Бердиева О.Б.,
Сурхондарё вилояти халқ таълими ходимларини қайта тайёрлаш ва уларнинг малакасини ошириш институти «Табиий ва аниқ фанлар таълими» кафедраси доценти, педагогика фанлари номзоди

СИНФДАН ТАШҚАРИ МАШҒУЛОТЛАРДА НОЕВКЛИД ГЕОМЕТРИЯ ЭЛЕМЕНТЛАРИНИ ТУШУНТИРИШ УСУЛЛАРИ

БЕРДИЕВА О.Б. СИНФДАН ТАШҚАРИ МАШҒУЛОТЛАРДА НОЕВКЛИД ГЕОМЕТРИЯ ЭЛЕМЕНТЛАРИНИ ТУШУНТИРИШ УСУЛЛАРИ

Мақолада умумий ўрта таълим мактабларида геометрия ўқитишда ўқувчиларнинг фанга қизиқишларини орттиришда Евклид ва Галилей геометрияларидаги бошланғич тушунчалар бир хил эканлигини кўрсатиб бериш, Галилей геометриясидаги асосий ўзгариш, яъни унинг мактаб геометриясидан фарқли жиҳати, икки нуқта орасидаги масофа тушунчаси киритилиши ва уни ўрганиш ҳақида сўз юритилган.

Таянч сўз ва тушунчалар: нуқта, тўғри чизиқ, кесма, икки нуқта орасидаги масофа, Евклид текислиги, Галилей текислиги.

БЕРДИЕВА О.Б. МЕТОДЫ ОБЪЯСНЕНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ НЕЕВКЛИДОВОЙ ГЕОМЕТРИИ НА ВНЕКЛАССНЫХ ЗАНЯТИЯХ

В статье излагается мнение о том, что для усиления интереса при изучении геометрии в средней общеобразовательной школе необходимо показывать одинаковость первоначальных понятий геометрии Евклида и геометрии Галилея, её отличия от школьного курса геометрии. Вместе с тем раскрывается вопрос введения понятия «расстояние между двумя точками» и его изучения.

Ключевые слова и понятия: точка, линия, отрезок, расстояние между двумя точками, плоскость Евклида, плоскость Галилея.

BERDIEVA O.B. WAYS OF EXPLAINING NON-EUCLIDEAN GEOMETRY ELEMENTS ON EXTRACLASS STUDIES

In this article explaining position regarding strengthening interests of schools pupil in learning geometry to show similarities of primary, conceptions geometry between Euclid geometnry and Galiley geometry, that is difference of school geometry. As well there is discussed conception of distance between two points and learning about it.

Keywords: point, right line, slice, distance of two points, Euklid’s plain, Galiley plain.

«Геометриядан хабарсиз киши остонадан ўтиши мумкин эмас».

Платон[1]

Узвийлаштирилган Давлат таълим стандарти асосида яратилган ўқув дастурлар бўйича ишлаш ва мактаб математикасининг мазмунини такомиллаштириш шу куннинг талабларидан биридир. Бу ишни умуман математика фанининг, жумладан геометрия фанининг жадал ривожланишига сабаб бўлган ноевклид геометриялар тизими ва уларнинг яратилиши билан танишмасдан амалга ошириш қийин. Чунки биз мактабда ўрганадиган геометрия – Евклид геометриясидир. Бугунги кунда ўқувчиларнинг фанга қизиқишлари ортишида ҳамда уларни таълимнинг кейинги босқичларига тайёрлашимиз учун фаннинг маълум қисми билан чегараланмасдан, балки қўшимча маълумот сифатида мавжуд тушунчаларни дарслар, факультатив ва тўгарак машғулотларида бериш лозим.

Қуйида биз таклиф этаётган худди шу каби тушунча сифатида Галилей текислиги ҳақидаги қизиқарли маълумотларни ўқувчиларга қўшимча манба сифатида беришни лозим топдик.

А.Ортиқбоевнинг «Қадимий фанга замонавий назар» мақоласида геометрия фанининг замонавий таърифи келтирилиб, текисликда мавжуд тўққиз хил геометриядан бири – Галилей текислиги ҳақида айтилган[2].

