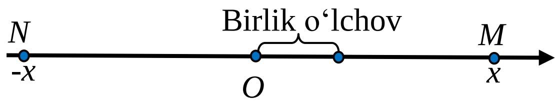
# 7-BOB
# KOORDINATALAR SISTEMASI VA VEKTORLAR

## 1-§. Dekart koordinatalar sistemasi. Ikki nuqta orasidagi masofa. Kesmani berilgan nisbatda bo‘lish

Haqiqiy sonlarning uzluksizligi xossasi asosida barcha haqiqiy sonlar to‘plami bilan to‘g‘ri chiziq nuqtalari to‘plami orasida bir qiymatli moslik o‘rnatiladi.




*7.1-rasm*

Buning uchun biror to‘g‘ri chiziqda (u gorizontal yo‘nalgan bo‘lsin (7.1-rasm)) musbat yo‘nalishni, $O$ hisob boshini va masshtab birligini tanlaymiz. Musbat $x$ sonini ifodalash uchun bu to‘g‘ri chiziqda $O$ hisob boshidan o‘ng tomonda tanlangan masshtab birligida berilgan $x$ songa teng masofada yotuvchi $M$ nuqtani olamiz; manfiy $x$ sonini ifodalash uchun esa bu to‘g‘ri chiziqda $O$ hisob boshidan chap tomonda $|x|$ songa teng masofada yotuvchi $N$ nuqtani olamiz; $x = 0$ soniga $O$ hisob boshi mos keladi.

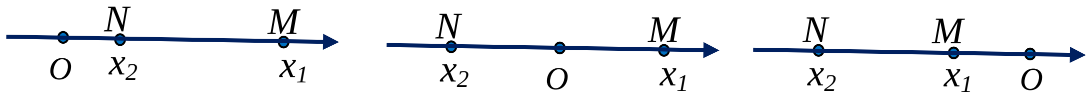
Barcha nuqtalari uchun barcha haqiqiy sonlar to‘plami bilan ko‘rsatilgan bir qiymatli moslik o‘rnatilgan to‘g‘ri chiziqqa *son o‘qi* (*sonli to‘g‘ri chiziq yoki koordinata o‘qi*) deyiladi.

Shunday qilib, har bir haqiqiy songa son o‘qining yagona $M$ nuqtasi mos qo‘yiladi va aksincha, bu son o‘qining har bir $M$ nuqtasiga yagona $x$ haqiqiy son mos keladi. Bunda haqiqiy son va son o‘qining nuqtasi bitta $x$ belgi bilan ifodalanadi. Shu sababli «$x$ son» so‘zi o‘rniga ko‘p hollarda «$x$ nuqta» so‘zi ishlatiladi.

Son o‘qi haqiqiy sonlarning joylashishi to‘g‘risida ko‘rgazmali ma’lumot beradi. $x_1 < x_2$ tengsizlik $x_1$ nuqta $x_2$ nuqtaga nisbatan chapda yotishini anglatadi, $x_1 < x_2 < x_3$ tengsizlik $x_2$ nuqta $x_1$ va $x_3$ nuqtalar orasida yotishini bildiradi.

Son o‘qida berilgan ikki nuqta orasidagi masofa shu nuqtalar orasidagi kesma uzunligiga aytiladi va $|MN|$ bilan belgilanadi. $M(x_1)$ va $N(x_2)$ nuqtalar orasidagi masofa quyidagicha aniqlanadi (7.2-rasm):

$$|MN| = |x_2 - x_1|.$$



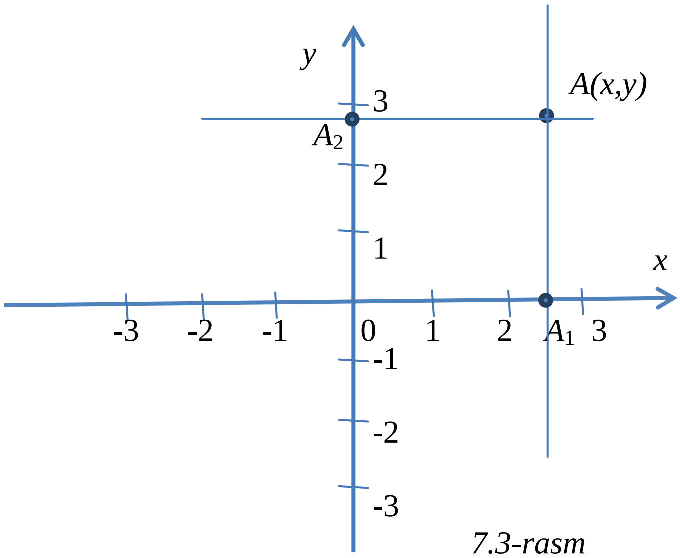

a) b) c)

*7.2-rasm*

**1-masala.** Son o‘qida berilgan $M(2)$ va $N(-3)$ nuqtalar orasidagi masofani toping.

**Yechish.** Berilgan nuqtalar orasidagi masofani $|MN| = |x_2 - x_1|$ formulaga ko‘ra hisoblaymiz: $|MN| = |x_2 - x_1| = |2-(-3)| = 5$.

Tekislikda o‘zaro perpendikular bo‘lib, $O$ nuqtada kesishadigan ikkita koordinata o‘qini o‘tkazamiz va bu koordinatalarning har birida musbat yo‘nalishni aniqlaymiz (7.3-rasm). Shu tartibda tavsiflangan koordinata o‘qlarining joylashuviga to‘g‘ri burchakli **koordinatalar sistemasi** deyiladi.



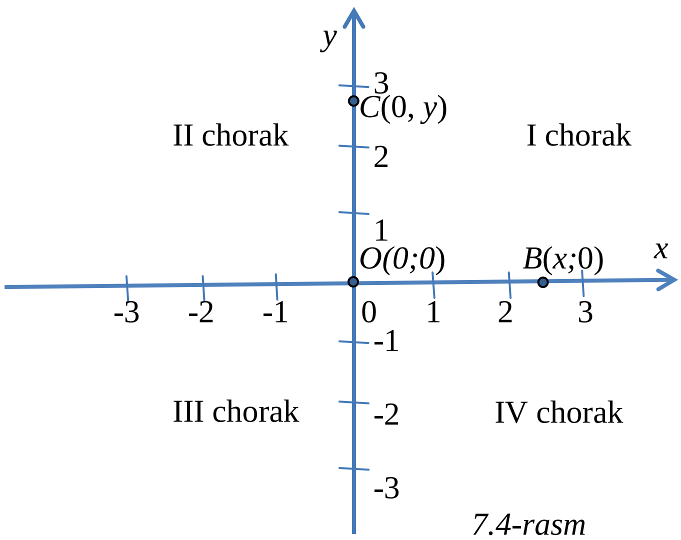

*7.3-rasm*

Tekislikda $A$ nuqta berilgan bo‘lsin. $A$ nuqtadan $Ox$ va $Oy$ o‘qlariga perpendikular to‘g‘ri chiziqlar o‘tkazamiz (7.3-rasm). U holda $A_1$ nuqtaga $Ox$ o‘qda $x$, koordinata, $A_2$ nuqtaga esa $Oy$ o‘qda $y$ koordinata mos keladi. Topilgan ikkita $x$ va $y$ sonlarni $A$ nuqtaga mos qo‘yamiz va $A$ nuqtaning *koordinatalari* deb ataymiz hamda $A(x;y)$ kabi yozamiz.

Yuqoridagi usulga o‘xshash harakatlar bilan tekislikdagi har bir $B$ nuqtaga $(x;y)$ sonlar juftini mos qo‘yish mumkin. Buning aksi ham o‘rinli: har bir sonlar juftiga tekislikda bitta nuqta mos keladi. Haqiqatan, agar $(x;y)$ sonlar jufti berilgan bo‘lsa, $Ox$ o‘qda $O$ nuqtadan, $x$ ning ishorasiga bog‘liq holda, musbat yoki manfiy yo‘nalishda uzunligi $|x|$ bo‘lgan $OB_1$ kesmani joylashtiramiz. $Oy$ o‘qda esa $x$ koordinataga o‘xshash, uzunligi $|y|$ bo‘lgan $OB_2$ kesmani joylashtiramiz. So‘ngra topilgan $B_1$ va $B_2$ nuqtalardan, mos ravishda, $Ox$ va $Oy$ o‘qlarga perpendikularlar o‘tkazamiz va ularning kesishish nuqtasi koordinatalari $(x;y)$ bo‘lgan $B$ nuqtadan iborat bo‘ladi.

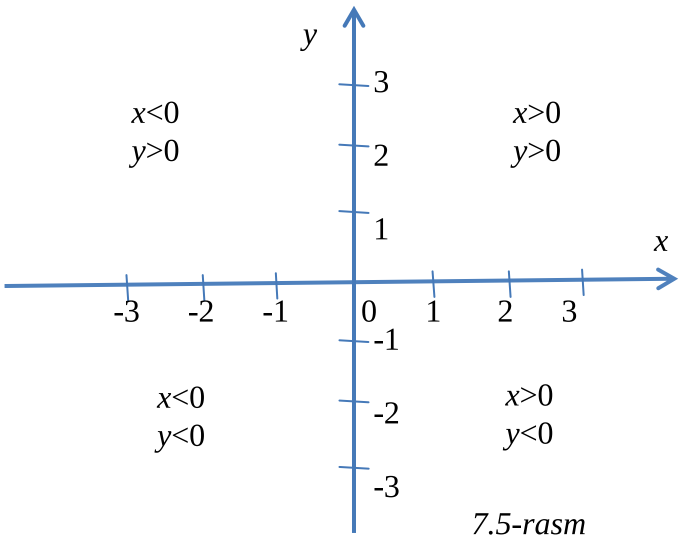
Bunda $x$ koordinata $B$ nuqtaning *abssissasi*, $y$ koordinata esa *ordinatasi* deyiladi. Mos ravishda, $Ox$ o‘q — *abssissa o‘qi*, $Oy$ o‘q esa *ordinata o'qi* deyiladi. Koordinata o‘qlarining kesishish nuqtasi $O$- yasalgan to‘g‘ri burchakli koordinatalar sistemasining *boshi* deyiladi. To‘g‘ri burchakli koordinatalar sistemasi XVII asrda fransuz matematigi va faylasufi Rene Dekart tomonidan kiritilganligi sababli, *Dekart koordinatalar sistemasi*, $x$ va $y$ sonlar esa $M(x;y)$ nuqtaning *Dekart koordinatalari* deyiladi.

Koordinatalar o‘qlari tekislikni *choraklar* deb ataladigan to‘rtta qismga bo‘ladi. Choraklar soat mili harakati yo‘nalishiga teskari tartibda raqamlanadi. Nuqtaning koordinatalari ishoralari qanday bo‘lishini ko‘rib chiqamiz. Agar tekislikda berilgan $B$ nuqta $Ox$ o‘qda yotsa, uning koordinatalari $B(x;0)$ bo‘ladi. Agar $C$ nuqta $Oy$ o‘qda yotsa, uning koordinatalari $C(0, y)$ bo‘ladi. Koordinatalar boshi bo‘lgan $O$ nuqtaning koordinatalari $O(0;0)$ bo‘ladi (7.4- rasm).




*7.4-rasm*

Tekislikning nuqtalari qaysi choraklarda yotganligiga qarab, ular koordinatalarining ishoralari ko‘rsatilgan (7.5- rasm).



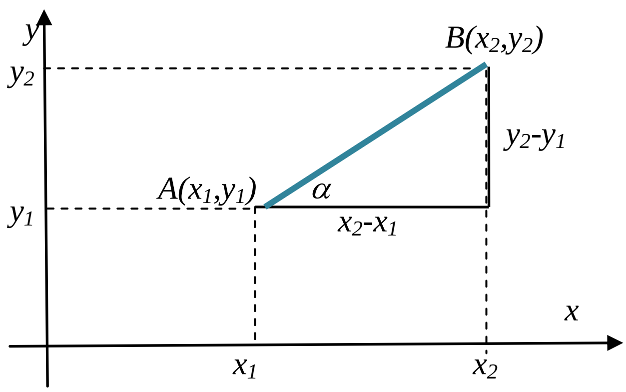

*7.5-rasm*

Tekislikdagi ikki nuqta orasidagi masofa deb shu nuqtalar orasidagi kesma uzunligiga aytiladi va u $|AB|$ yoki $d$ harfi bilan belgilanadi.

**1-teorema.** Tekislikda berilgan $A(x_1;y_1)$ va $B(x_2;y_2)$ nuqtalar orasidagi masofa

$$\boxed{d = |AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}}$$

ga teng




*7.6-rasm*

**Isbot.** Pifagor teoremasidan foydalanib aniqlaymiz (7.6-rasm). Unga ko'ra to'g'ri burchakli uchburchak katetlari vazifasini $a = y_2 - y_1$ va $b = x_2 - x_1$ kesmalar gipotenuza vazifasini esa $c = |AB|$ o'taydi.

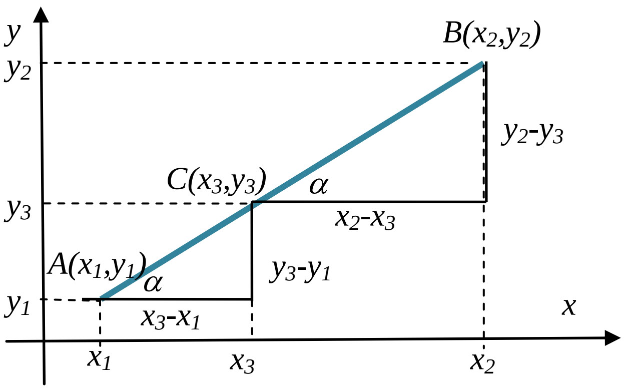
**2-masala.** A(0;1) va B(5;6) nuqtalar orasidagi masofani toping.

**Yechish.** $|AB|=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$ formulaga ko‘ra kesma uzunligini hisoblaymiz:

$$|AB|=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}=\sqrt{(5-0)^2+(6-1)^2}=\sqrt{25+25}=\sqrt{50}=5\sqrt{2}.$$

**2-teorema.** Tekislikda uchlari $A(x_1;y_1)$ va $B(x_1;y_2)$ nuqtalar bilan berilgan $|AB|$ kesmani $\frac{|AC|}{|CB|}=\lambda$ nisbatda bo‘luvchi $C(x_3;y_3)$ nuqtaning koordinatalari quyidagi formula yordamida aniqlanadi (7.7-rasm):

$$\boxed{x_3=\frac{x_1+\lambda x_2}{1+\lambda},\quad y_3=\frac{y_1+\lambda y_2}{1+\lambda}.}$$




*7.7-rasm*

**Isbot.** Burchak kosinusidan foydalanamiz. Unga ko‘ra

$$\begin{cases}\cos\alpha=\dfrac{x_3-x_1}{|AC|}\\[2ex] \cos\alpha=\dfrac{x_2-x_3}{|CB|}\end{cases},\ \Rightarrow\ \frac{x_3-x_1}{|AC|}=\frac{x_2-x_3}{|CB|},\Rightarrow x_3-x_1=(x_2-x_3)\cdot\frac{|AC|}{|CB|},\Rightarrow$$

$$x_3-x_1=(x_2-x_3)\cdot\lambda,\ \Rightarrow\ x_3-x_1=\lambda x_2-\lambda x_3,\Rightarrow\quad (1+\lambda)x_3=x_1+\lambda x_2,\Rightarrow x_3=\frac{x_1+\lambda x_2}{1+\lambda}$$

bo‘ladi. Burchak sinusidan foydalansak,

$$\begin{cases}\sin\alpha=\dfrac{y_3-y_1}{|AC|}\\[2ex] \sin\alpha=\dfrac{y_2-y_3}{|CB|}\end{cases},\ \Rightarrow\ \frac{y_3-y_1}{|AC|}=\frac{y_2-y_3}{|CB|},\Rightarrow y_3-y_1=(y_2-y_3)\cdot\frac{|AC|}{|CB|},\Rightarrow$$

$$y_3 - y_1 = (y_2 - y_3)\cdot\lambda, \Rightarrow y_3 - y_1 = \lambda y_2 - \lambda y_3, \Rightarrow (1+\lambda)y_3 = y_1 + \lambda y_2, \Rightarrow y_3 = \frac{y_1+\lambda y_2}{1+\lambda}$$

bo‘ladi.

