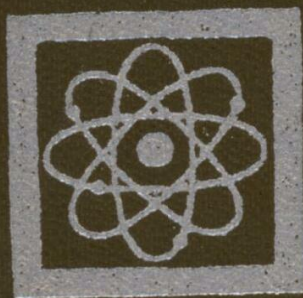


Р. БЕКЖОНОВ, Б. АХМАДХУЖАЕВ

АТОМ ФИЗИКАСИ



К 2
Ф. 311.1. И

Г.Х 4107

ЎзССР Маориф министрлиги олий ўқув юртли-
рининг физика ва физика-математика факультетлари студентлари учун ўқув қўлланма си-
фатида рухсат этган

7X38582

На узбекском языке

№ 161918 Рахим Бегжанович Бегжанов,
Батир Ахмадходжаев

БИБЛИОТЕКА АТОМНАЯ ФИЗИКА

Учебное пособие для студентов ВУЗов

Ташкент—«Ўқитувчи» — 1979

Редактор М. Пулатов
Бадвий редактор Е. И. Соин

Техредактор В. Проходова
Корректор Д. Умарова

ИБ №1093

Теришга берилди. 12.02.1979 й. Босишга рухсат этилди 2.08.79. РО 3773.
Формати 84×108¹/₃₂. Тип. қоғози №1. Кегли 10, шпонсиз. Юқори босма усулида
босилди. Шартли б. л. 21,63. Нашр. л. 19,0. Тиражи 8000. Зак. №2180. Баҳоси 90 т.

«Ўқитувчи» нашриёти. Тошкент, Навоий кўчаси, 30. Шартнома № 273 — 78.

Ўзбекистон ССР нашриётлар, полиграфия ва китоб савдоси ишлари Давлат
комитети Тошкент «Матбуот» полиграфия ишлаб чиқариш бирлашмасининг поли-
графия комбинати. Тошкент шаҳри, Навоий кўчаси 30, 1979.

Полиграфкомбинат Ташкентского полиграфического производственного объеди-
нения «Матбуот» Государственного комитета УзССР по делам издательств,
полиграфии и книжной торговли. Ташкент, ул. Навои 30.

© «Ўқитувчи» нашриёти, 1979 й.

В 20408 — 249 132 — 79 1704010000
353 (04) — 79

КИРИШ

Яқин вақтларда физика ва химия фанларининг бир қисми бўлган модда тузилиши ҳақидаги тасаввурларимиз математик аппарат илмий методологиясига эга бўлган алоҳида фанга айланиб қолди. Ҳозирги вақтда фан ва техниканинг турли соҳаларининг тараққий этишини квант механикаси ютуқларига асосланган модда тузилиши назариясисиз тасаввур этиш қийин. Шу сабабдан физика, қолаверса, химия ихтисослиги бўйича ўқувчи студентларни имкони борича тезроқ модда тузилишининг ҳозирги замон назарияси асослари билан қуроллантириб бориш зарур. Мазкур китоб шу мақсадда ёзилган.

Модда тузилиши назарияси анча мураккаб бўлиб, физиканинг деярли барча ютуқлари ва ҳозирги замон математик аппаратининг қудратига таянган. Шу сабабдан китобда модда тузилиши — атом физикасининг асосий масалаларини баён этишда унинг физикавий моҳиятини тушунтиришга алоҳида эътибор берилиб, физиканинг бу соҳадаги энг сўнгги ютуқлари ҳақида ҳам етарлича тўхталиб ўтилган.

Одатда, кўпгина муаллифлар атом физикасини баён қилишни унинг ривожланиш тарихидан бошлайдилар. Мазкур китоб муаллифлари эса материалларни танлаш ва уларни жойлаштиришни мантиқий тарзда баён этиш зарурлигини афзал кўрдилар. Шу сабабдан китобнинг биринчи боби абсолют қора жисмнинг иссиқлик нурланиши ва квант ҳақидаги тушунчаларнинг вужудга келишига бағишланган.

