MAVZU: CHIZIQLI VA KVADRATIK FORMALAR. EVKLID FAZOSI.

Asosiy savollar:

1. Chiziqli va kvadratik formalar.
2. Evklid fazosi.

Tayanch iboralar va tushunchalar .

Chiziqli forma, bichiziqli forma, qo‘shma fazo, kvadratik forma, Ermit formasi, Evklid fazo, Unitar fazo, ortogonal bazis, ortogonallashtirish.

1-asosiy savol bo‘yicha o‘qituvchining maqsadi.

1. Chiziqli forma tushunchasini berish
2. Bichiziqli forma tushunchasini berish
3. Kadratik formani tushuntirish
4. Kvadratik formalarni soddalashtirishni urgatish

1-asosiy savoldan kelib chiqadigan identiv o‘quv maqsadlari.

1. Bichiziqli formani tushunib oladi.
2. Kvadratik formani soda shaklga keltirishni o‘rganib oladi.

R fazo berilgan bo‘lsin. Bu fazoda qandaydir $f(x)$ funksiyani quyidagi shartlarni qanoatlantirsa, $f(x)$ chiziqli funksiya deyiladi.

$$1.\ f(x_1+x_2)=f(x_1)+f(x_2)$$

$$2.\ f(\lambda x)=\lambda f(x)$$

$$f(\lambda x_1+\lambda x_2)=f(\lambda x_1)+f(\lambda x_2)=\lambda f(x_1)+\lambda f(x_2)$$

(I)

Bu erda f moslik $f(x)$ ni biror λ songa mos keltiradi. Aniqrog‘i $f(x)=\lambda, x\in R$ vektor.

Ta’rif. Agar ikki o‘zgaruvchili $A(x, y)$ funksiya R fazoda berilgan bo‘lib, har qaysi o‘zgaruvchiga nisbatan chiziqli bo‘lsa, u holda bu $A(x, y)$ funksiya bichiziqli funksiya deyiladi.

Bu ta’rifni boshqacha qilib aytish mumkin. Agar $A(x, y)$ funksiya har bir o‘zgaruvchiga nisbatan (I) shartni qanoatlantirsa, ya’ni

1.

$$A(\lambda_1 x_1 + \lambda_2 x_2, y) = \lambda_1 A(x_1, y) + \lambda_2 A_2(x_2, y)$$

2.

$$A(x, \mu_1 y_1 + \mu_2 y_2) = \mu_1 A(x, y_1) + \mu_2 A(x, y_2)$$

bo‘lsa, u holda $A(x, y)$ funksich bichiziqli (forma) funksiya deyiladi.

Endi biror R_n fazoda berilgan $A(x, y)$ bichiziqli formani ko‘rib o‘tamiz. R_n fazo bazisi

$$e_1, e_2, \cdots, e_p \quad (2)$$

bo‘lsin. Bu fazoda va vektorlarni olib (2) bazis orqali ifodalaylik.

$$x = \xi_1 e_1 + \xi_2 e_2 + \cdots + \xi_n e_n, y = \eta_1 e_1 + \eta_2 e_2 + \cdots + \eta_n e_n$$

U holda

$$A(x,y)=A(\xi_1 e_1+\xi_2 e_2+\cdots+\xi_n e_n, \eta_1 e_1+\eta_2 e_2+\cdots+\eta_n e_n)=$$
$$=\xi_1 A(e_1;\eta_1 e_1+\cdots+\eta_n e_n)+\xi_2 A(e_2;\eta_1 e_1+\cdots+\eta_n e_n)+\cdots+\xi_n A(e_n;\eta_n e_n+\cdots+\eta_n e_n)=$$
$$=\xi_1\eta_1 A(e_1,e_1)+\xi_1\eta_2 A(e_1,e_2)+\cdots+\xi_1\eta_n A(e_1;e_n)+\xi_2\eta_2 A(e_2;e_1)+\xi_2\eta_2 A(e_2;e_2)+\cdots+$$
$$\xi_2\eta_n A(e_2;e_n)+\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots+\xi_n\eta_1 A(e_n;e_1)+\xi_n\eta_2 A(e_n;e_2)+\cdots+\xi_n\eta_n A(e_n;e_n)= \quad (3)$$
$$=\sum_{k=1}^{n}\sum_{i=1}^{n}\xi_i\eta_k A(e_i;e_k)=\sum_{i.k=1}^{n}\xi_i\eta_k A(e_i;e_k)$$

