4-BOB
TO‘RTBURCHAKLAR

1-§. To‘rtburchaklar

Uchtasi bir to‘g‘ri chiziqda yotmaydigan tekislikdagi to‘rtta nuqtani ketma-ket tutashtirishdan hosil bo‘lgan geometrik shakl ***to‘rtburchak*** deyiladi.

To‘rtburchakning uchlari lotin alifbosining katta harflar bilan belgilanadi. Uning tomonlari esa uchlarini ifodalovchi katta harflar yoki lotin alifbosining kichik harflar bilan belgilanadi.

To‘rtburchakning bitta uchida tutashuvchi tomonlarga ***qo‘shni tomonlar*** deyiladi. Umumiy uchga ega bo‘lmagan tomonlarga ***qarama-qarshi tomonlar*** deyiladi. Umumiy tomonga ega bo‘lgan burchaklarga ***qo‘shni burchaklar*** deyiladi. Umumiy tomonga ega bo‘lmagan burchaklarga ***qarama-qarshi burchaklar*** deyiladi (4.1-rasm).

1) qo‘shni tomonlar:

$$a,b;\ b,c;\ c,d;\ d,a;$$

2) qarama-qarshi tomonlar:

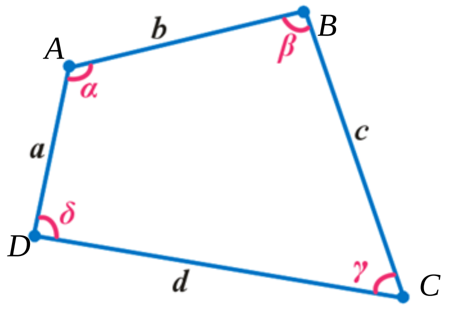
$$a,c;\quad b,d;$$

3) qo‘shni burchaklar:

$$\alpha,\beta;\ \beta,\gamma;\ \gamma,\delta;\ \delta,\alpha;$$

4) qarama-qarshi burchaklar:

$$\alpha,\gamma;\quad \beta,\delta.$$



4.1-rasm

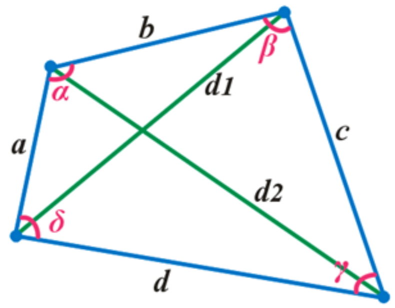
To‘rtburchak tomonlar uzunliklari yig‘indisiga to‘rtburchak ***perimetri*** deyiladi. Umumiy holda to‘rtburchak perimetri quyidagi ko‘rinishda bo‘ladi:

$$\boxed{p=a+b+c+d.}$$

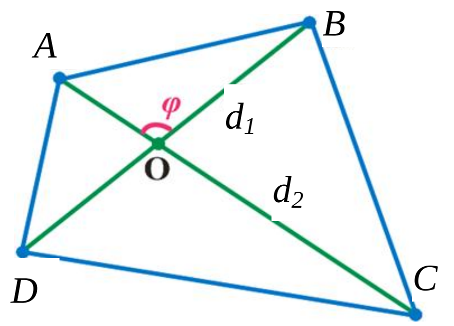
To‘rtburchakning qarama-qarshi uchlarini tutashtiruvchi kesmaga uning ***diagonali*** deyiladi. To‘rtburchak ikkita diagonalga ega bo‘lib, umumiy holda berilgan to‘rtburchaklar diagonallari turlicha uzunlikka ega bo‘ladi.

Agar to‘rtburchakning tomonlari va ixtiyoriy ikkita qo‘shni burchaklari ma’lum bo‘lsa, uning diagonallarini aniqlash mumkin (4.2-rasm).

$$\boxed{\begin{cases} d_1=\sqrt{a^2+b^2-2ab\cos\alpha} \\ d_2=\sqrt{b^2+c^2-2bc\cos\beta} \end{cases} \text{ yoki } \begin{cases} d_1=\sqrt{c^2+d^2-2cd\cos\gamma} \\ d_2=\sqrt{a^2+d^2-2ad\cos\delta} \end{cases}.}$$



4.2-rasm



4.3-rasm

1-teorema. To‘rtburchak diagonallari va diagonallar orasidagi burchak ma’lum bo‘lsa, to‘rtburchak yuzi

$$\boxed{S=\frac{1}{2}d_1d_2\sin\varphi.}$$

ga teng. Bu yerda: $AC=d_1$, $BD=d_2$, $\angle AOB=\varphi$.

Isbot. Diagonallar O nuqtada kesishadi va kesishish nuqtasida berilgan to‘rtburchakni to‘rtta $\Delta AOB, \Delta BOC, \Delta COD, \Delta DOA$ uchburchaklarga ajratadi. Ikki tomon va ular orasidagi burchakka ko‘ra shu uchburchaklar yuzalarini aniqlaymiz.

$$S_{AOB}=\frac{1}{2}OA\cdot OB\cdot\sin\varphi,$$

$$S_{BOC}=\frac{1}{2}OB\cdot OC\cdot\sin(\pi-\varphi)=\frac{1}{2}OB\cdot OC\cdot\sin\varphi,$$

$$S_{COD}=\frac{1}{2}OC\cdot OD\cdot\sin\varphi,$$

$$S_{OAB}=\frac{1}{2}OD\cdot OA\cdot\sin(\pi-\varphi)=\frac{1}{2}OD\cdot OA\cdot\sin\varphi.$$

To‘rtta uchburchak yuzasi yig‘indisi berilgan to‘rtburchak yuzasini beradi. Natijada,

$$S=S_{AOB}+S_{BOC}+S_{COD}+S_{DOA}=\frac{1}{2}OA\cdot OB\cdot\sin\varphi+\frac{1}{2}OB\cdot OC\cdot\sin\varphi+\frac{1}{2}OC\cdot OD\cdot\sin\varphi+$$

$$+\frac{1}{2}OD\cdot OA\cdot\sin\varphi=\frac{1}{2}\cdot\sin\varphi\cdot\left(OA\cdot OB+OB\cdot OC+OC\cdot OD+OD\cdot OA\right)=$$

$$=\frac{1}{2}\cdot\sin\varphi\left(\left(OA+OC\right)\cdot OB+\left(OC+OA\right)\cdot OD\right)=$$

$$=\frac{1}{2}\cdot\sin\varphi\cdot\left(OA+OC\right)\cdot\left(OB+OD\right)=\frac{1}{2}\cdot\sin\varphi\cdot AC\cdot BD=\frac{1}{2}d_1d_2\sin\varphi$$

formula kelib chiqadi.

1-masala. To‘rtburchakning burchaklari o‘zaro 3:5:4:6 nisbatda. To‘rtburchakning kichik burchagini toping.

Yechish. To‘rtburchakning ichki burchaklari yig‘indisi 360° ekanligidan foydalanib, quyidagi tenglamani tuzamiz $\alpha:\beta:\gamma:\varphi=3:5:4:6\Rightarrow 3x+5x+4x+6x=360°\Rightarrow 18x=360°\Rightarrow\ x=20°$.

Bundan $\alpha=3\cdot 20°=60°,\beta=100°,\gamma=80°,\varphi=120°$ ekanligi kelib chiqadi. Demak, to‘rtburchakning kichik burchagi 60° ga teng.

2-masala. Qavariq to‘rtburchakning diagonallari 41 m va 22 m ga teng bo‘lib, ular 30° li burchak tashkil etadi. To‘rtburchakning yuzini toping.

Yechish. Ikkita diagonali va ular orasidagi burchak berilgan bo‘lsa, $S=\frac{1}{2}d_1d_2\sin\varphi$ formuladan foydalanib, to‘rtburchak yuzini topamiz.

$d_1=41,\ \ d_2=22,\ \ \varphi=30°$.

$$S=\frac{1}{2}d_1d_2\sin\varphi=\frac{1}{2}\cdot 41\cdot 22\cdot\sin 30°=225{,}5.$$

Berilgan to‘rtburchakning yuzi 225,5 m^2 ga teng.

Mustaqil ishlash uchun masalalar

4.1. To‘rtburchakning burchaklaridan biri to‘g‘ri burchak, qolganlari esa o‘zaro 4:3:2 nisbatda. To‘rtburchakning kichik burchagini toping. javob: 60°

4.2. To‘rtburchakning burchaklaridan biri to‘g‘ri burchak, qolganlari esa o‘zaro 2:7:6 nisbatda. To‘rtburchakning kichik burchagini toping. javob:36°

4.3. To‘rtburchakning burchaklari o‘zaro 5:4:8:7 nisbatda. To‘rtburchakning burchaklarini toping. javob:75°;60°;120°;105°

4.4. Qavariq to‘rtburchakning burchaklaridan biri to‘g‘ri burchak, qolganlari esa o‘zaro 6:5:4 nisbatda. To‘rtburchakning kichik burchagini toping. javob:72°

4.5. Qavariq to‘rtburchakning ichki burchaklari 2:2,5:9,5:10 nisbatda. Kichik burchagining kattaligini toping. javob: 30°

4.6. Qavariq to‘rtburchakning ikkita burchagi to‘g‘ri burchakdan va qolgan ikkitasining farqi 10° ga teng. Qavariq to‘rtburchakning kichik burchagi qiymatini toping. javob: 85°

4.7. Qavariq to‘rtburchakning ikkita burchagining yig‘indisi 110° ga qolgan ikkitasining ayirmasi esa 20° ga teng. Katta ichki burchagining qiymatini toping. javob: 135°

4.8. Qavariq to‘rtburchakning bitta ichki burchagi qiymati 60° ga teng, qolganlari esa 1:2:3 nisbatda. Katta ichki burchagining qiymatini toping. javob: 150°

4.9. Qavariq to‘rtburchakning uchta burchagi yig‘indisi 240° ga teng. To‘rtinchi burchagiga qo‘shni bo‘lgan burchakning qiymatlarini toping. javob:60°

4.10. To‘rtburchakka diagonal o‘tkazish natijasida u perimetrlari 25 va 27 ga teng bo‘lgan ikkita uchburchakka ajratildi. Agar to‘rtburchakning perimetri 32 ga teng bo‘lsa, o‘tkazilgan diagonalning uzunligini hisoblang. javob:10

4.11. Qavariq to‘rtburchakning diagonallari 16 va 30 ga teng bo‘lib, ular 30° li burchak tashkil etadi. To‘rtburchakning yuzini toping. javob:120

4.12. Qavariq to‘rtburchakning diagonallari 22 va 30 ga teng bo‘lib, ular 45° li burchak tashkil etadi. To‘rtburchakning yuzini toping. javob: $165\sqrt{2}$

4.13. Qavariq to‘rtburchakning diagonallari 16 va 25 ga teng bo‘lib, ular 60° li burchak tashkil etadi. To‘rtburchakning yuzini toping. javob: $100\sqrt{3}$

4.14. Ikkita o‘xshash to‘rtburchakning yuzlari 50 sm^2 va 32 sm^2, perimetrlarining yig‘indisi 117 sm. Har bir to‘rtburchakning perimetri hisoblansin.(sm) javob:52;65

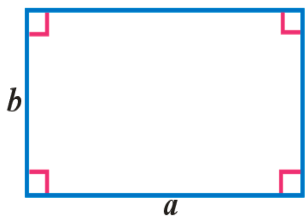
4.15. To‘rtburchakning diagonallari a va b ga teng. Uchlari shu to‘rtburchak tomonlarining o‘rtalarida bo‘lgan to‘rtburchakning perimetrini toping. javob: $a+b$

2-§. To‘g‘ri to‘rtburchak, parallelogramm, romb, kvadrat elementlari, xossalari va yuzalari

1-ta’rif. Barcha burchaklari to‘g‘ri 90° teng bo‘lgan to‘rtburchakka ***to‘g‘ri to‘rtburchak*** deyiladi.

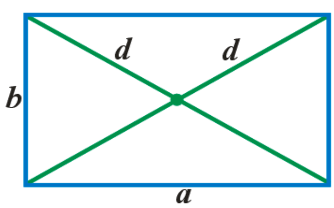
Tomonlari a va b bo‘lgan to‘g‘ri to‘rtburchakning perimetri quyidagicha bo‘ladi (4.4-rasm):

$$\boxed{p=2(a+b).}$$



4.4-rasm

To‘g‘ri to‘rtburchakning ikkita diagonali ham o‘zaro tengdir. Diagonallar kesishish nuqtasida teng ikkiga bo‘linadi.



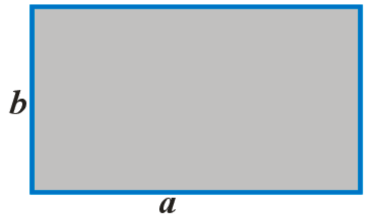
4.5-rasm

To‘g‘ri to‘rtburchak diagonali va tomonlari orasida quyidagi bog‘lanish mavjud (4.5-rasm):

$$\boxed{d=\sqrt{a^2+b^2}.}$$

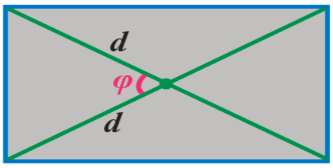
To‘g‘ri to‘rtburchak tomonlari ma’lum bo‘lsa, yuzasini quyidagicha aniqlash mumkin bo‘ladi (4.6-rasm):

$$\boxed{S=ab.}$$



4.6-rasm

Agar to‘g‘ri to‘rtburchakning diagonali va diagonallar orasidagi burchak berilgan bo‘lsa, uning yuzasi quiydagicha bo‘ladi (4.7-rasm):

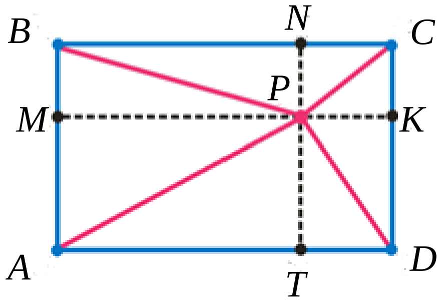


4.7-rasm

$$\boxed{S=\frac{1}{2}d^2\sin\varphi.}$$

$ABCD$ to‘g‘ri to‘rtburchakning ichida olingan ixtiyoriy P nuqtadan to‘rtburchakning uchlarigacha masofalar quyidagi formula yordamida bog‘lanadi (4.8-rasm):

$$\boxed{PA^2+PC^2=PB^2+PD^2.}$$



4.8-rasm

Isbot. Pifagor teoremasidan foydalanamiz. Unga ko‘ra

$$PA^2=AM^2+PM^2=PT^2+AT^2=\left(PD^2-PK^2\right)+\left(PB^2-PN^2\right)=$$

$$=PD^2+PB^2-\left(PK^2+PN^2\right)=PD^2+PB^2-PC^2$$

bo‘ladi. Bundan esa $PA^2+PC^2=PB^2+PD^2$ natija kelib chiqadi.