Иккинчи бобда ёруғликнинг корпускуляр ва зарраларнинг тўлқин табиати, фотоэффект, Комптон эффекти ва квант механикасининг асосини ташкил этувчи бошқа бир қатор ҳодисалар тажрибалар асосида ишонарли равишда баён қилинган.

Асосий квант тушунчалари билан танишгандан сўнг учинчи бобда баён этилган атом тузилиши ва Бор назарияси ҳақидаги масалалар билан танишиб олиш ўқувчилар учун қийинчилик туғдирмайди ва микрообъектлардаги квант ҳодисаларнинг узвий боғлиқлиги янада аниқроқ кўринади.

Кейинги бобда квант механикасига тегишли асосий масалалар: тўлқин функцияси, Шредингер тенгламаси, микродунёнинг ноаниқлик принципи, потенциал тўсиқ, туннель эффекти ва бошқалар баён этилган. Бунда ҳамма математик ҳисоблашлар тўла-тўкис келтирилмаган. Аммо студентларнинг мустақил ишлари учун етарлича кўрсатмалар берилган.

Бешинчи бобда квант механикаси принципларининг водородсимон атомлар спектрини таҳлил қилишга қўлланилиши конкрет мисолларда кўрсатилиб, ҳодисаларнинг физикавий моҳияти аниқ тушунтирилган.

Электрон спини, ҳаракат миқдори ва магнит моментлари, фазовий квантланишнинг тажрибада кузатилиши, магнитомеханик эффектлар ва водородсимон атомлар сатҳларининг нозик структураси каби масалалар олтинчи бобда ёритилган.

Мураккаб атомлар тузилиши, элементлар даврий системасининг квант асослари, рентген нурлари, Паули принципи, танлаш қоидалари, мураккаб атомларнинг оптикавий спектрлари каби масалалар еттинчи бобда, ҳамда фақат квант механикаси асосида тушунтириладиган Зееманнинг нормал ва аномал эффекти, Пашен-Бак ва Штарк эффектлари саккизинчи бобда ўз ўрнини топган.

Сўнгги IX—X бобларда молекулалар тузилиши, химиявий боғланиш кучлари, валентлиги, ёруғликнинг комбинацион сочилиши ҳамда қаттиқ жисмлар физикасига оид масалалар, металллар ва ярим ўтказгичларнинг электрон назарияси, кристаллардаги ион ва ковалент боғланишлар, Ван-дер-Ваальс кучлари, водород боғланиш ва атом физикаси соҳасида эришилган сўнгги ютуқлар, лазерларнинг ихтиро қилиниши ва қўлланилиши ҳақида сўз боради.

Материални бу тартибда танлаш XIX аср охири ва XX аср бошларида физика фанида рўй берган революцион ўзгаришлар сабабларининг физикавий ва фалсафий моҳиятини тушуниб олишда ва, шунингдек, студентларга уни тушунтиришда бирмунча қулайликлар яратади.

Китоб ўзбек тилида ёзилаётганлиги учун ҳам муаллифлардан кўп қийинчиликни енгишни талаб этди. Шунинг учун ҳам у камчиликлардан холи эмас, албатта. Айниқса шуни қайд қилиш керакки, китобдаги масалаларни баён қилишда бирмунча мураккаб математик аппаратдан фойдаланилди. Лекин бизнингча, бу камчилик эмас, чунки ҳозирги вақтда олий ўқув юртларининг иккинчи, учинчи курсларида таҳсил кўриб атом физикасини ўрганаётган студентлар замонавий математик аппаратдан хабардордирлар. Шу сабабли ўқувчилар учун асосий қийинчилик математика бўлмай, микрообъектларда юз берадиган физикавий ҳодисаларнинг ўзига хос хусусиятларидир.