Xususan, $\lambda = 1$ bo‘lganda $C(x_3; y_3)$ nuqta $|AB|$ kesmaning o‘rtasi bo‘ladi va u quyidagicha:

$$\boxed{x_3 = \frac{x_1+x_2}{2}, \quad y_3 = \frac{y_1+y_2}{2}.}$$

**3-masala.** $A(0;1)$ va $B(5;6)$ nuqtalar orasidagi kesmani 3:2 nisbatda bo‘ling.

**Yechish.** $A$ va $B$ nuqtalar orasidagi nuqtani $C(x_3; y_3)$ bilan belgilasak, bu nuqtaning koordanatalarini $x_3 = \frac{x_1+\lambda x_2}{1+\lambda}, \quad y_3 = \frac{y_1+\lambda y_2}{1+\lambda}$ formula bilan topamiz.

$$x_3 = \frac{x_1+\lambda x_2}{1+\lambda} = \frac{0+\frac{3}{2}\cdot 5}{1+\frac{3}{2}} = \frac{\frac{15}{2}}{\frac{5}{2}} = 3, \quad y_3 = \frac{y_1+\lambda y_2}{1+\lambda} = \frac{1+\frac{3}{2}\cdot 6}{1+\frac{3}{2}} = \frac{10}{\frac{5}{2}} = 4.$$

Demak, $C$ nuqtaning koordinatalari (3,4) ekan.

## Mustaqil ishlash uchun masalalar

7.1. $A$(0;-1) va $B$(-5;6) nuqtalar orasidagi masofani toping.

7.2. $A$(1;-2) va $B$(-2;-6) nuqtalar orasidagi masofaning yarmini toping .

7.3. $C$(-2;3) va $D$(l;6) nuqtalar orasidagi masofaning yarmini toping.

7.4. $M$(3;-2) va $N$(-l;l) nuqtalar orasidagi masofaning 2/3 qismini toping.

7.5. $A$(3;-2) va $B$(1;6) nuqtalar orasidagi masofaning uchdan birini toping.

7.6. Uchlari $A$(-3;2) va $B$(4;1) nuqtalarda bo‘lgan $AB$ kesma o‘rtasining koordinatalarini toping.

7.7. Uchlari $A$(3;-1) va $B$(2;4) nuqtada bo‘lgan $AB$ kesmaning o‘rtasidagi nuqtaning koordinatalarini toping.

7.8. Uchlari $A$(2; -1) va $B$(5; 4) nuqtada bo‘lgan $AB$ kesmaning o‘rtasidagi nuqtaning koordinatalarini toping.

7.9. Bir uchi (8;2) nuqtada, o‘rtasi (4,5;5,5) nuqtada bo‘lgan kesmaning ikkinchi uchi koordinatalarini toping.

7.10. Agar kesmaning bir uchi $A$(1;-5), o‘rtasi $S$(4;-2) nuqtada bo‘lsa, ikkinchi uchining koordinatalari qanday bo‘ladi?

7.11. Uchlari $A$(1;-2) va $B$(3;-4) nuqtalardan bo‘lgan kesma o‘rtasining koordinatalarini toping.

7.12. Uchlari $A$(2;-2) va $B$(3;1) nuqtalarda bo‘lgan $AB$ kema o‘rtasidagi nuqtaning koordinatalarini toping.

7.13. Bir uchi (8;2) nuqtada, o‘rtasi (4;-12) nuqtada bo‘lgan kesmaning ikkinchi uchi koordinatalarini toping.

7.14. $A$(2;-1) va $B$(-2;3) nuqtalar berilgan. Koordinata boshidan $AB$-kesmaning o‘rtasigacha bo‘lgan masofani toping.

7.15. $A$($x$; 0) nuqta $B$(1;2) va $C$(-1;3) nuqtalardan teng uzoqlikdaligi ma’lum bo‘lsa, $x$ ni toping.

7.16. $A$($x$; 0) nuqta $B$(1; 2) va $C$(-1; 3) nuqtalar teng uzoqlikdaligi ma’lum bo‘lsa, $x$ ni toping.

7.17. $A$(x; 0) nuqta $B$(0; 1) va $C$(3; 1) nuqtalardan teng uzoqlikdaligi ma’lum bo‘lsa, $x$ ni toping.

7.18. $A$(0; $y$) nuqta $B$(1; 2) va $C$(-1; 3) nuqtalardan teng uzoqlikdaligi ma’lum bo‘lsa, $y$ ni toping.

7.19. $A$(0;$y$) nuqta $B$(0;2) va $C$(3;1) nuqtalardan baravar uzoqlikdaligi ma’lum bo‘lsa, $y$ ni toping.

7.20. $x$ ning qanday qiymatida $M$($x$;0) nuqta $M_1$(1;2) va $M_2$(-2;1) nuqtalardan baravar uzoqlashgan?

7.21. $P$(3: 0) nuqtani koordinata boshi atrofida 90° ga burganda u qaysi nuqtaga o‘tadi?

7.22. $P$(0; 3) nuqtani koordinata boshi atrofida 90° ga burganda hosil bo‘ladigan nuqtaning koordinatalarini toping.

7.23. *P*(-3;0) nuqtani koordinata boshi atrofida 90° ga burganda hosil bo‘ladigan nuqtaning koordinatalarini toping.

7.24. Koordinatalari butun sonlardan iborat nechta nuqta uchlari *A*(-1,5;-0,5), *B*(- 1,5;2,5), *C*(1,5;2,5) va *D*(l,5;-0,5) nuqtalarda bo‘lgan to‘g‘ri to‘rtburchakning ichida yotadi?

7.25. Agar *A*(1;0), *B*(1;3) va *C*(4;3) bo‘lsa, *ABC* uchburchakning turi qanday bo‘ladi?

7.26. Uchburchakning uchlari (1;2); (3;4) va (5;-1) nuqtalarda joylashgan. Shu uchburchak medianalarining kesishgan nuqtasi koordinatalarini toping.

7.27. Uchburchakning uchlari (2;2), (3;3) va (1;4) nuqtalarda joylashgan. Shu uchburchakning medianalari kesishgan nuqtasining koordinatalarini toping.

7.28. Agar *ABC* uchburchakda *A*(8;-5), *B*(2;5) va *C*(-7;-9) bo‘lsa, medianalar kesishgan nuqtaning koordinatalarini aniqlang.

7.29. Uchlari *A*(4;5), *B*(2;3) va *C*(2;1) nuqtalarda joylashgan uchburchakning *BD* medianasi uzunligini toping.

7.30. Uchlari *A*(3;-2), *B*(3;0) va *C*(1;2) nuqtalarda bo‘lgan uchburchakning *BD* medianasi va *AC* tomoni orasidagi burchakning kattaligini toping.

7.31. Uchlari *A*(2;2), *B*(1;3) va *C*(-1;1) nuqtalarda joylashgan uchburchakka tashqi chizilgan aylana markazining koordinatalarini toping.

7.32. Uchlari *A*(4;5) *B*(2;3) va *C*(2;-1) nuqtalarda joylashgan uchburchakning *BD* medianasi uzunligini toping.

7.33. Agar 1) *A*(3;2), *B*(0;5), *C*(5;5); 2) *A*(4;0), *B*(12;-2), *C*(5;-9) bo‘lsa, *ABC* uchburchakning perimetrini toping.

7.34. *A*(0;1), *B*(1;-4), *C*(5;2) bo‘lsa, *ABC* uchburchakning *AD* medianasi uzunligini toping.

7.35. *ABC* uchburchak uchlarining koordinatalari berilgan: *A*(0;1), *B*(1;-4); *C*(5;2); 2) *A*(-4;l), *B*(-2;4), *C*(0;1); 3) *A*(-*a*;0), *B*(*a*;0), *C*(0;0). *ABC* ning teng yonli ekanini ko‘rsating va uning yuzini hisoblang.

## 2-§. Vektor tushunchasi. Vektorlar ustida amallar. Ikki vektorning skalar ko‘paytmasi

Vektor tushunchasiga son qiymati va yo‘nalishi bilan xarakterlanuvchi obyektlar bilan ish ko‘rilganida duch kelinadi. Bunday obyektlarga kuch, tezlik, tezlanish kabi fizik kattaliklar misol bo‘ladi.

**1-ta’rif.** Tayin uzunlikka va yo‘nalishga ega bo‘lgan kesma ***vektor*** deb ataladi va u $\overrightarrow{AB}$ yoki $\vec{a}$ kabi belgilanadi. Bunda $A$ nuqtaga vektorning boshi, $B$ nuqtaga uning oxiri deyiladi.

$\overrightarrow{BA}$ vektor $\overrightarrow{AB}$ vektorga ***qarama-qarshi vektor*** hisoblanadi. $\vec{a}$ vektorga qarama-qarshi vektor $(-\vec{a})$ bilan belgilanadi.

Boshi va oxiri orasidagi masofaga ***vektorning uzunligi*** yoki ***moduli*** deyiladi. Vektorning moduli $|\overrightarrow{AB}|$ yoki $|\vec{a}|$ ko‘rinishda belgilanadi.

Boshi va oxiri ustma-ust tushadigan vektor ***nol vektor*** deb ataladi va $\vec{0}$ bilan belgilanadi. Bunda $|\vec{0}|=0$ bo‘ladi. Nol vektor yo‘nalishga ega bo‘lmaydi.

Uzunligi birga teng vektorga ***birlik vektor*** deyiladi va ko‘p hollarda $\vec{e}$ orqali belgilanadi.

$\vec{a}$ vektor bilan bir xil yo‘nalgan birlik vektorga $\vec{a}$ ***vektorning orti*** deyiladi va $\vec{a}^0$ bilan belgilanadi.

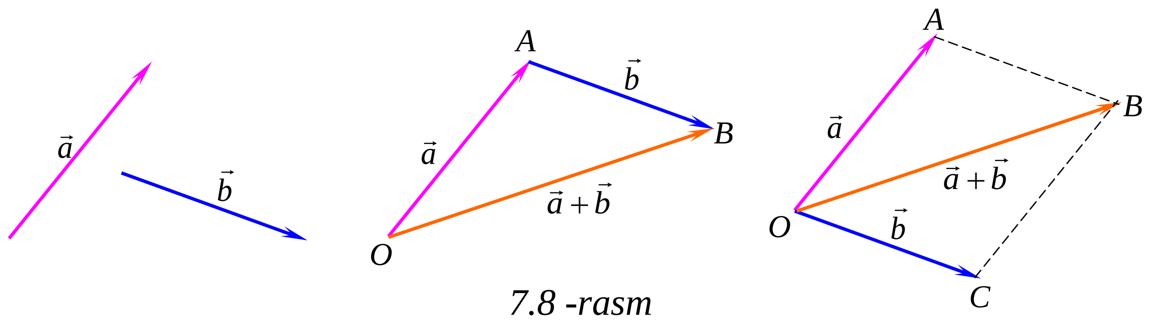
**2-ta’rif**. Bir to‘g‘ri chiziqda yoki parallel to‘g‘ri chiziqlarda yotuvchi vektorlar ***kollinear vektorlar*** deb ataladi.

$\vec{a}$ va $\vec{b}$ vektorlarning kollinearligi $\vec{a}\parallel\vec{b}$ ko‘rinishida yoziladi. Kollinear vektorlar bir tomonga yo‘nalgan bo‘lsa, $\vec{a}\uparrow\uparrow\vec{b}$ ko‘rinishida, qarama-qarshi tomonlarga yo‘nalgan bo‘lsa, $\vec{a}\uparrow\downarrow\vec{b}$ ko‘rinishda belgilanadi. Nol vektor har qanday vektorga kollinear hisoblanadi.

**3-ta'rif**. Agar $\vec{a}$ va $\vec{b}$ vektorlarning uzunligi teng va yo'nalishi bir xil bo'lsa, ularga *teng vektorlar* deyiladi va $\vec{a}=\vec{b}$ ko'rinishda belgilanadi.

Vektorlarni qo'shish, ayirish va vektorni songa ko'paytirish amallari *vektorlar ustida chiziqli amallar* hisoblanadi.

Ikkita $\vec{a}$ va $\vec{b}$ vektor berilgan bo'lsin. Istalgan $O$ nuqta olib, bu nuqtaga $\overrightarrow{OA}=\vec{a}$ vektorni uzunligi va yo'nalishini o'zgartirmasdan siljitamiz. $A$ nuqtaga $\overrightarrow{AB}=\vec{b}$ vektorni qo'yamiz. Bunda birinchi vektorning boshini ikkinchi vektorning oxiri bilan tutashtiruvchi $\overrightarrow{OB}$ vektorga $\vec{a}$ *va* $\vec{b}$ *vektorlarning yig'indisi* deyiladi, ya'ni $\overrightarrow{OB}=\vec{a}+\vec{b}$ (7.8-rasm). Vektorlarni qo'shishning bu usuli *uchburchak qoidasi* deb ataladi.




*7.8 -rasm*

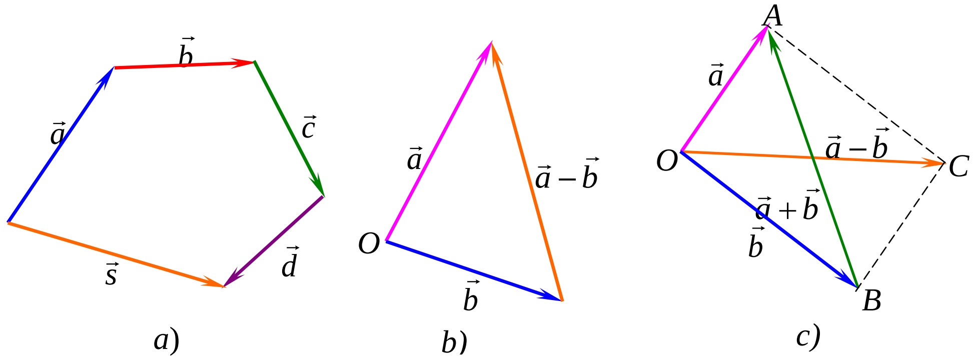
Ikkita vektorni *parallelogramm qoidasi* bilan ham qo'shish mumkin. Buning uchun $O$ nuqtaga $\overrightarrow{OA}=\vec{a}$ va $\overrightarrow{OC}=\vec{b}$ vektorlarni qo'yamiz va ulardan parallelogramm yasaymiz. Bunda parallelogrammning $O$ uchidan o'tkazilgan $\overrightarrow{OB}$ diagonal $\vec{a}+\vec{b}$ vektorni beradi (7.9-*a* rasm).

Bir nechta vektornining yig'indisini topish uchun bu vektorlarga teng vektorlardan ko'pburchak (siniq chiziq) hosil qilinadi. Bunda boshi birinchi vektorining boshida, oxiri esa oxirgi vektorining oxirida bo'lgan vektor ko'pburchak barcha vektorlarining yig'indisiga teng bo'ladi. Bir necha vektorni bunday qo'shish usuliga *ko'pburchak qoidasi* deyiladi. 7.9-*b* rasmda to'rtta $\vec{a},\vec{b},\vec{c},\vec{d}$ vektorlarning yig'indisi $\vec{s}$ vektor tasvirlangan.

