Safarov To'lqin Nazarovich,
Termiz davlat universiteti "Algebra va geometriya" kafedrasi o'qituvchisi

Ismoilov Davron Ilhomjon o'g'li,
Termiz davlat universiteti "Algebra va geometriya" kafedrasi o'qituvchisi

NOYEVKLID GEOMETRIYASIDA AYLANMA SIRTLARNI O'RGANISH METODIKASI

UDK: 371:38.014
DOI: 10.34920/SO/VOL_2022_ISSUE_9_6

SAFAROV T.N., ISMOILOV D.I-U. NOYEVKLID GEOMETRIYASIDA AYLANMA SIRTLARNI O'RGANISH METODIKASI

Ushbu ishda Galiley fazosidagi aylanma sirtlar o'rganilgan bo'lib, Yevklid fazosidagi aylanma sirtlar bilan solishtirilgan. Unda Galiley fazosidagi sirtning vektor ko'rinishdagi tenglamasi, sirtning birinchi va ikkinchi kvadratik formalari, to'la egriliklari keltirilib chiqarilgan. Yevklid va Galiley fazolarida aylanma sirtlar oilasi yetarlicha yoritilgan. Oliy ta'lim muassalarida matematika fanlari ixtisosligi bo'yicha tahsil olayotgan talabalarning geometrik bilimlarini rivojlantirish uchun Yevklid va Galiley fazolarida aylanma sirtlarni farqlash hamda ularning umumiy jihatlariga ochib berilgan.

Tayanch so'z va tushunchalar: Yevklid fazosi, Galiley fazosi, noyevklid geometriyasi, aylanma sirtlar,sirt tenglamalari, kvadratik formalar, to'la egrilik.

САФАРОВ Т.Н., ИСМОИЛОВ Д.И-У. МЕТОД ИССЛЕДОВАНИЯ ВРАЩАЮЩИХСЯ ПОВЕРХНОСТЕЙ В НЕВКЛИДОВОЙ ГЕОМЕТРИИ

В данной статье изучаются поверхности, вращающиеся в пространстве Галилеи и сравниваются с в евклидовом пространством. В ней были выведены уравнение поверхности векторной форме для первого и второго порядка, полной кривизны в пространстве Галилея. Достаточно полно раскрыт вопрос семейства поверхностей, вращающихся в евклидовом и галилеевом пространствах. В целях развития и повышения геометрических знаний в высших учебных заведений у студентов математического направления раскрываются общие аспекты вращающихся поверхностей между евклидовом и галилеевым пространствами.

Ключевые слова и понятия: Евклидово пространство, пространство Галилея, неевклидова геометрия, вращения поверхности, уравнения поверхностей, квадратичные формы, полная кривизна.

SAFAROV T.N., ISMOILOV D.I-U, METHOD FOR STUDYING ROTATING SURFACES IN NON-EUCLIDEAN GEOMETRY

In this paper, surfaces rotating in Galilean space are studied and compared with those in Euclidean space. In it, the surface equation was derived in vector form for the first and second order, full curvature in Galilean space. The family of surfaces rotating in Euclidean and Galilean space is sufficiently disclosed. In order to develop and improve geometric knowledge in higher educational institutions, students of the mathematical direction reveal the general aspects of rotating surfaces between the Euclidean and Galilean spaces.

Key words and concepts: Euclidean space, Galilean space, non-Euclidean geometry, surface rotations, surface equations, quadratic forms, total curvature.

Kirish.

Dunyoda matematika fanining o‘sish tendentsiyalari ko‘rsatishicha, ta’limning ilg‘or va zamonaviy shakllari va texnologiyalari rivojlangan davlatlar bilan bir qatorda o‘rta osiyoda xususan mamlakatimizda ham rivojlanib bormoqda. Muhtaram Prezidentimiz Sh.M.Mirziyoyevning «Hozirgi zamonda hamma jabhalarda ilm, bilim va salohiyat suv bilan havoday zarurligi, har qaysi davlat faqatgina shu asosda taraqqiyotga erishishi, sodda qilib aytganda, inson bilak kuchidan ko‘ra ilm kuchi bilan ko‘proq daromad va obro‘-e’tibor topishi mumkinligini hammamiz yaxshi anglaymiz»[1] degan so‘zlariga e’tibor beradigan bo‘lsak, oliy ta’lim muassasalarida matematika fanlarini o‘qitish iqtidorli yoshlarni fanga qiziqtirib kelajakda fan ustida ilmlarini rivojlantirib sohaga o‘z xissalarini qo‘shish uchun ularda fanga bo‘lgan qobiliyatlarini rivojlantirib borish kerak bo‘ladi. Bu o‘rinda oliy ta’lim muassasalarida geometriyani o‘qitishda fazoviy tasavvurlarini rivojlantirishga alohida e’tibor berish katta ahamiyat kasb etadi.

Mavzuning dolzarbligi.

“Noyevklid geometriya” atamasi o‘tgan asrning boshlarida paydo bo‘lib hozirgi kunga qadar rivojlanib bormoqda. Bu atamaning paydo bo‘lishi oliy ta’lim muassasalarida va maktablarda o‘qitilayotgan geometriya fanini “Yevklid geometriyasi” deb atalishiga sabab bo‘lgan[2].