Сўнгги йилларда атом спектроскопиясининг плазма диагностикасига, астрофизик тадқиқотларга, газли лазерлар спектроскопияси ва бошқа соҳаларга татбиқи анча ривож топди. Аммо бу масалаларни ёритиш атом спектрлари назариясига, атомда юз бераётган радиацион жараёнларнинг эҳтимоллиги ва кўндаланг кесими каби муҳим характеристикаларга тегишли конкрет ҳисобларни ўтказишни, шу билан бирга китоб ҳажмини ҳам анча орттирилишини талаб қилади. Лекин бундай масалаларни студентларга мўлжалланган умумий физика курси доирасидаги атом физикаси қўлланмасида ёритилиши унчалик зарур бўлмаса керак. Китобнинг ҳажми унча катта бўлмаса ҳам, атом физикаси курси бўйича педагогика институтлари ва университетларнинг физика мутахассислиги ҳамда квант механикаси асослари ўқиладиган бошқа олий ўқув юртлари студентлари учун мўлжалланган программадаги асосий масалаларни ўз ичига олган.

Муаллифлар китобнинг сифатини оширишга хизмат қилувчи ҳар қандай таклиф ва танқидий кўрсатмаларини юборувчи китобхонларга олдиндан ўз ташаккурларини билдирадilar.

Китоб ҳақидаги фикр ва мулоҳазаларингизни қуйидаги адресга юборинг: Тошкент, 700129, Навоий кўчаси, 30. «Ўқитувчи» нашриётининг физика-математика адабиёти редакцияси.

ИССИҚЛИК НУРЛАНИШИ ВА КВАНТ ҲАҚИДАГИ ТУШУНЧАНИНГ ВУЖУДГА КЕЛИШИ

1-§. Иссиқлик нурланиши

Ҳозирги замон физикаси асосида XX аср бошларида фан оламига киритилган икки принципиал ғоя: нисбийлик ва квант назариялари ётади. Нисбийлик назариясининг экспериментал асоси, яъни Майкельсон—Морли тажрибаси, XIX асрдаёқ яратилган эди. Нисбийлик назариясининг ўзи эса машҳур олим Альберт Эйнштейн томонидан яратилди.

Квант назариясининг тарихи мураккаб босқичларга эга. Биринчи қарашда квант назарияси эркин атом ва атом структураси (таркибий тузилиши) нинг назариясидек туюлиши мумкин. Аслида эса, квант назарияси микродунё физикасининг ҳамма соҳаларига тааллуқлидир. Квант назариясининг пайдо бўлиши ҳам атом физикаси билан эмас, балки иссиқлик нурланишини тўла тавсифлаш борасида олиб борилган уринишлар билан боғлиқ. Жисмларнинг иссиқлик нурланиши қонуниятларини назарий тушунтириш XIX аср охири XX аср бошларига келиб классик физикадаги энг муҳим муаммога айланган эди. Қуйида биз кўрамизки, электромагнит нурланишнинг интенсивлиги ва спектрлари устида олиб борилган изланишларда классик физика биринчи бор жиддий мағлубиятга учради ва энергетик сатҳларнинг дискретлиги ҳақидаги Планк ғояси вужудга келди.

Жисмларнинг қизишидан вужудга келадиган нурланиш, яъни иссиқлик нурланиши қонунларини баён этишдан олдин, ихтиёрий температурада вужудга келтирилган иссиқлик нурланишига оид баъзи таърифларни кўрайлик.

Нурланишни миқдорий характерлашда интеграл ва дифференциал (ёки спектрал) энергия оқими тушунчаси киритилади. Интеграл ёки тўла нурланиш оқими E (λ , T) бирор сиртдан бирлик вақт ичида ўтган электромагнит тўлқин энергиясини миқдорий характерлайди. Жисмнинг

нур чиқара олиш қобилиятини билдирувчи $E(\lambda, T)$ катталик нурланиш қувватини ҳам характерлайди.

