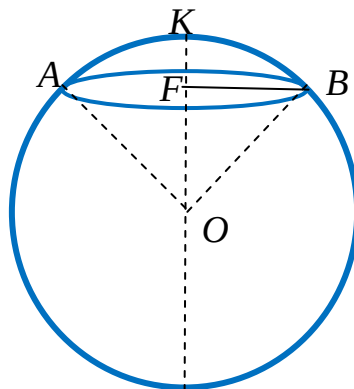
$$AC^2 = R^2 - x^2 = 36 - x^2.$$

Endi sharning tekislik bilan kesishishi natijasida hosil bo'lgan doiraning yuzi uchun

$$S = \pi AC^2 \text{ yoki } S = \pi(36 - x^2)$$

formulani hosil qilamiz.

4-masala. Sharining radiusi R , shar sektori o'q kesimining yoyi 120° bo'lsa, shar sektori to'la sirtining yuzini hisoblang.



12.36-rasm

Yechish. Shar sektori to'la sirtining yuzi AOB konus yon sirtining yuzi bilan AKB shar segmenti sirtining yuzi yig'indisi kabi topiladi (12.36-rasm). Sharning O markazidan shar segmenti asosiga perpendikular OK shar radiusini o'tkazamiz. OK radius segmentning asosi bilan F nuqtada kesishsin. MOB teng yonli bo'lganligidan, $\angle AOF = \angle BOF = 60^\circ$, $OK \perp AB$, $\angle OBF = 30^\circ$. U holda

$$OF = R \sin 30^\circ = \frac{R}{2}, \quad FK = R - OF = \frac{R}{2}, \quad BF = R \cos 30^\circ = \frac{R\sqrt{3}}{2}$$

va segmentning sirti $S_{AKB} = 2\pi R \cdot \frac{R}{2} = \pi R^2$.

AOB konusning yon sirti $S_{yon} = \pi FB \cdot OB = \pi \frac{R\sqrt{3}}{2} \cdot R = \frac{\sqrt{3}}{2} \pi R^2$. U holda

shar sektorining to'la sirti

$$S_{to'la} = \pi R^2 + \frac{\sqrt{3}}{2} \pi R^2 = \frac{1}{2} \pi R^2 (2 + \sqrt{3}).$$

Mustaqil ishlash uchun masalalar

12.27. Sharning sirt yuzi 289π ga teng bo'lsa, sharning diametrini toping.
javob: 17

12.28. Sharning sirti 393 ga teng. Berilgan shar radiusidan $\sqrt{3}$ marta kichik radiusli shar sirti yuzini toping. javob: 131

12.29. Sharining kesimi shar markazidan $\sqrt{\frac{30}{\pi}}$ ga teng masofada, shar kesim yuzi 15 ga teng bo'lsa, shar sirti yuzini toping. javob: 180

12.30. Shar radiusi oxiridan radius bilan 45° burchak tashkil qiluvchi tekislik o'tkazilgan. Agar sharining sirti yuzi 125 ga teng bo'lsa, kesim yuzini toping. javob: 15,625

12.31. Shar kesim yuzi sharining sirti yuzidan 8 marta kichik. Agar sharining radiusi $\sqrt{242}$ ga teng bo'lsa, shar markazidan kesim yuzigacha bo'lgan masofani toping. javob: 11

12.32. Sharining kesimi shar radiusiga perpendikular holatida radiusni 1:3 (markazdan hisoblaganda) nisbatda bo'ladi. Sharining sirti yuzi 96 ga teng bo'lsa, kesim yuzini toping. javob: 22,5

12.33. Sharining kesimi shar radiusiga perpendikular holatida radiusni 2:1 (markazdan hisoblaganda) nisbatda bo'ladi. Agar kesim yuzi 2,1 ga teng bo'lsa, sharining sirti yuzini toping. javob: 15,12

12.34. Shar markazidan $\sqrt{\frac{10}{\pi}}$ masofada o'tkazilgan shar kesimi yuzini toping, bunda sharining sirti yuzi 78 ga tengligi ma'lum. javob: 9,5

12.35. Sharining radiusi oxiridan radius bilan 60° hosil qiluvchi kesim o'tkazilingan. Hosil bo'lgan kesim yuzi 11 ga teng bo'lsa, sharining sirti yuzini toping. javob: 176

12.36. Radiusi 13 ga teng bo'lgan shar sirtiga diagonallari 30 va 40 ga teng bo'lgan romb tomonlari urinadi. Romb tekisligidan shar markazigacha bo'lgan masofani aniqlang.

12.37. Tomoni 12,5 ga teng bo'lgan romb shar sirtiga urinadi. Sharining radiusi 10 ga teng. Romb tekisligi va shar markazi orasidagi masofa 8 ga teng bo'lsa, rombnings yuzini toping.

12.38. Radiusi 1 dm bo'lgan shar rombnings barcha tomonlariga urinadi. Agar romb diagonallarining uzunliklari 15 sm va 2 dm bo'lsa, sharining markazidan romb tekisligigacha bo'lgan masofa topilsin.

12.39. Trapetsiyaning asoslari 6 dm va 48 sm, balandligi 10 sm. Shu teng yonli trapetsiyaning uchlaridan o'tuvchi sharning markazi trapetsiya tekisligidan 6 dm uzoqlikda bo'lsa, shar radiusining uzunligi topilsin.

12.40. Radiusi 15 sm bo'lgan shar teng yonli trapetsiyaning barcha tomonlariga urinadi. Trapetsiyaning asoslari 16 sm va 36 sm bo'lsa, sharning markazidan trapetsiya tekisligigacha bo'lgan masofa topilsin. javob: 9

12.41. Radiusi 17 sm bo'lgan shar markazidan 8 sm masofada tekislik bilan kesilgan. Kesimning yuzini toping.

12.42. Shar katta doirasining yuzi 225π ga teng. Sharning markazidan qanday masofada o'tkazilgan tekislik shardan doirasining yuzi 121π ga teng bo'lgan kesim hosil qiladi. javob: $2\sqrt{26}$

12.43. Shar katta doirasining yuzi 25π ga teng. Sharning markazidan qanday masofada o'tkazilgan tekislik shardan doirasining yuzi $12,75\pi$ ga teng bo'lgan kesim ajratadi?

12.44. Shar katta doirasining yuzi 25π ga teng. Sharning markazidan qanday masofada o'tkazilgan tekislik shardan doirasining yuzi 9π ga teng kesim ajratadi? javob: 4

12.45. Shar radiusi 6 ga teng. Radius uchidan u bilan 30° burchak tashkil qiluvchi tekislik o'tkazilgan. Shar bilan tekislik hosil qilgan kesimning yuzini toping.

12.46. Radiusi 13 ga teng bo'lgan shar tekislik bilan kesilgan. Agar shar markazidan kesimgacha masofa 10 ga teng bo'lsa, kesimning yuzini toping. javob: 69π

12.47. Radiusining oxiridan u bilan 60° li burchak tashkil etadigan kesuvchi tekislik o'tkazilgan. Kesimning yuzini toping.

12.48. R radiusli sharning radiusi uchidan o'tkazilgan tekislik shu radius bilan 60° li burchak tashkil qiladi. Hosil qilingan kesimning yuzi hisoblansin. javob: $\frac{\pi R^2}{4}$

12.49. Sharning radiusi 10 ga teng. Agar sharni tekislik bilan kesganda hosil boʻlgan kesimning yuzi 36π ga teng boʻlsa, sharga mos sferaning sirti qanday yuzli qismlarga boʻlinadi?