$\vec{a}$ va $\vec{b}$ *vektorlarning ayirmasi* deb, $\vec{a}$ vektor bilan $\vec{b}$ vektorga qarama-qarshi bo'lgan $(-\vec{b})$ vektor yig'indisiga aytiladi, ya'ni $\vec{a}-\vec{b}=\vec{a}+(-\vec{b})$.

$\vec{a}-\vec{b}$ ayirmani topish uchun $\vec{a}$ va $\vec{b}$ vektorni umumiy $O$ nuqtaga qo'yamiz. Bunda $\vec{b}$ vektor oxiridan $\vec{a}$ vektor oxiriga yo'nalgan vektor $\vec{a}-\vec{b}$ vektorni beradi (7.9-*b* rasm).

$\overrightarrow{OA}=\vec{a}$ va $\overrightarrow{OB}=\vec{b}$ vektorlarga qurilgan $OACB$ parallelogrammning diagonal vektorlari bu vektorlarning yig'indisidan va ayirmasidan iborat bo'ladi (7.9-*c* rasm).

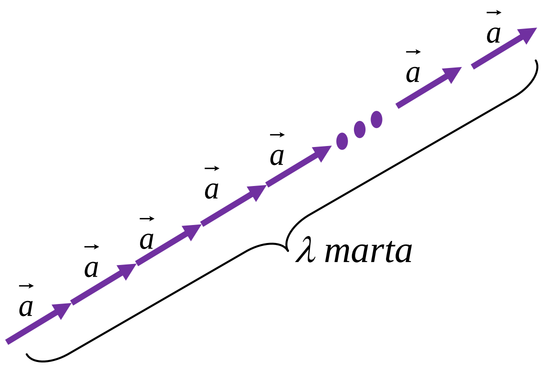



*7.9-rasm*

$\vec{a}$ *vektorning* $\lambda \neq 0$ *songa ko'paytmasi* deb, $\vec{a}$ vektorga kollinear, uzunligi $|\lambda|\cdot|\vec{a}|$ ga teng va yo'nalishi $\lambda>0$ bo'lganda $\vec{a}$ vektor yo'nalishi bilan bir xil, $\lambda<0$ bo'lganda $\vec{a}$ vektor yo'nalishiga qarama-qarshi bo'lgan $\lambda\vec{a}$ vektorga aytiladi (7.10-rasm).

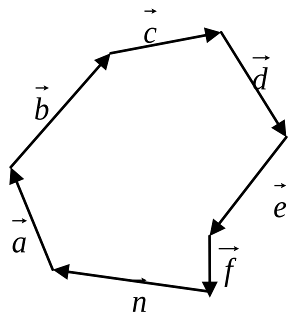
Agar $\lambda>0$ bo'lsa, $\vec{b}$ vektor $\vec{a}$ vektor bilan bir xil yo'nalishda, agar $\lambda<0$ bo'lsa, $\vec{b}$ vektor $\vec{a}$ vektorga teskari yo'nalishda bo'ladi.

Agar $\lambda=1$ bo'lsa, $\vec{b}$ vektor $\vec{a}$ vektorga teng, agar $\lambda=-1$ bo'lsa, $\vec{b}$ vektor $\vec{a}$ vektorga teng qarama-qarshi bo'ladi.




*7.10-rasm*

Bir necha vektorni ketma-ket qo‘yganda oxirgi vektorning oxiri bilan birinchi vektorning boshi ustma-ust tushsa, bu vektorlarning yig‘indisi nolga teng bo‘ladi:

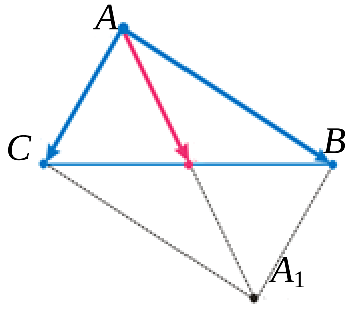



*7.11-rasm*

$$\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}+\vec{d}+\vec{e}+\vec{f}+\vec{n}=0.$$

**1-masala.** $ABC$ uchburchakning $AD$ medianasini topish formulasi quyidagi ko‘rinishda bo‘ladi (7.12-rasm):

$$\boxed{\overrightarrow{AD}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right).}$$



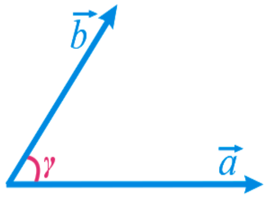

*7.12-rasm*

**Yechish.** $AD$ mediana vektorlarga qurilgan parallelogrammning $A$ uchidan chiquvchi diagonalining yarmiga teng. $A$ uchidan chiquvchi diagonali esa $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$ yig‘indi vektorga teng.

Ikki vektorning skalar ko‘paytmasi deb bu vektorlar modullari va ular orasidagi burchak kosinusi ko‘paytmasiga teng bo‘lgan **skalar kattalikka** aytiladi (7.13-rasm):

$$\boxed{\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}|\cdot\left|\vec{b}\right|\cdot\cos\gamma.}$$

bu yerda: $\gamma-\vec{a}$ va $\vec{b}$ vektorlar orasidagi burchak




*7.13-rasm*

Skalar ko‘paytma quyidagi xossalarga ega.

***1-xossa***. *Ko‘paytuvchilarning o‘rin almashtirish* xossasi:

$$\vec{a}\vec{b}=\vec{b}\vec{a}.$$

**Isbot.** $\vec{a}\vec{b}=|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cos(\vec{a}\,\hat{,}\,\vec{b})=|\vec{b}|\cdot|\vec{a}|\cos(\vec{b}\,\hat{,}\,\vec{a})=\vec{b}\vec{a}.$

***2-xossa***. *Skalar ko‘paytuvchiga nisbatan guruhlash* xossasi:

$$(\lambda\vec{a})\vec{b}=\lambda(\vec{a}\vec{b}).$$

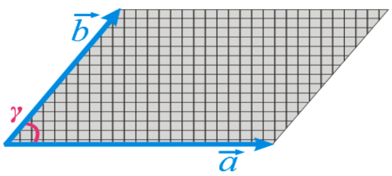
***3-xossa***. *Qo‘shishga nisbatan taqsimot* xossasi:

$$\vec{a}(\vec{b}+\vec{c})=\vec{a}\vec{b}+\vec{a}\vec{c}\,.$$

***4-xossa***. Agar $\vec{a}$ va $\overleftarrow{b}$ vektorlar perpendikular bo‘lsa, u holda ularning skalar ko‘paytmasi nolga teng bo‘ladi. Shuningdek, teskari tasdiq o‘rinli: agar $\vec{a}\vec{b}=0$ $(|\vec{a}|\neq 0,|\vec{b}|\neq 0)$ bo‘lsa, u holda $\vec{a}\perp\vec{b}$ bo‘ladi.

***5-xossa***. Vektorning skalar kvadrati uning uzunligi kvadratiga teng, ya’ni $\vec{a}^{2}=|\vec{a}|^{2}$.

**2-masala.** $\vec{a}$ va $\vec{b}$ vektorlarga qurilgan parallelogrammning yuzi quyidagicha bo‘ladi (7.14-rasm):



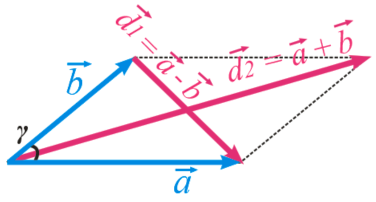

*7.14-rasm*

$$\boxed{S = \vec{a} \cdot \vec{b} \cdot \text{tg}\alpha.}$$

**Yechish.** Ikki tomon va ular orasidagi burchakka ko‘ra

$$S = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \sin\alpha = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos\alpha \cdot \text{tg}\alpha = \vec{a} \cdot \vec{b} \cdot \text{tg}\alpha \text{ bo‘ladi.}$$

**3-masala.** $\vec{a}$ va $\vec{b}$ vektorlar, $\vec{a}+\vec{b}$ yig‘indi vektor hamda $\vec{a}-\vec{b}$ ayirma vektorlar orasidagi bog‘lanish quyidagicha bo‘ladi (7.15-rasm):




*7.15-rasm*

$$\boxed{|\vec{a}+\vec{b}|^2 + |\vec{a}-\vec{b}|^2 = 2\left(|\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2\right), \quad |\vec{a}+\vec{b}|^2 - |\vec{a}-\vec{b}|^2 = 4\vec{a}\cdot\vec{b}.}$$

**Yechish.** Bu formulani parallelogramm tomonlari hamda diagonallari orasidagi bog‘lanishdan aniqlaymiz. Bunda $\vec{a}-\vec{b}=\vec{d}_1$ bo‘lsa, $\vec{a}+\vec{b}=\vec{d}_2$ bo‘ladi. Parallelogrammning diagonallari kvadratlari yig‘indisi tomonlar kvadratlari yig‘indisidan ikki marta katta bo‘lgani uchun $|\vec{a}+\vec{b}|^2 + |\vec{a}-\vec{b}|^2 = 2\left(|\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2\right)$

bo‘lganligi uchun $|\vec{a}+\vec{b}|^2 - |\vec{a}-\vec{b}|^2 = \vec{a}^2 + 2\vec{a}\vec{b} + \vec{b}^2 - \vec{a}^2 + 2\vec{a}\vec{b} - \vec{b}^2 = 4\vec{a}\cdot\vec{b}$ bo‘ladi.

## Mustaqil ishlash uchun masalalar

7.36. $\vec{a}\left(1;\frac{4}{3}\right)$ vektor berilgan. $3\vec{a}$ vektorning modulini toping.

7.37. Agar $\vec{a}(1;2)$ va $\vec{b}(4;-2)$ bo‘lsa, $\vec{s}=\vec{a}+\vec{b}$ vektorning uzunligini toping.

7.38. $\vec{a}\left(2;\frac{15}{4}\right)$ vektor berilgan. $4\vec{a}$ vektorning modulini toping.

7.39. $\vec{a}\left(\frac{3}{2};2\right)$ vektor berilgan. $2\vec{a}$ vektorning modulini toping.

7.40. Agar $\vec{a}(6;2)$ va $\vec{b}(10;-1)$ bo‘lsa, $\vec{s}=2\vec{a}-\vec{b}$ vektorning uzunligini toping.

7.41. $\vec{a}(5;1)$ va $\vec{b}(-2;3)$ vektorlar berilgan. $|\vec{a}+\vec{b}|$ ni hisoblang.

7.42. Agar $\vec{a}(-1;2)$ va $\vec{b}(3;-2)$ bo‘lsa, $\vec{m}=\vec{b}-\vec{a}$ vektorning uzunligini toping.

7.43. $\vec{a}(7;3)$ va vektorlar berilgan. $|\vec{a}+\vec{b}|$ ni hisoblang.

7.44. $\vec{a}(x;1)$ vektorning uzunligi 3 ga teng , $x$ ning qiymatini toping.

7.45. $\vec{m}(-3;1)$ va $\vec{n}(5;-6)$ vektorlar berilgan. $\vec{a}=\vec{n}-3\vec{m}$ vektorning koordinatalarini toping.

7.46. $\vec{b}(0;-2)$ va $\vec{c}(-3;4)$ vektorlar berilgan. $\vec{a}=3\vec{b}-2\vec{c}$ vektorning koordinatalarini toping.

7.47. $B(4;\ 2)$ nuqta $\vec{a}(-2;3)$ vektorning oxiri bo‘lsa, bu vektor boshining koordinatalarini toping.

7.48. $\vec{a}(2;-3)$ va $\vec{b}(-2;-3)$ vektorlar berilgan. $\vec{m}=\vec{a}-2\vec{b}$ vektorning koordinatalarini ko‘rsating.

7.49. $\vec{a}(1;-2)$ vektorning oxiri $B(2;\ 4)$ nuqta bo‘lsa, bu vektorning boshini toping.

7.50. $B(0;\ 4)$ nuqta $\vec{a}(2;-3)$ vektorning oxiri bo‘lsa, bu vektor boshining koordinatalarini toping.

7.51. $\vec{a}(4;1)$ va $\vec{b}(-2;2)$ vektorlar berilgan. Agar $\vec{a}=\vec{c}+3\vec{b}$ bo‘lsa, $\vec{c}$ vektorning koordinatalarini toping.

7.52. $\vec{c}(-5;0)$ va $\vec{b}(-1;4)$ vektorlar berilgan. Agar $\vec{c}=2\vec{a}-\vec{b}$ bo‘lsa, $\vec{a}$ vektorning koordinatalarini toping.

7.53. Agar $|\vec{a}|=6,\ |\vec{b}|=4,\ \varphi=(\vec{a}\,\hat{,}\,\vec{b})=\dfrac{2\pi}{3}$ bo‘lsin. Toping:

1) $(a+\vec{b})^2$; 2) $(\vec{a}-\vec{b})\cdot(\vec{a}+\vec{b})$.

7.54. $\vec{a}=\{1;-2\}$ va $\vec{b}=\{4;-3\}$ vektorlar berilgan. Toping:

1) $(\vec{a}-\vec{b})\cdot(\vec{a}+\vec{b})$; 2) $(\vec{a}-\vec{b})^2$.

7.55. Berilgan vektorlar $m$ ning qanday qiymatlarida perpendikular bo‘ladi?

1) $\vec{a} = \{1;-2\}$ va $\vec{b} = \{4;-3m\}$; 2) $\vec{a} = \{m;-5\}$ va $\vec{b} = \{m-2;m\}$;

7.56. $y$ ning qanday qiymatilarida $\vec{a} = 5\vec{i} - y\vec{j}$ vektorning uzunligi 13 ga teng bo‘ladi?

7.57. $y$ ning qanday qiymatlarida $\vec{a} = 12\vec{i} - y\vec{j}$ vektorning uzunligi 25 ga teng bo‘ladi?

7.58. Agar $\vec{p}(2{,}5;-1)$ va $\vec{q}(-2;-2)$ bo‘lsa, $\vec{m} = 4\vec{p} + 2\vec{q}$ vektorning uzunligini toping.

7.59. Agar $\vec{a}(-6;8)$ vektor berilgan bo‘lib, $\left|\overrightarrow{ka}\right| = 5$ bo‘lsa, $k$ ni toping.

7.60. $A$(1;0); $B$(-1;1) va $C$(2; - 1) nuqtalar berilgan. Koordinatalar boshi $O$ nuqtada joylashgan. Agar $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = 0$ bo‘lsa, $\overrightarrow{OD}$ vektorning uzunligini toping.

7.61. $m$ ning qanday qiymatlarida $\vec{a}(m;m+1)$ vektorning uzunligi 3 dan kichik bo‘ladi?

7.62. $\vec{a}(3;2)$ va $\vec{b}(0;-1)$ vektorlar berilgan. $-2\vec{a} + 4\vec{b}$ vektorning modulini toping.

7.63. $A$(2;4), $B$(3;6) va $C$(6;14) nuqtalar berilgan. $\left|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}\right|$ ni hisoblang.

7.64. Agar $\vec{a} \neq 0$ $\bar{a} \neq 0$ bo‘lsa, $\left|(x-1)\vec{a}\right| < \left|2\vec{a}\right|$ tengsizlik $x$ ning qanday qiymatlarida o‘rinli bo‘ladi.

7.65. $\vec{a}(-2;6)$ vektorga yo‘nalishdosh bo‘lgan birlik vektorning koordinatalarini toping.

