

**O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY VA O'RTA MAXSUS
TA'LIM VAZIRLIGI**

Guliston Davlat Universiteti



Matematika kafedrası

**« ANALITIK GEOMETRIYA » fanidan
o'quv-uslubiy**

MAJMU'A

Bilim sohasi: 500000-Tabiiy fanlar, matematika va statistika

Talim sohasi: 540000- Matematika va statistika

Talim yonalishi: 60540100- Matematika

Guliston 2022

Analitik geometriya fanining o'quv-uslubiy majmuasi. Uslubiy qo'llanma.

– Guliston. GulDU 2022 . ____ bet.

Ushbu majmuada «Analitik geometriya» fanining maqsadi va vazifalari, fanni o'zlashtirishga qo'yilgan talablar, fan bo'yicha o'quv mashg'ulotlari turlari va ularning hajmi (soatlarda), fanning mazmuni, fan bo'yicha talabalar o'zlashtirishining nazorati, fanning o'quv, o'quv-uslubiy qo'llanmalar bilan ta'minlanganlik darajasi, fanni o'zlashtirish uchun kerakli jihozlar va (asbob uskunalar) apparatura, o'qituvchilar uchun uslubiy tavsiyalar, talabalarning mustaqil ishini bajarish bo'yicha uslubiy tavsiyalar, mustaqil ishlarni bajarish bo'yicha eslatmalar, mustaqil ishlarni bajarish uchun o'quv - uslubiy qo'llanmalar keltirilgan. Shuningdek, oraliq nazoratlar uchun savollar va variantlar namunalari, yakuniy nazorat uchun nazariy savollar va variantlar namunalari, test savollari, mustaqil (individual) bajariladigan kontrol ishlar, «Analitik geometriya» fanidan ma'ruza darsi ishlanmasi namunasi, «Analitik geometriya» fanidan amaliy mashg'ulot darsi ishlanmasi namunasi ilovalar shaklida berilgan.

TUZUVCHILAR:

**A.R.Nurbayev
S.Xolboyev**

Taqrizchilar:

**dots. T.Jorayev
dots. O.G.Gaymnazarov**

Guliton Davlat Universiteti, 2022

M u n d a r i j a

1. Fanning maqsadi va vazifalari.....	5
1.1. Fanning maqsadi (5). 1.2. Fanning vazifalari (5).	
2. Fanni o'zlashtirishga qo'yilgan talablar.....	5
2.1. Fanning o'zlashtirish darajasi (saviyasi) (5). 2.2. Fanning avvalgi o'rganilgan fanlar bilan bog'liqligi (6).	
3. Fan bo'yicha o'quv mashg'ulotlari turlari va ularning hajmi (soatlarda).....	6
4. Fanning mazmuni.....	7
4.1. Fanning bo'limlar bo'yicha mazmuni (1-semestr uchun) (7). 4.2. Fanning bo'limlari va mashg'ulot turlari (1-semestr uchun, soatlarda) (9). 4.3. Fanning mashg'ulotlar bo'yicha mazmuni (9). 4.3.1 Ma'ruzalar (1-semestr uchun ishchi reja) (9). 4.3.2. Amaliy mashg'ulotlar va seminarlar (1-semestr uchun) (13). 4.4. Fan bo'yicha talabalarning auditoriyadan tashqarida bajariladigan mustaqil ishlari (1-semestr uchun) (17).	
5. Fan bo'yicha talabalar o'zlashtirishining nazorati.....	21
5.1. Talabalar o'zlashtirishining nazorati (21). 5.1.1. Talabalar mustaqil ishi bajarilishining nazorati (21). 5.1.2.. Talabalar o'zlashtirishining joriy nazorati grafigi (21). 5.1.3. Talabalar mustaqil ishlari grafigi (22). 5.2. Talabalar bilimi (o'zlashtirishi)ning oraliq va yakuniy nazorati grafigi (22). 5.3. Matematik analiz fani bo'yicha reyting nazoratlari jadvali (22). 5.3.1. Texnologik xarita (22) 5.3.2. JB lar uchun ajratilgan maksimal ballning taqsimlanishi (maks.b.=45, sar.b.=25)(24). 5.3.3. OB lar uchun ajratilgan maksimal ballning taqsimlanishi (maks. b.=40, sar.b.=22)(25). 5.3.4. YaB uchun ajratilgan maksimal ballning taqsimlanishi (maks. b.=15, sar.b.=8,5)(26).	
6. Fanning o'quv, o'quv-uslubiy qo'llanmalar bilan ta'minlanganlik darajasi.....	26
6.1. Asosiy adabiyotlar (26). 6.2. Qo'shimcha adabiyotlar (26). 6.3. Kafedra tomonidan tavsiya qilingan qo'shimcha adabiyotlar (27). 6.4. Davriy nashrlar (27). 6.5. Internet resurslari (27).	
7. Fanni o'zlashtirish uchun kerakli jihozlar va (asbob uskunalar) apparatura.....	28
8. O'qituvchilar uchun uslubiy tavsiyalar.....	28
8.1. Amaliyot darslari va uy vazifalari uchun topshiriqlar (28).	
9. Talabalarning mustaqil ishini bajarish bo'yicha uslubiy tavsiyalar.....	32

9.1. Mustaqil ishning turlari (32). 9.2. Ma'ruza, uni eshitish va yozib olish haqida (33). 9.3. Amaliy mashg'ulot, unga tayyorlanish haqida (34). 9.4. Amaliy mashg'ulotlar, uy vazifalari va kontrol ishlar uchun berilgan materiallardan foydalanish (34). 9.5. Talabalarning fanni mustaqil o'rganish faoliyati dasturi (35)

10. Mustaqil ishlarni bajarish bo'yicha eslatmalar.....36

10.1. Talabalar mustaqil ishlari bo'yicha konsultasiyalar jadvali (36).

11. Mustaqil ishlarni bajarish uchun o'quv - uslubiy qo'llanmalar.....36

Ilovalar:

1-ilova. Oraliq nazoratlar uchun savollar va variantlar namunalari.....37

2-ilova. Yakuniy nazorat uchun nazariy savollar va variantlar namunalari....51

3- ilova. Test savollari64

4- ilova. Mustaqil (individual) bajariladigan kontrol ishlar77

5-ilova. «Analitik geometriya» fanidan ma'ruza darsi ishlanmasi

namunasi.....91

6-ilova. « Analitik geometriya » fanidan amaliy mashg'ulot darsi ishlanmasi

namunasi.....107

Fanning maqsad va vazifalari

1.1. Fanning maqsadi

Фаннинг асосий мақсади талабаларда геометрияда алгебраик методларни тадбиқ қилиш кўникмаларини шакллантиришдан иборатдир. Аналитик геометрия курси алгебра курси билан чамбарчас боғлангандир. Бу курсда иккинчи даражали алгебраик тенгламалар билан аниқланувчи чизиқлар ва сиртлар ўрганилади.

1.2. Fanning vazifalari

- talabalarga аналитик геометрия фанига oid bilimlar berish;
- olgan nazariy bilimlarini amaliyotga qo'llay bilishga o'rgatish;
- ularni abstract fikrlash madaniyatini yuksak pog'onalarga ko'tarish.

2. Fanni o'zlashtirish bo'yicha talablar¹

2.1. Fanni o'zlashtirish darajasi (saviyasi)

1. Аналитик геометрия fanida векторлар назарияси, текисликда тўғри чизиқлар ва уларнинг ўзаро вазияти, фазода текислик тенгламалари ва уларнинг ўзаро вазиятлари, фазода тўғри чизиқ тенгламалари, фазода тўғри чизиқ ва текисликларнинг ўзаро вазияти, иккинчи тартибли чизиқлар, эллипс, гиперболола, парабола тенгламалари ва уларнинг қутб цилиндрик сферик координаталар системасидаги кўринишлари, иккинчи тартибли сиртлар умумий тенгламаси, гиперболоид, параболоид тенгламалари ва ularga oid bo'lgan masalalar haqida **tasavvurga ega bo'lishi;**

2. Matematikada аналитик геометрияning tutgan o'rni beqiyos. Ko'pgina matematik ob'ektlar (matematik analizning kўpкаррали интегралларини ҳисоблашда, дифференциал геометрия)ni o'rganishda, avvalo ularga mos keladigan geometrik tuzilmalar tuzib olinishini **bilishi va ulardan foydalana olishi;**

3. O'z navbatida аналитик геометрия fani ham o'zining rivojlanishida matematikaning boshqa bo'limlaridan foydalanadi. Masalan, дифференциал геометрияning шакллантириш **ko'nikmalariga ega bo'lishi shart.**

¹ Ushbu bandda fanning barcha bo'limlarini (1-4 semestrlar) o'zlashtirish bo'yicha talablar to'la keltirilmoqda.

2.2. Avval o'rganilgan fanlar bilan bog'liqligi:

Akademik litsey va kollejlarda matematikasi.

3. Fan bo'yicha o'quv mashg'ulotlari turlari va ularning hajmi (soatlarda)

O'quv mashg'ulotlari turi	Jami	Semestrlar			
		1	2	3	4
Fan bo'yicha umumiy soatlar hajmi	309	188	121	-	-
Auditoriya mashg'ulotlari	152	92	60	-	-
Ma'ruzalar	76	46	30	-	-
Amaliy mashg'ulotlar (seminarlar)	76	46	30	-	-
Laboratoriya ishlari (Seminarlar)	-	-	-	-	-
Mustaqil ish	157	96	61	-	-
Baholash turlari		J.b. O.b. Ya.b.	J.b. O.b. Ya.b.		

4. Fanning mazmuni (1 – semestr uchun)

4.1. Fanning bo'limlar bo'yicha mazmuni (1-semestr uchun)

1-bo'lim. VEKTORLAR. KOORDINATALAR SISTEMALARI

Vektorlar ustida chiziqli amallar. Chiziqli erkli va chiziqli bog'lanishli vektorlar oilasi. Kollinearlik va komplanarlik. Bazis. Fazoda affin va dekart koordinatalar sistemasi. Vektorning koordinatalari. Koordinatalari bilan berilgan vektorlar ustida amallar. Vektorning moduli va yo'naltiruvchi kosinuslari. Vektorlarning skalyar ko'paytmasi. Chap va o'ng sistemalar. Vektorlarning vektor ko'paytmasi va aralash ko'paytmasi. Tekislikda va fazoda dekart koordinatalar sistemasini almashtirish.

2- bo'lim. TO'G'RI CHIZIQ VA TEKISLIK

Tekislikda va fazoda orientatsiya. Qutb, silindrik va sferik koordinatalar sistemasi. Fazoda tekislik va to'g'ri chiziq tenglamalari. Tekislik va to'g'ri chiziqlarning o'zaro vaziyati. Fazoda tekisliklarning o'zaro vaziyati. Fazoda to'g'ri chiziqlarning o'zaro vaziyati. Tekislikda to'g'ri chiziq tenglamalari.

3- bo'lim. IKKINCHI TARTIBLI CHIZIQLAR

Ellips, giperbola, parabola va uning kanonik tenglamalari. Konik kesimlar. Ellips, parabola va giperbolaning qutb koordinatalar sistemasidagi tenglamalari. Ikkinchi tartibli chiziqlarning umumiy tenglamasi. Ikkinchi tartibli chiziq markazi. Markaziy va nomarkaziy chiziqlar. Ikkinchi tartibli chiziq va to'g'ri chiziqning o'zaro vaziyati. Asimptotik va noasimptotik yo'nalishlar. Ikkinchi tartibli chiziqlarning urinmasi. Maxsus yo'nalishlar. Ikkinchi tartibli chiziq diametri qo'shma yo'nalishlar va qo'shma diametrlar. Ikkinchi tartibli chiziqlar umumiy tenglamalarini soddalashtirish. Markaziy chiziqning tenglamasini kanonik ko'rinishga keltirish. Nomarkaziy chiziq tenglamasini kanonik ko'rinishga keltirish.

4- bo'lim. IKKINCHI TARTIBLI SIRTLAR

Sfera, ellipsoid, giperboloid va paraboloidning kanonik tenglamalari. Silindrik, konus va to'g'ri chizikli sirtlar. Bir pallali giperboloid va giperbolik paraboloidning to'g'ri chizikli yasovchilari. Sfera va ellipsoidning urinma tekisligi tenglamalari.

5- bo'lim. CHIZIQLI FAZO

Chizikli fazoda bazis. Affin fazolarda to'g'ri chiziq va tekislik. Chizikli fazoda skalyar ko'paytma va ortonormal bazis. Evklid fazosi.

4.2. Fanning bo'limlari va mashg'ulot turlari (1-semestr uchun, soatlarda)

Fanning bo'limlari	Jami	Soatlar miqdori			
		Mustaqil ish	Auditoriya mashg'ulotlari		
			Ma'ruzalar	Amaliy mashg'ulotlar	Seminar
1-bo'lim. Vektorlar. Koordinatalar sistemalari.	66	34	16	16	-
2-bo'lim. To'g'ri chiziq va tekislik.	90	46	22	22	-
3-bo'lim. Ikkinchi tartibli chiziqlar.	100	50	25	25	-
4-bo'lim. Ikkinchi tartibli sirtlar.	34	18	8	8	-
5-bo'lim. Chiziqli fazo	21	11	5	5	-
Jami	311	159	76	76	-

4.3. Fanning mashg'ulot turi bo'yicha mazmuni (1-semestr uchun)

4.3.1. Ma'ruzalar (1-semestr uchun ishchi reja)

№	Ma'ruzaning nomi	Soatlar miqdori	Mustaqil ish	Adabiyotlar (raqami va sahifa)
1-bo'lim.	VEKTORLAR. Koordinatalar sistemalari	16		
1-ma'ruza	Vektorlar ustida chiziqli amallar.	2		[1], 6-11 b, [6], 9-11 b.
2- ma'ruza	Chiziqli erkli va chiziqli bog'lanishli vektorlar oilasi. Kollinearlik va komplanarlik.	2		[1], 21-34 b, [6], 11-13 b.
3-ma'ruza.	Bazis. Fazoda affin va dekart koordinatalar sistemasi	2		[1], 34-38 b, [6], 13-16 b.
4-ma'ruza.	Vektorning koordinatalari.	2		[1], 38-54 b, [2], 16-31 b.
5-ma'ruza.	Koordinatalari bilan berilgan vektorlar ustida amallar. Vektorning moduli va yo'naltiruvchi kosinuslari	2		[6], 19-24 b, [1], 35-38 b.
6-ma'ruza.	Vektorlarning skalyar ko'paytmasi.	4		[6], 12-15 b

	Chap va o'ng sistemalar. Vektorlarning vektor ko'paytmasi va aralash ko'paytmasi.			
7-ma'ruza.	Tekislikda va fazoda dekart koordinatalar sistemasini almashtirish	2		[1],7-13b, [6] 4-9 b,
2-bo'lim.	To'g'ri chiziq va tekislik	30		[1],72-81 b, [6], 16-31 b.
8-ma'ruza.	Tekislikda va fazoda orientatsiya	2		[1], 81-86 b, [3], 46-56 b
9-ma'ruza.	Qutb, silindrik va sferik koordinatalar sistemasi.	2		[6], 7-9 b,
10-ma'ruza.	Fazoda tekislik va to'g'ri chiziq tenglamalari	6		[1], 72-86, 98-101 b, [8], 64-69, 76-84 b, [18], 35-38 b. [6], 104-106 b.
11-ma'ruza.	Tekislik va to'g'ri chiziqlarning o'zaro vaziyati	4		[1], 86-98,101-108 b, [6], 31-36 b.
12-ma'ruza.	Fazoda tekisliklarning o'zaro vaziyati	2		[6], 36-39 b.
13-ma'ruza	Fazoda to'g'ri chiziqlarning o'zaro vaziyati	2		[1], 109-126 b, [6], 39-44 b.
14-ma'ruza.	Tekislikda to'g'ri chiziq tenglamalari	4		[1], 121-126 b, [6], 47-58 b.
15-ma'ruza.	Ellips, giperbola, parabola va uning kanonik tenglamalari	4		[1], 127-142 b, [6], 44-48 b.
16-ma'ruza.	Konik kesimlar	2		[6], 48-52 b.
17-ma'ruza.	Ellips, parabola va giperbolaning qutb koordinatalar sistemasidagi tenglamalari	2		[6], 52-56 b. [3], 144-158 b.
18-ma'ruza.	Ikkinchi tartibli chiziqlarning umumiy tenglamasi	1		[6], 56-61 b.
19-ma'ruza.	Ikkinchi tartibli chiziq markazi	1		[6],52-56b.
20-ma'ruza.	Markaziy va nomarkaziy chiziqlar.	2		[1], 44-48 b. [6], 166-173 b.
21-ma'ruza.	Ikkinchi tartibli chiziq va to'g'ri chiziqning o'zaro vaziyati	2		[3], 52-56 b. [6], 144-158 b.
22-ma'ruza.	Asimptotik va noasimptotik yo'nalishlar	1		[6], 56-61 b.

23-ma'ruza.	Ikkinchi tartibli chiziqlarning urinmasi	2		[6],52-56b.
24-ma'ruza.	Maxsus yo'nalishlar	1		[4], 44-48 b. [2], 166-173 b.
25-ma'ruza.	Ikkinchi tartibli chiziq diametri qo'shma yo'nalishlar va qo'shma diametrlar	2		[6], 52-56 b. [3], 144-158 b.
26-ma'ruza.	Ikkinchi tartibli chiziqlar umumiy tenglamalarini soddalashtirish	2		[6], 56-61 b.
27-ma'ruza.	Markaziy chiziqning tenglamasini kanonik ko'rinishga keltirish.	2		[6],52-56b.
28-ma'ruza.	Nomarkaziy chiziq tenglamasini kanonik ko'rinishga keltirish	1		[1], 44-48 b. [6], 166-173 b.
3-bo'lim.	IKKINCHI TARTIBLI SIRTLAR	8		
29-ma'ruza.	Sfera, ellipsoid, giperboloid va paraboloidning kanonik tenglamalari	3		[6], 54-58 b. [3], 144-158 b.
30-ma'ruza.	Silindrik, konus va to'g'ri chiziqli sirtlar	2		[6], 58-64 b.
31-ma'ruza.	Bir pallali giperboloid va giperbolik parabolidning to'g'ri chiziqli yasovchilari	2		[6],64-67b.
32-ma'ruza.	Sfera va ellipsoidning urinma tekisligi tenglamalari	1		[1], 64-67 b. [6], 178-183 b.
4-bo'lim.	CHIZIQLI FAZO	5		
33-ma'ruza.	Chiziqli fazoda bazis.	1		
34-ma'ruza.	Affin fazolarda to'g'ri chiziq va tekislik	2		
35-ma'ruza.	Chiziqli fazoda skalyar ko'paytma va ortonormal bazis	1		
36-ma'ruza.	Evklid fazosi	1		
	JAMI	76		

4.3.2. Amaliy mashg'ulotlar va seminarlar (1-semestr uchun ishchi reja)

No	Amaliy mashg'ulot mavzusining nomi	Soatlar miqdori	Mustaqil ish	Adabiyotlar (raqami va sahifa)
	1-Modul. Vektorlar. Koordinatalar	16	34	

	sistemalari.			
1	Vektorlar ustida chiziqli amallar.	2	4	
2	Chiziqli erkli va chiziqli bog'lanishli vektorlar oilasi. Kollinearlik va komplanarlik.	2	6	
3	Bazis. Fazoda affin va dekart koordinatalar sistemasi	2	4	
4	Vektorning koordinatalari.	2	2	
5	Koordinatalari bilan berilgan vektorlar ustida amallar. Vektorning moduli va yo'naltiruvchi kosinuslari	2	4	
6	Vektorlarning skalyar ko'paytmasi. Chap va o'ng sistemalar. Vektorlarning vektor ko'paytmasi va aralash ko'paytmasi.	4	6	
7	Tekislikda va fazoda dekart koordinatalar sistemasini almashtirish	2	8	
	2-Modul. To'g'ri chiziq va tekislik	22	46	
8	Tekislikda va fazoda orientatsiya	2	4	
9	Qutb, silindrik va sferik koordinatalar sistemasi.	2	6	
10	Fazoda tekislik va to'g'ri chiziq tenglamalari	6	8	
11	Tekislik va to'g'ri chiziqlarning o'zaro vaziyati	4	6	
12	Fazoda tekisliklarning o'zaro vaziyati	2	6	
13	Fazoda to'g'ri chiziqlarning o'zaro vaziyati	2	8	
14	Tekislikda to'g'ri chiziq tenglamalari	4	8	
	Ikkinchi tartibli chiziqlar	8	16	
15	Ellips, giperbola, parabola va uning kanonik tenglamalari	4	4	
16	Konik kesimlar	2	6	
17	Ellips, parabola va giperbolaning qutb koordinatalar sistemasidagi tenglamalari	2	6	

MA'RUZALAR

Mavzu 1. Vektorlar ustida chiziqli amallar

Ma`ruzaga reja-topshiriqlar

Fan: Analitik geometriya

O'quv soati: 2 soat (ma`ruza);

O'quv mashg'uloti turi: ma`ruza; yangi bilimlarni mustahkamlash va o'rganish.

Ma`ruza rejasi:

1. Vektor tushunchasi.
2. Vektorlarni qo'shishning paralelogram usuli.
3. Vektorlarni qo'shishning uchburchak usuli.
4. Ta'riflar.

O'quv mashg'uloti maqsadi:

O'quv fani to'g'risida umumiy ta'surotlar berish, Vektorlar va ularning keyinchalik kasbiy faoliyatidagi roli.

O'quv mashg'uloti masalalari:

- *O'rgatuvchi:* talabalarda qabul qilish faoliyatini tashkil qilish, yangi materialni boshlang'ich esda qoldirish va anglash; Analitik geometriyaning terminlari, iboralarni xarakterlovchi elementlar; talabalarning matematik firlashini rivojlantirish muammoli masalalarni yechimini mahoratini oshirish; matematik masalalarni yechishda matematik simvollarning hususiyatlari bilan tanishtirish;
- *Rivojlantiruvchi:* kitob matni bilan ishlay bilishligi – mag'zlarini tanlab olish, tahlil qilish; gaplar tuzish, hulosa chiqarish, materialni talabalarning izlash faoliyatini stimullashtirish; hususiydan umumiy holga o'tish usuli bilan tekshirish; tekshirish natijalarini tahlil qilib va uni umumlashtira olishini rivojlantirish; analitik-sintetik faoliyatning mantiqiy fikrlashini qo'llash; talabalarning ijodiy mahoratini shakillantirish;
- *Tarbiyalovchi:* aktiv faoliyatga, mustaqil ishga jalb qilish; guruhlarda ishlash qoidalariga rioya qila olish; fanni o'rganishga qiziqishni rivojlantirish; Vektorlar nazariyasini Analitik geometriya kursni bir qismi sifatida tassavur berish; javobgarlik tuyg'ularini tarbiyalash, mehnatsevarlik, individual ishni jamoaviy ish bilan biriktirish, intizomlashtirish.

O'qitish texnologiyasi:

- *O'qitish usullari:* instruktaj; Ma`ruza, aqliy hujum, "Insert" texnikasi;
- *O'qitish shakillari:* frontal; jamoaviy;
- *O'qitish vositalari:* Ma`ruza matni; jadvallar, multimediya;
- *O'qitish sharoitlari:* texnik jihozlashtirilgan auditoriya;
- *Baholash va monitoring:* o'g'zaki savol-javob, blits-so'rov.

Pedagogik masalalar:

- Fanning masalalari va uning o'quv fanlar sistemasidagi o'rni va roli bilan tanishtirish;
- O'quv fanning tuzulmasi va tavsiya etiladigan o'quv-metodik adabiyotlarni tasvirlash;
- Fan sohasida metodik va tashkiliy xususiyatlarini ochib berish, baholash shakli va muddatlari;
- Fan ma`ruzasi paytida o'qitish jarayonini tashkil qilishning umumiy bosqichlarini xarakterlab berish va umumiy sxemasini tushuntirish.
- O'qitish texnologiyasi rivojlanishi perspektivasini xarakterlab berish;

O'quv faoliyati natijalari:

- Fan ma`ruzasi masalalari, maqsadlari va nomlari shakillanadi;
- Matematik fizika tenglamalari doirasidagi yutuqlar yoritiladi;
- Fan sohasida metodik va tashkiliy xususiyatlari hamda baholash shakli va muddatlari aytiladi

- Fan ma`ruzasida o`qitish jarayonini tashkil qilishning umumiy sxemasini kengaytirib xarakterlab beradi;
- Fanning asosiy ta`riflarini beradi, Matematik fizika tenglamalari fani ma`ruzalarining asosiy yo`nalishlari beriladi;
- Nazariy bilimlarning to`liqligi, sistemaliyligi va harakatliyligi;
- Amaliy mag`ulotlarni bajarishda o`rganilgan iboralar bilan ishlay olishligi;

- **1.2. Ma`ruzaning xronologik xaritasi**

- **1 bosqich. O`quv mashg`ulotiga kirish (10 daqiqa):**

- *O`qituvchining faoliyati:* tayyorgarlikni tekshirish (davomat, konspektning borligi; o`ziga ishonch, aniqligi); kerakli materiallarni tarqatish (konspekt, tarqatma materiallar); ma`ruzaning mavzusi va maqsadini bayon qilish; o`quv mashg`ulotning rajasi bilan tanishtirish; kalit iboralar va so`zlar, kategoriyalar; internet saytlari va adabiyotlar ro`yhati; o`quv natijalari haqida aytish;
- *Talabalar faoliyati:* o`quv joyini tayyorlash (talabalar borligi; tashqi ko`rinish; o`quv materiallar va qo`llanmalar); ma`ruzaning mavzusi va maqsadi bilan tanishish; o`quv materialini qabul qilishga tayyorgarlik ko`rish;
- *Shakillar, usular, uslublar:* instruktaj; frontal so`rov; mustahkamlovchi so`rov.

- **2 bosqich. Asosiy qism (60 daqiqa):**

- *O`qituvchining faoliyati:* mavzuga kiritadi; yangi mavzuga doir o`tgan fanlar va mashg`ulotlarning mavzularini eslashga chorlaydi; ma`ruza matnini tarqatadi, tanishishni taklif etadi, "Insert" usuli bilan belgilar qo`yishni taklif etadi; birinchi savol bo`yicha matn o`qiladi; qo`shimcha o`quv materiallarini aytib boorish va tushuncha berish; natural obektlarni namnoyon qilish va izohlash; tushunarsiz savollarni aniqlash va tushintirish; birinchi savol bo`yicha nazar (shunday qilib qolgan savollarga ham);
- *Talabalar faoliyati:* yangi mavzuda doir oldingi mashg`ulotlarda va fanlarda olgan bilimlarni mustahkamlaydi; har bir kalit ibora va terminlarni eshitib, yozib borib, konspekt qilib aytib borishadi; "Insert" usuli bilan belgilan o`qiydilar, aniqlik kiritadilar, savollar beradilar va o`zaro;
- *Shakillar, usular, uslublar:* frontav so`rov blits-so`rov; aqliy hujum, "Insert" texnikasi.

- **3 bosqich. Yakunlovchi qisim (10 daqiqa)**

- *O`qituvchining faoliyati:* mavzu bo`yicha hulosa qilish, talabalarning e`tiborlarini asosiyalarda jalb qilish; qilingan ishning muhimligini aytib o`tish; alohida talabalarning bajarilgan ishlarini baholash; o`zaro baholashning natijalarini chiqarish; o`quv mashg`ulotning yutuqlik darajasini baholash va tahlil qilish; mustaqil ish uchun topshiriqlar; baho ko`rsatgichlari va me`zonlari;
- *Talabalar faoliyati:* ishning tahlili; natijalarni olish; texnologik bilimlarni qo`llash; o`zaro baholashni o`tkazish, yo`l qo`yilgan hatolar bo`yicha tahlil va aniqlik kiritish; mustaqil ish topshiriqlarini yozib olish;
- *Shakillar, usular, uslublar:* guruhlarda ishlash, kartochkalarda topshiriqlar.

1.3. O`quv-metodik materiallar

Ma`ruza rejasi:

1. Vektor tushunchasi.
2. Vektorlarni qo`shishning paralelogram usuli.
3. Vektorlarni qo`shishning uchburchak usuli.
4. Ta`riflar.

Kalit so'zlar: To'g'ri chiziq, kesma, yonaltiruvchi kesma, proeksiya, vektor

1.3.1. Ma'ruza matni

Yo'naltirilgan kesma *vektor* deyiladi.

Vektorni \vec{AB} belgi bilan belgilaymiz, bu erda: A va B nuqtalar mos ravishda berilgan kesmaning boshi va oxiri, yoki qalin a yoki b harflar bilan va nihoyat kursiv a yoki b harflar bilan belgilaymiz. Vektorning boshi uning *qo'yilgan* nuqtasi deb ataladi. $|\vec{AB}|$ va $|a|$ belgilar mos ravishda \vec{AB} va a vektorlarning uzunliklarini bildiradi. Agar vektorning boshi va oxiri ustma-ust tushsa, vektor *nol* vektor deyiladi. Agar vektorlar bir chiziqda yoki parallel chiziqlarda joylashsa, ular *kollinear* deyiladi.

Agar ikkita vektor kollinear bo'lib, bir xil uzunlik va bir xil yo'nalishga ega bo'lsa, ular *teng* deyiladi. Barcha nol vektorlar tengdir.

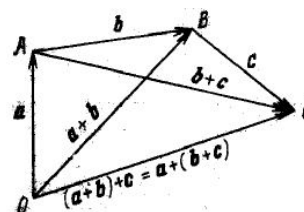
a vektor va R nuqta qanday bo'lishidan qat'iy nazar, a vektorga teng, boshi R nuqtada bo'lgan yagona \vec{PQ} vektor mavjud bo'ladi.

1-ta'rif. Ikkita a va b vektorlarning $a + b$ yig'indisi deb, shunday vektorga aytiladiki, u b vektor a vektorning oxiriga qo'yilgan holda a vektorning boshidan b vektorning oxiriga yo'nalgan bo'ladi.

Vektorlarni qo'shishning bu qoidasi uchburchak qoidasi deb ataladi. Bundan tashqari, parallelogramm qoidasi ham o'rinli: agar a va b vektorlar boshlari umumiy nuqtaga qo'yilgan va ularga parallelogramm qurilgan bo'lsa, u holda, vektorlarning $a + b$ yig'indisi qurilgan parallelogramning a va b vektorlar umumiy nuqtasidan o'tuvchi diagonal bilan aniqlanadi.

Vektorlarni qo'shish qoidalarining xossalari haqiqiy sonlarni qo'shish qoidalarining xossalari bilan bir xil:

- 1) $a + b = b + a$ (o'rin almashtirish xossasi);
- 2) $(a + b) + c = a + (b + c)$ (guruhlash xossasi)
- 3) 0 vektor mavjudki, ixtiyoriy a vektor uchun $a + 0 = a$;
- 4) har bir a vektor uchun unga qarama-qarshi a' vektor mavjud va $a + a' = 0$.



Guruhlash xossas

2-ta'rif. a va b vektorlarning $a - b$ ayirmasi deb, shunday c vektorga aytiladiki, uning b vektor bilan yig'indisi a vektorga teng. Boshqacha aytganda, boshlari umumiy nuqtaga keltirilgan a va b vektorlarning $a - b$ ayirmasi ayriluvchi b vektorning oxiridan kamayuvchi a vektorning oxiriga yo'nalgan vektorni aniqlaydi.

Vektorni songa ko'paytirish amali quyidagi xossalarga ega:

- 5) $\alpha(a + b) = \alpha a + \alpha b$;
- 6) $(\alpha + \beta)a = \alpha a + \beta a$;
- 7) $\alpha(\beta a) = (\alpha\beta)a$.

Shunday qilib, vektorlar ustidagi chizikli amallar yuqorida ko'rsatilgan 1)-7) xossalarga ega. Bu barcha xossalarning o'rinliliigi ko'rinib turibdi yoki osongina isbot qilinadi.

$a = \vec{AB}$ vektorning yo'naltirilgan L to'g'ri chiziqqa *proeksiyasi* deb, shu to'g'ri chiziqdagi $\vec{A'B'}$ yo'naltirilgan kesmaning A' B' kattaligiga aytiladi, bu erda A' va B' mos ravishda A va B nuqtalarning L chiziqqa proeksiyalaridir. Proeksiya $np_L a$ kabi belgilanadi. L to'g'ri chiziqqa a

vektorning proektsiyasi a vektor uzunligi bilan a vektor L to'g'ri chiziq bilan tashkil qilgan φ burchak kosinusi ko'paytmasiga teng, ya'ni.

$$\text{pr}_L a = |a| \cdot \cos \varphi.$$

1.3.2-a. Frontal so'rov uchun savollar

1. Vektor deb nimaga aytiladi?
2. Vektorlarni qo'shishning parallelogram usuli?
3. Vektorlarni qo'shishning uchburchak usuli?

1.3.2-6. Blits-so'rov uchun savollar

1. Vektor bu nima va unga ta'rif bering?
2. Ikki vektorning yig'indisi qanday xossalarga ega?
3. Vektorlarni qo'shishning qanday usullari bor?

1.3.2-b. Og'zaki so'rov uchun savollar

4. Kesma bu nima?
5. Yo'naltiruvchi kesma.
6. Ikki vektorning yigindisini topishning qanday usullarini bilasiz?
7. Vektorlarning to'g'ri chiziqga proektsiyasi.

1.3.3. Mustaqil ish uchun topshiriqlar

- **takrorlash va mashqlar:** takrorlash, o'z-o'zini tekshirish, tahlil, qayta ishlash, mustahkamlash, eslab qolish, chuqurlashtirish;
- **yangi materiallarning mustaqil o'zlashtirish:** yangi adabiy va internet materiallar, konspekt qo'shimchasi; mustaqil iboralar tuzish;
- **ilmiy xarakterdagi ishlar:** muammoli holatlar, testlar, savollar, topshiriqlar tuzish; topshiriqlarni bajarish.

1.3.4. Kartochkalar uchun testlar

1.3.5. ekranga tayanch materiallarni ko'rsatish(slaydlar)

- Prezentatsiya

1.3.6. Tavsiya etilgan adabiyotlar

Asosiy

1. Ilin V.A., Poznyak E.G. Analiticheskaya geometriya. – M: Nauka, 1998.

2. Kletenik D.V., Sbornik zadach po analiticheskoy geometrii.-M.: GITTL. 1986.
3. A.R.Artikov. Analitik geometriya. Uslubiy qo'llanma. Samarqand 2006.

Qo'shimcha

1. Bugrov YA.S., Nikolskiy S.M. Elementy lineynoy algebrы i analiticheskoy geometrii. – M: Nauka, 1980.
2. Suberbiller O.N. Zadachi i uprajneniya po analiticheskoy geometrii.- M: 1931.
3. Gyunter N.M. i Kuzmin R.O. Sbornik zadach po visshey matematike. – M: 1958.

1.4. O'qitish usullari qoidalari

1.4.1. Aqliy hujum qoidalari

- Hech qanday o'zaro baholash va tanqid;
- Taklif etilayotgan g'oyalarni baholashdan o'zingni tiy, hatto ular fantastic va iloji yo'q bo'lsa ham – hammasi mumkin;
- Tanqid qilma – hamma aytilgan g'oyalar birhirda;
- Bayon qiluvchi gapini bo'lma;
- Izoh berishdan o'zingni tiy;
- Maqsad bu - miqdor;
- Qancha g'oyalar ko'p bo'lsa chuncha yaxshi: yangi va zarur g'oya tug'ulishi imkoniyati ko'proq
- Agar g'oyalar takrorlansa o'ksinma,
- Tasavvuringga erk ber;
- Senda yaralgan g'oyalarni tashlama, agal ular sening nazaringda qabul qilingan sxemaga tegishli bo'lmasa ham;
- Bu muammo aniq usullar bilan yechiladi deb o'ylama.

1.4.2. “Insert” texnikasi qoidalari

- Matndi o'qib, ularda savollat tug'dirayotgan joylarni, ularni bilimlariga mos kelayotgan va mos kelmayotgan joylarni qalam bilan belgilab qo'yiladi;
- “Insert” jadvalini quyidagi belgilashlar bilan to'ldirish:
 Agar «!» bo'lsa siz o'z bilimingizga yoki siz o'ylagan fikrga to'g'ri kelayotganini o'qiyapsiz;
 Agar «←» bo'lsa siz o'z bilimingizga yoki to'g'ri deb o'ylaganingizga mutlaqo zid bo'lganini o'qiyapsiz;
 Agar «+» bo'lsa siz o'qiyotganingiz siz uchun yangilik;
 Agar «?» bo'lsa, siz o'qiyotganingiz siz uchun tushunarsiz yoki siz bu savolga yanada ko'proq ma'lumotlar olishni istaysiz.

1.4.3. Guruhlarda ishlash qoidalari

- Hamma o'z do'stlarini tinglashi kerak, unga yaxshi munosabatda bo'lib hurmar ko'rsatishi kerak;
- Hamma aktiv harakat qilishi lozim; berilgan topshiriqqa nisbatan birgalikda va javobgarlik bilan ishlashi kerak;
- Har kim o'ziga kerak paytda yordam so'rashi kerak;
- Har kim undan yordam so'ralganda yordam ko'rsatishi kerak;
- Guruhning ish natijalarini baholashda ishtirok etishi lozim;
- Biz bir kadamiz, o'zgalarga yordam berib o'zimiz o'rganamiz, shuni har kim tushunishi lozim;

Mavzu 2. Chiziqli erkli va chiziqli bog'lanishli vektorlar oilasi. Kollinearlik va komplanarlik.

Ma`ruzaga reja-topshiriqlar

Fan: Analitik geometriya

O'quv soati: 2 soat (ma`ruza);

O'quv mashg'uloti turi: ma`ruza; yangi bilimlarni mustahkamlash va o'rganish.

Ma`ruza rejasi:

5. Vektor tushunchasi.
6. Vektorlarni qoshishning paralelogram usuli.
7. Vektorlarni qoshishning uchburchak usuli.
8. Ta'riflar.

O'quv mashg'uloti maqsadi:

O'quv fani to'g'risida umumiy ta'surotlar berish, Vektorlar va ularning keyinchalik kasbiy faoliyatidagi roli.

O'quv mashg'uloti masalalari:

- *O'rgatuvchi:* talabalarda qabul qilish faoliyatini tashkil qilish, yangi materialni boshlang'ich esda qoldirish va anglash; Analitik geometriyaning terminlari, iboralarni xarakterlovchi elementlar; talabalarning matematik firlashini rivojlantirish muammoli masalalarni yechimini mahoratini oshirish; matematik masalalarni yechishda matematik simvollarning hususiyatlari bilan tanishtirish;
- *Rivojlantiruvchi:* kitob matni bilan ishlay bilishligi – mag'zlarini tanlab olish, tahlil qilish; gaplar tuzish, hulosa chiqarish, materialni talabalarning izlash faoliyatini stimullashtirish; hususiydan umumiy holga o'tish usuli bilan tekshirish; tekshirish natijalarini tahlil qilib va uni umumlashtira olishini rivojlantirish; analitik-sintetik faoliyatning mantiqiy fikrlashini qo'llash; talabalarning ijodiy mahoratini shakillantirish;
- *Tarbiyalovchi:* aktiv faoliyatga, mustaqil ishga jalb qilish; guruhlarda ishlash qoidalariga rioya qila olish; fanni o'rganishga qiziqishni rivojlantirish; Vektorlar nazariyasini Analitik geometriya kursni bir qismi sifatida tassavur berish; javobgarlik tuyg'ularini tarbiyalash, mehnatsevarlik, individual ishni jamoaviy ish bilan biriktirish, intizomlashtirish.

O'qitish texnologiyasi:

- *O'qitish usullari:* instruktaj; Ma`ruza, aqliy hujum, "Insert" texnikasi;
- *O'qitish shakillari:* frontal; jamoaviy;
- *O'qitish vositalari:* Ma`ruza matni; jadvallar, multimediya;
- *O'qitish sharoitlari:* texnik jihozlashtirilgan auditoriya;
- *Baholash va monitoring:* o'g'zaki savol-javob, blits-so'rov.

Pedagogik masalalar:

- Fanning masalalari va uning o'quv fanlar sistemasidagi o'rni va roli bilan tanishtirish;
- O'quv fanning tuzulmasi va tavsiya etiladigan o'quv-metodik adabiyotlarni tasvirlash;
- Fan sohasida metodik va tashkiliy xususiyatlarini ochib berish, baholash shakli va muddatlari;
- Fan ma`ruzasi paytida o'qitish jarayonini tashkil qilishning umumiy bosqichlarini xarakterlab berish va umumiy sxemasini tushuntirish.
- O'qitish texnologiyasi rivojlanishi perspektivasini xarakterlab berish;

O'quv faoliyati natijalari:

- Fan ma`ruzasi masalalari, maqsadlari va nomlari shakillanadi;
- Matematik fizika tenglamalari doirasidagi yutuqlar yoritiladi;
- Fan sohasida metodik va tashkiliy xususiyatlari hamda baholash shakli va muddatlari aytiladi

- Fan ma`ruzasida o`qitish jarayonini tashkil qilishning umumiy sxemasini kengaytirib xarakterlab beradi;
- Fanning asosiy ta`riflarini beradi, Matematik fizika tenglamalari fani ma`ruzalarining asosiy yo`nalishlari beriladi;
- Nazariy bilimlarning to`liqligi, sistemaliyligi va harakatliyligi;
- Amaliy mag`ulotlarni bajarishda o`rganilgan iboralar bilan ishlay olishligi;

• 1.2. Ma`ruzaning xronologik xaritasi

• 1 bosqich. O`quv mashg`ulotiga kirish (10 daqiqa):

- *O`qituvchining faoliyati*: tayyorgarlikni tekshirish (davomat, konspektning borligi; o`ziga ishonch, aniqligi); kerakli materiallarni tarqatish (konspekt, tarqatma materiallar); ma`ruzaning mavzusi va maqsadini bayon qilish; o`quv mashg`ulotning rajasi bilan tanishtirish; kalit iboralar va so`zlar, kategoriyalar; internet saytlari va adabiyotlar ro`yhati; o`quv natijalari haqida aytish;
- *Talabalar faoliyati*: o`quv joyini tayyorlash (talabalar borligi; tashqi ko`rinish; o`quv materiallar va qo`llanmalar); ma`ruzaning mavzusi va maqsadi bilan tanishish; o`quv materialini qabul qilishga tayyorgarlik ko`rish;
- *Shakillar, usular, uslublar*: instruktaj; frontal so`rov; mustahkamlovchi so`rov.

2 bosqich. Asosiy qism (60 daqiqa):

- *O`qituvchining faoliyati*: mavzuga kiritadi; yangi mavzuga doir o`tgan fanlar va mashg`ulotlarning mavzularini eslashga chorlaydi; ma`ruza matnini tarqatadi, tanishishni taklif etadi, "Insert" usuli bilan belgilar qo`yishni taklif etadi; birinchi savol bo`yicha matn o`qiladi; qo`shimcha o`quv materiallarini aytib boorish va tushuncha berish; natural obektlarni namnoyon qilish va izohlash; tushunarsiz savollarni aniqlash va tushintirish; birinchi savol bo`yicha nazar (shunday qilib qolgan savollarga ham);
- *Talabalar faoliyati*: yangi mavzuda doir oldingi mashg`ulotlarda va fanlarda olgan bilimlarni mustahkamlaydi; har bir kalit ibora va terminlarni eshitib, yozib borib, konspekt qilib aytib borishadi; "Insert" usuli bilan belgilan o`qiydilar, aniqlik kiritadilar, savollar beradilar va o`zaro;
- *Shakillar, usular, uslublar*: frontav so`rov blits-so`rov; aqliy hujum, "Insert" texnikasi.

3 bosqich. Yakunlovchi qisim (10 daqiqa)

- *O`qituvchining faoliyati*: mavzu bo`yicha hulosa qilish, talabalarning e`tiborlarini asosiyalarda jalb qilish; qilingan ishning muhimligini aytib o`tish; alohida talabalarning bajarilgan ishlarini baholash; o`zaro baholashning natijalarini chiqarish; o`quv mashg`ulotning yutuqlik darajasini baholash va tahlil qilish; mustaqil ish uchun topshiriqlar; baho ko`rsatgichlari va me`zonlari;
- *Talabalar faoliyati*: ishning tahlili; natijalarni olish; texnologik bilimlarni qo`llash; o`zaro baholashni o`tkazish, yo`l qo`yilgan hatolar bo`yicha tahlil va aniqlik kiritish; mustaqil ish topshiriqlarini yozib olish;
- *Shakillar, usular, uslublar*: guruhlarda ishlash, kartochkalarda topshiriqlar.

1.3. O`quv-metodik materiallar

Ma`ruza rejasi:

1. Vektor tushunchasi.
2. Vektorlarni qo`shishning paralelogram usuli.
3. Vektorlarni qo`shishning uchburchak usuli.
4. Ta`riflar.

Kalit so`zlar: To`gri chiziq, kesma, yonaltiruvchi kesma, proeksiya, vektor

1.3.1. Ma`ruza matni

Bizga biror a vektor berilgan bo'lsin. Biz bu mavzuda chiziqli bog'langan va chiziqli bog'lanmagan vektorlar yani bazis vektorlar bilan tanishib chiqamiz.