Бунда Галилей текислиги асосий тушунчалар жиҳатидан Евклид текислигидан фарқ қилмайди. «Нуқта», «тўғри чизиқ» иккала геометрияда ҳам бир хил маънода тушунилади. Демак, бунда ушбу асосий тушунчаларга боғлиқ киритиладиган, геометрик шакллар ҳам ҳеч қандай ўзгаришсиз қабул қилинади. Масалан: нур, бурчак, кўпбурчак, учбурчак тушунчалари мактаб геометрия курсида қандай баён этилган бўлса, шундай тушунтирилади.

Маълумки, мактаб ўқувчилари 7-синфда геометрия фани билан танишишни текисликдаги асосий тушунчалар ва уларнинг хоссалари билан танишишдан бошлайдилар[3]. Яъни ўқувчилар «нур», «бурчак», «кўпбурчак», «учбурчак» каби геометрик шакллар ва уларнинг хоссалари билан танишадилар. Мантиқан шу вақтдаёқ текисликда Евклид геометрияси билан танишаётганликлари ҳақида ҳеч қандай фикр айтилмайди. Бунда биз «геометрия – ердаги ўлчаш ишларини бажаришдан ҳосил бўлган фан» деган ақида таъсирида бўламиз.

Ўқувчига шу оддий текисликда бир-биридан фарқли тўққиз хил геометрия мавжудлиги ҳақида ҳеч қандай фикр айтилмайди. Бу табиийдир, чунки эндигина геометрия фани тушунчалари билан танишаётган мурғак тасаввурга шунчалик кўп янги геометриялар ҳақида фикрни айтиш маънавий жиҳатдан оғирлик қилар. Аммо мавжуд тўққиз хил геометриядан бири бўлган Галилей геометрияси борки, у ҳақида 8-9-синфларнинг иқтидорли ўқувчиларини ҳабардор қилса бўлади. Ўқувчилар учун бу танишув фаннинг мантиқий асоси бўлган тушунчаларга эътибор қаратиш туйғусини тарбиялайди, деб ҳисоблаймиз.

Галилей геометриясидаги асосий ўзгариш, яъни унинг мактаб геометриясидан фарқли бўладиган жиҳати икки нуқта орасидаги масофа тушунчаси киритилишидан бошланади. Бунда текисликда координаталар системаси киритилган ва қаралаётган нуқталар $A(x_1,y_1)$, $B(x_2,y_2)$ координаталарга эга деб ҳисобланади. Демак, математика фанида таништириладиган координаталар системаси тушунчасигача бўлган маълумотлар ўзгаришсиз қабул қилинади. Маълумки, ўқувчилар координаталар системаси билан 6-синфнинг 4-чорагида танишадилар[4].

8-9-синфларда ўқувчилар координаталар системасига доир бўлган масалаларни ҳал қилиш усуллари билан танишган бўлишади. Бу даврда кичкинагина илмий янгилик – Галилей

[1] Ғайбуллаев Н. Мактабда ноевклид геометриялар элементлари. – Т.: «Ўқитувчи», 1971. -3-б.

[2] Ортиқбоев А. Геометрия – қадимий фанга замонавий назар. // «Физика, математика, информатика» журнали, Т., 2004, 3-сон. -3-17-б.

[3] Аъзамов А. ва бошқалар. Геометрия. Умумий ўрта таълим мактаблари 7-синфи учун дарслик. – Т.: «Янгийўл полиграф сервис», 2013 й. -8–17-б.

[4] Мирзааҳмедов М., Раҳимқориев А. Математика 6-синф. Умумий ўрта таълим мактаблари 6-синфи учун дарслик. –Т.: «Ўқитувчи», 2011. -209–213-б.

текислиги тушунчаси билан таништириш илм истагида бўлган ўқувчиларда катта қизиқиш уйғотади, деб ҳисоблаймиз.

Мисол учун, текисликда $\bar{a}(x_1,y_1)$, $\bar{b}(x_2,y_2)$ векторлар берилган бўлсин.