Bugungi kunga kelib oliy ta’lim tizimida o‘qitiladigan geometriya fanlarida va tanlov fanlarida noyevklid geometriyasini o‘qitish talabalarning Yevklid geometriyasidagi ma’lumotlar bazasini kengaytirish, farqlash, tatbiq qilish haqidagi tushunchalarini boyitishga xizmat qiladi.

Maqsad.

Noyevklid geometriyasida aylanma sirtlarni o‘rganishdan maqsad bo‘lajak matematika fani o‘qituvchilariga aylanma sirtlar mavzusini to‘la tasavvur qila olish imkonini yaratishga yordam beradi. Ushbu ishda biz oliy o‘quv yurtlaridagi matematika ta’lim yo‘nalishlarida ta’lim olayotgan talabalarda geometrik tasavvurlarini yanada oshirish, chuqur bilimni egallash maqsadlarini ko‘zda tutib noyevklid geometriyasidagi aylanma sirtlarning evklid va galiley fazolardagi geometriyasining o‘ziga xos jihatlari, xususan tenglamalari va geometrik xossalariga qaraymiz.

Mavzu bo‘yicha boshqa olimlar ilmiy asarlari qisqacha tahlili.

Ma’lumki „ to‘la geometriya ” geometriyadagi ko‘plab klassik masalalar o‘z yechimlarini o‘tgan asrning 50-70-yillarda A.V.Pogorelov[3], I.Ya.Bakelman, A.L.Verner, B.Y.Kontor, H.F. Yefimov, E.G. Poznyak[4], E.V.Shikin ishlarida tamomila o‘z ifodasini topdi.

Bu natijalar uch o‘lchovli Yevklid fazosida va umumlashgan -o‘lchovli Yevklid fazosida hal qilingan. Oxirgi yillarda psevdoyevklid, yarimyevklid va Galiley fazolarida geometriya intensiv o‘rganilyapti.

B.A. Rozenfeldning noyevklid geometriyasiga bag‘ishlangan ishlarida[5] noyevklid geometriyasining rivoji va muammolari yetarlicha keltirilib o‘tilgan 1960-yillarda noyevklid geometriyasi tushunchasi yetuk geometrik olimlarning ilmiy ishlarida va oliy ta’lim tizimida ishlatilgan.

Noyevklid geometriyasining muhim fazolaridan bo‘lgan Galiley fazosi geometriyasi fanga A.Artiqboyev tomonidan kiritilgan[6], bundan tashqari Galiley fazosidagi geometriyasiga oid ilmiy ishlar esa. A.Kurudirek[7], Хачатурян, I.A. Dalgarev, E.K. Kurbonov, va boshqalarning ishlarida o‘z aksini topgan.

[1] Sh.M.Mirziyoyev. Yangi O‘zbekiston taraqqiyoti strategiyasi. - Toshkent: “O‘zbekiston” nashriyoti, 2022 y. 416 b.

[2] Artikbayev A., Xatamov I. Tekislikda to‘qqiz geometriya. Toshkent- 2021.154 bet.

[3] Погорелов А.В. Внешняя геометрия выпуклых поверхностей.. Издательство «Наука», Главная редакция физико-математической литературы, 1969 г. 760 с.

[4] Позняк Э.Г., Шикин Е.В. Дифференциалная геометрия // издательство Московского университета 390 с. 1990г .

[5] Розенфельд Б.А. Многомерные пространства. // М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 648 с.1966 г.

[6] Артикбаев А., Соколов Д.Д. Геометрия в целом в пространстве-время. – Ташкент: издательство “Наука”. 179 с .1991 г.

[7] Kurudirek A. Methods of using non-Euclidean geometry concepts in the educational process. Bull. Inst. Math., 2022, Vol.5 pp/1-5.

Maqolaning ilmiy mohiyati.

Matematika ixtisosligi bo'yicha ta'lim olayotgan talabalarning geometriya fanidagi bilimlar bazasini kengaytirish maqsadida ushbu ishda noeyevklid geometriyasining ba'zi masalalarini ko'rsatib bermoqchimiz. Ya'ni ushbu maqolada noyevklid geometriyasining muhim fazolaridan bo'lgan Galiley fazosida aylanma sirtlarni o'rganishga bag'ishlangan.

Tadqiqotning obyekti Avvalo bu ishda Galiley fazosining asosiy tushunchalarini keltirib o'tamiz.

Galiley fazosida sirtlar nazariyasi.

Bizga A_3 affin fazo berilgan bo'lsin.

Ta'rif-1. Ikki vektorning skalyar ko'paytmasi $(XY)_1 = x_1x_2$, $(XY)_1 = 0$ bo'lsa $(XY)_2 = y_1y_2 + z_1z_2$ shakldа aniqlangan A_3 affin fazoga uch o'lchovli Galiley fazosi deyiladi.

Misol-1.

1. $\bar{a}(1,3,4)$; $\bar{b}(-1,2,6)$ skalyar ko'paytmani birinchi koordinatalar yordamida hisoblanadi: $(\bar{a}\,\bar{b}) = 1 \times (-1) = -1$.

2. $\bar{a}(0,3,1)$; $\bar{b}(-4,2,3)$ birinchi koordinatalar ko'paytmasi nol bo'lganligi uchun ikkinchi koordinatalar orqali skalyar ko'paytma hisoblanadi: $(\bar{a}\,\bar{b}) = 3 \times 2 + 1 \times 3 = 9$

Ta'rif-2. Vektorning normasi deb shu vektorlarning o'z-o'ziga skalyar ko'paytmasini ildizdan chiqarilganiga aytiladi. $|\bar{a}| = \sqrt{(\bar{a}\,\bar{a})}$

Misol-.2

Quyidagi vektorlarning uzunliklarini toping?