Электромагнит нурланиш энергиясининг спектрал (дифференциал) монохроматик оқими λ тўлқин узунлиги қиймати атрофида $d\lambda$ интервалидаги спектрал зичликни кўрсатади:

$$E_\lambda = \frac{dE_s}{d\lambda}, \quad (1.1)$$

яъни λ тўлқин узунликда нурланиш энергия оқимининг спектрал зичлиги тўлқин узунликнинг $d\lambda$ атрофидаги бирлик интервалида бирлик вақтда температураси T га тенг бирлик сиртдан нурланган энергияга тенг. Чунончи, $E_\lambda d\lambda dS dt$ λ дан $\lambda + d\lambda$ гача тўлқин узунлиги интервалида dt вақт ичида температураси T га тенг dS сирт элементида нурланаётган энергия. Нурланаётган жисмнинг бирлик юзидан бирлик вақт ичида ҳамма йўналишда, тўлқин узунлигининг ҳамма қийматларида чиқаётган электромагнит энергия оқими жисмнинг энергетик ёритувчанлиги ёки унинг тўла чиқариш қобилияти деб аталади ва қуйидагича аниқланади:

$$E_s = E/S = \int_0^\infty E_\lambda d\lambda, \quad (1.2)$$

бунда S — қиздирилган жисмнинг нурланувчи юзи.

Биз биламизки, агар жисм сиртига нурланиш (нурий энергия) тушса, икки ҳодиса рўй беради: нурланишнинг маълум бир қисми жисм сиртидан қайтади, қолган қисми жисмга ўтади. Ўз навбатида жисм бўйлаб тарқалаётган нурланиш билан қуйидаги ҳодиса рўй беради: у қисман (ёки тўла) жисмда ютилади, қолган қисми жисмнинг нурланишга нисбатан шаффофлик даражасига биноан, унинг қарама-қарши томонидан чиқиши мумкин. Қайтган нурланишнинг бир қисми кўзимизга тушиши туфайли биз у ёки бу жисмни кўра оламиз (албатта, агар жисмнинг ўзи нурланиш манбаи бўлмасдан, фақат қайтариш хусусиятига эга бўлса). Жисм нурларни қанча кам қайтарса, у шунча қорароқ туюлади. Агар ўзига тушган нурланишни қайтармасдан тўла ютиб қоладиган жисм бўлганда у бизга мутлақо қора туйиларди. Биз бундан буён *абсолют қора жисм* деганимизда худди шундай хусусиятга эга бўлган жисмни на-

зарда тутамиз. Абсолют қора жисм тушунчаси биринчи марта 1860 йилда Г. Р. Қирхгоф томонидан киритилган.

Нурланиш жисмда ютиლაётганда, албатта у ўзи билан энергия олиб ўтади. Натижада жисмнинг ички энергияси ортади ва мос равишда унинг температураси кўтарилади. Агар ҳар қандай жисм учун худди шу нурланиш жараёни воситасида муҳитга нисбатан ички ортиқча энергияни йўқотиш имконини берувчи механизм мавжуд бўлмаганда эди, абсолют қора (ва ҳар қандай) жисмнинг температураси вақт ўтиши билан ўз-ўзидан чексиз кўтарилиб кетарди (чунки ҳар қандай реал шароитдаги муҳитда чексиз кичик бўлса ҳам, нурланиш мавжуд). Мазкур механизмга биноан жисм ҳатто вакуумда жойлашган бўлса ҳам, яъни иссиқлик ўтказувчанлик ва конвекция мумкин бўлмаган ҳолда ҳам, ортиқча ички энергиясини йўқотади. Бу жараён фақат электромагнит нурланиш йўли билан юз беради. Ҳақиқатан ҳам ўзгармас ташқи муҳит шароитида абсолют қора, ҳатто, ҳар қандай бошқа жисм бирлик вақт ичида қанча нурланиш энергиясини ютса, у ўз ички энергиясидан шунчасини йўқотади ҳам. Чиқарилаётган нурланиш тўлқин узунлиги ультрабинафшадан инфрақизилгача ва бошқа соҳаларни ўз ичига олган узлуксиз спектрни ташкил этади.