7.66. Agar $\left|\overrightarrow{AB}\right| = \left|\overrightarrow{AC}\right| = \left|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}\right| = 4$ bo‘lsa, $\left|\overrightarrow{CB}\right|$ ning qiymatini toping.

7.67. Muntazam uchburchak ichidan olingan nuqtadan uchburchak tomonlarigacha bo‘lgan masofalar mos holda $\vec{a}(1;2)$, $\vec{b}(1;2)$ va $\vec{c}(2;3)$ vektorlarning absolut qiymatlariga teng bo‘lsa, uchburchakning balandligini toping.

7.68. $\vec{a}(3;4)$ vektor yo‘nalishidagi birlik vektorni toping.

7.69. $A(1;1)$, $B(3;0)$ va $C(0;3)$ nuqtalarni tutashtirish natijasida hosil bo‘lgan $ABC$ uchburchakning $BAC$ burchagi bissektrisasi bo‘yicha yo‘nalgan birlik vektorning koordinatalarini aniqlang.

7.70. $\vec{x}$ va $\vec{y}$ vektorlarning uzunliklari 11 va 23 ga, bu vektorlar ayirmasining uzunligi 30 ga teng. Shu vektorlar yig‘indisining uzunligini toping.

7.71. $ABC$ teng yonli uchburchakda $M$ nuqta $AC$ asosining o‘rtasi. Agar $AB=5$ va $BM=4$ bo‘lsa, $\left|\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{BA}\right|$ ning qiymatini toping.

7.72. $ABCD$ to‘g‘ri to‘rtburchakda $AD=12$, $CD=5$, $O$ – diagonallarining kesishish nuqtasi. $\left|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{DC}-\overrightarrow{OD}\right|$ ni toping.

7.73. $\overrightarrow{AB}(-3;0)$ va $\overrightarrow{AC}(7;-2)$ vektorlar $ABC$ uchburchakning tomonlaridir. Shu uchburchakning $AN$ medianasi uzunligini toping.

7.74. $\vec{m}(4;-4)$ va $\vec{n}(-1;8)$ vektorlar berilgan. $\left|\vec{m}-\vec{n}\right|=?$

7.75. $\vec{a}\left(m;\sqrt{5}\right)$ vektorning uzunligi 5 dan katta bo‘ladigan $m$ ning barcha qiymatlarini toping.

7.76. $\vec{a}(3;1)$ va $\vec{b}(1;3)$ vektorlarga qurilgan parallelogramm diagonallarining uzunliklari yig‘indisini toping.

7.77. $\vec{a}(3;4)$ vektorga qarama-qarshi yo‘nalgan birlik vektorni ko‘rsating.

7.78. Agar $\left|\vec{a}\right|=6$, $\left|\vec{a}+\vec{b}\right|=11$ va $\left|\vec{a}-\vec{b}\right|=7$ bo‘lsa, $\left|\vec{b}\right|$ ning qiymatini hisoblang.

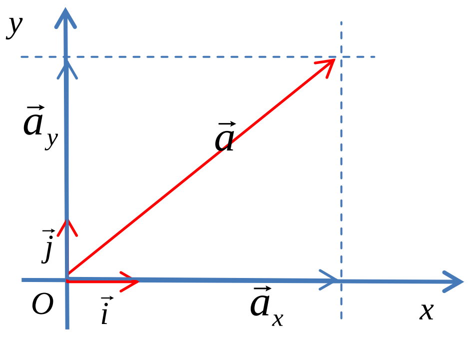
7.79. Agar $\left|\vec{a}\right|=\sqrt{137}$, $\left|\vec{a}+\vec{b}\right|=20$ va $\left|\vec{a}-\vec{b}\right|=18$ bo‘lsa, $\vec{b}$ ni toping.

7.80. Uchburchakli piramidaning uchlari $A(3;0)$, $B(-1;4)$, $C(5;2)$ va $D(0;-5)$ nuqtalarda joylashgan. $O$ – nuqta $BCD$ uchburchak medianalarining kesishgan nuqtasi. $AO$ vektorning uzunligini aniqlang.

7.81. Agar $\vec{a}(2;0)$ va $\vec{b}(1;-2)$ bo‘lsa, $\vec{n}=\vec{a}+2\vec{b}$ vektorning uzunligini toping.

## 3-§. Koordinatalari bilan berilgan vektorlar ustida amallar. Vektorni bazis vektorlar bo'yicha yoyilmasi

Tekislikda $\vec{a}$ vektor berilgan bo'lsin, $\vec{a}$ vektorning koordinatalari $a_x$ va $a_y$ bo'ladi. Koordinatalar bilan berilgan $\vec{a}$ vektor $\vec{a}(a_x;\, a_y)$ ko'rinishda yoziladi. Koordinata o'qi bo'ylab yo'nalgan va 1 birlik uzunlikka ega bo'lgan vektorga ***bazis vektor*** deyiladi va $i$, $j$ harflar bilan belgilanadi.




*7.16-rasm*

$\vec{a}(a_x;\, a_y)$ vektorni basis vektorlar orqali quyidagi ko'rinishda ham ifodalash mumkin (7.16- rasm). $\vec{a}_x = a_x \cdot \vec{i}$, $\vec{a}_y = a_y \cdot \vec{j}$ bunga ko'ra

$$\boxed{\vec{a}(a_x;\, a_y) = \vec{a}_x + \vec{a}_y = a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j}.}$$

Bu ifodani $\vec{a}(a_x; a_y)$ vektorning basis vektorga yoyilmasi deyiladi.

Basis vektorlar orasidagi bog'lanishlarni ko'ramiz.

1) $\boxed{|i| = 1, |j| = 1}$. $|i| = \sqrt{1^2 + 0^2} = 1;$

2) $\boxed{\vec{i}^{\,2} = 1}$. $\vec{i} \cdot \vec{i} = 1 \cdot 1 \cdot \cos 0^0 = 1;$

3) $\boxed{\vec{j}^{\,2} = 1}$. $\vec{j} \cdot \vec{j} = 1 \cdot 1 \cdot \cos 0^0 = 1;$

4) $\boxed{\vec{i} \cdot \vec{j} = 0}$. $\vec{i} \cdot \vec{j} = 1 \cdot 1 \cdot \cos 90^0 = 0$ .

Agar vektorning boshi $A(x_1; y_1)$ va oxirgi $B(x_2; y_2)$ nuqtalari koordinatalari ma'lum bo'lsa, u holda $A$ dan $B$ ga yo'nalgan vektor quyidagicha yoziladi:

$$\boxed{\overrightarrow{AB}(x_2 - x_1;\, y_2 - y_1) = (x_2 - x_1) \cdot \vec{i} + (y_2 - y_1) \cdot \vec{j}.}$$

$B$ dan $A$ ga yo'nalgan $\overrightarrow{BA}$ vektor quyidagicha yoziladi:

$$\boxed{\overrightarrow{BA}(x_1 - x_2;\, y_1 - y_2) = (x_1 - x_2) \cdot \vec{i} + (y_1 - y_2) \cdot \vec{j}.}$$

Koordinatalar bilan berilgan $\vec{a}=\overrightarrow{AB}$ vektorning uzunligi quyidagicha bo‘ladi:

$$\boxed{\left|\overrightarrow{AB}\right|=\sqrt{\left(x_2-x_1\right)^2+\left(y_2-y_1\right)^2}.}$$

**3-teorema.** Koordinatalari bilan berilgan $\vec{a}(a_x;a_y)$ va $\vec{b}(b_x;b_y)$ vektorlar yig‘indisi $\vec{a}(a_x;a_y)+\vec{b}(b_x;b_y)=\vec{c}(c_x;c_y)$ bo‘ladi, bu yerda $\begin{cases} c_x=a_x+b_x \\ c_y=a_y+b_y \end{cases}$.

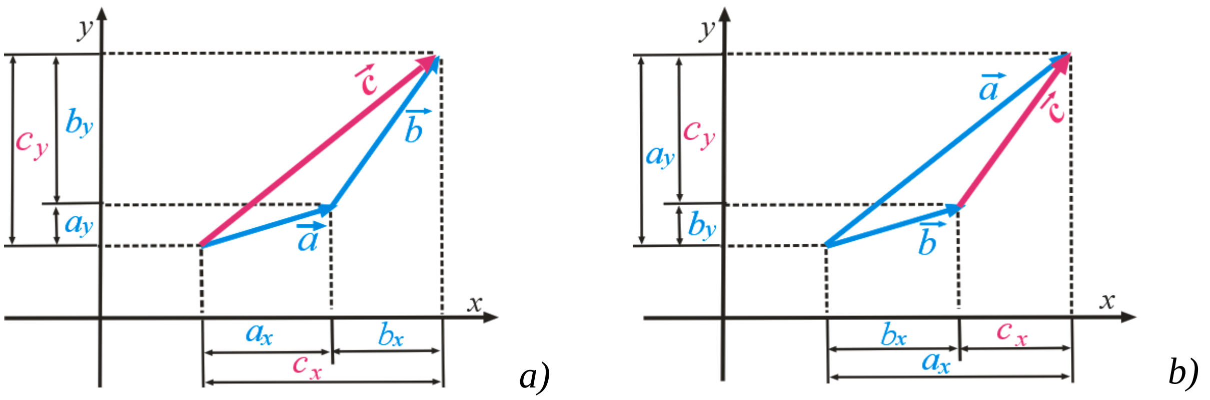
**Isbot.** Berilgan vektorlarni basis vektor bo‘yicha yoyilmasidan foydalanib quyidagiga ega bo‘lamiz (7.17-*a* rasm):

$$+\begin{cases} \vec{a}=a_x\vec{i}+a_y\vec{j}, \\ \vec{b}=b_x\vec{i}+b_y\vec{j} \end{cases} \Rightarrow \vec{a}+\vec{b}=a_x\vec{i}+a_y\vec{j}+b_x\vec{i}+b_y\vec{j}=\left(a_x+b_x\right)\vec{i}+\left(a_y+b_y\right)\vec{j}.$$

$$\vec{c}(c_x;c_y)=c_x\vec{i}+c_y\vec{j}=(a_x+b_x)\vec{i}+(a_y+b_y)\vec{j}\Rightarrow\begin{cases} c_x=a_x+b_x, \\ c_y=a_y+b_y. \end{cases}$$

Koordinatalari bilan berilgan $\vec{a}(a_x;a_y)$ va $\vec{b}(b_x;b_y)$ vektorlar ayirmasi quyidagicha bo‘ladi (7.17-*b* rasm):

Agar $\vec{a}(a_x;a_y)-\vec{b}(b_x;b_y)=\vec{c}(c_x;c_y)$ bo'lsa, $\begin{cases} c_x=a_x-b_x \\ c_y=a_y-b_y \end{cases}$ bo'ladi.




*7.17-rasm*

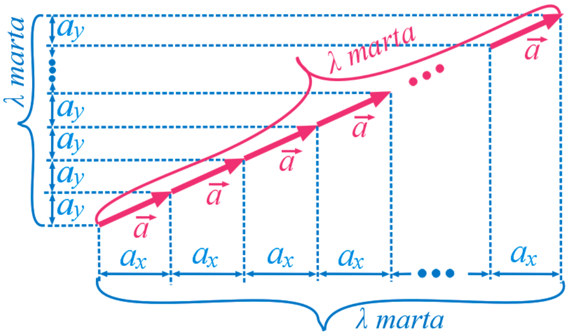
**4-teorema.** $\vec{a}$ vektorni $\lambda$ songa ko‘paytirganda $\vec{b}$ vektor hosil bo‘lsa, $\vec{b}$ vektorning koordinatalari $\vec{a}$ vektorning koordinatalaridan $\lambda$ marta katta bo‘ladi (7.18-rasm).

$$\boxed{\text{Agar} \quad \lambda\cdot\vec{a}\,(a_x;a_y)=\vec{b}\,(b_x;b_y) \ \text{bo'lsa,} \quad \begin{cases} b_x=\lambda\cdot a_x \\ b_y=\lambda\cdot a_y \end{cases} \ \text{bo'ladi.}}$$

**Isbot.** Vektorni $\vec{b}=\lambda\cdot\vec{a}=\underbrace{\vec{a}+\vec{a}+\vec{a}+...+\vec{a}}_{\lambda\ marta}$ ko‘rinishda yozamiz.

Vektorlarni qo‘shganda mos koordinatalar ham qo‘shilishini bilamiz. Shunga ko‘ra

$$\begin{cases} b_x=a_x+a_x+a_x+...+a_x=\lambda\cdot a_x \\ b_y=a_y+a_y+a_y+...+a_y=\lambda\cdot a_y \end{cases}$$ bo‘ladi.




*7.18-rasm*

**5-teorema.** Koordinatalar bilan berilgan $\vec{a}(a_x;a_y)$ va $\vec{b}(b_x;b_y)$ vektorlarning skalar ko‘paytmasi

$$\boxed{\vec{a}\cdot\vec{b}=a_xb_x+a_yb_y.}$$

ga teng.

**Isbot.** Vektorlarni ortlar ko‘rinishida yozib, so‘ngra qavslarni ochib chiqamiz. Natijada,

$$\vec{a}\cdot\vec{b}=\left(a_x\cdot\vec{i}+a_y\cdot\vec{j}\right)\cdot\left(b_x\cdot\vec{i}+b_y\cdot\vec{j}\right)=a_xb_x\cdot\vec{i}\cdot\vec{i}+a_xb_y\cdot\vec{i}\cdot\vec{j}+a_yb_x\cdot\vec{j}\cdot\vec{i}+$$
$$+a_yb_y\cdot\vec{j}\cdot\vec{j}=a_xb_x\cdot1+a_xb_y\cdot0+a_yb_x\cdot0+a_yb_y\cdot1=a_xb_x+a_yb_y$$

hosil bo‘ladi.

Vektorlarning skalar ko‘paytmasidan foydalanib, ikki vektor orasidagi burchakni aniqlash mumkin bo‘ladi:

$$\boxed{\cos\gamma=\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|} \qquad \text{yoki} \qquad \cos\gamma=\frac{a_xb_x+a_yb_y}{\sqrt{a_x^2+a_y^2}\cdot\sqrt{b_x^2+b_y^2}}.}$$

Ikki vektorning parallellik shartini keltirib chiqaramiz.

**6-teorema.** Koordinatalar bilan berilgan $\vec{a}(a_x;a_y)$ va $\vec{b}(b_x;b_y)$ vektorlar parallel bo‘lishi uchun ularning mos koordinatalari nisbati teng bo‘lishi shart:

$$\boxed{\frac{b_x}{a_x}=\frac{b_y}{a_y}=\lambda.}$$

**Isbot.** $\vec{a}$ vektorni ixtiyoriy $\lambda$ songa ko‘paytirganda hosil bo‘lgan $\vec{b}$ vektorning koordinatalari $\vec{a}$ vektorning mos koordinatalaridan $\lambda$ marta farq qilishi bilan tanishgan edik. Shunga ko‘ra agar $\lambda\cdot\vec{a}=\vec{b}$ bo‘lsa, $\lambda\cdot a_x=b_x,\ \lambda\cdot a_y=b_y$ bo‘ladi. Bundan esa $\frac{b_x}{a_x}=\frac{b_y}{a_y}=\lambda$ nisbat kelib chiqadi. Agar $\lambda>0$ bo‘lsa, vektorlar parallel, $\lambda<0$ bo‘lsa, vektorlar qarama-qarshi yo‘nalgan bo‘ladi.

Ikki vektorning **perpendikularlik** sharti quyidagicha bo‘ladi:

$$\boxed{\vec{a}\cdot\vec{b}=0 \quad \text{yoki} \quad a_xb_x+a_yb_y=0.}$$

Bunga $\gamma=90^0$ da $\cos 90^0=0$ bo‘lishidan ishonch hosil qilish mumkin.