1. $\bar{a}(4,3,6)$ vektor uzunligi ta'rifga ko'ra $|\bar{a}| = 4$ bo'ladi.

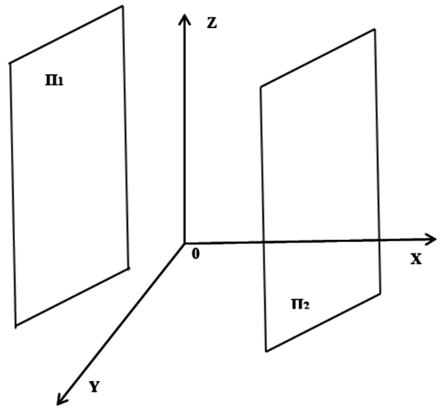
2. $\bar{a}(0,-3,4)$ vektorning birinchi koordinatasi nol bo'lganligi uchun $|\bar{a}| = 5$ bo'ladi.

$A(x_1, y_1)$; $B(x_2, y_2)$ ikkita nuqta orasidagi masofa deb ikkita nuqta tutashtiruvchi vektorning uzunligiga aytiladi: $AB = |\bar{A}\bar{B}|$ bu yerda $|\bar{A}\bar{B}| = |x_2 - x_1|$; agar $|\bar{A}\bar{B}| = 0$ bo'lsa, u holda $|\bar{A}\bar{B}| = |y_2 - y_1|$ bo'ladi

Ta'rif-3. Berilgan nuqtadan teng uzoqlashgan nuqtalarning geometrik o'rni aylana deyiladi. Evklid fazosidagi bu ta'rifni galiley fazosidagi metrika bilan qarasak unda bu fazosida aylana quyidagi ko'rinishda bo'ladi.

Markazi koordinatalr boshi radiusi $|OA| = r$ bo'lsa ta'rif-3 ga ko'ra quyidagilarga egamiz: $|OA|^2 = r^2$ bundan $(x - x_0)^2 = r^2$ bo'lsa, $x^2 = r^2$ bo'ladi. Bu esa $x_{1,2} = \pm r$. Huddi shunday fazoda bu tenglama sferani aniqlaydi.(1- rasm)

1-rasm. Galiley fazosidagi sferaning tasviri.



Galiley fazosida burchak tushunchasi quyidagicha kiritiladi: $a(x_1, y_1)$; $b(x_2, y_2)$ vektor berilgan bo'lsa ular orasidagi burchak (3-rasm) yangi vektorlar hosil qilib olamiz. $a(1, \frac{y_1}{x_1})$; $b(1, \frac{y_2}{x_2})$ so'ngra ular orasidagi burchakni topamiz: $a^{\wedge}b = (\frac{y_2}{x_2} - \frac{y_1}{x_1})$.

n o'lchovli Galiley fazosi ham shunday usulda kiritiladi.

Galiley fazosida sirtning vektor ko'rinishidagi tenglamasi quyidagi ko'rinishda berilgan bo'lib

$$\bar{r} = \bar{r}(u,v) = u\vec{i} + y(u,v)\vec{j} + z(u,v)\vec{k} \qquad (1)$$

Bu yerda sirtni Oyz tekislik bilan kesganda $u = const$ chiziq hosil bo'ladi. chiziq esa ixtiyoriy $v = const$ chiziq bilan to'r tashkil qiluvchi chiziq. bo'ladi.

Tadqiqotda qo'llanilgan usullar.

Endi Yevklid fazoda (1) tenglama bilan berilgan sirtni Galiley fazosidagi sirt bilan solishtiramiz. Bu yerda biz birinchi va ikkinchi kvadratik formalarini va ularning koeffisiyentlarini, to'la egriliklarining formulalarini keltiramiz (1-jadval).

Bu formulalar orqali berilgan sirt tenglamalarining kvadratik formalari to'la egriliklarini hisoblash mumkin. Bu sirtlardan ba'zilariga misollar keltiramiz. (2-a,b jadvallar).