Agar vektorlar bir chiziqda yoki parallel chiziqlarda joylashsa, ular *kollinear* deyiladi.

Agar ikkita vektor kollinear bo'lib, bir xil uzunlik va bir xil yo'nalishga ega bo'lsa, ular *teng* deyiladi. Barcha nol vektorlar tengdir.

Kesmani berilgan nisbatda bo'lish tushunchasidan foydalanib, quyidagi tasdiqni isbotlash mumkin: agar b vektor nolmas a vektorga kollinear bo'lsa, shunday λ haqiqiy son mavjudki, $b = \lambda a$ bo'ladi.

n ta a_1, a_2, \dots, a_n vektorlarning *chiziqli kombinatsiyasi* deb, shu vektorlarning ixtiyoriy haqiqiy sonlarga ko'paytmalarining yig'indisiga, ya'ni

$$\alpha_1 a_1 + \alpha_2 a_2 + \dots + \alpha_n a_n \quad (2.1)$$

ifodaga aytiladi, bu erda $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ – istalgan haqiqiy sonlar.

4-ta'rif. Agar hech bo'lmaganda bittasi noldan farqli bo'lgan shunday haqiqiy $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ sonlar topilib, (2.1) chiziqli kombinatsiya nolga aylansa, a_1, a_2, \dots, a_n vektorlar *chiziqli bog'langan* deyiladi.

5-ta'rif. Agar a_1, a_2, \dots, a_n vektorlarning (2.1) chiziqli kombinatsiyasining nolga tengligi faqatgina $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ sonlar nolga teng bo'lganda o'rinli bo'lsa, a_1, a_2, \dots, a_n vektorlar *chiziqli bog'lanmagan* deyiladi.

Agar n ta vektorlar orasidagi qandaydir $n-1$ ta vektorlar chiziqli bog'langan bo'lsa, u holda barcha n ta vektorlar ham chiziqli bog'langan bo'lishini osongina isbotlash mumkin.

Ikkita vektorlarning chiziqli bog'langanligining etarli va zaruriy sharti bu ularning kollinearligidir.

6-ta'rif. Agar vektorlar bir tekislikda yoki parallel tekisliklarda joylashgan bo'lsa, ular *komplanar* deyiladi.

Uchta vektorning chiziqli bog'langanligining etarli va zaruriy sharti bu ularning komplanarligidir.

a va b nokollinear vektorlar qanday bo'lishidan qat'iy nazar, a va b vektorlar bilan bir tekislikda joylashgan ixtiyoriy s vektor uchun shunday λ va μ haqiqiy sonlar topiladiki, $c = \lambda a + \mu b$ tenglik o'rinli bo'ladi.

Agar a, b va c vektorlar nokomplanar bo'lsa, ular chiziqli bog'lanmagan bo'ladi. Uchta nokomplanar vektorlar orasida ikkita kollinear va birorta ham nol vektor bo'lishi mumkin emas. Har qanday to'rtta vektor chiziqli bog'langan.

7-ta'rif. Agar ixtiyoriy d vektor a, b va c vektorlarning chiziqli kombinatsiyasi shaklida ifodalansa, ya'ni agar ixtiyoriy d vektor uchun shunday λ, μ va v haqiqiy sonlar topilib,

$$d = \lambda a + \mu b + v c. \quad (2.2)$$

tenglik o'rinli bo'lsa, uchta chiziqli bog'lanmagan (nokomplanar) a, b va c vektorlar fazoda *bazis tashkil etadi* deyiladi.

Ixtiyoriy nokomplanar a, b va c vektorlar uch o'lchovli fazoda bazis tashkil etadi va berilgan tekislikda joylashgan ikkita nokollinear a va b vektorlar shu tekislikda bazis tashkil etadi.

$d = \lambda a + \mu b + v c$ tenglik d vektorning a, b, c bazis bo'yicha yoyilmasi deyiladi, λ, μ, v - sonlar esa d vektorning a, b, c bazisga nisbatan koordinatalari.

Ikkita d_1 va d_2 vektorlarni qo'shishda ularning (ixtiyoriy a, b, c bazisga nisbatan) koordinatalari qo'shiladi. d vektorni ixtiyoriy α songa ko'paytirishda uning barcha koordinatalari shu songa ko'paytiriladi. Ixtiyoriy M nuqtaning affin koordinatalari deb, \vec{OM} vektorning a, b, c tanlangan bazisga nisbatan koordinatalariga aytiladi.

$\vec{a} = \vec{AB}$ vektorning yo'naltirilgan L to'g'ri chiziqqa *proeksiyasi* deb, shu to'g'ri chiziqdagi $\vec{A'B'}$ yo'naltirilgan kesmaning $A'B'$ kattaligiga aytiladi, bu erda A' va B' mos ravishda A va B nuqtalarning L chiziqqa proeksiyalaridir. Proeksiya $np_L \vec{a}$ kabi belgilanadi. L to'g'ri chiziqqa \vec{a} vektorning proeksiyasi \vec{a} vektor uzunligi bilan \vec{a} vektor L to'g'ri chiziq bilan tashkil qilgan φ burchak kosinusi ko'paytmasiga teng, ya'ni.

$$pr_L \vec{a} = |\vec{a}| \cdot \cos \varphi. \quad (2.3)$$

To'g'ri burchakli dekart koordinatalar sistemasi ortogonal va birlik i, j, k bazis vektorlarga ega bo'lgan affn sistemaning xususiy holidir.

Ixtiyoriy \vec{a} vektor yagona ravishda to'g'ri burchakli dekart i, j, k bazis bo'yicha yoyilishi mumkin, ya'ni har qanday \vec{a} vektor uchun yagona x, y, z sonlar topiladiki, quyidagi tenglik o'rinli bo'ladi:

$$\vec{a} = xi + yj + zk \quad \text{yoki} \quad \vec{a} = \{x; y; z\}. \quad (2.4)$$

x, y, z sonlar \vec{a} vektorning to'g'ri burchakli dekart *koordinatalari* yoki *komponentalari* deb ataladi va ular shu vektorning mos ravishda Ox, Oy, Oz o'qlaridagi proeksiyalariga teng.

1.3.2-a. Frontal so'rov uchun savollar

4. Vektor deb nimaga aytiladi?
5. Vektorlarni qo'shishning parallelogram usuli?
6. Vektorlarni qo'shishning uchburchak usuli?

1.3.2-6. Blits-so'rov uchun savollar

8. Vektor bu nima va unga ta'rif bering?
9. Ikki vektorning yig'indisi qanday xossalarga ega?
10. Vektorlarni qo'shishning qanday usullari bor?

1.3.2-b. Og'zaki so'rov uchun savollar

11. Kesma bu nima?
12. Yo'naltiruvchi kesma.
13. Ikki vektorning yigindisini topishning qanday usullarini bilasiz?
14. Vektorlarning to'g'ri chiziqqa proeksiyasi.

1.3.3. Mustaqil ish uchun topshiriqlar

- **takrorlash va mashqlar:** takrorlash, o'z-o'zini tekshirish, tahlil, qayta ishlash, mustahkamlash, eslab qolish, chuqurlashtirish;

- **yangi materiallarning mustaqil o'zlashtirish:** yangi adabiy va internet materiallar, konspekt qo'shimchasi; mustaqil iboralar tuzish;
- **ilmiy xarakterdagi ishlar:** muammoli holatlar, testlar, savollar, topshiriqlar tuzish; topshiriqlarni bajarish.

1.3.4. Kartochkalar uchun testlar

1.3.5. ekranga tayanch materiallarni ko'rsatish(slaydlar)

- Prezentatsiya

1.3.6. Tavsiya etilgan adabiyotlar

Asosiy

1. Ilin V.A., Poznyak E.G. Analiticheskaya geometriya. – M: Nauka, 1998.
2. Kletenik D.V., Sbornik zadach po analiticheskoy geometrii.-M.: GITTL. 1986.
3. A.R.Artikov. Analitik geometriya. Uslubiy qo'llanma. Samarqand 2006.

Qo'shimcha

1. Bugrov YA.S., Nikolskiy S.M. Elementy lineynoy algebrы i analiticheskoy geometrii. – M: Nauka, 1980.
2. Suberbiller O.N. Zadachi i uprajneniya po analiticheskoy geometrii.- M: 1931.
3. Gyunter N.M. i Kuzmin R.O. Sbornik zadach po visshey matematike. – M: 1958.

1.4. O'qitish usullari qoidalari

1.4.1. Aqliy hujum qoidalari

- Hech qanday o'zaro baholash va tanqid;
- Taklif etilayotgan g'oyalarni baholashdan o'zingni tiy, hatto ular fantastic va iloji yo'q bo'lsa ham – hammasi mumkin;
- Tanqid qilma – hamma aytilgan g'oyalar birhirda;
- Bayon qiluvchi gapini bo'lma;
- Izoh berishdan o'zingni tiy;
- Maqsad bu - miqdor;
- Qancha g'oyalar ko'p bo'lsa chuncha yaxshi: yangi va zarur g'oya tug'ulishi imkoniyati ko'proq
- Agar g'oyalar takrorlansa o'ksinma,
- Tasavvuringga erk ber;
- Senda yaralgan g'oyalarni tashlama, agal ular sening nazaringda qabul qilingan sxemaga tegishli bo'lmasa ham;
- Bu muammo aniq usullar bilan yechiladi deb o'ylama.

1.4.2. “Insert” texnikasi qoidalari

- Matndi o'qib, ularda savollat tug'dirayotgan joylarni, ularni bilimlariga mos kelayotgan va mos kelmayotgan joylarni qalam bilan belgilab qo'yiladi;
- “Insert” jadvalini quyidagi belgilashlar bilan to'ldirish:
Agar «!» bo'lsa siz o'z bilimingizga yoki siz o'ylagan fikrga to'g'ri kelayotganini o'qiyapsiz;
Agar «←» bo'lsa siz o'z bilimingizga yoki to'g'ri deb o'ylaganingizga mutlaqo zid bo'lganini o'qiyapsiz;
Agar «+» bo'lsa siz o'qityotganingiz siz uchun yangilik;

Agar «?» bo'lsa, siz o'qiyotganingiz siz uchun tushunarsiz yoki siz bu savolga yanada ko'proq ma'lumotlar olishni istaysiz.

1.4.3. Guruhlarda ishlash qoidalari

- Hamma o'z do'stlarini tinglashi kerak, unga yaxshi munosabatda bo'lib hurmar ko'rsatishi kerak;
- Hamma aktiv harakat qilishi lozim; berilgan topshiriqqa nisbatan birgalikda va javobgarlik bilan ishlashi kerak;
- Har kim o'ziga kerak paytda yordam so'rashi kerak;
- Har kim undan yordam so'ralganda yordam ko'rsatishi kerak;
- Guruhning ish natijalarini baholashda ishtirok etishi lozim;
- Biz bir kemandamiz, o'zgalarga yordam berib o'zimiz o'rganamiz, shuni har kim tushunishi lozim;

Mavzu 5. Koordinatalari bilan berilgan vektorlar ustida amallar. Vektorning moduli va yo'naltiruvchi kosinuslari

Ma`ruzaga reja-topshiriqlar

Fan: Analitik geometriya

O'quv soati: 2 soat (ma`ruza);

O'quv mashg'uloti turi: ma`ruza; yangi bilimlarni mustahkamlash va o'rganish.

Ma`ruza rejasi:

9. Vektor koordinatalari.
10. Vektorning uzunligi.
11. Vektorning o'qqa proeksiyasi.
12. Yo'naltiruvchi kosinuslar.

O'quv mashg'uloti maqsadi:

O'quv fani to'g'risida umumiy ta'surotlar berish, Vektorlar va ularning keyinchalik kasbiy faoliyatidagi roli.

O'quv mashg'uloti masalalari:

- *O'rgatuvchi:* talabalarda qabul qilish faoliyatini tashkil qilish, yangi materialni boshlang'ich esda qoldirish va anglash; Analitik geometriyaning terminlari, iboralarini xarakterlovchi elementlar; talabalarning matematik firlashini rivojlantirish muammoli masalalarni yechimini mahoratini oshirish; matematik masalalarni yechishda matematik simvollarning hususiyatlari bilan tanishtirish;
- *Rivojlantiruvchi:* kitob matni bilan ishlay bilishligi – mag'zlarini tanlab olish, tahlil qilish; gaplar tuzish, hulosa chiqarish, materialni talabalarning izlash faoliyatini stimullashtirish; hususiydan umumiy holga o'tish usuli bilan tekshirish; tekshirish natijalarini tahlil qilib va uni umumlashtira olishini rivojlantirish; analitik-sintetik faoliyatning mantiqiy fikrlashini qo'llash; talabalarning ijodiy mahoratini shakillantirish;
- *Tarbiyalovchi:* aktiv faoliyatga, mustaqil ishga jalb qilish; guruhlarda ishlash qoidalariga rioya qila olish; fanni o'rganishga qiziqishni rivojlantirish; Vektorlar nazariyasini Analitik geometriya kursni bir qismi sifatida tassavur berish; javobgarlik tuyg'ularini tarbiyalash, mehnatsevarlik, individual ishni jamoaviy ish bilan biriktirish, intizomlashtirish.

O'qitish texnologiyasi:

- *O'qitish usullari:* instruktaj; Ma`ruza, aqliy hujum, "Insert" texnikasi;
- *O'qitish shakillari:* frontal; jamoaviy;
- *O'qitish vositalari:* Ma`ruza matni; jadvallar, multimediya;
- *O'qitish sharoitlari:* texnik jihozlashtirilgan auditoriya;
- *Baholash va monitoring:* o'g'zaki savol-javob, blits-so'rov.

Pedagogik masalalar:

- Fanning masalalari va uning o'quv fanlar sistemasidagi o'rni va roli bilan tanishtirish;
- O'quv fanning tuzulmasi va tavsiya etiladigan o'quv-metodik adabiyotlarni tasvirlash;
- Fan sohasida metodik va tashkiliy xususiyatlarini ochib berish, baholash shakli va muddatlari;
- Fan ma'ruzasi paytida o'qitish jarayonini tashkil qilishning umumiy bosqichlarini xarakterlab berish va umumiy sxemasini tushuntirish.
- O'qitish texnologiyasi rivojlanishi perspektivasini xarakterlab berish;

O'quv faoliyati natijalari:

- Fan ma'ruzasi masalalari, maqsadlari va nomlari shakillanadi;
- Matematik fizika tenglamalari doirasidagi yutuqlar yoritiladi;
- Fan sohasida metodik va tashkiliy xususiyatlari hamda baholash shakli va muddatlari aytiladi
- Fan ma'ruzasida o'qitish jarayonini tashkil qilishning umumiy sxemasini kengaytirib xarakterlab beradi;
- Fanning asosiy ta'riflarini beradi, Matematik fizika tenglamalari fani ma'ruzalarining asosiy yo'nalishlari beriladi;
- Nazariy bilimlarning to'liqligi, sistemaliyligi va harakatliyligi;
- Amaliy mag'ulotlarni bajarishda o'rganilgan iboralar bilan ishlay olishligi;

• 1.2. Ma'ruzaning xronologik xaritasi

• 1 bosqich. O'quv mashg'ulotiga kirish (10 daqiqa):

- *O'qituvchining faoliyati:* tayyorgarlikni tekshirish (davomat, konspektning borligi; o'ziga ishonch, aniqligi); kerakli materiallarni tarqatish (konspekt, tarqatma materiallar); ma'ruzaning mavzusi va maqsadini bayon qilish; o'quv mashg'ulotning rajasi bilan tanishtirish; kalit iboralar va so'zlar, kategoriyalar; internet saytlari va adabiyotlar ro'yhati; o'quv natijalari haqida aytish;
- *Talabalar faoliyati:* o'quv joyini tayyorlash (talabalar borligi; tashqi ko'rinish; o'quv materiallar va qo'llanmalar); ma'ruzaning mavzusi va maqsadi bilan tanishish; o'quv materialini qabul qilishga tayyorgarlik ko'rish;
- *Shakillar, usular, uslublar:* instruktaj; frontal so'rov; mustahkamlovchi so'rov.

2 bosqich. Asosiy qism (60 daqiqa):

- *O'qituvchining faoliyati:* mavzuga kiritadi; yangi mavzuga doir o'tgan fanlar va mashg'ulotlarning mavzularini eslashga chorlaydi; ma'ruza matnini tarqatadi, tanishishni taklif etadi, "Insert" usuli bilan belgilar qo'yishni taklif etadi; birinchi savol bo'yicha matn o'qiladi; qo'shimcha o'quv materiallarini aytib boorish va tushuncha berish; natural obektlarni namnoyon qilish va izohlash; tushunarsiz savollarni aniqlash va tushuntirish; birinchi savol bo'yicha nazar (shunday qilib qolgan savollarga ham);
- *Talabalar faoliyati:* yangi mavzuda doir oldingi mashg'ulotlarda va fanlarda olgan bilimlarni mustahkamlaydi; har bir kalit ibora va terminlarni eshitib, yozib borib, konspekt qilib aytib borishadi; "Insert" usuli bilan belgilan o'qiydilar, aniqlik kiritadilar, savollar beradilar va o'zaro;
- *Shakillar, usular, uslublar:* frontav so'rov blits-so'rov; aqliy hujum, "Insert" texnikasi.

3 bosqich. Yakunlovchi qisim (10 daqiqa)

- *O'qituvchining faoliyati:* mavzu bo'yicha hulosa qilish, talabalarning e'tiborlarini asosiyalarda jalb qilish; qilingan ishning muhimligini aytib o'tish; alohida talabalarning bajarilgan ishlarini baholash; o'zaro baholashning natijalarini chiqarish; o'quv mashg'ulotning yutuqlik darajasini baholash va tahlil qilish; mustaqil ish uchun topshiriqlar; baho ko'rsatgichlari va me'zonlari;

- *Talabalar faoliyati: ishning tahlili; natijalarni olish; texnologik bilimlarni qo'llash; o'zaro baholashni o'tkazish, yo'l qo'yilgan hatolar bo'yicha tahlil va aniqlik kiritish; mustaqil ish topshiriqlarini yozib olish;*
- *Shakillar, usular, uslublar: guruhlarda ishlash, kartochkalarda topshiriqlar.*

1.3. O'quv-metodik materiallar

Ma`ruza rejasi:

1. Vektor koordinatalari.
2. Vektorning uzunligi.
3. Vektorning o'qqa proeksiyasi.
4. Yo'naltiruvchi kosinuslar.

Kalit so'zlar: Vektor, vektorning moduli, yo'naltiruvchi kosinuslar.

1.3.1. Ma`ruza matni

$\vec{a} = \vec{AB}$ vektorning yo'naltirilgan L to'g'ri chiziqqa *proeksiyasi* deb, shu to'g'ri chiziqdagi $\vec{A'B'}$ yo'naltirilgan kesmaning $A'B'$ kattaligiga aytiladi, bu erda A' va B' mos ravishda A va B nuqtalarning L chiziqqa proeksiyalaridir. Proeksiya $np_L \vec{a}$ kabi belgilanadi. L to'g'ri chiziqqa \vec{a} vektorning proeksiyasi \vec{a} vektor uzunligi bilan \vec{a} vektor L to'g'ri chiziq bilan tashkil qilgan φ burchak kosinusi ko'paytmasiga teng, ya'ni.

$$pr_L \vec{a} = |\vec{a}| \cdot \cos \varphi. \quad (5.1)$$

To'g'ri burchakli dekart koordinatalar sistemasi ortogonal va birlik i, j, k bazis vektorlarga ega bo'lgan affin sistemaning xususiy holdir.

Ixtiyoriy \vec{a} vektor yagona ravishda to'g'ri burchakli dekart i, j, k bazis bo'yicha yoyilishi mumkin, ya'ni har qanday \vec{a} vektor uchun yagona x, y, z sonlar topiladiki, quyidagi tenglik o'rinli bo'ladi:

$$\vec{a} = xi + yj + zk \quad \text{yoki} \quad \vec{a} = \{x; y; z\}. \quad (5.2)$$

x, y, z sonlar \vec{a} vektorning to'g'ri burchakli dekart *koordinatalari* yoki *komponentalari* deb ataladi va ular shu vektorning mos ravishda Ox, Oy, Oz o'qlaridagi proeksiyalariga teng.

\vec{a} vektor Ox, Oy va Oz o'qlari bilan tashkil qilgan burchaklarni mos ravishda α, β va γ lar bilan belgilaymiz.

$\cos \alpha, \cos \beta$ va $\cos \gamma$ sonlar \vec{a} vektorning *yo'naltiruvchi kosinuslari* deyiladi. Ko'rinib turibdiki,

$$x = |\vec{a}| \cos \alpha, \quad y = |\vec{a}| \cos \beta, \quad z = |\vec{a}| \cos \gamma. \quad (5.3)$$

To'g'ri burchakli parallelepiped diogonalining kvadrati uning tomonlari kvadratlarining yig'indisiga teng bo'lganligi uchun $OA=x, OB=y, OC=z$ tengliklardan \vec{a} vektorning uzunligi uchun quyidagi formula kelib chiqadi:

$$|\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}. \quad (5.4)$$

\vec{a} vektor yo'naltiruvchi kosinuslarining shu vektorning koordinatalari orqali ifodalari (5.3) va (5.4) formulalardan kelib chiqadi:

$$\cos \alpha = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}, \quad \cos \beta = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}, \quad \cos \gamma = \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \quad (5.5)$$

Bu erdan quyidagi tenglik o'rinli bo'lishi ko'rinib turibdi:

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1. \quad (5.6)$$

Misol. $\vec{a} = (12; -15; -16)$ vektorning yo'naltiruvchi kosinuslarini aniqlang.

Echish: $|\vec{a}| = \sqrt{(12^2 + (-15)^2 + (-16)^2)} = \sqrt{144 + 225 + 256} = 25$. Endi $x=12$; $y=-15$; $z=-16$ ekanligini e'tiborga olib yo'naltiruvchi kosinuslarni aniqlaymiz.

$$\cos \alpha = \frac{12}{25}; \cos \beta = -\frac{15}{25} = -\frac{3}{5}; \cos \gamma = -\frac{16}{25}$$

Vektor tushunchasi. Vektorning uzunligi. O'zlarining son qiymati va yo'nalishi bilan aniqlanadigan miqdorlar vektorlar deb ataladi. $M_1(x_1, y_1, z_1)$ va $M_2(x_2, y_2, z_2)$ nuqtalar mos ravishda \vec{a} vektorning boshi va oxiri bo'lsin. U holda \vec{a} vektorning koordinatalari quyidagicha aniqlanadi.

$$\vec{a} = \overline{M_1 M_2} = (x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1)$$

\vec{a} vektorning uzunligiga teng bo'lgan son uning moduli deyiladi va quyidagicha aniqlanadi.

$$|\vec{a}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

Agar \vec{a} vektor koordinata o'qlari bilan mos ravishda α, β va γ burchaklar hosil qilsa, u holda $\cos \alpha, \cos \beta$ va $\cos \gamma$, \vec{a} vektorning yo'naltiruvchi kosinuslari deyiladi va quyidagicha aniqlanadi:

$$\cos \alpha = \frac{X}{|\vec{a}|}; \cos \beta = \frac{Y}{|\vec{a}|}; \cos \gamma = \frac{Z}{|\vec{a}|}$$

Bu erda: $X = x_2 - x_1, Y = y_2 - y_1, Z = z_2 - z_1$

Vektorning o'qqa proektsiyasi. \vec{a} vektorning U o'qqa proektsiyasi, uning moduli va U o'q bilan tashkil qilgan burchagi φ orqali quyidagicha aniqlanadi. $np_U \vec{a} = |\vec{a}| \cos \varphi$

Ixtiyoriy \vec{a} vektorning berilgan koordinatalar sistemasiga proektsiyasini X, Y, Z orqali belgilaylik. U holda $\vec{a} = X, Y, Z$ va $|\vec{a}| = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}$ bo'ladi.

1-Misol. $\vec{a} = (6; 3; -2)$ vektorning modulini toping.

Echish: Modulni topish formulasiga asosan $|\vec{a}| = \sqrt{6^2 + 3^2 + (-2)^2} = \sqrt{36 + 9 + 4} = \sqrt{49} = 7$

2-Misol. A(3; -1; 2) va V(-1; 2; 1) nuqtalar berilgan. \overline{AB} vektorning koordinatalarini toping.

Echish: \overline{AB} vektorning koordinatalarini topish uchun mos ravishda V nuqtaning koordinatalaridan A nuqtaning koordinatalarini ayiramiz. $\overline{AB} = (-1 - 3; 2 - (-1); 1 - 2) = (-4; 3; -1)$

3-Misol. $\vec{a} = (12; -15; -16)$ vektorning yo'naltiruvchi kosinuslarini aniqlang.

Echish: $|\vec{a}| = \sqrt{(12^2 + (-15)^2 + (-16)^2)} = \sqrt{144 + 225 + 256} = 25$. Endi $x=12$; $y=-15$; $z=-16$ ekanligini e'tiborga olib yo'naltiruvchi kosinuslarni aniqlaymiz.

$$\cos \alpha = \frac{12}{25}; \cos \beta = -\frac{15}{25} = -\frac{3}{5}; \cos \gamma = -\frac{16}{25}$$

Vektorlar ustida amallar.

Vektorlarni qo'shish va ayirish: Agar \vec{a} va \vec{b} vektorlar koordinatalari berilgan bo'lsa, ya'ni $\vec{a} = (x_1, y_1, z_1)$ va $\vec{b} = (x_2, y_2, z_2)$ u holda

$$\vec{a} + \vec{b} = (x_1 + x_2; y_1 + y_2; z_1 + z_2), \quad \vec{a} - \vec{b} = (x_1 - x_2; y_1 - y_2; z_1 - z_2)$$

Vektorlarni songa ko'paytirish. Agar $\vec{a} = (x_1, y_1, z_1)$ bo'lsa, u holda har qanday α son uchun quyidagi formula o'rinli $\alpha \vec{a} = (\alpha x_1, \alpha y_1, \alpha z_1)$.

Vektorlarning kolleniariqlik sharti. Bir to'g'ri chiziqda yoki parallel to'g'ri chiziqlarda yotuvchi vektorlar kolleniari vektorlar deb ataladi. $\vec{a}=(x_1, y_1, z_1)$ va $\vec{b}=(x_2, y_2, z_2)$ vektorlarning kolleniariqlik sharti quyidagicha bo'ladi:

$$\frac{x_2}{x_1} = \frac{y_2}{y_1} = \frac{z_2}{z_1}$$

Vektorlarni bazis koordinatalari bo'yicha yoyish. $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ uchlik vektorlar bazis koordinatalari deyiladi, agar quyidagi uchta shart bajarilsa,

1) \vec{i} vektor OX o'qida, \vec{j} vektor OY o'qida, \vec{k} vektor OZ o'qida yotadi.

2) har bir $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ vektorlar o'z o'qlarida musbat tomonga yo'nalgan bo'ladi.

3) $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ vektorlar, birlik vektorlar, ya'ni $|\vec{i}| = 1; |\vec{j}| = 1, |\vec{k}| = 1$

\vec{a} vektor qanday bo'lishidan qat'iy nazar uni har doim $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ bazislar bo'yicha yoyish mumkin, ya'ni $\vec{a} = x_1\vec{i} + y_1\vec{j} + z_1\vec{k}$. Bu erda x_1, y_1, z_1 - \vec{a} vektorning koordinatalari.

4-Misol. $\vec{a} = \vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$ va $\vec{b} = 2\vec{i} + \vec{j} + 4\vec{k}$ vektorlar berilgan $2\vec{a} + 3\vec{b}$ vektorlar yig'indisini toping.

Echish: \vec{a} koordinatalari, $\vec{a} = (1; 3; -2)$ xuddi shuningdek $\vec{b} = (2; 1; 4)$. Endi $2\vec{a}$ va $3\vec{b}$. Vektorlarni aniqlaymiz. $2\vec{a} = (2; 6; -2); 3\vec{b} = (6; 3; 12)$. Demak, $2\vec{a} + 3\vec{b} = (2+6; 6+3; -2+12) = (8; 9; 10)$.

5-Misol. $\vec{a} = (4, 2, 0)$ vektorni $\vec{p} = (1, -1, 2), \vec{q} = (2, 2, -1)$ va $\vec{r} = (3, 7, -7)$ vektorlar bo'yicha yoying.

Echish. \vec{a} vektorni \vec{p}, \vec{q} va \vec{r} vektorlar bo'yicha yoyish, \vec{a} vektorni chiziqli kombinatsiya ko'rinishida ifodalash demakdir. $\vec{a} = c_1\vec{p} + c_2\vec{q} + c_3\vec{r}$, bu erda c_1, c_2 va c_3 - topilishi kerak bo'lgan sonlar.

Koordinata ko'rinishida bu quyidagicha bo'ladi.

$$4\vec{i} + 2\vec{j} + 0\cdot\vec{k} = (c_1 + 2c_2 + 3c_3)\vec{i} + (-c_1 + 2c_2 + 7c_3)\vec{j} + (2c_1 - c_2 - 7c_3)\vec{k}$$

Natijada quyidagi tenglamalar tizimini hosil qilamiz.

$$\begin{cases} c_1 + 2c_2 + 3c_3 = 4 \\ -c_1 + 2c_2 + 7c_3 = 2 \\ 2c_1 - c_2 - 7c_3 = 0 \end{cases}$$

Buni echib, $c_1 = 3; c_2 = -1; c_3 = 1$ ekanligini topamiz. Demak, $\vec{a} = 3\vec{p} - \vec{q} + \vec{r}$.

6-Misol. $\vec{a} = (6; -2; -3)$ vektorning birlik vektorini toping.

Echish: Birlik vektorni quyidagicha yozish mumkin.

$$\vec{a}^0 = \vec{i} \cos \alpha + \vec{j} \cos \beta + \vec{k} \cos \gamma$$

Endi $\cos \alpha, \cos \beta, \cos \gamma$ larni topamiz

$$\cos \alpha = \frac{\vec{a}_x}{|\vec{a}|}; \cos \beta = \frac{\vec{a}_y}{|\vec{a}|}; \cos \gamma = \frac{\vec{a}_z}{|\vec{a}|}$$

$|\vec{a}| = \sqrt{(6^2 + (-2)^2 + (-3)^2)} = \sqrt{49} = 7$ bo'lgani uchun. Bundan $\cos \alpha = 6/7; \cos \beta = -2/7; \cos \gamma = -3/7$

ga ega bo'lamiz. Demak, $\vec{a}^0 = (\frac{6}{7}; -\frac{2}{7}; -\frac{3}{7})$.

1.3.2-a. Frontal so'rov uchun savollar

7. Koordinatalari bilan berilgan vektorlar ustida chiziqli amallar?
8. Vektorlarning moduli deganda nimani tushinasiz?
9. Vektorlarning yo'naltiruvchi kosinuslari?

1.3.2-6. Blits-so'rov uchun savollar

15. Koordinatalari bilan berilgan vektorlarni qo'shish va ayirish qanday amalga oshiriladi?
16. Koordinatalari bilan berilgan vektorlarning yo'naltiruvchi kosinuslarini qanday topamiz?
17. Koordinatalari bilan berilgan vektorlarning uzunligini qanday hisoblash kerak?
18. Vektorlarning o'qqa proeksiyasi.

1.3.2-B. Og'zaki so'rov uchun savollar

19. Мулещк numa?
20. Yo'naltiruvchi kesma.
21. Ikki vektorning yigindisini topishning qanday usullarini bilasiz?
22. Vektorlarning o'qqa va to'g'ri chiziqqa proeksiyasi.

1.3.3. Mustaqil ish uchun topshiriqlar

- **takrorlash va mashqlar:** takrorlash, o'z-o'zini tekshirish, tahlil, qayta ishlash, mustahkamlash, eslab qolish, chuqurlashtirish;
- **yangi materiallarning mustaqil o'zlashtirish:** yangi adabiy va internet materiallar, konspekt qo'shimchasi; mustaqil iboralar tuzish;
- **ilmiy xarakterdagi ishlar:** muammoli holatlar, testlar, savollar, topshiriqlar tuzish; topshiriqlarni bajarish.

1.3.4. Kartochkalar uchun testlar

1.3.5. ekranga tayanch materiallarni ko'rsatish(slaydlar)

- Prezentatsiya

1.3.6. Tavsiya etilgan adabiyotlar

Asosiy

1. Ilin V.A., Poznyak E.G. Analiticheskaya geometriya. – M: Nauka, 1998.
2. Kletenik D.V., Sbornik zadach po analiticheskoy geometrii.-M.: GITTL. 1986.
3. A.R.Artikov. Analitik geometriya. Uslubiy qo'llanma. Samarqand 2006.

Qo'shimcha

1. Bugrov YA.S., Nikolskiy S.M. Elementy lineynoy algebrы i analiticheskoy geometrii. – M: Nauka, 1980.
2. Suberbiller O.N. Zadachi i uprajneniya po analiticheskoy geometrii.- M: 1931.
3. Gyunter N.M. i Kuzmin R.O. Sbornik zadach po visshey matematike. – M: 1958.

1.4. O'qitish usullari qoidalari

1.4.1. Aqliy hujum qoidalari

- Hech qanday o'zaro baholash va tanqid;
- Taklif etilayotgan g'oyalarni baholashdan o'zingni tiy, hatto ular fantastic va iloji yo'q bo'lsa ham – hammasi mumkin;
- Tanqid qilma – hamma aytilgan g'oyalar birhirda;
- Bayon qiluvchi gapini bo'lma;
- Izoh berishdan o'zingni tiy;
- Maqsad bu - miqdor;
- Qancha g'oyalar ko'p bo'lsa chuncha yaxshi: yangi va zarur g'oya tug'ulishi imkoniyati ko'proq
- Agar g'oyalar takrorlansa o'ksinma,
- Tasavvuringga erk ber;
- Senda yaralgan g'oyalarni tashlama, agal ular sening nazaringda qabul qilingan sxemaga tegishli bo'lmasa ham;
- Bu muammo aniq usullar bilan yechiladi deb o'ylama.

1.4.2. “Insert” texnikasi qoidalari

- Matndi o'qib, ularda savollat tug'dirayotgan joylarni, ularni bilimlariga mos kewlayotgan va mos kelmayotgan joylarni qalam bilan belgilab qo'yiladi;
- “Insert” jadvalini quyidagi belgilashlar bilan to'ldirish:
 Agar «!» bo'lsa siz o'z bilimingizga yoki siz o'ylagan fikrga to'g'ri kelayotganini o'qiyapsiz;
 Agar «←» bo'lsa siz o'z bilimingizga yoki to'g'ri deb o'ylaganingizga mutlaqo zid bo'lganini o'qiyapsiz;
 Agar «+» bo'lsa siz o'qityotganingiz siz uchun yangilik;
 Agar «?» bo'lsa, siz o'qiyotganingiz siz uchun tushunarsiz yoki siz bu savolga yanada ko'proq ma'lumotlar olishni istaysiz.

1.4.3. Guruhlarda ishlash qoidalari

- Hamma o'z do'stlarini tinglashi kerak, unga yaxshi munosabatda bo'lib hurmar ko'rsatishi kerak;
- Hamma aktiv harakat qilishi lozim; berilgan topshiriqqa nisbatan birgalikda va javobgarlik bilan ishlashi kerak;
- Har kim o'ziga kerak paytda yordam so'rashi kerak;
- Har kim undan yordam so'ralganda yordam ko'rsatishi kerak;
- Guruhning ish natijalarini baholashda ishtirok etishi lozim;
- Biz bir kemadamiz, o'zgalarga yordam berib o'zimiz o'rganamiz, shuni har kim tushunishi lozim;

Mavzu 6. Vektorlarning skaliyar ko'paytmasi. Chap va o'ng sistemalar. Vektorlarning vektor ko'paytmasi va aralash ko'paytmasi.

Ma`ruzaga reja-topshiriqlar

Fan: Analitik geometriya

O'quv soati: 2 soat (ma`ruza);

O'quv mashg'uloti turi: ma`ruza; yangi bilimlarni mustahkamlash va o'rganish.

Ma`ruza rejasi:

13. Vektorning skaliyar ko'paytmasi.
14. Vektorning vektor ko'paytmasi.
15. Vektorlarning aralash ko'paytmasi.
16. Chap va o'ng sistemalar.

O'quv mashg'uloti maqsadi:

O'quv fani to'g'risida umumiy ta'surotlar berish, Vektorlar va ularning keyinchalik kasbiy faoliyatidagi roli.

O'quv mashg'uloti masalalari:

- *O'rgatuvchi:* talabalarda qabul qilish faoliyatini tashkil qilish, yangi materialni boshlang'ich esda qoldirish va anglash; Analitik geometriyaning terminlari, iboralarini xarakterlovchi elementlar; talabalarning matematik firlashini rivojlantirish muammoli masalalarni yechimini mahoratini oshirish; matematik masalalarni yechishda matematik simvollarning hususiyatlari bilan tanishtirish;
- *Rivojlantiruvchi:* kitob matni bilan ishlay bilishligi – mag'zlarini tanlab olish, tahlil qilish; gaplar tuzish, hulosa chiqarish, materialni talabalarning izlash faoliyatini stimullashtirish; hususiydan umumiy holga o'tish usuli bilan tekshirish; tekshirish natijalarini tahlil qilib va uni umumlashtira olishini rivojlantirish; analitik-sintetik faoliyatning mantiqiy fikrlashini qo'llash; talabalarning ijodiy mahoratini shakllantirish;
- *Tarbiyalovchi:* aktiv faoliyatga, mustaqil ishga jalb qilish; guruhlarda ishlash qoidalariga rioya qila olish; fanni o'rganishga qiziqishni rivojlantirish; Vektorlar nazariyasini Analitik geometriya kursni bir qismi sifatida tassavur berish; javobgarlik tuyg'ularini tarbiyalash, mehnatsevarlik, individual ishni jamoaviy ish bilan biriktirish, intizomlashtirish.

O'qitish texnologiyasi:

- *O'qitish usullari:* instruktaj; Ma`ruza, aqliy hujum, "Insert" texnikasi;
- *O'qitish shakllari:* frontal; jamoaviy;
- *O'qitish vositalari:* Ma`ruza matni; jadvallar, multimediya;
- *O'qitish sharoitlari:* texnik jihozlashtirilgan auditoriya;
- *Baholash va monitoring:* o'g'zaki savol-javob, blits-so'rov.

Pedagogik masalalar:

- Fanning masalalari va uning o'quv fanlar sistemasidagi o'rni va roli bilan tanishtirish;
- O'quv fanning tuzulmasi va tavsiya etiladigan o'quv-metodik adabiyotlarni tasvirlash;
- Fan sohasida metodik va tashkiliy xususiyatlarini ochib berish, baholash shakli va muddatlari;
- Fan ma`ruzasi paytida o'qitish jarayonini tashkil qilishning umumiy bosqichlarini xarakterlab berish va umumiy sxemasini tushuntirish.
- O'qitish texnologiyasi rivojlanishi perspektivasini xarakterlab berish;

O'quv faoliyati natijalari:

- Fan ma`ruzasi masalalari, maqsadlari va nomlari shakllanadi;
- Matematik fizika tenglamalari doirasidagi yutuqlar yoritiladi;
- Fan sohasida metodik va tashkiliy xususiyatlari hamda baholash shakli va muddatlari aytiladi
- Fan ma`ruzasida o'qitish jarayonini tashkil qilishning umumiy sxemasini kengaytirib xarakterlab beradi;
- Fanning asosiy ta'riflarini beradi, Matematik fizika tenglamalari fani ma`ruzalarining asosiy yo'nalishlari beriladi;
- Nazariy bilimlarning to'liqligi, sistemaliyligi va harakatliyligi;

- Amaliy mag'ulotlarni bajarishda o'rganilgan iboralar bilan ishlay olishligi;

- **1.2. Ma`ruzaning xronologik xaritasi**

- **1 bosqich. O'quv mashg'ulotiga kirish (10 daqiqa):**

- *O'qituvchining faoliyati:* tayyorgarlikni tekshirish (davomat, konspektning borligi; o'ziga ishonch, aniqligi); kerakli materiallarni tarqatish (konspekt, tarqatma materiallar); ma`ruzaning mavzusi va maqsadini bayon qilish; o'quv mashg'ulotning rajasi bilan tanishtirish; kalit iboralar va so'zlar, kategoriyalar; internet saytlari va adabiyotlar ro'yhati; o'quv natijalari haqida aytish;
- *Talabalar faoliyati:* o'quv joyini tayyorlash (talabalar borligi; tashqi ko'rinish; o'quv materiallar va qo'llanmalar); ma`ruzaning mavzusi va maqsadi bilan tanishish; o'quv materialini qabul qilishga tayyorgarlik ko'rish;
- *Shakillar, usular, uslublar:* instruktaj; frontal so'rov; mustahkamlovchi so'rov.

- **2 bosqich. Asosiy qism (60 daqiqa):**

- *O'qituvchining faoliyati:* mavzuga kiritadi; yangi mavzuga doir o'tgan fanlar va mashg'ulotlarning mavzularini eslashga chorlaydi; ma`ruza matnini tarqatadi, tanishishni taklif etadi, "Insert" usuli bilan belgilar qo'yishni taklif etadi; birinchi savol bo'yicha matn o'qiladi; qo'shimcha o'quv materiallarini aytib boorish va tushuncha berish; natural obektlarni namnoyon qilish va izohlash; tushunarsiz savollarni aniqlash va tushintirish; birinchi savol bo'yicha nazar (shunday qilib qolgan savollarga ham);
- *Talabalar faoliyati:* yangi mavzuda doir oldingi mashg'ulotlarda va fanlarda olgan bilimlarni mustahkamlaydi; har bir kalit ibora va terminlarni eshitib, yozib borib, konspekt qilib aytib borishadi; "Insert" usuli bilan belgilan o'qiydilar, aniqlik kiritadilar, savollar beradilar va o'zaro;
- *Shakillar, usular, uslublar:* frontav so'rov blits-so'rov; aqliy hujum, "Insert" texnikasi.

- **3 bosqich. Yakunlovchi qisim (10 daqiqa)**

- *O'qituvchining faoliyati:* mavzu bo'yicha hulosa qilish, talabalarning e'tiborlarini asosiyalarda jalb qilish; qilingan ishning muhimligini aytib o'tish; alohida talabalarning bajarilgan ishlarini baholash; o'zaro baholashning natijalarini chiqarish; o'quv mashg'ulotning yutuqlik darajasini baholash va tahlil qilish; mustaqil ish uchun topshiriqlar; baho ko'rsatgichlari va me'zonlari;
- *Talabalar faoliyati:* ishning tahlili; natijalarni olish; texnologik bilimlarni qo'llash; o'zaro baholashni o'tkazish, yo'l qo'yilgan hatolar bo'yicha tahlil va aniqlik kiritish; mustaqil ish topshiriqlarini yozib olish;
- *Shakillar, usular, uslublar:* guruhlarda ishlash, kartochkalarda topshiriqlar.

1.3. O'quv-metodik materiallar

Ma`ruza rejasi:

1. Vektorning skaliyar ko'paytmasi.
2. Vektorning vektor ko'paytmasi.
3. Vektorlarning aralash ko'paytmasi.
4. Chap va o'ng sistemalar.

Kalit so'zlar: Vektor, skaliyar ko'patma, vektor ko'paytma, aralash ko'paytma, chap va o'ng sistemalar

1.3.1. Ma`ruza matni

Bizga biror a va b vektorlar berilgan bo'lsin. Biz bu mavzuda avvalo bu vektorlarning skaliyar ko'paytmasi bilan tanishib chiqamiz.

Ikki vektorning *skalyar* ko'paytmasi deb, shu vektorlar uzunliklari bilan ular orasidagi φ burchak kosinusining ko'paytmasiga teng bo'lgan songa aytiladi, ya'ni

$$ab = |a| \cdot |b| \cdot \cos \varphi. \quad (6.1)$$

$np_a b = |b| \cos \varphi$ va $np_b a = |a| \cos \varphi$ tengliklardan skalyar ko'paytma uchun quyidagi tengliklar o'rinli:

$$a \cdot b = |a| pr_a b = |b| \cdot pr_b a. \quad (6.2)$$

Ikki vektor ortogonalligi (perpendikularligi)ning etarli va zaruriy sharti shu vektorlar skalyar ko'paytmasining nolga tengligidir. Ikki a va b nolmas vektorlar agar ularning skalyar ko'paytmasi musbat (manfiy) bo'lsa, o'tkir (o'tmas) burchak tashkil etadi.

Vektorlarning skalyar ko'paytmasi quyidagi to'rtta xossaga ega:

- 1) $ab = ba$ (o'rin almashtirish yoki kommutativlik);
- 2) $(\alpha a)b = \alpha(ab)$ (sonli ko'paytmaga nisbatan guruhlash yoki bir jinslilik);
- 3) $(a + b)c = ac + bc$ (taqsimot xossasi yoki assotsiativlik);
- 4) $aa = a^2 > 0$, agar a – nolmas vektor bo'lsa; $a^2 = 0$, agar a – nol vektor bo'lsa.