1-masala. To‘g‘ri to‘rtburchakning diagonali va bitta tomoni uzunligi mos ravishda $7\sqrt{13}$ va 14 ga teng bo‘lsa, bu to‘g‘ri to‘rtburchakning yuzini toping.

Yechish. To‘g‘ri to‘rtburchakning burchaklari 90° bo‘lgani uchun Pifagor teoremasidan foydalanib ikkinchi tomonini topamiz.

$$d^2=a^2+b^2 \Rightarrow \left(7\sqrt{13}\right)^2=14^2+b^2 \Rightarrow b^2=637-196=441 \Rightarrow b=21.$$

To‘g‘ri to‘rtburchakning yuzi $S=ab=14\cdot 21=294$.

2-ta’rif. Qarama-qarshi tomonlari teng va parallel bo‘lgan to‘rtburchakka ***parallelogramm*** deyiladi (4.9-rasm). Parallelogrammning uchlarini lotincha katta harflar bilan, tomonlarini esa uchlarini ifodalovchi katta harflar yoki lotincha kichik harflar bilan belgilanadi.

$$\begin{cases} AB\,//\,CD \\ AB = CD \end{cases}, \quad \begin{cases} BC\,//\,AD \\ BC = AD \end{cases}.$$

4.9-rasm

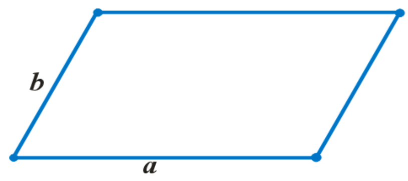
Parallelogrammning qarama-qarshi uchidagi burchaklari o‘zaro teng bo‘ladi:

$$\begin{cases} \angle A = \angle C \\ \angle B = \angle D \end{cases}.$$

Parallelogrammning qo‘shni uchidagi burchaklari yig‘indisi 180^0 ga teng bo‘ladi.

$$\angle A + \angle B = 180^0, \quad \angle B + \angle C = 180^0, \quad \angle C + \angle D = 180^0, \quad \angle D + \angle A = 180^0$$

Tomonlari a va b bo‘lgan parallelogrammning perimetri quyidagicha bo‘ladi (4.10-rasm):

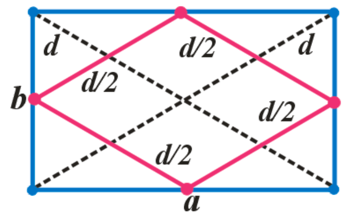


4.10-rasm

$$\boxed{p = 2(a+b).}$$

Qarama-qarshi uchlarini tutashtiruvchi kesmaga uning ***diagonali*** deyiladi. Parallelogrammlar ikkita diagonalga ega bo‘lib, umumiy holda bu diagonallar o‘zaro teng emas.

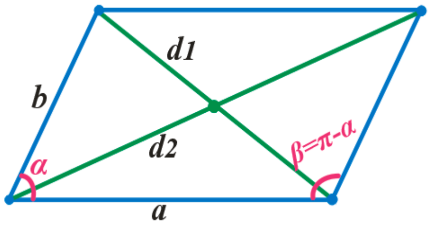
To‘g‘ri to‘rtburchak tomonlari o‘rtalari tutashtirilganda parallelogramm hosil bo‘ladi. Hosil bo‘lgan parallelogramm tomoni to‘rtburchak diagonalining yarmiga teng bo‘ladi, yuzasi esa to‘rtburchak yuzasining yarmiga teng bo‘ladi.



4.11-rasm

2-teorema. Parallelogrammning a va b tomonlari orasidagi o‘tkir burchagi α ekani ma’lum bo‘lsa, u holda parallelogrammning kichik diagonali d_1 va katta diagonali d_2 kosinuslar teoremasidan hisoblab topiladi (4.12-rasm).

$$\boxed{\begin{cases} d_1 = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab\cos\alpha}\,, \\ d_2 = \sqrt{a^2 + b^2 + 2ab\cos\alpha}\,. \end{cases}}$$



4.12-rasm

Isbot. Kosinuslar teoremasidan d_1 diagonalni osongina aniqlash mumkin.

Qo‘shni burchaklar yig‘indisi π ga tengligidan hamda $\cos\beta = \cos(\pi - \alpha) = -\cos\alpha$ ekanidan d_2 diagonalni aniqlash mumkin bo‘ladi.

3-teorema. Parallelogrammning diagonallari va tomonlari orasida quyidagi munosabat o‘rinli bo‘ladi:

$$\boxed{d_2^2 + d_1^2 = 2\left(a^2 + b^2\right), \qquad d_2^2 - d_1^2 = 4ab\cos\alpha.}$$

Isbot. Yuqorida topilgan formulalardan foydalanamiz. Bunda

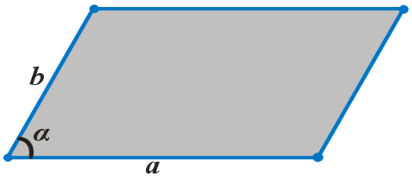
$$\begin{cases} d_1^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\alpha & (1) \\ d_2^2 = a^2 + b^2 + 2ab\cos\alpha & (2) \end{cases}$$

sistemada $(2)+(1)$ amalini bajarsak, u holda

$$d_1^2 + d_2^2 = a^2 + b^2 + a^2 + b^2 = 2\left(a^2 + b^2\right)$$

natija, $(2)-(1)$ amalini bajarsak, u holda $d_2^2 - d_1^2 = 4ab\cos\alpha$ natija kelib chiqadi.

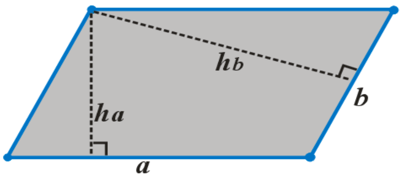
Parallelogramm yuzasini tomonlar va ular orasidagi burchakka ko‘ra aniqlash quyidagicha bo‘ladi (4.13-rasm):



4.13-rasm

$$\boxed{S = ab\sin\alpha.}$$

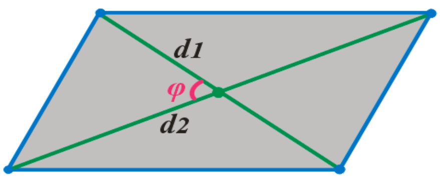
Parallelogramm yuzasini tomon va tomonga tushirilgan balandlikka ko‘ra aniqlash quyidagicha bo‘ladi (4.14-rasm):



4.14-rasm

$$\boxed{S = ah_a \quad \text{yoki} \quad S = bh_b.}$$

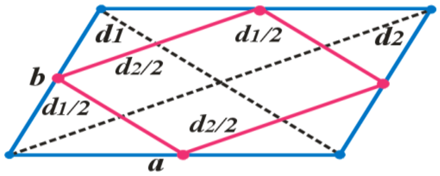
Parallelogramm yuzasini diagonallar va diagonallar orasidagi burchakka ko‘ra aniqlash quyidagicha bo‘ladi (4.15-rasm):



4.15-rasm

$$\boxed{S=\frac{1}{2}d_1d_2\sin\varphi.}$$

Parallelogramm tomonlari o‘rtalarini tutashtirish natijasida yana parallelogramm hosil bo‘ladi. Bu parallelogrammning tomonlari berilgan parallelogramm diagonallarining yarmiga teng bo‘ladi, yuzasi esa berilgan parallelogramm yuzasining yarmiga teng bo‘ladi (4.16-rasm).



4.16-rasm

2-masala. Parallelogrammning ikki tomonining nisbati 3:5 kabi, perimetri 24 sm. O‘tkir burchagi 60° ga teng bo‘lsa, uning diagonallari va yuzi topilsin.

Yechish. Parallelogrammning tomonlari nisbati $a:b=3:5$ bo‘lgani uchun perimetri

$$p=2(a+b)=2(3x+5x)=24\Rightarrow \; p=2(a+b)=2(3x+5x)=24\Rightarrow 16x=24\Rightarrow x=1{,}5.$$

Parallelogramm tomonlari $a=3x=3\cdot 1{,}5=4{,}5$, $b=5x=5\cdot 1{,}5=7{,}5$.

Parallelogramm diagonalini $d_1=\sqrt{a^2+b^2-2ab\cos\alpha}$ formula yordamida hisoblaymiz:

$$d_1^2=a^2+b^2-2ab\cos\alpha=4{,}5^2+7{,}5^2-2\cdot 4{,}5\cdot 7{,}5\cdot\frac{1}{2}=20{,}25+56{,}25-33{,}75=42{,}75$$

$$d_2^2=a^2+b^2+2ab\cos\alpha=4{,}5^2+7{,}5^2+2\cdot 4{,}5\cdot 7{,}5\cdot\frac{1}{2}=20{,}25+56{,}25+33{,}75=76{,}5+33{,}75=110{,}25$$

$$d_1=\sqrt{42{,}75}\,,\; d_2=10{,}5.$$

Parallelogrammning yuzi $S=ab\sin\alpha=4{,}5\cdot 7{,}5\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=16{,}875\sqrt{3}$ ga teng.

Agar parallelogramm umumiy holda berilmagan bo‘lsa, xususiy hollar uchun parallelogrammni to‘g‘ri to‘rtburchak, romb, kvadrat kabi nomlar bilan ataladi. Keyingi mavzularda biz ularga alohida-alohida to‘xtalib o‘tamiz.

3-ta’rif. Barcha tomonlari teng bo‘lgan parallelogrammga ***romb*** deyiladi.

Rombning perimetri quyidagicha bo‘ladi:

$$\boxed{p=4a.}$$

Rombning diagonallari 90^0 burchak ostida kesishadi va kesishish nuqtasida teng ikkiga bo‘linadi.

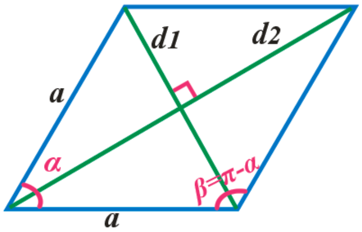
4-teorema. Tomonlar orasidagi o‘tkir burchagi α bo‘lgan rombning kichik diagonali d_1 va katta diagonali d_2 quyidagicha bo‘ladi (4.17-rasm):

$$\boxed{\begin{cases} d_1 = a\sqrt{2(1-\cos\alpha)}; \\ d_2 = a\sqrt{2(1+\cos\alpha)}. \end{cases}}$$

Isbot. Romb $b=a$ bo‘lgan parallelogramm bo‘lgani uchun kosinuslar teoremasidan diagonallar uchun

$$\begin{cases} d_1 = \sqrt{a^2+a^2-2aa\cos\alpha} = a\sqrt{2(1-\cos\alpha)} \\ d_2 = \sqrt{a^2+a^2+2aa\cos\alpha} = a\sqrt{2(1+\cos\alpha)} \end{cases}$$

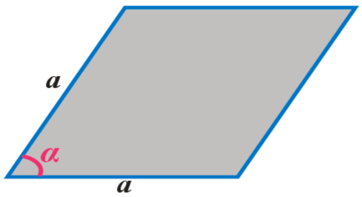
formulalar osongina kelib chiqadi.



4.17-rasm

Rombning tomoni diagonallariga ko‘ra quyidagicha aniqlanadi (4.17-rasm):

$$\boxed{a = \frac{\sqrt{d_1{}^2 + d_2{}^2}}{2}.}$$



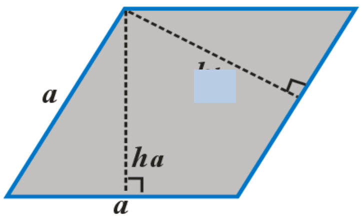
4.18-rasm

Isbot. Romb $b=a$ bo‘lgan parallelogramm bo‘lgani uchun parallelogramm diagonallari haqidagi formuladan $d_2^2 + d_1^2 = 2(a^2+a^2) = 4a^2 \Rightarrow a^2 = \frac{d_2^2+d_1^2}{4} \Rightarrow a = \frac{\sqrt{d_2^2+d_1^2}}{2}$ formulalar osongina kelib chiqadi.

Romb yuzini tomon va tomonlar orasidagi burchakka ko‘ra aniqlash quyidagicha bo‘ladi (4.18-rasm):

$$\boxed{S = a^2 \sin\alpha.}$$

Rombning ikkala tomoniga tushirilgan balandligi ham o‘zaro teng va quyidagicha bo‘ladi (4.19-rasm):



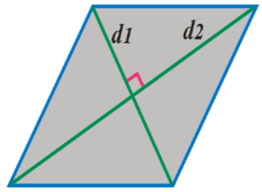
4.19-rasm

$$\boxed{h = a\sin\alpha.}$$

Romb yuzini tomon va balandlikka ko‘ra aniqlash quyidagicha bo‘ladi (4.19-rasm):

$$\boxed{S = ah.}$$

5-teorema. Romb yuzini diagonallariga ko‘ra aniqlash quyidagicha bo‘ladi (4.20-rasm):

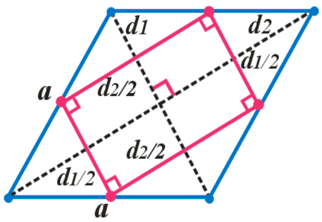


4.20-rasm

$$\boxed{S = \frac{1}{2}d_1 d_2.}$$

Isbot. To‘rtburchak yuzasi uchun $S = \frac{1}{2}d_1 d_2 \sin\varphi$ formulada $\varphi = 90^0$ bo‘lgani uchun $S = \frac{1}{2}d_1 d_2 \sin 90^0 = \frac{1}{2}d_1 d_2$ natija kelib chiqadi.

Romb tomonlari o‘rtalarini tutashtirilganda to‘g‘ri to‘rtburchak hosil bo‘ladi. Hosil bo‘lgan to‘g‘ri to‘rtburchak tomonlari romb diagonallarining yarmiga teng bo‘ladi, yuzasi esa romb yuzasining yarmiga teng bo‘ladi (4.21-rasm).



4.21-rasm

3-masala. Rombning diagonallari uzunligi 10 va 12 ga teng. Bu rombning tomoni va yuzini toping.