To'g'ri gelekoid $\bar{r} = \bar{r}(u,v) = ui + v\cos uj + v\sin uk$

1-jadval. Sirtlar nazariyasining asosiy formulalalari

<table>
<tr><td>Yevklid fazosi</td><td>Galiley fazosi</td></tr>
<tr><td colspan="2">Sirt $\bar{r} = \bar{r}(u,v) = u\vec{i} + y(u,v)\vec{j} + z(u,v)\vec{k}$ tenglama bilan berilganda;</td></tr>
<tr><td colspan="2">Hususiy hosilalari
$r_u = i + y_u j + z_u k,\ r_v = y_v j + z_v k,\ r_{uu} = y_{uu} j + z_{uu} k,\ r_{uv} = y_{uv} j + z_{uv} k,\ r_{vv} = y_{vv} j + z_{vv} k$</td></tr>
<tr><td colspan="2">Birinchi kvadratik forma koeffisentlari</td></tr>
<tr><td>$E = 1 + y_u^2 + z_u^2$
$F = y_u y_v + z_u z_v$
$G = y_v^2 + z_v^2$</td><td>$E_1 = 1$
$F = y_u y_v + z_u z_v$
$G = y_v^2 + z_v^2$</td></tr>
<tr><td colspan="2">Birinchi kvadatik forma</td></tr>
<tr><td>$ds^2 = I = Edu^2 + 2Fdudv + Gdv^2$</td><td>$ds^2 = I_1 = du^2$ agar $I_1 = 0$ bo'lsa $ds^2 = I_2 = G(v)dv^2$</td></tr>
<tr><td colspan="2">Birlik normal vektor</td></tr>
<tr><td>$\vec{n} = \dfrac{\begin{vmatrix} y_u & z_u \\ y_v & z_v \end{vmatrix} \vec{e}_1 - z_v e_2 + y_v \vec{e}_3}{\sqrt{y_v^2 + z_v^2}}$</td><td>$\vec{n} = \pm \dfrac{z_v \vec{e}_2 - y_v \vec{e}_3}{\sqrt{y_v^2 + z_v^2}}$</td></tr>
<tr><td colspan="2">ikkinchi kvadratik forma ikkala fazoda ham bir hil bo'lib faqat koeffisentlari bilan farqlanadi.
$II = Ldu^2 + 2Mdudv + Ndv^2$</td></tr>
<tr><td>$L = (\vec{r}_{uu}\vec{n}) = \dfrac{-y_{uu}z_v + z_{uu}y_v}{\sqrt{G(u,v)}}$
$M = (\vec{r}_{uv}\vec{n}) = \dfrac{-y_{uv}z_v + z_{uv}y_v}{\sqrt{G(u,v)}}$
$N = (\vec{r}_{vv}\vec{n}) = \dfrac{-y_{vv}z_v + z_{vv}y_v}{\sqrt{G(u,v)}}$</td><td>$L = (\vec{r}_{uu}\vec{n}) = \dfrac{y_{uu}z_v - z_{uu}y_v}{\sqrt{G(u,v)}}$
$M = (\vec{r}_{uv}\vec{n}) = \dfrac{y_{uv}z_v - z_{uv}y_v}{\sqrt{G(u,v)}}$
$N = (\vec{r}_{vv}\vec{n}) = \dfrac{y_{vv}z_v - z_{vv}y_v}{\sqrt{G(u,v)}}$</td></tr>
<tr><td colspan="2">To'la egrilik.</td></tr>
<tr><td>1) $K = \dfrac{LN - M^2}{EG - F^2}$</td><td>1) $K = \dfrac{LN - M^2}{G(u,v)}$</td></tr>
</table>

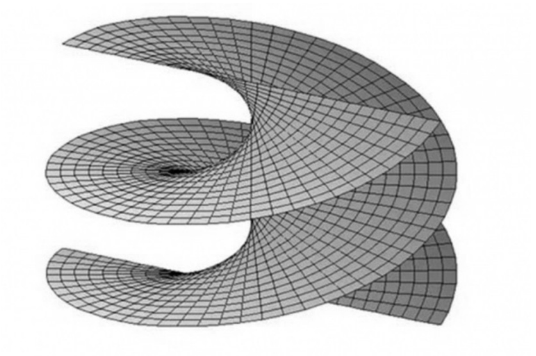
2-a jadval. To'g'ri gelekoidning kvadratik formalari va to'la egriligi

<table>
<tr><td>Yevklid fazosi</td><td>Galiley fazosi</td></tr>
<tr><td colspan="2">Hususiy hosilalari
$r_u = i - v\sin uj + v\cos uk,\ r_v = \cos uj + \sin uk,\ r_{uu} = -v\cos uj - v\sin uk,\ r_{uv} = -\sin uj + \cos uk,\ r_{vv} = 0$</td></tr>
<tr><td colspan="2">Birinchi kvadratik forma va uning koeffisentlari</td></tr>
<tr><td>$ds^2 = (1 + v^2)du^2 + dv^2$
$E = 1 + v^2, \quad F = 0, \quad G = 1$</td><td>$ds^2{}_1 = du^2$ agar $I_1 = 0$ bo'lsa $ds^2{}_2 = dv^2$
$E = 1, \quad F = 0, \quad G = 1$</td></tr>
<tr><td colspan="2">Birlik normal vektor</td></tr>
<tr><td>$\vec{n} = -vi - \sin uj + \cos uk$</td><td>$\vec{n} = \sin uj - \cos uk$</td></tr>
<tr><td colspan="2">ikkinchi kvadratik forma va uning koeffisentlari</td></tr>
<tr><td>$II = 2dudv$
$L = 0, \quad M = 1, \quad N = 0$</td><td>$II = -2dudv \quad L = 0, \quad M = -1, \quad N = 0$</td></tr>
<tr><td colspan="2">To'la egrilik.</td></tr>
<tr><td>$K = -\dfrac{1}{1 + v^2}$</td><td>$K = -1$</td></tr>
</table>