Bu xossalarni (6.1) va (6.2) formulalar yordamida osongina isbotlash mumkin. Agar a va b vektorlar to'g'ri burchakli dekart koordinatalari $a = \{x_1; y_1; z_1\}$, $b = \{x_2; y_2; z_2\}$ bilan aniqlangan bo'lsa, ularning skalyar ko'paytmasi mos koordinatalari ko'paytmalarining yig'indisiga teng bo'ladi, ya'ni

$$a \cdot b = x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2. \quad (6.3)$$

Bu formulani isbotlashda i, j, k bazis vektorlarning juft-juft ortogonalligi va birlik uzunlikka ega ekanligi, ya'ni

$$ii=1, ji=0, ki=0, ij=0, jj=1, kj=0, ik=0, jk=0, kk=1$$

larni hisobga olish etarli.

$a = \{x_1, y_1, z_1\}$ va $b = \{x_2, y_2, z_2\}$ vektorlar ortogonalligining etarli va zaruriy sharti quyidagi tenglikdir:

$$x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2 = 0. \quad (6.4)$$

$a = \{x_1; y_1; z_1\}$ va $b = \{x_2; y_2; z_2\}$ vektorlar orasidagi φ burchak quyidagi formula bilan aniqlanadi:

$$\cos \varphi = \frac{x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}. \quad (6.5)$$

Misol. Agar $\bar{a} = (1, -3, 4)$, $\bar{b} = (3, -4, 2)$ va $\bar{c} = (-1, 1, 4)$ bo'lsa, \bar{a} vektorning $\bar{b} + \bar{c}$ vektorga proektsiyasini hisoblang.

Echish: Yuqoridagi 2.10 formuladan foydalanamiz:

$$Pr_{\bar{b} + \bar{c}} \bar{a} = \frac{\bar{a}(\bar{b} + \bar{c})}{|\bar{b} + \bar{c}|}$$

$\bar{a}(\bar{b} + \bar{c})$ va $|\bar{b} + \bar{c}|$ ifodalarni hisoblaymiz.

$$\bar{a}(\bar{b} + \bar{c}) = 1(3 - 1) - 3(-4 + 1) + 4(2 + 4) = 35$$

$$|\bar{b} + \bar{c}| = \sqrt{(3 - 1)^2 + (-4 + 1)^2 + (2 + 4)^2} = 7$$

Bundan $Pr_{\bar{b} + \bar{c}} \bar{a} = 5$

8-ta'rif. Agar a, b, c nokomplanar vektorlarning boshlari umumiy nuqtaga keltirilganda c vektor a va b vektorlar bilan aniqlangan tekislikka nisbatan shunday tomonda bo'lsa, u tomondan qaraganda a dan b gacha qisqa buralish soat strelkasiga qarama-qarshi (soat strelkasi bo'ylab) yo'nalgan bo'lsa, a, b, c nokomplanar vektorlar *o'ng (chap)* deyiladi,

a vektorni b vektorga *vektorial ko'paytmasi* deb, $c = a \times b$ yoki $c = [a, b]$ belgi bilan belgilanuvchi va quyidagi uch shartni qanoatlantiruvchi c vektorga aytiladi:

1) c vektorning uzunligi a va b vektorlar uzunliklari bilan ular orasidagi φ burchak sinusining ko'paytmasiga teng, ya'ni:

$$|c|=|[a,b]|=|a|\cdot|b|\cdot\sin\varphi; \quad (6.6)$$

2) c vektor a va b vektorlarning har biriga ortogonal;

3) c vektor yo'nalishi shundayki, a , b vektorlar o'ng bo'ladi.

(6.6) dan ko'rinib turibdiki, c vektor uzunligining kattaligi a va b vektorlarga qurilgan parallelogramning yuziga teng.

Ikki vektorning kollinarlik sharti ular vektorial ko'paytmasining nolga tengligidir.

Vektorlarning vektorial ko'paytmasi quyidagi to'rtta xossaga ega:

1. $[a,b] = -[b,a]$ - antikommutativlik;
2. $[(\alpha a), b] = \alpha[a,b]$ - birjinslilik;
3. $[(a+b), c] = [a,c] + [b,c]$ - assosiativlik;
4. Ixtiyoriy a vektor uchun $[a,a] = 0$.

Bu xossalar osongina isbotlanadi.

Agar ikki a va b vektor o'zlarining to'g'ri burchakli dekart koordinatalari $a = \{x_1; y_1; z_1\}$ va $b = \{x_2; y_2; z_2\}$ bilan aniqlangan bo'lsa, bu vektorlarning vektorial ko'paytmasi quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:

$$[a,b] = a \times b = \{y_1 z_2 - y_2 z_1; z_1 x_2 - z_2 x_1; x_1 y_2 - x_2 y_1\} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix}. \quad (6.7)$$

i, j, k bazis vektorlarning o'zaro ortogonalligi, o'ng uchlik tashkil qilishi va birlik uzunlikka ega ekanligi, ya'ni

$$[i,i]=0, [i,j]=k, [i,k]=-j, [j,i]=-k, [j,j]=0, [j,k]=i, [k,i]=j, [k,j]=-i, [k,k]=0.$$

larni hisobga olib, (6.7) formulani osongina isbotlash mumkin.

Ixtiyoriy a, b, c vektorlar berilgan bo'lsin. Agar a vektorni b vektorga vektorial ko'paytirish natijasida hosil bo'lgan $[a,b]$ vektor c vektorga skalyar ko'paytirilsa, a, b va c vektorlarning *aralash ko'paytmasi* deb atalgan $[a,b]c$ son hosil bo'ladi.

$[a,b]c$ aralash ko'paytma, agar berilgan a, b va c uchlik o'ng bo'lsa, musbat ishora bilan, aks holda, manfiy ishora bilan, boshlari umumiy nuqtaga keltirilgan a, b va c vektorlarga qurilgan parallelepipedning hajmiga teng. Ko'rinib turibdiki, agar a, b, c komplanar bo'lsa, ularning aralash ko'paytmasi nolga teng. Osongina ko'rinib turibdiki, $[a,b]c = a[b,c]$, chunki har ikki son kattaligi bo'yicha bir xil parallelepipedning hajmiga teng va ikkala uchlik bir xil yo'nalishli, ya'ni ikkalasi ham o'ng, yoki chap bo'lsa.

Shuning uchun a, b va c vektorlarning aralash ko'paytmasi aynan qaysi ikkita vektor vektorial ko'paytirilayotganligi (birinchi ikkitasi yoki oxirgi ikkitasi) ko'rsatilmadan oddiy abc ko'rinishda yoziladi.

Uchta vektor komplanarligining etarli va zaruriy sharti ularning aralash ko'paytmasi nolga tengligidir.

Agar a, b va c vektorlar o'zlarining to'g'ri burchakli dekart koordinatalari $a = \{x_1; y_1; z_1\}$, $b = \{x_2; y_2; z_2\}$, $c = \{x_3; y_3; z_3\}$ bilan aniqlangan bo'lsa, ularning aralash ko'paytmasi abc satrlari mos ravishda ko'paytirilayotgan vektorlarning koordinatalari (komponentalari) dan iborat determinantga teng, ya'ni

$$abc = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \end{vmatrix} \quad (6.8)$$

Haqiqatan, $[a,b] = \{y_1 z_2 - y_2 z_1; z_1 x_2 - z_2 x_1; x_1 y_2 - x_2 y_1\}$ va $s = \{x_3; y_3; z_3\}$ ekanligidan (6.8) formulaga asosan $[a,b]$ va c vektorlarning $[a,b]c$ skalyar ko'paytmasi

$$[a, b] \cdot c = abc = x_3(y_1z_2 - y_2z_1) + y_3(z_1x_2 - z_2x_1) + z_3(x_1y_2 - x_2y_1)$$

ga teng, lekin bu (6.8) ning o'zi. Demak, $\mathbf{a} = \{x_1; y_1; z_1\}$, $\mathbf{b} = \{x_2; y_2; z_2\}$, $\mathbf{c} = \{x_3; y_3; z_3\}$ vektorlarning

komplanarligining etarli va zaruriy sharti quyidagicha:

$$\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \end{vmatrix} = 0.$$

Misol. $B(5,1,0)$ nuqtaga qo'yilgan $\vec{F} = (1, -1, 1)$ kuch vektorining yo'naltiruvchi kosinuslarini va shu kuchning $A(3,2,-1)$ nuqtaga nisbatan momentini toping.

Echish: Kuch vektorining yo'naltiruvchi kosinuslarini topamiz.

$$\cos \alpha = \frac{F_x}{|\vec{F}|} = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad \cos \beta = \frac{F_y}{|\vec{F}|} = -\frac{1}{\sqrt{3}} \quad \cos \gamma = \frac{F_z}{|\vec{F}|} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

Kuch momenti $\vec{AB} = (2, -1, 1)$ va \vec{F} vektorlarning vektor ko'paytmasi kabi aniqlanadi.

$$\vec{m} = [\vec{ABF}] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix} = -\vec{j} - \vec{k}$$

ya'ni $\vec{m} = (0, -1, -1)$.

Agar \mathbf{b} vektorni \mathbf{c} vektorga vektorial ko'paytirish natijasida hosil bo'lgan vektor \mathbf{a} vektorga yana vektorial ko'paytirilsa, hosil bo'lgan $[\mathbf{a}, [\mathbf{b}, \mathbf{c}]]$ vektor *ikki karrali vektorial* ko'paytma deyiladi. Ixtiyoriy \mathbf{a} , \mathbf{b} va \mathbf{c} vektorlar uchun quyidagi formula o'rinli:

$$[\mathbf{a}, [\mathbf{b}, \mathbf{c}]] = \mathbf{b}(\mathbf{a}\mathbf{c}) - \mathbf{c}(\mathbf{a}\mathbf{b}). \quad (6.9)$$

Bu formulani isbot qilish uchun to'g'ri burchakli dekart koordinatalar sistemasini quyidagicha tanlab olamiz: bu vektorlar boshlarini umumiy nuqtaga – koordinatalar boshi O ga keltirilganda Oz o'q \mathbf{c} vektor bo'ylab yo'nalgan, Oy o'q esa \mathbf{b} va \mathbf{c} vektorlar bilan aniqlangan tekislikda joylashgan bo'lsin. U holda, ko'rinib turibdiki, $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ quyidagi koordinatalarga ega bo'ladi: $\mathbf{a} = \{x_1; y_1; z_1\}$, $\mathbf{b} = \{0; y_2; z_2\}$, $\mathbf{c} = \{0; 0; z_3\}$. (6.7) formulaga asosan $[\mathbf{b}, \mathbf{c}] = \{y_2z_3; 0; 0\}$ va xuddi shu formuladan $[\mathbf{a}, [\mathbf{b}, \mathbf{c}]] = \{0; z_1y_2z_3; -y_1y_2z_3\}$ tenglikka ega bo'lamiz. Boshqa tarafdin, ko'rinib turibdiki, $\mathbf{a}\mathbf{c} = z_1z_3$, $\mathbf{a}\mathbf{b} = y_1y_2 + z_1z_2$, shuning uchun $\mathbf{b}(\mathbf{a}\mathbf{c}) = \{0; y_2z_1z_3; z_2z_1z_3\}$, $\mathbf{c}(\mathbf{a}\mathbf{b}) = \{0; 0; y_1y_2z_3 + z_1z_2z_3\}$. Bu tengliklarni solishtirib, (6.9) tenglikni osongina hosil qilamiz.

1.3.2-a. Frontal so'rov uchun savollar

10. Vektor deb nimaga aytiladi?
11. Vektorlarni qanday ko'paytmalarini bilasiz?
12. Chap va o'ng sistemalar nima?

1.3.2-6. Blits-so'rov uchun savollar

23. Koordinatalari bilan berilgan vektorlarning skalyar ko'paytmasini qanday hisoblash mumkin va u simmetriklik xossasiga egami?
24. Ikki vektorning vektor ko'paytmasi va u qanday xossalarga ega?
25. Vektorlarni aralash ko'paytmasi?

1.3.2-В. Og'zaki so'rov uchun savollar

26. Vektor uzunligi?
27. Skalyar ko'paytma?
28. Ikki vektorning vektor ko'paytmasi?
29. Vektor ko'paytmaning xossalari?
30. Vektorlaning aralash ko'paytmasi?

1.3.3. Mustaqil ish uchun topshiriqlar

- **takrorlash va mashqlar:** takrorlash, o'z-o'zini tekshirish, tahlil, qayta ishlash, mustahkamlash, eslab qolish, chuqurlashtirish;
- **yangi materiallarning mustaqil o'zlashtirish:** yangi adabiy va internet materiallar, konspekt qo'shimchasi; mustaqil iboralar tuzish;
- **ilmiy xarakterdagi ishlar:** muammoli holatlar, testlar, savollar, topshiriqlar tuzish; topshiriqlarni bajarish.

1.3.4. Kartochkalar uchun testlar

1.3.5. ekranga tayanch materiallarni ko'rsatish(slaydlar)

- Prezentatsiya

1.3.6. Tavsiya etilgan adabiyotlar

Asosiy

1. Ilin V.A., Poznyak E.G. Analiticheskaya geometriya. – M: Nauka, 1998.
2. Kletenik D.V., Sbornik zadach po analiticheskoy geometrii.-M.: GITTL. 1986.
3. A.R.Artikov. Analitik geometriya. Uslubiy qo'llanma. Samarqand 2006.

Qo'shimcha

1. Bugrov YA.S., Nikolskiy S.M. Elementy lineynoy algebrы i analiticheskoy geometrii. – M: Nauka, 1980.
2. Suberbiller O.N. Zadachi i uprajneniya po analiticheskoy geometrii.- M: 1931.
3. Gyunter N.M. i Kuzmin R.O. Sbornik zadach po visshey matematike. – M: 1958.

1.4. O'qitish usullari qoidalari

1.4.1. Aqliy hujum qoidalari

- Hech qanday o'zaro baholash va tanqid;
- Taklif etilayotgan g'oyalarni baholashdan o'zingni tiy, hatto ular fantastic va iloji yo'q bo'lsa ham – hammasi mumkin;
- Tanqid qilma – hamma aytilgan g'oyalar birhirda;
- Bayon qiluvchi gapini bo'lma;
- Izoh berishdan o'zingni tiy;

- Maqsad bu - miqdor;
- Qancha g'oyalar ko'p bo'lsa chuncha yaxshi: yangi va zarur g'oya tug'ulishi imkoniyati ko'proq
- Agar g'oyalar takrorlansa o'ksinma,
- Tasavvuringga erk ber;
- Senda yaralgan g'oyalarni tashlama, agal ular sening nazaringda qabul qilingan sxemaga tegishli bo'lmasa ham;
- Bu muammo aniq usullar bilan yechiladi deb o'ylama.

1.4.2. "Insert" texnikasi qoidalari

- Matndi o'qib, ularda savollat tug'dirayotgan joylarni, ularni bilimlariga mos kelayotgan va mos kelmayotgan joylarni qalam bilan belgilab qo'yiladi;
- "Insert" jadvalini quyidagi belgilashlar bilan to'ldirish:
Agar «!» bo'lsa siz o'z bilimingizga yoki siz o'ylagan fikrga to'g'ri kelayotganini o'qiyapsiz;
Agar «←» bo'lsa siz o'z bilimingizga yoki to'g'ri deb o'ylaganingizga mutlaqo zid bo'lganini o'qiyapsiz;
Agar «+» bo'lsa siz o'qiyotganingiz siz uchun yangilik;
Agar «?» bo'lsa, siz o'qiyotganingiz siz uchun tushunarsiz yoki siz bu savolga yanada ko'proq ma'lumotlar olishni istaysiz.

1.4.3. Guruhlarda ishlash qoidalari

- Hamma o'z do'stlarini tinglashi kerak, unga yaxshi munosabatda bo'lib hurmar ko'rsatishi kerak;
- Hamma aktiv harakat qilishi lozim; berilgan topshiriqqa nisbatan birgalikda va javobgarlik bilan ishlashi kerak;
- Har kim o'ziga kerak paytda yordam so'rashi kerak;
- Har kim undan yordam so'ralganda yordam ko'rsatishi kerak;
- Guruhning ish natijalarini baholashda ishtirok etishi lozim;
- Biz bir kemadamiz, o'zgalarga yordam berib o'zimiz o'rganamiz, shuni har kim tushunishi lozim;

Mavzu 7. Tekislikda va fazoda dekart koordinatalar sistemasini almashtirish

Ma`ruzaga reja-topshiriqlar

Fan: Analitik geometriya

O'quv soati: 2 soat (ma`ruza);

O'quv mashg'uloti turi: ma`ruza; yangi bilimlarni mustahkamlash va o'rganish.

Ma`ruza rejasi:

17. Ortogonal almashtirish.
18. Bazis vektorlar.
19. Koordinatalar sistemasini almashtirish.

O'quv mashg'uloti maqsadi:

O'quv fani to'g'risida umumiy ta`surotlar berish, Vektorlar va ularning keyinchalik kasbiy faoliyatidagi roli.

O'quv mashg'uloti masalalari:

- *O'rgatuvchi:* talabalarda qabul qilish faoliyatini tashkil qilish, yangi materialni boshlang'ich esda qoldirish va anglash; Analitik geometriyaning terminlari, iboralarini xarakterlovchi elementlar; talabalarining matematik firlashini rivojlantirish muammoli masalalarni yechimini mahoratini oshirish; matematik masalalarni yechishda matematik simvollarning hususiyatlari bilan tanishtirish;

- *Rivojlantiruvchi*: kitob matni bilan ishlay bilishligi – mag’zlarini tanlab olish, tahlil qilish; gaplar tuzish, hulosa chiqarish, materialni talabalarning izlash faoliyatini stimullashtirish; hususiydan umumiy holga o’tish usuli bilan tekshirish; tekshirish natijalarini tahlil qilib va uni umumlashtira olishini rivojlantirish; analitik-sintetik faoliyatning mantiqiy fikrlashini qo’llash; talabalarning ijodiy mahoratini shakllantirish;
- *Tarbiyalovchi*: aktiv faoliyatga, mustaqil ishga jalb qilish; guruhlarda ishlash qoidalariga rioya qila olish; fanni o’rganishga qiziqishni rivojlantirish; Vektorlar nazariyasini Analitik geometriya kursni bir qismi sifatida tassavur berish; javobgarlik tuyg’ularini tarbiyalash, mehnatsevarlik, individual ishni jamoaviy ish bilan biriktirish, intizomlashtirish.

O’qitish texnologiyasi:

- *O’qitish usullari*: instruktaj; Ma`ruza, aqliy hujum, “Insert” texnikasi;
- *O’qitish shakllari*: frontal; jamoaviy;
- *O’qitish vositalari*: Ma`ruza matni; jadvallar, multimediya;
- *O’qitish sharoitlari*: texnik jihozlashtirilgan auditoriya;
- *Baholash va monitoring*: o’g’zaki savol-javob, blits-so’rov.

Pedagogik masalalar:

- Fanning masalalari va uning o’quv fanlar sistemasidagi o’rni va roli bilan tanishtirish;
- O’quv fanning tuzulmasi va tavsiya etiladigan o’quv-metodik adabiyotlarni tasvirlash;
- Fan sohasida metodik va tashkiliy xususiyatlarini ochib berish, baholash shakli va muddatlari;
- Fan ma`ruzasi paytida o’qitish jarayonini tashkil qilishning umumiy bosqichlarini xarakterlab berish va umumiy sxemasini tushuntirish.
- O’qitish texnologiyasi rivojlanishi perspektivasini xarakterlab berish;

O’quv faoliyati natijalari:

- Fan ma`ruzasi masalalari, maqsadlari va nomlari shakllanadi;
- Matematik fizika tenglamalari doirasidagi yutuqlar yoritiladi;
- Fan sohasida metodik va tashkiliy xususiyatlari hamda baholash shakli va muddatlari aytiladi
- Fan ma`ruzasida o’qitish jarayonini tashkil qilishning umumiy sxemasini kengaytirib xarakterlab beradi;
- Fanning asosiy ta`riflarini beradi, Matematik fizika tenglamalari fani ma`ruzalarining asosiy yo`nalishlari beriladi;
- Nazariy bilimlarning to’liqligi, sistemaliyligi va harakatliyligi;
- Amaliy mag’ulotlarni bajarishda o’rganilgan iboralar bilan ishlay olishligi;

• 1.2. Ma`ruzaning xronologik xaritasi

• 1 bosqich. O’quv mashg’ulotiga kirish (10 daqiq)

- *O’qituvchining faoliyati*: tayyorgarlikni tekshirish (davomat, konspektning borligi; o’ziga ishonch, aniqligi,); kerakli materiallarni tarqatish (konspekt, tarqatma materiallar); ma`ruzaning mavzusi va maqsadini bayon qilish; o’quv mashg’ulotning rajasi bilan tanishtirish; kalit iboralar va so’zlar, kategoriyalar; internet saytlari va adabiyotlar ro’yhati; o’quv natijalari haqida aytish;
- *Talabalar faoliyati*: o’quv joyini tayyorlash (talabalar borligi; tashqi ko’rinish; o’quv materiallar va qo’llanmalar); ma`ruzaning mavzusi va maqsadi bilan tanishish; o’quv materialini qabul qilishga tayyorgarlik ko’rish;
- *Shakillar, usular, uslublar*: instruktaj; frontal so’rov; mustahkamlovchi so’rov.

2 bosqich. Asosiy qism (60 daqiq)

- *O'qituvchining faoliyati*: mavzuga kiritadi; yangi mavzuga doir o'tgan fanlar va mashg'ulotlarning mavzularini eslashga chorlaydi; ma`ruza matnini tarqatadi, tanishishni taklif etadi, "Insert" usuli bilan belgilar qo'yishni taklif etadi; birinchi savol bo'yicha matn o'qiladi; qo'shimcha o'quv materiallarini aytib boorish va tushuncha berish; natural obektlarni namnoyon qilish va izohlash; tushunarsiz savollarni aniqlash va tushintirish; birinchi savol bo'yicha nazar (shunday qilib qolgan savollarga ham);
- *Talabalar faoliyati*: yangi mavzuda doir oldingi mashg'ulotlarda va fanlarda olgan bilimlarni mustahkamlaydi,; har bir kalit ibora va terminlarni eshitib, yozib borib, konspekt qilib aytib borishadi; "Insert" usuli bilan belgilan o'qiydilar, aniqlik kiritadilar, savollar beradilar va o'zaro;
- *Shakillar, usular, uslublar*: frontav so'rov blits-so'rov; aqliy hujum, "Insert" texnikasi.

3 bosqich. Yakunlovchi qisim (10 daqqa)

- *O'qituvchining faoliyati*: mnavzu bo'yicha hulosa qilish, talabalarning e'tiborlarini asosiyalarda jalb qilish; qilingan ishning muhimligini aytib o'tish; alohida talabalarning bajarilgan ishlarini baholash; o'zaro baholashning natijalarini chiqarish; o'quv mashg'ulotning yutuqlik darajasini baholash va tahlil qilish; mustaqil ish uchun topshiriqlar; baho ko'rsatgichlari va me'zonlari;
- *Talabalar faoliyati*: *ishning* tahlili; natijalarni olish; texnologik bilimlarni qo'llash; o'zaro baholashni o'tkazish, yo'l qo'yilgan hatolar bo'yicha tahlil va aniqlik kiritish; mustaqil ish topshiriqlarini yozib olish;
- *Shakillar, usular, uslublar*: guruhlarda ishlash, kartochkalarda topshiriqlar.

1.3. O'quv-metodik materiallar

Ma`ruza rejasi:

1. Ortogonal almashtirish.
2. Bazis vektorlar.
3. Koordinatalar sistemasini almashtirish.

Kalit so'zlar: Vektor, bazis vektor, koordinatalar sistemasini, koordinatalar sistemasini almashtirish

1.3.1. Ma`ruza matni

Текисликда мос равишда \mathbf{i}, \mathbf{j} ва \mathbf{i}', \mathbf{j}' базис векторларга эга бўлган иккита ихтиёрий Оху ва $O'x'y'$ тўғри бурчакли координаталар системалари берилган бўлсин. Оху текисликдаги ихтиёрий М нуқтанинг x ва y координаталари билан шу нуқтанинг $O'x'y'$ координаталар системасидаги x' ва y' координаталари орасидаги боғланишини

ифодалайдиган координаталар алмаштириши формуласини тузамиз. Равшанки, \vec{OM} ва $\vec{O'M}$ векторларни \mathbf{i}, \mathbf{j} ва \mathbf{i}', \mathbf{j}' базис векторлари орқали ёйиб,

$$\vec{OM} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j}, \quad \vec{O'M} = x'\mathbf{i}' + y'\mathbf{j}' \quad (7.1)$$

га эга бўламиз.

Агар $O'x'y'$ координаталар системаси O' бошининг координаталарини Оху координаталар системасига нисбатан x_0, y_0 билан белгиласак, у ҳолда,

$$\vec{OO'} = x_0 \cdot \mathbf{i} + y_0 \cdot \mathbf{j}. \quad (7.2)$$

Ҳар қандай векторни текисликда \mathbf{i}, \mathbf{j} базис бўйича ёйиш мумкин бўлганлиги учун, шундай $a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22}$ сонлар топиладики,

$$\mathbf{i}' = a_{11}\mathbf{i} + a_{12}\mathbf{j}, \quad \mathbf{j}' = a_{21}\mathbf{i} + a_{22}\mathbf{j} \quad (7.3)$$

бўлади.

Векторларни қўшиш қонунидан $\vec{OM} = \vec{OO'} + \vec{O'M}$ га эга бўламиз. У ҳолда, (7.1) ва (7.2) тенгликларни қўллаб ва \mathbf{i}, \mathbf{j} ларга боғлиқ қўшилувчиларни гуруҳласак,

$$xi + yj = (x_0 + a_{11}x' + a_{22}y')i + (y_0 + a_{12}x' + a_{22}y')j$$

га эга бўламиз.

Векторларни базис бўйича ёйишнинг ягоналигидан фойдаланиб, охириги тенгликдан изланаётган координаталар алмаштириши формуласини ҳосил қиламиз:

$$\begin{aligned} x &= x_0 + a_{11}x' + a_{21}y', \\ y &= y_0 + a_{12}x' + a_{22}y'. \end{aligned} \quad (7.4)$$

Бу алмаштиришнинг коэффициентлари оддий геометрик маънога эга. (7.3) тенгликларнинг ҳар бирини аввал \mathbf{i} га, кейин эса \mathbf{j} га скаляр кўпайтириб ва $\mathbf{i}\mathbf{i}=1, \mathbf{j}\mathbf{j}=1, \mathbf{i}\mathbf{j}=0, \mathbf{j}\mathbf{i}=0$ ларни ҳисобга олиб,

$$a_{11} = \cos(\mathbf{i}' \wedge \mathbf{i}), \quad a_{12} = \cos(\mathbf{i}' \wedge \mathbf{j}), \quad a_{21} = \cos(\mathbf{j}' \wedge \mathbf{i}), \quad a_{22} = \cos(\mathbf{j}' \wedge \mathbf{j}) \quad (7.5)$$

га эга бўламиз.

Агар \mathbf{i} ва \mathbf{i}' базис векторлар орасидаги бурчакни φ орқали белгиласак, у ҳолда, \mathbf{j} ва \mathbf{j}' базис векторлар орасидаги бурчак эса, агар иккала система бир хил ориентацияга эга бўлса, φ га, акс ҳолда, $\pi - \varphi$ га тенг бўлади. Шундай қилиб, (7.4) формулалар бир хил ориентацияга эга бўлган ҳолда:

$$x = x_0 + x' \cos \varphi - y' \sin \varphi, \quad y = y_0 + x' \sin \varphi + y' \cos \varphi, \quad (7.5)$$

акс ҳолда:

$$x = x_0 + x' \cos \varphi + y' \sin \varphi, \quad y = y_0 + x' \sin \varphi - y' \cos \varphi. \quad (7.6)$$

кўринишни олади.

Хулоса қилиб айтиш мумкинки, бир хил ориентацияли иккита Oxy ва $O'x'y'$ координаталар системалари қандай бўлмасин, улардан биринчиси иккинчиси билан $\vec{OO'}$ вектор бўйлаб параллел кўчириш ва координата боши атрофида φ бурчакка буриш натижасида устма-уст тушиши мумкин.

Равшанки, (7.5) тенгламани x', y' ларга нисбатан ечиб,

$$\begin{aligned} x^1 &= (x - x_0) \cos \varphi + (y - y_0) \sin \varphi, \\ y^1 &= (x - x_0) \sin \varphi + (y - y_0) \cos \varphi \end{aligned}$$

тескари формулаларни ҳосил қиламиз.

Худди шундай мулоҳазалар ёрдамида фазода координаталар алмаштириши:

$$\begin{aligned} x &= x_0 + a_{31}x' + a_{21}y' + a_{31}z', \\ y &= y_0 + a_{12}x' + a_{22}y' + a_{32}z', \\ z &= z_0 + a_{13}x' + a_{23}y' + a_{33}z' \end{aligned}$$

формулаларини ҳосил қилиш мумкин.

Текисликнинг чизикли алмаштириши деб, шу текисликнинг ҳар бир $M(x, y)$ нуктаси x', y' координаталари

$$\begin{aligned} x' &= a_{11}x + a_{12}y + a_{13}, \\ y' &= a_{21}x + a_{22}y + a_{23}. \end{aligned} \quad (7.7)$$

формулалар билан аниқланадиган $M'(x', y')$ нуктага кўчириладиган алмаштиришга айтилади.

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} \text{ детерминант (7.7) алмаштиришнинг детерминанти деб аталади. (7.7)}$$

алмаштириш $\Delta \neq 0$ бўлса, айнамаган, $\Delta = 0$ бўлган ҳолда эса айниган деб аталади.

Агар

$$a_{11}^2 + a_{21}^2 = 1, \quad a_{12}^2 + a_{22}^2 = 1, \quad a_{11}a_{12} + a_{21}a_{22} = 0 \quad (7.8)$$

бўлса, (7.7) чизиқли айнимага алмаштириш ортогонал дейилади.

Равшанки, (7.5) ва (7.6) алмаштиришларнинг коэффициентлари (7.8) муносабатларни қаноатлантиради ва шунинг учун (7.5) ва (7.6) алмаштиришлар ортогоналдир.

Теорема. Ортогонал алмаштиришлар натижасида нуқталар орасидаги масофалар сақланади.

Исбот. $M_1(x_1, y_1)$ ва $M_2(x_2, y_2)$ нуқталар (7.7) ортогонал алмаштириш натижасида мос равишда $M'_1(x'_1, y'_1)$ ва $M'_2(x'_2, y'_2)$ нуқталарга ўтсин. $\overline{M_1M_2}$ ва $\overline{M'_1M'_2}$ кесмалар бир хил узунликларга эга эканлигини кўрсатамиз. (7.7) ва (7.8) формулалар ёрдамида

$$\begin{aligned} [M'_1M'_2]^2 &= [x'_1 - x'_2]^2 + [y'_1 - y'_2]^2 = [a_{11}(x_2 - x_1) + a_{12}(y_2 - y_1)]^2 + \\ &\quad + [a_{21}(x_2 - x_1) + a_{22}(y_2 - y_1)]^2 = \\ &= (a_{11}^2 + a_{21}^2)(x_2 - x_1)^2 + (a_{12}^2 + a_{22}^2)(y_2 - y_1)^2 + \\ &\quad + 2(a_{11}a_{12} + a_{21}a_{22})(x_2 - x_1)(y_2 - y_1) = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 = |\overline{M_1M_2}|^2 \end{aligned}$$

га эга бўламиз.

Ортогонал алмаштиришларда масофалар сақланганлиги учун текисликдаги ҳар қандай фигура ўзига тенг фигурага аксланади.

Агар қуйидаги муносабатлар бажарилса фазода

$$\begin{aligned} x' &= a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z + a_{14}, \\ y' &= a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z + a_{24}, \\ z' &= a_{31}x + a_{32}y + a_{33}z + a_{34} \end{aligned} \quad (7.9)$$

чизиқли алмаштириш ортогонал дейилади:

$$\begin{aligned} a_{11}^2 + a_{21}^2 + a_{31}^2 &= 1, & a_{11}a_{12} + a_{21}a_{22} + a_{31}a_{32} &= 0, \\ a_{12}^2 + a_{22}^2 + a_{32}^2 &= 1, & a_{12}a_{13} + a_{22}a_{23} + a_{32}a_{33} &= 0, \\ a_{13}^2 + a_{23}^2 + a_{33}^2 &= 1, & a_{13}a_{11} + a_{23}a_{21} + a_{33}a_{31} &= 0. \end{aligned}$$

Ортогонал алмаштиришлар қуйидаги хоссаларга эга:

- 1) ортогонал алмаштиришларнинг кетма-кетлиги ортогонал алмаштириш бўлади;
- 2) $x' = x, y' = y, z' = z$ - айний алмаштириш ортогонал алмаштиришдир;
- 3) ортогонал алмаштиришга тескари алмаштириш ортогоналдир.

Бу хоссаларни бевосита текшириш мумкин, масалан, (7.5) ва (7.6) алмаштиришлар учун.

1.3.2-а. Frontal so'rov uchun savollar

13. Dekart koordinatalar sistemasi?
14. Ayniy almashtirish.
15. Teskari almashtirish?

1.3.2-б. Blits-so'rov uchun savollar

31. Ortogonal almashtirishla masofani saqlaydimi?
32. Koordinatalar sistemasini almashtirish deganda nimani tushinasiz?

33. Bazis vektorlar qanday vektorlar?

1.3.2-B. Og'zaki so'rov uchun savollar

34. Ortogonal almashtirish qanday xossalarga ega?

35. Bazis vektorlarga misol keltiring?

36. Ortogonal almashtirishga misol keltiring?

1.3.3. Mustaqil ish uchun topshiriqlar

- **takrorlash va mashqlar:** takrorlash, o'z-o'zini tekshirish, tahlil, qayta ishlash, mustahkamlash, eslab qolish, chuqurlashtirish;
- **yangi materiallarning mustaqil o'zlashtirish:** yangi adabiy va internet materiallar, konspekt qo'shimchasi; mustaqil iboralar tuzish;
- **ilmiy xarakterdagi ishlar:** muammoli holatlar, testlar, savollar, topshiriqlar tuzish; topshiriqlarni bajarish.

1.3.4. Kartochkalar uchun testlar

1.3.5. ekranga tayanch materiallarni ko'rsatish(slaydlar)

- Prezentatsiya

1.3.6. Tavsiya etilgan adabiyotlar

Asosiy

1. Ilin V.A., Poznyak E.G. Analiticheskaya geometriya. – M: Nauka, 1998.
2. Kletenik D.V., Sbornik zadach po analiticheskoy geometrii.-M.: GITTL. 1986.
3. A.R.Artikov. Analitik geometriya. Uslubiy qo'llanma. Samarqand 2006.

Qo'shimcha

1. Bugrov YA.S., Nikolskiy S.M. Elementy lineynoy algebrы i analiticheskoy geometrii. – M: Nauka, 1980.
2. Suberbiller O.N. Zadachi i uprajneniya po analiticheskoy geometrii.- M: 1931.
3. Gyunter N.M. i Kuzmin R.O. Sbornik zadach po visshey matematike. – M: 1958.

1.4. O'qitish usullari qoidalari

1.4.1. Aqliy hujum qoidalari

- Hech qanday o'zaro baholash va tanqid;
- Taklif etilayotgan g'oyalarni baholashdan o'zingni tiy, hatto ular fantastic va iloji yo'q bo'lsa ham – hammasi mumkin;
- Tanqid qilma – hamma aytilgan g'oyalar birhirda;
- Bayon qiluvchi gapini bo'lma;
- Izoh berishdan o'zingni tiy;
- Maqsad bu - miqdor;
- Qancha g'oyalar ko'p bo'lsa chuncha yaxshi: yangi va zarur g'oya tug'ulishi imkoniyati ko'proq

- Agar g'oyalar takrorlansa o'ksinma,
- Tasavvuringga erk ber;
- Senda yaralgan g'oyalarni tashlama, agal ular sening nazaringda qabul qilingan sxemaga tegishli bo'lmasa ham;
- Bu muammo aniq usullar bilan yechiladi deb o'ylama.

1.4.2. "Insert" texnikasi qoidalari

- Matndi o'qib, ularda savollat tug'dirayotgan joylarni, ularni bilimlariga mos kelayotgan va mos kelmayotgan joylarni qalam bilan belgilab qo'yiladi;
- "Insert" jadvalini quyidagi belgilashlar bilan to'ldirish:
Agar «!» bo'lsa siz o'z bilimingizga yoki siz o'ylagan fikrga to'g'ri kelayotganini o'qiyapsiz;
Agar «←» bo'lsa siz o'z bilimingizga yoki to'g'ri deb o'ylaganingizga mutlaqo zid bo'lganini o'qiyapsiz;
Agar «+» bo'lsa siz o'qiyotganingiz siz uchun yangilik;
Agar «?» bo'lsa, siz o'qiyotganingiz siz uchun tushunarsiz yoki siz bu savolga yanada ko'proq ma'lumotlar olishni istaysiz.

1.4.3. Guruhlarda ishlash qoidalari

- Hamma o'z do'stlarini tinglashi kerak, unga yaxshi munosabatda bo'lib hurmar ko'rsatishi kerak;
- Hamma aktiv harakat qilishi lozim; berilgan topshiriqqa nisbatan birgalikda va javobgarlik bilan ishlashi kerak;
- Har kim o'ziga kerak paytda yordam so'rashi kerak;
- Har kim undan yordam so'ralganda yordam ko'rsatishi kerak;
- Guruhning ish natijalarini baholashda ishtirok etishi lozim;
- Biz bir kemandamiz, o'zgalarga yordam berib o'zimiz o'rganamiz, shuni har kim tushunishi lozim;

Mavzu 9. Qutb, silindrik va sferik koordinatalar sistemasi

Ma'ruzaga reja-topshiriqlar

Fan: Analitik geometriya

O'quv soati: 2 soat (ma'ruza);

O'quv mashg'uloti turi: ma'ruza; yangi bilimlarni mustahkamlash va o'rganish.

Ma'ruza rejasi:

1. Tekislikda koordinatalar sistemasini almashtirish.
2. Fazoda koordinatalar sistemasini almashtirish.
3. Qutb koordinatalar sistemasi.
4. Silindrik koordinatalar sistemasi.
5. Sferik koordinatalar sistemasi.

O'quv mashg'uloti maqsadi:

O'quv fani to'g'risida umumiy ta'surotlar berish, Vektorlar va ularning keyinchalik kasbiy faoliyatidagi roli.

O'quv mashg'uloti masalalari:

- *O'rgatuvchi:* talabalarda qabul qilish faoliyatini tashkil qilish, yangi materialni boshlang'ich esda qoldirish va anglash; Analitik geometriyaning terminlari, iboralarini xarakterlovchi elementlar; talabalarining matematik firlashini rivojlantirish muammoli masalalarni yechimini mahoratini oshirish; matematik masalalarni yechishda matematik simvollarning hususiyatlari bilan tanishtirish;

- *Rivojlantiruvchi*: kitob matni bilan ishlay bilishligi – mag’zlarini tanlab olish, tahlil qilish; gaplar tuzish, hulosa chiqarish, materialni talabalarning izlash faoliyatini stimullashtirish; hususiydan umumiy holga o’tish usuli bilan tekshirish; tekshirish natijalarini tahlil qilib va uni umumlashtira olishini rivojlantirish; analitik-sintetik faoliyatning mantiqiy fikrlashini qo’llash; talabalarning ijodiy mahoratini shakllantirish;
- *Tarbiyalovchi*: aktiv faoliyatga, mustaqil ishga jalb qilish; guruhlarda ishlash qoidalariga rioya qila olish; fanni o’rganishga qiziqishni rivojlantirish; Vektorlar nazariyasini Analitik geometriya kursni bir qismi sifatida tassavur berish; javobgarlik tuyg’ularini tarbiyalash, mehnatsevarlik, individual ishni jamoaviy ish bilan biriktirish, intizomlashtirish.

O’qitish texnologiyasi:

- *O’qitish usullari*: instruktaj; Ma`ruza, aqliy hujum, “Insert” texnikasi;
- *O’qitish shakllari*: frontal; jamoaviy;
- *O’qitish vositalari*: Ma`ruza matni; jadvallar, multimediya;
- *O’qitish sharoitlari*: texnik jihozlashtirilgan auditoriya;
- *Baholash va monitoring*: o’g’zaki savol-javob, blits-so’rov.

Pedagogik masalalar:

- Fanning masalalari va uning o’quv fanlar sistemasidagi o’rni va roli bilan tanishtirish;
- O’quv fanning tuzulmasi va tavsiya etiladigan o’quv-metodik adabiyotlarni tasvirlash;
- Fan sohasida metodik va tashkiliy xususiyatlarini ochib berish, baholash shakli va muddatlari;
- Fan ma`ruzasi paytida o’qitish jarayonini tashkil qilishning umumiy bosqichlarini xarakterlab berish va umumiy sxemasini tushuntirish.
- O’qitish texnologiyasi rivojlanishi perspektivasini xarakterlab berish;

O’quv faoliyati natijalari:

- Fan ma`ruzasi masalalari, maqsadlari va nomlari shakllanadi;
- Matematik fizika tenglamalari doirasidagi yutuqlar yoritiladi;
- Fan sohasida metodik va tashkiliy xususiyatlari hamda baholash shakli va muddatlari aytiladi
- Fan ma`ruzasida o’qitish jarayonini tashkil qilishning umumiy sxemasini kengaytirib xarakterlab beradi;
- Fanning asosiy ta`riflarini beradi, Matematik fizika tenglamalari fani ma`ruzalarining asosiy yo`nalishlari beriladi;
- Nazariy bilimlarning to’liqligi, sistemaliyligi va harakatliyligi;
- Amaliy mag’ulotlarni bajarishda o’rganilgan iboralar bilan ishlay olishligi;

• 1.2. Ma`ruzaning xronologik xaritasi

• 1 bosqich. O’quv mashg’ulotiga kirish (10 daqiq)

- *O’qituvchining faoliyati*: tayyorgarlikni tekshirish (davomat, konspektning borligi; o’ziga ishonch, aniqligi,); kerakli materiallarni tarqatish (konspekt, tarqatma materiallar); ma`ruzaning mavzusi va maqsadini bayon qilish; o’quv mashg’ulotning rajasi bilan tanishtirish; kalit iboralar va so’zlar, kategoriyalar; internet saytlari va adabiyotlar ro’yhati; o’quv natijalari haqida aytish;
- *Talabalar faoliyati*: o’quv joyini tayyorlash (talabalar borligi; tashqi ko’rinish; o’quv materiallar va qo’llanmalar); ma`ruzaning mavzusi va maqsadi bilan tanishish; o’quv materialini qabul qilishga tayyorgarlik ko’rish;
- *Shakillar, usular, uslublar*: instruktaj; frontal so’rov; mustahkamlovchi so’rov.

2 bosqich. Asosiy qism (60 daqiq)

- *O'qituvchining faoliyati*: mavzuga kiritadi; yangi mavzuga doir o'tgan fanlar va mashg'ulotlarning mavzularini eslashga chorlaydi; ma'ruza matnini tarqatadi, tanishishni taklif etadi, "Insert" usuli bilan belgilar qo'yishni taklif etadi; birinchi savol bo'yicha matn o'qiladi; qo'shimcha o'quv materiallarini aytib boorish va tushuncha berish; natural obektlarni namnoyon qilish va izohlash; tushunarsiz savollarni aniqlash va tushintirish; birinchi savol bo'yicha nazar (shunday qilib qolgan savollarga ham);
- *Talabalar faoliyati*: yangi mavzuda doir oldingi mashg'ulotlarda va fanlarda olgan bilimlarni mustahkamlaydi; har bir kalit ibora va terminlarni eshitib, yozib borib, konspekt qilib aytib borishadi; "Insert" usuli bilan belgilan o'qiydilar, aniqlik kiritadilar, savollar beradilar va o'zaro;
- *Shakillar, usular, uslublar*: frontav so'rov blits-so'rov; aqliy hujum, "Insert" texnikasi.

3 bosqich. Yakunlovchi qisim (10 daqqa)

- *O'qituvchining faoliyati*: mnavzu bo'yicha hulosa qilish, talabalarning e'tiborlarini asosiyalarda jalb qilish; qilingan ishning muhimligini aytib o'tish; alohida talabalarning bajarilgan ishlarini baholash; o'zaro baholashning natijalarini chiqarish; o'quv mashg'ulotning yutuqlik darajasini baholash va tahlil qilish; mustaqil ish uchun topshiriqlar; baho ko'rsatgichlari va me'zonlari;
- *Talabalar faoliyati*: *ishning* tahlili; natijalarni olish; texnologik bilimlarni qo'llash; o'zaro baholashni o'tkazish, yo'l qo'yilgan hatolar bo'yicha tahlil va aniqlik kiritish; mustaqil ish topshiriqlarini yozib olish;
- *Shakillar, usular, uslublar*: guruhlarda ishlash, kartochkalarda topshiriqlar.

1.3. O'quv-metodik materiallar

Ma'ruza rejasi:

1. Tekislikda koordinatalar sistemasini almashtirish.
2. Fazoda koordinatalar sistemasini almashtirish.
3. Qutb koordinatalar sistemasi.
4. Silindrik koordinatalar sistemasi.
5. Sferik koordinatalar sistemasi.