Yechish. Rombning diagonallari berilgan bo‘lsa, $d_2^2 + d_1^2 = 4a^2$ formuladan tomonini topamiz:

$$4a^2 = d_2^2 + d_1^2 = 100 + 144 = 244 \Rightarrow a^2 = 61 \Rightarrow a = \sqrt{61}.$$

Rombning yuzini diagonallari ko‘paytmasining yarmiga tengligidan topamiz:

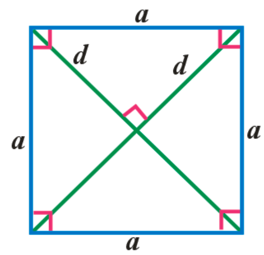
$$S = \frac{1}{2}d_1 d_2 = \frac{1}{2}\cdot 10 \cdot 12 = 60.$$

4-ta’rif. To‘rtta tomoni ham, to‘rtta burchagi ham o‘zaro teng bo‘lgan parallelogrammga ***kvadrat*** deyiladi.

Kvadratning perimetri rombning perimetri kabi quyidagicha bo‘ladi:

$$\boxed{p = 4a.}$$

Kvadratning diagonallari 90^0 burchak ostida kesishadi va kesishish nuqtasida teng ikkiga bo‘linadi. Kvadratning ikkita diagonali ham o‘zaro teng va quyidagicha bo‘ladi (4.22-rasm):

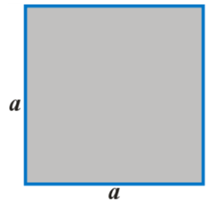


4.22-rasm

$$\boxed{d = \sqrt{2}\,a.}$$

Kvadrat yuzasi quyidagicha bo‘ladi (4.23-rasm):

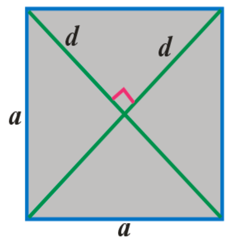
$$\boxed{S = a^2.}$$



4.23-rasm

Kvadrat yuzasi diagonal orqali quyidagicha aniqlanadi (4.24-rasm):

$$\boxed{S = \frac{1}{2}d^2.}$$



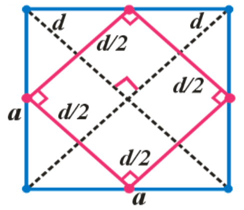
4.24-rasm

Isbot. To‘rtburchak yuzasi

$$S = \frac{1}{2}d_1d_2\sin\varphi = \frac{1}{2}d \cdot d \cdot \sin 90^0 = \frac{1}{2}d^2$$

bo‘ladi.

Kvadrat tomonlari o‘rtalarini tutashtirilganda yana kvadrat hosil bo‘ladi. Hosil bo‘lgan kvadrat tomoni berilgan kvadrat diagonalining yarmiga teng bo‘ladi, yuzasi esa berilgan kvadrat yuzasining yarmiga teng bo‘ladi (4.25-rasm).



4.25-rasm

4-masala. Agar kvadratning yuzi 225 m^2 ga teng bo‘lsa, bu kvadratning tomoni va diagonalini toping. sm da ifodalang.

Yechish. Kvadratning yuzining $S = a^2$ formulasidan foydalanib tomonni topamiz: $a^2 = 225 \Rightarrow a = 15$ m$\Rightarrow a = 1500$ sm.

Diagonali esa $S = \frac{1}{2}d^2$ yoki $d = a\sqrt{2}$ formula yordamida topiladi. $d = 1500\sqrt{2}$ sm.

Mustaqil ishlash uchun masalalar

4.16. To‘g‘ri to‘rtburchakning kichik tomoni uzunligi $\frac{17\sqrt{3}}{2}$ ga teng, hamda bu tomon diagonaldan ikki marta qisqa bo‘lsa bu to‘g‘ri to‘rtburchakning ikkinchi tomonining uzunligini toping. javob: 25,5

4.17. To‘g‘ri to‘rtburchakning diagonali va bitta tomoni uzunligi mos ravishda $3\sqrt{41}$ va 15 ga teng bo‘lsa, bu to‘g‘ri to‘rtburchakning yuzini toping. javob: 180

4.18. To‘g‘ri to‘rtburchakning diagonal uzunligi $2\sqrt[4]{3}$ ga teng, hamda diagonallar orasidagi o‘tmas burchak 120° ga teng. Bu to‘g‘ri to‘rtburchakning yuzini toping. javob: 3

4.19. To‘g‘ri to‘rtburchakning perimetri $2\sqrt{3}+2$ ga teng. Diagonallari orasidagi o‘tkir burchagi esa 60° ga teng. To‘g‘ri to‘rtburchakning diagonali uzunligini toping. javob: 2

4.20. Parallelogramning perimetri 90 sm ga teng, o‘tkir burchagi 60°. parallelogramning diagonali uning o‘tmas burchagini 1/3 nisbatda bo‘ladi. Parallelogramning tomonlarini toping. javob:15;30

4.21. Agar *AB*=16, *AD*=7, *BD*= 21 bo‘lsa, *ABCD* parallelogrammning *AC* diagonalini toping. javob:13

4.22. Tomonlari *AB*=11, *BC*=7, *AC*=13 bo‘lgan uchburchakka *ADKE* parallelogramm ichki chizilgan, *D*,*K*,*E* nuqtalar mos ravishda *AB*, *BC* va *AC* tomonlarda yotadi. Agar *AE*=6 bo‘lsa, parallelogramm perimetrini toping. javob: $23\frac{11}{13}$

4.23. Parallelogramm tomonlaridan biri ikkinchisidan 25 sm katta, perimetri 122 sm. Uning tomonlari topilsin. javob:18;43

4.24. Parallelogrammning ikki tomonining nisbati 3:4 kabi, perimetri 2,8 sm. Uning tomonlari topilsin. javob:0,6;0,8

4.25. Parallelogrammning perimetri 32 sm. Diagonallari ajratgan uchburchaklarning perimetrlari ayirmasi 8 sm. Parallelogrammning tomonlari topilsin. javob:12;8

4.26. Parallelogramm o‘tmas burchagining bissektrisasi qarama-qarshi tomonini o‘tkir burchak uchidan hisoblaganda 2:1 nisbatda bo‘ladi. Perimetri 60 sm. Parallelogrammning tomonlari topilsin. javob:12;18

4.27. Parallelogrammning burchaklaridan biri 60º ga teng, kichik diagonali esa $2\sqrt{31}$ sm. Diagonallarining kesishish nuqtasidan katta tomonga tushirilgan perpendikular $\frac{\sqrt{75}}{2}$ sm ga teng. Parallelogrammning katta diagonali va tomonlarini toping. javob: $2\sqrt{31}$

4.28. Parallelogrammning uchidan uning diagonaliga tushirilgan perpendikular bu diagonalni uzunliklari 6 va 15 sm bo‘lgan kesmalarga ajratadi. Parallelogrammning tomonlarining ayirmasi 7 sm ga teng. Parallelogrammning tomonlari va uning diagonallarini toping. javob:10;17 va $\sqrt{337}$

4.29. Tomonlari $3\sqrt{2}, sm,\ 1\ sm$ va burchagi 45° bo‘lgan Parallelogrammning katta diagonalini toping. javob:5

4.30. Parallelogrammning o‘tkir burchagi 60°, diagonal o‘tmas burchakni 1:3 nisbatda bo‘ladi. Parallelogrammning perimetri 60 sm bo‘lsa, uning tomonlarini toping. javob:10;20

4.31. O‘tkir burchagi 60° bo‘lgan parallelogramm perimetri 28 sm. Parallelogramm yuzi $24\sqrt{3}$ sm^2 bo‘lsa, uning balandligini toping. javob: $3\sqrt{3}; 4\sqrt{3}$

4.32. Parallelogrammning ikki tomoni ayirmasi 4 sm. Balandliklari 6 va 8 sm. Parallelogramm perimetrini toping. javob:56

4.33. Parallelogrammning bir tomoni uzunligi 21 ga teng, hamda bu parallelogrammning perimetri 123 ga teng bo‘lsa, bu parallelogrammning ikkinchi tomoni uzunligini toping. javob: 40,5

4.34. Rombning 60° li burchagi qarshisidagi diagonali 11,2 ga teng. Bu rombning perimetrini toping. javob: 44,8

4.35. Kvadratning diagonal uzunligi $2\sqrt{17}$ ga teng bo‘lsa, bu kvadratning yuzini toping. javob: 34

4.36. Agar kvadratning yuzi 420,5 ga teng bo‘lsa, bu kvadratning diagonalini toping. javob: 29

4.37. Parallelogrammning balandliklari uzunliklari 4 va 8 ga teng. Katta balandlik tushgan tomon uzunligi 6 ga teng. Bu parallelogrammning ikkinchi tomonining uzunligini toping. javob: 12

4.38. Rombning diagonallari uzunligi 10 va 7 ga teng. Bu rombning yuzini toping. javob: 35

4.39. Parallelogrammning bir diagonali uzunligi $\frac{9}{2}\sqrt{6}$ ga teng, hamda asos bilan 60° burchak tashkil qiladi. Ikkinchi diagonal esa asos bilan 45° burchak hosil qiladi. Ikkinchi diagonal uzunligini toping. javob: 13,5

4.40. Parallelogrammning bir tomoni va diagonali uzunliklari mos ravishda $2\sqrt{3}$ va 8 ga teng. Ikkinchi diagonal esa berilgan tomon bilan 60° tashkil qiladi. Bu parallelogrammning diagonallari orasidagi burchakni toping. javob: 0,75

4.41. Rombning tomoni uzunligi $3\sqrt{5}$ va kichik diagonali uzunligi esa 3 ga teng. Rombning o‘tkir burchagining kosinusini toping. javob: 0,9

4.42. Parallelogramm tomonlari uzunliklari 4 va 7,5 ga teng. Bu tomonlar orasidagi burchakning kosinusi $\frac{29}{48}$ ga teng. Kichik diagonal uzunligini toping. javob:6

4.43. Parallelogrammning diagonallari uzunliklari 30 va 16 ga teng, hamda bular orasidagi burchak kosinusi 0,7 ga temg. Parallelogrammning diagonal orasidagi berilgan burchakning qarshisidagi tomon uzunligini toping. javob: 11

4.44. Rombning diagonal uzunligi $\frac{45}{2}\sqrt{7}$ ga hamda bu diagonal qarshisidagi burchakning kosinus qiymati $-\frac{2}{7}$ ga teng. Rombning tomoni uzunligini toping. javob: $\frac{105\sqrt{2}}{4}$

4.45. Parallelogrammning tomonlari uzunliklari 4 va 6 ga teng. Bitta burchagining kosinusi $\frac{1}{3}$ ga teng. Bu burchakning qarshisidagi diagonal uzunligini toping. javob:6

4.46. Parallelogrammning diagonallari uzunliklari va ular orasidagi burchak mos ravishda 8, $4\sqrt{3}$ va 60° ga teng. Bu parallelogrammning yuzini toping. javob: 24

4.47. ABC uchburchakda AA_1 va BB_1 medianalar o‘tkazilgan, ular D nuqtada kesishadi. ABC uchburchakning C_1A_1 o‘rta chizig‘i o‘tkazildi. $AA_1B_1C_1$ to‘rtburchak parallelogramm ekanini isbotlang.

4.48. Uchburchakka parallelogramm ichki chizilgan, uning o‘tkir burchagi uchburchak o‘tkir burchagiga mos keladi. Parallelogramm tomonlari 3:1 nisbatda, o‘tkir burchakni tashkil etuvchi uchburchak tomonlari esa 24 va 36 sm. Parallelogramm tomonlarini toping. javob:8;24

4.49. Katetlari 6 va 8 sm bo‘lgan uchburchakka kvadrat ichki chizilgan. Kvadrat va uchburchakning to‘g‘ri burchaklari umumiy. Kvadratning perimetrini toping. javob:96/7

4.50. Tomonlari a va b bo‘lgan uchburchakka romb ichki chizilgan. Shu tomonlari va ular orasidagi burchak romb va uchburchak uchun umumiy. Rombning tomonini toping. javob: $\frac{ab}{a+b}$

4.51. ABC teng yonli uchburchakka bir tomoni BC asosda yotuvchi kvadrat ichki chizilgan. Agar BC=10 sm, balandligi AB=15 sm bo‘lsa, kvadrat tomonini toping. javob: $20-10\sqrt{2}$

4.52. Katetlari 6 va 8 sm bo‘lgan uchburchakka kvadrat ichki chizilgan. Kvadrat va uchburchakning to‘g‘ri burchaklari umumiy. Kvadrat tomonini va yuzini toping. javob: $\frac{24}{7};\frac{579}{49}$

4.53. Tomonlari AC=16, AB=BC=10 bo‘lgan teng yonli ABC uchburchakka to‘rtburchak shunday ichki chizilganki, uning 6 sm ga teng tomoni uchburchak asosida yotadi. To‘rtburchak perimetrini toping. javob:19,5

4.54. To‘g‘ri burchakli uchburchakning katetlari uzunliklari 10 va 15 ga teng. Bu uchburchak bilan umumiy uchga ega bo‘lgan kvadrat ichki chizilgan, bu kvadratning perimetrini toping. javob:24

4.55. Asosdagi burchagi 45° bo‘lgan teng yonli uchburchak ichiga bir tomoni asosda yotadigan qilib kvadrat chizilgan. Agar uchburchakning yuzasi 18 bo‘lsa, kvadratning yuzini toping. javob:8

4.56. To‘g‘ri burchakli uchburchakning o‘tkir burchagi medianalari uzunliklari 11 va 7 ga teng. Tomoni uzunligi gipotenuzaning uzunligiga teng bo‘lgan kvadrat yuzini toping. javob: 136

4.57. ABC uchburchakning tomonlari uzunliklari AB=2, AC=5 va BC=4. Tomoni, uchburchakning B uchidan tushirilgan balandlik uzunligiga teng bo‘lgan kvadratning yuzini toping. javob: 2,31

4.58. Muntazam uchburchak ichiga bir tomoni asosida yotadigan qilib kvadrat chizilgan. Agar kvadratning tomoni uzunligi $\left(2-\sqrt{3}\right)\cdot\sqrt[4]{3}$ ga teng bo‘lsa, muntazam uchburchakning yuzini toping. javob: 0,25

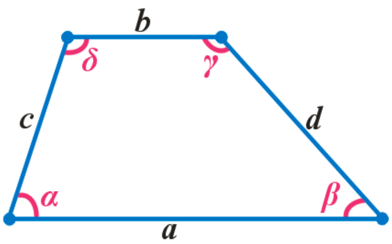
4.59. Teng tomonli uchburchakning ichiga tomoni uzunligi $\sqrt{3}$ ga teng kvadrat ichki chizilgan. Uchburchakning tomoni uzunligini toping. javob: $\sqrt{3}+2$