**1-masala.** $\vec{a}(1;-2)$ va $\vec{b}(2;4)$ vektorlarning skalar ko‘paytmasi ular orasidagi burchakni toping.

**Yechish.** Ikki vektorning skalar ko‘paytmasini $\vec{a}\cdot\vec{b}=a_xb_x+a_yb_y$ formula yordamida hisoblaymiz. $\vec{a}\cdot\vec{b}=a_xb_x+a_yb_y=1\cdot2-2\cdot4=2-8=6$.

Ikki vektor orasidagi burchakni aniqlashda $\cos\gamma=\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|}$ formuladan foydalanamiz. Buning uchun vertorlarning uzunliklarini hisoblab olamiz: $\vec{a}=\sqrt{1^2+(-2)^2}=\sqrt{5}$, $\vec{a}=\sqrt{2^2+4^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}\Rightarrow\cos\gamma=\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|}=\frac{6}{\sqrt{5}\cdot2\sqrt{5}}=\frac{3}{5}$.

**2-masala.** Berilgan $\vec{a}(1;-2m)$ va $\vec{b}(4;2)$ vektorlar $m$ ning qanday qiymatlarida perpendikular bo‘ladi?

**Yechish.** Vektorlar perpendikular bo‘lishi uchun bu vektorlarning skalar ko‘paytmasi 0 ga teng bo‘lishi kerak: $\vec{a}\cdot\vec{b}=1\cdot2-2m\cdot4=0\Rightarrow2-8m=0\Rightarrow m=\frac{1}{4}$.

## Mustaqil ishlash uchun masalalar

7.82. $\vec{a}(2;-3)$ va $\vec{b}(-2;-3)$ vektorlarning skalar ko‘paytmasini toping.

7.83. $\vec{m}(-1;5)$ va $n(2;-2)$ vektorlarning skalar ko‘paytmasini hisoblang.

7.84. $|\vec{a}|=3$, $|\vec{b}|=4$, $\vec{a}$ va $\vec{b}$ vektorlar orasidagi burchak $60^0$ ga teng. $\lambda$ ning qanday qiymatida $(\vec{a}-\lambda\vec{b})$ vektor $\vec{a}$ ga perpendikular bo‘ladi?

7.85. $|\vec{a}|=4$, $\vec{b}=3$, $(\vec{a},\vec{b})=60°$. $\lambda$ ning qanday qiymatida $(2\vec{a}-\lambda\vec{b})$ vektor $\vec{b}$ ga perpendikular bo‘ladi?

7.86. $\vec{a}(0;-4)$ va $\vec{b}(-2;2)$ vektorlarning skalar ko‘paytmasini hisoblang.

7.87. $|\vec{a}|=4$, $\vec{b}=3$, $(\vec{a},\vec{b})=60°$. $\lambda$ ning qanday qiymatida $(\vec{a}+\lambda\vec{b})$ vektor $\vec{a}$ vektorga perpendikular bo‘ladi?

7.88. $|\vec{a}|=4$, $\vec{b}=3$, $\vec{a}$ va $\vec{b}$ vektorlar orasidagi burchak $60^0$ ga teng. k ning qanday qiymatida $(\vec{a}+k\vec{b})$ va $\vec{a}$ vektorga perpendikular bo‘ladi?

7.89. $\vec{a}(0;1)$ va $\vec{b}(2;1)$ vektorlar berilgan. $x$ ning qanday qiymatlarida $\vec{b}+x\vec{a}$ vektor $\vec{b}$ vektorga perpendikular bo‘ladi?

7.90. $m$ ning qanday qiymatida $\vec{a}(1;m)$ va $\vec{b}(m;3)$ vektorlar perpendikular bo‘ladi?

7.91. $x$ ning qanday qiymatlarida $\vec{a}(2;x)$ va $\vec{b}(2;5)$ vektorlar o‘zaro perpendikular bo‘ladi?

7.92. $n$ ning qanday qiymatida $\vec{a}(n;-2)$ va $\vec{b}(n;n)$ vektorlar perpendikular bo‘ladi?

7.93. $n$ ning qanday qiymatida $\vec{a}(n;-2)$ va $\vec{b}(n;4n)$ vektorlar perpendikular bo‘ladi?

7.94. $\vec{a}(2;1)$ va $\vec{b}(1;2)$ vektorlar berilgan. $x$ ning qanday qiymalarida $x\vec{a}+\vec{b}$ vektor $\vec{b}$ vektorga perpendikular bo‘ladi?

7.95. $x$ ning qanday qiymatlarida $\vec{a}(8;4)$ va $\vec{b}(2x;x)$ vektorlar o‘zaro perpendikular bo‘ladi?

7.96. $\vec{a}(2;5)$ va $\vec{b}(m;-6)$ vektorlar $m$ ning qanday qiymatlarida perpendikular bo‘ladi?

7.97. $n$ ning qanday qiymatlarida $\vec{a}(n;-2)$ va $\vec{b}(n;-n)$ vektorlar perpendikular bo‘ladi?

7.98. Agar $\vec{a}(4;-10)$ va $\vec{b}(-2;x)$ vektorlar o‘zaro perpendikular bo‘lsa, $x$ ning qiymati qanchaga teng bo‘ladi?

7.99. $\vec{m}(3;x)$ va $\vec{n}(-1;4)$ vektorlar perpendikular bo‘lsa, $x$ ning qiymati qanchaga teng bo‘ladi?

7.100. Agar $|\vec{a}|=3$ va $|\vec{b}|=5$ bo‘lsa, α ning qanday qiymatlarida $\vec{a}+\alpha\vec{b}$ va $\vec{a}-\alpha\vec{b}$ vektorlar perpendikular bo‘ladi?

7.101. Agar $\vec{m}(4;x)$ va $\vec{n}(-1;4)$ vektorlar perpendikular bo‘lsa, $x$ ning qiymatini toping.

7.102. $m$ ning qanday qiymatida $\vec{a}=m\vec{i}+3\vec{j}$ va $\vec{b}=4\vec{i}+m\vec{j}$ vektorlar perpendikular bo‘ladi?

7.103. Agar $\vec{a}(1;-1)$ va $\vec{b}(4;3)$ $\bar{b}\,(4;3)$ bo‘lsa, α ning qanday qiymatida $2\vec{a}+\alpha\vec{b}$ vektor $\vec{b}-\vec{a}$ vektorga perpendikular bo‘ladi?

7.104. α ning qanday qiymatlarida $\vec{a}(\cos\alpha;\sin\alpha)$ va $\vec{b}(0;\cos\alpha)$ vektorlar perpendikular bo‘ladi?

7.105. $\vec{a}(2;x)$ va $\vec{b}(-4;1)$ bo‘lsa, $x$ ning qanday qiymatida $\vec{a}+\vec{b}$ va $\vec{b}$ vektorlar perpendikular bo‘ladi?

7.106. $\vec{a}$ va $\vec{b}$ vektorlar $45^0$ li burchak tashkil qiladi va $\vec{a}\vec{b}=4$. Shu vektorlarga qurilgan uchburchakning yuzini hisoblang.

7.107. Agar $\vec{a}(2;m)$ va $\vec{b}(3;n)$ $\vec{b}(3;\,n)$ bo‘lsa, $m$ va $n$ ning qanday natural qiymatlarida $\vec{a}+\vec{b}$ va $\vec{a}-\vec{b}$ vektorlar perpendikular bo‘ladi?

7.108. Agar $m$ va $n$ o‘zaro perpendikular birlik vektorlar bo‘lsa, $\vec{a} = 2\vec{m} + \vec{n}$ vektorning uzunligini toping.

7.109. $A(2;\ 1)$ va $B(1;\ 2)$ nuqtalar berilgan. $AB$ to‘g‘ri chiziqqa perpendikular va $B$ nuqtadan o‘tuvchi to‘g‘ri chiziq tenglamasini tuzing.

7.110. $A(4;\ 2)$ va $B(3;\ 1)$ nuqtalar berilgan. $AB$ to‘g‘ri chiziqqa perpendikular va $B$ nuqtadan o‘tuvchi to‘g‘ri chiziqning tenglamasini tuzing.

7.111. Agar $\vec{m}$ va $\vec{n}$ vektorlar $30^0$ li burchak tashkil etsa va $\vec{m} \cdot \vec{n} = \sqrt{3}$ bo‘lsa, ularga qurilgan parallelogrammning yuzini hisoblang.

7.112. $\vec{a}$ va $\vec{b}$ birlik vektorlar orasidagi burchak $30^0$. $\left|\vec{a} + \vec{b}\right|$ ni toping.

7.113. $\vec{a}$ va $\vec{b}$ vektorlar $120^0$ burchak hosil qiladi. Agar $\left|\vec{a}\right| = 3$ va $\left|\vec{b}\right| = 5$ bo‘lsa, $\left|\vec{a} - \vec{b}\right|$ ning qiymati qanchaga teng bo‘ladi?

7.114. $\left|\vec{a}\right| = 3$ va $\left|\vec{b}\right| = 4$ hamda $\vec{a}$ va $\vec{b}$ vektorlar $\dfrac{\pi}{3}$ ga teng burchak tashkil qiladi. $\vec{c} = 3\vec{a} + 2\vec{b}$ vektorning uzunligini toping.

7.115. $\vec{a}$ va $\vec{b}$ vektorlar $120^0$ burchak tashkil qiladi, hamda $\left|\vec{a}\right| = 3$ va $\left|\vec{b}\right| = 5$ bo‘lsa, $\left|\vec{a} - \vec{b}\right|$ ning qiymatini toping.

7.116. $\vec{m}$, $\vec{n}$ va $\vec{p}$ birlik vektorlar berilgan. Agar $\vec{m}$ vektor $\vec{n}$ ga va $\vec{n}$ vektor $\vec{p}$ ga perpendikular bo‘lib, $\vec{p}$ va $\vec{m}$ vektorlar orasidagi burchak $60^0$ ga teng bo‘lsa, $(2\vec{m} + \vec{p})(\vec{m} + 2\vec{n})$ skalar ko‘paytmaning qiymatini toping.

7.117. Agar $\left|\vec{a}\right| = 2$ va $\left|\vec{b}\right| = 4$, $\vec{a}$ va $\vec{b}$ vektorlar orasidagi burchak $\dfrac{\pi}{3}$ ga teng bo‘lsa, $3\vec{a} - 2\vec{b}$ va $5\vec{a} - 6\vec{b}$ vektorlarning skalar ko‘paytmasini toping.

7.118. $\vec{a}(x;1)$ va $\vec{b}(1;0)$ vektorlar uchun $\left(\vec{a} + 3\vec{b}\right)^2 = \left(\vec{a} - 2\vec{b}\right)^2$ tenglik o‘rinli bo‘lsa, $x$ ni toping.

7.119. Agar $\vec{a} \perp \vec{b}$, $\left(\vec{c} \wedge \vec{a}\right) = \left(\vec{c} \wedge \vec{b}\right) = \dfrac{\pi}{3}$, $\left|\vec{a}\right| = 3$, $\left|\vec{b}\right| = 5$ va $\left|\vec{c}\right| = 8$ bo‘lsa, $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ ning uzunligini hisoblang.

7.120. $\vec{a}(1;2)$ va $\vec{b}(3;-5)$ vektorlardan qurilgan uchburchakning yuzini hisoblang.

7.121. $\vec{e_1}$ va $\vec{e_2}$ o‘zaro perpendikular birlik vektorlar bo‘lsa, $\left|\vec{e_1}-\frac{2(\vec{e_1}+2\vec{e_2})}{5}\right|$ ni hisoblang.

7.122. $\vec{p}$ va $\vec{q}$ vektorlar o‘zaro $60^0$ li burchak tashkil etadi. Agar $|\vec{p}|=1$, $|\vec{q}|=3$ bo‘lsa, $|2\vec{p}-\vec{q}|=\sqrt{7}$ ni hisoblang.

7.123. Agar $|\vec{a}|=7$, $|\vec{b}|=17$ va $|\vec{a}-\vec{b}|=3\sqrt{35}$ bo‘lsa, $|\vec{a}+\vec{b}|$ning qiymatini toping.

7.124. $\overline{AB}(-3;1)$, $\overline{BC}(-2;3)$ va $\overline{CD}(5;-1)$ lar $ABCD$ to‘rtburchakning tomonlari bo‘lsa, shu to‘rtburchakning diagonallaridan iborat vektorlar skalar ko‘paytmasining modulini toping.

7.125. Ikki vektor yig‘indisining uzunligi 20 ga, shu vektorlar ayirmasining uzunligi 12 ga teng. Shu vektorlarning skalar ko‘paytmasini toping.

7.126. Agar $|\bar{a}|=2$ va $|\bar{b}|=4$ hamda $\bar{a}$ va $\bar{b}$ vektorlar orasidagi burchak $135^0$ ga teng bo‘lsa, $|\bar{a}+2\bar{b}|$ ning qiymatini toping.

7.127. $\bar{a}$ va $\bar{b}$ birlik vektorlar orasidagi burchak $60^0$ ga teng, $|\bar{a}+\bar{b}|$ ni toping.

7.128. Tomonlari birga teng bo‘lgan teng tomonli $ABC$ uchburchak berilgan. $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{AB}$ ifodaning qiymatini toping.

7.129. Tomonlari $\vec{a}=2\vec{i}+\vec{j}$ va $\vec{b}=-\vec{j}+2\vec{k}$ vektorlardan iborat bo‘lgan parllelogrammning diagonallari orasidagi burchakni toping.

7.130. Uchlari $A(-1;-2)$, $B(-4;-2)$ va $B(3;-1)$ bo‘lgan $ABC$ uchburchak berilgan. $\angle B$ ni toping.

7.131. $\bar{a}(2;\sqrt{2})$ va $\bar{b}(4;2\sqrt{2})$ vektorlar orasidagi burchakni toping.

7.132. Uchlari $A(1; 1)$, $B(-2; 3)$ va $C(-1; -2)$ nuqtalarda bo‘lgan uchburchakning $A$ va $B$ burchaklarini toping.

7.133. Uchlari $A(-2;\ 3)$, $B(-1;\ -2)$ va $C(1;\ 1)$ nuqtalarda bo'lgan uchburchakning *A* va *C* burchaklarini toping.

7.134. Uchlari $A(-1;\ 5)$, $B(3;\ 1)$ va $C(-1;\ -3)$ nuqtalarda bo'lgan uchburchakning *A* va *B* burchaklarini toping.

7.135. Agar $M(1;\ 1)$, $N(2;\ 3)$ va $K(-1;\ 2)$ bo'lsa, *MKN* uchburchakning eng katta burchagini toping.

7.136. $\bar{n}(5;\ -3)$ va $\bar{m}(4;\ 1)$ vektorlar orasidagi burchakni toping.

7.137. Uchlari $O(0;\ 0)$, $M(1;\ 1)$, $R(0;\ 2)$ va $K(-1;\ 1)$ nuqtalarda bo'lgan. *OMRK* to'rtburchakning diagonallari orasidagi burchakni toping.

7.138. $\bar{c}(7;\ 3)$ va $\bar{d}$ $(-2;\ -5)$ vektorlar orasidagi burchakni toping.

7.139. $\bar{a}(1;\ 0)$ va $\bar{b}$ $(1;\ -1)$ vektorlar orasidagi burchakni toping.

7.140. Uchlari $A(0;\ 0)$, $B(4;\ 3)$ va $C(6;\ 8)$ nuqtalarda bo'lgan uchburchakning *A* burchagini toping.

7.141. $\bar{a} = 2\bar{\imath} + \bar{\jmath}$ va $\bar{b} = -2\bar{\jmath} + \bar{k}$ vektorlarda yasalgan parallelogrammning diagonallari orasidagi burchakni toping.