Kalit so'zlar: Koordinatalar sistemasi, qutb koordinatalar sistemasi, silindrik koordinatalar sistemasi, sferik koordinatalar sistemasi

1.3.1. Ma'ruza matni

Tekislikdagi dekart koordinatalari bilan mos kelgan $M(x, y)$ nuqtaning *qutb* koordinatalari deb, shunday ikki ρ va φ sonlarga aytiladiki, ulardan birinchisi – *qutb radiusi* ρ - dekart koordinatalar boshi O dan M nuqtagacha bo'lgan masofaga teng, ikkinchisi – *qutb burchagi* φ - Ox va OM nurlar (yarim to'g'ri chiziqlar) orasidagi burchak.

Nuqtaning qutb koordinatalari va dekart koordinatalari orasidagi munosabat quyidagi formulalar bilan aniqlanadi:

$$x = \rho \cos \varphi, \quad y = \rho \sin \varphi \quad (9.1)$$

yoki

$$\rho = \sqrt{x^2 + y^2}, \quad \varphi = \arctg \frac{y}{x}, \quad 0 < \rho < +\infty, \quad 0 \leq \varphi < 2\pi. \quad (9.2)$$

Fazoda dekart koordinatalari bilan mos kelgan $M(x, y, z)$ nuqtaning *silindrik* koordinatalari deb, shunday uchta son ρ , φ va z ga aytiladiki, ulardan ikkitasi (ρ va φ) M nuqtaning Oxy da O qutbga va Ox qutb o'qiga nisbatan ortogonal proektsiyasining koordinatalari, z esa OM_z kesmaning kattaligidir.

Nuqtaning silindrik koordinatalari va dekart koordinatalari orasidagi bog'lanish quyidagi formulalar bilan ifodalanadi:

$$x = \rho \cos \varphi, \quad y = \rho \sin \varphi, \quad z = z, \quad 0 < \rho < +\infty, \quad 0 \leq \varphi < 2\pi \quad (9.3)$$

M fazoning O dan farqli ixtiyoriy nuqtasi, N - uning Oxy tekislikdagi proektsiyasi, ρ - M dan O gacha bo'lgan masofa bo'lsin. θ - \vec{OM} yo'naltirilgan kesma bilan Oz o'qning tashkil qilgan burchagi, φ - Ox o'qni ON nur bilan ustma-ust tushguncha soat strelkasiga qarshi burish kerak bo'lgan burchak. θ va φ mos ravishda kenglik va uzoqlik.

Fazoda dekart koordinatalari bilan mos kelgan $M(x, y, z)$ nuqtaning *sferik* koordinatalari deb, ρ , φ , θ sonlarga aytiladi, ularning dekart koordinatalari bilan mos kelgan bog'lanishi quyidagi formulalar bilan aniqlanadi:

$$\begin{aligned} x &= \rho \sin \theta \cos \varphi, & y &= \rho \sin \theta \sin \varphi, & z &= \rho \cos \theta, \\ 0 &\leq \theta < \pi, & 0 &\leq \varphi < 2\pi, & 0 &< \rho < +\infty. \end{aligned} \quad (9.4)$$

1.3.2-a. Frontal so'rov uchun savollar

16. Dekart koordinatalar sistemasi?
17. Qurb koordinatalar sistemasi?
18. Silindrik koordinatalar sistemasi?
19. Sferik koordinatalar sistemasi?

1.3.2-6. Blits-so'rov uchun savollar

37. Nuqtaning o'qdagi proektsiyasi?
38. Fazoda nuqtaning tekislikdagi proektsiyalari?
39. Qanday koordinatalar sistemasini bilasiz?

1.3.2-b. Og'zaki so'rov uchun savollar

40. Dekart koordinatalar sistemasi?
41. Uch o'lchovli dekart koordinatalar sistemasida nuqtaning tekislikdagi proektsiyalari.

1.3.3. Mustaqil ish uchun topshiriqlar

- **takrorlash va mashqlar:** takrorlash, o'z-o'zini tekshirish, tahlil, qayta ishlash, mustahkamlash, eslab qolish, chuqurlashtirish;
- **yangi materiallarning mustaqil o'zlashtirish:** yangi adabiy va internet materiallar, konspekt qo'shimchasi; mustaqil iboralar tuzish;
- **ilmiy xarakterdagi ishlar:** muammoli holatlar, testlar, savollar, topshiriqlar tuzish; topshiriqlarni bajarish.

1.3.4. Kartochkalar uchun testlar

1.3.5. ekranga tayanch materiallarni ko'rsatish(slaydlar)

- Prezentatsiya

1.3.6. Tavsiya etilgan adabiyotlar

Asosiy

1. Ilin V.A., Poznyak E.G. Analiticheskaya geometriya. – M: Nauka, 1998.
2. Kletenik D.V., Sbornik zadach po analiticheskoy geometrii.-M.: GITTL. 1986.
3. A.R.Artikov. Analitik geometriya. Uslubiy qo'llanma. Samarqand 2006.

Qo'shimcha

1. Bugrov YA.S., Nikolskiy S.M. Elementy lineynoy algebrы i analiticheskoy geometrii. – M: Nauka, 1980.
2. Suberbiller O.N. Zadachi i uprajneniya po analiticheskoy geometrii.- M: 1931.
3. Gyunter N.M. i Kuzmin R.O. Sbornik zadach po visshey matematike. – M: 1958.

1.4. O'qitish usullari qoidalari

1.4.1. Aqliy hujum qoidalari

- Hech qanday o'zaro baholash va tanqid;
- Taklif etilayotgan g'oyalarni baholashdan o'zingni tiy, hatto ular fantastic va iloji yo'q bo'lsa ham – hammasi mumkin;
- Tanqid qilma – hamma aytilgan g'oyalar birhirda;
- Bayon qiluvchi gapini bo'lma;
- Izoh berishdan o'zingni tiy;
- Maqsad bu - miqdor;
- Qancha g'oyalar ko'p bo'lsa chuncha yaxshi: yangi va zarur g'oya tug'ulishi imkoniyati ko'proq
- Agar g'oyalar takrorlansa o'ksinma,
- Tasavvuringga erk ber;
- Senda yaralgan g'oyalarni tashlama, agal ular sening nazaringda qabul qilingan sxemaga tegishli bo'lmasa ham;
- Bu muammo aniq usullar bilan yechiladi deb o'ylama.

1.4.2. "Insert" texnikasi qoidalari

- Matndi o'qib, ularda savollat tug'dirayotgan joylarni, ularni bilimlariga mos kelayotgan va mos kelmayotgan joylarni qalam bilan belgilab qo'yiladi;

- “Insert” jadvalini quyidagi belgilashlar bilan to’ldirish:
Agar «!» bo’lsa siz o’z bilimingizga yoki siz o’ylagan fikrga to’g’ri kelayotganini o’qiyapsiz;
Agar «←» bo’lsa siz o’z bilimingizga yoki to’g’ri deb o’ylaganingizga mutlaqo zid bo’lganini o’qiyapsiz;
Agar «+» bo’lsa siz o’qiyotganingiz siz uchun yangilik;
Agar «?» bo’lsa, siz o’qiyotganingiz siz uchun tushunarsiz yoki siz bu savolga yanada ko’proq ma’lumotlar olishni istaysiz.

1.4.3. Guruhlarda ishlash qoidalarini

- Hamma o’z do’stlarini tinglashi kerak, unga yaxshi munosabatda bo’lib hurmar ko’rsatishi kerak;
- Hamma aktiv harakat qilishi lozim; berilgan topshiriqqa nisbatan birgalikda va javobgarlik bilan ishlashi kerak;
- Har kim o’ziga kerak paytda yordam so’rashi kerak;
- Har kim undan yordam so’ralganda yordam ko’rsatishi kerak;
- Guruhning ish natijalarini baholashda ishtirok etishi lozim;
- Biz bir kemadamiz, o’zgalarga yordam berib o’zimiz o’rganamiz, shuni har kim tushunishi lozim;

Mavzu 12. Fazoda tekislik tenglamasi

Ma’ruzaga reja-topshiriqlar

Fan: Analitik geometriya

O’quv soati: 2 soat (ma’ruza);

O’quv mashg’uloti turi: ma’ruza; yangi bilimlarni mustahkamlash va o’rganish.

Ma’ruza rejasi:

20. Fazoda tekislik tenglamasi.
21. Fazoda tekislikning koordinata o’qlarga nisbatan tenglamasi.
22. Fazoda tekislikning normal tenglamasi.

O’quv mashg’uloti maqsadi:

O’quv fani to’g’risida umumiy ta’surotlar berish, Fazoda tekislik, to’g’ri chiziq va ularning keyinchalik kasbiy faoliyatidagi roli.

O’quv mashg’uloti masalalari:

- *O’rgatuvchi:* talabalarda qabul qilish faoliyatini tashkil qilish, yangi materialni boshlang’ich esda qoldirish va anglash; Analitik geometriyaning terminlari, iboralarini xarakterlovchi elementlar; talabalarining matematik fikrlashini rivojlantirish muammoli masalalarni yechimini mahoratini oshirish; matematik masalalarni yechishda matematik simvollarning hususiyatlari bilan tanishtirish;
- *Rivojlantiruvchi:* kitob matni bilan ishlay bilishligi – mag’zlarini tanlab olish, tahlil qilish; gaplar tuzish, hulosalar chiqarish, materialni talabalarining izlash faoliyatini stimullashtirish; hususiydan umumiy holga o’tish usuli bilan tekshirish; tekshirish natijalarini tahlil qilib va uni umumlashtira olishini rivojlantirish; analitik-sintetik faoliyatning mantiqiy fikrlashini qo’llash; talabalarining ijodiy mahoratini shakillantirish;
- *Tarbiyalovchi:* aktiv faoliyatga, mustaqil ishga jalb qilish; guruhlarda ishlash qoidalariga rioya qila olish; fanni o’rganishga qiziqishni rivojlantirish; Vektorlar nazariyasini Analitik geometriya kursni bir qismi sifatida tassavur berish; javobgarlik tuyg’ularini tarbiyalash, mehnatsevarlik, individual ishni jamoaviy ish bilan birlashtirish, intizomlashtirish.

O’qitish texnologiyasi:

- *O’qitish usullari:* instruktaj; Ma’ruza, aqliy hujum, “Insert” texnikasi;

- *O'qitish shakllari*: frontal; jamoaviy;
- *O'qitish vositalari*: Ma`ruza matni; jadvallar, multimediya;
- *O'qitish sharoitlari*: texnik jihozlashtirilgan auditoriya;
- *Baholash va monitoring*: o'g'zaki savol-javob, blits-so'rov.

Pedagogik masalalar:

- Fanning masalalari va uning o'quv fanlar sistemasidagi o'rni va roli bilan tanishtirish;
- O'quv fanning tuzulmasi va tavsiya etiladigan o'quv-metodik adabiyotlarni tasvirlash;
- Fan sohasida metodik va tashkiliy xususiyatlarini ochib berish, baholash shakli va muddatlari;
- Fan ma`ruzasi paytida o'qitish jarayonini tashkil qilishning umumiy bosqichlarini xarakterlab berish va umumiy sxemasini tushuntirish.
- O'qitish texnologiyasi rivojlanishi perspektivasini xarakterlab berish;

O'quv faoliyati natijalari:

- Fan ma`ruzasi masalalari, maqsadlari va nomlari shakllanadi;
- Matematik fizika tenglamalari doirasidagi yutuqlar yoritiladi;
- Fan sohasida metodik va tashkiliy xususiyatlari hamda baholash shakli va muddatlari aytiladi
- Fan ma`ruzasida o'qitish jarayonini tashkil qilishning umumiy sxemasini kengaytirib xarakterlab beradi;
- Fanning asosiy ta`riflarini beradi, Matematik fizika tenglamalari fani ma`ruzalarining asosiy yo'nalishlari beriladi;
- Nazariy bilimlarning to'liqligi, sistemaliyligi va harakatliyligi;
- Amaliy mag'ulotlarni bajarishda o'rganilgan iboralar bilan ishlay olishligi;

• **1.2. Ma`ruzaning xronologik xaritasi**

• **1 bosqich. O'quv mashg'ulotiga kirish (10 daqiqa):**

- *O'qituvchining faoliyati*: tayyorgarlikni tekshirish (davomat, konspektning borligi; o'ziga ishonch, aniqligi); kerakli materiallarni tarqatish (konspekt, tarqatma materiallar); ma`ruzaning mavzusi va maqsadini bayon qilish; o'quv mashg'ulotning rajasi bilan tanishtirish; kalit iboralar va so'zlar, kategoriyalar; internet saytlari va adabiyotlar ro'yhati; o'quv natijalari haqida aytish;
- *Talabalar faoliyati*: o'quv joyini tayyorlash (talabalar borligi; tashqi ko'rinish; o'quv materiallar va qo'llanmalar); ma`ruzaning mavzusi va maqsadi bilan tanishish; o'quv materialini qabul qilishga tayyorgarlik ko'rish;
- *Shakillar, usular, uslublar*: instruktaj; frontal so'rov; mustahkamlovchi so'rov.

2 bosqich. Asosiy qism (60 daqiqa):

- *O'qituvchining faoliyati*: mavzuga kiritadi; yangi mavzuga doir o'tgan fanlar va mashg'ulotlarning mavzularini eslashga chorlaydi; ma`ruza matnini tarqatadi, tanishishni taklif etadi, "Insert" usuli bilan belgilar qo'yishni taklif etadi; birinchi savol bo'yicha matn o'qiladi; qo'shimcha o'quv materiallarini aytib boorish va tushuncha berish; natural obektlarni namnoyon qilish va izohlash; tushunarsiz savollarni aniqlash va tushintirish; birinchi savol bo'yicha nazar (shunday qilib qolgan savollarga ham);
- *Talabalar faoliyati*: yangi mavzuda doir oldingi mashg'ulotlarda va fanlarda olgan bilimlarni mustahkamlaydi; har bir kalit ibora va terminlarni eshitib, yozib borib, konspekt qilib aytib borishadi; "Insert" usuli bilan belgilan o'qiydilar, aniqlik kiritadilar, savollar beradilar va o'zaro;
- *Shakillar, usular, uslublar*: frontav so'rov blits-so'rov; aqliy hujum, "Insert" texnikasi.

3 bosqich. Yakunlovchi qisim (10 daqiqa)

- *O'qituvchining faoliyati:* mnavzu bo'yicha hulosa qilish, talabalarning e'tiborlarini asosiyalarda jalb qilish; qilingan ishning muhimligini aytib o'tish; alohida talabalarning bajarilgan ishlarini baholash; o'zaro baholashning natijalarini chiqarish; o'quv mashg'ulotning yutuqlik darajasini baholash va tahlil qilish; mustaqil ish uchun topshiriqlar; baho ko'rsatgichlari va me'zonlari;
- *Talabalar faoliyati:* ishning tahlili; natijalarni olish; texnologik bilimlarni qo'llash; o'zaro baholashni o'tkazish, yo'l qo'yilgan hatolar bo'yicha tahlil va aniqlik kiritish; mustaqil ish topshiriqlarini yozib olish;
- *Shakillar, usular, uslublar:* guruhlarda ishlash, kartochkalarda topshiriqlar.

1.3. O'quv-metodik materiallar

Ma`ruza rejasi:

1. Fazoda tekislik tenglamasi.
2. Fazoda tekislikning koordinata o'qlarga nisbatan tenglamasi.
3. Fazoda tekislikning normal tenglamasi.

Kalit so'zlar: Normal vektor, yo'naltiruvchi vektorlar, kanonik tenglama, parametrik tenglama.

1.3.1. Ma`ruza matni

1. Tekislikning umumiy tenglamasi.

Tekisliklar nazariyasi tekislikdagi to'g'ri chiziqlar nazariyasi bilan bir xil. Agar fazoda ixtiyoriy to'g'ri burchakli dekart $Oxyz$ koordinatalar sistemasi berilgan bo'lsa, x , y , z o'zgaruvchili birinchi darajali har qanday tenglama shu sistemaga nisbatan tekislikni aniqlaydi. Bu tasdiqning isboti uchun ixtiyoriy birinchi darajali

$$Ax + By + Cz + D = 0 \quad (10.1)$$

tenglamani ko'rib chiqamiz, bu erda: A , B , C , D – ixtiyoriy o'zgaruvchilar, lekin A , B , C lardan kamida bittasi noldan farqlidir.

Ko'rinib turibdiki, (10.1) tenglama hech bo'lmaganda bitta x_0, y_0, z_0 echimga ega, ya'ni koordinatalari (10.1) tenglamani qanoatlantiruvchi kamida bitta $M_0(x_0, y_0, z_0)$ nuqta mavjud:

$$Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D = 0 \quad (10.2)$$

(10.1) tenglamadan (10.2) tenglikni ayirib, (10.1) tenglamaga ekvivalent bo'lgan quyidagi tenglamani hosil qilamiz:

$$A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0 \quad (10.3)$$

(10.3) tenglama va demak (10.1) tenglama ham $M_0(x_0, y_0, z_0)$ nuqtadan o'tuvchi va $n = \{A, B, C\}$ vektorga perpendikular tekislik tenglamasini aniqlashini isbotlaymiz.

Haqiqatan, agar $M(x, y, z)$ nuqta shu tekislikda joylashgan bo'lsa, uning koordinatalari (10.3) tenglamani qanoatlantiradi, chunki bu holda $n = \{A, B, C\}$ va $\vec{M_0M} = \{x - x_0, y - y_0, z - z_0\}$ vektorlar ortogonal va ularning skalyar ko'paytmasi $n \cdot \vec{M_0M} = A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0)$ nolga teng. (10.1) tenglama tekislikning umumiy tenglamasi deyiladi. $n = \{A, B, C\}$ vektor (10.1) tekislikning normal vektori deyiladi.

Agar ikkita umumiy $Ax + By + Cz + D = 0$ va $A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$ tenglama bir tekislikni aniqlasa, shunday t son topiladiki, $A_1 = At$, $B_1 = Bt$, $C_1 = Ct$, $D_1 = Dt$ tengliklar bajariladi.

Tekislikning to'la bo'lmagan tenglamalari. tekislikning kesmalar orqali aniqlangan tenglamasi.

Tekislikning umumiy **(10.1)** tenglamasi uning barcha A, B, C, D koeffitsientlari noldan farqli bo'lsa, *to'la* deyiladi. Agar bu koeffitsientlardan kamida biri nolga teng bo'lsa, tenglama to'la bo'lmagan deyiladi. To'la bo'lmagan barcha tenglamalarni ko'rib chiqamiz:

- 1) $D = 0$ bo'lsa, $Ax + By + Cz = 0$ tenglama koordinata boshidan o'tuvchi tekislikni aniqlaydi;
- 2) $A = 0$ bo'lsa, $By + Cz + D = 0$ tenglama Ox o'qiga parallel bo'lgan tekislikni aniqlaydi;
- 3) $B = 0$ bo'lsa, $Ax + Cz + D = 0$ tenglama Oy o'qiga parallel tekislikni aniqlaydi;
- 4) $C = 0$ bo'lsa, $Ax + By + D = 0$ tenglama Oz o'qiga parallel tekislikni aniqlaydi;
- 5) $A = 0, B = 0$ bo'lsa, $Cz + D = 0$ tenglama Oxy koordinat tekisligiga parallel tekislikni aniqlaydi;
- 6) $A = 0, C = 0$ bo'lsa, $By + D = 0$ tenglama Oxz koordinat tekisligiga parallel tekislikni aniqlaydi;
- 7) $B = 0, C = 0$ bo'lsa, $Ax + D = 0$ tenglama Oyz koordinat tekisligiga parallel tekislikni aniqlaydi;
- 8) $A = 0, B = 0, D = 0$ bo'lsa, $Cz = 0$ tenglama Oxy koordinat tekisligini aniqlaydi;
- 9) $A = 0, C = 0, D = 0$ bo'lsa, $By = 0$ tenglama Oxz koordinat tekisligini aniqlaydi;
- 10) $B = 0, C = 0, D = 0$ bo'lsa, $Ax = 0$ tenglama Oyz tekislikni aniqlaydi.

Endi tekislikning to'la (10.1) tenglamasini ko'rib chiqamiz va uni *kesmalar orqali aniqlangan* tenglamasi deb ataluvchi

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1,$$

shaklga keltirilishi mumkin ekanligini ko'rsatamiz. Haqiqatan, A, B, C, D koeffitsientlar noldan farqli bo'lganligi uchun (10.1) tenglamani

$$\frac{x}{-D/A} + \frac{y}{-D/B} + \frac{z}{-D/C} = 1$$

ko'rinishda yozib olishimiz mumkin va $a = -D/A, b = -D/B, c = -D/C$ deb olish kifoya.

Bu erda: a, b, c sonlar oddiy geometrik ma'noga ega: ular mos ravishda Ox, Oy, Oz o'qlardan ajratilgan kesmalarining (koordinat boshidan hisoblangan) kattaliklariga teng.

$M_0(x_0, y_0, z_0)$ nuqtadan o'tuvchi barcha tekisliklar to'plami markazi M_0 nuqtada bo'lgan tekisliklar *bog'lami* deyiladi. Osongina ishonish mumkinki, $M_0(x_0, y_0, z_0)$ markazli tekisliklar bog'lami tenglamasi quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:

$$A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0,$$

bu erda A, B va C – bir vaqtda nolga teng bo'lmagan, ixtiyoriy sonlar.

Tekislikning normal ko'rinishga keltirilgan tenglamasi. Ma'lum bir tekislikni ko'rib chiqamiz. Koordinata boshi O dan shu tekislikka perpendikular bo'lgan to'g'ri chiziq o'tkazamiz va shu to'g'ri chiziqning tekislik bilan kesishgan nuqtasini R bilan belgilaymiz. Bu to'g'ri chiziqda \vec{OP} yo'naltirilgan kesma yo'nalishiga ega bo'lgan birlik n vektorni kiritamiz. \vec{OP} kesmaning uzunligini r bilan belgilaymiz, ya'ni $r = |\vec{OP}|$ va α, β, γ lar orqali esa n vektorning mos ravishda Ox, Oy, Oz o'qlar bilan tashkil qilgan burchaklarini belgilaymiz. n – birlik vektor bo'lganligi uchun uning koordinatalari (komponentalari) koordinata o'qlariga tushirilgan proektsiyalariga teng bo'lib, quyidagi ko'rinishga ega:

$$n = \{\cos\alpha, \cos\beta, \cos\gamma\}.$$

Ko'rinib turibdiki, joriy $M(x, y, z)$ nuqta faqat va faqat \vec{OM} vektorning n vektor bilan aniqlangan o'qdagi proektsiyasi r ga teng bo'lganda, ya'ni quyidagi shart bajarilganda

$$\text{pr}_n \vec{OM} = r.$$

ko'rilayotgan tekislikda yotadi.

n – birlik vektor bo'lganligi uchun (2.10) formulaga asosan quyidagiga ega bo'lamiz:

$$\text{pr}_n \vec{OM} = n \cdot \vec{OM}. \quad (6.6)$$

Lekin $\vec{OM} = \{x, y, z\}$ va $n = \{\cos \alpha, \cos \beta, \cos \gamma\}$, demak,

$$n \cdot \vec{OM} = x \cos \alpha + y \cos \beta + z \cos \gamma. \quad (6.7)$$

(6.6), va (6.7) larni solishtirib, ko'ramizki, $M(x, y, z)$ nuqta faqat va faqat uning koordinatalari

$$x \cos \alpha + y \cos \beta + z \cos \gamma - r = 0. \quad (6.8)$$

tenglamani qanoatlantirganda ko'rilayotgan tekislikda yotadi.

Bu tenglama tekislikning *normal ko'rinishga keltirilgan* tenglamasi deyiladi.

1.3.2-a. Frontal so'rov uchun savollar

20. Fazoda tekislikning umumiy tenglamasi?
21. Tekislikning normal tenglamasi?
22. Fazoda to'g'ri chiziqning umumiy tenglamasi?

1.3.2-b. Blits-so'rov uchun savollar

42. Fazoda tog'ri chiziqning kanonik tenglamasi?
43. Tekislik normal nomi nima?
44. Normal vektor nima?

1.3.2-b. Og'zaki so'rov uchun savollar

45. Fazoda to'g'ri chiziqning yonaltiruvchi vektor nima?
46. Nuqta qachon tekislikda yotadi?
47. Nuqta qachon to'g'ri chiziqqa tegishli bo'ladi?
48. Bir nuqtadan o'tuvchi to'g'ri chiziqlar dastasi.

1.3.3. Mustaqil ish uchun topshiriqlar

- **takrorlash va mashqlar:** takrorlash, o'z-o'zini tekshirish, tahlil, qayta ishlash, mustahkamlash, eslab qolish, chuqurlashtirish;
- **yangi materiallarning mustaqil o'zlashtirish:** yangi adabiy va internet materiallar, konspekt qo'shimchasi; mustaqil iboralar tuzish;
- **ilmiy xarakterdagi ishlar:** muammoli holatlar, testlar, savollar, topshiriqlar tuzish; topshiriqlarni bajarish.

1.3.4. Kartochkalar uchun testlar

1.3.5. ekranga tayanch materiallarni ko'rsatish(slaydlar)

- Prezentatsiya

1.3.6. Tavsiya etilgan adabiyotlar

Asosiy

1. Ilin V.A., Poznyak E.G. Analiticheskaya geometriya. – M: Nauka, 1998.
2. Kletenik D.V., Sbornik zadach po analiticheskoy geometrii.-M.: GITTL. 1986.
3. A.R.Artikov. Analitik geometriya. Uslubiy qo'llanma. Samarqand 2006.

Qo'shimcha

1. Bugrov YA.S., Nikolskiy S.M. Elementy lineynoy algebrы i analiticheskoy geometrii. – M: Nauka, 1980.
2. Suberbiller O.N. Zadachi i uprajneniya po analiticheskoy geometrii.- M: 1931.
3. Gyunter N.M. i Kuzmin R.O. Sbornik zadach po visshey matematike. – M: 1958.

1.4. O'qitish usullari qoidalari

1.4.1. Aqliy hujum qoidalari

- Hech qanday o'zaro baholash va tanqid;
- Taklif etilayotgan g'oyalarni baholashdan o'zingni tiy, hatto ular fantastic va iloji yo'q bo'lsa ham – hammasi mumkin;
- Tanqid qilma – hamma aytilgan g'oyalar birhirda;
- Bayon qiluvchi gapini bo'lma;
- Izoh berishdan o'zingni tiy;
- Maqsad bu - miqdor;
- Qancha g'oyalar ko'p bo'lsa chuncha yaxshi: yangi va zarur g'oya tug'ulishi imkoniyati ko'proq
- Agar g'oyalar takrorlansa o'ksinma,
- Tasavvuringga erk ber;
- Senda yaralgan g'oyalarni tashlama, agal ular sening nazaringda qabul qilingan sxemaga tegishli bo'lmasa ham;
- Bu muammo aniq usullar bilan yechiladi deb o'ylama.

1.4.2. "Insert" texnikasi qoidalari

- Matndi o'qib, ularda savollat tug'dirayotgan joylarni, ularni bilimlariga mos kelayotgan va mos kelmayotgan joylarni qalam bilan belgilab qo'yiladi;

- “Insert” jadvalini quyidagi belgilashlar bilan to’ldirish:
Agar «!» bo’lsa siz o’z bilimingizga yoki siz o’ylagan fikrga to’g’ri kelayotganini o’qiyapsiz;
Agar «←» bo’lsa siz o’z bilimingizga yoki to’g’ri deb o’ylaganingizga mutlaqo zid bo’lganini o’qiyapsiz;
Agar «+» bo’lsa siz o’qiyotganingiz siz uchun yangilik;
Agar «?» bo’lsa, siz o’qiyotganingiz siz uchun tushunarsiz yoki siz bu savolga yanada ko’proq ma’lumotlar olishni istaysiz.

1.4.3. Guruhlarda ishlash qoidalari

- Hamma o’z do’stlarini tinglashi kerak, unga yaxshi munosabatda bo’lib hurmar ko’rsatishi kerak;
- Hamma aktiv harakat qilishi lozim; berilgan topshiriqqa nisbatan birgalikda va javobgarlik bilan ishlashi kerak;
- Har kim o’ziga kerak paytda yordam so’rashi kerak;
- Har kim undan yordam so’ralganda yordam ko’rsatishi kerak;
- Guruhning ish natijalarini baholashda ishtirok etishi lozim;
- Biz bir kemadamiz, o’zgalarga yordam berib o’zimiz o’rganamiz, shuni har kim tushunishi lozim;

Mavzu 12. Fazoda tekislik va to’g’ri chiziq tenglamalari

Ma’ruzaga reja-topshiriqlar

Fan: Analitik geometriya

O’quv soati: 6 soat (ma’ruza);

O’quv mashg’uloti turi: ma’ruza; yangi bilimlarni mustahkamlash va o’rganish.

Ma’ruza rejasi:

23. Fazoda tekislik tenglamasi.
24. Fazoda tekilikning koordinata o’qlarga nisbatan tenglamasi.
25. Fazoda to’g’ri chiziqning umumiy tenglamasi.
26. Fazoda to’g’ri chiziqning kanonik tenglamasi.

O’quv mashg’uloti maqsadi:

O’quv fani to’g’risida umumiy ta’surotlar berish, Fazoda tekislik, to’g’ri chiziq va ularning keyinchalik kasbiy faoliyatidagi roli.

O’quv mashg’uloti masalalari:

- *O’rgatuvchi:* talabalarda qabul qilish faoliyatini tashkil qilish, yangi materialni boshlang’ich esda qoldirish va anglash; Analitik geometriyaning terminlari, iboralarini xarakterlovchi elementlar; talabalarining matematik firflashini rivojlantirish muammoli masalalarni yechimini mahoratini oshirish; matematik masalalarni yechishda matematik simvollarning hususiyatlari bilan tanishtirish;
- *Rivojlantiruvchi:* kitob matni bilan ishlay bilishligi – mag’zlarini tanlab olish, tahlil qilish; gaplar tuzish, hulosa chiqarish, materialni talabalarining izlash faoliyatini stimullashtirish; hususiydan umumiy holga o’tish usuli bilan tekshirish; tekshirish natijalarini tahlil qilib va uni umumlashtira olishini rivojlantirish; analitik-sintetik faoliyatning mantiqiy fikrlashini qo’llash; talabalarining ijodiy mahoratini shakillantirish;
- *Tarbiyalovchi:* aktiv faoliyatga, mustaqil ishga jalb qilish; guruhlarda ishlash qoidalariga rioya qila olish; fanni o’rganishga qiziqishni rivojlantirish; Vektorlar nazariyasini Analitik geometriya kursni bir qismi sifatida tassavur berish; javobgarlik tuyg’ularini tarbiyalash, mehnatsevarlik, individual ishni jamoaviy ish bilan biriktirish, intizomlashtirish.

O’qitish texnologiyasi:

- *O’qitish usullari:* instruktaj; Ma’ruza, aqliy hujum, “Insert” texnikasi;

- *O'qitish shakillari*: frontal; jamoaviy;
- *O'qitish vositalari*: Ma`ruza matni; jadvallar, multimediya;
- *O'qitish sharoitlari*: texnik jihozlashtirilgan auditoriya;
- *Baholash va monitoring*: o'g'zaki savol-javob, blits-so'rov.

Pedagogik masalalar:

- Fanning masalalari va uning o'quv fanlar sistemasidagi o'rni va roli bilan tanishtirish;
- O'quv fanning tuzulmasi va tavsiya etiladigan o'quv-metodik adabiyotlarni tasvirlash;
- Fan sohasida metodik va tashkiliy xususiyatlarini ochib berish, baholash shakli va muddatlari;
- Fan ma`ruzasi paytida o'qitish jarayonini tashkil qilishning umumiy bosqichlarini xarakterlab berish va umumiy sxemasini tushuntirish.
- O'qitish texnologiyasi rivojlanishi perspektivasini xarakterlab berish;

O'quv faoliyati natijalari:

- Fan ma`ruzasi masalalari, maqsadlari va nomlari shakillanadi;
- Matematik fizika tenglamalari doirasidagi yutuqlar yoritiladi;
- Fan sohasida metodik va tashkiliy xususiyatlari hamda baholash shakli va muddatlari aytiladi
- Fan ma`ruzasida o'qitish jarayonini tashkil qilishning umumiy sxemasini kengaytirib xarakterlab beradi;
- Fanning asosiy ta`riflarini beradi, Matematik fizika tenglamalari fani ma`ruzalarining asosiy yo'nalishlari beriladi;
- Nazariy bilimlarning to'liqligi, sistemaliyligi va harakatliyligi;
- Amaliy mag'ulotlarni bajarishda o'rganilgan iboralar bilan ishlay olishligi;

• 1.2. Ma`ruzaning xronologik xaritasi

• 1 bosqich. O'quv mashg'ulotiga kirish (10 daqiqa):

- *O'qituvchining faoliyati*: tayyorgarlikni tekshirish (davomat, konspektning borligi; o'ziga ishonch, aniqligi); kerakli materiallarni tarqatish (konspekt, tarqatma materiallar); ma`ruzaning mavzusi va maqsadini bayon qilish; o'quv mashg'ulotning rajasi bilan tanishtirish; kalit iboralar va so'zlar, kategoriyalar; internet saytlari va adabiyotlar ro'yhati; o'quv natijalari haqida aytish;
- *Talabalar faoliyati*: o'quv joyini tayyorlash (talabalar borligi; tashqi ko'rinish; o'quv materiallar va qo'llanmalar); ma`ruzaning mavzusi va maqsadi bilan tanishish; o'quv materialini qabul qilishga tayyorgarlik ko'rish;
- *Shakillar, usular, uslublar*: instruktaj; frontal so'rov; mustahkamlovchi so'rov.

2 bosqich. Asosiy qism (60 daqiqa):

- *O'qituvchining faoliyati*: mavzuga kiritadi; yangi mavzuga doir o'tgan fanlar va mashg'ulotlarning mavzularini eslashga chorlaydi; ma`ruza matnini tarqatadi, tanishishni taklif etadi, "Insert" usuli bilan belgilar qo'yishni taklif etadi; birinchi savol bo'yicha matn o'qiladi; qo'shimcha o'quv materiallarini aytib boorish va tushuncha berish; natural obektlarni namnoyon qilish va izohlash; tushunarsiz savollarni aniqlash va tushuntirish; birinchi savol bo'yicha nazar (shunday qilib qolgan savollarga ham);
- *Talabalar faoliyati*: yangi mavzuda doir oldingi mashg'ulotlarda va fanlarda olgan bilimlarni mustahkamlaydi; har bir kalit ibora va terminlarni eshitib, yozib borib, konspekt qilib aytib borishadi; "Insert" usuli bilan belgilan o'qiydilar, aniqlik kiritadilar, savollar beradilar va o'zaro;
- *Shakillar, usular, uslublar*: frontav so'rov blits-so'rov; aqliy hujum, "Insert" texnikasi.

3 bosqich. Yakunlovchi qisim (10 daqiqa)

- *O'qituvchining faoliyati:* mnavzu bo'yicha hulosa qilish, talabalarning e'tiborlarini asosiyalarda jalb qilish; qilingan ishning muhimligini aytib o'tish; alohida talabalarning bajarilgan ishlarini baholash; o'zaro baholashning natijalarini chiqarish; o'quv mashg'ulotning yutuqlik darajasini baholash va tahlil qilish; mustaqil ish uchun topshiriqlar; baho ko'rsatgichlari va me'zonlari;
- *Talabalar faoliyati:* ishning tahlili; natijalarni olish; texnologik bilimlarni qo'llash; o'zaro baholashni o'tkazish, yo'l qo'yilgan hatolar bo'yicha tahlil va aniqlik kiritish; mustaqil ish topshiriqlarini yozib olish;
- *Shakillar, usular, uslublar:* guruhlarda ishlash, kartochkalarda topshiriqlar.

1.3. O'quv-metodik materiallar

Ma'ruza rejasi:

1. Fazoda tekislik tenglamasi.
2. Fazoda tekislikning koordinata o'qlarga nisbatan tenglamasi.
3. Fazoda to'g'ri chiziqning umumiy tenglamasi.
4. Fazoda to'g'ri chiziqning kanonik tenglamasi.

Kalit so'zlar: Normal vektor, yo'naltiruvchi vektorlar, kanonik tenglama, parametrik tenglama.

1.3.1. Ma'ruza matni

2. Tekislikning umumiy tenglamasi.

Tekisliklar nazariyasi tekislikdagi to'g'ri chiziqlar nazariyasi bilan bir xil. Agar fazoda ixtiyoriy to'g'ri burchakli dekart $Oxyz$ koordinatalar sistemasi berilgan bo'lsa, x, y, z o'zgaruvchili birinchi darajali har qanday tenglama shu sistemaga nisbatan tekislikni aniqlaydi. Bu tasdiqning isboti uchun ixtiyoriy birinchi darajali

$$Ax + By + Cz + D = 0 \quad (10.1)$$

tenglamani ko'rib chiqamiz, bu erda: A, B, C, D – ixtiyoriy o'zgaruvchilar, lekin A, B, C lardan kamida bittasi noldan farqlidir.

Ko'rinib turibdiki, (10.1) tenglama hech bo'lmaganda bitta x_0, y_0, z_0 echimga ega, ya'ni koordinatalari (10.1) tenglamani qanoatlantiruvchi kamida bitta $M_0(x_0, y_0, z_0)$ nuqta mavjud:

$$Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D = 0 \quad (10.2)$$

(10.1) tenglamadan (10.2) tenglikni ayirib, (10.1) tenglamaga ekvivalent bo'lgan quyidagi tenglamani hosil qilamiz:

$$A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0 \quad (10.3)$$

(10.3) tenglama va demak (10.1) tenglama ham $M_0(x_0, y_0, z_0)$ nuqtadan o'tuvchi va $n = \{A, B, C\}$ vektorga perpendikular tekislik tenglamasini aniqlashini isbotlaymiz.

Haqiqatan, agar $M(x, y, z)$ nuqta shu tekislikda joylashgan bo'lsa, uning koordinatalari (10.3) tenglamani qanoatlantiradi, chunki bu holda $n = \{A, B, C\}$ va $\vec{M_0M} = \{x - x_0, y - y_0, z - z_0\}$ vektorlar ortogonal va ularning skalyar ko'paytmasi $n \cdot \vec{M_0M} = A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0)$ nolga teng. (10.1) tenglama tekislikning umumiy tenglamasi deyiladi. $n = \{A, B, C\}$ vektor (10.1) tekislikning normal vektori deyiladi.

Agar ikkita umumiy $Ax + By + Cz + D = 0$ va $A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$ tenglama bir tekislikni

aniqlasa, shunday t son topiladiki, $A_1 = At, B_1 = Bt, C_1 = Ct, D_1 = Dt$ tengliklar bajariladi.

Tekislikning to'la bo'lmagan tenglamalari. tekislikning kesmalar orqali aniqlangan tenglamasi.

Tekislikning umumiy **(10.1)** tenglamasi uning barcha A, B, C, D koeffitsientlari noldan farqli bo'lsa, to'la deyiladi. Agar bu koeffitsientlardan kamida biri nolga teng bo'lsa, tenglama to'la bo'lmagan deyiladi. To'la bo'lmagan barcha tenglamalarni ko'rib chiqamiz:

- 1) $D = 0$ bo'lsa, $Ax + By + Cz = 0$ tenglama koordinata boshidan o'tuvchi tekislikni aniqlaydi;
- 2) $A = 0$ bo'lsa, $By + Cz + D = 0$ tenglama Ox o'qiga parallel bo'lgan tekislikni aniqlaydi;
- 3) $B = 0$ bo'lsa, $Ax + Cz + D = 0$ tenglama Oy o'qiga parallel tekislikni aniqlaydi;
- 4) $C = 0$ bo'lsa, $Ax + By + D = 0$ tenglama Oz o'qiga parallel tekislikni aniqlaydi;
- 5) $A = 0, B = 0$ bo'lsa, $Cz + D = 0$ tenglama Oxy koordinat tekisligiga parallel tekislikni aniqlaydi;
- 6) $A = 0, C = 0$ bo'lsa, $By + D = 0$ tenglama Oxz koordinat tekisligiga parallel tekislikni aniqlaydi;
- 7) $B = 0, C = 0$ bo'lsa, $Ax + D = 0$ tenglama Oyz koordinat tekisligiga parallel tekislikni aniqlaydi;
- 8) $A = 0, B = 0, D = 0$ bo'lsa, $Cz = 0$ tenglama Oxy koordinat tekisligini aniqlaydi;
- 9) $A = 0, C = 0, D = 0$ bo'lsa, $By = 0$ tenglama Oxz koordinat tekisligini aniqlaydi;
- 10) $B = 0, C = 0, D = 0$ bo'lsa, $Ax = 0$ tenglama Oyz tekislikni aniqlaydi.

Endi tekislikning to'la **(10.1)** tenglamasini ko'rib chiqamiz va uni *kesmalar orqali aniqlangan* tenglamasi deb ataluvchi

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1,$$

shaklga keltirilishi mumkin ekanligini ko'rsatamiz. Haqiqatan, A, B, C, D koeffitsientlar noldan farqli bo'lganligi uchun **(10.1)** tenglamani

$$\frac{x}{-D/A} + \frac{y}{-D/B} + \frac{z}{-D/C} = 1$$

ko'rinishda yozib olishimiz mumkin va $a = -D/A, b = -D/B, c = -D/C$ deb olish kifoya.

Bu erda: a, b, c sonlar oddiy geometrik ma'noga ega: ular mos ravishda Ox, Oy, Oz o'qlardan ajratilgan kesmalarining (koordinat boshidan hisoblangan) kattaliklariga teng.

Tekisliklar dastasini ko'rib chiqishda biz fazodagi to'g'ri chiziqni

$$A_1 x + B_1 y + C_1 z + D_1 = 0, \quad A_2 x + B_2 y + C_2 z + D_2 = 0. \quad (10.4)$$

tenglamalar bilan aniqlangan ikki tekislikning kesishish nuqtalarining geometrik o'rni sifatida uchratdik.

Umuman, fazoda to'g'ri chiziqni faqatgina ikki tekislik tenglamalari orqali berish (ifodalash) mumkin.

Geometrik nuqtai nazardan tasavvur etishga qulay ta'rifni keltiramiz. $M_0(x_0, y_0, z_0)$ nuqta va nolmas $a = \{l, m, n\}$ vektor berilgan bo'lsin. Berilgan $M_0(x_0, y_0, z_0)$ nuqtadan o'tuvchi va berilgan $a = \{l, m, n\}$ yo'naltiruvchi vektorga ega bo'lgan fazodagi to'g'ri chiziq deb, $\vec{M_0M} = \{x - x_0, y - y_0, z - z_0\}$ va $a = \{l, m, n\}$ vektorlar kollinear bo'lish shartini qanoatlantiradigan barcha $M(x, y, z)$ nuqtalar to'plamiga aytiladi, bu esa faqat va faqat shu vektorlarning koordinatalari proporsional, ya'ni

$$\frac{x - x_0}{l} = \frac{y - y_0}{m} = \frac{z - z_0}{n} \quad (10.5)$$

bo'lganda o'rinli bo'ladi.

(10.5) tenglamalar to'g'ri chiziqning *kanonik* tenglamalari deyiladi. Bu tenglamalarda l, m, n sonlardan biri yoki ikkitasi nolga teng bo'lishi mumkin (uchalasi ham nolga teng bo'lolmaydi, chunki berilishga ko'ra $\mathbf{a} = \{l, m, n\}$ nolmas vektor). **(10.5)** dagi biror maxrajning nolga aylanishi mos suratning nolga aylanishini bildiradi.

Tenglik ishoralari ikkita bo'lgani uchun **(10.5)** ikkita tekislikni aniqlaydi, lekin maxsus ko'rinishda, masalan, $\frac{x - x_0}{l} = \frac{y - y_0}{m}$ tekislik Oz o'qiga parallel, $\frac{x - x_0}{l} = \frac{z - z_0}{n}$ tekislik esa Oy o'qiga parallel (yoki $\frac{y - y_0}{m} = \frac{z - z_0}{n}$ tekislik Ox o'qiga parallel).

Boshqa tarafdin, to'g'ri chiziqning **(10.4)** tenglamalarini har doim kanonik **(10.5)** ko'rinishga keltirish mumkin.

Haqiqatan ham buning uchun **(10.4)** to'g'ri chiziq o'tadigan kamida bitta $M_0(x_0, y_0, z_0)$ nuqtani va shu to'g'ri chiziq uchun yo'naltiruvchi $\mathbf{a} = \{l, m, n\}$ vektorni topish etarli. **(10.4)** to'g'ri chiziqning $\mathbf{a} = \{l, m, n\}$ vektori **(10.4)** tekisliklarning normal $\mathbf{n}_1 = \{A_1, B_1, C_1\}$ va $\mathbf{n}_2 = \{A_2, B_2, C_2\}$ vektorlarining har biriga ortogonal bo'lgani uchun, yo'naltiruvchi vektor sifatida

$$A = n_1 \times n_2 = \begin{vmatrix} i & j & k \\ A_1 & B_1 & C_1 \\ A_2 & B_2 & C_2 \end{vmatrix} = (B_1 C_2 - B_2 C_1)i + (C_1 A_2 - C_2 A_1)j + (A_1 B_2 - A_2 B_1)k$$

Ni olish mumkin, ya'ni $l = B_1 C_2 - B_2 C_1$, $m = C_1 A_2 - C_2 A_1$, $n = A_1 B_2 - A_2 B_1$.