4.60. To‘g‘ri burchakli uchburchakning o‘tkir burchagi 30° ga teng bo‘lib, bu burchakni umumiy qilib romb ichki chizilgan, rombning barcha uchlari uchburchakning tomonlarida. Agar uchburchakning katta kateti uzunligi $9\left(\sqrt{3}+2\right)$ ga teng bo‘lsa, rombning tomoni uzunligini toping. javob: 18

3-§. Trapetsiya va trapetsiya o‘rta chizig‘i xossasi

1-ta’rif. Ikkita parallel tomonga ega bo‘lgan qavariq to‘rtburchakka ***trapetsiya*** deyiladi. Parallel tomonlarni trapetsiya ***asoslari***, qolgan tomonlarni esa trapetsiyaning ***yon tomonlari*** deyiladi. Trapetsiya asoslarini a va b bilan, yon tomonlarni esa c va d bilan belgilanadi. Trapetsiyaning katta asosidagi burchaklarini α va β bilan, kichik asosidagi burchaklarini γ va δ bilan belgilanadi. Trapetsiya ichki burchaklari uchun ushbu ifoda o‘rinlidir (4.26-rasm):

$$\boxed{\begin{cases}\alpha+\delta=180^0;\\ \beta+\gamma=180^0.\end{cases}}$$



4.26-rasm

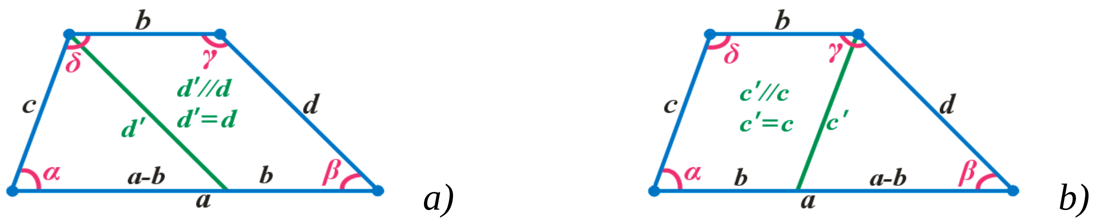
Agar trapetsiyaning to‘rtala tomoni ham berilgan bo‘lsa, uning ichki burchaklarini aniqlash mumkin.

Tomonlari ma’lum bo‘lgan trapetsiyaning burchaklarini aniqlash formulalari quyidagicha bo‘ladi (4.27-rasm):

$$\boxed{\begin{cases}\cos\alpha=\dfrac{(a-b)^2+c^2-d^2}{2(a-b)c};\\[2ex] \cos\beta=\dfrac{(a-b)^2+d^2-c^2}{2(a-b)d};\end{cases}\qquad \begin{cases}\cos\delta=-\cos\alpha;\\ \cos\gamma=-\cos\beta.\end{cases}}$$

Isbot. Trapetsiyaning δ burchagidan $d'//d$ kesma o‘tkazamiz (4.27-*a* rasm). Bunda $d'=d$ bo‘lgani uchun kosinuslar teoremasidan $d'^2=(a-b)^2+c^2-2(a-b)c\cos\alpha$ foydalanib, $\cos\alpha=\dfrac{(a-b)^2+c^2-d^2}{2(a-b)c}$ ni aniqlaymiz.

Trapetsiyaning γ burchagidan $c'//c$ kesma o‘tkazamiz (4.27-*b* rasm). Bunda $c'=c$ bo‘lgani uchun kosinuslar teoremasidan $c'^2=(a-b)^2+d^2-2(a-b)d\cos\beta$ foydalanib, $\cos\beta=\dfrac{(a-b)^2+d^2-c^2}{2(a-b)d}$ ni aniqlaymiz. $\begin{cases}\alpha+\delta=180^0\\ \beta+\gamma=180^0\end{cases}$ ekanligidan foydalansak, $\begin{cases}\cos\delta=\cos(\pi-\alpha)=-\cos\alpha\\ \cos\gamma=\cos(\pi-\phi)=-\cos\beta\end{cases}$ ekanligi kelib chiqadi.



4.27-rasm

2-ta’rif. Trapetsiya asoslari orasidagi eng yaqin masofaga trapetsiya ***balandligi*** deyiladi. Trapetsiya balandligi har doim asoslarga perpendikular bo‘ladi.

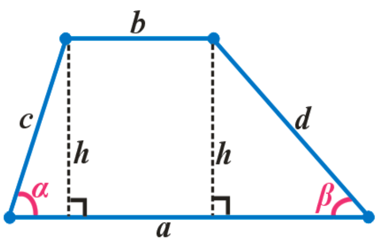
6-teorema. Trapetsiyaning balandliklari

$$\boxed{\begin{cases}h=c\cdot\sin\alpha=c\cdot\sqrt{1-\cos^2\alpha};\\ h=d\cdot\sin\beta=d\cdot\sqrt{1-\cos^2\beta}.\end{cases}}$$

ga teng.

Isbot. α va β burchaklar sinusidan foydalanamiz (4.28-rasm). Bunda

$$\begin{cases}\sin\alpha=\dfrac{h}{c}\\ \sin\beta=\dfrac{h}{d}\end{cases},\ \rightarrow\begin{cases}h=c\cdot\sin\alpha=c\cdot\sqrt{1-\cos^2\alpha}\\ h=d\cdot\sin\beta=d\cdot\sqrt{1-\cos^2\beta}\end{cases}$$

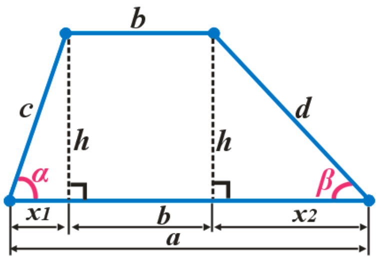


4.28-rasm

natija hosil bo‘ladi.

Oldingi formulada $\cos\alpha$ va $\cos\beta$ ni tomonlar orqali aniqlashni ko‘rib o‘tgan edik.

Yon tomonlarning katta asosdagi proyeksiyalari hamda asoslar orasidagi bog‘lanish quyidagicha bo‘ladi (4.29-rasm):

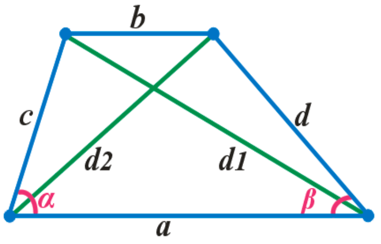


4.29-rasm

$$\begin{cases} x_1 = c\cdot\cos\alpha \\ x_2 = d\cdot\cos\beta \end{cases}, \qquad a = b + x_1 + x_2.$$

Isbot. To‘g‘ri burchakli uchburchakda burchak kosinusidan foydalanib, osongina topish mumkin.

Kosinuslar teoremasidan foydalanib, trapetsiyaning diagonallarini aniqlash mumkin (4.30-rasm).



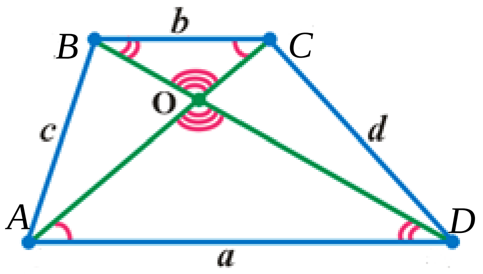
4.30-rasm

$$\begin{cases} d_1 = \sqrt{a^2 + c^2 - 2ac\cos\alpha}\,, \\ d_2 = \sqrt{a^2 + d^2 - 2ad\cos\beta}\,. \end{cases}$$

Trapetsiya diagonallari kesishganda Parallelogramm kabi teng ikkiga bo‘linmaydi. Diagonallar kesishganda ma’lum bir nisbatda bo‘linadi.

Diagonallar kesishishidan hosil bo‘lgan kesmalardan katta kesmaning kichik kesmaga nisbati katta asosining kichik asosga nisbatiga tengdir (4.31-rasm):

$$\frac{AO}{OC} = \frac{DO}{OB} = \frac{a}{b}.$$



4.31-rasm

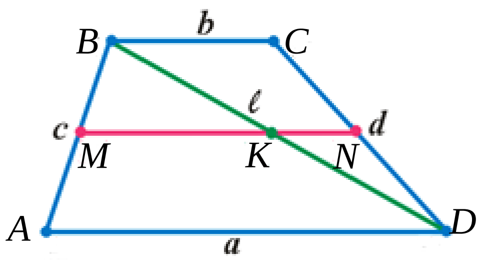
Isbot. Uchburchaklar o‘xshashligidan foydalanamiz. Bunda ichki almashinuvchi bo‘lgani uchun $\angle OAD = \angle OCB$ va $\angle ADO = \angle CBO$ hamda o‘zaro vertikal bo‘lgani uchun $\angle AOD = \angle COB$ bo‘ladi. Demak, $\Delta ADO \sim \Delta CBO$, ya’ni uchburchaklar o‘xshash ekan. O‘xshash uchburchaklarning mos tomonlari proporsional bo‘ladi, ya’ni:

$$\frac{DO}{BO} = \frac{AO}{CO} = \frac{AD}{BC} = \frac{a}{b}.$$

3-ta’rif. Trapetsiya yon tomonlari o‘rtalarini tutashtiruvchi kesmaga trapetsiyaning ***o‘rta chizig‘i*** deyiladi. Trapetsiyaning o‘rta chizig‘i asoslarga parallel bo‘lib, berilgan trapetsiyani ikkita trapetsiyachalarga ajratadi.

7-teorema. Trapetsiyaning o‘rta chizig‘i asoslar yig‘indisining yarmiga teng (4.32-rasm).

$$\boxed{\ell = \frac{a+b}{2}}$$



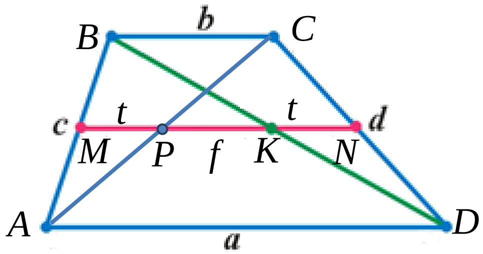
4.32-rasm

Isbot. Rasmda $ABCD$ trapetsiyaga BD diagonal o‘tkazamiz. Bu diagonal trapetsiyani ABD va BCD uchburchaklarga ajratadi. BD diagonal $\ell = MN$ o‘rta chiziqni K nuqtada kesib o‘tadi. MK kesma ABD uchburchak uchun, KN kesma esa BCD uchburchak uchun o‘rta chiziqdir. Shunga asosan o‘rta chiziq uchburchak asosiga parallel va uning uzunligining yarmiga teng, ya’ni $\begin{cases} MK \,//\, a \\ MK = AD/2 = a/2 \end{cases}$ va $\begin{cases} KN \,//\, b \\ KN = BC/2 = b/2 \end{cases}$ bo‘ladi. Trapetsiya o‘rta chizig‘i $\ell = MN = MK + KN = \frac{a}{2} + \frac{b}{2}$ ekanligi kelib chiqadi.

Trapetsiyaning o‘rta chizig‘ini diagonallari kesganda o‘rta chiziqni uchta kesmaga ajratadi. Bu kesmalar uzunliklari quyidagicha bo‘ladi (4.33-rasm):

$$\boxed{t = \frac{b}{2}, \quad f = \frac{a-b}{2}.}$$

Isbot. Rasmdan ko‘rinib turibdiki, $t = MP$ kesma ABC uchburchakka va $t = KN$ kesma esa BCD uchburchakka o‘rta chiziq bo‘ladi. Shuning uchun $t = \frac{BC}{2} = \frac{b}{2}$ bo‘ladi. Trapetsiya o‘rta chizig‘ini uchta kesma



4.33-rasm

uzunliklari yig‘indisi tashkil etadi, ya’ni $\ell = 2t + f$ bo‘ladi. Bundan esa $f = PK = \ell - 2t = \frac{a+b}{2} - 2\cdot\frac{b}{2} = \frac{a+b-2b}{2} = \frac{a-b}{2}$ kelib chiqadi.

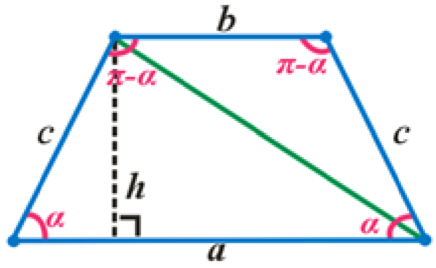
4-ta’rif. Yon tomonlari o‘zaro teng bo‘lgan trapetsiyaga ***teng yonli trapetsiya*** deyiladi. Teng yonli trapetsiyaning katta asosidagi ikkita o‘tkir burchagi ham kichik asosidagi ikkita o‘tmas burchagi ham o‘zaro tengdir.

Tomonlari ma’lum bo‘lgan teng yonli trapetsiyaning o‘tkir burchagi, diagonali va balandliklarni aniqlash formulalari quyidagicha bo‘ladi (4.34-rasm):

$$\boxed{\cos\alpha = \frac{a-b}{2c}, \quad h = \sqrt{c^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2}, \quad d = \sqrt{ab + c^2}.}$$

Isbot. Teng yonli trapetsiyada yon tomonlar o‘zaro teng, ya’ni $c = d$ bo‘ladi. Bunda o‘tkir burchak kosinusi

$$\cos\alpha = \frac{(a-b)^2 + c^2 - d^2}{2(a-b)c} = \frac{(a-b)^2}{2(a-b)c} = \frac{a-b}{2c},$$



4.34-rasm

asosga tushirilgan balandlik $h = c\cdot\sin\alpha = c\sqrt{1-\cos^2\alpha} = \sqrt{c^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2}$, diagonal

$$d_1 = d_2 = \sqrt{a^2 + c^2 - 2ac\cos\alpha} = \sqrt{a^2 + c^2 - 2ac\frac{a-b}{2c}} = \sqrt{a^2 + c^2 - a^2 + ab} = \sqrt{ab + c^2}$$

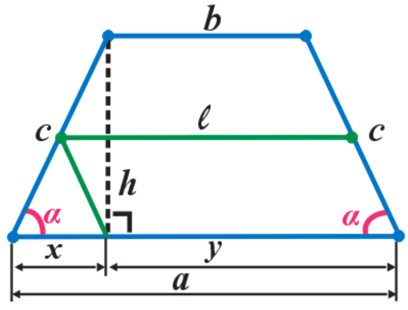
ga teng bo‘ladi.