Қора жисм нурланишини ўрганиш борасида вужудга келган ёндашишни кўрайлик.

Абсолют қора жисм. Идеал қайтарувчи моддий девордан ҳосил бўлган адиабатик қобик билан ўралган фазо — ёпиқ ковак мавжуд бўлсин. Фараз қилайлик, ковак деворида муайян температура сақлансин. *N* ҳолда Г. Р. Қирхгоф кўрсатганидек, ковакдаги мавжуд нурланиш қўйидаги хоссаларга эга. Биринчидан, фақат тўлқин узунликлар йиғиндиси учунгина эмас, ҳатто айрим тўлқин узунликлар учун ҳам нурланиш изотроп (ҳар қандай йўналишда бир хил) ва бир жинсли (ковак ичининг ҳар қандай нуқтасида бир хил) бўлади. Иккинчидан, у қора жисм нурланиши билан қўйидаги маънода айнан: бирлик сиртга вақт бирлигида тушган энергия вақт бирлигида қора жисмнинг бирлик сиртидан нурланган энергияга тенг. Бу ҳол тўлқин узунлиги бўйича бутун спектр учун ҳам, аниқ битта тўлқин узунлик учун ҳам ўринлидир.

Ковакдаги нурланишнинг изотроплиги ва бир жинс-

лилиги осон исботланади, акс ҳолда абадий двигатель қуриш мумкин бўлар эди. Фараз қилайлик, ковакда бир жинслилик ўринли эмас. У ҳолда ковак соҳасининг бирор нуқтасида нурланиш бошқа бирор нуқтасига қараганда катта интенсивликка эришиши мумкин. Икки бир хил ютиш қобилиятига эга бўлган жисмни шу икки нуқтага жойлаштирадик, маълум бир вақтдан сўнг иккинчи нуқтадагига нисбатан биринчи нуқтадаги жисм катта температурага эришади. Натижада иссиқлик машинаси учун улардан биринчисидан манба, иккинчисидан совиткич сифатида фойдаланиш мумкин. Шундай қилиб, бу ҳолда система ҳеч қандай ўзгаришсиз, ишчи куч манбаига айланар эди.

Ковакдаги нурланиш абсолют қора жисм нурланишига айланганлигини қуйидаги оддий мулоҳазалар ёрдамида тушунтириш мумкин. Фараз қилайлик, кичкина тирқишга эга ёпиқ, система — ковак берилган ва у ташқи муҳит билан фақат тирқиш орқали боғланган бўлсин. Тирқиш орқали ковак ичига ўтган нур ковакнинг ички сиртидан кўп марта қайтиб охири ковакда тўла ютилади. Инсон томонидан яратилган нурланиш энергиясини абсолют ютувчи жисмга энг яқин жисм — ношаффоф материалдан ясалган кичик тирқишли ковакдир. Мазкур кичик тирқишли ковак, аксинча, энг кўп нурланиш чиқара олувчи жисм ҳамдир. Агар биз тирқиш орқали нурланиш мавжуд бўлган ковак ичига қарасак, ковакнинг тирқишга қарама-қарши деворидан йўналган нурланишдан ташқари ковак деворининг бошқа қисмларидан шу қарама-қарши қисмга тушиб қайтган нурланишни ҳам кўрамиз. Шундай қилиб, ковак қанчалик кўп нурланиш ютса, у шунча кўп миқдорда энергия нурлайди.