(10.4) tekisliklar parallel bo'lmaganligi uchun $\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2}$ proporsiyalardan hech

bo'lmasa biri buziladi. masalan, $\frac{A_1}{A_2} \neq \frac{B_1}{B_2}$ bo'lsin bu $\begin{vmatrix} A_1 & B_1 \\ A_2 & B_2 \end{vmatrix} \neq 0$ ekanligini anglatadi. u

holda, z o'rnida ixtiyoriy z_0 sonni olib va (10.4) tenglamalarga qo'yib, x va y o'zgaruvchilarga bog'liq (10.4) sistemadan kramer formulalaridan foydalanib, z_0 ga mos x_0 va y_0 larni aniqlash mumkin:

$$x_0 = \frac{B_1(C_2 z_0 + D_2) - B_2(C_1 z_0 + D_1)}{A_1 B_2 - A_2 B_1}, \quad y_0 = \frac{A_2(C_1 z_0 + D_1) - A_1(C_2 z_0 + D_2)}{A_1 B_2 - A_2 B_1}$$

Topilgan l, m, n va x_0, y_0, z_0 qiymatlarni **(10.5)** ga qo'yib, **(10.4)** bilan aniqlangan to'g'ri chiziqning kanonik ko'rinishdagi tenglamalarini hosil qilamiz.

1.3.2-a. Frontal so'rov uchun savollar

23. Fazoda tekislikning umumiy tenglamasi?

24. Tekislikning normal tenglamasi?

25. Fazoda to'g'ri chiziqning umumiy tenglamasi?

1.3.2-6. Blits-so'rov uchun savollar

49. Fazoda tog'ri chiziqning kanonik tenglamasi?

50. Tekislik normal nomi nima?

51. Normal vektor nima?

1.3.2-B. Og'zaki so'rov uchun savollar

52. Fazoda to'g'ri chiziqning yonaltiruvchi vektor nima?

53. Nuqta qachon tekislikda yotadi?

54. Nuqta qachon to'g'ri chiziqqa tegishli bo'ladi?

55. Bir nuqtadan o'tuvchi to'g'ri chiziqlar dastasi.

1.3.3. Mustaqil ish uchun topshiriqlar

- **takrorlash va mashqlar:** takrorlash, o'z-o'zini tekshirish, tahlil, qayta ishlash, mustahkamlash, eslab qolish, chuqurlashtirish;
- **yangi materiallarning mustaqil o'zlashtirish:** yangi adabiy va internet materiallar, konspekt qo'shimchasi; mustaqil iboralar tuzish;
- **ilmiy xarakterdagi ishlar:** muammoli holatlar, testlar, savollar, topshiriqlar tuzish; topshiriqlarni bajarish.

1.3.4. Kartochkalar uchun testlar

1.3.5. ekranga tayanch materiallarni ko'rsatish(slaydlar)

- Prezentatsiya

1.3.6. Tavsiya etilgan adabiyotlar

Asosiy

1. Ilin V.A., Poznyak E.G. Analiticheskaya geometriya. – M: Nauka, 1998.
2. Kletenik D.V., Sbornik zadach po analiticheskoy geometrii.-M.: GITTL. 1986.
3. A.R.Artikov. Analitik geometriya. Uslubiy qo'llanma. Samarqand 2006.

Qo'shimcha

1. Bugrov YA.S., Nikolskiy S.M. Elementy lineynoy algebrы i analiticheskoy geometrii. – M: Nauka, 1980.
2. Suberbiller O.N. Zadachi i uprajneniya po analiticheskoy geometrii.- M: 1931.
3. Gyunter N.M. i Kuzmin R.O. Sbornik zadach po visshey matematike. – M: 1958.

1.4. O'qitish usullari qoidalari

1.4.1. Aqliy hujum qoidalari

- Hech qanday o'zaro baholash va tanqid;
- Taklif etilayotgan g'oyalarni baholashdan o'zingni tiy, hatto ular fantastic va iloji yo'q bo'lsa ham – hammasi mumkin;
- Tanqid qilma – hamma aytilgan g'oyalar birhirda;
- Bayon qiluvchi gapini bo'lma;
- Izoh berishdan o'zingni tiy;
- Maqsad bu - miqdor;
- Qancha g'oyalar ko'p bo'lsa chuncha yaxshi: yangi va zarur g'oya tug'ulishi imkoniyati ko'proq
- Agar g'oyalar takrorlansa o'ksinma,
- Tasavvuringga erk ber;
- Senda yaralgan g'oyalarni tashlama, agal ular sening nazaringda qabul qilingan sxemaga tegishli bo'lmasa ham;
- Bu muammo aniq usullar bilan yechiladi deb o'ylama.

1.4.2. “Insert” texnikasi qoidalari

- Matndi o'qib, ularda savollat tug'dirayotgan joylarni, ularni bilimlariga mos kelayotgan va mos kelmayotgan joylarni qalam bilan belgilab qo'yiladi;
- “Insert” jadvalini quyidagi belgilashlar bilan to'ldirish:
Agar «!» bo'lsa siz o'z bilimingizga yoki siz o'ylagan fikrga to'g'ri kelayotganini o'qiyapsiz;
Agar «←» bo'lsa siz o'z bilimingizga yoki to'g'ri deb o'ylaganingizga mutlaqo zid bo'lganini o'qiyapsiz;
Agar «+» bo'lsa siz o'qiyotganingiz siz uchun yangilik;
Agar «?» bo'lsa, siz o'qiyotganingiz siz uchun tushunarsiz yoki siz bu savolga yanada ko'proq ma'lumotlar olishni istaysiz.

1.4.3. Guruhlarda ishlash qoidalari

- Hamma o'z do'stlarini tinglashi kerak, unga yaxshi munosabatda bo'lib hurmar ko'rsatishi kerak;
- Hamma aktiv harakat qilishi lozim; berilgan topshiriqqa nisbatan birgalikda va javobgarlik bilan ishlashi kerak;
- Har kim o'ziga kerak paytda yordam so'rashi kerak;
- Har kim undan yordam so'ralganda yordam ko'rsatishi kerak;
- Guruhning ish natijalarini baholashda ishtirok etishi lozim;
- Biz bir kemandamiz, o'zgalarga yordam berib o'zimiz o'rganamiz, shuni har kim tushunishi lozim;

Mavzu 12. Fazoda tekisliklarning o'zaro vaziyati

Ma`ruzaga reja-topshiriqlar

Fan: Analitik geometriya

O'quv soati: 2 soat (ma`ruza);

O'quv mashg'uloti turi: ma`ruza; yangi bilimlarni mustahkamlash va o'rganish.

Ma`ruza rejasi:

27. Ikki tekislik orasidagi burchak.
28. Fazoda tekislikning paralellik sharti.
29. Ikki tekislikning perpendikulyarlik sharti.
30. Tekislikning normal teglamasi.

O'quv mashg'uloti maqsadi:

O'quv fani to'g'risida umumiy ta'surotlar berish, Fazoda tekislik va ularning keyinchalik kasbiy faoliyatidagi roli.

O'quv mashg'uloti masalalari:

- *O'rgatuvchi:* talabalarda qabul qilish faoliyatini tashkil qilish, yangi materialni boshlang'ich esda qoldirish va anglash; Analitik geometriyaning terminlari, iboralarini xarakterlovchi elementlar; talabalarning matematik firlashini rivojlantirish muammoli masalalarni yechimini mahoratini oshirish; matematik masalalarni yechishda matematik simvollarning hususiyatlari bilan tanishtirish;
- *Rivojlantiruvchi:* kitob matni bilan ishlay bilishligi – mag'zlarini tanlab olish, tahlil qilish; gaplar tuzish, hulosa chiqarish, materialni talabalarning izlash faoliyatini stimullashtirish; hususiydan umumiy holga o'tish usuli bilan tekshirish; tekshirish natijalarini tahlil qilib va uni umumlashtira olishini rivojlantirish; analitik-sintetik faoliyatning mantiqiy fikrlashini qo'llash; talabalarning ijodiy mahoratini shakillantirish;
- *Tarbiyalovchi:* aktiv faoliyatga, mustaqil ishga jalb qilish; guruhlarda ishlash qoidalariga rioya qila olish; fanni o'rganishga qiziqishni rivojlantirish; Vektorlar nazariyasini Analitik geometriya kursni bir qismi sifatida tassavur berish; javobgarlik tuyg'ularini tarbiyalash, mehnatsevarlik, individual ishni jamoaviy ish bilan birlashtirish, intizomlashtirish.

O'qitish texnologiyasi:

- *O'qitish usullari:* instruktaj; Ma'ruza, aqliy hujum, "Insert" texnikasi;
- *O'qitish shakillari:* frontal; jamoaviy;
- *O'qitish vositalari:* Ma'ruza matni; jadvallar, multimediya;
- *O'qitish sharoitlari:* texnik jihozlashtirilgan auditoriya;
- *Baholash va monitoring:* o'g'zaki savol-javob, blits-so'rov.

Pedagogik masalalar:

- Fanning masalalari va uning o'quv fanlar sistemasidagi o'rni va roli bilan tanishtirish;
- O'quv fanning tuzulmasi va tavsiya etiladigan o'quv-metodik adabiyotlarni tasvirlash;
- Fan sohasida metodik va tashkiliy xususiyatlarini ochib berish, baholash shakli va muddatlari;
- Fan ma'ruzasi paytida o'qitish jarayonini tashkil qilishning umumiy bosqichlarini xarakterlab berish va umumiy sxemasini tushuntirish.
- O'qitish texnologiyasi rivojlanishi perspektivasini xarakterlab berish;

O'quv faoliyati natijalari:

- Fan ma'ruzasi masalalari, maqsadlari va nomlari shakillanadi;
- Matematik fizika tenglamalari doirasidagi yutuqlar yoritiladi;
- Fan sohasida metodik va tashkiliy xususiyatlari hamda baholash shakli va muddatlari aytiladi
- Fan ma'ruzasida o'qitish jarayonini tashkil qilishning umumiy sxemasini kengaytirib xarakterlab beradi;
- Fanning asosiy ta'riflarini beradi, Matematik fizika tenglamalari fani ma'ruzalarining asosiy yo'nalishlari beriladi;
- Nazariy bilimlarning to'liqligi, sistemaliyligi va harakatliyligi;
- Amaliy mag'ulotlarni bajarishda o'rganilgan iboralar bilan ishlay olishligi;

• 1.2. Ma'ruzaning xronologik xaritasi

• 1 bosqich. O'quv mashg'ulotiga kirish (10 daqiqa):

- *O'qituvchining faoliyati:* tayyorgarlikni tekshirish (davomat, konspektning borligi; o'ziga ishonch, aniqligi); kerakli materiallarni tarqatish (konspekt, tarqatma materiallar); ma'ruzaning mavzusi va

maqsadini bayon qilish; o'quv mashg'ulotning rajasi bilan tanishtirish; kalit iboralar va so'zlar, kategoriyalar; internet saytlari va adabiyotlar ro'yhati; o'quv natijalari haqida aytish;

- *Talabalar faoliyati*: o'quv joyini tayyorlash (talabalar borligi; tashqi ko'rinish; o'quv materiallar va qo'llanmalar); ma'ruzaning mavzusi va maqsadi bilan tanishish; o'quv materialini qabul qilishga tayyorgarlik ko'rish;
- *Shakillar, usular, uslublar*: instruktaj; frontal so'rov; mustahkamlovchi so'rov.

2 bosqich. Asosiy qism (60 daqiqa):

- *O'qituvchining faoliyati*: mavzuga kiritadi; yangi mavzuga doir o'tgan fanlar va mashg'ulotlarning mavzularini eslashga chorlaydi; ma'ruza matnini tarqatadi, tanishishni taklif etadi, "Insert" usuli bilan belgilar qo'yishni taklif etadi; birinchi savol bo'yicha matn o'qiladi; qo'shimcha o'quv materiallarini aytib boorish va tushuncha berish; natural obektlarni namnoyon qilish va izohlash; tushunarsiz savollarni aniqlash va tushintirish; birinchi savol bo'yicha nazar (shunday qilib qolgan savollarga ham);
- *Talabalar faoliyati*: yangi mavzuda doir oldingi mashg'ulotlarda va fanlarda olgan bilimlarni mustahkamlaydi; har bir kalit ibora va terminlarni eshitib, yozib borib, konspekt qilib aytib borishadi; "Insert" usuli bilan belgilan o'qiydilar, aniqlik kiritadilar, savollar beradilar va o'zaro;
- *Shakillar, usular, uslublar*: frontav so'rov blits-so'rov; aqliy hujum, "Insert" texnikasi.

3 bosqich. Yakunlovchi qisim (10 daqiqa)

- *O'qituvchining faoliyati*: mavzu bo'yicha hulosa qilish, talabalarning e'tiborlarini asosiyalarda jalb qilish; qilingan ishning muhimligini aytib o'tish; alohida talabalarning bajarilgan ishlarini baholash; o'zaro baholashning natijalarini chiqarish; o'quv mashg'ulotning yutuqlik darajasini baholash va tahlil qilish; mustaqil ish uchun topshiriqlar; baho ko'rsatgichlari va me'zonlari;
- *Talabalar faoliyati*: ishning tahlili; natijalarni olish; texnologik bilimlarni qo'llash; o'zaro baholashni o'tkazish, yo'l qo'yilgan hatolar bo'yicha tahlil va aniqlik kiritish; mustaqil ish topshiriqlarini yozib olish;
- *Shakillar, usular, uslublar*: guruhlarda ishlash, kartochkalarda topshiriqlar.

1.3. O'quv-metodik materiallar

Ma'ruza rejasi:

1. Ikki tekislik orasidagi burchak.
2. Fazoda tekislikning paralellik sharti.
3. Ikki tekislikning perpendikulyarlik sharti.
4. Tekislikning normal teglamasi.

Kalit so'zlar: To'g'ri chiziq, kesma, yonaltiruvchi kesma, proeksiya, vektor

1.3.1. Ma'ruza matni

Ikki tekislik orasidagi burchak

Tekisliklar umumiy ko'rinishdagi $A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$ va $A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$ tenglamalari bilan berilgan bo'lsin.

Ko'rinib turibdiki, bu tekisliklar orasidagi ikkiyoqli burchakni aniqlash masalasi ularning normal $n_1 = \{A_1, B_1, C_1\}$ va $n_2 = \{A_2, B_2, C_2\}$ vektorlari orasidagi chiziqli φ burchakni aniqlash masalasiga keltiriladi, shuning uchun

$$\cos \varphi = \frac{n_1 n_2}{|n_1| |n_2|} = \frac{A_1 A_2 + B_1 B_2 + C_1 C_2}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2} \cdot \sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}} \quad (6.4)$$

Tekisliklarning parallellik sharti n_1 va n_2 vektorlarning kollinearligiga ekvivalent va quyidagi ko'rinishga ega:

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2}.$$

Tekisliklarning perpendikularlik sharti (6.4) formuladan ($\cos \varphi = 0$ da) keltirib chiqarilishi yoki n_1 va n_2 vektorlar skalyar ko'paytmasining nolga tengligi bilan ifodalanishi mumkin va u quyidagi ko'rinishga ega:

$$a_1 a_2 + b_1 b_2 + c_1 c_2 = 0$$

Bir to'g'ri chiziqda yotmagan har xil uch nuqta orqali o'tuvchi tekislik tenglamasi

Berilgan $M_1(x_1, y_1, z_1)$, $M_2(x_2, y_2, z_2)$ va $M_3(x_3, y_3, z_3)$ nuqtalar bir to'g'ri chiziqda yotmaganligi uchun $\vec{M_1 M_2}$ va $\vec{M_1 M_3}$ vektorlar nokollinear, shuning uchun $M(x, y, z)$ nuqta faqat va faqat $\vec{M_1 M_2} = \{x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1\}$, $\vec{M_1 M_3} = \{x_3 - x_1, y_3 - y_1, z_3 - z_1\}$ va $\vec{M_1 M} = \{x - x_1, y - y_1, z - z_1\}$ vektorlar komplanar bo'lganda, ya'ni bu vektorlarning aralash ko'paytmasi nolga teng bo'lganda:

$$\begin{vmatrix} x - x_1 & y - y_1 & z - z_1 \\ x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 & z_3 - z_1 \end{vmatrix} = 0 \quad (6.5)$$

M_1, M_2, M_3 nuqtalar bilan bir tekislikda yotadi.

Birinchi darajali (6.5) tenglama izlanayotgan tekislik tenglamasidir.

Ko'rish qiyin emaski, (6.5) tenglama o'rniga unga ekvivalent bo'lgan

$$\begin{vmatrix} x & y & z & 1 \\ x_1 & y_1 & z_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & z_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & z_3 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

ko'rinishdagi tenglamani qo'llash mumkin.

Nuqtaning tekislikdan uzoqlashishi

d – M_0 nuqtadan tekislikkacha masofa bo'lsin. M_0 nuqtaning tekislikdan δ uzoqlashishi deb, M_0 nuqta va koordinata boshi O tekislikka nisbatan turli tomonlarda yotganda, $+$ d songa, M_0 va O tekislikka nisbatan bir tomonda yotganda, $-d$ songa aytiladi.

M_0 nuqtani n vektor bilan aniqlangan o'qqa proektsiyalaymiz. Q – M_0 nuqtaning proektsiyasi bo'lsin, u holda, ko'rinib turibdiki, M_0 nuqtaning tekislikdan δ uzoqlashishi \vec{PQ} yo'naltirilgan kesmaning RQ kattaligiga teng, ya'ni $\delta = RQ = OQ - OR = OQ - r$ bo'ladi. Lekin $OQ = \text{pr}_n \vec{OM}_0 = x_0 \cos \alpha + y_0 \cos \alpha + z_0 \cos \gamma$.

Demak,

$$\delta = x_0 \cos \alpha + y_0 \cos \beta + z_0 \cos \gamma - r.$$

Shunday qilib, $M_0(x_0, y_0, z_0)$ nuqtaning (6.8) tekislikdan δ uzoqlashishini topish uchun (6.8) tenglamaning chap tomonidagi x, y, z larning o'rniga M_0 nuqtaning x_0, y_0, z_0 koordinatalarini qo'yish lozim. Bu qoidani M_0 nuqtadan (6.8) tekislikgacha bo'lgan d masofani aniqlashda qo'llash mumkin, chunki masofa uzoqlashishning moduliga teng. To'g'ri chiziqlarda bo'lgani kabi, tekislikning umumiy $Ax + By + Cz + D = 0$ tenglamasini normal (6.8) ko'rinishga keltirish uchun uni ishorasini D ishorasiga qarama-qarshi olgan holda normallovchi $\mu = \pm \frac{1}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$ ko'paytuvchiga ko'paytirish kerak.

Tekisliklar dastasi va bog'lami. Bitta L to'g'ri chiziqdan o'tuvchi barcha tekisliklar to'plami L markazli tekisliklar *dastasi* deyiladi. To'g'ri chiziq dastasidagidek, agar

$A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$ va $A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$ – ikki turli parallel bo'lmagan va kesishish to'g'ri chizig'i L bo'lgan tekisliklar tenglamalari, α va β - esa ixtiyoriy, bir vaqtda nolga teng bo'lmagan sonlar bo'lsa,

$$\alpha(A_1x + B_1y + C_1z + D_1) + \beta(A_2x + B_2y + C_2z + D_2) = 0 \quad (6.9)$$

tenglama L to'g'ri chiziq orqali o'tuvchi tekislik tenglamasi bo'lishini isbotlash mumkin. Bundan tashqari, oldindan berilgan L to'g'ri chiziqdan o'tuvchi tekislik qanday bo'lishidan qat'iy nazar, ma'lum α va β sonlarda u (6.9) tenglama orqali aniqlanadi.

1.3.2-a. Frontal so'rov uchun savollar

26. Fazoda tekislikning umumiy tenglamasi?
27. Tekislikning Normal tenglamasi?
28. Ikki tekislik orasidagi burchak?

1.3.2-6. Blitz-so'rov uchun savollar

56. Fazoda tekisliklarning parallel sharti?
57. Ikki tekislikning perpendikulyarlik sharti?
58. Normal vektor nima?

1.3.2-b. Og'zaki so'rov uchun savollar

59. Bir nuqtadan o'tuvchi tekislik dastasi?
60. Nuqta qachon tekislikda yotadi?
61. Tekislikning normal nima?
62. Bir to'g'ri chiziqda yotmaydigan uchta nuqtadan o'tuvchi tekislik tenglamasi.

1.3.3. Mustaqil ish uchun topshiriqlar

- **takrorlash va mashqlar:** takrorlash, o'z-o'zini tekshirish, tahlil, qayta ishlash, mustahkamlash, eslab qolish, chuqurlashtirish;
- **yangi materiallarning mustaqil o'zlashtirish:** yangi adabiy va internet materiallar, konspekt qo'shimchasi; mustaqil iboralar tuzish;
- **ilmiy xarakterdagi ishlar:** muammoli holatlar, testlar, savollar, topshiriqlar tuzish; topshiriqlarni bajarish.

1.3.4. Kartochkalar uchun testlar

1.3.5. ekranga tayanch materiallarni ko'rsatish(slaydlar)

- Prezentatsiya

1.3.6. Tavsiya etilgan adabiyotlar

Asosiy

1. Ilin V.A., Poznyak E.G. Analiticheskaya geometriya. – M: Nauka, 1998.
2. Kletenik D.V., Sbornik zadach po analiticheskoy geometrii.-M.: GITTL. 1986.
3. A.R.Artikov. Analitik geometriya. Uslubiy qo'llanma. Samarqand 2006.

Qo'shimcha

1. Bugrov YA.S., Nikolskiy S.M. Elementy lineynoy algebrы i analiticheskoy geometrii. – M: Nauka, 1980.
2. Suberbiller O.N. Zadachi i uprajneniya po analiticheskoy geometrii.- M: 1931.
3. Gyunter N.M. i Kuzmin R.O. Sbornik zadach po visshey matematike. – M: 1958.

1.4. O'qitish usullari qoidalari

1.4.1. Aqliy hujum qoidalari

- Hech qanday o'zaro baholash va tanqid;
- Taklif etilayotgan g'oyalarni baholashdan o'zingni tiy, hatto ular fantastic va iloji yo'q bo'lsa ham – hammasi mumkin;
- Tanqid qilma – hamma aytilgan g'oyalar birhirda;
- Bayon qiluvchi gapini bo'lma;
- Izoh berishdan o'zingni tiy;
- Maqsad bu - miqdor;
- Qancha g'oyalar ko'p bo'lsa chuncha yaxshi: yangi va zarur g'oya tug'ulishi imkoniyati ko'proq
- Agar g'oyalar takrorlansa o'ksinma,
- Tasavvuringga erk ber;
- Senda yaralgan g'oyalarni tashlama, agal ular sening nazaringda qabul qilingan sxemaga tegishli bo'lmasa ham;
- Bu muammo aniq usullar bilan yechiladi deb o'ylama.

1.4.2. "Insert" texnikasi qoidalari

- Matndi o'qib, ularda savollat tug'dirayotgan joylarni, ularni bilimlariga mos kelayotgan va mos kelmayotgan joylarni qalam bilan belgilab qo'yiladi;

- “Insert” jadvalini quyidagi belgilashlar bilan to’ldirish:
Agar «!» bo’lsa siz o’z bilimingizga yoki siz o’ylagan fikrga to’g’ri kelayotganini o’qiyapsiz;
Agar «←» bo’lsa siz o’z bilimingizga yoki to’g’ri deb o’ylaganingizga mutlaqo zid bo’lganini o’qiyapsiz;
Agar «+» bo’lsa siz o’qiyotganingiz siz uchun yangilik;
Agar «?» bo’lsa, siz o’qiyotganingiz siz uchun tushunarsiz yoki siz bu savolga yanada ko’proq ma’lumotlar olishni istaysiz.

1.4.3. Guruhlarda ishlash qoidalari

- Hamma o’z do’stlarini tinglashi kerak, unga yaxshi munosabatda bo’lib hurmar ko’rsatishi kerak;
- Hamma aktiv harakat qilishi lozim; berilgan topshiriqqa nisbatan birgalikda va javobgarlik bilan ishlashi kerak;
- Har kim o’ziga kerak paytda yordam so’rashi kerak;
- Har kim undan yordam so’ralganda yordam ko’rsatishi kerak;
- Guruhning ish natijalarini baholashda ishtirok etishi lozim;
- Biz bir kemadamiz, o’zgalarga yordam berib o’zimiz o’rganamiz, shuni har kim tushunishi lozim;

Mavzu 13. Fazoda to’g’ri chiqqlarning o’zaro vaziyati

Ma’ruzaga reja-topshiriqlar

Fan: Analitik geometriya

O’quv soati: 2 soat (ma’ruza);

O’quv mashg’uloti turi: ma’ruza; yangi bilimlarni mustahkamlash va o’rganish.

Ma’ruza rejasi:

31. Fazoda ikki to’g’ri chiziq orasidagi burchak.
32. Fazoda to’g’ri chiziqqlarning paralellik sharti.
33. Fazoda ikki to’g’ri chiziqning perpendikulyarlik sharti.
34. Fazoda to’g’ri chiziqning normal tenglamasi.

O’quv mashg’uloti maqsadi:

O’quv fani to’g’risida umumiy ta’surotlar berish, Fazoda tekislik va ularning keyinchalik kasbiy faoliyatidagi roli.

O’quv mashg’uloti masalalari:

- *O’rgatuvchi:* talabalarda qabul qilish faoliyatini tashkil qilish, yangi materialni boshlang’ich esda qoldirish va anglash; Analitik geometriyaning terminlari, iboralarini xarakterlovchi elementlar; talabalarning matematik firflashini rivojlantirish muammoli masalalarni yechimini mahoratini oshirish; matematik masalalarni yechishda matematik simvollarning hususiyatlari bilan tanishtirish;
- *Rivojlantiruvchi:* kitob matni bilan ishlay bilishligi – mag’zlarini tanlab olish, tahlil qilish; gaplar tuzish, hulosa chiqarish, materialni talabalarning izlash faoliyatini stimullashtirish; hususiydan umumiy holga o’tish usuli bilan tekshirish; tekshirish natijalarini tahlil qilib va uni umumlashtira olishini rivojlantirish; analitik-sintetik faoliyatning mantiqiy fikrlashini qo’llash; talabalarning ijodiy mahoratini shakillantirish;
- *Tarbiyalovchi:* aktiv faoliyatga, mustaqil ishga jalb qilish; guruhlarda ishlash qoidalariga rioya qila olish; fanni o’rganishga qiziqishni rivojlantirish; Vektorlar nazariyasini Analitik geometriya kursni bir qismi sifatida tassavur berish; javobgarlik tuyg’ularini tarbiyalash, mehnatsevarlik, individual ishni jamoaviy ish bilan biriktirish, intizomlashtirish.

O’qitish texnologiyasi:

- *O’qitish usullari:* instruktaj; Ma’ruza, aqliy hujum, “Insert” texnikasi;

- *O'qitish shakllari*: frontal; jamoaviy;
- *O'qitish vositalari*: Ma`ruza matni; jadvallar, multimediya;
- *O'qitish sharoitlari*: texnik jihozlashtirilgan auditoriya;
- *Baholash va monitoring*: o'g'zaki savol-javob, blits-so'rov.

Pedagogik masalalar:

- Fanning masalalari va uning o'quv fanlar sistemasidagi o'rni va roli bilan tanishtirish;
- O'quv fanning tuzulmasi va tavsiya etiladigan o'quv-metodik adabiyotlarni tasvirlash;
- Fan sohasida metodik va tashkiliy xususiyatlarini ochib berish, baholash shakli va muddatlari;
- Fan ma`ruzasi paytida o'qitish jarayonini tashkil qilishning umumiy bosqichlarini xarakterlab berish va umumiy sxemasini tushuntirish.
- O'qitish texnologiyasi rivojlanishi perspektivasini xarakterlab berish;

O'quv faoliyati natijalari:

- Fan ma`ruzasi masalalari, maqsadlari va nomlari shakllanadi;
- Matematik fizika tenglamalari doirasidagi yutuqlar yoritiladi;
- Fan sohasida metodik va tashkiliy xususiyatlari hamda baholash shakli va muddatlari aytiladi
- Fan ma`ruzasida o'qitish jarayonini tashkil qilishning umumiy sxemasini kengaytirib xarakterlab beradi;
- Fanning asosiy ta`riflarini beradi, Matematik fizika tenglamalari fani ma`ruzalarining asosiy yo'nalishlari beriladi;
- Nazariy bilimlarning to'liqligi, sistemaliyligi va harakatliyligi;
- Amaliy mag'ulotlarni bajarishda o'rganilgan iboralar bilan ishlay olishligi;

• **1.2. Ma`ruzaning xronologik xaritasi**

• **1 bosqich. O'quv mashg'ulotiga kirish (10 daqiqa):**

- *O'qituvchining faoliyati*: tayyorgarlikni tekshirish (davomat, konspektning borligi; o'ziga ishonch, aniqligi); kerakli materiallarni tarqatish (konspekt, tarqatma materiallar); ma`ruzaning mavzusi va maqsadini bayon qilish; o'quv mashg'ulotning rajasi bilan tanishtirish; kalit iboralar va so'zlar, kategoriyalar; internet saytlari va adabiyotlar ro'yhati; o'quv natijalari haqida aytish;
- *Talabalar faoliyati*: o'quv joyini tayyorlash (talabalar borligi; tashqi ko'rinish; o'quv materiallar va qo'llanmalar); ma`ruzaning mavzusi va maqsadi bilan tanishish; o'quv materialini qabul qilishga tayyorgarlik ko'rish;
- *Shakillar, usular, uslublar*: instruktaj; frontal so'rov; mustahkamlovchi so'rov.

2 bosqich. Asosiy qism (60 daqiqa):

- *O'qituvchining faoliyati*: mavzuga kiritadi; yangi mavzuga doir o'tgan fanlar va mashg'ulotlarning mavzularini eslashga chorlaydi; ma`ruza matnini tarqatadi, tanishishni taklif etadi, "Insert" usuli bilan belgilar qo'yishni taklif etadi; birinchi savol bo'yicha matn o'qiladi; qo'shimcha o'quv materiallarini aytib boorish va tushuncha berish; natural obektlarni namnoyon qilish va izohlash; tushunarsiz savollarni aniqlash va tushintirish; birinchi savol bo'yicha nazar (shunday qilib qolgan savollarga ham);
- *Talabalar faoliyati*: yangi mavzuda doir oldingi mashg'ulotlarda va fanlarda olgan bilimlarni mustahkamlaydi,; har bir kalit ibora va terminlarni eshitib, yozib borib, konspekt qilib aytib borishadi; "Insert" usuli bilan belgilan o'qiydilar, aniqlik kiritadilar, savollar beradilar va o'zaro;
- *Shakillar, usular, uslublar*: frontav so'rov blits-so'rov; aqliy hujum, "Insert" texnikasi.

3 bosqich. Yakunlovchi qisim (10 daqiqa)

- *O'qituvchining faoliyati:* mavzu bo'yicha hulosa qilish, talabalarning e'tiborlarini asosiyalarda jalb qilish; qilingan ishning muhimligini aytib o'tish; alohida talabalarning bajarilgan ishlarini baholash; o'zaro baholashning natijalarini chiqarish; o'quv mashg'ulotning yutuqlik darajasini baholash va tahlil qilish; mustaqil ish uchun topshiriqlar; baho ko'rsatgichlari va me'zonlari;
- *Talabalar faoliyati:* ishning tahlili; natijalarni olish; texnologik bilimlarni qo'llash; o'zaro baholashni o'tkazish, yo'l qo'yilgan hatolar bo'yicha tahlil va aniqlik kiritish; mustaqil ish topshiriqlarini yozib olish;
- *Shakillar, usular, uslublar:* guruhlarda ishlash, kartochkalarda topshiriqlar.

1.3. O'quv-metodik materiallar

Ma'ruza rejasi:

1. Fazoda ikki to'g'ri chiziq orasidagi burchak.
2. Fazoda to'g'ri chiziqlarning paralellik sharti.
3. Fazoda ikki to'g'ri chiziqning perpendikulyarlik sharti.
4. Fazoda to'g'ri chiziqning normal tenglamasi.

Kalit so'zlar: To'g'ri chiziq, kesma, tekislik, fazoda ikki to'g'ri chiziq orasidagi burchak, to'g'ri chiziqlarning paralellik va perpendikulyarlik shartlari.

1.3.1. Ma'ruza matni

Fazoda to'g'ri chiziqlar orasidagi burchak

Ikkita L_1 va L_2 to'g'ri chiziqlar kanonik

$$\frac{x-x_1}{l_1} = \frac{y-y_1}{m_1} = \frac{z-z_1}{n_1} \quad \text{Ba} \quad \frac{x-x_2}{l_2} = \frac{y-y_2}{m_2} = \frac{z-z_2}{n_2}$$

tenglamalari bilan berilgan bo'lsin. Bu to'g'ri chiziqlar orasidagi burchakni topish masalasi ularning yo'naltiruvchi $a_1 = \{l_1, m_1, n_1\}$ Ba $a_2 = \{l_2, m_2, n_2\}$ vektorlari orasidagi φ burchakni topish masalasiga keltiriladi, shuning uchun

$$\cos\varphi = \frac{a_1 a_2}{|a_1| |a_2|} = \frac{l_1 l_2 + m_1 m_2 + n_1 n_2}{\sqrt{l_1^2 + m_1^2 + n_1^2} \sqrt{l_2^2 + m_2^2 + n_2^2}}$$

L_1 va L_2 to'g'ri chiziqlarning paralelligi a_1 va a_2 vektorlarning kollinearligiga, ya'ni shu vektorlar koordinatalarining proporsionalligiga ekvivalent bo'lib, quyidagi ko'rinishga ega:

$$\frac{l_1}{l_2} = \frac{m_1}{m_2} = \frac{n_1}{n_2} .$$

L_1 va L_2 to'g'ri chiziqlarning perpendikulyarlik sharti $a_1 a_2$ skalyar ko'paytmaning nolga tengligidan iborat bo'lib, quyidagi ko'rinishga ega:

$$l_1 l_2 + m_1 m_2 + n_1 n_2 = 0.$$

Ikki to'g'ri chiziqning bir tekislikka tegishlilik sharti.

Fazoda ikki to'g'ri chiziq yo kesishadi, yo parallel bo'ladi, yo ayqash bo'ladi. Birinchi ikki holda to'g'ri chiziqlar bir tekislikda joylashgan bo'ladi.

L_1 va L_2 to'g'ri chiziqlar kanonik ko'rinishdagi

$$\frac{x-x_1}{l_1} = \frac{y-y_1}{m_1} = \frac{z-z_1}{n_1} \quad \text{Ba} \quad \frac{x-x_2}{l_2} = \frac{y-y_2}{m_2} = \frac{z-z_2}{n_2}$$

tenglamalar bilan berilgan bo'lsin.

Ko'rish qiyin emaski, ikki L_1 va L_2 to'g'ri chiziqlarning bir tekislikka tegishli bo'lishining etarli va zaruriy sharti uchta $\vec{M_1M_2} = \{x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1\}$, $\mathbf{a}_1 = \{l_1, m_1, n_1\}$ va $\mathbf{a}_2 = \{l_2, m_2, n_2\}$ vektorlarning komplanarligidir, bu esa quyidagi tenglikka keltiriladi:

$$\begin{vmatrix} x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ l_1 & m_1 & n_1 \\ l_2 & m_2 & n_2 \end{vmatrix} = 0$$

Turli ikki $M_1(x_1, y_1, z_1)$, $M_2(x_2, y_2, z_2)$ nuqtalardan o'tuvchi to'g'ri chiziq tenglamasi

Bu ikki nuqta izlanayotgan to'g'ri chiziqda yotishi kerak bo'lganligi uchun to'g'ri chiziq o'tadigan nuqta sifatida $M_1(x_1, y_1, z_1)$ nuqtani, bu to'g'ri chiziqning yo'naltiruvchi vektori sifatida esa $\mathbf{a} = \vec{M_1M_2} = \{x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1\}$ vektorni olib va to'g'ri chiziqning kanonik (6.11) ko'rinishdagi tenglamasidan foydalanib,

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{z - z_1}{z_2 - z_1} \quad (6.12)$$

ko'rinishdagi tenglamalarga ega bo'lamiz.

(6.12) tenglamalar turli ikki $M_1(x_1, y_1, z_1)$ va $M_2(x_2, y_2, z_2)$ nuqtalardan o'tuvchi to'g'ri chiziq tenglamalari deyiladi.

Fazoda to'g'ri chiziqning parametrik tenglamalari

To'g'ri chiziqning parametrik tenglamalarini shu to'g'ri chiziqning kanonik ko'rinishdagi (6.11) tenglamalaridan (6.11) dagi har bir nisbatni t parametr sifatida qabul qilib oson hosil qilish mumkin. l, m, n sonlardan kamida biri noldan farqli bo'lganligi uchun

$$x = x_0 + lt, \quad y = y_0 + mt, \quad z = z_0 + nt \quad (6.13)$$

Tenglamalarga ega bo'lamiz.

(6.13) tenglamalar fazoda $m_0(x_0, y_0, z_0)$ nuqtadan $\mathbf{a} = \{l, m, n\}$ vektor yo'nalishi bo'ylab o'tuvchi to'g'ri chiziqning parametrik tenglamalari hisoblanadi.

1.3.2-a. Frontal so'rov uchun savollar

29. Fazoda ikki to'g'ri chiziq orasidagi burchaki?
30. Fazoda to'g'ri chiziqning yonaltiruvchi vektori deganda nimani tushinasiz?
31. Fazoda to'g'ri chiziqning parametrik tenglamasi?

1.3.2-6. Blits-so'rov uchun savollar

63. Ikki to'g'ri chiziqning bir tekislikka tegishlilik sharti?
64. Ikki to'g'ri chiziqning perpendikulyarlik sharti?
65. Fazoda ikki to'g'ri chiziqning parallel sharti?

1.3.2-b. Og'zaki so'rov uchun savollar

66. Fazoda to'g'ri chiziqning umumiy tenglamasi.

67. Fazoda to'g'ri chiziqning kanonik tenglamasi?
 68. To'g'ri chiziqning yonaltiruvchi vektori?
 69. Ikki quqtadan o'tuvchi to'g'ri chiziq tenglamasi.

1.3.3. Mustaqil ish uchun topshiriqlar

- **takrorlash va mashqlar:** takrorlash, o'z-o'zini tekshirish, tahlil, qayta ishlash, mustahkamlash, eslab qolish, chuqurlashtirish;
- **yangi materiallarning mustaqil o'zlashtirish:** yangi adabiy va internet materiallar, konspekt qo'shimchasi; mustaqil iboralar tuzish;
- **ilmiy xarakterdagi ishlar:** muammoli holatlar, testlar, savollar, topshiriqlar tuzish; topshiriqlarni bajarish.

1.3.4. Kartochkalar uchun testlar

1.3.5. ekranga tayanch materiallarni ko'rsatish(slaydlar)

- Prezentatsiya

1.3.6. Tavsiya etilgan adabiyotlar

Asosiy

1. Ilin V.A., Poznyak E.G. Analiticheskaya geometriya. – M: Nauka, 1998.
2. Kletenik D.V., Sbornik zadach po analiticheskoy geometrii.-M.: GITTL. 1986.
3. A.R.Artikov. Analitik geometriya. Uslubiy qo'llanma. Samarqand 2006.

Qo'shimcha

1. Bugrov YA.S., Nikolskiy S.M. Elementy lineynoy algebrы i analiticheskoy geometrii. – M: Nauka, 1980.
2. Suberbiller O.N. Zadachi i uprajneniya po analiticheskoy geometrii.- M: 1931.
3. Gyunter N.M. i Kuzmin R.O. Sbornik zadach po visshey matematike. – M: 1958.

1.4. O'qitish usullari qoidalari

1.4.1. Aqliy hujum qoidalari

- Hech qanday o'zaro baholash va tanqid;
- Taklif etilayotgan g'oyalarni baholashdan o'zingni tiy, hatto ular fantastic va iloji yo'q bo'lsa ham – hammasi mumkin;
- Tanqid qilma – hamma aytilgan g'oyalar birhirda;
- Bayon qiluvchi gapini bo'lma;
- Izoh berishdan o'zingni tiy;
- Maqsad bu - miqdor;
- Qancha g'oyalar ko'p bo'lsa chuncha yaxshi: yangi va zarur g'oya tug'ulishi imkoniyati ko'proq
- Agar g'oyalar takrorlansa o'ksinma,
- Tasavvuringga erk ber;
- Senda yaralgan g'oyalarni tashlama, agal ular sening nazaringda qabul qilingan sxemaga tegishli bo'lmasa ham;

- Bu muammo aniq usullar bilan yechiladi deb o'ylama.

1.4.2. "Insert" texnikasi qoidalari

- Matndi o'qib, ularda savollat tug'dirayotgan joylarni, ularni bilimlariga mos kelayotgan va mos kelmayotgan joylarni qalam bilan belgilab qo'yiladi;
- "Insert" jadvalini quyidagi belgilashlar bilan to'ldirish:
Agar «!» bo'lsa siz o'z bilimingizga yoki siz o'ylagan fikrga to'g'ri kelayotganini o'qiyapsiz;
Agar «←» bo'lsa siz o'z bilimingizga yoki to'g'ri deb o'ylaganingizga mutlaqo zid bo'lganini o'qiyapsiz;
Agar «+» bo'lsa siz o'qiyotganingiz siz uchun yangilik;
Agar «?» bo'lsa, siz o'qiyotganingiz siz uchun tushunarsiz yoki siz bu savolga yanada ko'proq ma'lumotlar olishni istaysiz.

1.4.3. Guruhlarda ishlash qoidalari

- Hamma o'z do'stlarini tinglashi kerak, unga yaxshi munosabatda bo'lib hurmar ko'rsatishi kerak;
- Hamma aktiv harakat qilishi lozim; berilgan topshiriqqa nisbatan birgalikda va javobgarlik bilan ishlashi kerak;
- Har kim o'ziga kerak paytda yordam so'rashi kerak;
- Har kim undan yordam so'ralganda yordam ko'rsatishi kerak;
- Guruhning ish natijalarini baholashda ishtirok etishi lozim;
- Biz bir kemadamiz, o'zgalarga yordam berib o'zimiz o'rganamiz, shuni har kim tushunishi lozim;

Mavzu 14. Tekislikda to'g'ri chiziq tenglamari

Ma`ruzaga reja-topshiriqlar

Fan: Analitik geometriya

O'quv soati: 2 soat (ma`ruza);

O'quv mashg'uloti turi: ma`ruza; yangi bilimlarni mustahkamlash va o'rganish.

Ma`ruza rejasi:

1. To'g'ri chiziqning umumiy tenglamasi.
2. To'g'ri chiziqning koordinata o'qlarga nisbatan tenglamasi.
3. To'g'ri chiziqning burchak koeffisient tenglamasi.
4. To'g'ri chiziqning normal tenglamasi.
5. Ikki to'g'ri chiziqlarning o'zaro vaziyati.

O'quv mashg'uloti maqsadi:

O'quv fani to'g'risida umumiy ta'surotlar berish, Vektorlar va ularning keyinchalik kasbiy faoliyatidagi roli.

O'quv mashg'uloti masalalari:

- *O'rgatuvchi:* talabalarda qabul qilish faoliyatini tashkil qilish, yangi materialni boshlang'ich esda qoldirish va anglash; Analitik geometriyaning terminlari, iboralarni xarakterlovchi elementlar; talabalarining matematik firlashini rivojlantirish muammoli masalalarni yechimini mahoratini oshirish; matematik masalalarni yechishda matematik simvollarning hususiyatlari bilan tanishtirish;
- *Rivojlantiruvchi:* kitob matni bilan ishlay bilishligi – mag'zlarini tanlab olish, tahlil qilish; gaplar tuzish, hulosa chiqarish, materialni talabalarining izlash faoliyatini stimullashtirish; hususiydan umumiy holga o'tish usuli bilan tekshirish; tekshirish natijalarini tahlil qilib va uni umumlashtira olishini rivojlantirish; analitik-sintetik faoliyatning mantiqiy fikrlashini qo'llash; talabalarining ijodiy mahoratini shakillantirish;

- *Tarbiyalovchi*: aktiv faoliyatga, mustaqil ishga jalb qilish; guruhlarda ishlash qoidalariga rioya qila olish; fanni o'rganishga qiziqishni rivojlantirish; Vektorlar nazariyasini Analitik geometriya kursni bir qismi sifatida tassavur berish; javobgarlik tuyg'ularini tarbiyalash, mehnatsevarlik, individual ishni jamoaviy ish bilan birlashtirish, intizomlashtirish.

O'qitish texnologiyasi:

- *O'qitish usullari*: instruktaj; Ma`ruza, aqliy hujum, "Insert" texnikasi;
- *O'qitish shakllari*: frontal; jamoaviy;
- *O'qitish vositalari*: Ma`ruza matni; jadvallar, multimediya;
- *O'qitish sharoitlari*: texnik jihozlashtirilgan auditoriya;
- *Baholash va monitoring*: o'g'zaki savol-javob, blits-so'rov.