Teng yonli trapetsiyaning katta asosi a ga tushirilgan balandligi asosni x va y kesmalarga ajratadi.

Balandlikning katta asosdan ajratgan kesmalari quyidagicha bo‘ladi (4.35-rasm):

$$\boxed{x = \frac{a-b}{2}, \quad y = \frac{a+b}{2} = \ell.}$$

Isbot. Bunda kichik kesma x ni $a = 2x + b$ dan foydalanib topsak, $x = \frac{a-b}{2}$ bo‘ladi,



yoki burchak sinusidan foydalansak ham

4.35-rasm

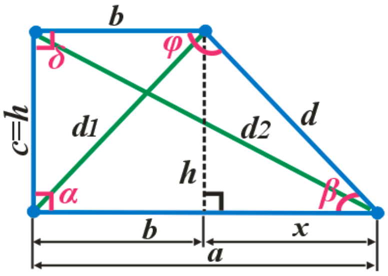
$x = c \cdot \cos\alpha = c \cdot \frac{a-b}{2c} = \frac{a-b}{2}$ ifodani olamiz. Katta

kesma esa $a = x + y$ dan $y = a - x = a - \frac{a-b}{2} = \frac{a+b}{2} = \ell$ ga teng bo‘ladi.

5-ta’rif. Bitta yon tomoni asoslariga perpendikular bo‘lgan trapetsiyaga ***to‘g‘ri burchakli trapetsiya*** deyiladi. To‘g‘ri burchakli trapetsiyaning ikkita burchagi to‘g‘ri burchak bo‘ladi, ya’ni $\alpha = \delta = 90^0$ bo‘ladi. Undan tashqari bu trapetsiyaning bitta yon tomoni balandligiga teng bo‘ladi, ya’ni $h = c$ bo‘ladi (4.36-rasm).

8-teorema. To‘g‘ri burchakli trapetsiyada noma’lum kattaliklar quyidagicha bo‘ladi:

$$\boxed{\begin{cases} x = \sqrt{d^2 - c^2} \\ \cos\beta = \frac{x}{d} = \frac{\sqrt{d^2-c^2}}{d} \end{cases}, \quad \begin{cases} d_1 = \sqrt{b^2 + c^2} \\ d_2 = \sqrt{b^2 + d^2 + 2b\,d\cos\beta} \end{cases}.}$$



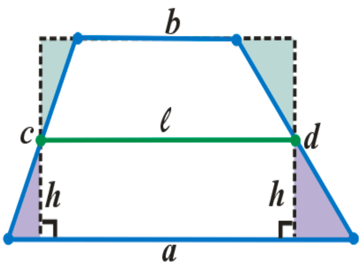
4.36-rasm

Isbot. Bunda $c = h$, $\cos\varphi = -\cos\beta$ hamda kosinuslar va Pifagor teoremasidan foydalanib, formulalarni isbot qilish mumkin.

9-teorema. Trapetsiyaning yuzi trapetsiya o‘rta chizig‘i bilan balandlikning ko‘paytmasiga teng:

$$\boxed{S = \ell h = \frac{a+b}{2} h.}$$

Isbot. Bunda trapetsiyaga o‘rta chiziq o‘tkazamiz va o‘rta chiziqning yon tomonlari bilan kesishish nuqtalarini belgilaymiz. Bu kesishish nuqtalari orqali balandliklar o‘tkazib to‘g‘ri burchakli uchburchaklar yasaymiz. Bu uchburchaklarning bitta katetlari $h/2$ ga,



4.37-rasm

ikkinchi katetlari esa $\frac{1}{2}c\cdot\cos\alpha$ va $\frac{1}{2}d\cdot\cos\beta$ ga teng. Pastdagi to‘g‘ri burchakli uchburchak yuzalari mos holda yuqoridagi to‘g‘ri burchakli uchburchak yuzalariga teng. Shuning uchun pastdagi yuzalarni kesib olib uni tepaga joylashtirilsa, eni h ga, bo‘yi esa $\ell=\frac{a+b}{2}$ ga teng bo‘lgan to‘g‘ri to‘rtburchak hosil bo‘ladi. To‘g‘ri to‘rtburchak eni va bo‘yini ko‘paytmasi uning yuzini beradi, ya’ni $S=\ell h=\frac{a+b}{2}h$ bo‘ladi.

10-teorema. Agar trapetsiyaning asoslari a va b hamda yuzasi S ma’lum bo‘lsa, diagonallar kesishishidan hosil bo‘lgan uchburchaklar yuzalari

$$S_1=\frac{a^2}{(a+b)^2}S,\qquad S_2=\frac{b^2}{(a+b)^2}S,\qquad S_2=S_4=\frac{ab}{(a+b)^2}S,$$
$$S_2=S_4=\sqrt{S_1S_3},\qquad S=\left(\sqrt{S_1}+\sqrt{S_3}\right)^2.$$

ga teng.

Isbot. Har bir uchburchak yuzasini ikki tomon va tomonlar orasidagi burchakka ko‘ra ifodalaymiz.

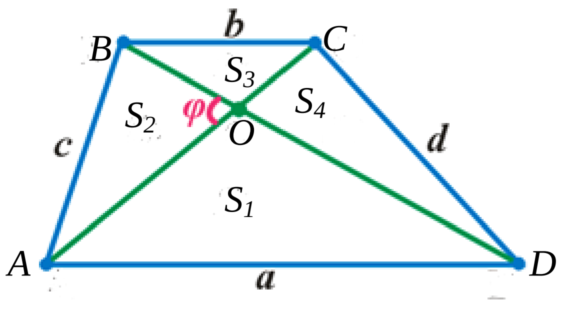
$$S_2=\frac{1}{2}AO\cdot OB\cdot\sin\varphi,\quad S_3=\frac{1}{2}BO\cdot OC\cdot\sin(\pi-\varphi)=\frac{1}{2}BO\cdot OC\cdot\sin\alpha,$$
$$S_4=\frac{1}{2}CO\cdot OD\cdot\sin\varphi,\quad S_1=\frac{1}{2}DO\cdot OA\cdot\sin(\pi-\varphi)=\frac{1}{2}DO\cdot OA\cdot\sin\varphi$$

Bunda uchburchaklar o‘xshashligidan foydalanamiz.

$$\frac{S_1}{S_3}=\frac{\frac{1}{2}AO\cdot OD\cdot\sin\varphi}{\frac{1}{2}CO\cdot OB\cdot\sin\varphi}=\frac{OD}{OB}\cdot\frac{AO}{OC}=\frac{a}{b}\cdot\frac{a}{b}=\left(\frac{a}{b}\right)^2,$$

$$\frac{S_1}{S_2}=\frac{\frac{1}{2}AO\cdot OD\cdot\sin\varphi}{\frac{1}{2}BO\cdot OA\cdot\sin\varphi}=\frac{DO}{OB}=\frac{a}{b},$$

$$\frac{S_1}{S_4}=\frac{\frac{1}{2}AO\cdot OD\cdot\sin\varphi}{\frac{1}{2}CO\cdot OD\cdot\sin\varphi}=\frac{OA}{OC}=\frac{a}{b}.$$



4.38-rasm

Yuzalarni S_1 orqali ifodalasak, $S_2=\frac{b}{a}S_1$, $S_3=\left(\frac{b}{a}\right)^2 S_1$, $S_4=\frac{b}{a}S_1$ bo‘ladi. To‘rtta uchburchak yuzalari yig‘indisi trapetsiya yuzasini beradi, ya’ni $S_1+S_2+S_3+S_4=S$ bo‘ladi. Shunga ko‘ra

$$S_1+\frac{b}{a}S_1+\left(\frac{b}{a}\right)^2 S_1+\frac{b}{a}S_1=S,\Rightarrow\ \frac{a^2+2ab+b^2}{a^2}S_1=S,\ \Rightarrow\ S_1=\frac{a^2}{(a+b)^2}S$$

kelib chiqadi. Qolgan yuzalar ham

$$S_2=\frac{b}{a}S_1=\frac{ab}{(a+b)^2}S,\ S_3=\left(\frac{b}{a}\right)^2 S_1=\frac{b^2}{(a+b)^2}S,\ S_4=\frac{b}{a}S_1=\frac{ab}{(a+b)^2}S$$

kabi bo‘ladi. Demak, $S_2=S_4=\frac{ab}{(a+b)^2}S$ ekan. S_2 yoki S_4 yuza S_1 va S_3 yuzalarning o‘rta geometrigidan ham kelib chiqadi, ya’ni

$$\sqrt{S_1\cdot S_3}=\sqrt{\frac{a^2}{(a+b)^2}S\cdot\frac{b^2}{(a+b)^2}S}=\frac{ab}{(a+b)^2}S=S_2=S_4$$

bo‘ladi. Trapetsiya yuzasini $\left(\sqrt{S_1}+\sqrt{S_3}\right)^2=S$ dan ham keltirib chiqarish mumkin. Haqiqatan ham kvadratga ko‘tarsak,

$$\left(\sqrt{S_1}+\sqrt{S_3}\right)^2=S_1+2\sqrt{S_1S_3}+S_3=S_1+2S_2+S_3=S_1+S_2+S_4+S_3=S$$

kelib chiqadi.

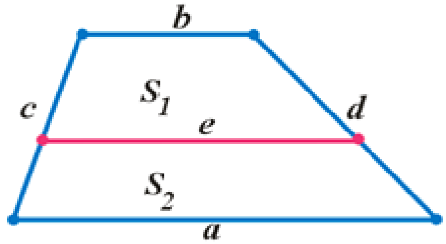
Trapetsiya asoslariga parallel qilib shunday l kesma o‘tkazaylikki, bu kesma trapetsiya yuzasini teng ikkiga bo‘lsin. Ana shu kesma uzunligi quyidagicha bo‘ladi:

$$\boxed{l=\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}.}$$

Isbot. Trapetsiyalarning yuzlari

$$\begin{cases} S_1=\frac{b+e}{2}h_1=\frac{S}{2} \\ S_2=\frac{a+e}{2}h_2=\frac{S}{2}\end{cases}$$ ga teng. Bundan

$(a+e)h_2=(b+e)h_1,\ \Rightarrow h_2=\frac{b+e}{a+e}h_1$ bo‘ladi.



4.39-rasm

Bundan $h_1+h_2=h,\ \Rightarrow h_1+\frac{b+e}{a+e}h_1=h,\Rightarrow\ h=\frac{a+b+2e}{a+e}h_1$ ni olamiz. Trapetsiyalar yuzalari yig‘indisi berilgan trapetsiya yuzasiga teng. Hisob-kitoblar natijasida

$$S_1+S_2=S,\Rightarrow\ 2S_1=S,\ \Rightarrow\ (b+e)h_1=\frac{a+b}{2}h,\ \Rightarrow$$

$$(b+e)h_1=\frac{a+b}{2}\cdot\frac{a+b+2e}{a+e}h_1,\ \Rightarrow\ 2(b+e)(a+e)=(a+b)(a+b+2e),\ \Rightarrow$$

$$2ab+2be+2ae+2e^2=a^2+ab+2ae+ab+b^2+2be,\ \Rightarrow\ 2e^2=a^2+b^2,\ \Rightarrow\ e=\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}$$

formulani hosil qilamiz.

Asoslari a va b, yuzi S bo‘lgan trapetsiya o‘rta chizig‘i trapetsiya yuzini quyidagi qismlarga ajratadi:

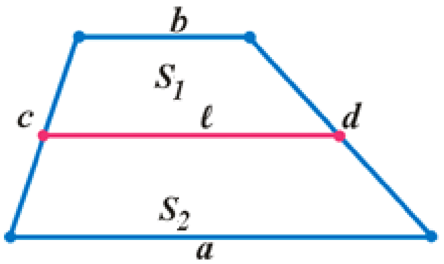
$$\boxed{S_1=\frac{a+3b}{4(a+b)}S,\qquad S_2=\frac{3a+b}{4(a+b)}S.}$$

Isbot. O‘rta chiziq ajratgan trapetsiyalarning yuzalari

$$\begin{cases} S_1=\dfrac{b+\ell}{2}\cdot\dfrac{h}{2}=\dfrac{a+3b}{8}h \\ S_2=\dfrac{a+\ell}{2}\cdot\dfrac{h}{2}=\dfrac{3a+b}{8}h \end{cases}$$

ga teng. Trapetsiya yuzasi esa $S=\frac{a+b}{2}h$ ga teng.

Bundan esa $\frac{S_1}{S}=\frac{a+3b}{4(a+b)}$ hamda $\frac{S_2}{S}=\frac{3a+b}{4(a+b)}$ ni olamiz. Natijada $S_1=\frac{a+3b}{4(a+b)}S$ hamda $S_2=\frac{3a+b}{4(a+b)}S$ ifodalar hosil bo‘ladi.



4.40-rasm

Trapetsiya asoslariga parallel qilib shunday l kesma o‘tkazaylikki, bu kesma trapetsiya yuzasini *m:n* nisbatda bo‘lsin. Ana shu kesma uzunligi quyidagicha bo‘ladi:

$$l=\sqrt{\frac{ma^2+nb^2}{m+n}}.$$

Isbot. Uchburchakning yon tomonlarini kesishguncha davom ettirib, $S_{\Delta BNC}=S$, $S_{EBCF}=S_1$, $S_{AEFD}=S_2$ belgilash kiritamiz. a,b,l kesmalar parallel bo‘lgani uchun ΔBNC, ΔENF, ΔAND uchburchaklar o‘xshash uchburchaklar bo‘ladi (4.41- rasm). Shartga ko‘ra berilgan trapetsiyalarning yuzlari $\begin{cases} S_1=\dfrac{b+l}{2}h_1 \\ S_2=\dfrac{a+l}{2}h_2 \end{cases}$ va ularning nisbati esa $\dfrac{S_1}{S_2}=\dfrac{m}{n}$ ga teng.

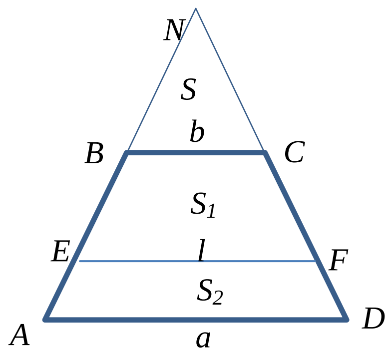
O‘xshashlik alomatiga ko‘ra $\dfrac{S}{S+S_1}=\left(\dfrac{b}{l}\right)^2$ va $\dfrac{S+S_1}{S+S_1+S_2}=\left(\dfrac{l}{a}\right)^2$.