$$A(e_i;e_k)=a_{ik} \qquad (4)$$

$$A(x,y)=\sum_{i,k=1}^{n}a_{ik}\xi_i\eta_k \qquad (5)$$

(5) dan tuzilgan matrisa bichiziqli formaning matrisasi deyiladi, ya'ni

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

Ta'rif. Agar $A(x,y)$ bichiziqli formada $x=y$ bo'lsa, u holda $A(x,x)$ kvadratik forma deyiladi.

Bunday holatda (4) chi $A(e_i,e_k)=a_{i,k}$ (4') bo'ladi.

$$A(x,x)=\sum_{i,k=1}^{n}a_{i,k}\xi_i\xi_k \quad (5') \quad \xi_i=\eta_i,\ \xi_k=\eta_k$$

Agar bu erda $a_{i,k} = a_{k,i}$ (6) bo‘lsa, simmetrik kvadrat forma bo‘ladi. Har bir bichiziqli formaning o‘ziga mos bo‘lgan kvadratik formasi mavjuddir. Biz R fazodagi sonlar haqiqiy sondar deb qaradik. R fazoda qaralayotgan sonlar haqiqiy kompleks sonlar bo‘lsa, kompleks fazo bo‘ladi. Yuqoridagi bichiziqli formani kompleks fazoda ham ko‘rish mumkin.

Ta’rif. Agar $A(x,y)$ funksiya kompleks son bo‘lib bu funksiya uchun $A(x,y) = \overline{A(x,y)}$ (7) shart bajarilsa, u holda bunday $A(x,y)$ bichiziqli forma Ermit formasi dyeyiladi.

$$\alpha = a + b_i,\ \overline{\alpha} = a - b_i$$

Ta’rif. $A(x,y)$ simetrik bichiziqli forma bo‘lsin. $y = x$ deb faraz qilganda $A(x,y)$ da hosil bo‘ladigan $A(x,x)$ funksiya kvadratik forma deyiladi.

$A(x,y)$ funksiya $A(x,x)$ kvadratik formasi bilan bir qiymatli aniqlanadi. Xar qanday kvadratik forma berilgan bazisda

$$A(x,x) = \sum_{i,k=1}^{n} a_{i,k}\xi_i\eta_k$$

Formula bilan ifoda etiladi, bunda $a_{i,k} = a_{k,i}$. Yana bir muhim ta’rif kiritamiz.

Ta’rif. Agar har qanday $x \neq 0$ vektor uchun $A(x,x)>0$ bo‘lsa, $A(x,x)$ kvadratik forma musbat aniqlangan kvadrat forma deyiladi.

Misol. $A(x,x) = \xi_1^2 + \xi_2^2 + \cdots + \xi_n^2$ musbat kvadratik forma ekanligi ravshan.

Teorema. R_n fazoda $e_1, e_2, \cdots, e_n$ (I) bazis mavjud bo‘lib, $A(x,x)$ kvadratik formani bu (I) bazisda

$A(x,x) = \lambda_1 \xi_1^2 + \lambda_2 \xi_2^2 + \cdots + \lambda_n \xi_n^2$

Ko‘rinishga keltirish mumkin. Bu erda $x = \xi_1 e_1 + \xi_2 e_2 + \cdots + \xi_n e_n$ Isbot. Biror $f_1, f_2, \cdots, f_n$ bazisda $A(x,x) = \sum_{i,k=1}^{n} a_{i,k} \eta_i \eta_k$ tenglik o‘rinli bo‘lsin. $\eta_1, \eta_2, \cdots, \eta_n$ lar vektorning bu bazisdagi koordinatalri. Bazisni (*) formulada turli indeksli koordinatalarinng ko‘paytmalari yo‘qolib boradigan qilib, asta-sekin almashtira boramiz. Bazisning har bir almashtirishiga ma’lum bazis almashtirishlari to‘g‘ri kelgani uchun, biz koordinatalarini formulalarini yoza olamiz.