Pedagogik masalalar:

- Fanning masalalari va uning o'quv fanlar sistemasidagi o'rni va roli bilan tanishtirish;
- O'quv fanning tuzulmasi va tavsiya etiladigan o'quv-metodik adabiyotlarni tasvirlash;
- Fan sohasida metodik va tashkiliy xususiyatlarini ochib berish, baholash shakli va muddatlari;
- Fan ma`ruzasi paytida o'qitish jarayonini tashkil qilishning umumiy bosqichlarini xarakterlab berish va umumiy sxemasini tushuntirish.
- O'qitish texnologiyasi rivojlanishi perspektivasini xarakterlab berish;

O'quv faoliyati natijalari:

- Fan ma`ruzasi masalalari, maqsadlari va nomlari shakllanadi;
- Matematik fizika tenglamalari doirasidagi yutuqlar yoritiladi;
- Fan sohasida metodik va tashkiliy xususiyatlari hamda baholash shakli va muddatlari aytiladi
- Fan ma`ruzasida o'qitish jarayonini tashkil qilishning umumiy sxemasini kengaytirib xarakterlab beradi;
- Fanning asosiy ta`riflarini beradi, Matematik fizika tenglamalari fani ma`ruzalarining asosiy yo'nalishlari beriladi;
- Nazariy bilimlarning to'liqligi, sistemaliyligi va harakatliyligi;
- Amaliy mag'ulotlarni bajarishda o'rganilgan iboralar bilan ishlay olishligi;

• 1.2. Ma`ruzaning xronologik xaritasi

• 1 bosqich. O'quv mashg'ulotiga kirish (10 daqiq):

- *O'qituvchining faoliyati*: tayyorgarlikni tekshirish (davomat, konspektning borligi; o'ziga ishonch, aniqligi); kerakli materiallarni tarqatish (konspekt, tarqatma materiallar); ma`ruzaning mavzusi va maqsadini bayon qilish; o'quv mashg'ulotning rajasi bilan tanishtirish; kalit iboralar va so'zlar, kategoriyalar; internet saytlari va adabiyotlar ro'yhati; o'quv natijalari haqida aytish;
- *Talabalar faoliyati*: o'quv joyini tayyorlash (talabalar borligi; tashqi ko'rinish; o'quv materiallar va qo'llanmalar); ma`ruzaning mavzusi va maqsadi bilan tanishish; o'quv materialini qabul qilishga tayyorgarlik ko'rish;
- *Shakllar, usular, uslublar*: instruktaj; frontal so'rov; mustahkamlovchi so'rov.

2 bosqich. Asosiy qism (60 daqiq):

- *O'qituvchining faoliyati*: mavzuga kiritadi; yangi mavzuga doir o'tgan fanlar va mashg'ulotlarning mavzularini eslashga chorlaydi; ma`ruza matnini tarqatadi, tanishishni taklif etadi, "Insert" usuli bilan belgilar qo'yishni taklif etadi; birinchi savol bo'yicha matn o'qiladi; qo'shimcha o'quv materiallarini aytib boorish va tushuncha berish; natural obektlarni namnoyon qilish va izohlash; tushunarsiz savollarni aniqlash va tushuntirish; birinchi savol bo'yicha nazar (shunday qilib qolgan savollarga ham);

- *Talabalar faoliyati*: yangi mavzuda doir oldingi mashg'ulotlarda va fanlarda olgan bilimlarni mustahkamlaydi; har bir kalit ibora va terminlarni eshitib, yozib borib, konspekt qilib aytib borishadi; "Insert" usuli bilan belgilan o'qiydilar, aniqlik kiritadilar, savollar beradilar va o'zaro;
- *Shakillar, usular, uslublar*: frontav so'rov blits-so'rov; aqliy hujum, "Insert" texnikasi.

3 bosqich. Yakunlovchi qisim (10 daqiqa)

- *O'qituvchining faoliyati*: mnavzu bo'yicha hulosa qilish, talabalarning e'tiborlarini asosiyalarda jalb qilish; qilingan ishning muhimligini aytib o'tish; alohida talabalarning bajarilgan ishlarini baholash; o'zaro baholashning natijalarini chiqarish; o'quv mashg'ulotning yutuqlik darajasini baholash va tahlil qilish; mustaqil ish uchun topshiriqlar; baho ko'rsatgichlari va me'zonlari;
- *Talabalar faoliyati*: ishning tahlili; natijalarni olish; texnologik bilimlarni qo'llash; o'zaro baholashni o'tkazish, yo'l qo'yilgan hatolar bo'yicha tahlil va aniqlik kiritish; mustaqil ish topshiriqlarini yozib olish;
- *Shakillar, usular, uslublar*: guruhlarda ishlash, kartochkalarda topshiriqlar.

1.3. O'quv-metodik materiallar

Ma'ruza rejasi:

1. To'g'ri chiziqning umumiy tenglamasi.
2. To'g'ri chiziqning koordinata o'qlarga nisbatan tenglamasi.
3. To'g'ri chiziqning burchak koeffitsient tenglamasi.
4. To'g'ri chiziqning normal tenglamasi.
5. Ikki to'g'ri chiziqlarning o'zaro vaziyati.

Kalit so'zlar: to'g'ri chiziq, normal vektor, yonaltiruvchi vektor, to'g'ri chiziqning normal tenglamasi, to'g'ri chiziqning koordinata o'qlarga nisbatan tenglamasi, to'g'ri chiziqning kanonik tenglamasi, to'g'ri chiziqning burchak koeffitsientli tenglamasi, ikki to'g'ri chiziq orasidagi burchak.

1.3.1. Ma'ruza matni

Agar tekislikda ixtiyoriy to'g'ri burchakli dekart koordinatalar Oxy sistemasi kiritilgan bo'lsa, har qanday birinchi darajali

$$Ax + By + C = 0 \quad (5.1)$$

tenglama shu sistemaga nisbatan to'g'ri chiziqni aniqlaydi. Faraz qilinadiki, A, B va C – ixtiyoriy o'zgarmas sonlar va A, B o'zgarmaslardan kamida bittasi noldan farqli.

Ko'rinib turibdiki, koordinatalari (5.1) tenglamani qanoatlantiruvchi kamida bitta $M_0(x_0, y_0)$ nuqta mavjud, ya'ni

$$Ax_0 + By_0 + C = 0. \quad (5.2)$$

(5.1) tenglamadan (5.2) tenglikni ayirib, (5.1) ga ekvivalent

$$A(x - x_0) + B(y - y_0) = 0, \quad (5.3)$$

tenglamani hosil qilamiz.

(5.3) tenglama, shuningdek, (5.1) tenglama $M_0(x_0, y_0)$ nuqtadan o'tuvchi va $\mathbf{n} = \{A; B\}$ vektorga perpendikular L to'g'ri chiziqni aniqlaydi, agar $M(x, y)$ nuqta faqat ko'rsatilgan L to'g'ri chiziqda yotsa, uning koordinatalari (5.3) tenglamani qanoatlantiradi, faqat bu holda $\mathbf{n} = \{A; B\}$ va

$\vec{M_0M} = \{x - x_0, y - y_0\}$ vektorlar o'zaro ortogonal va ularning skalyar ko'paytmasi $\mathbf{n} \cdot \vec{M_0M} = A(x - x_0) + B(y - y_0)$ nolga teng.

Boshqacha qilib aytganda, $M_0(x_0, y_0)$ nuqtadan o'tuvchi va berilgan $\mathbf{n}=\{A;B\}$ vektorga perpendikular L to'g'ri chiziq – bu $\mathbf{n} \cdot \vec{M_0M} = A(x-x_0) + B(y-y_0)=0$ tenglamani qanoatlantiruvchi barcha $M(x,y)$ nuqtalar to'plamidir.

$\mathbf{n}=\{A;B\}$ vektor (5.1) to'g'ri chiziqning *normal vektori* deyiladi. Agar barcha A, B va C koeffitsientlar noldan farqli bo'lsa, (5.1) tenglama *to'la* deyiladi. Agar koeffitsientlardan kamida bittasi nolga teng bo'lsa, tenglama *to'la emas* deyiladi. Shunday qilib, agar:

- 1) $C=0$ bo'lsa, $Ax+By=0$ tenglama koordinatalar boshidan o'tuvchi to'g'ri chiziqni aniqlaydi;
- 2) $B=0$ bo'lsa, $Ax+C=0$ tenglama Oy o'qqa parallel to'g'ri chiziqni aniqlaydi;
- 3) $A=0$ bo'lsa, $By+C=0$ tenglama Ox o'qqa parallel to'g'ri chiziqni aniqlaydi;
- 4) $B=0, C=0$ bo'lsa, $Ax=0$ tenglama Oy o'qni aniqlaydi;
- 5) $A=0, C=0$ bo'lsa, $By=0$ tenglama Ox o'qni aniqlaydi.

To'g'ri chiziqning to'la tenglamasi to'g'ri chiziqning *kesmalar orqali berilgan* tenglamasi deb ataluvchi ushbu

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

ko'rinishga keltirilishi mumkin. Bu erda, ko'rinish turibdiki, $a = -\frac{C}{A}, b = -\frac{C}{B}$ va bu sonlar to'g'ri chiziqning mos ravishda Ox va Oy o'qlaridan ajratgan kesmalarining kattaligi.

Berilgan to'g'ri chiziqqa parallel ixtiyoriy nolmas vektor shu to'g'ri chiziqning *yo'naltiruvchi* vektori deyiladi.

$M_0(x_0, y_0)$ nuqtadan o'tuvchi va $\mathbf{a} = \{l, m\}$ yo'naltiruvchi vektorga ega bo'lgan to'g'ri chiziq deb, Shunday $M(x, y)$ nuqtalar to'plamiga aytiladiki, bunda $\vec{M_0M} = \{x-x_0, y-y_0\}$ va $\mathbf{a} = \{l, m\}$ vektorlar kollinear, ya'ni ularning koordinatalari proporsional bo'ladi:

$$\frac{x-x_0}{l} = \frac{y-y_0}{m} \quad (5.4)$$

(5.4) tenglama to'g'ri chiziqning *kanonik* tenglamasi deyiladi.

Berilgan ikkita $M_1(x_1, y_1)$ va $M_2(x_2, y_2)$ nuqtalardan o'tuvchi to'g'ri chiziq tenglamasi quyidagi ko'rinishga ega:

$$\frac{x-x_1}{x_2-x_1} = \frac{y-y_1}{y_2-y_1},$$

bu erda: $M_0(x_0, y_0)$ nuqtaning rolini $M_1(x_1, y_1)$ nuqta o'ynaydi, yo'naltiruvchi vektor sifatida esa $\mathbf{a} = \vec{M_1M_2} = \{x_2-x_1, y_2-y_1\}$ vektor olingan.

(5.4) tenglamaning o'ng va chap tomonida turgan kattaliklarni t parametr bilan belgilab, to'g'ri chiziqning quyidagi parametrik tenglamalarini hosil qilamiz

$$\left. \begin{aligned} x &= x_0 + lt \\ y &= y_0 + mt \end{aligned} \right\}$$

To'g'ri chiziqning *burchak koeffitsientli tenglamasi* deb, quyidagi ko'rinishdagi $y=kx+b$

tenglamaga aytiladi, bu erda k berilgan to'g'ri chiziqning burchak koeffitsienti va $k=tg\alpha$, α - to'g'ri chiziq bilan Ox o'q orasidagi burchak, b esa to'g'ri chiziqning koordinata boshidan boshlab Oy o'qdan ajratgan kesma kattaligidir.

Ikki to'g'ri chiziq orasidagi burchak

Boshida L_1 va L_2 to'g'ri chiziqlar $y = k_1x+b_1$ va $y = k_2x+b_2$ burchak koeffitsientli tenglamalari bilan berilgan bo'lsin.

Agar α_1 va α_2 - L_1 va L_2 to'g'ri chiziqlarning Ox o'qi bilan tashkil qilgan burchaklar, φ - esa shu to'g'ri chiziqlar orasidagi burchaklardan biri bo'lsa, elementar mulohazalardan keyin

$$\varphi = \alpha_2 - \alpha_1$$

tenglik kelib chiqadi.
Shunday qilib,

$$\operatorname{tg}\varphi = \operatorname{tg}(\alpha_2 - \alpha_1) = \frac{\operatorname{tg}\alpha_2 - \operatorname{tg}\alpha_1}{1 + \operatorname{tg}\alpha_1 \operatorname{tg}\alpha_2} = \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 k_2} \quad (5.5)$$

Agar L_1 va L_2 to'g'ri chiziqlar orasidagi burchak tanginsi nolga teng bo'lsa, bu to'g'ri chiziqlar parallel bo'ladi, ya'ni parallellik sharti quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$k_1 = k_2. \quad (5.6)$$

$\operatorname{tg}\varphi$ mavjud bo'lmagan holga L_1 va L_2 to'g'ri chiziqlarning perpendikularlik sharti mos keladi, ya'ni (5.5) formuladagi maxrajning nolga aylanishi:

$$k_1 k_2 + 1 = 0 \text{ yoki } k_2 = -1/k_1 \quad (5.7)$$

Endi L_1 va L_2 ikkita to'g'ri chiziqlar

$$\frac{x - x_1}{l_1} = \frac{y - y_1}{m_1} \quad \text{va} \quad \frac{x - x_2}{l_2} = \frac{y - y_2}{m_2}$$

kanonik tenglamalari bilan berilgan bo'lsin.

L_1 va L_2 to'g'ri chiziqlar orasidagi burchak shu to'g'ri chiziqlarning yo'naltiruvchi $\mathbf{a}_1 = \{l_1; m_1\}$ va $\mathbf{a}_2 = \{l_2; m_2\}$ vektorlari orasidagi burchak sifatida aniqlanadi, shuning uchun (3.5) formuladan quyidagiga ega bo'lamiz:

$$\cos\varphi = \frac{\mathbf{a}_1 \mathbf{a}_2}{|\mathbf{a}_1| |\mathbf{a}_2|} = \frac{l_1 l_2 + m_1 m_2}{\sqrt{l_1^2 + m_1^2} \cdot \sqrt{l_2^2 + m_2^2}}$$

Parallellik sharti quyidagi ko'rinishga ega: $\frac{l_1}{l_2} = \frac{m_1}{m_2}$, perpendikularlik sharti esa:

$$l_1 l_2 + m_1 m_2 = 0.$$

Nihoyat, to'g'ri chiziqlar umumiy ko'rinishdagi

$$A_1 x + B_1 y + C_1 = 0 \quad \text{va} \quad A_2 x + B_2 y + C_2 = 0$$

tenglamalari bilan berilgan bo'lsin.

$\mathbf{n}_1 = \{A_1; B_1\}$ va $\mathbf{n}_2 = \{A_2; B_2\}$ vektorlar bu to'g'ri chiziqlarning normal vektorlari bo'lganligi uchun to'g'ri chiziqlar orasidagi burchak ularning normal vektorlari orasidagi burchak bilan barobar. Demak,

$$\cos\varphi = \frac{\mathbf{n}_1 \mathbf{n}_2}{|\mathbf{n}_1| |\mathbf{n}_2|} = \frac{A_1 A_2 + B_1 B_2}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2} \cdot \sqrt{A_2^2 + B_2^2}}$$

To'g'ri chiziqlarning parallellik sharti \mathbf{n}_1 va \mathbf{n}_2 vektorlarning kollinearlik shartiga ekvivalent, ya'ni $\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2}$ ko'rinishga ega, to'g'ri chiziqlarning perpendikularlik sharti esa $\mathbf{n}_1 \mathbf{n}_2$ skalyar

ko'paytmaning nolga tengligidan kelib chiqadi, ya'ni $A_1 A_2 + B_1 B_2 = 0$ ko'rinishga ega.

To'g'ri chiziqning normal ko'rinishdagi tenglamasi

To'g'ri burchakli koordinat sistemasida koordinata boshidan o'tmaydigan ixtiyoriy L to'g'ri chiziq va koordinata boshidan chiquvchi va L to'g'ri chiziqqa perpendikular, oxiri to'g'ri chiziqda yotuvchi \mathbf{a} vektor berilgan bo'lsin. \mathbf{a} vektor to'lig'icha L to'g'ri chiziqni aniqlaydi (\mathbf{a} vektorning oxiridan unga perpendikular yagona to'g'ri chiziq o'tadi). p \mathbf{a} vektorning uzunligi bo'lsin, ya'ni, $r = |\mathbf{a}|$ va $\mathbf{n} = \{\cos\alpha; \sin\alpha\}$ - \mathbf{a} vektor yo'nalishiga ega bo'lgan birlik vektor bo'lsin. Bu erda α - \mathbf{a} (yoki \mathbf{n}) vektor bilan Ox o'qining musbat yo'nalishi orasidagi burchak. $M(x, y)$ orqali L to'g'ri chiziqning

ixtiyoriy (joriy) nuqtasini belgilaymiz. Ko'rinib turibdiki, \vec{OM} vektorning \mathbf{n} birlik vektor yo'nalishidagi proektsiyasi r ga teng. U holda, (2.3) tengliklardan:

$$\vec{OM} \cdot \mathbf{n} = |\mathbf{n}| p r_n \vec{OM} = r \quad (5.8)$$

ni hosil qilamiz.

Bu L to'g'ri chiziqning *vektorial* tenglamasidir.

Agar L to'g'ri chiziq koordinatalar boshidan o'tsa, uning tenglamasi (14) ko'rinishga ega, bu erda \mathbf{n} – unga perpendikular birlik vektor, faqat $p=0$. (5.8) formula koordinatalar orqali quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:

$$x \cos \alpha + y \sin \alpha = r. \quad (5.9)$$

(5.9) tenglama to'g'ri chiziqning *normal ko'rinishdagi* tenglamasi deyiladi.

Agar L to'g'ri chiziq $Ax+By+C=0$ umumiy tenglama bilan berilgan bo'lsa, uni

$$\mu = \pm \frac{1}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

songa ko'paytirib, normal ko'rinishga keltirish mumkin, bu erda bu sonning ishorasi C ning ishorasiga qarama-qarshi ($r = -\mu C \geq 0$) qilib olinadi.

μ son *normallovchi ko'paytuvchi* deyiladi. $(\mu A)^2 + (\mu B)^2 = 1$ bo'lganligi uchun yagona α ($0 \leq \alpha < 2\pi$) burchak mavjud bo'lib, $\mu A = \cos \alpha$, $\mu B = \sin \alpha$ bo'ladi. Natijada (5.9) tenglamani hosil qilamiz. Bu erda: $p = -\mu C \geq 0$. Eslatib o'tamizki, r son koordinata boshidan L to'g'ri chiziqqa bo'lgan masofaga teng.

Quyidagi masalani qaraymiz: Berkitilgan $M_0(x_0, y_0)$ nuqtadan

$$Ax+By+C=0. \quad (5.10)$$

tenglama bilan berilgan L to'g'ri chiziqqa bo'lgan d masofa topilsin.

Faraz qilaylikki,

$$\vec{OM} \cdot \mathbf{n} - r = 0 \quad (5.11)$$

(5.10) tenglamaning normal ko'rinishdagi tenglamasi bo'lsin. Shunday qilib, agar $C \neq 0$, r ($r > 0$) koordinata boshi O dan chiquvchi L to'g'ri chiziqqa perpendikular \mathbf{a} vektorning uzunligi bo'ladi, \mathbf{n}

– esa \mathbf{a} vektor yo'nalishiga ega bo'lgan birlik vektor, $r = |\mathbf{a}|$, $n = \frac{a}{p}$. $M(x, y)$ – L to'g'ri chiziqning

ixtiyoriy joriy nuqtasi bo'lsin. U holda, ko'rinib turibdiki, $M_0(x_0, y_0)$ nuqtadan L gacha masofani

topish uchun $\vec{M_0M} = \vec{OM_0} - \vec{OM}$ vektorni \mathbf{n} vektor yo'nalishiga proektsiyalab, proektsiya kattaligining absolyut qiymatini olish kerak:

$$d = |\text{pr}_{\mathbf{n}} \vec{M_0M}| = |\vec{M_0M} \cdot \mathbf{n}| = |\vec{OM_0} \cdot \mathbf{n} - \vec{OM} \cdot \mathbf{n}| = |\vec{OM_0} \cdot \mathbf{n} - r| \text{ yoki}$$

$$d = |\vec{OM_0} \cdot \mathbf{n} - r| \quad (5.12)$$

Shunday qilib, d masofani hosil qilish uchun (5.10) tenglamani (5.11) normal ko'rinishga keltirib, chap tomondagi x, y lar o'rniga mos ravishda $M_0(x_0, y_0)$ nuqtaning x_0, y_0 koordinatalarini qo'yib, hosil bo'lgan ifodaning absolyut qiymatini olish kerak.

Ko'rinib turibdiki, L to'g'ri chiziqning (5.10) umumiy tenglamasi uchun (5.12) tenglik quyidagi ko'rinishga ega:

$$d = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}} \quad (5.13)$$

$S=0$ bo'lganda (5.12) formula, shuningdek, (5.13) formula ham o'rinli bo'laveradi. Bu holda: $r=0$, \mathbf{n} – L ga perpendikular ikkita vektorlardan biri hisoblanadi.

Shunday qilib,

$$d = |\text{pr}_{\mathbf{n}} \vec{M_0M}| = |\vec{OM_0} \cdot \mathbf{n} - \vec{OM} \cdot \mathbf{n}| = |\vec{OM_0} \cdot \mathbf{n}| \text{ yoki } d = \frac{|Ax_0 + By_0|}{\sqrt{A^2 + B^2}},$$

ya'ni $C=0$ bo'lgan holdagi (5.13).

To'g'ri chiziqlar dastasining tenglamasi

Berilgan tekislikda joylashgan va shu tekislikning biror S nuqtasidan o'tuvchi to'g'ri chiziqlar to'plami markazi S nuqtada bo'lgan *to'g'ri chiziqlar dastasi* deyiladi. To'g'ri chiziqlar dastasining S markazi shu dastaning ikkita turli to'g'ri chizig'ining berilishi bilan to'liq aniqlanadi. Dastaning markazi $S(x_0, y_0)$ ni bilgan holda dastaning ixtiyoriy to'g'ri chizig'ining tenglamasini yozish oson. Buning uchun to'g'ri chiziq $S(x_0, y_0)$ nuqtadan o'tadi degan faraz bilan to'g'ri chiziqning burchak koeffitsientli tenglamasi (8) dan foydalanish mumkin. U holda, quyidagi tenglik o'rinli bo'lishi kerak:

$$y_0 = kx_0 + b. \quad (21)$$

(8) dan (21) ni ayirib,

$$u - y_0 = k(x - x_0), \quad (22)$$

ko'rinishdagi, k parametriga bog'liq, $S(x_0, y_0)$ nuqtadan o'tuvchi, vertikal bo'lmagan barcha to'g'ri chiziqlarni aniqlovchi tenglamaga ega bo'lamiz. Faraz qilamizki, bu to'g'ri chiziqlar dastasidan $M(x_1, y_1)$ nuqtadan o'tuvchi to'g'ri chiziqni ajratib olish kerak bo'lsin. U holda, ko'rinish turibdiki, $u_1 - y_0 = k(x_1 - x_0)$ tenglik bajarilishi kerak. Bu tenglikdan $k = \frac{u_1 - y_0}{x_1 - x_0}$ ni topib va (22) ga qo'yib, bizga ma'lum bo'lgan berilgan ikki nuqtadan o'tuvchi to'g'ri chiziq tenglamasi (6) ga ega bo'lamiz.

§ 2. Tekislikdagi to'g'ri chiziqlarga doir ba'zi masalalar

§ 1 da tekislikdagi to'g'ri chiziqlarga doir ba'zi masalalar ko'rib chiqilgan edi. Ikki to'g'ri chiziq orasidagi burchakni topish, ikki to'g'ri chiziqning parallellik va perpendikularlik shartlarini aniqlash, nuqtadan to'g'ri chiziqqa bo'lgan masofani hisoblash, ikki to'g'ri chiziq kesishish nuqtasidan o'tuvchi to'g'ri chiziq tenglamasini aniqlash kabi masalalar shular jumlasidan.

Bu paragrafda § 1 materialini chuqurlashtiradigan va kengaytiradigan masalalar ko'rib chiqiladi.

1. $M_0(x_0, y_0)$ nuqtadan o'tuvchi va berilgan $y = k_1x + b_1$ to'g'ri chiziq bilan berilgan ω burchak tashkil qiluvchi to'g'ri chiziq tenglamasini aniqlash.

Bu to'g'ri chiziqni (22) ko'rinishda izlaymiz:

$$y - y_0 = k(x - x_0).$$

(22) to'g'ri chiziq $M_0(x_0, y_0)$ nuqtadan o'tadi. Endi uning burchak koeffitsienti k ni Shunday tanlaymizki, u $y = k_1x + b_1$ to'g'ri chiziq bilan ω burchak tashkil qilsin. Izlanayotgan $y = kx + (y_0 - kx_0)$ to'g'ri chiziq va $y = k_1x + b_1$ to'g'ri chiziqlar ω burchak tashkil qilganligi uchun (9) formulaga asosan

$$\pm \operatorname{tg} \omega = \frac{k - k_1}{1 + kk_1} \quad \text{ga ega bo'lamiz yoki bu erdan}$$

$$k = \frac{k_1 \pm \operatorname{tg} \omega}{1 \pm k_1 \operatorname{tg} \omega} \quad (27)$$

(27) formulada maxraj nolga teng bo'lgan holda burchak koeffitsient mavjud bo'lmaydi va izlanayotgan to'g'ri chiziqni $x = x_0$ tenglama bilan aniqlash kerak bo'ladi. Nihoyat, izlanayotgan ikki to'g'ri chiziq uchun quyidagi ko'rinishdagi tenglamalarga ega bo'lamiz:

1) $k_1 \operatorname{tg} \omega \neq \pm 1$ bo'lganda,

$$y - y_0 = \frac{k_1 + \operatorname{tg} \omega}{1 - k_1 \operatorname{tg} \omega} (x - x_0) \quad \text{va} \quad y - y_0 = \frac{k_1 - \operatorname{tg} \omega}{1 + k_1 \operatorname{tg} \omega} (x - x_0);$$

2) $k_1 \operatorname{tg} \omega = -1$ bo'lganda, $y - y_0 = \frac{k_1 + \operatorname{tg} \omega}{2} (x - x_0)$ va $x = x_0$;

3) $k_1 \operatorname{tg} \omega = 1$ bo'lganda, $x = x_0$ va $y - y_0 = \frac{k_1 - \operatorname{tg} \omega}{2} (x - x_0)$.

2. Nuqtaning to'g'ri chiziqdan uzoqlashishini aniqlash.

d son M nuqtadan L to'g'ri chiziqqa masofani belgilansin. M nuqtaning L to'g'ri chiziqdan uzoqlashishi δ deb, M nuqta va koordinata boshi O to'g'ri chiziq L ga nisbatan turli tomonlarda joylashsa, +d songa, M va O nuqtalar L ga nisbatan bir tomonda joylashsa, - d songa

aytiladi. $M_0(x_0, y_0)$ nuqtaning normal $x \cdot \cos \varphi + y \cdot \sin \varphi - r = 0$ tenglama bilan aniqlangan L to'g'ri chiziqdan uzoqlashishi δ ni topish uchun shu tenglamada x va y larning o'rniga M_0 nuqtaning x_0 va y_0 koordinatalarini qo'yish kerak, shuning uchun

$$\delta = x_0 \cos \varphi + y_0 \sin \varphi - r.$$

3. Berilgan to'g'ri chiziqlar bilan aniqlangan burchaklarning bissektrisalarini topish.

Ikki to'g'ri chiziq quyidagi normal ko'rinishdagi tenglamalar bilan berilgan bo'lsin:

$$x \cdot \cos \varphi + y \cdot \sin \varphi - r = 0 \quad \text{va} \quad x \cdot \cos \psi + y \cdot \sin \psi - r_1 = 0.$$

Bu tenglamalarning chap tomonlari $M(x, y)$ nuqtaning birinchi va ikkinchi to'g'ri chiziqlardan mos ravishda uzoqlashishlari δ_1 va δ_2 larga teng. Koordinata boshi joylashgan burchakning bissektrisasida bu uzoqlashishlar ham modul bo'yicha, ham ishora bo'yicha teng, boshqa bissektrisada esa δ_1 va δ_2 uzoqlashishlar modul bo'yicha teng va ishora bo'yicha qarama-qarshi. Ikkala to'g'ri chiziqdan bir xil masofada joylashgan nuqtalar to'plami bissektrisa bo'lganligi uchun izlanayotgan bissektrisalar tenglamalari quyidagi ko'rinishlarni oladi:

$$(x \cos \varphi + y \sin \varphi - r) - (x \cos \psi + y \sin \psi - r_1) = 0,$$

$$(x \cos \varphi + y \sin \varphi - r) + (x \cos \psi + y \sin \psi - r_1) = 0.$$

4. Berilgan to'g'ri chiziq berilgan $\overline{M_1 M_2}$ kesmani kesib o'tadimi?

To'g'ri chiziq $Ax + By + C = 0$ **(1)** tenglama bilan berilgan bo'lsin va $M_1(x_1, y_1)$ va $M_2(x_2, y_2)$ **(1)** to'g'ri chiziqqa tegishli bo'lmagan ikki nuqta. Umumiylikni yo'qotmasdan, faraz qilamizki, $M_1 \neq M_2$ bo'lsin. U holda, M_1 va M_2 nuqtalardan o'tuvchi,

$$x = (1-t)x_1 + tx_2, \quad y = (1-t)y_1 + ty_2. \quad \text{(28)}$$

koordinat-parametrik tenglamalar bilan $M_1 M_2$ to'g'ri chiziq aniqlangan bo'ladi. **(1)** to'g'ri chiziq

$\overline{M_1 M_2}$ kesmani kesib o'tish o'tmasligini aniqlash uchun **(1)** va **(28)** to'g'ri chiziqlarning kesishish yoki kesishmasligini, kesishsa, qaysi nuqtada ekanligini aniqlash lozim. Buning uchun **(1)**, **(28)** uch tenglamalar sistemasini birgalikda uchta o'zgaruvchi x , y va t ga nisbatan echish kerak. **(28)** dagi x va y lar uchun ifodalarni **(1)** ga keltirib qo'yib va qisqalik uchun quyidagi $F_1 = Ax_1 + By_1 + C$ va $F_2 = Ax_2 + By_2 + C$ belgilashlarni kiritib, bir o'zgaruvchili t o'zgaruvchiga nisbatan $(1-t)F_1 + tF_2 = 0$ ko'rinishdagi tenglamani hosil qilamiz, bu erdan

$$t = \frac{F_1}{F_1 - F_2}$$

tenglik kelib chiqadi.

Agar $F_1 = F_2$ bo'lsa, echim mavjud emas, ya'ni $M_1 M_2$ to'g'ri chiziq **(1)** to'g'ri chiziqqa parallel. Boshqa tarafdin, ko'rinib turibdiki, **(1)** to'g'ri chiziq

$$0 < \frac{F_1}{F_1 - F_2} < 1$$

bo'lganda, $\overline{M_1 M_2}$ kesmani kesib o'tyapti. Bu esa F_1 va F_2 lar turli ishoraga ega bo'lganda, ya'ni $F_1 F_2 < 0$ bo'lsa, o'rinli bo'ladi.

Bu masalaning yana bir sodda echimi mavjud.

To'g'ri chiziq tenglamasini normal $x \cos \varphi + y \sin \varphi - r = 0$ ko'rinishda yozib olamiz. Bu tenglamaning chap tomoniga avval M_1 nuqtaning koordinatalarini, keyin esa M_2 nuqtaning koordinatalarini qo'yib, M_1 va M_2 nuqtalarning berilgan to'g'ri chiziqdan mos ravishda δ_1 va δ_2 uzoqlashishlarini topamiz.

Berilgan to'g'ri chiziq $\overline{M_1 M_2}$ kesmani kesib o'tishi uchun M_1 va M_2 nuqtalarning shu to'g'ri chiziqqa nisbatan turli tomonlarda joylashishi, ya'ni δ_1 va δ_2 uzoqlashishlar turli ishoralarga ega bo'lishi zarur va etarli.

5. Berilgan M nuqta va koordinata boshi O larning berilgan ikki to'g'ri chiziq orqali aniqlangan burchaklarga nisbatan o'zaro joylashishini aniqlash.

Ikkita kesishuvchi to'g'ri chiziqlar berilgan bo'lsin va berilgan M nuqta va koordinat boshi O shu to'g'ri chiziqlar orqali aniqlangan burchaklardan birida, qo'shma burchaklarda yoki vertikal burchaklarda joylashishini aniqlash talab qilingan bo'lsin. Buning uchun berilgan to'g'ri chiziqlar tenglamalarini normal ko'rinishda yozib olamiz va bu tenglamalarning chap tomonlariga M nuqtaning koordinatalarini qo'yib, M nuqtaning birinchi va ikkinchi to'g'ri chiziqdan mos ravishda δ_1 va δ_2 uzoqlashishlarini hisoblaymiz. Uzoqlashish ta'rifidan kelib chiqadiki, M nuqta va koordinat boshi O bir burchakda joylashgan bo'ladi, agar ikkala uzoqlashish δ_1 va δ_2 manfiy bo'lsa, vertikal burchaklarda joylashadi, agar δ_1 va δ_2 – ikkalasi musbat bo'lsa, qo'shma burchaklarda joylashadi, agar δ_1 va δ_2 turli ishoralarga ega bo'lsa.

6. Uch to'g'ri chiziqning bir nuqtada kesishish sharti.

Uch to'g'ri chiziq quyidagi tenglamalari bilan berilgan

$$A_1x+B_1y+C_1=0, \quad A_2x+B_2y+C_2=0, \quad A_3x+B_3y+C_3=0,$$

va ulardan ikkitasi bitta kesishish nuqtasiga ega bo'lsin. U holda, ko'rinib turibdiki, quyidagi uchta determinantlardan

$$\begin{vmatrix} A_1 & B_1 \\ A_2 & B_2 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} A_1 & B_1 \\ A_3 & B_3 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} A_2 & B_2 \\ A_3 & B_3 \end{vmatrix} \quad (29)$$

kamida bittasi noldan farqli bo'ladi. Aniqlik uchun

$$\begin{vmatrix} A_1 & B_1 \\ A_2 & B_2 \end{vmatrix} \neq 0$$

bo'lsin.

U holda birinchi ikkita to'g'ri chiziq bir nuqtada kesishadi va uch to'g'ri chiziq bir nuqtada kesishishi uchun uchinchi $A_3x+B_3y+C_3=0$ to'g'ri chiziq birinchi ikkita to'g'ri chiziqlar bilan aniqlangan

$$\alpha(A_1x+B_1y+C_1)+\beta(A_2x+B_2y+C_2)=0$$

dastaga qarashli bo'lishi zarur va etarli.

Bu esa shuni anglatadiki,

$$\begin{aligned} \alpha A_1 + \beta A_2 &= -\gamma A_3, & \alpha A_1 + \beta A_2 + \gamma A_3 &= 0, \\ \alpha B_1 + \beta B_2 &= -\gamma B_3, & \alpha B_1 + \beta B_2 + \gamma B_3 &= 0, \\ \alpha C_1 + \beta C_2 &= -\gamma C_3 & \alpha C_1 + \beta C_2 + \gamma C_3 &= 0. \end{aligned}$$

tengliklarni qanoatlantiruvchi γ son topiladi.

Bu α , β , γ larga nisbatan algebraik chizikli bir jinsli sistema va uning nolmas echimi mavjud bo'lishi uchun shu sistemaning determinanti nolga teng bo'lishi zarur va etarli, ya'ni

$$\begin{vmatrix} A_1 & A_2 & A_3 \\ B_1 & B_2 & B_3 \\ C_1 & C_2 & C_3 \end{vmatrix} = 0. \quad (30)$$

Shunday qilib, yuqorida ko'rsatilgan uch to'g'ri chiziq bir nuqtada kesishishi uchun (30) o'rinli bo'lishi va (29) determinantlardan kamida bittasi noldan farqli bo'lishi zarur va etarli.

1.3.2-a. Frontal so'rov uchun savollar

32. To'g'ri chiziqning umumiy tenglamasi?
33. To'g'ri chiziqning normal tenglamasi?
34. Uch to'g'ri chiziqning bir nuqtada kesishish sharti?

1.3.2-6. Blitz-so'rov uchun savollar

- 70. To'g'ri chiziqning koordinata o'qlarga nisbatan tenglamasi?
- 71. Bir nuqtadan o'tuvchi to'g'ri chiziq oilasi?
- 72. To'g'ri chiziqning burchak koeffitsient tenglamasi?

1.3.2-B. Og'zaki so'rov uchun savollar

- 73. Nuqtadan to'g'ri chiziqgacha masofa?
- 74. Ikki to'g'ri chiziqning parallel sharti?
- 75. To'g'ri chiziqning perpendikulyarlik sharti?
- 76. Ikki to'g'ri chiziq orasidagi burchak?

1.3.3. Mustaqil ish uchun topshiriqlar

- **takrorlash va mashqlar:** takrorlash, o'z-o'zini tekshirish, tahlil, qayta ishlash, mustahkamlash, eslab qolish, chuqurlashtirish;
- **yangi materiallarning mustaqil o'zlashtirish:** yangi adabiy va internet materiallar, konspekt qo'shimchasi; mustaqil iboralar tuzish;
- **ilmiy xarakterdagi ishlar:** muammoli holatlar, testlar, savollar, topshiriqlar tuzish; topshiriqlarni bajarish.

1.3.4. Kartochkalar uchun testlar

1.3.5. ekranga tayanch materiallarni ko'rsatish(slaydlar)

- Prezentatsiya

1.3.6. Tavsiya etilgan adabiyotlar

Asosiy

1. Ilin V.A., Poznyak E.G. Analiticheskaya geometriya. – M: Nauka, 1998.
2. Kletenik D.V., Sbornik zadach po analiticheskoy geometrii.-M.: GITTL. 1986.
3. A.R.Artikov. Analitik geometriya. Uslubiy qo'llanma. Samarqand 2006.

Qo'shimcha

1. Bugrov YA.S., Nikolskiy S.M. Elementy lineynoy algebrы i analiticheskoy geometrii. – M: Nauka, 1980.
2. Suberbiller O.N. Zadachi i uprajneniya po analiticheskoy geometrii.- M: 1931.
3. Gyunter N.M. i Kuzmin R.O. Sbornik zadach po visshey matematike. – M: 1958.

1.4. O'qitish usullari qoidalari

1.4.1. Aqliy hujum qoidalari

- Hech qanday o'zaro baholash va tanqid;

- Taklif etilayotgan g'oyalarni baholashdan o'zingni tiy, hatto ular fantastic va iloji yo'q bo'lsa ham – hammasi mumkin;
- Tanqid qilma – hamma aytilgan g'oyalar birhirda;
- Bayon qiluvchi gapini bo'lma;
- Izoh berishdan o'zingni tiy;
- Maqsad bu - miqdor;
- Qancha g'oyalar ko'p bo'lsa chuncha yaxshi: yangi va zarur g'oya tug'ulishi imkoniyati ko'proq
- Agar g'oyalar takrorlansa o'ksinma,
- Tasavvuringga erk ber;
- Senda yaralgan g'oyalarni tashlama, agal ular sening nazaringda qabul qilingan sxemaga tegishli bo'lmasa ham;
- Bu muammo aniq usullar bilan yechiladi deb o'ylama.

1.4.2. “Insert” texnikasi qoidalari

- Matndi o'qib, ularda savollat tug'dirayotgan joylarni, ularni bilimlariga mos kelayotgan va mos kelmayotgan joylarni qalam bilan belgilab qo'yiladi;
- “Insert” jadvalini quyidagi belgilashlar bilan to'ldirish:
 Agar «!» bo'lsa siz o'z bilimingizga yoki siz o'ylagan fikrga to'g'ri kelayotganini o'qiyapsiz;
 Agar «←» bo'lsa siz o'z bilimingizga yoki to'g'ri deb o'ylaganingizga mutlaqo zid bo'lganini o'qiyapsiz;
 Agar «+» bo'lsa siz o'qiyotganingiz siz uchun yangilik;
 Agar «?» bo'lsa, siz o'qiyotganingiz siz uchun tushunarsiz yoki siz bu savolga yanada ko'proq ma'lumotlar olishni istaysiz.

1.4.3. Guruhlarda ishlash qoidalari

- Hamma o'z do'stlarini tinglashi kerak, unga yaxshi munosabatda bo'lib hurmar ko'rsatishi kerak;
- Hamma aktiv harakat qilishi lozim; berilgan topshiriqqa nisbatan birgalikda va javobgarlik bilan ishlashi kerak;
- Har kim o'ziga kerak paytda yordam so'rashi kerak;
- Har kim undan yordam so'ralganda yordam ko'rsatishi kerak;
- Guruhning ish natijalarini baholashda ishtirok etishi lozim;
- Biz bir kemadamiz, o'zgalarga yordam berib o'zimiz o'rganamiz, shuni har kim tushunishi lozim;

Mavzu 15. Ellips, giperbola, parabola va uning kanonik tenglamalari

Ma`ruzaga reja-topshiriqlar

Fan: Analitik geometriya

O'quv soati: 2 soat (ma`ruza);

O'quv mashg'uloti turi: ma`ruza; yangi bilimlarni mustahkamlash va o'rganish.

Ma`ruza rejasi:

1. Ellips tenglamasi.
2. Giperbola tenglamasi.
3. Parabola tenglamasi.
4. Elipsning qutb koordinatalar sistemasidagi tenglamasi.
5. Giperbolaning qutb koordinatalar sistemasidagi tenglamasi.
6. Parabolaning qutb koordinatalar sistemasidagi tenglamasi.

O'quv mashg'uloti maqsadi:

O'quv fani to'g'risida umumiy ta'surotlar berish, Ikkinchi tartibli chiziqlar na faqat analitik geometriya balki matematikaning boshqa ko'pgina soxalarida ham muhim o'rin tutadi.

O'quv mashg'uloti masalalari:

- *O'rgatuvchi*: talabalarda qabul qilish faoliyatini tashkil qilish, yangi materialni boshlang'ich esda qoldirish va anglash; Analitik geometriyaning terminlari, iboralarini xarakterlovchi elementlar; talabalarning matematik firlashini rivojlantirish muammoli masalalarni yechimini mahoratini oshirish; matematik masalalarni yechishda matematik simvollarning hususiyatlari bilan tanishtirish;
- *Rivojlantiruvchi*: kitob matni bilan ishlay bilishligi – mag'zlarini tanlab olish, tahlil qilish; gaplar tuzish, hulosa chiqarish, materialni talabalarning izlash faoliyatini stimullashtirish; hususiydan umumiy holga o'tish usuli bilan tekshirish; tekshirish natijalarini tahlil qilib va uni umumlashtira olishini rivojlantirish; analitik-sintetik faoliyatning mantiqiy fikrlashini qo'llash; talabalarning ijodiy mahoratini shakillantirish;
- *Tarbiyalovchi*: aktiv faoliyatga, mustaqil ishga jalb qilish; guruhlarda ishlash qoidalariga rioya qila olish; fanni o'rganishga qiziqishni rivojlantirish; Vektorlar nazariyasini Analitik geometriya kursni bir qismi sifatida tassavur berish; javobgarlik tuyg'ularini tarbiyalash, mehnatsevarlik, individual ishni jamoaviy ish bilan birlashtirish, intizomlashtirish.

O'qitish texnologiyasi:

- *O'qitish usullari*: instruktaj; Ma`ruza, aqliy hujum, "Insert" texnikasi;
- *O'qitish shakillari*: frontal; jamoaviy;
- *O'qitish vositalari*: Ma`ruza matni; jadvallar, multimediya;
- *O'qitish sharoitlari*: texnik jihozlashtirilgan auditoriya;
- *Baholash va monitoring*: o'g'zaki savol-javob, blits-so'rov.

Pedagogik masalalar:

- Fanning masalalari va uning o'quv fanlar sistemasidagi o'rni va roli bilan tanishtirish;
- O'quv fanning tuzulmasi va tavsiya etiladigan o'quv-metodik adabiyotlarni tasvirlash;
- Fan sohasida metodik va tashkiliy xususiyatlarini ochib berish, baholash shakli va muddatlari;
- Fan ma`ruzasi paytida o'qitish jarayonini tashkil qilishning umumiy bosqichlarini xarakterlab berish va umumiy sxemasini tushuntirish.
- O'qitish texnologiyasi rivojlanishi perspektivasini xarakterlab berish;

O'quv faoliyati natijalari:

- Fan ma`ruzasi masalalari, maqsadlari va nomlari shakillanadi;
- Matematik fizika tenglamalari doirasidagi yutuqlar yoritiladi;
- Fan sohasida metodik va tashkiliy xususiyatlari hamda baholash shakli va muddatlari aytiladi
- Fan ma`ruzasida o'qitish jarayonini tashkil qilishning umumiy sxemasini kengaytirib xarakterlab beradi;
- Fanning asosiy ta`riflarini beradi, Matematik fizika tenglamalari fani ma`ruzalarining asosiy yo'nalishlari beriladi;
- Nazariy bilimlarning to'liqligi, sistemaliyligi va harakatliyligi;
- Amaliy mag'ulotlarni bajarishda o'rganilgan iboralar bilan ishlay olishligi;

• 1.2. Ma`ruzaning xronologik xaritasi

• 1 bosqich. O'quv mashg'ulotiga kirish (10 daqiqa):

- *O'qituvchining faoliyati*: tayyorgarlikni tekshirish (davomat, konspektning borligi; o'ziga ishonch, aniqligi); kerakli materiallarni tarqatish (konspekt, tarqatma materiallar); ma`ruzaning mavzusi va maqsadini bayon qilish; o'quv mashg'ulotning rajasini bilan tanishtirish; kalit iboralar va so'zlar, kategoriyalar; internet saytlari va adabiyotlar ro'yhati; o'quv natijalari haqida aytish;

- *Talabalar faoliyati*: o'quv joyini tayyorlash (talabalar borligi; tashqi ko'rinish; o'quv materiallar va qo'llanmalar); ma'ruzaning mavzusi va maqsadi bilan tanishish; o'quv materialini qabul qilishga tayyorgarlik ko'rish;
- *Shakillar, usular, uslublar*: instruktaj; frontal so'rov; mustahkamlovchi so'rov.