Bu ikki tenglikni bir-biriga ko‘paytiramiz:

$$\frac{S}{S+S_1}\frac{S+S_1}{S+S_1+S_2}=\left(\frac{b}{l}\right)^2\left(\frac{l}{a}\right)^2=\left(\frac{b}{a}\right)^2\Rightarrow$$

$$a^2S=b^2S+b^2(S_1+S_2)\Rightarrow(a^2-b^2)S=b^2(S_1+S_2).$$

$$\frac{S}{S+S_1}=\left(\frac{b}{l}\right)^2\Rightarrow l^2S=b^2S+b^2S_1\Rightarrow(l^2-b^2)S=b^2S_1.$$



4.41- rasm

So‘ngra ikki tenglikning nisbatini olamiz:

$$\frac{a^2-b^2}{l^2-b^2}=\frac{S_1+S_2}{S_1}=\frac{m+n}{m}\Rightarrow a^2m-b^2m=(m+n)(l^2-b^2)\Rightarrow a^2m-b^2m=(m+n)l^2-(m+n)b^2\Rightarrow$$

$$(m+n)l^2=(m+n)b^2+a^2m-b^2m=nb^2+ma^2\Rightarrow l^2=\frac{nb^2+ma^2}{m+n}\Rightarrow l=\sqrt{\frac{nb^2+ma^2}{m+n}}.$$

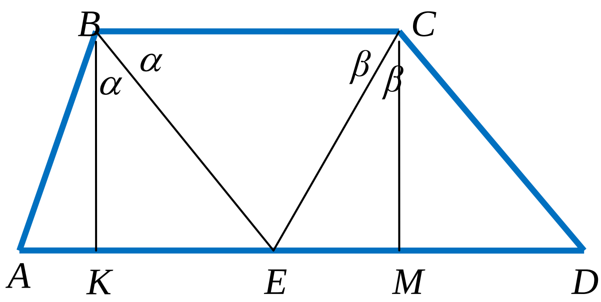
Bu tenglikda $m=n$ bo‘lganda $S_1=S_2$ bo‘ladi va $l=\sqrt{\dfrac{a^2+b^2}{2}}$ formulani hosil qilamiz.

1-masala. Trapetsiya asosidagi o‘tmas burchak bissektrisalari ikkinchi asosida kesishadi. Agar trapetsiya balandligi 12 sm, bissektrisa uzunliklari 15 va 13 sm bo‘lsa, trapetsiyaning barcha tomonlarini toping.

Yechish. *ABCD* trapetsiyaning o‘tmas burchaklari bissektrisalarining kesishish nuqtasini *E* bilan belgilaymiz (4.42-rasm). Bissektrisalarning uzunliklari *BE*=13, *CE*=15 ga teng. *B* va *C* uchlaridan balandlik o‘tkazamiz va Pifagor teoremasiga ko‘ra

$$\begin{cases} BE^2 = BK^2 + KE^2, \\ CE^2 = CM^2 + EM^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 13^2 = 12^2 + KE^2, \\ 15^2 = 12^2 + EM^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} KE^2 = 169 - 144 = 25, \\ EM^2 = 225 - 144 = 81 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} KE = 5, \\ EM = 9. \end{cases}$$

To‘g‘ri chiziqlarning parallellik alomatiga ko‘ra $\angle CBE = \angle BEA = \alpha$ va $\angle BCE = \angle CED = \beta$ ga teng. Bundan ΔABE va ΔCED teng yonli ekanligi kelib chiqadi. *AB*=*AE* va *CD*=*CE*⇒



4.42-rasm

$$\begin{cases} AB^2 = BK^2 + (AB - KE)^2, \\ CD^2 = CM^2 + (DC - EM)^2 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} AB^2 = 12^2 + AB^2 - 2AB \cdot KE + KE^2, \\ CD^2 = CM^2 + CD^2 - 2CD \cdot EM + EM^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 10AB = 12^2 + 5^2 = 169, \\ 18CD = 12^2 + 9^2 = 225 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} AB = 16,9, \\ CD = 12,5. \end{cases}$$

Natijada $BC = KE + EM = 5 + 9 = 14$, $AD = AB + CD = 16,9 + 12,5 = 29,4$.

Berilgan trapetsiyaning tomonlari $AB = 26,9$, $BC = 14$, $CD = 12,5$ va $AD = 29,4$ ga teng.

2-masala. *ABCD* trapetsiyaning *EF*=*l* o‘rta chizig‘i uni yuzlarining nisbati *p*:*q* bo‘lgan ikki qismga ajratadi. Shu trapetsiya asoslarini toping (*p*<*q*).

Yechish. *ABCD* trapetsiyaning asoslarini *a* va *b* bilan, o‘rta chiziq ajratgan yuzalarni *pS* va *qS* bilan belgilasak, *pS* va *qS* ni topamiz.

$$\begin{cases} pS = \dfrac{a+l}{2}\dfrac{h}{2} \\ qS = \dfrac{l+b}{2}\dfrac{h}{2} \end{cases} \Rightarrow \frac{pS}{qS} = \frac{a+l}{l+b} \Rightarrow$$

$$p(l+b) = (a+l)q \Rightarrow \begin{cases} pl + pb = aq + lq, \\ a + b = 2l \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} pl + pb = (2l - b)q + lq, \\ a = 2l - b \end{cases} \Rightarrow (p+q)b = 3lq - lp \Rightarrow$$

$$b = \frac{3lq - lp}{p+q}.$$

Bundan $a=2l-b=2l-\frac{3lq-lp}{p+q}=\frac{2lq+2lp-3lq+lp}{p+q}=\frac{3lp-lq}{p+q}$.

Javob: $b=\frac{3lq-lp}{p+q}$ va $a=\frac{3lp-lq}{p+q}$.

Mustaqil ishlash uchun masalalar

4.61. Teng yonli trapetsiyaning yon tomoni va kichik asosi uzunligi 24 ga teng. Agar bu trapetsiyaning perimetri 141 bo‘lsa, katta asosining uzunligini toping. javob: 69

4.62. Teng yonli trapetsiyada yon tomoni uzunligi va o‘rta chizig‘i uzunligi teng hamda perimetri 48 ga teng bo‘lsa, bu trapetsiyaning yon tomoni uzunligini toping. javob:12

4.63. Trapetsiyaning balandligi uzunligi $5\sqrt{3}$ ga teng bo‘lib, tomonining uzunligi $2\sqrt{3}$ ga teng bo‘lgan muntazam uchburchak bilan tengdosh. Trapetsiyaning o‘rta chizig‘i uzunligini toping. javob: 0,6

4.64. Diagonal uzunligi 1,25 ga teng bo‘lgan romb yuzi, yon tomoni uzunligi 13 va asosining uzunligi esa 10 ga teng teng yonli uchburchak bilan tengdosh. Rombning ikkinchi diagonali uzunligini toping. javob: 96

4.65. O‘rta chizig‘ining uzunligi $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ga teng bo‘lgan trapetsiya, tomoni uzunligi 11 ga teng mintazam uchburchakga tengdosh. Bu trapetsiyaning balandligi uzunligini toping. javob: 90,75

4.66. Diagonallari uzunligi 4 va 3,5 ga teng romb yuzasi, balandligi uzunligi $\frac{5}{7}$ teng bo‘lgan uchburchakka teng. Bu uchburchak asosining uzunligini toping. javob: 19,6

4.67. Parallelogrammning asosi uzunligi $\sqrt{3}$ ga teng bo‘lib, tomoni uzunligi $3\sqrt{2}$ ga teng bo‘lgan muntazam uchburchakka tengdosh. Parallelogrammning balandligi uzunligini toping. javob: 4,5

4.68. Balandligi uzunligi $5\sqrt{6}$ ga teng bo‘lgan parallelogrammning yuzasi, yon tomoni uzunligi va balandligi 7 va 5 ga teng, teng yonli uchburchakning yuziga teng. Bu parallelogramm asosining uzunligini toping. javob: 2

4.69. Bir diagonali uzunligi tomoni uzunligiga teng bo‘lgan romb yuzasi, gipotenuzasi uzunligi $\frac{7\sqrt[4]{3}}{\sqrt{2}}$ ga teng bo’lgan teng yonli to‘g‘ri burchakli uchburchakning yuziga teng. Rombning tomoni uzunligini toping. javob: 3,5

4.70. Diagonallari uzunliklari 6 va 4,8 ga teng bo‘lgan romb yuzasi, balandligi asos uzunligiga teng bo‘lgan teng yonli uchburchakning yuziga teng. Bu uchburchakning yon tomoni uzunligini toping. javob:6

4.71. Balandligi 0,75 va asosining uzunligi 6,75 ga teng bo‘lgan parallelogrammning yuzasi, teng yonli to‘g‘ri burchakli uchburchakning yuzasiga teng. Bu uchburchak gipotenuzasining uzunligini toping. javob: 4,5

4.72. Kvadratning yuzi, yon tomoni uzunligi balandligi uzunligidan ikki marta katta bo‘lgan teng yonli uchburchakning yuziga teng. Agar uchburchak asosining uzunligi $2\sqrt{18\sqrt{3}}$ ga teng bo‘lsa, kvadratning diagonali uzunligini toping. javob: 6

4.73. *ABC* uchburchakning *AB* tomoniga parallel o‘tkazilgan to‘g‘ri chiziq *AC* tomonni *AD:DC*=3:2 nisbatda bo‘ladi. *ABC* uchburchakning yuzasi 50 ga teng bo‘lsa, hosil bo‘lgan trapetsiyaning yuzini toping. javob: 32

4.74. To‘g‘ri burchakli uchburchakning 60° li burchagini umumiy qilib romb ichki chizilgan, bunda rombning barcha uchlari uchburchakning tomonlarida yotadi. Agar rombning tomoni uzunligi $\frac{\sqrt{12}}{5}$ ga teng bo‘lsa, bu to‘g‘ri burchakli uchburchakning katta kateti uzunligini toping. javob: 1,8

4.75. Teng yonli to‘g‘ri burchakli uchburchakning uchiga kvadrat shunday chizilganki, bunda kvadratning ikkita uchi gipotenuzada, qolgan ikkita uchi esa katetlarda joylashgan. Agar kvadratning tomoni uzunligi $\frac{3}{4}\sqrt{2}$ ga teng bo‘lsa, uchburchak katetining uzunligini toping.javob: 2,25

4.76. To‘g‘ri burchakli uchburchakning 30° li burchagini umumiy qilib romb ichki chizilgan, bunda rombning barcha uchlari uchburchakning tomonlarida yotadi. Agar rombning tomoni uzunligi $12\sqrt{3}-18$ ga teng bo‘lsa, bu to‘g‘ri burchakli uchburchak gipotenuzasining uzunligini toping. javob: 6

4.77. Teng yonli to‘g‘ri burchakli uchburchakning ichiga romb shunday chizilganki, bunda rombning barcha uchlari uchburchakning tomonlarida yotadi. Teng yonli to‘g‘ri burchakli uchburchakning kateti uzunligi $\frac{2+\sqrt{2}}{5}$ ga teng bo‘lsa, rombning tomoni uzunligini toping. javob: 0,4

4.78. To‘g‘ri burchakli uchburchakning o‘tkir burchagi 60° ga teng bo‘lib, unga to‘g‘ri burchagini umumiy qilib kvadrat ichki chizilgan, kvadratning barcha uchlari uchburchakning tomonlarida yotadi. Agar kvadratning tomoni uzunligi $3,5\left(\sqrt{3}-1\right)$ ga teng bo‘lsa, to‘g‘ri burchakli uchburchakning katta kateti uzunligini toping. javob: 7

4.79. O‘tkir burchagi 30° ga teng to‘g‘ri burchakli uchburchak ichiga kvadrat ichki chizilgan, bunda kvadratning ikki uchi gipotenuzada yotadi, qolgan ikkitasi esa katetlarida yotadi. Agar kvadratning tomoni uzunligi $12-\sqrt{27}$ ga teng bo‘lsa, uchburchakning katta katetini toping. javob: 19,5

4.80. To‘g‘ri burchakli uchburchakning 60° li burchagini umumiy qilib romb ichki chizilgan, bunda rombning barcha uchlari uchburchakning tomonlarida yotadi. Agar uchburchak katta katetining uzunligi $9\sqrt{3}$ ga teng bo‘lsa, rombning tomoni uzunligini toping. javob:6

4.81. Teng yonli to‘g‘ri burchakni ichiga kvadrat ichki chizilgan, bunda kvadratning ikki uchi gipotenuzada yotadi, qolgan ikkitasi esa katetlarida yotadi. Agar katetning uzunligi $18\sqrt{2}$ ga teng bo‘lsa, kvadratning tomoni uzunligini toping. javob: 12

4.82. To‘g‘ri burchakli uchburchakning 30° li burchagini umumiy qilib romb ichki chizilgan, bunda rombning barcha uchlari uchburchakning tomonlarida yotadi. Agar katta katetning uzunligi $9\left(\sqrt{3}+2\right)$ ga teng bo‘lsa, rombning tomoni uzunligini toping. javob: 18

4.83. Teng yonli to‘g‘ri burchakli uchburchakning o‘tkir burchagini umumiy qilib romb ichki chizilgan, bunda rombning barcha uchlari uchburchakning tomonlarida yotadi. Agar rombning tomoni uzunligi $0,6\left(\sqrt{2}-1\right)$ ga teng bo‘lsa, uchburchak gipotenuzasining uzunligni toping. javob: 0,6

4.84. To‘g‘ri burchakli trapetsiyaning diagonali uzunligi $\frac{2\sqrt{2}-1}{8}$ ga teng bo‘lib, bu diagonal trapetsiyani ikkita teng yonli to‘g‘ri burchakli uchburchakka ajaratadi. Trapetsiyaning perimetrini toping. javob: 0,875

4.85. Agar to‘g‘ri burchakli trapetsiyaning o‘tkir burchagi 60° ga, kichik asosi uzunligi $\sqrt[4]{3}$ ga teng hamda katta yon tomoni $2\sqrt[4]{3}$ ga teng bo‘lsa, bu trapetsiyaning yuzini toping. javob: 4,5

4.86. Agar teng yonli trapetsiyaning asoslari nisbati 1:3 ga teng, balandligi va kichik asosi uzunliklari esa $\frac{3\left(2-\sqrt{2}\right)}{5}$ teng bo‘lsa, bu trapetsiyaning perimetrini toping. javob: 2,4

4.87. Teng yonli trapetsiyada kichik asos uzunligi yon tomon uzunligiga teng va asosidagi burchagi 45° ga teng. Agar trapetsiyaning balandligi uzunligi $\frac{17\sqrt{\sqrt{2}-1}}{2}$ ga teng bo‘lsa, bu trapetsiyaning yuzini toping. javob: 72,25