$A(x,x)$ formani kvadratlar yig‘indisiga keltirish uchun, bizga a_{kk} koeffitsentlardan

(η_2^2 ning koeffitsenti) kamida bittasi noldan farqli bo‘lishi kerak bo‘ladi. Bunga hamma vaqt erishish mumkin. Haqiqatdan ham, nolga aynan teng bo‘lmagan $A(x,x)$ formada o‘zgaruvchining birorta ham kvadrati bo‘lmasin. Deb faraz qilaylik. U holda kamida bitta ko‘paytma, masalan $2a_{12}\eta_2\eta_2$ bo‘ladi. η_1 va η_2 koordinatalari

$$\eta_1 = \eta_1' + \eta_2'$$

$$\eta_2 = \eta_1' + \eta_2'$$

Formulaga asosan almashtiramiz, boshqa o‘zgaruvchilarni o‘zgartmay qoldiramiz. Bunday alsmashtirishda $2a_{12}\eta_2\eta_2$ hadning ko‘rinshi $a_{12}=(\eta_1^{/}-\eta_2^{/})$ bo‘lib qoladi va farazga muvofiq

$a_{11}=a_{22}=0$ bo‘lgani uchun bu xech qanday had bilan kikara olmaydi, ya’ni $\eta_1^{/2}$ ning koeffitsnnti noldan farqli.

Endi (*) formuladan a_{11} koeffitsenti noldan farqli deb olamiz. Bizning kvadratik formamizdan η_1 qatnashgan hadlarni ajratib yozamiz.

$a_{11}\eta_1^2+2a_{12}\eta_1\eta_2+\cdots+2a_{1n}\eta_1\eta_n$ bu yig‘indini to‘la kvadratgacha to‘ldiramiz, ya’ni uni

$$a_{11}\eta_1^2+2a_{12}\eta_1\eta_2+\cdots+2a_{1n}\eta_1\eta_n=\frac{1}{a_{11}}\left(a_{11}\eta_1+\cdots+a_{1n}\eta_n\right)^2-B$$

(**) ko‘rinishda yozamiz. B bilan biz faqat $a_{11}\eta_2,\cdots,a_{1n}$ hadlar kvadratlarini va ularning harr qaysi ikkitasining ko‘paytmalarini o‘z ichiga olgan hadlarni belgiladik. (**) ifodani (*) ga qo‘ygandan so‘ng qaralayotgan kvadratik forma

$A(x,x)=\frac{1}{a_{11}}\left(a_{11}\eta_1+\cdots+a_{1n}\eta_n\right)^2$ ko‘rinishni oladi. Bunda yozilmagan hadlarga o‘zgaruvchilargina kiradi.

Faraz etaylik :

$$\eta_1^*=a_{11}\eta_1+a_{12}\eta_2+\cdots+a_{1n}\eta_n$$

$$\eta_2^*=\qquad\qquad\eta_2,$$

$$\eta_n^*=\qquad\qquad\qquad\eta_n$$

U holda kvadratik forma

$$A(x,x)=\frac{1}{a_{11}}\eta_1^{*2}+\sum_{i,k=1}^{n}a_{ik}^{*}\eta_i^{*}\eta_k^{*}$$

ko‘rinishni oladi.

$$\sum_{i,k=1}^{n}a_{ik}^{*}\eta_i^{*}\eta_k^{*}$$

ifoda (*) formulaning o‘ng tomoniga juda o‘xshash bo‘lib, bunda birinchi koordinata o‘q yo‘q a_2^* koeffitsientini noldan farqli deb faraz etib (biz yuqorida ko‘rdikki, sodda yordamchi almashtirish bilan hamma vaqt bu koeffitsientni nolga tenglashtirish mumkin) biz o‘zgaruvchilarni birinchiga o‘xshash

$$\begin{aligned}
&\eta_1^{**}=\eta_1^{*}\\
&\eta_2^{**}=a_{22}^{**}\eta_2^{*}+a_{23}^{**}\eta_3^{*}+..........+a_{2n}\eta_n^{*}\\
&\eta_3^{**}=...............\eta_n^{*}......................\\
&...\\
&\eta_n^{**}=.......................................\eta_n^{*}
\end{aligned}$$

formulalarga muvofiq yangidan almashtirishimiz mumkin, bunday almashtirishdan so‘ng forma

$$A(x.x)=\frac{1}{a_{11}}\eta_1^{**2}+\frac{1}{a_{22}^{*}}\eta_2^{**2}+\sum_{ik=3}^{n}a_{ik}^{**}\eta_i^{**}\eta_k^{**}$$

ko‘rinishni oladi. Bu protsessni davom ettirib, o‘zgaruvchilarni bir qancha o‘zgartirgandan keyin o‘zgaruvchilarga kelamiz; $A(x,x)$ forma bu o‘zgaruvchilar orqali quydagicha ifodalanadi.