7.142. Uchburchakning uchlari $A(3;\ -2)$, $B(3;\ 2)$ va $C(1;\ 2)$ nuqtalarda joylashgan. Shu uchburchakning *BD* medianasi va *AC* asosi orasidagi burchakni toping.

7.143. $\bar{a} = (1;\ 2)$; $\bar{b} = (2;\ -1)$; α esa $\bar{a} + \bar{b}$ va $\bar{a} - \bar{b}$ vektorlar orasidagi burchak $\mathrm{ctg}2\alpha$ ni hisoblang.

7.144. $\bar{a}(1;\ 2)$ va $\bar{b}(2;\ 1)$ vektorlar orasidagi burchakning sinusini toping.

7.145. Agar $\bar{a}(-4;\ 2)$ va $\bar{b}(\sqrt{2};-\sqrt{2})$ vektorlar berilgan bo'lsa, $2\bar{a}$ va $\frac{\bar{b}}{2}$ vektorlar orasidagi burchakni toping.

7.146. $\bar{\imath}$ va $\bar{\jmath}$ koordinata o'qlari bo'ylab yo'nalgan birlik vektorlar va $\bar{a} = 5\bar{\imath} + \sqrt{2}\bar{\jmath}$ bo'lsa, $\bar{a}$ va $\bar{\imath}$ vektorlar orasidagi burchakning kosinusini toping.

7.147. Uchlari $A(2;\ 3)$, $B(3;\ 2)$ va $C(3;\ 3)$ nuqtalarda bo'lgan teng yonli uchburchakning asosidagi burchagini toping.

7.148. α ushbu $\bar{x} = 2\bar{\imath} + 5\bar{\jmath}$ va $\bar{y} = \bar{\imath} - \bar{\jmath}$ vektorlar orasidagi burchak, $\cos^2\frac{\alpha}{2}$ ning qiymatini hisoblang.

7.149. $\overline{AB}(3;\ 4)$ va $\overline{AD}(4;\ 3)$ vektorlar parallelogrammning tomonlari bo‘lsa, uning diagonallari orasidagi burchakni toping.

7.150. Agar $\bar{a}(-4;\ 2)$ va $\bar{b}(2;\ -2)$ bo‘lsa, $2\bar{a}$ va $\frac{1}{2}\bar{b}$ vektorlar orasidagi burchakni toping.

7.151. $A(1;\ -2)$, $B(1;\ 4)$ , $C(-4;\ 1)$ va $D$ (-5; -5) nuqtalar berilgan. $\overline{AC}$ va $\overline{BD}$ vektorlar orasidagi burchakni toping.

7.152. $\bar{a}$ va $\bar{b}$ nokollinear vektorlar berilgan. $|\bar{a}| = |\bar{b}|$ =3 bo‘lsa, $(\bar{a} + \bar{b})$ bilan $(\bar{a} - \bar{b})$ qanday burchak tashkil etadi?

7.153. $\bar{a}$ va $\bar{b}$ nokollinear vektorlar berilgan. $|\bar{a}| = |\bar{b}| = 4$ bo‘lsa, $(\bar{a} + \bar{b})$ bilan $(\bar{a} - \bar{b})$ qanday burchak tashkil etadi?

7.154. $\bar{a}$ va $\bar{b}$ nokollinear vektorlar berilgan. $|\bar{a}| = |\bar{b}|$ =2 bo‘lsa, $(\bar{a} + \bar{b})$ bilan $(\bar{a} - \bar{b})$ qanday burchak tashkil etadi?

7.155. Agar $\bar{c} - 2\bar{b}$ va $4\bar{b} + 5\bar{c}$ vektorlar perpendikular bo‘lsa, $\bar{b}$ va $\bar{c}$ birlik vektorlar orasidagi burchakni toping.

7.156. Uchlari $A(1;\ 2)$, $B(1;\ 4)$ va $C(3;\ 2)$ nuqtalarda bo‘lgan uchburchakning katta burchagini toping.

7.157. Agar $\bar{m}$ va $\bar{n}$ vektorlar 120° li burchak tashkil etuvchi birlik vektorlar bo‘lsa, $2\bar{m} + 4\bar{n}$ va $\bar{m} - \bar{n}$ vektorlar orasidagi burchakni toping.

7.158. $(\bar{m} - 2\bar{n})^2 + (\bar{m} + \bar{n})^2 = 73$, $|\bar{m}| = 2\sqrt{2}$ va $|\bar{n}|$ =3 , bo‘lsa, $\bar{m}$ va $\bar{n}$ vektorlar orasidagi burchakni toping.

7.159. $\left(\bar{a} - \bar{b}\right)^2 + \left(2\bar{a} + \bar{b}\right)^2 = 56$, $|\bar{a}| = 2.$ $|\bar{b}|$ =3, bo‘lsa, $\bar{a}$ va $\bar{b}$ vektorlar orasidagi burchakni toping.

7.160. $\bar{a} + \bar{b}$ vektorlar $\bar{a}$ va $\bar{b}$ vektorlar orasidagi burchakni teng ikkiga bo‘ladi. $\bar{a} + \bar{b}$ va $\bar{a} - \bar{b}$ vektorlar orasidagi burchakni toping.

7.161. Uchlari *O*(0; 0), *A*(-1; 3), *B*(2; 4) va *C*(3; 1) nuqtalarda joylashgan to‘rtburchakning yuzini hisoblang.

7.162. $\bar{a}$(-2; 4) va $\bar{b}$(6; 3) vektorlar orasidagi burchakning kosinusini toping.

7.163. Koordinata tekisligida *A*(6; 8) nuqtani koordinatalar boshi atrofida α burchakka burganda, *B*(8; 6) nuqtaga o‘tdi. cosα ning qiymatini toping.

7.164. Uchlari *M*(-3;3), $N$(3;-5) va *E*(-4;-1) nuqtalarda bo‘lgan uchburchakning $MN$ tomoni va *EF* medianasi orasidagi burchakni toping.

7.165. Parallelogrammning uchta ketma-ket *A*(-3; -2), *B*(3; -3) va *C*(5; 0) uchlari berilgan. $\overline{AC}$ va $\overline{BD}$ vektorlar orasidagi burchakni toping.

7.166. $a$ ning qanday qiymatida *A*(2; 1), *B*(3; -2) va *C*(0; $a$) nuqtalar bitta to‘g‘ri chiziqda yotadi?

7.167. *ABCD* trapetsiyaning asoslari *AB*=12 va $CD$=8. *M* va $N$ lar $DA$ va *CB* tomonlarining o‘rtalari bo‘lsin. $\overline{AB}$ =*l* $\overline{NM}$ bo‘lsa, $l$ ni toping.

7.168. *ABCD* trapetsiyaning asoslari *AB*=13 va $CD$=7. *M* va $N$ lar *BC* va $DA$ tomonlarining o‘rtalari bo‘lsin. $\overline{DC}$ = $\overline{\pi MN}$ bo‘lsa, λ ni toping.

7.169. $x$ ning qanday qiymatlarida $\bar{a}$(3; 1) va $\bar{b}$ (6; $x$) vektorlar parallel bo‘ladi?

7.170. $\bar{b}(3; -6)$ vektorga kollinear va $\bar{a}\,\bar{b} = 27$ tenglikni qanoatlantiruvchi $\bar{a}$ vektorni toping.

7.171. Qaysi $m$ va $n$ larda $\bar{a}$(-2; $m$) va $\bar{b}$(-1; $3n$) vektorlar kollinear bo‘ladi?

7.172. $\bar{a}$(3; -$n$) va $\bar{b}$(-2; $n-2$) vektorlar kollinear bo‘lsa, $n$ nechaga teng?

7.173. $n$ ning qanday qiymatlarida $\bar{a}$(2; $n$) va $\bar{b}$(1; $2$) vektorlar kollinear bo‘ladi?

7.174. $\bar{a}$(2; $-4$), $\bar{b}$(1; $2$), $\bar{c}$(1; $-2$) va $\bar{d}$(-2; $-4$) vektorlardan qaysilari kollinear vektorlar?

7.175. $n\ (n>0)$ ning qanday qiymatida $\bar{a}(2n;\ 3)$ va $\bar{b}(6;\ n)$ vektorlar kollinear bo‘ladi?

7.176. $\mathrm{x}$ ning qanday qiymatlarida $\bar{\mathrm{a}}\ (2;\ \mathrm{x})$ va $\bar{\mathrm{b}}\ (4;\ 2)$ vektorlar parallel bo‘ladi?

7.177. $\bar{a}(2;\ x)$ va $\bar{b}(y;\ 4)$ vektorlar kollinear bo‘lsa, $x\cdot y$ ko‘paytmaning qiymatini toping.

7.178. $m$ ning qanday qiymatida $\bar{a}(2;\ 3)$ va $\bar{b}(m;\ -6)$ vektorlar parallel bo‘ladi?

7.179. $m$ va $n$ ning qanday qiymatida $\bar{a}(-1;\ m)$ va $\bar{b}(n;\ -4)$ vektorlar kollinear bo‘ladi?

7.180. Agar $\bar{a}$ vektor $\bar{b}=3\bar{\imath}-2\bar{\jmath}$ vektorga kollinear va $\bar{\mathrm{a}}\cdot\bar{\mathrm{b}}=7$ bo‘lsa, $\bar{a}$ vektorning uzunligini toping.

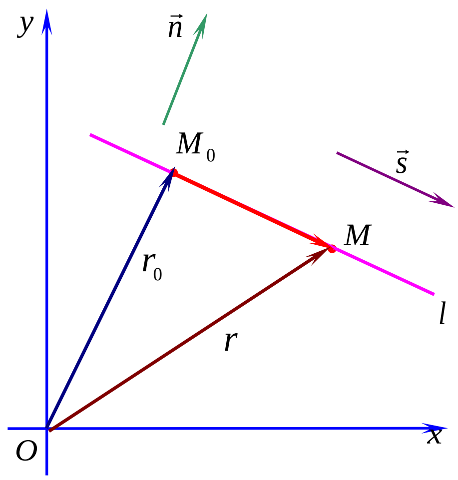
7.181. $\bar{a}(1;\ 2)$ va $\bar{b}(2;\ 2)$ vektorlar berilgan. $\bar{c}(x;\ y)$ vektor $2\bar{b}-3\bar{a}$ vektorga kollinear. $|\bar{c}|$ ning qiymatini toping.

7.182. $t$ ning qanday qiymatlarida $A(3;\ 8)$, $B(9;\ t)$ va $C(-5;\ 0)$ nuqtalar bitta to‘g‘ri chiziqda yotadi?

7.183. $\bar{b}$ vektor $\bar{a}(1;2)$ vektorga kollinear hamda bu vektorlarning skalar ko‘paytmasi 36 ga teng. $\bar{b}$ vektorning uzunligini toping.

## 4-§. To‘g‘ri chiziq tenglamalari

To‘g‘ri chiziqning tekislikdagi o‘rni turli parametrlar bilan bir qiymatli aniqlanishi mumkin. Berilgan parametrlariga ko‘ra to‘g‘ri chiziqning turli tenglamalari keltirib chiqariladi. Ulardan ayrimlari bilan tanishamiz.



7.19-rasm

I. *To‘g‘ri chiziqda yotuvchi* $M_0(x_0;y_0)$ *nuqta va to‘g‘ri chiziqqa parallel bo‘lgan* $\vec{s}=\{p;q\}$ *vektor berilgan.*

$l$ to‘g‘ri chiziqda yotuvchi $M_0(x_0;y_0)$ va $M(x;y)$ nuqtalardan

$\overrightarrow{M_0M}=\{x-x_0;y-y_0\}$ vektorni o‘tkazamiz (7.19-rasm).

Bunda $\vec{s}$ va $\overrightarrow{M_0M}$ vektorlar kollinear bo‘ladi. Ikki vektorning kollinearlik shartidan quyidagini topamiz:

$$\frac{x-x_0}{p}=\frac{y-y_0}{q}. \tag{7.1}$$

(7.1) tenglamaga *berilgan nuqtadan o‘tuvchi va berilgan vektorga parallel to‘g‘ri chiziq tenglamasi* deyiladi.

Shuningdek, bu tenglama *to‘g‘ri chiziqning kanonik tenglamasi* deb ataladi.

To‘g‘ri chiziqqa parallel bo‘lgan (yoki to‘g‘ri chiziqda yotuvchi) nolga teng bo‘lmagan har qanday vektorga to‘g‘ri chiziqning *yo‘naltiruvchi vektori* deyiladi.

Demak, $\vec{s}=\{p;q\}$ vektor (7.1) tenglama bilan aniqlanuvchi to‘g‘ri chiziqning yo‘naltiruvchi vektori bo‘ladi.

***1-izoh.*** (7.1) tenglamadan to‘g‘ri chiziqning keltirilgan II shartni qanoatlantiruvchi boshqa tenglamalarini hosil qilish mumkin.

II. *To‘g‘ri chiziqda yotuvchi ikkita* $M_1(x_1;y_1)$ *va* $M_2(x_2;y_2)$ *nuqta berilgan.*

$l$ to‘g‘ri chiziqda yotuvchi ixtiyoriy $M(x;y)$ nuqtani olib, $\overrightarrow{M_1M}=\{x-x_1;y-y_1\}$ va $\overrightarrow{M_1M_2}=\{x_2-x_1;y_2-y_1\}$ vektorlarni yasaymiz. Bunda $\overrightarrow{M_1M}$ va $\overrightarrow{M_1M_2}$ vektorlar kollinear bo‘ladi. Shu sababli

$$\frac{x-x_1}{x_2-x_1}=\frac{y-y_1}{y_2-y_1}. \tag{7.2}$$

(7.2) tenglamaga *berilgan ikki nuqtadan o‘tuvchi to‘g‘ri chiziq tenglamasi* deyiladi.

III. *To'g'ri chiziqning Ox va Oy o'qlaridan ajratgan kesmalari a va b berilgan.*

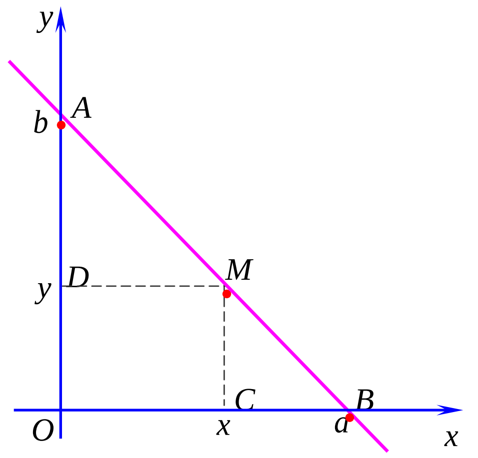
$l$ to‘g‘ri chiziqda yotuvchi ixtiyoriy $M(x;y)$ nuqtani olamiz (7.20-rasm).

Ikki nuqtadan o‘tuvchi to‘g‘ri chiziq tenglamasidan foydalanib, $A(0,b)$ va $B(a,0)$ nuqtalardan o‘tuvchi to‘g‘ri chiziq tenglamasini keltirib chiqaramiz.