2-b jadval. Elliptik parabaloidning kvadratik formalari va to'la egriligi

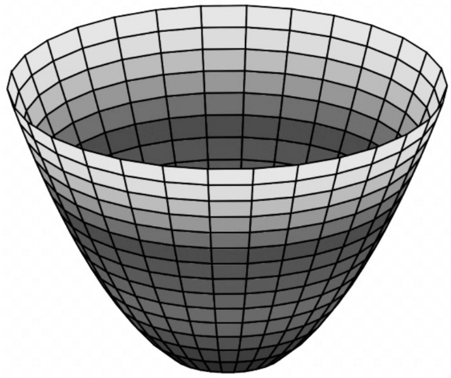
Yevklid fazosi	Galiley fazosi
Hususiy hosilalari $r_u = i + auk,\quad r_v = j + vk$ $r_{uu} = ak,\quad r_{uv} = 0,\quad r_{vv} = k$	
Birinchi kvadratik forma va uning koeffisentlari	
$ds^2 = (1+a^2u^2)du^2 + 2auvdudv + (1+v^2)dv^2$ $E = 1+a^2u^2,\quad F = auv,\quad G = 1+v^2$	$ds^2{}_1 = du^2$ agar $ds_1 = 0$ bo'lsa $ds^2{}_2 = (1+v^2)dv^2$ $E = 1,\quad F = 0\quad G = 1+v^2$
Birlik normal vektor	
$\vec{n} = \frac{1}{\sqrt{1+a^2v^2+v^2}}(-aui - vj + k)$	$\vec{n} = \frac{1}{\sqrt{1+v^2}}(vj - k)$
ikkinchi kvadratik forma va uning koeffisentlari	
$II = \frac{a}{\sqrt{1+a^2v^2+v^2}}du^2 + \frac{1}{\sqrt{1+a^2v^2+v^2}}dv^2$ $L = \frac{a}{\sqrt{1+a^2v^2+v^2}},\quad M = 0,\quad N = \frac{1}{\sqrt{1+a^2v^2+v^2}}$	$II = \frac{-a}{\sqrt{1+v^2}}du^2 + \frac{-1}{\sqrt{1+v^2}}dv^2$ $L = \frac{a}{\sqrt{1+a^2v^2+v^2}},\quad M = 0,\quad N$
To'la egrilik.	
$K = \frac{a}{(1+a^2v^2+v^2)^2}$	$K = \frac{a}{(1+v^2)^2}$

2-rasm. Gelikoid tasviri.



Elliptik paroboloid $\bar{r} = \bar{r}(u,v) = ui + vj + \frac{1}{2}(au^2 + v^2)k$

3-rasm. Elliptik parabaloid.



Natijalar va amaliy misollar.

Aylanma sirtlar.

Ma'lumki, evklid fazosida istalgan profil chiziqni biror o'q atrofida aylantirishdan hosil bo'lgan sirtga aylanma sirt deyiladi[1]. Galiley fazosida esa profil chiziqni maxsus tekislikda yotmagan to'g'ri chiziq atrofida aylantirishdan hosil bo'lgan sirtga aytiladi. Yuqorida keltirilgan fikrlardan aylanma sirt tenglamasining vektor ko'rinishidagi tenglamalarini quyidagicha ko'rsatamiz.

Evklid fazosida aylanma sirtlar: Berilgan $x = f(u),\ z = p(u)$ profil chiziqni Oz o'q atrofida aylantirishdan hosil bo'lgan sirt aylanma sirt deyiladi. Bu yerda $f(u) > 0$ shart bo'lishini talab etamiz. Aks holda kesishish nuqtasi sirtning maxsus nuqtasi bo'ladi[2].

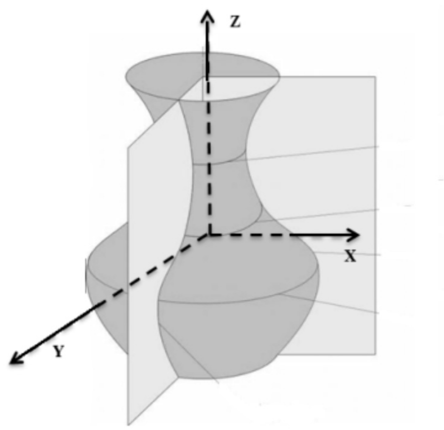
Egri chiziqli koordinatalar sifatida v burchakni va profil chiziqning u parametrini olamiz. Chiziq ustidagi har bir nuqta markazi Oz o'qda yotgan va radiusi $x = f(u)$, teng bo'lgan aylanani chizqdi. Shunda sirtning vektor ko'rinishdagi tenglamasi quyidagicha bo'ladi.(4-rasm)

$$\bar{r} = \bar{r}(u,v) = f(u)\cos vi + f(u)\sin vj + r(u)k \qquad (1)$$

[1] Artikbayev A., Safarov T.N. Properties of saddle surfaces of Galilean space. Physical and mathematical Sciences. 2020, No 3.

[2] Artikbayev A., Safarov T.N., Sobirov J.A.. Features of the Galilean Space Geometry. Jour of Adv Research in Dynamical & Control Systems, Vol. 12, No. 5, 2020.

4-rasm. Aylanma sirtning umumiy ko'rinishi.