$$A(x,x)=\lambda_1\xi_1^2+\lambda_2\xi_2^2+......+\lambda_m\xi_m^n$$

bunda $m\le n$

2. Inersiya qonuni

$A(x,x)$ kvadratik formani kvadratlar yig‘indisiga keltirishda, o‘zida bu kvadratik forma kvadratlar yig‘indisiga aylanadigan, ya’ni bu forma

$$A(x,x)=\sum_{i=1}^{n}\lambda_i\xi_i^2 \qquad (1)$$

ko‘rinishga keladigan bazisni turlicha tanlab olish mumkin. Biz kvadratik formaning inersiya qonuni deb ataluvchi teoremani keltiramiz.

Teorema: Agar kvadratik forma ikki turli usul bilan (ya’ni boshqa-boshqa ikkita bazisda) kvadratlar yig‘indisiga keltirilgan bo‘lsa, u holda musbat koeffitsiyentlarning soni hamda manfiy koeffitsiyentlarning soni ikkala holda bir xildir.

Isbot: Dastlab ushbu lemmani isbot qilamiz.

Lemma. n o‘lcholi R fazoda mos tartibda k va l o‘lchovli ikkita R' ham R'' koeffitsiyent larning qism fazolari mavjud deylik va shu bilan birga $k+l>n$ bo‘lsin. Uholda bu qism fazolarning ikkalasiga ham tegishli bo‘lgan $x\neq 0$ vektor mavjuddir.

Isbot. $e_1,e_2,........e_k$ lar $-k$ o‘lchovli R' qism fazoning bazisi, $f_1,f_2,..........f_l$ lar esa l o‘lchovli R'' qism fazoning bazisi bo‘lsin. $k+l$ ta

$$e_1,e_2,........e_k,\ f_1,f_2,..........f_l$$

vektorolar chiziqli bog‘liq, chunki $k+l>n$. Boshqacha qilib aytganda, ba’zilarigina nolga teng bo‘lishi mumkin bo‘lgan shunday

$$\lambda_1,\lambda_2,......\lambda_k,\qquad \mu_1,\mu_2,........\mu_l$$

sonlar mavjudki.

$$\lambda_1 e_1 + \lambda_2 e_2 + ...\lambda_k e_k + \mu_1 f_1 + \mu_2 f_2 + ... + \mu_l f_l = 0$$

ya'ni

$$\lambda_1 e_1 + \lambda_2 e_2 + ...\lambda_k e_k = -\mu_1 f_1 - \mu_2 f_2 - .... - \mu_l f_l$$

endi

$$\lambda_1 e_1 + \lambda_2 e_2 + ...\lambda_k e_k = -\mu_1 f_1 - \mu_2 f_2 - .... - \mu_l f_l = x$$

deb faraz qilaylik. Ko'ramizki x vektor bir tomondan

$e_1, e_2, ...e_k$, vektorlarning chiziqli kombinatsiyasi sifatida tasvirlangan, shuning uchun $x \in R'$, ikkinchi tomondan esa x ning o'zi $f_1, f_2, ...f_l$ vektorlarning chiziqli kombinatsiyasi sifatida tasvir etilgan, demak, $x \in R''$. Shunday qilib, x vektor R' hamda R'' qism fazolarning kesishish joyida etadi. $x \neq 0$ ekanini ko'rsatamiz. Agar $x = 0$ bo'lganda edi, u holda $e_1, e_2, ...e_k$, vektorlar chiziqli erkli bo'lganlari uchun

$\lambda_1 = \lambda_2 = ... = \lambda_k = t$ bo'lar edi, $f_1, f_2, ...f_l$ vektorlarning chiziqli erkli bo'ganliklari sababli esa $\mu_1 = \mu_2 = ... = \mu_l = 0$ bo'lar edi.