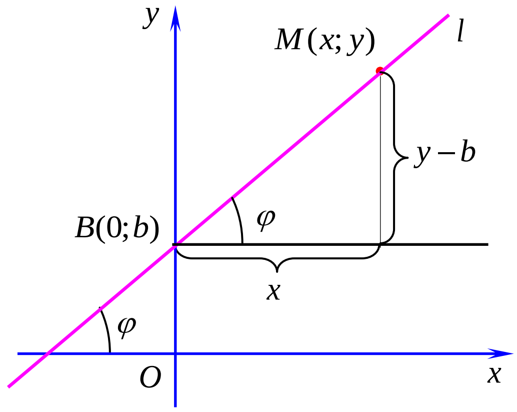
$$\frac{x-x_1}{x_2-x_1}=\frac{y-y_1}{y_2-y_1}\Rightarrow\frac{x-0}{a-0}=\frac{y-b}{0-b}\Rightarrow\frac{x}{a}=\frac{y-b}{-b}\Rightarrow\frac{x}{a}=-\frac{y}{b}+\frac{b}{b}\Rightarrow$$

$$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1. \qquad (7.3)$$

(7.3) tenglamaga *to‘g‘ri chiziqning kesmalarga nisbatan tenglamasi* deyiladi.



*7.20-rasm*



*7.21-rasm*

IV. *To‘g‘ri chiziqning og‘ish burchagi $\varphi$ va Oy o‘qidan ajratgan kesmasi b berilgan.*

*Ox* o‘qning musbat yo‘nalishdan berilgan to‘g‘ri chiziqqa soat strelkasiga teskari yo‘nalishda hisoblangan $\varphi$ burchakka *to‘g‘ri chiziqning og‘ish burchagi* deyiladi.

Og‘ish burchagining tangensi, ya’ni $k=\mathrm{tg}\varphi$ son *to‘g‘ri chiziqning burchak koeffitsiyenti* deb ataladi.

$l$ to‘g‘ri chiziqda yotuvchi ixtiyoriy $M(x;y)$ nuqtani olamiz va burchak tangensi ta’rifidan foydalanamiz (7.21-rasm):

$$\frac{y-b}{x} = \mathrm{tg}\varphi \ , \qquad y = \mathrm{tg}\varphi x + b \, .$$

Bundan

$$y = kx + b \, . \tag{7.4}$$

Bu tenglamaga *to‘g‘ri chiziqning burchak koeffitsiyentli tenglamasi* deyiladi.

**V.** *To‘g‘ri chiziqda yotuvchi* $M_0(x_0;y_0)$ *nuqta va to‘g‘ri chiziqqa perpendikular bo‘lgan* $\vec{n} = \{A;B\}$ *vektor berilgan bo‘lsin.*

$l$ to‘g‘ri chiziqda yotuvchi ixtiyoriy $M(x;y)$ nuqtani olamiz va $\overrightarrow{M_0M} = \{x-x_0; y-y_0\}$ vektorni yasaymiz (7.19-rasm).

Bunda $\vec{n} \perp \overrightarrow{M_0M}$ bo‘ladi. Ikki vektorning perpendikularlik shartiga asosan to‘g‘ri chiziq tenglamasini topamiz:

$$A(x-x_0) + B(y-y_0) = 0. \tag{7.5}$$

(7.5) tenglamaga *berilgan nuqtadan o‘tuvchi va berilgan vektorga perpendikular to‘g‘ri chiziq tenglamasi* deyiladi.

To‘g‘ri chiziqqa perpendikular bo‘lgan har qanday vektorga *to‘g‘ri chiziqning normal vektori* deyiladi.

(7.5) dan $Ax - Ax_0 + By - By_0 = 0 \Rightarrow Ax + By + C = 0$.

$x, y$ o‘zgaruvchilarning har qanday birinchi darajali tenglamasi tekislikdagi biror to‘g‘ri chiziqni ifodalaydi va aksincha, tekislikdagi har qanday to‘g‘ri chiziq $x, y$ o‘zgaruvchilarning biror birinchi darajali tenglamasi bilan aniqlanadi.

Demak, tekislikdagi har bir $l$ to‘g‘ri chiziq tenglamasini

$$Ax + By + C = 0 \tag{7.6}$$

ko‘rinishda yozish mumkin, bu yerda: $C-$ ozod had; $A^2 + B^2 \neq 0$;
$\vec{n} = \{A;B\} -$ to‘g‘ri chiziqning normal vektori.

(7.6) tenglamaga *to'g'ri chiziqning umumiy tenglamasi* deyiladi.

(7.6) tenglamada:

1) $A=0$ bo'lsa, tenglama $By+C=0$ ko'rinishga keladi. Bunda to'g'ri chiziqning normal vektori $Ox$ o'qqa perpendikular bo'ladi. Shu sababli to'g'ri chiziq $Ox$ o'qqa parallel, $Oy$ o'qqa perpendikular bo'ladi. Shu kabi $B=0$ da kelib chiqadigan $Ax+C=0$ to'g'ri chiziq $Oy$ o'qqa parallel, $Ox$ o'qqa perpendikular bo'ladi;

2) $C=0$ bo'lsa, tenglama $Ax+By=0$ ko'rinishni oladi. Bu tenglamani $O(0;0)$ nuqtaning koordinatalari qanoatlantiradi. Demak, to'g'ri chiziq koordinatalar boshidan o'tadi;

3) $A=0$ va $C=0$ bo'lsa, tenglamadan $y=0$ kelib chiqadi. Bu to'g'ri chiziq $Ox$ o'qda yotadi. Shu kabi $B=0$ va $C=0$ da hosil bo'ladigan $x=0$ to'g'ri chiziq $Oy$ o'qda yotadi.

**1-misol.** $a$ ning qanday qiymatlarida $(a^2+4a)x+(a-5)y-2a+4=0$ to'g'ri chiziq: 1) $Ox$ o'qqa parallel bo'ladi; 2) $Ox$ o'qqa perpendikular bo'ladi; 3) koordinatalar boshidan o'tadi.

**Yechish.** Misolning shartiga ko'ra: $A=a^2+4a,\ B=a-5,\ C=-2a+4.$

U holda: 1) $a^2+4a=0$ yoki $a=-4,\ a=0$ da $A=0$ bo'ladi. Shu sababli berilgan to'g'ri chiziq $Ox$ o'qqa parallel bo'ladi;

2) $a-5=0$ yoki $a=5$ da $B=0$ va berilgan to'g'ri chiziq $Ox$ o'qqa perpendikular bo'ladi;

3) $-2a+4=0$ yoki $a=2$ da $C=0$ bo'ladi. Demak, $a=2$ da to'g'ri chiziq koordinatalar boshidan o'tadi.

**2-misol**. $M_1(2;3)$ va $M_2(-1;0)$ nuqtalar berilgan. $M_2$ nuqtadan o'tuvchi va $\overrightarrow{M_1M_2}$ vektorga perpendikular to'g'ri chiziq tenglamasini tuzing.

**Yechish.** Avval $\overrightarrow{M_1M_2}$ vektorini topamiz:

$$\overrightarrow{M_1M_2} = \{-1-2; 0-3\} = \{-3; -3\}.$$

Bundan $A = -3,\ B = -3.$

Izlanayotgan to‘g‘ri chiziq tenglamasini (7.5) formula bilan tuzamiz:

$$-3(x-(-1)) - 3(y-0) = 0$$

yoki

$$x + y + 1 = 0.$$

**Mustaqil ishlash uchun masalalar**

7.184. Berilgan $A$(-1; 1), $B$(0; 2), $C$(3; -2), D(1; 4) nuqtalardan qaysilari $2x - y - 8 = 0$ to‘g‘ri chiziqda yotadi? javob: $C$.

7.185. $x + ay - 6 = 0$ to‘g‘ri chiziq $K$(-2; 4) nuqtadan o‘tishi ma’lum bo‘lsa, $a$ ning qiymati topilsin. javob: $a = 2$.

7.186. $a$) $y = 2x + 1$; $b$) $x + 2y - 4 = 0$ to‘g‘ri chiziqlar yasalsin.

7.187. $y = x - 2$ va $3x - 2y = 9$ to‘g‘ri chiziqlarning o‘zaro kesishish nuqtasi topilsin. javob: (5; 3).

7.188. $2x - 3y = 8$ va $7x - 5y + 5 = 0$ to‘g‘ri chiziqlarning o‘zaro kesishish nuqtasi topilsin. javob: (-5; -6).

7.189. $A$(2; -1) va $B$(-3; 2) nuqtalardan o‘tuvchi to‘g‘ri chiziq tenglamasi yozilsin. javob: $3x + 5y - 1 = 0$.

7.190. $y=3x-2$ to‘g‘ri chiziq $Oy$ o‘qda kesadigan kesmaning uzunligi topilsin. javob: 2.

7.191. Uchlari $A$(2; -2), $B$(4; 2), $C$(5; 1) bo‘lgan $\Delta ABC$ berilgan. Uning $CD$ medianasi tenglamasi yozilsin. javob: $x - 2y - 3 = 0$.

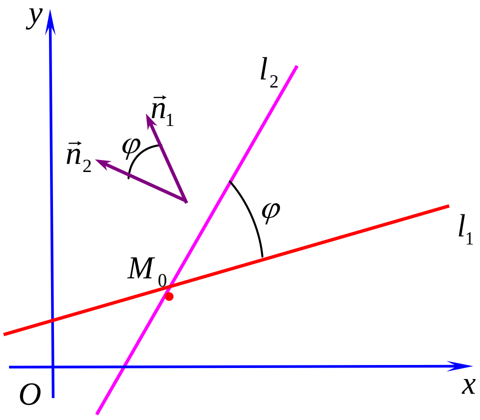
7.192. Koordinatalar o‘qlari hamda $2x-3y-6=0$ to‘g‘ri chiziq bilan chegaralangan uchburchakning yuzi hisoblansin. javob: 3.

7.193. $(a-2)x+3y+a^2-5a+6=0$ to‘g‘ri chiziq $a$ ning qanday qiymatlarida koordinatalar boshidan o‘tadi? javob: $a=2$ va $a = 3$.

## 5-§. Ikki to‘g‘ri chiziq orasidagi burchak. To‘g‘ri chiziqlarning parallelligi va perpendikularligi shartlari. Nuqtadan to‘g‘ri chiziqqacha bo‘lgan masofa

Tekislikdagi ikki $l_1$ va $l_2$ to‘g‘ri chiziqlar orasidagi burchak $\varphi$ bo‘lsin. Bu burchak to‘g‘ri chiziq tenglamalarining berilishiga ko‘ra turli formulalar bilan aniqlanishi mumkin.

To‘g‘ri chiziqlar umumiy tenglamalari $A_1x+B_1y+C_1=0,\ A_2x+B_2y+C_2=0$ bilan berilgan bo‘lsin. Bunda to‘g‘ri chiziqlarning $\vec{n}_1=\{A_1;B_1\}$, $\vec{n}_2=\{A_2;B_2\}$ normal vektorlari orasidagi burchak to‘g‘ri chiziqlar orasidagi burchakka teng, ya’ni $\varphi=(l_1\hat{,}l_2)=(\vec{n}_1\hat{,}\vec{n}_2)$ bo‘ladi (7.22-rasm).



*7.22-rasm*

Ikki vektor orasidagi burchak kosinusi formulasidan topamiz:

$$\cos\varphi=\frac{\vec{n}_1\vec{n}_2}{|\vec{n}_1|\cdot|\vec{n}_2|}=\frac{A_1A_2+B_1B_2}{\sqrt{A_1^2+B_1^2}\sqrt{A_2^2+B_2^2}}. \qquad (7.7)$$

**3-misol.** $4x+y+1=0$ va $5x-3y-7=0$ to‘g‘ri chiziqlar orasidagi burchakni toping.

**Yechish.** Masalaning shartiga ko‘ra $A_1=4,\ B_1=1,\ A_2=5,\ B_2=-3.$

U holda

$$\cos\varphi=\frac{4\cdot5+1\cdot(-3)}{\sqrt{4^2+1^2}\sqrt{5^2+(-3)^2}}=\frac{17}{\sqrt{17}\cdot\sqrt{34}}=\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Bundan $\varphi=\dfrac{\pi}{4}.$

Tekislikdagi ikki to‘g‘ri chiziqning perpendikularlik shartlarini ikki to‘g‘ri chiziq orasidagi burchakni topish formulalaridan keltirib chiqaramiz.

$l_1 \perp l_2$ bo‘lsin. U holda $\cos\varphi = 0$ va (7.7) tenglikdan topamiz:

$$A_1A_2 + B_1B_2 = 0. \qquad (7.8)$$

$l_1$ va $l_2$ to‘g‘ri chiziqlar parallel bo‘lsin. U holda ularning normal vektorlari $\vec{n}_1 = \{A_1; B_1\}$ va $\vec{n}_2 = \{A_2; B_2\}$ kollinear bo‘ladi. Ikki vektorning kollinearlik shartidan ikki to‘g‘ri chiziqning parallelligi kelib chiqadi:

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} \qquad (7.9)$$

To‘g‘ri chiziqlar umumiy tenglamalari

$$A_1x + B_1y + C_1 = 0 \text{ va } A_2x + B_2y + C_2 = 0$$

bilan berilgan bo‘lsin va $M_0(x_0; y_0)$ nuqtada kesishsa (7.22-rasm), u holda $M_0(x_0; y_0)$ nuqtaning koordinatalari har ikkala tenglamani qanoatlantiradi. Shu sababli ikki to‘g‘ri chiziqning kesishish nuqtasi koordinatalari

$$\begin{cases} A_1x_0 + B_1y_0 + C_1 = 0, \\ A_2x_0 + B_2y_0 + C_2 = 0 \end{cases} \qquad (7.10)$$

sistemadan topiladi.

$l_1$ va $l_2$ to‘g‘ri chiziqlar umumiy tenglamalari

$$A_1x + B_1y + C_1 = 0, \quad A_2x + B_2y + C_2 = 0$$

bilan berilgan bo‘lsin va ustma-ust tushsin.

Bunda:

– birinchidan, $l_1 \parallel l_2$ bo‘ladi va $\dfrac{A_1}{A_2} = \dfrac{B_1}{B_2} = \lambda$ tengliklardan $A_1 - \lambda A_2 = 0$, $B_1 - \lambda B_2 = 0$ kelib chiqadi;

– ikkinchidan, $l_1$ to‘g‘ri chiziqning har bir nuqtasi, jumladan $M_0(x_0; y_0)$ nuqtasi, $l_2$ to‘g‘ri chiziqda ham yotadi, ya’ni

$$A_1x_0 + B_1y_0 + C_1 = 0, \quad A_2x_0 + B_2y_0 + C_2 = 0$$

bo‘ladi.

Bu tengliklarning ikkinchisini $\lambda$ ga ko‘paytiramiz va birinchidan ayiramiz:

$$(A_1 - \lambda A_2)x_0 + (B_1 - \lambda B_2) + (C_1 - \lambda C_2) = 0.$$

Bundan $C_1 = \lambda C_2$ kelib chiqadi.

Demak, to‘g‘ri chiziqlarning ustma-ust tushush sharti

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2}. \qquad (7.11)$$

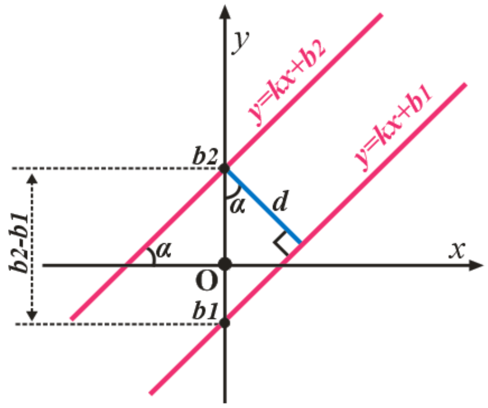
tengliklar bilan ifodalanadi.

Endi berilgan ikki to‘g‘ri chiziq orasidagi va berilgan nuqtadan berilgan to‘g‘ri chiziqqacha bo‘lgan masofani topish formulalarini keltirib chiqaramiz.