1-таъриф: $\bar{a}$ ва $\bar{b}$ векторларнинг скаляр кўпайтмаси

$$(\bar{a}\cdot\bar{b})=x_1\cdot x_2(\bar{a}\cdot\bar{b})_2=y_1\cdot y_2\ (x_1\cdot x_2=0 \text{ бўлса})$$

кўринишда аниқланадиган аффин текисликка Галилей текислиги дейилади. Кўпгина адабиётларда[1] Галилей текислиги ярим Евклид текислиги ҳам деб аталади. Бунинг сабаби векторларнинг скаляр кўпайтмаси Евклид текислигидаги векторлар скаляр кўпайтмасининг ярми кўринишида эканлигидадир.

Евклид текислигидаги каби ярим Евклид текислигининг ҳам ҳаракатлари мавжуд.

2-таъриф. Галилей текислигидаги нуқталарнинг координаталарини алмаштирувчи

$$\begin{cases} x=x'+a \\ y=vx'+y+b \end{cases} \qquad (1)$$

тенгламалар системасига Галилей текислигидаги ҳаракат деб аталади. (1) ҳаракатни

$$\begin{cases} x=x' \\ y=vx'+y \end{cases} \qquad (2)$$

кўринишидаги Ох ўқ йўналишидаги силжиш ва

$$\begin{cases} x=x' \\ y=y'+b \end{cases} \qquad (3)$$

параллел кўринишларга ажратиш мумкин.

1-теорема: (1) ҳаракат Галилей текислигидаги ҳар қандай тўғри чизиқни яна тўғри чизиққа, параллел тўғри чизиқни ўзга параллел тўғри чизиққа ўтказади.

Исбот: $y=k_1x+b_1$ тўғри чизиқ берилган бўлсин, у ҳолда

$vx'+y'+b=k_1(x'+a)+b_1$ ёки $y'=(k_1-v)x+kab_1-b$ тенглама яна тўғри чизиқ тенгламасини ифода этади.

$y=kx+b_1$ ва $y=kx+b_2$ ўзаро параллел тўғри чизиқлар берилган бўлсин, у ҳолда

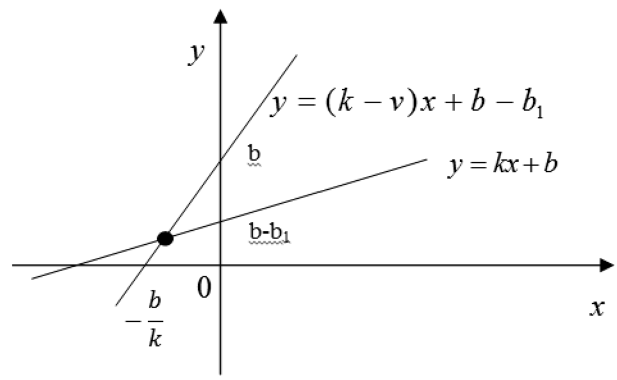
$$\begin{cases} vx'+y'+b=k(x'+a)+b_1 \\ vx'+y'+b=k(x'+a)+b_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y'=(k-v)x'+b_1-b+ka \\ y'=(k-v)x'+b_2-b+ka \end{cases}$$

[1] Яглом И. Принцип относительности и геометрия галилея. – Т.: «Наука», 1990. -47–55-б.

Тенгламалар системаси $k-v=k-v$ эканлигидан параллел тўғри чизиқларни ифода этади. Теорема исбот бўлди.

Ушбу теореманинг исботини 1-чизмада қуйидагича келтириш мумкин.

1-чизма.



Демак, (1) ҳаракат ярим Евклид текислиги учун буриш ва параллел кўринишдан иборат экан.

Таърифдан келиб чиққан ҳолда, $M(x_1;\ y_1)$ ва $N(x_1;\ y_1)$ нуқталар охиридаги масофани

$$|MN|=|x_2-x_1| \qquad (4)$$

кўринишида аниқлаш мумкин.