Ammo $\lambda_1, \lambda_2, ...\lambda_k$, $\mu_1, \mu_2, ...\mu_l$

Sonlar orasida kamida bitta noldan farqli son bor, shuning uchun $x \neq 0$ va shuning bilan lemma isbot bo‘ldi.

$e_1, e_2, ... e_n$ bazisda $A(x,x)$ kvadratik forma

$$A(x,x) = \xi_1^2 + \xi_2^2 + ... - \xi_p^2 - \xi_{p-q}^2 - .... - \xi_{p+q}^2 \qquad (2)$$

ko‘rinishga ega deb faraz qilaylik, shu bilan birga

$\xi_1, \xi_2, ..., \xi_n$ lar x vektorning koordinatalari ya’ni

$$X = \xi_1 e_1 + \xi_2 e_2 + ... + \xi_p e_p + \xi_{p+1} e_{p+1} + ... + \xi_{p+q} e_{p+q} + ...\xi_n e_n$$

bo‘lsin. $f_1, f_2, ... f_n$ bazisda shu kvadratik formaning o‘zi

$$A(x,x) = \eta_1^2 + \eta_2^2 + ... + \eta_{p''}^2 - \eta_{p'+1}^2 = ... - \eta_{p'+q'}^2 \qquad (3)$$

ko‘rinishga ega bo‘lsin, bunda $\eta_1, \eta_2, ... \eta_n$ lar x vektorning $f_1, f_2, ... f_n$ bazisdagi koordinatalari. Biz $p' = p$ va $q' = q$ ekanligini isbot qilishimiz kerak. Bu shunday bo‘lmasin, masalan, $p'. > p$ deb faraz qilaylik $e_1, e_2, ... e_n$ vektorlarning chiziqli kombinatsiyasidan iborat R' qism fazoni qaraymiz. Uning o‘lchovi P ga teng.

$f_{p'+1}, f_{p'+2}, ... f_n$ vektorlar chiziqli kombinatsiyasidan iborat bo‘lgan R'' qism fazoning o‘lchovi esa $n - p'$ ga teng. $n - p' + p > n$ bo‘lgani uchun (chunki biz $p'. > p$ faraz etganimiz),lemmaga muvofiq, R' va R'' ning kesishgan joyida yotadigan $x \neq 0$ vektor mavjud ya’ni

$$x = \xi_1 e_1 + \xi_2 e_2 + ... + \xi_p e_p \text{ va}$$

$$x=\eta_{p'+1}f_{p'+1}+.........+\eta_{p'+q'}f_{p'+q'}+.........+\eta_n f_n$$

$e_1,e_2,........e_n$ bazisda bu vektor $\xi_1,\xi_2,.........,\xi_p,0,.....0$

koordinatalarga ega bo‘lib,

$f_1,f_2,..........f_n$ bazisda esa u $0,0,........,\eta_{p'+1},......,\eta_n$

koordinatalarga (2) va (3) larga ko‘mib bir to mondan esa

$$A(x,x)=\xi_1^2+\xi_2^2+..........+\xi_p^2>0 \qquad (4)$$

ni

($\xi_1,\xi_2,....,\xi_p$ larning ba’zilarigina noldga teng bo‘lishi mumkin bo‘lgani uchun), ikkinchi tomondan esa

$$A(x,x)=-\eta_{p''+1}^2-\eta_{p'+2}^2-......-\eta_{p'+q'}^2\le 0 \qquad (5)$$

ni hosil qilamiz. Biz ziddiyatlikka keldik, demak, $p'.>p$ tengsizlikning bo‘lishi mumkin emas. $p>p'$, $q>q'$ va $q>q'$ tengshsizliklarning bo‘lishi mumkin emasligi ham xuddi shunga o‘xshash usul bilan isbot etiladi. Shunday qilib, kvadratik forma uchun inersiya qonuni isbot etildi.

Faraz qilaylik R_n biror Evklid fazosi bo‘lsin. Bu fazoning bazisi

$$e_1,e_2,......e_n \qquad (1)$$

bilan belgilaymiz.

Ta’rif. Agar (1) bazisda ixtiyoriy ikkitasining ko‘paytmasi

$$(e_i,e_л)=0 \qquad (2)$$

bo‘lsa , u xolda (1) bazis ortogonal bazis deyiladi.