**7-teorema.** Berilgan $\begin{cases} y = kx + b_1 \\ y = kx + b_2 \end{cases}$ parallel to‘g‘ri chiziqlar orasidagi masofa

$$\boxed{d = \frac{|b_2 - b_1|}{\sqrt{1+k^2}}}$$

ga teng.




*7.8-rasm*

**Isbot.** Bunda rasmdan ham ko‘rinib turibdiki, parallel to‘g‘ri chiziqlar $Oy$ o‘qini kesadigan nuqtalar orasidagi masofa $b_2 - b_1$ ga teng. Ikkala chiziqni almashtirib belgilaganda manfiy son chiqmaslik uchun miqdor jihatidan (7.8-rasm)

$|b_2 - b_1|$ deb olamiz. $\alpha$ burchak kosinusidan yopishgan katet

$$d = |b_2 - b_1| \cdot \cos\alpha = \frac{|b_2 - b_1|}{\sqrt{1+tg^2\alpha}} = \frac{|b_2 - b_1|}{\sqrt{1+k^2}}$$ bo‘ladi.

**8-teorema.** Berilgan $\begin{cases} Ax + By + C_1 = 0 \\ Ax + By + C_2 = 0 \end{cases}$ parallel to‘g‘ri chiziqlar orasidagi

masofa

$$\boxed{d = \frac{|C_2 - C_1|}{\sqrt{A^2 + B^2}}}$$

ga teng.

**Isbot.** Berilgan to‘g‘ri chziqlarni burchak koeffitsiyentli to‘g‘ri chiziqqa keltirsak, koeffitsiyentlari orasidagi bog‘lanish $k = -\frac{A}{B},\ b_1 = -\frac{C_1}{B}, b_2 = \frac{C_2}{B}$ bo‘ladi. Shu koeffisiyentlarni avvalgi chiqarilgan formulaga qo‘ysak,

$$d = \frac{|b_2 - b_1|}{\sqrt{1+k^2}} = \frac{\left|-\frac{C_2}{B} + \frac{C_1}{B}\right|}{\sqrt{1+\left(-\frac{A}{B}\right)^2}} = \frac{|C_2 - C_1|}{\sqrt{A^2+B^2}}$$ natija chiqadi.

**9-teorema.** Berilgan $\begin{cases} \frac{x}{m_1} + \frac{y}{n_1} = 1 \\ \frac{x}{m_2} + \frac{y}{n_2} = 1 \end{cases}$ parallel to‘g‘ri chiziqlar orasidagi masofa

$$\boxed{d = \frac{|n_2 - n_1|}{\sqrt{m^2 + n^2}} \cdot m.}$$

ga teng.

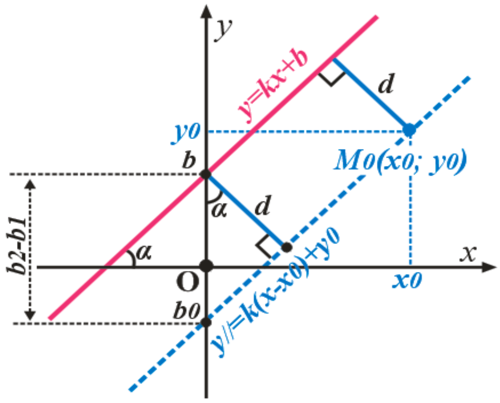
**Isbot.** Burchak koeffitsiyentli to‘g‘ri chiziqlar ko’rinishiga keltirsak: $\begin{cases} y = -\frac{n_1}{m_1}x + n_1, \\ y = -\frac{n_2}{m_2}x + n_2, \end{cases}$ berilgan koeffitsiyentlari orasidagi bog‘lanish $k = -\frac{n_1}{m_1} = -\frac{n_2}{m_2},\ b_1 = n_1, b_2 = n_2$ bo’ladi. 7-teoremadagi formulaga qo‘ysak,

$$d = \frac{|b_2 - b_1|}{\sqrt{1+k^2}} = \frac{|n_2 - n_1|}{\sqrt{1+\left(-\frac{n_1}{m_1}\right)^2}} = \frac{|n_2 - n_1|}{\sqrt{m_1^2 + n_1^2}} \cdot m_1$$ natija chiqadi.

**10-teorema.** Ixtiyoriy berilgan $M_0(x_0;\, y_0)$ nuqtadan $y = kx + b$ to‘g‘ri chiziqqacha bo‘lgan masofa

$$\boxed{d=\frac{|y_0-k\,x_0-b|}{\sqrt{1+k^2}}}$$

ga teng.




*7.9-rasm*

**Isbot.** Bunda $M_0(x_0;\, y_0)$ nuqtadan o‘tkazilgan parallel to‘g‘ri chiziq tenglamasi $y_{//}=k(x-x_0)+y_0$ bo‘lib, uning ozod hadi $b_0=y_0-k\,x_0$ ga teng (7.9-rasm). Berilgan $y=k\,x+b$ hamda parallel qilib o‘tkazilgan $y_{//}=k(x-x_0)+y_0$ to‘g‘ri chiziq orasidagi masofa $d=\frac{|b_0-b|}{\sqrt{1+k^2}}=\frac{|y_0-k\,x_0-b|}{\sqrt{1+k^2}}$ ga teng bo‘ladi.

**11-teorema.** Ixtiyoriy berilgan $M_0(x_0;\, y_0)$ nuqtadan $A\,x+B\,y+C=0$ to‘g‘ri chiziqqacha bo‘lgan masofa

$$\boxed{d=\frac{|A\,x_0+B\,y_0+C|}{\sqrt{A^2+B^2}}}$$

ga teng.

**Isbot.** Berilgan to‘g‘ri chiziqlarni burchak koeffitsiyentli to‘g‘ri chiziqqa keltirsak, koeffitsiyentlari orasidagi bog‘lanish $k=-\frac{A}{B},\ b_1=-\frac{C_1}{B},b_2=\frac{C_2}{B}$ larni avvalgi chiqarilgan $d=\frac{|y_0-k\,x_0-b|}{\sqrt{1+k^2}}$ formulaga qo‘ysak,

$$d=\frac{|y_0-k\,x_0-b|}{\sqrt{1+k^2}}=\frac{\left|y_0+\frac{A}{B}x_0+\frac{C}{B}\right|}{\sqrt{1+\left(-\frac{A}{B}\right)^2}}=\frac{|A\,x_0+B\,y_0+C|}{\sqrt{A^2+B^2}}$$ natija chiqadi.

**12-teorema.** Ixtiyoriy berilgan $M_0(x_0;\, y_0)$ nuqtadan $\frac{x}{m}+\frac{y}{n}=1$ to‘g‘ri chiziqqacha bo‘lgan masofa

$$\boxed{d=\frac{|n x_0+m y_0-m n|}{\sqrt{m^2+n^2}}}$$

ga teng.

**Isbot.** Burchak koeffitsiyentli va ajratgan kesmalarga koʻra berilgan toʻgʻri chiziqlar koeffitsiyentlari orasidagi bogʻlanish $k=-\frac{n}{m},\ b=n$ larni avvalgi chiqarilgan $d=\frac{|y_0-k x_0-b|}{\sqrt{1+k^2}}$ formulaga qoʻysak,

$$d=\frac{\left|y_0+\frac{n}{m}x_0-n\right|}{\sqrt{1+\left(-\frac{n}{m}\right)^2}}=\frac{|n x_0+m y_0-m n|}{\sqrt{m^2+n^2}}$$ natija chiqadi.

**4-misol.** $3x+4y-4=0$ va $6x+8y+5=0$ parallel toʻgʻri chiziqlar orasidagi masofani toping.

**Yechish.** $3x+4y-4=0$ toʻgʻri chiziqda ixtiyoriy, masalan, $M(0;1)$ nuqtani olamiz. U holda berilgan parallel toʻgʻri chiziqlar orasidagi $d$ masofa $M(0;1)$ nuqtadan $6x+8y+5=0$ toʻgʻri chiziqqacha boʻlgan masofaga teng boʻladi. Uni $d=\frac{|Ax_0+By_0+C|}{\sqrt{A^2+B^2}}$ formula bilan hisoblaymiz:

$$d=\frac{|6\cdot 0+8\cdot 1+5|}{\sqrt{6^2+8^2}}=\frac{13}{10}.$$

## Mustaqil ishlash uchun masalalar

7.194. 3*x*+*by*-4=0 va *y*=6*x*-2 toʻgʻri chiziqlarning oʻzaro parallelligi ma’lum boʻlsa, *b* ning qiymati topilsin. javob: - 1/2.

7.195. *y*=2*x*+3 va 3*x*+*y*-4=0 toʻgʻri chiziqlar orasidagi oʻtkir burchak topilsin. javob: 45°.

7.196. $2x$-$3y$-7=0 to‘g‘ri chiziqqa parallel va *A(-1; 2)* nuqtadan o‘tuvchi to‘g‘ri chiziq tenglamasi tuzilsin. javob: 2x - 3y + 8 = 0.

7.197. $y$=$2x$ - 6 to‘g‘ri chiziqqa perpendikular va *K*(3; 1) nuqtadan o‘tuvchi to‘g‘ri chiziq tenglamasi tuzilsin. javob: x + 2y - 5 = 0.

7.198. *A*(3; 2) nuqtadan $3x$-$4y$+19=0 to‘g‘ri chiziqqacha bo‘lgan masofa topilsin. javob: d = 4.

7.199. Uchlari *A*(1,5: 1), *B*(1;1,(6)), *C*(3; 3) nuqtalar bo‘lgan Δ*ABC* berilgan. Uning *CD* balandligining uzunligi topilsin. javob: 2,4.

7.200. Uchlari *A*(2; 2), *B(*-2; -8), *C*(-6**;** -2) nuqtalarda bo‘lgan *ΔABC* berilgan. Uning *AK* medianasi tenglamasi tuzilsin. javob: 7x - 6 y - 2 = 0.

7.201. Uchlari *A*(1; 2), *B*(- 1; 1). *C*(2; 1) nuqtalar bo‘lgan Δ*ABC* berilgan. Uning *BM* bissektrisasi tenglamasi tuzilsin. javob: $x$ - $y$ = 0.

7.202. $x$-$y$-1=0 va $x$+$2y$-2=0 to‘g‘ri chiziqlarning o‘zaro kesishish nuqtasi hamda berilgan (-1; 1) nuqta orqali o‘tuvchi to‘g‘ri chiziq tenglamasini yozing. javob: $2x$ +$7y$- 5 = 0.

7.203. *A*(2; -5) nuqta tomonlaridan biri $x$-$2y$-7=0 to‘g‘ri chiziqda yotgan kvadratning uchidan iborat. Shu kvadratning yuzi hisoblansin. javob: 5.

7.204. *A*(3; -4) va *B*(-1; -2) nuqtalardan o‘tuvchi to‘g‘ri chiziqqa nisbatan $M_2$(8; -9) nuqtaga simmetrik bo‘lgan $M_1$ nuqta topilsin. javob: (10; -5).

7.205. Berilgan *B(*2; 2) nuqtadan o‘tib, koordinatalar burchagidan yuzi 9 kvadrat birlikka teng bo‘lgan uchburchak ajratuvchi to‘g‘ri chiziq tenglamasi tuzilsin. javob: $2x$ + $y$ = 6.

7.206. To‘g‘ri chiziqlarning burchak koeffitsiyentini va koordinata o‘qlarida ajratgan kesmalarini toping:

1) $5x-3y-15=0;$ 2) $2x=5y+3;$ 3) $\frac{y-2}{2}=\frac{x+3}{4};$ 4) $\frac{x}{4}-\frac{y}{3}=\frac{1}{2}.$

7.207. To‘g‘ri chiziqning tenglamasini tuzing:

1) $M_1(3;-1)$ nuqtadan o‘tuvchi va $\vec{n}=\{-2;5\}$ normal vektorga ega bo‘lgan;

2) $M_2(-4;3)$ nuqtadan o‘tuvchi va $\vec{s}=\{1;-2\}$ yo‘naltiruvchi vektorlarga ega bo‘lgan;

3) $M_3(3;-5)$ nuqtadan o‘tuvchi $Ox$ o‘qqa perpendikular bo‘lgan;

4) $M_4(2;3)$ nuqtadan o‘tuvchi $Oy$ o‘qda $b=-4$ ga teng kesma ajratuvchi.

7.208. $A$ va $B$ nuqtalardan o‘tuvchi to‘g‘ri chiziqning kesmalarga nisbatan tenglamasini tuzing:

1) $A(2;-1)$, $B(3;-4)$; 2) $A(3;5)$, $B(-1;2)$.

7.209. $4x-3y+36=0$ to‘g‘ri chiziq va koordinata o‘qlari tashkil qilgan uchburchakning yuzini toping.

7.210. $M_0(x_0;y_0)$ nuqtadan o‘tuvchi va burchak koeffitsiyenti $k$ ga teng to‘g‘ri chiziq tenglamasini tuzing:

1) $M(-4;5)$, $k=-2$; 2) $M(1;3)$, $k=-1$; 3) $M(1;2)$, $k=1$; 4) $M(3;25)$, $k=\frac{4}{3}$.

7.211. To‘g‘ri chiziqlarning kesishish nuqtalarini toping:

1) $y=5x-3$, $2x-3y+4=0$; 2) $4y=3x-10$, $4x+3y-5=0$.

7.212. To‘g‘ri chiziqlar orasidagi burchakni toping:

1) $x+1=3y-3$, $x-3y+6=0$; 2) $5x-5=y+3$, $\frac{x-2}{4}=\frac{y-2}{-6}$.

7.213. $m$ va $n$ ning qanday qiymatlarida $mx+6y+n=0$ va $6x+my+4=0$ to‘g‘ri chiziqlar: 1) parallel bo‘ladi; 2) ustma-ust tushadi.

7.214. $m$ ning qanday qiymatlarida to‘g‘ri chiziqlar: 1) parallel bo‘ladi; 2) perpendikular bo‘ladi?

1) $mx+2y+5=0$, $3x+4y-5=0$; 2) $3x+5y+2=0$, $2x+my+3=0$.

7.215. $A(-1;1)$ nuqtadan o‘tuvchi va $3x-y-4=0$ to‘g‘ri chiziqqa perpendikular to‘g‘ri chiziq tenglamasini tuzing.

7.216. $A(-2;6)$ nuqtadan o‘tuvchi va $5x-3y-4=0$ to‘g‘ri chiziqqa parallel to‘g‘ri chiziq tenglamasini tuzing.

7.217. $A(2;5)$ nuqtadan $6x+8y-5=0$ to‘g‘ri chiziqqacha bo‘lgan masofani toping.

7.218. $A(-3;-4)$ nuqtadan $12x-5y-10=0$ to‘g‘ri chiziqqacha bo‘lgan masofani toping.

7.219. $A(-2;1), B(2;-3), C(6;4)$ bo‘lsa, $ABC$ uchburchakda $BD$ balandlik tenglamasini tuzing.

7.220. $A(-3;0), B(4;3), C(2;-1)$ bo‘lsa, $ABC$ uchburchakda $AD$ mediana tenglamasini tuzing.

7.221. Bir uchi $A(3;4)$ nuqtada bo‘lgan va bir tomoni $2x+5y+3=0$ to‘g‘ri chiziq tenglamasi bilan berilgan to‘g‘ri chiziqda yotgan kvadratning yuzini toping.

7.222. Romb ikki tomonining va diagonallaridan birining tenglamalari berilgan: $x+2y-4=0,\ x+2y-10=0,\ x-y+2=0.$ Romb uchlarining koordinatalarini toping.