4.88. Trapetsiyaning yuzasi 161 ga, balandligi 7 ga va asoslari ayirmasi esa 11 ga teng bo‘lsa, katta asosining uzunligini toping. javob: 28,5

4.89. Teng yonli trapetsiyaning diagonallari o‘zaro perpendikular, hamda asoslari uzunliklari esa 13 va 17 ga teng bo‘lsa, bu trapetsiyaning yuzini toping. javob:225

4.90. To‘g‘ri burchakli trapetsiyada yon tomoni kichik asos uzunligiga teng hamda ular orasidagi burchak 120° ga teng. Agar trapetsiyaning balandligi $27\left(7\sqrt{3}-3\right)$ ga teng bo‘lsa, trapetsiyaning perimetrini toping. javob: 1242

4.91. To‘g‘ri burchakli trapetsiyada yon tomoni kichik asos uzunligiga teng hamda ular orasidagi burchak 120° ga teng. Agar trapetsiyaning kichik asosi $2\sqrt[4]{3}$ ga teng bo‘lsa, trapetsiyaning yuzini toping. javob: 7,5

4.92. Teng yonli trapetsiyaning yon tomoni asosi uzunligiga teng. Agar trapetsiyaning asosidagi burchagi 60° va balandligi $18\sqrt{3}$ ga teng bo‘lsa, trapetsiyaning perimetrini toping. javob: 180

4.93. Teng yonli trapetsiyaning bir asosi qolgan tomonlaridan ikki marta katta. Agar trapetsiyaning balandligi $5\sqrt[4]{3}$ ga teng bo‘lsa, trapetsiyaning yuzini toping. javob: 75

4.94. To‘g‘ri to‘rtburchakning bir tomoni uzunligi 4 ga teng, ikkinchisi esa 5 marta katta. Bu to‘rtburchakning yuzini toping. javob: 80

4.95. ABCD rombda BD diagonal. Agar $\angle ABD=20°$ bo‘lsa, ADC burchakning kattaligini toping. javob: 40°

4.96. To‘g‘ri to‘rtburchak $ABCD$ ning A burchagi bissektrisasi BC tomonni K nuqtada kesadi. Bunda $BK=4$ va $KC=6$ bo‘lsa, to‘rtburchak perimetrini toping. javob: 28

4.97. To‘g‘ri to‘rtburchakning diagonali uzunligi $3\sqrt{41}$ ga va bir tomoni uzunligi 15 ga teng bo‘lsa, bu to‘rtburchakning yuzini toping. javob: 180

4.98. Teng yonli trapetsiyada yon tomoni o‘rta chizig‘i uzunligiga teng. Trapetsiyaning perimetri 48 ga teng bo‘lsa, yon tomoni uzunligini toping. javob: 12

4.99. Rombning diagonallari nisbati 3:4 va yuzasi 96 ga teng bo‘lsa, rombning tomoni uzunligini toping. javob: 10

4.100. Parallelogrammning bir diagonali $\frac{9}{2}\sqrt{6}$ ga va bu diagonal asos tomoni bilan 60° hosil qiladi. Ikkinchi diagonal bu asos bilan 45° hosil qilsa, ikkinchi diagonal uzunligini toping. javob: 13,5

4.101. To‘g‘ri burchakli trapetsiyaning yon tomonlari va kichik asosi uzunliklari 8, 10 va 10 ga teng. Bu trapetsiyaning katta asosi uzunligini toping. javob: 16

4.102. Teng yonli trapetsiyaning o‘tkir burchagi 45° ga teng. Agar trapetsiyaning asoslari uzunliklari 5 va 11 ga teng bo‘lsa, yuzasini toping. javob: 24

4.103. Trapetsiyaning *ABCD* da *AD*||*BC* diagonallari *K* nuqtada kesishadi. *BC* va *AD* asoslari 6 va 8 ga teng. *AC*=35 bo‘lsa *AK* ning uzunligini toping. javob: 20

4.104. Teng yonli trapetsiyaning diagonali $\sqrt{13}$ ga va balandligi 2 ga teng bo‘lsa, bu trapetsiyaning yuzini toping. javob: 6

4.105. *ABCD* to‘g‘ri to‘rtburchakning *AD* tomoni *AB* tomonidan ikki marta uzun. To‘rt burchak ichida M nuqta olingan bunda, $AM=\sqrt{2}$, *BM*=2, *CM*=6 bo‘lsa, *AB* tomon uzunligini toping. javob: $\sqrt{10}$

4.106. *ABCD* to‘rtburchakda diagonallari *O* nuqtada kesishadi. *AOB*, *BOC*, *COD* uchburchaklarning yuzlari mos ravishda 12,18 va 24 ga teng bo‘lsa, *ABCD* to‘rtburchakning yuzini toping. javob: 70

4.107. *ABCD* parallelogrammning perimetri 24 ga teng. *AD* tomonga tushirilgan *BH* balandlik 2 ga teng, *A* burchak esa 30° ga teng bo‘lsa, parallelogrammning yuzini toping. javob: 16

4.108. *ABCD* parallelogrammda *B* o‘tmas burchagidan *BH* balandlik va *BK* kesma o‘tkazilgan bunda *K* nuqta *AD* tomonning o‘rtasi. *BH*=4, $BK=4\sqrt{5}$, $AB=4\sqrt{2}$ bo‘lsa parallelogrammning yuzini toping. javob: 96

4.109. Parallelogrammning bir tomoni diagonalga teng va 5 ga teng. Agar parallelogrammning ikkinchi diagonali $\sqrt{33}$ ga teng bo‘lsa, parallelogrammning yuzini toping. javob: $4\sqrt{6}$

4.110. Parallelogrammning o‘tkir burchagi 60° ga teng, diagonalari $\sqrt{13}$ va $\sqrt{17}$ teng bo‘lsa, parallelogrammning perimetrini toping. javob: $2\sqrt{19}$

4.111. Parallelogrammning tomonlari 3 va 5 ga teng, diagonallari orasidagi burchagi 60° ga teng. Parallelogrammning yuzini toping. javob: $8\sqrt{3}$

4.112. Parallelogrammning diagonaliga uchidan o‘tkazilgan perpondikular uni 6 va 15 kesmalarga ajratadi. Parallelogramm tomonlari farqi 7 ga teng bo‘lsa, parallelogrammning perimetrini toping. javob: 54

4.113. *ABCD* parallelogrammning *B* uchidan *BK* va *BH* balandliklar *AD* va *CD* tomonlarga o‘tkazilgan. *KBH* burchak 60° ga teng, *BK:BH*=1:4 va *AD*=4 bo‘lsa, parallelogrammning yuzini toping. javob: $2\sqrt{3}$

4.114. Parallelogrammning o‘tkir burchagi 45° ga teng. Parallelogrammning diagonallari kesishgan nuqtasidan tomonlarigacha bo‘lgan masofalar 2 va 3 ga teng. Parallelogrammning yuzini toping. javob: $24\sqrt{2}$

4.115. Rombning balandligi 12 ga teng. Rombning bir diagonali 15 ga teng. Rombning yuzini toping. javob: 150

4.116. *ABCD* rombning *BH* balandligi *B* o‘tmas burchagidan *AD* tomonga o‘tkazilgan. *AH*=17 va *HD*=8 ga teng bo‘lsa, rombning katta diagonali uzunligini toping. javob: $10\sqrt{21}$

4.117. *ABCD* rombda $\angle DAB$=120°, *M* nuqta *BC* tomon o‘rtasi, *N* nuqta esa *DC* tomonda bo‘lib 2*DN*=*NC*. Burchak *NAM* ning tangensini toping. javob: $\frac{\sqrt{647}}{19}$

4.118. Trapetsiyaning asoslari 25 va 29 ga teng. Yon tomonlari esa 13 va 15 ga teng. Trapetsiyaning balandligi uzunligini toping. javob: 12

4.119. Teng yonli trapetsiyaning diagonali o‘tkir burchagi bissektrisasi. Trapetsiyaning diagonali o‘rta chiziqni 10 va 18 kesmalarga ajratsa, trapetsiya perimetri va yuzini toping. javob: 96; $112\sqrt{21}$

4.120. Trapetsiyaning asoslari 3 va 6 ga teng. Diagonallari esa 7 va 8 teng bo‘lsa, trapetsiyaning balandligi uzunligini toping. javob: $\frac{8\sqrt{5}}{3}$

4.121. To‘g‘ri burchakli trapetsiyaning o‘rta chizig‘i 13,5 ga teng. Kichik diagonali 12 ga teng bo‘lib o‘tmas burchagi bissektrisasi. Trapetsiyaning perimetrini toping. javob: $51+3\sqrt{15}$

4.122. To‘g‘ri burchakli trapetsiyaning diagonallari o‘zaro perpendikular. Katta diagonali kichik yon tomoni bilan 60° burchak tashkil qiladi. Kichik diagonal uzunligi 10 ga teng bo‘lsa, o‘rta chiziq uzunligini toping. javob: 10

4.123. Teng yonli trapetsiyaning diagonallari o‘zaro perpendikular, asoslarining uzunliklari esa 3 va 5 ga teng bo‘lsa, trapetsiyaning yuzini toping. javob: 16

4.124. Teng yonli trapetsiyada katta asosi 44 ga, yon tomoni 17 ga va diagonali 39 ga teng bo‘lsa, trapetsiyaning yuzini toping. javob: 420

4.125. Teng yonli trapetsiyaning o‘tkir burchagi bissektrisasi yon tomonini 14:19 nisbatda bo‘ladi. Yuqori asos uzunligi 3 ga teng. Yon tomoni uzunligi 17 ga teng bo‘lsa, trapetsiyaning yuzini toping. javob: 165

4.126. *ABCD* qavariq to‘rtburchakning tomonlari o‘rtalarini tutashtirishdan hosil bo‘lgan to‘rtburchak yuzasi 24 ga teng bo‘lsa, *ABCD* qavariq to‘rtburchak yuzasini toping. javob: 48

4.127. Qavariq *ABCD* to‘rtburchakning yuzasi 24 ga teng. *K* nuqta *AB* da, *L* nuqta *BC* da, *M* nuqta *CD* da, *N* nuqta *AD* da shunday tanlanganki, bunda $AK:BK=CL:BL=3:1$; $AN:ND=CM:MD=5:1$ bo‘ladi. U holda *KBLMDN* ko‘pburchakning yuzini toping. javob: 9

4.128. To‘rtburchak *ABCD* da $\angle A=\angle D=60^0$, $AB=\sqrt{3}$, $BC=3$, $CD=2\sqrt{3}$ berilgan bo‘lsa, *ABC* burchakning kattaligini toping. javob: 150°

4.129. Yuzasi 24 ga teng kvadratning ichiga tomonlari 1:3 nisbatdagi to‘g‘ri to‘rtburchak ichki chizilgan, bunda to‘g‘ri to‘rtburchakning uchlari kvadratning turli tomonlarida. Bu to‘g‘ri to‘rtburchakning yuzini toping. javob: 9

4.130. Tomonlari uzunligi 3 va 5 ga teng, o‘tkir burchagi esa 60° ga teng parallelogrammning har bir burchagidan bissektrisa chiqarilgan. Bu bissektrisalar bilan chegaralangan to‘rtburchakning yuzini toping. javob: 1

4.131. *ABCD* parallelogrammda *AE* va *DF* bissektrisalar *BC* tomonnni uchta teng bo‘laklarga bo‘ladi hamda ular *O* nuqtada kesishadi. Agar *AOD* uchburchakning yuzasi 18 ga teng bo‘lsa, *ABCD* parallelogrammning yuzasini toping. javob: 48;24

4.132. Rombning o‘tkir burchagi uchidan ikkita balandlik o‘tkazilgan, bu balandliklar asoslarini tutashtiruvchi kesma uzunligi katta diagonaldan 1,5 marta kichik. Rombning katta burchagini toping. javob: $\arccos\frac{2}{3}$

4.133. Trapetsiyaning katta asosi 8 ga teng. Trapetsiya yuzasini teng ikkiga bo‘luvchi trapetsiya asoslariga parallel chiziqning trapetsiya ichidagi qismi uzunligi $5\sqrt{2}$ ga teng. Trapetsiyaning kichik asosi uzunligini toping. javob: 6

4.134. Trapetsiyaning asosidagi burchaklari 20° va 70° ga teng. Asoslarining o‘rtalarini tutashtiruvchi kesma uzunligi 2 ga teng. Trapetsiyaning o‘rta chizig‘i uzunligi 4 ga teng bo‘lsa, trapetsiyaning katta asosi uzunligini toping. javob: 6

4.135. Trapetsiyaning asoslari uzunligi *a* va *b* ga teng. Trapetsiya asoslariga parallel va trapetsyani ikkita o‘xshash trapetsiyalarga ajratadigan chiziqning trapetsiya ichidagi kesmasi uzunligini toping. javob: $\sqrt{ab}$

4.136. Trapetsiyaning diagonallari uzunligi 3 va 5 ga teng. Trapetsiyaning asoslari o‘rtalarini tutashtiruvchi kesma uzunligi esa 2 ga teng. Trapetsiyaning yuzini toping. javob: 6

4.137. *ABCD* trapetsiyaning *AB* asosi *AD* yon tomoni va *CD* asosidan ikki marta katta. *AC* diagonali 10 ga va *BC* yon tomoni 8 ga teng bo‘lsa, trapetsiyaning yuzini toping. javob: 60

4.138. Katetlarining uzunligi 4 va $\frac{96}{7}$ ga teng bo‘lib, katta o‘tkir burchagi uchidan bissektrisa o‘tkazilgan, bu bissektrisa uzunligini toping. javob:5

4.139. To‘g‘ri burchakli *ABC* uchburchakning *B* to‘g‘ri burchagi uchidan BE mediana va *BK* balandlik o‘tkazilgan. $\angle BCA$=60° ga teng bo‘lsa, $\angle KBE$ ning qiymatini toping. javob: 30°

4.140. Teng yonli uchburchakning yon tomoni 5 ga va yuzasi 12 ga teng. Asosida olingan ixtiyoriy nuqtadan yon tomonlarigacha bo‘lgan masofalar yig‘indisini toping. javob: 4,8°

4.141. To‘g‘ri burchakli uchburchakning gipotenuzasiga o‘tkazilgan mediana va balandligi orasidagi burchak qiymati 16° ga teng bo‘lsa, bu uchburchakning kichik o‘tkir burchagi uzunligini toping. javob: 37°