Агар $x_1=x_2$ бўлса, M ва N нуқталар орасидаги масофа 0 га тенг бўлади. Бундай ҳолларда нуқталар орасидаги иккинчи масофа

$$|MN|=|y_2-y_1| \qquad (5)$$

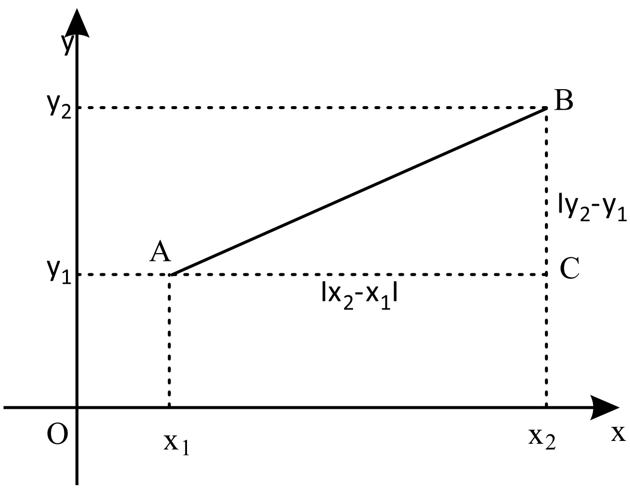
га тенг бўлади. Шунинг учун ярим Евклид текисликлари «бўлинган материали» текисликлар деб аталади. Буларга асосланиб, нуқталар орасидаги масофани қуйидаги кўринишларда белгилаш мумкин.

Ярим Евклид маъносидаги $|MN|_1$ – биринчи, $|MN|_2$ – иккинчи масофалар. $|MN|_1$ масофа $|MN|$ кесманинг Ox ўқидаги проекциясини ифода қилса, $|MN|_2$ масофа Евклид маъносидаги кесма узунлигини ифодалайди.

Қуйида Евклид геометрияси ва Галилей геометриясидаги «масофа» тушунчасининг маъноси, бир-бирига ўхшаш ва бир-биридан фарқли жиҳатларини содда усулда тушунтирамиз.

Айтайлик, *A* ва *B* нуқталар 2-чизмадагидек жойлашган бўлсин. ($x_1 \neq x_2$, $y_1 \neq y_2$) *A* ва *B* нуқталардан координата ўқларига параллел тўғри чизиқларни ўтказамиз ва уларнинг кесишиш нуқтасини *C* билан белгилаймиз. Унда, $AC=|x_2-x_1|$ ҳамда $BC=|y_2-y_1|$ бўлади.

2-чизма.



ABC тўғри бурчакли учбурчакка Пифагор теоремасини қўлласак,

$$AB^2=AC^2+BC^2=(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2$$

бўлади.

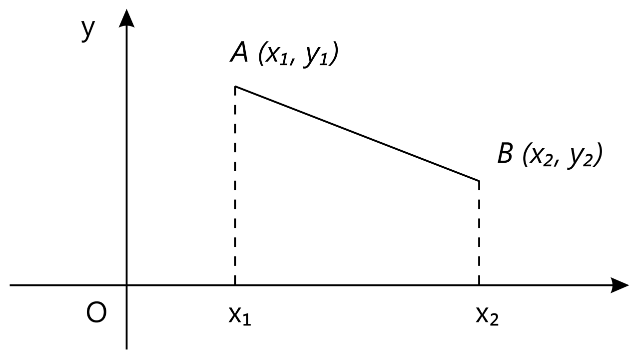
Ундан, $|AB|=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$ни ҳосил қиламиз. Бу формуланинг $x_1=x_2$ ёки $y_1=y_2$ бўлганда ҳам тўғрилигини кўрсатиш мумкин.

$|AB|=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$ формула Евклид геометриясида «масофа» тушунчасини ифодалайди ва у *AB* кесма узунлигига тенг бўлади. Галилей геометриясида эса «масофа» тушунчаси бошқачароқ киритилади.

Демак, энди Галилей геометриясидаги «масофа» тушунчасининг маъноси билан танишайлик[1].