2 bosqich. Asosiy qism (60 daqiqa):

- *O'qituvchining faoliyati*: mavzuga kiritadi; yangi mavzuga doir o'tgan fanlar va mashg'ulotlarning mavzularini eslashga chorlaydi; ma'ruza matnini tarqatadi, tanishishni taklif etadi, "Insert" usuli bilan belgilar qo'yishni taklif etadi; birinchi savol bo'yicha matn o'qiladi; qo'shimcha o'quv materiallarini aytib boorish va tushuncha berish; natural obektlarni namnoyon qilish va izohlash; tushunarsiz savollarni aniqlash va tushintirish; birinchi savol bo'yicha nazar (shunday qilib qolgan savollarga ham);
- *Talabalar faoliyati*: yangi mavzuda doir oldingi mashg'ulotlarda va fanlarda olgan bilimlarni mustahkamlaydi; har bir kalit ibora va terminlarni eshitib, yozib borib, konspekt qilib aytib borishadi; "Insert" usuli bilan belgilan o'qiydilar, aniqlik kiritadilar, savollar beradilar va o'zaro;
- *Shakillar, usular, uslublar*: frontav so'rov blits-so'rov; aqliy hujum, "Insert" texnikasi.

3 bosqich. Yakunlovchi qisim (10 daqiqa)

- *O'qituvchining faoliyati*: mnavzu bo'yicha hulosa qilish, talabalarning e'tiborlarini asosiyalarda jalb qilish; qilingan ishning muhimligini aytib o'tish; alohida talabalarning bajarilgan ishlarini baholash; o'zaro baholashning natijalarini chiqarish; o'quv mashg'ulotning yutuqlik darajasini baholash va tahlil qilish; mustaqil ish uchun topshiriqlar; baho ko'rsatgichlari va me'zonlari;
- *Talabalar faoliyati*: ishning tahlili; natijalarni olish; texnologik bilimlarni qo'llash; o'zaro baholashni o'tkazish, yo'l qo'yilgan hatolar bo'yicha tahlil va aniqlik kiritish; mustaqil ish topshiriqlarini yozib olish;
- *Shakillar, usular, uslublar*: guruhlarda ishlash, kartochkalarda topshiriqlar.

1.3. O'quv-metodik materiallar

Ma'ruza rejasi:

7. Ellips tenglamasi.
8. Giperbola tenglamasi.
9. Parobola tenglamasi.
10. Elipsning qutb koordinatalar sistemasidagi tenglamasi.
11. Giperbolaning qutb koordinatalar sistemasidagi tenglamasi.
12. Parabolaning qutb koordinatalar sistemasidagi tenglamasi.

Kalit so'zlar: Ellips tenglamasi, giporbola tenglamasi, parabola tenglamasi.

1.3.1. Ma'ruza matni

Chiziq ikkinchi darajali

$$Ax^2 + 2Bxy + Cy^2 + 2Dx + 2Ey + F = 0, \quad (15.1)$$

tenglama bilan berilgan bo'lsin. Bu erda A, B, C, D, E, F – berilgan haqiqiy sonlar. Bunda $A^2 + B^2 + C^2 \neq 0$, ya'ni A, B, C sonlar bir vaqtda nolga teng emas.

Bu chiziq *ikkinchi tartibli chiziq* deyiladi.

(15.1) tenglamani qanoatlantiruvchi koordinatalari haqiqiy bo'lgan (x, y) nuqtalar mavjud bo'lmasligi ham mumkin. Bu holda, (15.1) tenglama mavhum chiziqni aniqlaydi. Masalan, mavhum aylana: $x^2 + y^2 = -1$.

(15.1) umumiy tenglamaning muhim xususiy hollarini ko'rib chiqamiz.

Ellips. Tekislikda

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (a \geq b > 0), \quad (15.2)$$

tenglama bilan aniqlangan chiziq *ellips* deyiladi. Bunda $a = b$ bo'lganda ellips markazi koordinata boshida va radiusi a ga teng bo'lgan aylanaga aylanadi.

$a > b$ va $c = \sqrt{a^2 - b^2}$ bo'lsin. Ox o'qda absissalari mos ravishda $x = -c$ va $x = c$ bo'lgan F_1 va F_2 nuqtalarni belgilaymiz. Bu ellipsning *fokuslari*.

(15.2) ellipsni shunday nuqtalarning geometrik o'rni sifatida aniqlash mumkinki, uning har bir nuqtasidan F_1, F_2 fokuslarga bo'lgan masofalar yig'indisi o'zgarmas $2a$ kattalikka teng.

Haqiqatan, agar ellipsning ixtiyoriy nuqtasini $M(x, y)$ bilan belgilasak,

$$\overline{MF_1} = \sqrt{(x+c)^2 + y^2}, \quad \overline{MF_2} = \sqrt{(x-c)^2 + y^2},$$

$$2a = \sqrt{(x+c)^2 + y^2} + \sqrt{(x-c)^2 + y^2}$$

yoki

$$2a - \sqrt{(x+c)^2 + y^2} = \sqrt{(x-c)^2 + y^2},$$

bu erdan

$$4a^2 + (x+c)^2 + y^2 - 4a\sqrt{(x+c)^2 + y^2} = (x-c)^2 + y^2,$$

$$4a^2 + 4cx = 4a\sqrt{(x+c)^2 + y^2}$$

$$a^4 + 2a^2cx + c^2x^2 = a^2(x^2 + 2cx + c^2 + y^2),$$

$$-b^2x^2 = -a^2b^2 + a^2y^2,$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1.$$

Agar (15.2) tenglamada x ni $-x$ bilan almashtirsak, u o'zgarmaydi – bu (15.2) ellips Oy o'qqa nisbatan simmetrik chiziq ekanligini bildiradi. Xuddi shunday (15.2) ellips Ox o'qqa nisbatan simmetrik, chunki uning tenglamasi y ni $-y$ bilan almashtirganda o'zgarmaydi. Demak, uning tenglamasini birinchi chorakda, ya'ni $x, y \geq 0$ bo'lganda o'rganish etarli. Ellipsning birinchi chorakda joylashgan qismi

$$y = \frac{b}{a} \sqrt{a^2 - x^2}, \quad 0 \leq x \leq a.$$

tenglama bilan aniqlanadi.

Bu tenglamadan ko'rinib turibdiki, ellips $(0, b)$ va $(a, 0)$ nuqtalardan o'tadi. Shu bilan birga, uning y ordinatasi $x \in [0, a]$ kesmada uzluksiz o'sganda, uzluksiz kamayadi.

Ellips chegaralangan chiziq. U markazi koordinata boshida, radiusi a ga teng bo'lgan aylana ichida joylashadi, chunki ellipsning ixtiyoriy (x, y) nuqtasi uchun quyidagi tengsizlik o'rinli:

$$x^2 + y^2 \leq a^2 \left(\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} \right) = a^2.$$

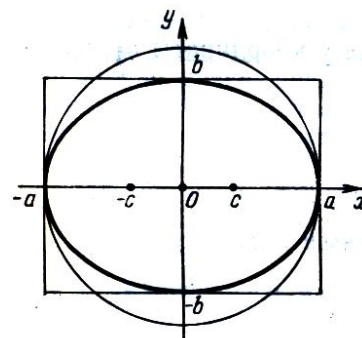
(15.2) tenglama ellipsning *kanonik* tenglamasi deyiladi. Ko'rinib turibdiki, (15.2) ellipsning koordinata o'qlari bilan kesishishidan hosil bo'lgan kesmalar uzunliklari $2a$ va $2b$ ga teng. $2a > 2b$ bo'lgani uchun Ox o'q ellipsning *katta o'qi* deb, Oy esa *kichik o'qi* deb ataladi.

Ellips aylanani tekis qisish yordamida hosil qilinishi mumkin.

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1 \text{ aylanani ko'rib chiqamiz.}$$

Endi tekislikni Ox o'qga qarab qisamiz, ya'ni shunday almashtirish olamizki, bunda (x, y) koordinatali

nuqta $(x, \frac{b}{a}y)$ koordinatali



nuqtaga o'tadi. U holda, ko'rinib turibdiki, $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$ aylana $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ellipsga o'tadi.

Giperbola. Tekislikda

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (a > 0, b > 0), \quad (15.4)$$

tenglama bilan aniqlangan chiziq *giperbola* deyiladi.

$c = \sqrt{a^2 + b^2}$ bo'lsin. Ox o'qda absissalari $x = -c$ va $x = c$ bo'lgan F_1 va F_2 nuqtalar bilan (15.4) giperbolaning *fokuslarini* belgilaymiz.

(15.4) giperbolani shunday $M(x, y)$ nuqtalarning geometrik o'rni sifatida aniqlash mumkinki, har bir $M(x, y)$ nuqtadan F_1 va F_2 fokuslarga bo'lgan masofalarning farqi o'zgarmas $2a$ kattalikka teng bo'ladi.

Haqiqatan,

$$\begin{aligned} \overline{MF_1} - \overline{MF_2} &= \sqrt{(x+c)^2 + y^2} - \sqrt{(x-c)^2 + y^2} = 2a, \\ (x+c)^2 + y^2 &= (x-c)^2 + y^2 + 4a\sqrt{(x-c)^2 + y^2} + 4a^2, \\ 4cx - 4a^2 &= 4a\sqrt{(x-c)^2 + y^2}, \\ c^2x^2 - 2a^2cx + a^4 &= a^2(x^2 - 2cx + c^2) + a^2y^2, \\ (a^2 + b^2)x^2 &= a^2x^2 + a^2b^2 + a^2y^2, \\ b^2x^2 - a^2y^2 &= a^2b^2, \end{aligned}$$

bu erdan (15.4) tenglama hosil bo'ladi.

Lekin bu erda giperbolaning faqatgina o'ng shoxasi hosil bo'ladi. Chap shoxasini hosil qilish uchun $\overline{MF_2} - \overline{MF_1} = 2a$ tenglikdan boshlash kerak.

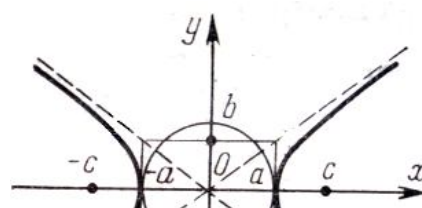
Tenglamani ko'rishiga qarab, (15.4) giperbola Ox va Oy o'qlarga nisbatan simmetrik ekanligini xulosa qilishimiz mumkin.

Giperbolaning birinchi chorakda joylashgan qismi tenglamasining ko'rinishi quyidagicha:

$$y = \frac{b}{a} \sqrt{x^2 - a^2} \quad (a \leq x < \infty) \quad (15.5)$$

Ko'rinib turibdiki, giperbola $(a, 0)$ nuqtadan o'tadi va x ning $[a, \infty)$ yarim intervalda o'sishi bilan y ordinata o'sadi va cheksizlikka intiladi.

Giperbola Ox o'qni kesib o'tgan $A(-a, 0)$ va $B(a, 0)$ nuqtalari uning *uchlari* deyiladi.



(15.5) tenglama bilan aniqlangan

chiziqni $y = \frac{b}{a}x$ to'g'ri chiziq bilan

solishtiramiz.

Ko'rish qiyin emaski,

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{b}{a}x - \frac{b}{a}\sqrt{x^2 - a^2} \right] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{b}{a} \frac{a^2}{x + \sqrt{x^2 - a^2}} = 0$$

bo'ladi.

Bu esa $y = \frac{b}{a}x$ to'g'ri chiziq bu chiziqqa nisbatan asimptota ekanligini bildiradi. Giperbola

o'qlarga nisbatan simmetrik ekanligidan $y = \pm \frac{b}{a}x$ to'g'ri chiziqlar (15.4) giperbolaning $x \rightarrow +\infty$ va $x \rightarrow -\infty$ dagi asimptotalari bo'ladi.

Parabola. Tekislikda

$$y^2 = 2px \quad (p > 0) \quad (15.6)$$

tenglama bilan aniqlangan chiziq *parabola* deyiladi. Ox o'qda $x = \frac{p}{2}$ abstsissali parabola *fokusi*

deb ataladigan F nuqtani belgilaymiz va parabola *direktrisasi* deb ataluvchi $x = -\frac{p}{2}$ to'g'ri chiziqni o'tkazamiz.

(15.6) parabolani shunday $M(x,y)$ nuqtalarning geometrik o'rni sifatida aniqlash mumkinki, har bir $M(x,y)$ nuqta ham fokusdan, ham direktrisadan bir xil masofada joylashadi. Haqiqatan,

$$(\overline{MF})^2 = \left(x - \frac{p}{2}\right)^2 + y^2, \quad (\overline{MN})^2 = \left(x + \frac{p}{2}\right)^2,$$

bu erda \overline{MN} - M nuqtadan direktrisagacha bo'lgan masofa, demak,

$$\left(x - \frac{p}{2}\right)^2 + y^2 = \left(x + \frac{p}{2}\right)^2, \quad -px + y^2 = px, \quad \text{ya'ni} \quad y^2 = 2px.$$

(15.6) tenglamadan ko'rinib turibdiki, parabola Ox o'qga nisbatan simmetrik.

Uning yuqorigi yarmi quyidagi tenglamaga ega:

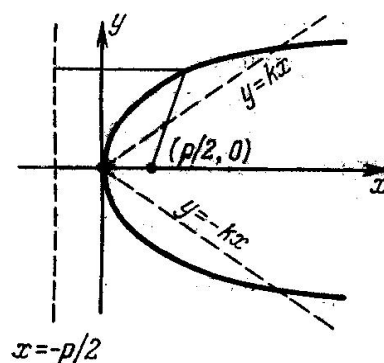
$$y = \sqrt{2px} \quad (0 \leq x < \infty)$$

bu erdan ko'rinib turibdiki, $x \in [0, \infty)$ yarim intervalni o'sib bosib o'tganda ordinata u ham 0 dan ∞

gacha o'sadi. SHu bilan birga $x \rightarrow \infty$ da $\frac{y}{x} = \sqrt{\frac{2p}{x}} \rightarrow 0$ bo'ladi. Bu erdan kelib chiqadiki, x ning

etarli katta

qiymatlarida parabola Ox o'qni saqlaydigan ixtiyoriy burchak ichiga tushadi. Bundan tashqari, bu erdan parabola asimptotaga ega emasligi kelib chiqadi.



Kesishuvchi to'g'ri chiziqlar jufti.

$$a^2 x^2 - b^2 y^2 = (ax - by)(ax + by) = 0 \quad (a > 0, b > 0) \quad (15.7)$$

tenglama ikkita kesishuvchi to'g'ri chiziqlarni aniqlaydi. Ko'rinib turibdiki, (15.7) tenglamani qanoatlantiruvchi (x, y) nuqta $ax - by = 0$, $ax + by = 0$ tenglamalardan birini yoki ikkalasini ham qanoatlantiradi.

Parallel va ustma-ust tushadigan to'g'ri chiziqlar jufti

$$x^2 - a^2 = 0 \quad (a \geq 0)$$

tenglama bilan aniqlanadi.

Agar $a \neq 0$ bo'lsa, ikki parallel $x - a = 0$ va $x + a = 0$ tenglamalar bilan aniqlangan to'g'ri chiziqlarga ega bo'lamiz. Agar $a = 0$ bo'lsa, $x^2 = 0$ tenglama ikkita ustma-ust tushadigan to'g'ri chiziqlarni (Oy o'q) aniqlaydi.

$x^2 + y^2 = 0$ tenglama yagona nuqta – koordinata boshini aniqlaydi.

1.3.2-a. Frontal so'rov uchun savollar

35. Ikkinchi tartibli chiziqlar deb qanday ko'rinishdagi tenglamalarga aytiladi?
36. Ellips deb nimaga atiladi?
37. Giperbola nima?
38. Parabola deb nimaga atiladi?

1.3.2-6. Blits-so'rov uchun savollar

77. Fokus bu nima?
78. Direktrissa nima?

1.3.2-b. Og'zaki so'rov uchun savollar

79. Ellipsning kanonik tenglamasi?
80. Giperbolaning kanonik tenglamasi?
81. Parabolaning kanonik tenglamasi?

1.3.3. Mustaqil ish uchun topshiriqlar

- **takrorlash va mashqlar:** takrorlash, o'z-o'zini tekshirish, tahlil, qayta ishlash, mustahkamlash, eslab qolish, chuqurlashtirish;
- **yangi materiallarning mustaqil o'zlashtirish:** yangi adabiy va internet materiallar, konspekt qo'shimchasi; mustaqil iboralar tuzish;
- **ilmiy xarakterdagi ishlar:** muammoli holatlar, testlar, savollar, topshiriqlar tuzish; topshiriqlarni bajarish.

1.3.4. Kartochkalar uchun testlar

1.3.5. ekranga tayanch materiallarni ko'rsatish(slaydlar)

- Prezentatsiya

1.3.6. Tavsiya etilgan adabiyotlar

Asosiy

1. Ilin V.A., Poznyak E.G. Analiticheskaya geometriya. – M: Nauka, 1998.
2. Kletenik D.V., Sbornik zadach po analiticheskoy geometrii.-M.: GITTL. 1986.
3. A.R.Artikov. Analitik geometriya. Uslubiy qo'llanma. Samarqand 2006.

Qo'shimcha

1. Bugrov YA.S., Nikolskiy S.M. Elementy lineynoy algebrы i analiticheskoy geometrii. – M: Nauka, 1980.
2. Suberbiller O.N. Zadachi i uprajneniya po analiticheskoy geometrii.- M: 1931.
3. Gyunter N.M. i Kuzmin R.O. Sbornik zadach po visshey matematike. – M: 1958.

1.4. O'qitish usullari qoidalari

1.4.1. Aqliy hujum qoidalari

- Hech qanday o'zaro baholash va tanqid;
- Taklif etilayotgan g'oyalarni baholashdan o'zingni tiy, hatto ular fantastic va iloji yo'q bo'lsa ham – hammasi mumkin;
- Tanqid qilma – hamma aytilgan g'oyalar birhirda;
- Bayon qiluvchi gapini bo'lma;
- Izoh berishdan o'zingni tiy;
- Maqsad bu - miqdor;
- Qancha g'oyalar ko'p bo'lsa chuncha yaxshi: yangi va zarur g'oya tug'ulishi imkoniyati ko'proq
- Agar g'oyalar takrorlansa o'ksinma,
- Tasavvuringga erk ber;
- Senda yaralgan g'oyalarni tashlama, agal ular sening nazaringda qabul qilingan sxemaga tegishli bo'lmasa ham;
- Bu muammo aniq usullar bilan yechiladi deb o'ylama.

1.4.2. “Insert” texnikasi qoidalari

- Matndi o'qib, ularda savollat tug'dirayotgan joylarni, ularni bilimlariga mos kelayotgan va mos kelmayotgan joylarni qalam bilan belgilab qo'yiladi;
- “Insert” jadvalini quyidagi belgilashlar bilan to'ldirish:
 Agar «!» bo'lsa siz o'z bilimingizga yoki siz o'ylagan fikrga to'g'ri kelayotganini o'qiyapsiz;
 Agar «←» bo'lsa siz o'z bilimingizga yoki to'g'ri deb o'ylaganingizga mutlaqo zid bo'lganini o'qiyapsiz;
 Agar «+» bo'lsa siz o'qiyotganingiz siz uchun yangilik;
 Agar «?» bo'lsa, siz o'qiyotganingiz siz uchun tushunarsiz yoki siz bu savolga yanada ko'proq ma'lumotlar olishni istaysiz.

1.4.3. Guruhlarda ishlash qoidalari

- Hamma o'z do'stlarini tinglashi kerak, unga yaxshi munosabatda bo'lib hurmar ko'rsatishi kerak;
- Hamma aktiv harakat qilishi lozim; berilgan topshiriqqa nisbatan birgalikda va javobgarlik bilan ishlashi kerak;
- Har kim o'ziga kerak paytda yordam so'rashi kerak;
- Har kim undan yordam so'ralganda yordam ko'rsatishi kerak;
- Guruhning ish natijalarini baholashda ishtirok etishi lozim;
- Biz bir kemadamiz, o'zgalarga yordam berib o'zimiz o'rganamiz, shuni har kim tushunishi lozim;

Mavzu 16. Konik kesimlar

Ma`ruzaga reja-topshiriqlar

Fan: Analitik geometriya

O`quv soati: 2 soat (ma`ruza);

O`quv mashg`uloti turi: ma`ruza; yangi bilimlarni mustahkamlash va o`rganish.

Ma`ruza rejasi:

13. Ikkinchi tartibli chiziqning markazi.
14. Markaziy va nomarkaziy chiziqlar.
15. Ikkinchi tartibli chiziqlarning urunmasi.
16. Ikkinchi tartibli chiziqlarning diametri.

O`quv mashg`uloti maqsadi:

O`quv fani to`g`risida umumiy ta`surotlar berish, Ikkinchi tartibli chiziqlar na faqat analitik geometriya balki matematikaning boshqa ko`pgina soxalarida ham muhim o`rin tutadi.

O`quv mashg`uloti masalalari:

- *O`rgatuvchi*: talabalarda qabul qilish faoliyatini tashkil qilish, yangi materialni boshlang`ich esda qoldirish va anglash; Analitik geometriyaning terminlari, iboralarini xarakterlovchi elementlar; talabalarning matematik firlashini rivojlantirish muammoli masalalarni yechimini mahoratini oshirish; matematik masalalarni yechishda matematik simvollarning hususiyatlari bilan tanishtirish;
- *Rivojlantiruvchi*: kitob matni bilan ishlay bilishligi – mag`zlarini tanlab olish, tahlil qilish; gaplar tuzish, hulosa chiqarish, materialni talabalarning izlash faoliyatini stimullashtirish; hususiydan umumiy holga o`tish usuli bilan tekshirish; tekshirish natijalarini tahlil qilib va uni umumlashtira olishini rivojlantirish; analitik-sintetik faoliyatning mantiqiy fikrlashini qo`llash; talabalarning ijodiy mahoratini shakillantirish;
- *Tarbiyalovchi*: aktiv faoliyatga, mustaqil ishga jalb qilish; guruhlarda ishlash qoidalariga rioya qila olish; fanni o`rganishga qiziqishni rivojlantirish; Vektorlar nazariyasini Analitik geometriya kursni bir qismi sifatida tassavur berish; javobgarlik tuyg`ularini tarbiyalash, mehnatsevarlik, individual ishni jamoaviy ish bilan biriktirish, intizomlashtirish.

O`qitish texnologiyasi:

- *O`qitish usullari*: instruktaj; Ma`ruza, aqliy hujum, "Insert" texnikasi;
- *O`qitish shakillari*: frontal; jamoaviy;
- *O`qitish vositalari*: Ma`ruza matni; jadvallar, multimediya;
- *O`qitish sharoitlari*: texnik jihozlashtirilgan auditoriya;
- *Baholash va monitoring*: o`g`zaki savol-javob, blits-so`rov.

Pedagogik masalalar:

- Fanning masalalari va uning o`quv fanlar sistemasidagi o`rni va roli bilan tanishtirish;
- O`quv fanning tuzulmasi va tavsiya etiladigan o`quv-metodik adabiyotlarni tasvirlash;
- Fan sohasida metodik va tashkiliy xususiyatlarini ochib berish, baholash shakli va muddatlari;
- Fan ma`ruzasi paytida o`qitish jarayonini tashkil qilishning umumiy bosqichlarini xarakterlab berish va umumiy sxemasini tushuntirish.
- O`qitish texnologiyasi rivojlanishi perspektivasini xarakterlab berish;

O`quv faoliyati natijalari:

- Fan ma`ruzasi masalalari, maqsadlari va nomlari shakillanadi;
- Matematik fizika tenglamalari doirasidagi yutuqlar yoritiladi;
- Fan sohasida metodik va tashkiliy xususiyatlari hamda baholash shakli va muddatlari aytiladi
- Fan ma`ruzasida o`qitish jarayonini tashkil qilishning umumiy sxemasini kengaytirib xarakterlab beradi;

- Fanning asosiy taʼriflarini beradi, Matematik fizika tenglamalari fani maʼruzalarining asosiy yoʻnalishlari beriladi;
- Nazariy bilimlarning toʻliqligi, sistemaliyligi va harakatliyligi;
- Amaliy magʻulotlarni bajarishda oʻrganilgan iboralar bilan ishlay olishligi;

• 1.2. Maʼruzaning xronologik xaritasi

• 1 bosqich. Oʻquv mashgʻulotiga kirish (10 daqiqa):

- *Oʻqituvchining faoliyati:* tayyorgarlikni tekshirish (davomat, konspektning borligi; oʻziga ishonch, aniqligi); kerakli materiallarni tarqatish (konspekt, tarqatma materiallar); maʼruzaning mavzusi va maqsadini bayon qilish; oʻquv mashgʻulotning rajasi bilan tanishtirish; kalit iboralar va soʻzlar, kategoriyalar; internet saytlari va adabiyotlar roʻyhati; oʻquv natijalari haqida aytish;
- *Talabalar faoliyati:* oʻquv joyini tayyorlash (talabalar borligi; tashqi koʻrinish; oʻquv materiallar va qoʻllanmalar); maʼruzaning mavzusi va maqsadi bilan tanishish; oʻquv materialini qabul qilishga tayyorgarlik koʻrish;
- *Shakillar, usular, uslublar:* instruktaj; frontal soʻrov; mustahkamlovchi soʻrov.

2 bosqich. Asosiy qism (60 daqiqa):

- *Oʻqituvchining faoliyati:* mavzuga kiritadi; yangi mavzuga doir oʻtgan fanlar va mashgʻulotlarning mavzularini eslashga chorlaydi; maʼruza matnini tarqatadi, tanishishni taklif etadi, “Insert” usuli bilan belgilar qoʻyishni taklif etadi; birinchi savol boʻyicha matn oʻqiladi; qoʻshimcha oʻquv materiallarini aytib boorish va tushuncha berish; natural obektlarni namnoyon qilish va izohlash; tushunarsiz savollarni aniqlash va tushintirish; birinchi savol boʻyicha nazar (shunday qilib qolgan savollarga ham);
- *Talabalar faoliyati:* yangi mavzuda doir oldingi mashgʻulotlarda va fanlarda olgan bilimlarni mustahkamlaydi; har bir kalit ibora va terminlarni eshitib, yozib borib, konspekt qilib aytib borishadi; “Insert” usuli bilan belgilan oʻqiydilar, aniqlik kiritadilar, savollar beradilar va oʻzaro;
- *Shakillar, usular, uslublar:* frontav soʻrov blits-soʻrov; aqliy hujum, “Insert” texnikasi.

3 bosqich. Yakunlovchi qisim (10 daqiqa)

- *Oʻqituvchining faoliyati:* mnavzu boʻyicha hulosa qilish, talabalarning eʼtiborlarini asosiyalarda jalb qilish; qilingan ishning muhimligini aytib oʻtish; alohida talabalarning bajarilgan ishlarini baholash; oʻzaro baholashning natijalarini chiqarish; oʻquv mashgʻulotning yutuqlik darajasini baholash va tahlil qilish; mustaqil ish uchun topshiriqlar; baho koʻrsatgichlari va meʼzonlari;
- *Talabalar faoliyati:* ishning tahlili; natijalarni olish; texnologik bilimlarni qoʻllash; oʻzaro baholashni oʻtkazish, yoʻl qoʻyilgan hatolar boʻyicha tahlil va aniqlik kiritish; mustaqil ish topshiriqlarini yozib olish;
- *Shakillar, usular, uslublar:* guruhlarda ishlash, kartochkalarda topshiriqlar.

1.3. Oʻquv-metodik materiallar

Maʼruza rejasi:

1. Ikkinchi tartibli chiziqning markazi.
2. Markaziy va nomarkaziy chiziqlar.
3. Ikkinchi tartibli chiziqlarning urunmasi.
4. Ikkinchi tartibli chiziqlarning diametri.

Kalit soʻzlar: Ellips, giporbola, parabola, ikkinchi tartibli chiziqlar, xarakteristik tenglama, ikkinchi tartibli chiziq urunmasi, ikkinchi tartibli chiziq diametri.

1.3.1. Maʼruza matni

Tayanch iboralar: ikkinchi tartibli chiziqlar, xarakteristik tenglama, ikkinchi

tartibli chiziq urunmasi, ikkinchi tartibli chiziq diametri.

Shunday to'g'ri burchakli (yangi) koordinat sistemasi mavjudligini isbotlaymizki, unda (7.1) tenglama bilan aniqlangan mavhum bo'lmagan chiziq yuqorida sanab o'tilgan kanonik tenglamalardan biriga ega bo'ladi. Xususiyl holda, $AC - B^2 > 0$ da (7.1) chiziq ellips, nuqta yoki mavhum chiziq, $AC - B^2 < 0$ da (7.1) giperbola yoki kesishuvchi to'g'ri chiziqlar jufti, $AC - B^2 = 0$ da (7.1) parabola, parallel yoki ustma-ust tushuvchi to'g'ri chiziqlar jufti yoki mavhum chiziq bo'ladi.

Shunday qilib, (7.1) tenglama berilgan bo'lsin. Bu erda $A^2 + B^2 + C^2 \neq 0$. Umumiylikni yo'qotmasdan, $A \geq 0, A \geq C, B \geq 0$ deb hisoblaymiz.

Bu holga har doim $x = \eta, y = \xi$ yoki $x = -\xi, y = \eta$ ortogonal almashtirish yordamida va (7.1) tenglamaning chap va o'ng tomonlarini -1 ga ko'paytirib kelish mumkin.

Avval $B = 0, A \geq C > 0$ deb faraz qilamiz. U holda, (7.1) tenglamani

$$A\left(x + \frac{D}{A}\right)^2 + C\left(y + \frac{E}{C}\right)^2 + F - \frac{E^2}{C} - \frac{D^2}{A} = 0$$

ko'rinishda yozish mumkin.

$$\xi = x + \frac{D}{A}, \eta = y + \frac{E}{C} \text{ parallel ko'chirishdan keyin}$$

$$A\xi^2 + C\eta^2 = \frac{E^2}{C} + \frac{D^2}{A} - F \quad (8.1)$$

ko'rinishdagi tenglamaga ega bo'lamiz.

$\frac{E^2}{C} + \frac{D^2}{A} - F > 0$ bo'lsa, (8.1) tenglama a va b yarim o'qlarga ega bo'lgan ellips tenglamasini ifodalaydi. Bu erda

$$a^2 = \frac{\left(\frac{E^2}{C} + \frac{D^2}{A} - F\right)}{A}, \quad b^2 = \frac{\frac{E^2}{C} + \frac{D^2}{A} - F}{C}.$$

$\frac{E^2}{C} + \frac{D^2}{A} - F = 0$ bo'lsa, nuqtani, $\frac{E^2}{C} + \frac{D^2}{A} - F < 0$ bo'lsa, mavhum chiziqni hosil qilamiz. Ko'rsatib o'tamizki, $B = 0, A \geq C > 0$ da $AC - B^2 = AC > 0$ ga ega bo'lamiz.

$C = 0, A > 0$ bo'lsin. U holda, (7.1) tenglamani

$$A\left(x + \frac{D}{A}\right)^2 + Ey + F - \frac{D^2}{A} = 0$$

ko'rinishda yozish mumkin.

$$E \neq 0 \text{ bo'lsa, } \xi = x + \frac{D}{A}, \eta = y + \frac{F}{E} - \frac{D^2}{AE} \text{ parallel ko'chirishdan keyin}$$

$$A\xi^2 + E\eta = 0,$$

ko'rinishdagi parabolani ifodalovchi tenglamani hosil qilamiz. Bu erda $p = -\frac{E}{2A}$.

$E = 0$ bo'lsa, $\frac{D^2}{A} - F$ sonning ishorasiga qarab yo parallel to'g'ri chiziqlar juftiga yo mavhum chiziqqa ega bo'lamiz. Ko'rsatib o'tamizki, bu erda: $AC + B^2 = 0$.

Keyin agar $C < 0, A > 0$ bo'lsa, (7.1) tenglamani

$$A\left(x + \frac{D}{A}\right)^2 - |C|\left(y - \frac{E}{|C|}\right)^2 + F + \frac{E^2}{|C|} - \frac{D^2}{A} = 0$$

ko'rinishda yozish mumkin.

$$\xi = x + \frac{D}{A}, \eta = y - \frac{E}{|C|} \text{ parallel ko'chirishdan keyin agar } F + \frac{E^2}{|C|} - \frac{D^2}{A} \neq 0 \text{ bo'lsa,}$$

giperbola tenglamasini, $F + \frac{E^2}{|C|} - \frac{D^2}{|C|} = 0$ bo'lsa, kesishuvchi to'g'ri chiziqlar juftini hosil

qilamiz.

Ko'rsatib o'tamizki, bu holda $AC - B^2 = AC < 0$.

$A = 0, C < 0$ bo'lgan hol $C = 0, A > C$ bo'lgan holga o'xshash.

Shunday qilib, $B = 0$ da (7.1) tenglama har doim yuqorida sanab o'tilgan kanonik tenglamalardan biriga keltiriladi.

Endi $B > 0, A \geq C$ bo'lsin. U holda, $x = G\xi - H\eta, y = H\xi + G\eta$ ortogonal koordinatalar o'qlarini burishni amalga oshiradigan almashtirish yordamida (7.1) tenglamani har doim

$$\lambda_1 \xi^2 + \lambda_2 \eta^2 + (GD + HE)\xi + (GE - HD)\eta + F = 0 \quad (8.2)$$

ko'rinishga keltirish mumkin, bu erda

$$G = \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{A-C}{2\sqrt{4B^2 + (A-C)^2}}}, \quad H = \sqrt{\frac{1}{2} - \frac{A-C}{2\sqrt{4B^2 + (A-C)^2}}}, \quad G^2 + H^2 = 1 \quad \text{va}$$

$$\lambda_1 = \frac{1}{2} \left[A + C + \sqrt{4B^2 + (A-C)^2} \right], \quad \lambda_2 = \frac{1}{2} \left[A + C - \sqrt{4B^2 + (A-C)^2} \right].$$

Ko'rinib turibdiki, $\lambda_1 > \lambda_2, \lambda_1 \lambda_2 = AC - B^2$.

(8.2) tenglama (7.1) tenglamaning $B=0$ bo'lgandagi biz o'rganib chiqqan xususiy holi.

Shunday qilib, agar

- 1) $AC - B^2 = \lambda_1 \lambda_2 > 0$ bo'lsa, (7.1) tenglama ellips, nuqta yoki mavhum chiziqni aniqlaydi;
- 2) $AC - B^2 = \lambda_1 \lambda_2 < 0$ bo'lsa, (7.1) tenglama giperbola yoki kesishuvchi to'g'ri chiziqlar juftini aniqlaydi;
- 3) $AC - B^2 = \lambda_1 \lambda_2 = 0$ bo'lsa, (7.1) tenglama parabola, parallel to'g'ri chiziqlar jufti yoki mavhum chiziqni aniqlaydi.

Shunday qilib, nazariy jihatdan shu narsa isbotlandiki, chiziqli koordinata boshini ko'chirish va koordinata o'qlarini burishni amalga oshiruvchi almashtirishlar yordamida (7.1) umumiy tenglamani har doim yuqorida sanab o'tilgan ikkinchi tartibli chiziqlarning kanonik tenglamalaridan biriga keltirish mumkin.

Amalda esa (7.1) tenglamani soddalashtirish masalasini quyidagi usulda echamiz.

Ma'lumki, ikkinchi tartibli chiziqning ikki nuqtasini tutashtiruvchi to'g'ri chiziqli kesma *vatar* deb ataladi. Ikkinchi tartibli chiziqning *markazi* deb, shunday nuqtaga aytiladiki, undan o'tuvchi barcha vatarlar shu nuqtada teng ikkiga bo'linadi. Markazdan o'tuvchi har qanday to'g'ri chiziq egri chiziqning *diametri* deb ataladi.

Ikkinchi tartibli chiziqning markazi koordinatalarini (7.1) tenglamadan avval x bo'yicha, keyin y bo'yicha xususiy hosilalar olish natijasida hosil bo'lgan quyidagi chiziqli algebraik tenglamalar sistemasini echib aniqlash mumkin:

$$Ax + By + D = 0$$

$$Bx + Cy + E = 0$$

Agar bu sistemaning determinanti noldan farqli bo'lsa, ya'ni

$$\delta = \begin{vmatrix} A & B \\ B & C \end{vmatrix} = AC - B^2 \neq 0$$

bo'lsa, uning echimi mavjud va yagona bo'ladi, bu holda chiziq *markazga ega bo'lgan* chiziq deb ataladi, aks holda, markazga ega bo'lmagan chiziq deb ataladi.

Shu bilan birga, agar $\delta > 0$ bo'lsa, (7.1) tenglama bilan aniqlangan chiziq ellips tipidagi markazga ega bo'lgan chiziq bo'ladi, $\delta < 0$ bo'lsa, giperbola yoki kesishuvchi to'g'ri chiziqlar jufti tipidagi markazga ega bo'lgan chiziq bo'ladi. Nihoyat, $\delta = 0$ bo'lsa, parabola yoki parallel to'g'ri chiziqlar jufti tipidagi markazga ega bo'lmagan chiziq bo'ladi.

Faraz qilamizki, (7.1) chiziq markazga ega bo'lgan chiziq bo'lsin, $x = a$, $y = b$ esa markazning koordinatalari bo'lsin. U holda, koordinata boshini ko'chirish quyidagi formulalar bilan amalga oshiriladi:

$$x_1 = x - a, \quad y_1 = y - b \quad (8.3)$$

Koordinata o'qlarini burish kerak bo'lgan burchakni topish uchun chiziqning bosh yo'nalishlarga ega bo'lgan, diametrlari deb ataluvchi bosh o'qlarini topamiz.

Bosh yo'nalish $\{l, m\}$ lar

$$\frac{Al + Bm}{l} = \frac{Bl + Cm}{m} \quad (8.4)$$

tenglamadan aniqlanadi.

Bu nisbatlar kattaligini λ bilan belgilab (8.4) tenglamani quyidagi tenglamalar sistemasi ko'rinishida yozish mumkin:

$$\begin{aligned} (A - \lambda)l + Bm &= 0 \\ Bl + (C - \lambda)m &= 0 \end{aligned} \quad (8.5)$$

Bu bir jinsli sistema nolga teng bo'lmagan echimga ega bo'lishi uchun koeffitsientlardan tuzilgan determinant nolga teng bo'lishi zarur, ya'ni

$$\begin{vmatrix} A - \lambda & B \\ B & C - \lambda \end{vmatrix} = \lambda^2 - (A + C)\lambda + AC - B^2 = 0 \quad (8.6)$$

(8.6) tenglama *xarakteristik tenglama* deb ataladi.

Bu kvadrat tenglamani echib, ko'rinish turibdiki, ((8.2) dagi kabi) quyidagi

$$\lambda_1 = \frac{1}{2} \left[A + C + \sqrt{(A - C)^2 + 4B^2} \right] \quad \text{va} \quad \lambda_2 = \frac{1}{2} \left[A + C - \sqrt{(A - C)^2 + 4B^2} \right]$$

ildizlarga ega bo'lamiz.

Topilgan λ_1 , λ_2 qiymatlarni (8.5) tenglamaga qo'yib, yo

$$l = -B, \quad m = \frac{1}{2} \left[A - C \mp \sqrt{(A - C)^2 + 4B^2} \right],$$

qiymatlarni, yo

$$l = \frac{1}{2} \left[A - C \pm \sqrt{(A - C)^2 + 4B^2} \right], \quad m = B$$

qiymatlarni topamiz.

Anglash qiyin emaski, har ikkala holda ham bir xil yo'nalishlar aniqlanadi.

$$\text{Ma'lumki, } \cos \alpha = \frac{l}{\sqrt{l^2 + m^2}}, \quad \sin \alpha = \frac{m}{\sqrt{l^2 + m^2}}.$$

Lekin bularning o'rniga $\operatorname{tg} \alpha = \frac{m}{l}$ ni qarashimiz qulay, u holda

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{-(A-C) \pm \sqrt{(A-C)^2 + 4B^2}}{2B} \text{ ga ega bo'lamiz.}$$

Boshqa tarafdin, $\operatorname{tg} \alpha$ uchun bu ifodalar

$$B \operatorname{tg}^2 \alpha + (A-C) \operatorname{tg} \alpha - B = 0 \quad (8.7)$$

tenglama ildizlarini ifodalaydi.

Shuning uchun amalda koordinata o'qlarini burish burchagini topish uchun (8.7) tenglamadan foydalanamiz.

(8.7) tenglamadan α burchakni topib, quyidagi almashtirishni kiritamiz:

$$x_1 = \bar{x} \cos \alpha - \bar{y} \sin \alpha, \quad y_1 = \bar{x} \sin \alpha + \bar{y} \cos \alpha \quad (8.8)$$

(7.1) ikkinchi tartibli markazga ega bo'lgan chiziqlar uchun avval (8.3), keyin esa (8.8) almashtirishlar kiritiladi, markazga ega bo'lmagan chiziqlar uchun esa avval o'qlarni tegishli burchakka burishni amalga oshiruvchi (8.8) almashtirishlar kiritilib, keyin, zarur bo'lsa, koordinata boshi parallel (parabola uchiga) ko'chiriladi.

Ikkinchi tartibli chiziqlar urinmalari.

1. Ellips, giperbola va parabolalarning urinmalari tenglamalari.

Matematik tahlildan ma'lumki, har qanday silliq $y = f(x)$, $a \leq x \leq b$ funktsiya uchun qandaydir $x \in [a, b]$ nuqtada olingan hosilaning qiymati funktsiya bilan aniqlanuvchi chiziqqa shu nuqtada o'tkazilgan urinmaning Ox o'q bilan tashkil qilgan burchagining tangensiga teng. Agar X, Y – urinma nuqtasining joriy koordinatalari bo'lsa, (x, y) nuqtada o'tkazilgan urinma tenglamasi quyidagi ko'rinishda bo'ladi: $Y - y = y'(X - x)$.

Ellipsning $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ tenglamasini ko'rib o'tamiz. Bu tenglamaning o'ng va chap tomonlaridan qandaydir $x \in (-a, a)$ nuqtada x bo'yicha hosila olamiz.

$$\frac{2x}{a^2} + \frac{2yy'}{b^2} = 0 \text{ ga ega bo'lamiz, bu erdan } y' = -\frac{b^2 x}{a^2 y}.$$

U holda ellipsga (x, y) nuqtada

o'tkazilgan urinma tenglamasi quyidagi $Y - y = -\frac{b^2 x}{a^2 y}(X - x)$ yoki

$$\frac{Yy}{b^2} - \frac{y^2}{b^2} = -\frac{Xx}{a^2} + \frac{x^2}{a^2} \text{ ko'rinishlarni oladi, } (x, y) \text{ nuqta ellipsga tegishli bo'lganligi uchun}$$

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$. Demak, ellipsning ixtiyoriy nuqtasidan o'tkazilgan urinma tenglamasi quyidagi ko'rinishga ega:

$$\frac{Xx}{a^2} + \frac{Yy}{b^2} = 1 \quad (8.9)$$

Xuddi shunday giperbola va parabolalarning ixtiyoriy nuqtalaridan o'tuvchi urinma tenglamalari mos ravishda quyidagi ko'rinishlarda bo'ladi:

$$\frac{Xx}{a^2} - \frac{Yy}{b^2} = 1 \quad (8.10)$$

$$Yy = r(X + x) \quad (8.11)$$

1.3.2-a. Frontal so'rov uchun savollar

39. Ikkinchi tartibli chiziqlar deb qanday ko'rinishdagi tenglamalarga aytiladi?
 40. Ellips deb nimaga atiladi?
 41. Giperbola nima?
 42. Parabola deb nimaga atiladi?

1.3.2-6. Blits-so'rov uchun savollar

82. Fokus bu nima?
 83. Direktrissa nima?

1.3.2-b. Og'zaki so'rov uchun savollar

84. Ellipsning kanonik tenglamasi?
 85. Giperbolaning kanonik tenglamasi?
 86. Parabolaning kanonik tenglamasi?

1.3.3. Mustaqil ish uchun topshiriqlar

- *takrorlash va mashqlar*: takrorlash, o'z-o'zini tekshirish, tahlil, qayta ishlash, mustahkamlash, eslab qolish, chuqurlashtirish;
- *yangi materiallarning mustaqil o'zlashtirish*: yangi adabiy va internet materiallar, konspekt qo'shimchasi; mustaqil iboralar tuzish;
- *ilmiy xarakterdagi ishlar*: muammoli holatlar, testlar, savollar, topshiriqlar tuzish; topshiriqlarni bajarish.