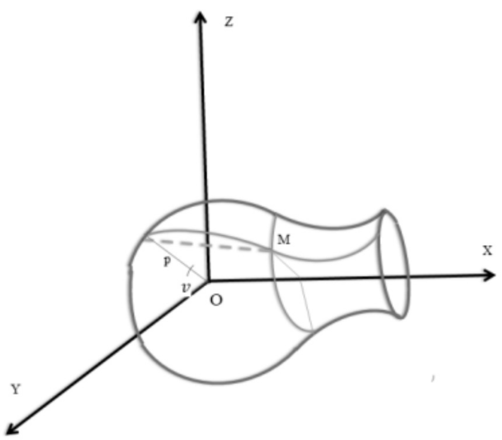
Galiley fazosida aylanma sirtlar: Galiley fazosidagi aylanma sirt profil chiziqni o'q atrofida aylantirish orqali hosil qilganimizda yevklid fazosidagi aylanma sirtlardan farq qilmaydi, biroq galiley fazosida egri chiziqli koordinatalar sifatidagi burchak faqat maxsus tekislikda aniqlangandir. Galiley fazosidagi aylanma sirtlarning tenglamasini quyidagicha aniqlaymiz. Ya'ni $x = u$, $z = \varphi(u)$ chiziqni Ox o'qi atrofida aylantiramiz va bu yerda ham $\varphi(u) > 0$ shartni qo'yamiz.

Egri chiziqli koordinatalar sifatida $< ZOP = v$ burchakni va profil chiziqning u parametrini olamiz. Chiziq ustidagi har $L(u)$ nuqta markazi Ox o'qda yotgan va radiusi $z = \varphi(u)$ ga teng bo'lgan aylanma chiziq $AM = OP = \varphi(u)$. (5-rasm)

Sirtning vektor tenglamasi:

$$\bar{r} = \bar{r}(u,v) = ui + \varphi(u)\cos vj + \varphi(u)\sin vk \qquad (2)$$

5-rasm. Galiley fazosidagi aylanma sirt.



Quyidagi sxemada aylanma sirtning umumiy tenglamasini Evklid va Galiley fazosida birinchi va ikkinchi kvadratik formalari, to'la egriliklari hisoblangani ko'rsatilgan (1-sxema).

Yuqorida berilgan ma'lumotlardan (2) tenglama bilan berilgan sirtning Evklid va Galiley fazolarida tenglamalarning biri ikkinchisidan farq qilishini ko'rish mumkin.

Ammo bu ikki fazoda aylanma sirt tenglamalari ustidagi asimptotik chiziq tenglamalari o'zgarmaydi. Chunki normal kesim egriligi nolga tengligidan foydalansak

$$II = \frac{-\varphi''(u)}{\sqrt{1+\varphi'^2(u)}}du^2 + \frac{\varphi(u)}{\sqrt{1+\varphi'^2(u)}}dv^2 \text{ va}$$

$$II = \varphi''(u)du^2 - \varphi(u)dv^2$$

har ikki tenglamada ham o'ng tomondagi ifodalar nolga teng bo'ladi.

Bundan esa

$$\varphi''(u)du^2 - \varphi(u)dv^2 = 0 \qquad (3)$$

tenglamaning yechimi asimptotik chiziqlar bo'lishini ko'rish mumkin.

Ana endi Galiley fazosidagi aylanma sirtlar ustida egriligi o'zgarmas bo'lgan sirtlarga qaraymiz. Ma'lumki Yevklid fazosida egriligi o'zgarmas sirtlar haqida yetarlicha ma'lumot mavjud. Misol uchun Sfera, psevdosfera kabi sirtlarning har bir nuqtasida to'la egriligi o'zgarmas son ya'ni: sfera uchun $K = \frac{1}{R^2}$ va psevdosfera uchun $K = -\frac{1}{R^2}$ bo'ladi. Xuddi shu kabi Galiley fazosida ham aylanma sirtlar ichidan egriligi o'zgarmas sirtlar tushunchasi keltirilgandir[1].