Таъриф: Икки $A(x_1, y_1)$ ва $B(x_2, y_2)$ нуқта орасидаги масофа d_{AB} деб, $d_{AB}=|x_2-x_1|$ тенглик билан аниқланадиган катталикка айтилади. Агар $d_{AB}=0$ бўлиб қолса, масофа $d'_{AB}=|y_2-y_1|$ тенглик билан аниқланади. Бу киритилган «масофа»нинг асл маъносини тушунтириш унча қийин эмас.

3-чизма.



Чунки бу масофа, ҳақиқий *AB* кесма узунлигининг *OX* ўқидаги проекцияси катталигига тенг бўлади. Агарда $d_{AB}=0$ бўлса, нуқталарнинг *OX* ўқидаги проекциялари устма-уст тушиб қолади. Нуқталар *OY* ўққа параллел тўғри чизиқда ётиб, *OY* ўқдаги проекциялари устма-уст тушмаслиги мумкин. Бунда айтилаётган d'_{AB} - иккинчи «масофа» нуқталар орасидаги масофани беради. Фақат кейинги киритилган «масофа» ҳам нолга тенг бўлса, бу икки нуқта устма-уст тушади.

Демак, Евклид геометриясида «масофа» тушунчаси *AB* кесма узунлигини ифодаласа, Галилей геометриясида эса *AB* кесма узунлигининг *OX* ўқидаги проекциясини, агар бу проекция нолга тенг бўлса, *AB* кесма узунлигининг *OY* ўқидаги проекциясини, агар бу проекция ҳам нолга тенг бўлса, у ҳолда ҳақиқий 0 сонини ифодалайди. Бу ҳолда кесманинг узунлиги Евклид геометриясида ҳам нолга тенг бўлади.

Юқорида келтирилган таъриф геометрия фанидаги икки нуқта орасидаги масофа тушунчасини умумлаштиради, яъни ҳақиқий ҳаётий масофа тушунчасидан бошқа, мавҳум илмий масофа тушунчаси ҳам мавжуд эканлиги ҳақида тасаввур қилиш имконини беради. Келтирилган «масофа» тушунчасини ҳаётдаги татбиқи сифатида қуйидагича мисолни келтиришимиз мумкин. Масалан, биз бир турар жойлар жойлашган мавзенинг 1-квартал, 1-уйи олдида турибмиз. Мақсадимиз 3-квартал 5-уйга бориш. Аввало манзилгача икки квартал масофа бор деб ҳисоблаймиз. Агар 3-кварталда турган бўлсак, «масофа» 5-уйгача бўлган масофага тенг бўлади.

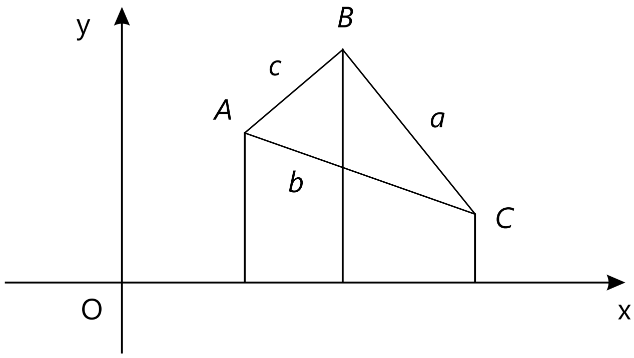
Ўқувчиларга киритилган янги Галилейча масофани тушунтиргандан сўнг, текисликдаги учбурчакнинг бир томони узунлиги қолган икки томони узунлигига тенг эканлиги ёки Галилей текислигида айлана тушунчаси билан танишиш қизиқарли бўлади.

---

[1] Яглом И. Принцип относительности и геометрия Галилея. – Т.: «Наука». 1990. –С. 47–55.

Бизга *ABC* учбурчак берилган бўлсин. Аниқлик учун учбурчак томонларидан ҳеч бири қолганларининг *OX* ўқидаги проекцияларига устма-уст тушмайдиган, деб ҳисоблаймиз.

4-чизма.