1.3.4. Kartochkalar uchun testlar

1.3.5. ekranga tayanch materiallarni ko'rsatish(slaydlar)

- Prezentatsiya

1.3.6. Tavsiya etilgan adabiyotlar

Asosiy

1. Ilin V.A., Poznyak E.G. Analiticheskaya geometriya. – M: Nauka, 1998.
2. Kletenik D.V., Sbornik zadach po analiticheskoy geometrii.-M.: GITTL. 1986.
3. A.R.Artikov. Analitik geometriya. Uslubiy qo'llanma. Samarqand 2006.

1. Bugrov YA.S., Nikolskiy S.M. Elementy lineynoy algebrы i analiticheskoy geometrii. – M: Nauka, 1980.
2. Suberbiller O.N. Zadachi i uprajneniya po analiticheskoy geometrii.- M: 1931.
3. Gyunter N.M. i Kuzmin R.O. Sbornik zadach po visshey matematike. – M: 1958.

1.4. O'qitish usullari qoidalari

1.4.1. Aqliy hujum qoidalari

- Hech qanday o'zaro baholash va tanqid;
- Taklif etilayotgan g'oyalarni baholashdan o'zingni tiy, hatto ular fantastic va iloji yo'q bo'lsa ham – hammasi mumkin;
- Tanqid qilma – hamma aytilgan g'oyalar birhirda;
- Bayon qiluvchi gapini bo'lma;
- Izoh berishdan o'zingni tiy;
- Maqsad bu - miqdor;
- Qancha g'oyalar ko'p bo'lsa chuncha yaxshi: yangi va zarur g'oya tug'ulishi imkoniyati ko'proq
- Agar g'oyalar takrorlansa o'ksinma,
- Tasavvuringga erk ber;
- Senda yaralgan g'oyalarni tashlama, agal ular sening nazaringda qabul qilingan sxemaga tegishli bo'lmasa ham;
- Bu muammo aniq usullar bilan yechiladi deb o'ylama.

1.4.2. “Insert” texnikasi qoidalari

- Matndi o'qib, ularda savollat tug'dirayotgan joylarni, ularni bilimlariga mos kelayotgan va mos kelmayotgan joylarni qalam bilan belgilab qo'yiladi;
- “Insert” jadvalini quyidagi belgilashlar bilan to'ldirish:
Agar «!» bo'lsa siz o'z bilimingizga yoki siz o'ylagan fikrga to'g'ri kelayotganini o'qiyapsiz;
Agar «←» bo'lsa siz o'z bilimingizga yoki to'g'ri deb o'ylaganingizga mutlaqo zid bo'lganini o'qiyapsiz;
Agar «+» bo'lsa siz o'qiyotganingiz siz uchun yangilik;
Agar «?» bo'lsa, siz o'qiyotganingiz siz uchun tushunarsiz yoki siz bu savolga yanada ko'proq ma'lumotlar olishni istaysiz.

1.4.3. Guruhlarda ishlash qoidalari

- Hamma o'z do'stlarini tinglashi kerak, unga yaxshi munosabatda bo'lib hurmar ko'rsatishi kerak;
- Hamma aktiv harakat qilishi lozim; berilgan topshiriqqa nisbatan birgalikda va javobgarlik bilan ishlashi kerak;
- Har kim o'ziga kerak paytda yordam so'rashi kerak;
- Har kim undan yordam so'ralganda yordam ko'rsatishi kerak;
- Guruhning ish natijalarini baholashda ishtirok etishi lozim;
- Biz bir kemadamiz, o'zgalarga yordam berib o'zimiz o'rganamiz, shuni har kim tushunishi lozim;

AMALIY
MASHG'ULOT

Мавзу 1. Векторлар устида чизиқли амаллар

Amaliy mashg'ulotlar rejasi

Fan: “Аналитик геометрия”.

O'quv soati: 2 s. (amaliy)

O'quv mashg'ulotlar turi: kartochka, topshiriq, o'quv materiallar va metodik qullanma vositasi bilan amaliy mashg'ulotlar.

O'quv mashg'ulotlar rejasi:

- tarqatma materiallar tayyorlash.
- o'quv masalalari.
- Misol va masalalar echish
- Yakuniy tahlil

O'quv mashg'ulotlar maqsadi:

Misol va masalalar echish vositasi bilan Nazariy bilimlarni amaliy mashg'ulotlar bilan chuqurlashtirish

O'quv mashg'ulotlar vazifasi:

- *o'qituvchi:* mavzu bo'yicha olgan bilimlarni sistemalashtirish va mustahkamlash
- *rivojlantiruvchi:* o'rganish tajribasini oshirish, Аналитик геометрия nazariyasini o'rganish, analiz va o'rganish natijalarini umumlashtirish mahoratini rivojlantirish; student ijodiy mahoratini shakllantirish;
- *tarbiyaviy:* mustaqil izlanish mahoratini uyg'otish ; jamoa bilan ish yuritish qoidalariga bo'ysunish. Fanga qiziqishni rivojlantirish, ma'suliyatni his qilish , mehnatsevarlik, individual ishni kollektiv bilan moslashni o'rgatish.

O'qitish texnologiyasi:

- *o'qitish metodlari:* individual savol-javob; birga o'qitish;o'quv qo'llanmalarga asoslanib teoremlarni isbotlash, misollar echish mahoratini o'rgatish
- *o'qitish shakllari:* individual, kollektiv.
- *o'qitish vositalari:* daftarda va dockada misol va masalalar echish, metodik ishlanmalar va amaliy ko'rsatmalar
- *o'qitish shartlari:* auditoriya
- *monitoring va baholash:* og'zaki nazorat, individual savol-javob , material tushuntirilishi, nazorat ishi.

Pedagogik masalalar :

- mavzu bo'yicha bilimlarni mustahkamlash uchun o'rganuvchilarni anglash faoliyatini tashkillashtirish
- namuna bo'yicha amaliyotda bilimlarni mustahkamlash;
- mustaqil oliy matematika o'rganishni shakllantirish;

O'quv faoliyati natijalari:

- kurs mavzulari bo'yicha bilimlarni sistemalashtirish va mustahkamlashtirish;
- o'rgangan tushunchalar bilan amaliy mashgulotlarda ishlay olish;
- misol va masalalarni echishda, hamda teoremlar isbotlashda matematik terminologiyalarni va tushunchalarni qo'llashni mustaqil o'rganish mahorati;
- mustaqil misol va masalalarni echa olish mahoratini oshirish;
- tajriba natijalarini analiz qila olish;

1.2 Amaliy mashg'ulotning xronologik xaritasi.

1 bosqich. O'quv mashg'ulotlarga kirish (10 daqiqa);

- *o'qituvchi faoliyati:* tayyorgarlikni tekshirish (konspektning mavjudligi; tayyorgarlik, qatiyatlik va aniqlik, davomat); zarur materillarni tarqatish (metodik qo'llanmalar,kartochkalar); amaliy darsning maqsadi va mavzuni aytish ; o'quv darsining rejasi bilan tanishtirish, tushuncha va jumlar; adabiyotlar ruyxati; Reyting-kontrol

sistemi bilan tanishtirish; joriy nazorat baholash mezonlari; o'quv ishlari yakunlarining rejalarini taqdimlash;

- *talaba faoliyati*: o'quv joyini tayyorlash (o'quvchilarning borligi; tashqi ko'rinish; uquv va tarqatma materiallar); mavzu bilan tanishuv va o'quv dars maqsadi; o'quv materialni qabul qilishga tayorgarlik;
- *qabul qilish shakli metodlari*: og'zaki nazorat, individual savol-javob; ob'yektlar bilan ishlash; konspektlash;

2 bosqich. Asosiy qism (60 daqiqa);

- *o'qituvchi faoliyati*: mavzuni kiritish, Matematik fizika tenglamalarini o'rganish bilan bog'liq oldingi mavzuni eslashni taklif etish; amaliy mashg'ulotlar matnini tarqatish; qo'shimcha adabiyotlarda tushunchalar berish; ish usullari bilan tanishtirish; mashg'ulotlar tarqatish; tushunarsiz savollarni aniqlab, ularni echimi topishga yordamlash; gruppalarda ishlashni tashkillash; natijalarni muhokamalashtirish;

- *talaba faoliyati*: oldingi mavzu bo'yicha bilimlarni mustahkamlash; quloq solish, yozib olish; tushunchalar va terminlarni aytish; savol berishadi va muhokamalashishadi, aniqlashtirishadi; gruppalarda ishlashadi, misol va masalalar ishlashadi; olingan natijalar muhokamasiga qatnashishadi

- *qabul qilish shakli metodlari*: og'zaki nazorat, gruppalarda individual savol-javob; misol va masalalar echimlarini daftarga yozib olish

3 bosqich. Yakuniy qism(10 daqiqa)

- *o'qituvchi faoliyati*: mavzu bo'yicha xulosa chiqarish; talabalarni fikrini bir joyga jamlash; qilingan ishlarning muhimligini aytib o'tish; javob bergan talabalarni ishini baholash; o'quv darsning maqsadiga erishish darajasini baholash va analizlashtirish; mustaqil ishlar topshiriqlari

- *talaba faoliyati*: ish analizi; misol va masalalar asosida malaka oshirish; o'zaro baholash o'tkazish; yo'l qo'yilgan xatolarni aniqlash va analizlash; berilgan mustaqil ishlarni yozib olishadi;

- *qabul qilish shakli metodlari*: guruhda va individual ishlash; mustaqil ishlar uchun daftar tutish.

1.3 O'quv-uslubiy qo'llanma

O'quv mashg'ulotlar rejasi:

- metodik qullanmalar va topshiriqlar bilan ishlash
- Amaliy darslar uchun daftar tutish
- o'quv topshiriqlar
- amaliy ishlarni topshirish

1.3.1 Misol va mashqlar namoishi

1. $A(1;2)$ va $B(5;-1)$ nuqtalar berilgan. $\vec{a} = \vec{AB}$ vektorning Ox va Oy o'q'lari bilan tashkil qilgan burچaklari, shu bilan birga, shu vektorning uzunligi topilsin.

Echilishi. i va j vektorlar mos ravishda Ox va Oy o'q'lari birlig vektorlari

hisoblanadi, vektor $\vec{a} = \vec{AB}$ esa $\vec{a} = \vec{AB} = \{5-1; -1-2\} = \{4; -3\} = 4i - 3j$.

a ва b векторлар орасидаги бурчак $\cos \varphi = \frac{ab}{|a||b|}$ формула ёрдамида аниқланади.

$$|a| = \left| \overrightarrow{AB} \right| = \sqrt{4^2 + (-3)^2} = 5, \quad |i| = |j| = 1 \quad \text{бўлганлиги учун, бу формуладан}$$

фойдаланиб, топамиз:

$$\cos \alpha = \cos(a \wedge i) = \frac{a \cdot i}{|a||i|} = \frac{4}{5}, \quad \sin \alpha = \cos(a \wedge j) = \frac{a \cdot j}{|a||j|} = -\frac{3}{5}, \quad |a| = 5$$

2. $A(2;-1)$, $B(5;3)$, $C(3;5)$, $D(-5;11)$ нукталар берилган. \overrightarrow{AB} ва \overrightarrow{CD} векторлар орасидаги бурчак топилсин.

Ечилиши. $a = \overrightarrow{AB} = \{5 - 2; 3 + 1\} = 3i + 4j$ бўлганлиги учун

$$|a| = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \quad \text{ва} \quad b = \overrightarrow{CD} = \{-5 - 3; 11 - 5\} = -8i + 6j \quad \text{бўлганлиги учун}$$

$$|b| = \sqrt{(-8)^2 + 6^2} = 10.$$

Энди векторлар орасидаги бурчакни формула орқали аниқлаймиз:

$$\cos \varphi = \cos(a \wedge b) = \frac{ab}{|a||b|} = \frac{-24 + 24}{5 \cdot 10} = 0, \quad \text{бундан} \quad \varphi = \frac{\pi}{2}.$$

3. $A(2; -1)$, $B(-1; 3)$, $C(4; 7)$, $D(-1;-5)$ нукталар берилган. $b = \overrightarrow{CD}$ векторнинг йўналишига $a = \overrightarrow{AB}$ векторнинг проекцияси топилсин.

Ечилиши. $a = \overrightarrow{AB} = \{-1 - 2; 3 + 1\} = -3i + 4j$ бўлганлиги учун $|a| = 5$,

$$b = \overrightarrow{CD} = \{-1 - 4; -5 - 7\} = -5i - 12j \quad \text{бўлганлиги учун} \quad |b| = 13. \quad \text{Таърифга асосан,}$$

скаляр кўпайтма $a \cdot b = |a||b| \cos \varphi$. Бошқа томондан, $a \cdot b = (-3)(-5) + 4(-12) = -33$.

Проекциянинг таърифига кўра,

$$np_a b = |b| \cos \varphi, \quad np_b a = |a| \cos \varphi, \quad ab = |a| np_a b = |b| np_b a$$

га эга бўламиз. Шундай қилиб, изланаётган проекция $np_b a = \frac{ab}{|b|} = -\frac{33}{13}$.

4. Координата бошидан $A(1;2)$, $B(-2;3)$, $C(6;-10)$ нукталарга векторлар ўтказилган. Катталиги ва йўналиши бўйича уларнинг геометрик йиғиндиси топилсин.

Ечилиши. $a = \overrightarrow{OA} = i + 2j$, $b = \overrightarrow{OB} = -2i + 3j$, $c = \overrightarrow{OC} = 6i - 10j$ деб

белгилаб оламиз. У ҳолда, бу векторларнинг йиғиндиси

$$d = a + b + c = i + 2j - 2i + 3j + 6i - 10j = 5i - 5j$$

вектор бўлади.

Равшанки, у тўртинчи координат бурчаги биссектрисаси бўйлаб, яъни $\alpha = \frac{-\pi}{4}$

бурчак остида йўналган, унинг катталиги эса $|d| = \sqrt{5^2 + (-5)^2} = 5\sqrt{2}$.

5. АВ кесма $M_1(1;2)$ ва $M_2(3;4)$ нуқталар билан учта тенг қисмга ажратилган. А ва В нуқталар топилсин.

Ечилиши. А. Ечишнинг биринчи усули кесмаларни тенг иккига бўлиш формуллари ёрдамида бажарилади. А нуқтанинг координаталарини топиш учун қуйидаги формулалардан фойдаланамиз: $1 = \frac{x+3}{2}$, $2 = \frac{y+4}{2}$, В нуқта учун эса $3 = \frac{x+1}{2}$, $4 = \frac{y+2}{2}$.

Б. Иккинчи усул.

$\overrightarrow{M_1M_2}$ векторни топамиз: $\overrightarrow{M_1M_2} = \{2;2\}$. Равшанки, \overrightarrow{OM} векторнинг компоненталари М нуқтанинг координаталари бўлади. Лекин

$\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OM_1} - \overrightarrow{M_1M_2}$, $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OM_2} + \overrightarrow{M_1M_2}$. У ҳолда кўриш қийин эмаски, А(-1; 0), В(5;6).

6. $M_1(1;1)$, $M_2(2;2)$, $M_3(3;-1)$ нуқталар – параллелограмнинг кетма-кет учта учлари. Тўртинчи M_4 уч топилсин.

Ечилиши. А. Параллелограмнинг диагоналлари О нуқтада кесишиб, тенг иккига бўлинганлигини ҳисобга олиб, аввал О нуқтани $\overline{M_1M_3}$ кесманинг ўртаси сифатида аниқлаб, кейин эса О нуқта $\overline{M_2M_4}$ кесманинг ўртаси эканлигини билиб, M_4 нуқтани топамиз. Шундай қилиб, О нуқта учун: $x = \frac{1+3}{2} = 2$, $y = \frac{1-1}{2} = 0$, энди M_4 нуқта учун:

$$2 = \frac{x+2}{2}, 0 = \frac{y+2}{2}, \text{ яъни } M_4(2;-2).$$

Б. $a = \overline{M_1M_2}$ векторни топамиз: $a = \overrightarrow{M_1M_2} = \{1;1\}$. Кўриш қийин эмаски,

$\overrightarrow{OM_4} = \overrightarrow{OM_3} - \overrightarrow{M_1M_2} = \{3;-1\} - \{1;1\} = \{2;-2\}$. Шундай қилиб, $M_4(2;-2)$.

1.3.2 О'quv mashqlar

- misol va masalalarni eching
- teoremani isbotlang
- shu mavzuni nazariyasini o'qib oling

Uyga vazifa

1. Агар **a** векторнинг боши А нуқта билан мос тушса, унинг охири бўлган В нуқтанинг координаталари топилсин.
a векторнинг узунлиги ва унинг йўналтирувчи косинуслари топилсин.

1. $A(3; 1; -2)$, $\mathbf{a} = \{4; -3; 1\}$; 2. $A(5; -2; 2)$, $\mathbf{a} = \{-3; 5; 4\}$;
 3. $A(2; 0; 3)$, $\mathbf{a} = \{-5; 4; -3\}$; 4. $A(-1; 2; 5)$, $\mathbf{a} = \{2; 0; 3\}$;
 5. $A(6; 3; -2)$, $\mathbf{a} = \{3; -1; 2\}$; 6. $A(4; 1; 3)$, $\mathbf{a} = \{-2; 4; -1\}$;

Агар \mathbf{a} векторнинг охири В нукта билан мос тушса, унинг боши бўлган А нуктанинг координаталари топилсин.

\mathbf{a} векторнинг узунлиги ва унинг йўналтирувчи косинуслари топилсин.

1. $\mathbf{a} = \{5; 8; 7\}$, $B(-1; 3; 3)$; 2. $\mathbf{a} = \{3; -1; 1\}$, $B(0; 1; 4)$;
 3. $\mathbf{a} = \{2; -4; 3\}$, $B(-1; 0; 2)$; 4. $\mathbf{a} = \{2; 1; -1\}$, $B(-2; -3; 3)$;
 5. $\mathbf{a} = \{-6; 4; 2\}$, $B(-3; 2; -2)$; 6. $\mathbf{a} = \{2; 3; -1\}$, $B(1; -1; 2)$;

Агар \mathbf{a} векторнинг боши А нукта билан, охири эса В нукта билан устма-уст тушса, унинг компоненталари топилсин. Шу векторнинг узунлиги ва йўналтирувчи косинуслари топилсин.

1. $A(1; 2; 2)$, $B(-1; 0; 2)$; 2. $A(2; -1; 5)$, $B(2; -3; 7)$;
 3. $A(1; -3; 2)$, $B(5; 1; 7)$; 4. $A(1; 2; 1)$, $B(3; 4; 5)$;
 5. $A(1; 3; 1)$, $B(6; 1; -2)$; 6. $A(4; 0; -3)$, $B(3; 1; 0)$;

2. A, B, C, D нукталар берилган. $ABCD$ – параллелограмм эканлиги исботлансин. Қуйидагилар топилсин:

1) $np_{AC} \vec{AB}$; 2) параллелограмм диагоналлари орасидаги бурчак; 3) параллелограмм юзаси; 4) параллелограммнинг АВ томонга туширилган баландлиги.

1. $A(-2; 3; -4)$, $B(3; 2; 5)$; $C(1; -1; 2)$, $D(-4; 0; -7)$;
 2. $A(-2; 1; 2)$, $B(1; 0; 1)$; $C(4; 1; -2)$, $D(1; 2; -1)$;
 3. $A(1; 3; -1)$, $B(2; 0; 3)$; $C(4; -1; 5)$, $D(3; 2; 1)$;
 4. $A(2; 1; -4)$, $B(1; 3; 5)$; $C(7; 2; 3)$, $D(8; 0; -6)$;
 5. $A(-3; -2; 0)$, $B(3; -3; 1)$; $C(5; 0; 2)$, $D(-1; 1; 1)$;

3. A, B, C нукталар берилган. 1) $np_{AC} \vec{AB}$; 2) $\angle BAC$; 3) $\triangle ABC$ нинг юзаси; 4) В учдан АС томонга туширилган баландлик топилсин.

1. $A(0; 1; -1)$, $B(2; -1; -4)$; $C(4; 1; 5)$;
 2. $A(3; 0; 1)$, $B(1; 1; 0)$; $C(5; 2; 0)$;
 3. $A(0; 2; -2)$, $B(0; -2; 1)$; $C(4; -7; 1)$;

1.3.3 Tavsiya etiladigan adabiyotlar Asosiy

1. Клетиник М. Аналитик геометрия Изд. М. Наука 1989
2. Артиков А.Р. Аналитик геометрия СамДУ 2003

Qo'shimcha

1. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Аналитическая геометрия. – М: Наука, 1998.

2. Бугров Я.С., Никольский С.М. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии. – М: Наука, 1980.
3. Цубербиллер О.Н. Задачи и упражнения по аналитической геометрии.- М: 1931.
4. Гюнтер Н.М. и Кузьмин Р.О. Сборник задач по высшей математике. – М: 1958.
5. Артыков А.Р., Беспалова Н.С., Вахидова А.А., Пашаев З.А. Методические указания и расчетные задания по высшей математике: I и II части. – Самарканд: Изд.СамГАСИ, 1990.

Mavzu 2. Vektorlarning skalyar ko'paytmasi

Amaliy mashg'ulotlar rejasi

Fan: “Аналитик геометрия“.

O'quv soati: 2 s. (amaliy)

O'quv mashg'ulotlar turi: kartochka, topshiriq, o'quv materiallar va metodik qullanma vositasi bilan amaliy mashg'ulotlar.

O'quv mashg'ulotlar rejasi:

- tarqatma materiallar tayyorlash.
- o'quv masalalari.
- Misol va masalalar echish
- Yakuniy tahlil

O'quv mashg'ulotlar maqsadi:

Misol va masalalar echish vositasi bilan Nazariy bilimlarni amaliy mashg'ulotlar bilan chuqurlashtirish

O'quv mashg'ulotlar vazifasi:

- *o'qituvchi:* mavzu bo'yicha olgan bilimlarni sistemalashtirish va mustahkamlash
- *rivojlantiruvchi:* o'rganish tajribasini oshirish, Аналитик геометрия nazariyasini o'rganish, analiz va o'rganish natijalarini umumlashtirish mahoratini rivojlantirish; student ijodiy mahoratini shakllantirish;
- *tarbiyaviy:* mustaqil izlanish mahoratini uyg'otish ; jamoa bilan ish yuritish qoidalariga bo'ysunish. Fanga qiziqishni rivojlantirish, ma'suliyatni his qilish , mehnatsevarlik, individual ishni kollektiv bilan moslashni o'rgatish.

O'qitish texnologiyasi:

- *o'qitish metodlari:* individual savol-javob; birga o'qitish;o'quv qo'llanmalarga asoslanib teoremlarni isbotlash, misollar echish mahoratini o'rgatish
- *o'qitish shakllari:* individual, kollektiv.
- *o'qitish vositalari:* daftarda va dockada misol va masalalar echish, metodik ishlanmalar va amaliy ko'rsatmalar
- *o'qitish shartlari:* auditoriya
- *monitoring va baholash:* og'zaki nazorat, individual savol-javob , material tushuntirilishi, nazorat ishi.

Pedagogik masalalar :

- mavzu bo'yicha bilimlarni mustahkamlash uchun o'rganuvchilarni anglash faoliyatini tashkillashtirish
- namuna bo'yicha amaliyotda bilimlarni mustahkamlash;
- mustaqil oliy matematika o'rganishni shakllantirish;

O'quv faoliyati natijalari:

- kurs mavzulari bo'yicha bilimlarni sistemalashtirish va mustahkamlashtirish;
- o'rgangan tushunchalar bilan amaliy mashg'ulotlarda ishlay olish;
- misol va masalalarni echishda, hamda teoremlar isbotlashda matematik terminalogiyalarni va tushunchalarni qo'llashni mustaqil o'rganish mahorati;
- mustaqil misol va masalalarni echa olish mahoratini oshirish;
- tajriba natijalarini analiz qila olish;

1.2 Amaliy mashg'ulotning xronologik xaritasi.

1 bosqich. O'quv mashg'ulotlarga kirish (10 daqiqa);

- *o'qituvchi faoliyati*: tayyorgarlikni tekshirish (konspektning mavjudligi; tayyorgarlik, qatiyatlik va aniqlik, davomat); zarur materillarni tarqatish (metodik qo'llanmalar, kartochkalar); amaliy darsning maqsadi va mavzuni aytish; o'quv darsining rejasi bilan tanishtirish, tushuncha va jumlar; adabiyotlar ruyxati; Reyting-kontrol sistemasi bilan tanishtirish; joriy nazorat baholash mezonlari; o'quv ishlari yakunlarining rejalarini taqdimlash;
- *talaba faoliyati*: o'quv joyini tayyorlash (o'quvchilarning borligi; tashqi ko'rinish; uquv va tarqatma materiallar); mavzu bilan tanishuv va o'quv dars maqsadi; o'quv materialni qabul qilishga tayyorgarlik;
- *qabul qilish shakli metodlari*: og'zaki nazorat, individual savol-javob; ob'yektlar bilan ishlash; konspektlash;

2 bosqich. Asosiy qism (60 daqiqa);

- *o'qituvchi faoliyati*: mavzuni kiritish, Matematik fizika tenglamalarini o'rganish bilan bog'liq oldingi mavzuni eslashni taklif etish; amaliy mashg'ulotlar matnini tarqatish; qo'shimcha adabiyotlarda tushunchalar berish; ish usullari bilan tanishtirish; mashg'ulotlar tarqatish; tushunarsiz savollarni aniqlab, ularni echimi topishga yordamlash; gruppalarda ishlashni tashkillash; natijalarni muhokamalashtirish;
- *talaba faoliyati*: oldingi mavzu bo'yicha bilimlarni mustahkamlash; quloq solish, yozib olish; tushunchalar va terminlarni aytish; savol berishadi va muhokamalashishadi, aniqlashtirishadi; gruppalarda ishlashadi, misol va masalalar ishlashadi; olingan natijalar muhokamasiga qatnashishadi
- *qabul qilish shakli metodlari*: og'zaki nazorat, grupalarda individual savol-javob; misol va masalalar echimlarini daftarga yozib olish

3 bosqich. Yakuniy qism(10 daqiqa)

- *o'qituvchi faoliyati*: mavzu bo'yicha xulosa chiqarish; talabalarni fikrini bir joyga jamlash; qilingan ishlarning muhimligini aytib o'tish; javob bergan talabalarni ishini baholash; o'quv darsning maqsadiga erishish darajasini baholash va analizlashtirish; mustaqil ishlar topshiriqlari
- *talaba faoliyati*: ish analizi; misol va masalalar asosida malaka oshirish; o'zaro baholash o'tkazish; yo'l qo'yilgan xatolarni aniqlash va analizlash; berilgan mustaqil ishlarni yozib olishadi;
- *qabul qilish shakli metodlari*: guruhda va individual ishlash; mustaqil ishlar uchun daftar tutish.

1.3 O'quv-uslubiy qo'llanma

O'quv mashg'ulotlar rejasi:

- metodik qullanmalar va topshiriqlar bilan ishlash
- Amaliy darslar uchun daftar tutish
- o'quv topshiriqlar
- amaliy ishlarni topshirish

1.3.4 Misol va mashqlar namoishi

1. Учбурчакнинг учлари $O(0;0)$, $M_1(3;5)$, $M_2(-2;3)$ нукталарда жойлашган. Унинг юзаси топилсин.

Ечилиши. А. Агар учбурчакнинг $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$ учлари берилган бўлса, у ҳолда, бу учбурчак юзасини $S = \frac{1}{2} \{x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)\}$ формула бўйича

ҳисоблаш мумкин. Бизнинг ҳолда:

$$x_1=0, x_2=3, x_3=-2, y_1=0, y_2=5, y_3=3.$$

Равшанки, бу қийматларни формулага қўйиб,

$$S = \frac{1}{2} \{0(5 - 3) + 3(3 - 0) + (-2)(0 - 5)\} = 9,5 \text{ га эга бўламиз.}$$

Б. $a = \vec{OM}_1 = \{3; 5\}$ ва $b = \vec{OM}_2 = \{-2; 3\}$ векторларни қараб чиқамиз. a ва b векторларнинг $a \times b$ векториал кўпайтмаси таърифига асосан, унинг катталиги, яъни $|a \times b|$ шу векторларга қурилган параллелограмнинг юзасига ёки шу векторларга қурилган учбурчак юзасининг иккиланганига тенг.

$$a \times b = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 3 & 5 & 0 \\ -2 & 3 & 0 \end{vmatrix} = 19k \text{ бўлганлиги учун, равшанки, } S=9,5.$$

2. $A(2; -3; 1)$, $B(4; 11; 6)$, $C(4; -4; 3)$ учларнинг координаталари аниқ бўлган ҳолда ABC учбурчакда AB томон ва $\angle BAC$ бурчак катталиклари топилсин.

Ечилиши. $a = \vec{AB} = \{4 - 2; 11 - (-3); 6 - 1\} = \{2; 14; 5\},$

$b = \vec{AC} = \{4 - 2; -4 + (-3); 3 - 1\} = \{2; -1; 2\}$ векторларни қараб чиқамиз:

$|a| = \sqrt{2^2 + 14^2 + 5^2} = 15$, $|b| = \sqrt{2^2 + (-1)^2 + 2^2} = 3$. AB томоннинг катталиги $|a|=15$ га тенг, $\angle BAC$ бурчак эса a ва b векторлар орасидаги бурчакга тенг ва уни қуйидаги

формула бўйича аниқлаш мумкин: $\cos \varphi = \frac{ab}{|a||b|} = \frac{2 \cdot 2 + 14 \cdot (-1) + 5 \cdot 2}{15 \cdot 3} = 0$; демак,

$$\varphi = \angle BAC = \frac{\pi}{2}.$$

3. Учбурчакнинг учлари $A(-2; 1; 3)$, $B(2; -1; 7)$, $C(11; 2; -5)$ нуқталарда жойлашган. Унинг юзаси топилсин.

Ечилиши. $a = \vec{AB} = \{2 - (-2); -1 - 1; 7 - 3\} = \{4; -2; 4\},$

$b = \vec{AC} = \{11 - (-2); 2 - 1; -5 - 3\} = \{13; 1; -8\}$ векторларни қараб чиқамиз. Маълумки, a ва b векторларнинг векториал кўпайтмасининг катталиги бу векторларга қурилган параллелограмнинг юзасига ва демак иккиланган учбурчак юзасига тенг.

$$a \times b = \vec{AB} \times \vec{AC} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 4 & -2 & 4 \\ 13 & 1 & -8 \end{vmatrix} = 12i + 84j - 30k,$$

$$|a \times b| = \sqrt{12^2 + 84^2 + (-30)^2} = 90$$

Демак, учбурчакнинг юзаси $S=45$.

4. $a=i+3j-k$, $b=3i+2j$, $c=2i-j+3k$ бўлса, $(a \times b) \cdot c$ аралаш (векториал-скаляр) кўпайтма топилсин.

Ечилиши. Векторларнинг аралаш кўпайтмаси векторлар компоненталаридан тузилган учинчи тартибли детерминантнинг катталигига тенг, шунинг учун

$$(a \times b) \cdot c = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 3 & 2 & 0 \\ 2 & -1 & 3 \end{vmatrix} =$$

$$= 1 \cdot 2 \cdot 3 + 3 \cdot 0 \cdot 2 + 3(-1)(-1) - (-1) \cdot 2 \cdot 2 - 3 \cdot 3 \cdot 3 - 1 \cdot (-1) \cdot 0 = -14.$$

5. A(2;1;5), B(4;0;8), C(6;-2;6), D(5;0;3) нукталар берилган. ABCD тетраэдрнинг ҳажми ва D нуқтадан туширилган баландлиги топилсин.

Ечилиши. Куйидаги векторларни қараймиз:

$$a = \overrightarrow{AB} = \{4 - 2; 0 - 1; 8 - 5\} = \{2; -1; 3\},$$

$$b = \overrightarrow{AC} = \{6 - 2; -2 - 1; 6 - 5\} = \{4; -3; 1\},$$

$$c = \overrightarrow{AD} = \{5 - 2; 0 - 1; 3 - 5\} = \{3; -1; -2\}.$$

Авалло, ABC учбурчакнинг юзини куйидаги формула бўйича ҳисоблаб чиқамиз:

$$S_{\Delta} = \frac{1}{2} |a \times b| = \frac{1}{2} |\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}| = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} i & j & k \\ 2 & -1 & 3 \\ 4 & -3 & 1 \end{vmatrix} =$$

$$= \frac{1}{2} |8i + 10j + (-2)k| = \frac{1}{2} \sqrt{168} = \sqrt{42}.$$

Тетраэдрнинг ҳажми параллелепипед ҳажмининг $\frac{1}{6}$ қисмига тенг, ўз навбатида

параллелепипеднинг ҳажми $(a \times b)c$ га, яъни $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ ва \overrightarrow{AD} векторларнинг аралаш кўпайтмасига тенг:

$$V_{\text{тегр}} = \frac{1}{6} \begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 4 & -3 & 1 \\ 3 & -1 & -2 \end{vmatrix} = \frac{1}{6} (+12 - 3 - 12 + 27 - 8 + 2) = 3.$$

Бошқа томондан, тетраэдрнинг ҳажми асос юзининг баландликка кўпайтмасининг учдан бир қисмига тенг, яъни $V_{\text{тегр}} = \frac{1}{3} S_{\Delta ABC} \cdot H$, бу ерда H – изланаётган баландлик. Бундан

$$H = \frac{3 \cdot V}{S} = \frac{3 \cdot 3}{\sqrt{42}} = \sqrt{\frac{27}{14}}.$$

6. $a = p - 3q + r$, $b = 2p + q - 3r$, $c = p + 2q + r$ векторларга қурилган параллелепипеднинг ҳажми топилсин, бу ерда p, q, r – ўзаро перпендикуляр ортлар (бирлик векторлар).

Ечилиши. Масалани ечишда куйидаги хоссаларни қўллаймиз: коллинеар векторларнинг векториал ва аралаш кўпайтмалари нолга тенг ва $a \times b = -b \times a$.

$$V = abc = (p - 3q + r)(2p + q - 3r)(p + 2q + r) = [(p - 3q + r), (2p + q - 3r)] \cdot (p + 2q + r) =$$

$$(2p \times p + p \times q - 3p \times r - 6q \times p - 3q \times q + 9q \times r + 2r \times p + r \times q - 3r \times r) (p + 2q + r) = 7(p \times q) \cdot p + 14(p \times q)q$$

$$+ 7(p \times q) \cdot r + 8(q \times r) \cdot p + 8(q \times r) \cdot 2q + 8(q \times r) \cdot r - 5(p \times r) \cdot p - 5(p \times r) \cdot 2q - 5(p \times r) \cdot r = 7pqr + 8pqr +$$

$$+ 10pqr = 25pqr = 25 \text{ (куб бирл.)}$$

7. Учбурчакнинг A(2;-1;2), B(1;2;-1) ва C(3;2;1) учлари берилган. Унинг B учидан AC томонига туширилган баландлигининг узунлиги топилсин.

Ечилиши. Куйидаги векторларни қараб чиқамиз: $a = \overrightarrow{BA} = \{2 - 1; -1 - 2; 2 + 1\} = \{1; -3; 3\}$,

$$b = \overrightarrow{BC} = \{3 - 1; 2 - 2; 1 + 1\} = \{2; 0; 2\},$$

$$c = \overrightarrow{AC} = \{3 - 2; 2 + 1; 1 - 2\} = \{1; 3; -1\},$$

$$|c| = \left| \overrightarrow{AC} \right| = \sqrt{1^2 + 3^2 + (-1)^2} = \sqrt{11}.$$

$$a \times b = \vec{BA} \times \vec{BC} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & -3 & 3 \\ 2 & 0 & 2 \end{vmatrix} = -6i + 4j + 6k$$

$$|a \times b| = \left| \vec{BA} \times \vec{BC} \right| = \sqrt{36 + 16 + 36} = 2\sqrt{22}.$$

Демак, $S_{\Delta} = \frac{1}{2}|a \times b| = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{22} = \sqrt{22}$. Бошқа томондан, $S_{\Delta} = \frac{1}{2}|c| \cdot h = \frac{1}{2} \left| \vec{AC} \right| \left| \vec{BD} \right|$. Бундан

$$h = \left| \vec{BD} \right| = \frac{2S_{\Delta ABC}}{\left| \vec{AC} \right|} = \frac{2\sqrt{22}}{\sqrt{11}} = 2\sqrt{2}.$$

8. λ нинг қандай қийматида $a=i+j+\lambda k$, $b=j$, $c=3i+k$ векторлар компланар бўлади?

Ечилиши. a , b ва c векторлар фақат ва фақат уларнинг аралаш кўпайтмаси нолга тенг, яъни $(a \times b) \cdot c = 0$ бўлгандагина компланар бўлади. Фараз қиламизки, берилган векторлар компланар бўлсин, у ҳолда,

$$(a \times b) \cdot c = \begin{vmatrix} 1 & 1 & \lambda \\ 0 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 1 - 3\lambda = 0.$$

Бундан $\lambda = \frac{1}{3}$ бўлиши келиб чиқади.

9. $a = \{2; 3; 1\}$, $b = \{5; 7; 0\}$, $c = \{3; -2; 4\}$ ва $d = \{4; 12; -3\}$ векторлар берилган бўлса, d вектор a , b , c векторларнинг чизикли комбинацияси кўринишида ифодалансин.

Ечилиши. Ҳар қандай тўррда a , b , c ва d векторлардан биттасини ҳар доим қолган учаласи ёрдамида, масалан, d векторни a , b ва c векторлар ёрдамида, улар компланар бўлмаган ҳолда чизикли ифодалаш мумкин. Бу шуни англатадики, шундай α , β , γ ҳақиқий сонлар топиладики, улар учун $d = \alpha a + \beta b + \gamma c$ тенглик бажарилади. $\{4; 12; -3\} = \alpha \{2; 3; 1\} + \beta \{5; 7; 0\} + \gamma \{3; -2; 4\}$ тенгликдан α , β , γ номаълумларни аниқлаш учун мос компоненталарни тенглаштириб, қуйидаги чизикли алгебраик системага эга бўламиз:

$$\begin{aligned} 2\alpha + 5\beta + 3\gamma &= 4, \\ 3\alpha + 7\beta - 2\gamma &= 12, \\ \alpha + 4\gamma &= -3, \end{aligned}$$

Системанинг номаълумлар олдида турган коэффициентларидан тузилган детерминант

нолга тенг эмас, яъни $\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 5 & 3 \\ 3 & 7 & -2 \\ 1 & 0 & 4 \end{vmatrix} = 56 - 10 - 21 - 60 = -35 \neq 0$. Демак, a, b, c векторлар

нокомпланар ва система ягона ечимга эга. Қуйидаги детерминантларни ҳисоблаймиз:

$$\Delta_{\alpha} = \begin{vmatrix} 4 & 5 & 3 \\ 12 & 7 & -2 \\ -3 & 0 & 4 \end{vmatrix} = 112 + 30 + 63 - 240 = -35,$$

$$\Delta_{\beta} = \begin{vmatrix} 2 & 4 & 3 \\ 3 & 12 & -2 \\ 1 & -3 & 4 \end{vmatrix} = -35,$$

$$\Delta_{\gamma} = \begin{vmatrix} 2 & 5 & 4 \\ 3 & 7 & 12 \\ 1 & 0 & -3 \end{vmatrix} = 35.$$

Энди Крамер усулига асосан $\alpha = \frac{\Delta_\alpha}{\Delta} = \frac{-35}{-35} = 1$, $\beta = \frac{\Delta_\beta}{\Delta} = \frac{-35}{-35} = 1$, $\gamma = \frac{\Delta_\gamma}{\Delta} = \frac{35}{-35} = -1$, яъни $d = a + b - c$.

10. Агар $|a| = 3$, $|b| = 2$ ва $\varphi = (a \wedge b) = 120^\circ$ бўлса, $p = a + 2b$ ва $q = 2a - b$ векторларнинг узунликлари ва улар орасидаги бурчак топилсин.

Ечилиши.

$$p^2 = (a + 2b)^2 = a^2 + 4ab + 4b^2 = |a|^2 + 4|a||b|\cos 120^\circ + 4|b|^2 = \\ = 9 + 4 \cdot 3 \cdot 2 \left(-\frac{1}{2}\right) + 16 = 13$$

$$q^2 = (2a - b)^2 = 4a^2 - 4ab + b^2 = 4|a|^2 - 4|a||b|\cos 120^\circ + |b|^2 = \\ = 4 \cdot 9 - 4 \cdot 3 \cdot 2 \left(-\frac{1}{2}\right) + 4 = 52$$

$$|p| = \sqrt{13}, \quad |q| = 2\sqrt{13}, \quad pq = (a + 2b)(2a - b) = \\ = 2|a|^2 + 3ab - 2|b|^2 = 2 \cdot 9 + 3 \cdot 3 \cdot 2 \left(-\frac{1}{2}\right) - 2 \cdot 4 = 1.$$

$$\cos \omega = \cos(p, \wedge q) = \frac{p \cdot q}{|p||q|} = \frac{1}{\sqrt{13} \cdot 2\sqrt{13}} = \frac{1}{26}, \quad \omega = \arccos \frac{1}{26}.$$

11. Агар $|a| = 3$, $|b| = 5$ ва $(a, \wedge b) = \frac{\pi}{6}$ бўлса, $\vec{AB} = 6a - 3b$ ва $\vec{AD} = 3a + 2b$ векторларга қурилган параллелограмнинг юзаси топилсин.

Ечилиши. \vec{AB} ва \vec{AD} векторларга қурилган ABCD параллелограмнинг юзаси шу векторлар векториал кўпайтмасининг модулига тенг бўлганлиги учун коллинеар векторларнинг векториал кўпайтмаси нолга тенглигини ҳисобга олган ҳолда $\vec{AB} \times \vec{AD}$ векториал кўпайтмани ҳисоблаймиз.

$$\vec{AB} \times \vec{AD} = (6a - 3b) \times (3a + 2b) = 18(a \times a) + 12(a \times b) + 9(a \times b) - 6(b \times b) = 21(a \times b).$$

$$S_{\square} = \left| \vec{AB} \times \vec{AD} \right| = |21(a \times b)| = 21|a||b|\sin \frac{\pi}{6} = 21 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \frac{1}{2} = 157,5 \text{ (кв.бирл.)}$$

1.3.5 О'quv mashqlar

- misol va masalalarni eching
- teoremani isbotlang
- shu mavzuni nazariyasini o'qib oling

Uyga vazifa

1. A, B, C нуқталар берилган. 1) $np_{\vec{AC}}$; 2) $\angle BAC$; 3) $\triangle ABC$ нинг юзаси; 4) В учдан АС томонга туширилган баландлик топилсин.

- | | | |
|------------------|---------------|--------------|
| 1. A (0; 1; -1), | B(2; -1; -4); | C(4; 1; 5); |
| 2. A (3; 0; 1), | B(1; 1; 0); | C(5; 2; 0); |
| 3. A (0; 2; -2), | B(0; -2; 1); | C(4; -7; 1); |
| 4. A (0; 2; 4), | B(6; 1; 2); | C(7; -1; 5); |

5. $A(1; 2; -1)$, $B(0; 1; 0)$; $C(4; -1; -7)$;

6. $A(-2; 4; -11)$, $B(4; -8; 7)$; $C(1; 1; -8)$;

7. $A(2; -2; 1)$, $B(0; 1; -2)$; $C(-2; 0; -4)$;

2. Учлари A,B,C,D нуктада бўлган учбурчакли пирамиданинг ҳажми топилсин. D учдан ABC ёққа туширилган баландлик, AD ва AC қирралар орасидаги бурчак топилсин.

1. $A(0; 2; -3)$, $B(0; -4; 4)$; $C(-3; 1; 2)$, $D(2; 1; 3)$;

2. $A(1; 2; -2)$, $B(1; -3; 3)$; $C(-2; 0; 2)$, $D(0; 0; 1)$;

3. $A(1; 2; 0)$, $B(3; 0; -3)$; $C(5; 2; 6)$, $D(-6; -5; 7)$;

4. $A(0; 1; 2)$, $B(-3; 3; 0)$; $C(6; 5; 2)$, $D(3; -4; -2)$;

5. $A(2; 6; 1)$, $B(1; 2; 4)$; $C(5; 1; 2)$, $D(-1; -1; 0)$;

1.3.6 Tavsiya etiladigan adabiyotlar

Asosiy

3. Клетиник М. Аналитик геометрия Изд. М. Наука 1989

4. Артиков А.Р. Аналитик геометрия СамДУ 2003

Qo'shimcha

1. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Аналитическая геометрия. – М: Наука, 1998.

2. Бугров Я.С., Никольский С.М. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии. – М: Наука, 1980.

3. Цубербиллер О.Н. Задачи и упражнения по аналитической геометрии.- М:2000.

4. Гюнтер Н.М. и Кузьмин Р.О. Сборник задач по высшей математике. –М:2002

5. Артыков А.Р., Беспалова Н.С., Вахидова А.А., Пашаев З.А. Методические указания и расчетные задания по высшей математике: I и II части. – Самарканд: Изд.СамГАСИ, 1990.