Ta’rif. Agar (1) bazsi uchun (2) shart va

$$(e_i, e_i) = 1 \qquad (3)$$

shart bajarilsa , u xolda (1) bazis ortonormallashgan bazis

deyiladi. (3) dan ko‘rinadiki $|e_i| = 1$ ya’ni

$$|e_i| = \sqrt{(e_i, e_i)} = \sqrt{1} = 1$$

Endi quyidagi teoremani keltirib utamiz.

Teorema Har qanday R Evklid fazosida ortogonal bazis mavjuddir.

Isbot. R fazoning ixtiyoriy

$$f_1, f_2, \ldots\ldots f_n \qquad (4)$$

bazisni olib qaraymiz. Agar bu bazisni biror usul Bilan ortogonallantirsak teorema isbot bo‘ladi . Boshqacha qilib aytganda (1) ortogonal bazis tuzamiz.

$f_1 = e_1$ deb olamiz.

$$e_2 = f_2 + \alpha e_1 \qquad (5)$$

α - noma’lum son. Bu sonni

$$(e_1, e_2) = 0$$

shart bajariladigan qilib tanlaymiz. Endi (5) quyidagini yozamiz.

$$(e_1, e_2) = (e_1 \cdot f_2 + \alpha e_1) = (e_1 \cdot f_2) + \alpha(e_1 \cdot e_1)$$

$$0 = (e_1 \cdot f_2) + \alpha(e_1 \cdot e_1) \rightarrow \alpha = -\frac{(e_1 \cdot f_2)}{(e_1 \cdot e_1)}$$

$$\alpha(e_1,e_1)=-(e_1,f_2) \qquad , \qquad \alpha=-\frac{(e_1,f_2)}{(e_1,e_1)}$$

Bu α qiymatni (5) ga qo‘yamiz va e_2 ni topgan bo‘lamiz. e_3 ni bunday izlaymiz. Ya’ni

$$e_3 = f_3e_3+\lambda_1e_2+\lambda_2e_1 \qquad (7)$$

$\lambda_1\lambda_2$ - noma’lum sonlar. Bu sonlarni

$$\begin{cases}(e_1e_3)=0\\(e_2e_3)=0\end{cases} \qquad (8)$$

shartlar asosidatoapmiz.So‘ngra (7) ga qo‘yib

e_3 ni topgan bo‘lamiz. (1) dan e_k larni (4)yordaimda.

Yuqoridagi 4 ta shartni qanoatlantirgan fazo Evklid fazosi deyiladi.

Misollar: 1.XOU tekislikda berilgan vektorlar fazosi, skalyar ko‘paytmani bunday qabul qilamiz.

$$x=(\alpha_1,\alpha_2) \qquad y=(\beta_1,\beta_2) \qquad (x,y)=\alpha_1\beta_1+\alpha_2\beta_2 \quad (1)$$

Bunday qabul qilingan skalyar ko‘paytma yuqoridagi 4 ta shartni qanoatlantiradi. Bunday

Fazo Evklid fazo.

2. [a,b]kesmadagi uzluksiz funksiyalar fazosi uchun

$$(x,y)=(f(t),g(t))=\int_a^b f(t),g(t)dt \qquad (2)$$

Bu fazo ham Evklid fazo bo‘ladi. Evklid fazosida x vektor uchun

$$\sqrt{(x,\alpha)}=|x| \quad \sqrt{(x,x)}=|x| \qquad (3)$$

Aniqlangan son x vektorning uzunligi deyiladi .

Evklid fazosida x va u vektorlar orasidagi burchak quyidagi formula Bilan aniqlanadi .

kiradi. Faraz etaylik : $\eta_1^* = a_{11}\eta_1 + a_{12}\eta_2 + \cdots + a_{1n}\eta_n$

$$\varphi = \arccos \frac{(x, y)}{|x| \cdot |y|} \qquad (4)$$

Bu (4) formula quyidagidan olingandir.

$$(x, y) = |x| \cdot |y| \cos\varphi \qquad \cos\varphi = \frac{(x, y)}{|x| \cdot |y|} \qquad \varphi = x \wedge y$$

quyida Yana bir tengsizlikni keltirib utamiz.

$$\frac{(x, y)}{|x| \cdot |y|} = \leq 1 \qquad (x, y) \leq |x| \cdot |y| \qquad (5)$$