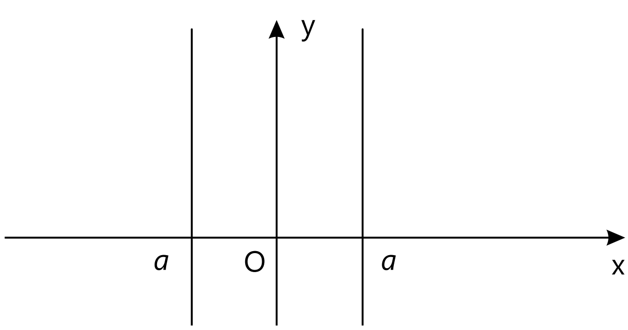


Бунда $b=a+c$ эканлигини кўрсатиш унча қийин эмас.

Таъриф. Айлана деб, берилган нуқтадан тенг масофада ётган нуқталарнинг геометрик ўрнига айтилади.

Галилей текислигида бу таърифни қаноатлантирадиган нуқталарнинг геометрик ўрни *OY* ўқига параллел бўлган иккита тўғри чизиқ эканини кўриш қийин эмас.

5-чизма.



Маркази координаталар бошида, радиуси *a* га тенг бўлган айлана тенгламаси $x^2=a^2$ ёки $x=\pm a$ бўлади.

Ўйлаймизки, бу каби тушунчаларни 8-синф ўқувчиларига тўгарак, дарсдан ташқари факультатив дарсларда бериш ўқувчиларнинг фанга нисбатан қизиқишини оширади. Қолаверса, мактаб математикасининг мазмунини такомиллаштириш бугунги куннинг талабидир. Жумладан, буни геометрия фанининг кейинги жадал ривожланишига сабаб бўлган ноевклид геометриялар тизими ва уларнинг яратилиши билан танишмасдан амалга ошириш қийин. Фан ва техниканинг ҳозирги равнақи, микродунё ва макродунё сирларининг очилиши ўқувчиларни ноевклид геометриялар тизими билан таништиришни тақозо этади.

Юқоридагиларни назарда тутиб, бугунги кунда олиб бораётган синфдан ташқари факультатив машғулотларимиз мазмуни математика фанининг янгидан-янги соҳалари очилаётган бир даврда мактабда фақат Евклид геометриясини ўқитиш билан чекланиб қолишни етарли ҳол, деб бўлмайди. Бу эса ўқувчиларни турли геометриялар тизими билан таништиришга олиб келади. Тажриба ноевклид геометриялардан факультатив машғулотларда юқори синфларда ўтиш мақсадга мувофиқ эканлигини кўрсатмоқда, чунки юқори синфлар ўқувчилари ноевклид геометрияларни ўрганиш ва уни Евклид геометриясининг мос тушунчалари билан таққослаш учун етарли асосга эга бўладилар.

Шундай экан, синфдан ташқари машғулотларда ноевклид геометриялар элементларини ўрганиш учун мавзуларни танлаш ва бу курсни ўқитиш методикасини ишлаб чиқиш мактаб математикасини замонавий математика билан яқинлаштирадиган асосий масалалардан бири бўлиб қолади.

Адабиётлар рўйхати:

1. Аъзамов А. ва бошқалар. Геометрия. Умумий ўрта таълим мактаблари 7-синфи учун дарслик. – Т.: «Янгийўл полиграф сервис», 2013. -8–17-б.

2. Ғайбуллаев Н. Мактабда ноевклид геометриялар элементлари. – Т.: «Ўқитувчи», 1971. -3-б.

3. Мирзааҳмедов М., Раҳимқориев А. Математика 6-синф. Умумий ўрта таълим мактаблари 6-синфи учун дарслик. – Т.: «Ўқитувчи», 2011. -209-213-б.

4. Ортиқбоев А. Геометрия – қадимий фанга замонавий назар. // «Физика, математика, информатика» журнали, 2004, 3-сон. -3–17-б.

5. Яглом И. Принцип относительности и геометрия Галилея. – Т.: «Наука», 1990. -47–55-б.