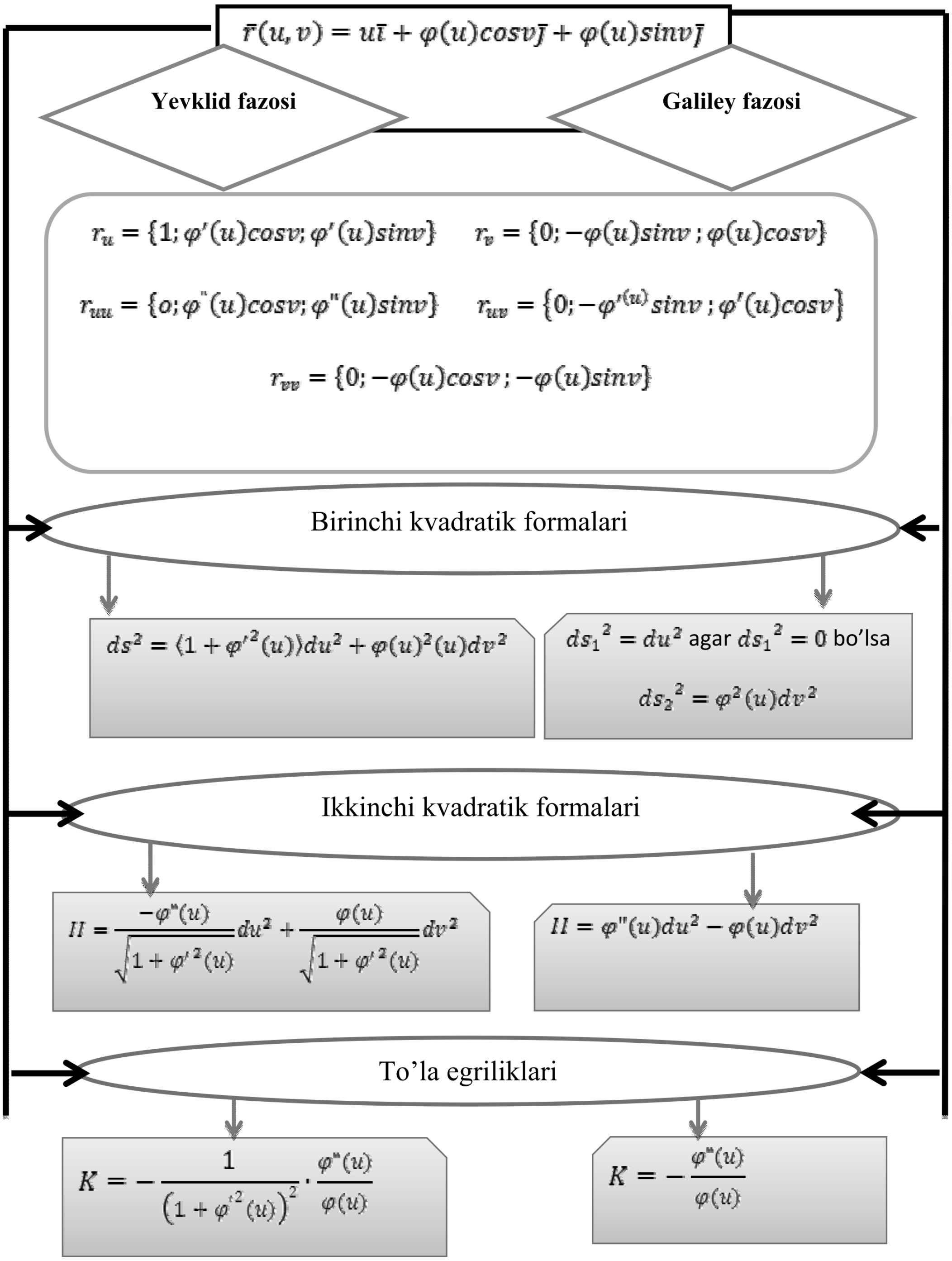
Quyidagi sxemada Galiley fazosida egriligi o'zgarmas bo'lgan egarsimon va qavariq sirtlarning tenglamalarini va egriligi o'zgarmas bo'lgan egarsimon va qavariq sirtlarning formulalarini keltiramiz.

2-sxemada berilgan aylanma sirtlarning to'la egriligi sirtning har bir nuqtasida o'zgarmas songa teng bo'ladi. Biz bu yerda $K = 0$ bo'lgan xolni qaramadik ya'ni yoyiluvchi sirtlarning to'la egriligi har doim nol bo'lishi ravshan.

---

[1] Artikbayev A., Safarov.T.N. Properties of saddle surfaces of Galilean space. Physical and mathematical Sciences. 2020 No 3.

1-sxema. Galiley fazosidagi aylanma sirtning umumiy formulalari.



Dars mashg'ulotlarida aylanma sirtlar mavzusini o'qitishning o'ziga xos jihatlari.

Sirtlar nazariyasini o'rganishda talaba bilish kerak bo'lgan sirt haqidagi bilim, ko'nikma va malakalarni shakllantirish uchun ularda avvalo mavzuga so'ngra fanga qiziqshini orttirish talab e'tiladi.

Bu jarayonning ta'sirida talabaning aqliy kamolotini, bilish qobiliyatini, o'qishga, mehnatga bo'lgan munosabatini rivojlantirish va yangi pog'onaga ko'tarish asosiy masalalardan biridir. Aynan ta'limning rivojlantiruvchi xususiyatini ikki darajaga ajratib tahlil qilish mumkin[1].

(2-sxema)

[1] Ishmuxamedov R., Abduqodirov A.,Pardaev A. Ta'limda innovasion texnolo-giyalar. // Toshkent. «Iste'dod» 2008. 24-b.

2-sxema. Egriligi oʻzgarmas aylanma sirtlarning tasnifi.

$$K = -\frac{\varphi''(u)}{\varphi(u)}$$

Egarsimon sirt $\varphi(u)$lar

$$K < 0,\ \ \varphi''(u) - c^2\varphi(u) = 0$$

Qavariq sirtlar

$$K > 0,\ \ \varphi''(u) + c^2\varphi(u) = 0$$

Yechim:

$$\varphi(u) = c_1 e^{cu} + c_2 e^{-cu}$$

Yechim:

$$\varphi(u) = c_1 coscu + c_2 sincu$$

Aylanma egarsimon sirt:

$$\bar{r}(u, v) = u\bar{\imath} + (c_1 e^{cu} + c_2 e^{-cu})cosv\bar{\jmath} + (c_1 e^{cu} + c_2 e^{-cu})sinv\bar{\jmath} \quad (4)$$

Aylanma qavariq sirt:

$$\bar{r}(u, v) = u\bar{\imath} + (c_1 coscu + c_2 sincu)cosv\bar{\jmath} + (c_1 coscu + c_2 sincu)sinv\bar{\jmath} \quad (5)$$

Yuqoridagi fikrlarga tayanib “Aylanma sirtlar” mavzusini rivojlantirishni quyidagicha tahlil qilamiz.

1-rivojlanish (zaruriy). Ushbu mavzudagi tushunchalar boʻyicha yaʼni talabaning bugungi oʻquv jarayonigacha boʻlgan tayyorgarlik darajasidir. Bunda talaba sirt haqida umumiy tushunchaga ega boʻlishi, sirtning berilish usullarini va galiley fazosidagi metrika va galiley fazosidagi sirtlarning berilish usullari haqida bilish kerak boʻladi.