(3) ni e’tiborga olib (5) quyidagicha bo‘ladi.

$$(x, y) \leq \sqrt{(x, x)} \cdot \sqrt{(y, y)}$$

$$(x, y) \leq \sqrt{(x, x) \cdot (y, y)} \qquad (6)$$

$$(x, y)^2 \leq (x, x) \cdot (y, y) \qquad (6^1)$$

kiradi. Faraz etaylik : $\eta_1^* = a_{11}\eta_1 + a_{12}\eta_2 + \cdots + a_{1n}\eta_n$

$$\varphi = \arccos \frac{(x, y)}{|x| \cdot |y|} \qquad (4)$$

Bu (4) formula quyidagidan olingandir.

$$(x, y) = |x| \cdot |y| \cos\varphi \qquad \cos\varphi = \frac{(x, y)}{|x| \cdot |y|} \qquad \varphi = x \wedge y$$

quyida Yana bir tengsizlikni keltirib utamiz.

$$\frac{(x,y)}{|x|\cdot|y|} =\leq 1 \qquad (x,y)\leq |x|\cdot|y| \qquad (5)$$

(3) ni e’tiborga olib (5) quyidagicha bo‘ladi.

$$(x,y)\leq \sqrt{(x,x)}\cdot\sqrt{(y,y)}$$

$$(x,y)\leq \sqrt{(x,x)\cdot(y,y)} \qquad (6)$$

$$(x,y)^2 \leq (x,x)\cdot(y,y) \qquad (6^1)$$

(6) – Koshi-Bun’yakovskiytengsizligidir.

Biz yuqorida haqiqIy fazoni olib qaradik, ya’ni bunda qaralayotgan sonlar haqiqIy sonlardir. Bunday fazolar Evklid fazosidir.

Agar R fazoda qaralayotgan sonlar kompleks sonlar, u holda Evklid fazo unitar fazo deyiladi.

Kvadratik formani kanonik ko‘rinishga keltirishni o‘rganib oladi.Evklid fazosida ortogonallashtirishni biladi.

Nazorat topshiriqlar.

1. Evklid fazosini tushuntiring. Misollar keltiring
2. Koshi-Bunyakovskiy tengsizligini ko‘rsating

A) $(x,x)=|x|$ V) (x,y)

S) $|x|\leq\sqrt{(x,y)}$ D) $(y,y)\geq(x,y)$

E) $(x,y)^2\leq(x,x)(y,y)$

3. Qaysi shartda $l_1,l_2,l_3,\cdots l_n$ bazis ortogonallashgan deyiladi?

A) $(l_i,l_i)=0$) V) $(l_i,l_k)=0 \quad i\neq k$

S) $(l_i,k)=1$ D) $(l_i,k)^2=1$ E) $(l_i,l_k)=0;\quad (l_k,l_k)=1$

4. Ortogonallashtirish jarayonini tushuntiring.

Mavzuga oid ilmiy muammolar.

1. Forma tushunchasini kiritish.

2. Chiziqli formaning ifodasi.

3. Kvadratik formaning kanonik formasi.

4. Ixtiyoriy fazoda skalyar ko‘paytma.

5. Ixtiyoriy bazisni ortogonallashtirish.

Asosiy xulosalar va ularni mustahkamlash.

1. Xulosa. Har qanday kvadratik formani kanonik ko‘rinishga keltirish mumkin. Funktsiyalar forma ko‘rinishida bo‘lishi mumkin. Evklid fazosida skalyar ko‘paytma muhim. Ixtiyoriy bazisni ortogonallashtirish mumkin. Evklid fazosi- bu chiziqli fazo.

2. Mustahkamlash uchun savollar.

1. Chiziqli va bichiziqli forma nima?

2. Kvadratik forma nima?

3. Ixtiyoriy fazoda skalyar ko‘paytma nima?

4. Evklid fazosiga misol keltiring.

5. Ortogonal bazis nima?

Adabiyotlar:

1. Gelfand «Chiziqli algebradan lektsiyalar» 1961
2. Gaimnazarov G. «Chiziqli algebra elementlari», 1999
3. Nazarov. R.N va boshqalar «Algebra va sonlar nazariyasi» 1-kism, 1993