4.142. Teng yonli uchburchakning yon tomoni uzunligi 6 ga teng. Asosida olingan nuqtadan yon tomonlarigacha bo‘lgan masofalar yig‘indisi 5 ga teng bo‘lsa, bu uchburchakning yuzini toping. javob: 15

4.143. To‘g‘ri burchakli uchburchakning gipotenuzasiga o‘tkazilgan mediana va balandligi orasidagi burchak qiymati 24° ga teng bo‘lsa, bu balandlik va uchburchakning katta kateti orasidagi burchakning qiymatini toping. javob: 57°

4.144. Teng yonli uchburchakda asos uzunligi 9 ga teng va asosdagi burchak qiymati 30° ga teng. Asosida olingan *M* nuqtadan yon tomonlariga perpendikular tushirilgan. Bu perpendikularlar uzunliklarining yig‘indisini toping. javob: 4,5

4.145. To‘g‘ri burchakli uchburchak *ABC* da *AC* gipotenuza 10 ga teng va to‘g‘ri burchak *B* uchida. *E* nuqta gipotenuza o‘rtasi hamda $\angle BEC$=120° ga teng. *B* uchidan *BK* balandlik gipotenuzaga tushirilgan bo‘lsa, *AK* kesma uzunligini toping. javob: 2,5

4.146. To‘g‘ri burchakli uchburchak *ABC* ning *B* uchidan *BE* mediana va *BK* balandlik o‘tkazilgan. Agar $\angle BCA$=30° va $BK=\sqrt[4]{3}$ bo‘lsa, uchburchak *BKE* ning yuzini toping. javob: 0,5

4.147. To‘g‘ri burchakli uchburchak *ABC* ning *B* uchidan *BE* mediana va *BK* balandlik o‘tkazilgan. Agar $\angle BAK$=60° va *KE*=1 ga teng bo‘lsa, bu uchburchakning gipotenuza uzunligini toping. javob: 4

4.148. To‘g‘ri burchakli uchburchakning to‘g‘ri burchagi uchidan gipotenuzasiga mediana va balandlik o‘tkazilgan. Agar uchburchakning bir o‘tkir burchagi 40° ga teng bo‘lsa, bu balandlik va mediana orasidagi o‘tkir burchakni toping. javob:10°

4.149. To‘g‘ri to‘rtburchak *ABCD* da *BC*‖*AD* va *AC* diagonalda olingan *M* nuqta uni *AM:MC*=4:1 nisbatda bo‘ladi. Uchburchak *MCD* ning yuzini *ABCD* to‘g‘ri to‘rtburchak yuziga nisbatini toping. javob: 0,1

4.150. *ABCD* parallelogrammda *BC*‖*AD* va *AC* diagonalda olingan *K* nuqta uni *AK:KC*=3:1 nisbatda bo‘ladi. Uchburchak *AKD* ning yuzini *ABCD* parallelogramm yuziga nisbatini toping. javob: $\frac{3}{8}$

4.151. *ABCD* trapetsiyada *BC*‖*AD* va *CD* tomonda olingan *M* nuqta uni *CM:MD*=1:3 nisbatda bo‘ladi. Agar *AD*=2*BC* bo‘lsa, uchburchak *ACM* ning yuzini *ABCD* trapetsiya yuziga nisbatini toping. javob: $\frac{1}{6}$

4.152. To‘g‘ri to‘rtburchak *ABCD* da *BC*‖*AD* va *AB* tomonda olingan *M* nuqta uni *AM:MB*=2:1 nisbatda bo‘ladi. *K* nuqta *BC* tomonning o‘rtasi. Uchburchak *MBK* ning yuzini *ABCD* to‘g‘ri to‘rtburchak yuziga nisbatini toping. javob: $\frac{1}{12}$

4.153. *ABCD* parallelogrammda va *AC* diagonalda olingan *K* nuqta uni *AK:KC*=2:1 nisbatda bo‘ladi. *M* nuqta *AB* tomonning o‘rtasi. Uchburchak *AMD* ning yuzini *ABCD* parallelogramm yuziga nisbatini toping. Javob: $\frac{1}{6}$

4.154. *ABCD* to‘g‘ri to‘rtburchakda *BC*∥*AD* va *AC* diagonalda olingan *M* nuqta uni *AM:MC*=1:2 nisbatda bo‘ladi. *AMD* uchburchak yuzini *ABCD* to‘g‘ri to‘rtburchak yuziga nisbatini toping. javob: $\frac{1}{6}$

4.155. *ABCD* to‘g‘ri to‘rtburchakda *BC*∥*AD* va *AC* diagonalda olingan *M* nuqta uni *AM:MC*=1:4 nisbatda bo‘ladi. *K* nuqta *CD* tomonni 2:3 (3*CK*=2*KD*) nisbatda bo‘ladi. Uchburchak *CMK* ning yuzini *ABCD* to‘g‘ri to‘rtburchak yuziga nisbatini toping. javob: $\frac{4}{25}$

4.156. *ABCD* parallelogrammda *BC*∥*AD* va *AC* diagonalda olingan *M* nuqta uni *AM:MC*=2:3 nisbatda bo‘ladi. *K* nuqta CD tomonni 1:2 (2*CK*=*KD*) nisbatda bo‘ladi. Uchburchak *CMK* ning yuzini *ABCD* parallelogramm yuziga nisbatini toping. javob: 0,1

4.157. *ABCD* trapetsiyada *BC*∥*AD* va *AC* diagonalda olingan *M* nuqta uni *AM:MC*=1:3 nisbatda bo‘ladi. *K* nuqta *CD* tomonning o‘rtasi. Agar *AD*=2*BC* bo‘lsa, uchburchak *MCK* ning yuzini *ABCD* trapetsiya yuziga nisbatini toping. javob: $\frac{1}{4}$

4.158. *ABCD* trapetsiyada *BC*∥*AD* va *AC* diagonalda olingan *M* nuqta uni *AM:MC*=1:1 nisbatda bo‘ladi. *K* nuqta *CD* tomonni 1:3 (3*CK*=*KD*) nisbatda bo‘ladi. Agar *AD*=4*BC* bo‘lsa, uchburchak *MKD* ning yuzini *ABCD* trapetsiya yuziga nisbatini toping. javob: $\frac{3}{10}$

4.159. *ABCD* trapetsiyada *BC*∥*AD* va *AD* asosda olingan *K* nuqta uni *AK:KD*=1:3 nisbatda bo‘ladi. *M* nuqta *BK* chiziq va *AC* diagonal kesishgan nuqta. Agar *AD*=2*BC* bo‘lsa, uchburchak *AMK* ning yuzini *ABCD* trapetsiya yuziga nisbatini toping. javob: $\frac{1}{18}$

4.160. *ABCD* to‘g‘ri to‘rtburchakda *BC*‖*AD* va *AB*=3, *AD*=4 berilgan. Olingan *K* nuqta uni *AK:KD*=1:3 nisbatda bo‘ladi. *CAD* burchakning bissektrisasi *BD* diagonalni *N* nuqtada kesadi, *KND* uchburchakning yuzini toping. javob: $\frac{18}{13}$

4.161. *ABCD* parallelogrammda *BAD* burchak bissektrisasi o‘tkazilgan. *K* nuqta bissektrisa va *BD* diagonal kesishgan nuqtasi, *M* nuqta *BC* tomon bilan bissektrisa kesishgan nuqtasi. Agar *AB:AD*=1:3 bo‘lsa, uchburchak *BMK* ning yuzini *ABCD* parallelogramm yuziga nisbatini toping. javob: $\frac{1}{24}$

4.162. *ABCD* trapetsiyada (*BC*‖*AD*) *N* nuqta *AD* tomonni 5:1 (*AN*=5*ND*) nisbatda bo‘ladi. *K* nuqta esa *BD* va *NC* ning kesishgan nuqtasi. Agar 2*BK*=3*KD* bo‘lsa *ABD* uchburchak yuzining *ABCD* trapetsiya yuziga nisbatini toping. javob: $\frac{4}{5}$

4.163. *ABCD* parallelogrammda *M* nuqta *AB* tomonning o‘rtasi, *K* nuqta *BD* diagonalni *BK*=3*KD* nisbatda bo‘ladi. *MK* to‘g‘ri chiziq *DC* tomonni *N* nuqtada kesib o‘tadi. Uchburchak *KND* ning yuzini *ABCD* parallelogramm yuziga nisbatini toping. javob: $\frac{1}{48}$

4.164. *ABCD* to‘g‘ri to‘rtburchakda *AB* tomonda olingan *M* nuqta uni *AM:MB*=4:1 nisbatda bo‘ladi. *K* nuqta *BD* diagonalni *BK:KD*=3:1 nisbatda bo‘ladi. *MK* to‘g‘ri chiziq *DC* tomonni *N* nuqtada kesib o‘tadi. Uchburchak *KND* ning yuzini *ABCD* to‘g‘ri to‘rtburchak yuziga nisbatini toping. javob: $\frac{1}{120}$

4.165. *ABCD* trapetsiyada *BC*‖*AD* va *AD* asosning o‘rtasi *K* nuqta, *N* nuqta esa *BD* va *KC* ning kesishgan nuqtasi. Agar *AD*=2*BC* bo‘lsa, uchburchak *DCN* ning yuzini *ABCD* trapetsiya yuziga nisbatini toping. javob: $\frac{1}{6}$

4.166. Teng yonli *ABCD* (*BC*‖*AD*) trapetsiyada *CN*⊥*AD*, *K* nuqta esa *BD* va *NC* ning kesishgan nuqtasi, bunda *K* nuqta *BD* ni 3:1 (3*KD*=*BK*) nisbatda bo‘ladi.

Agar *NKD* uchburchakning yuzasi $\frac{1}{2}$ bo‘lsa, *ABCD* trapetsiyaning yuzini toping. javob: 16

4.167. Teng yonli *ABCD* ($BC \parallel AD$) trapetsiyada *BN* balandlik, *O* nuqta *BD* va *AC* diagonallarni kesishgan nuqtasi *O* nuqta *BD* diagonalni $BO:OD=1:3$ nisbatda bo‘ladi. *BN* va *AC* diagonalning kesishgan nuqtasi *K* bo‘lsa, *AKN* uchburchakning yuzini *ABCD* trapetsiyaning yuziga nisbatini toping. javob: $\frac{1}{8}$

4.168. *ABCD* to‘g‘ri to‘rtburchakda *CD* tomonda olingan *N* nuqta uni $CN:ND=1:3$ nisbatda bo‘ladi. *AN* va *BD* diagonal *K* nuqtada kesishadi. Agar *ABCD* to‘g‘ri to‘rtburchak yuzi 56 ga teng bo‘lsa, uchburchak *KND* ning yuzini toping. javob:9

4.169. *ABCD* parallelogrammda *N* nuqta *CD* tomonni 1:2 ($2CN=ND$) nisbatda bo‘ladi. *AN* va *BD* diagonal *K* nuqtada kesishadi. uchburchak *KND* ning yuzini *ABCD* parallelogramm yuziga nisbatini toping. javob: $\frac{1}{15}$

4.170. *ABCD* trapetsiyada $BC \parallel AD$ va *CD* yon tomonda olingan *N* nuqta uni $CN:ND=2:3$ nisbatda bo‘ladi. *AN* va *BD* diagonal *K* nuqtada kesishadi. Agar $3BC=AD$ bo‘lsa, uchburchak *KND* ning yuzini *ABCD* trapetsiya yuziga nisbatini toping. javob: $\frac{3}{40}$

4.171. *ABCD* to‘g‘ri to‘rtburchakda *CD* tomonda olingan *N* nuqta uni $CN:ND=2:3$ nisbatda bo‘ladi. *AN* va *ABC* burchakning bissektrisasi *K* nuqtada kesishadi. *BK* to‘g‘ri chiziq va *AD* tomon *L* nuqtada kesishadi. Agar $AB:CD=1:3$ bo‘lsa, uchburchak *AKL* ning yuzini *ABCD* to‘g‘ri to‘rtburchak yuziga nisbatini toping. javob: $\frac{1}{36}$

4.172. *ABCD* parallelogrammda *N* nuqta *CD* tomonni 1:2 ($2CN=ND$) nisbatda bo‘ladi. *ABC* burchakning bissektrisasi va *AN* bilan *K* nuqtada, *AD* tomon bilan esa M nuqtada kesishadi. Agar $AD=2AB$ bo‘lsa, uchburchak ABK ning yuzini $ABCD$ parallelogramm yuziga nisbatini toping. javob: $\frac{3}{16}$

4.173. $ABCD$ teng yonli trapetsiyada $BC \parallel AD$, N nuqta CD tomonni 1:2($2CN=ND$) nisbatda bo‘ladi. B uchidan AD asosga tushirilgan balandlik AN bilan M nuqtada kesishadi, AD bilan esa K nuqtada kesishadi. Agar $AD=3BC$ bo‘lsa, uchburchak AMK ning yuzini $ABCD$ trapetsiya yuziga nisbatini toping. javob: $\frac{1}{14}$

4.174. $ABCD$ parallelogrammda N nuqta CD tomonni 1:2 ($2CN=ND$) nisbatda bo‘ladi. AN bilan BD diagonal bilan K nuqtada kesishadi. Agar $2AB=3BC$ bo‘lsa, uchburchak KND ning yuzini $ABCD$ parallelogramm yuziga nisbatini toping. javob: $\frac{2}{15}$

4.175. $ABCD$ parallelogrammda N nuqta CD tomonni 1:3 ($3CN=ND$) nisbatda bo‘ladi. AN bilan BD diagonal K nuqtada kesishadi. Agar KND uchburchakning yuzi 2 ga teng bo‘lsa, $ABCD$ parallelogramm yuzini toping. Javob: $\frac{112}{9}$

4.176. $ABCD$ trapetsiyada $BC \parallel AD$, O nuqta AC diagonalni 2:1 ($2CO=OA$) nisbatda bo‘ladi. BO chiziq CD tomonni N nuqtada kesadi. Agar $2AD=3BC$ bo‘lsa, uchburchak CON ning yuzini $ABCD$ trapetsiya yuziga nisbatini toping. javob: $\frac{2}{15}$

4.177. $ABCD$ to‘g‘ri to‘rtburchakda N nuqta CD tomonni 1:2 ($2CN=ND$) nisbatda bo‘ladi. AN va ABC burchakning bissektrisasi K nuqtada kesishadi. BK va AD tomon L nuqtada kesishadi. Agar $AB:AD=1:2$ va AKL ning yuzi 3 ga teng bo‘lsa, $ABCD$ to‘g‘ri to‘rtburchak yuzini toping. javob: 48