2-rivojlanish (yuqori darajadagi). Boshqacha qilib aytganda, shu dars davomida koʻtarilish kerak boʻlgan darajadir. Masalan, talaba hozircha qila olmaydigan, lekin koʻmak vositasida eplay oladigan ishdir. Misol uchun unga qoʻyiladigan topshiriq “Evklid fazosidagi psevdosferani galiley fazosidagi tenglamalarini topish” kabi masalalar berilishi mumkin. Maʼlumki psevdosfera aylanma sirtdir. Uning Yevklid fazosidagi tenglamasini qanday qilib Galiley fazosidagi tenglamasiga aylantirish mumkin boʻladi? kabi quyiladigan masalalarni yechishga qaratish.Talaba ana shu oʻzi uchun yangi boʻlgan va bajarishga kuchi yetadigan vazifani bajarish davomida ikkinchi darajaga koʻtariladi. Lekin bu vazifa talabaning taraqqiyot zonasida joylashgan boʻlishi shart, aks holda rivojlanishga erishish qiyin.

Yaqinlashib qolgan taraqqiyot zonasiga kirgan har narsa taʼlim jarayonida zarur rivojlanish darajasiga oʻtadi. Bu bilan talaba sirtlar mavzusidagi bilimlarini kengaytirib tasavvur dunyosini boyitib borishga xizmat qiladi.

Mavzuning ana shu yuqorida sanab oʻtilgan xususiyatlarini hisobga olgan holda talabaning bunga amal qilish qoidalarini hisobga olib dars mashgʻulotlarini oʻtish shubhasiz taʼlim samaradorligini oshirishga xizmat qiladi.

Xulosa.

Galiley fazosida aylanma sirtlarni oʻrganishda quyidagi xulosalarga erishildi:

1) Evklid fazosidagi aylanma sirtlarning Galiley fazosidagi aylanma sirtlarning tenglamalarining farqi

2) Ikkita fazodagi aylanma sirtlarning umumiy jihatlari

3) Galiley fazosida profil chiziqni faqat Ox o'qi atrofida aylantirish mumkinligi;

4) Aylanma egarsimon va aylanma qavariq sirtlarning ikkita fazodagi geometriyasi;

5) Galiley fazosidagi egriligi o'zgarmas sirtlarining Yevklid fazosidagi egriligi o'zgarmas sirtlardan farqli ekanligi

6) Galiley fazosidagi aylanma sirtlarning geometrik xossalarinng tavsifini o'rganish metodikasida analogiyadan foydalanish.

"Aylanma sirtlar" mavzusini o'qitish jarayonida belgilangan maqsadga erishish uchun bir qator vazifalarni bajarish uchun takliflar:

1. Talabalarda "Aylanma sirtlar" haqida bilim, ko'nikma va malakalarni hosil qilish.

2. Talabalarda "Aylanma sirt" tenglamalarining ikkita fazodagi ifodalanishini bilish, farqlash, "Aylanma sirt" tenglamalarining xususiy hollarini keltirib chiqarish.

3. Talabalarda "Aylanma sirt" tenglamalaridan ularning birinchi va ikkinchi kvadratik formalarini, to'la va o'rta egriliklarini, asimptotik chiziqlarini va boshqa geometrik xossalarini o'rganish.

4. Talabalarning Noyevklid geometriyaga mos ichki imkoniyatlarini, qobiliyatlarini va iste'dodlarini ochish hamda o'stirish.

Foydalanilgan adabiyotlar ro'yhati:

1. Sh.M. Mirziyoyev. Yangi O'zbekiston taraqqiyoti strategiyasi. - Toshkent: "O'zbekiston nashriyoti" 2022 y. 416 b.
2. Artikbayev A., Xatamov I. Tekislikda to'qqiz geometriya. – Toshkent: 2021.154 bet
3. Погорелов А.В. Внешняя геометрия выпуклых поверхностей. – М.: Издательство «Наука», Главная редакция физико-математической литературы, 1969. 760 с.
4. Позняк Э.Г., Шикин Е.В. Дифференциалная геометрия. – М.: издательство Московского университета, 1990. 390 с.
5. Розенфельд Б.А. Многомерные пространства. - М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1966. 648 с.
6. Артикбаев А., Соколов Д.Д. Геометрия в целом в пространстве-время. – Ташкент: издательство "Наука". 1991. 179 с.
7. Kurudirek A. Methods of using non-Euclidean geometry concepts in the educational process. Bull. Inst. Math., 2022, Vol.5 pp/1-5.
8. Artikbayev A., Safarov.T.N. Properties of saddle surfaces of Galilean space. Physical and mathematical Sciences. 2020 No 3.
9. Artikbayev A., Safarov T.N., Sobirov J.A.. Features of the Galilean Space Geometry. Jour of Adv Research in Dynamical & Control Systems, Vol. 12, No. 5, 2020.
10. Яглом И.М. Принцип относительности галилеевой и неевклидовой геометрии.// Наука, Москва, 394 с. 1969 г
11. Ishmuxamedov R., Abduqodirov A.,Pardaev A. Ta'limda innovasion texnologiyalar. – Toshkent: «Iste'dod» 2008. 24-b.