Ковак ва абсолют қора жисм нурланиши ўртасида мувозанатни кўрайлик. Бунинг учун T температурага эга қора жисмни деворининг температураси T га тенг бўлган ковак ичига жойлашайлик. Агар вақт бирлигида жисмнинг бирлик юзига тушаётган тўлқин узунлигининг бирлик интервалидаги λ тўлқин узунлики нурий энергия Φ_λ га тенг бўлса, абсолют қора жисм таърифига кўра бу энергиянинг ҳаммаси ютилади. Иккинчи томондан, бирлик вақт ичида абсолют қора жисм юзидан тўлқин узунлигининг бирлик интервалидаги нурланиш энергияси E_λ билан Φ_λ орасида мувозанат ҳолат юз бериши керак, акс ҳолда

зарда тутамиз. Абсолют қора жисм тушунчаси биринчи марта 1860 йилда Г. Р. Қирхгоф томонидан киритилган.

Нурланиш жисмда ютиლაётганда, албатта у ўзи билан энергия олиб ўтади. Натижада жисмнинг ички энергияси ортади ва мос равишда унинг температураси кўтарилади. Агар ҳар қандай жисм учун худди шу нурланиш жараёни воситасида муҳитга нисбатан ички ортиқча энергияни йўқотиш имконини берувчи механизм мавжуд бўлмаганда эди, абсолют қора (ва ҳар қандай) жисмнинг температураси вақт ўтиши билан ўз-ўзидан чексиз кўтарилиб кетарди (чунки ҳар қандай реал шароитдаги муҳитда чексиз кичик бўлса ҳам, нурланиш мавжуд). Мазкур механизмга биноан жисм ҳатто вакуумда жойлашган бўлса ҳам, яъни иссиқлик ўтказувчанлик ва конвекция мумкин бўлмаган ҳолда ҳам, ортиқча ички энергиясини йўқотади. Бу жараён фақат электромагнит нурланиш йўли билан юз беради. Ҳақиқатан ҳам ўзгармас ташқи муҳит шароитида абсолют қора, ҳатто, ҳар қандай бошқа жисм бирлик вақт ичида қанча нурланиш энергиясини ютса, у ўз ички энергиясидан шунчасини йўқотади ҳам. Чиқарилаётган нурланиш тўлқин узунлиги ультрабинафшадан инфрақизилгача ва бошқа соҳаларни ўз ичига олган узлуксиз спектрни ташкил этади.

Қора жисм нурланишини ўрганиш борасида вужудга келган ёндашишни кўрайлик.

Абсолют қора жисм. Идеал қайтарувчи моддий девордан ҳосил бўлган адиабатик қобиқ билан ўралган фазо — ёпиқ ковак мавжуд бўлсин. Фараз қилайлик, ковак деворида муайян температура сақлансин. Шу ҳолда Г. Р. Қирхгоф кўрсатганидек, ковакдаги мавжуд нурланиш қуйидаги хоссаларга эга. Биринчидан, фақат тўлқин узунликлар йиғиндиси учунгина эмас, ҳатто айрим тўлқин узунликлар учун ҳам нурланиш изотроп (ҳар қандай йўналишда бир хил) ва бир жинсли (ковак ичининг ҳар қандай нуқтасида бир хил) бўлади. Иккинчидан, у қора жисм нурланиши билан қуйидаги маънода айнан: бирлик сиртга вақт бирлигида тушган энергия вақт бирлигида қора жисмнинг бирлик сиртидан нурланган энергияга тенг. Бу ҳол тўлқин узунлиги бўйича бутун спектр учун ҳам, аниқ битта тўлқин узунлик учун ҳам ўринлидир.

Ковакдаги нурланишнинг изотроплиги ва бир жинс-

лилиги осон исботланади, акс ҳолда абадий двигатель қуриш мумкин бўлар эди. Фараз қилайлик, ковакда бир жинслилик ўринли эмас. У ҳолда ковак соҳасининг бирор нуқтасида нурланиш бошқа бирор нуқтасига қараганда катта интенсивликка эришиши мумкин. Икки бир хил ютиш қобилиятига эга бўлган жисмни шу икки нуқтага жойлаштирсак, маълум бир вақтдан сўнг иккинчи нуқтадагига нисбатан биринчи нуқтадаги жисм катта температурага эришади. Натижада иссиқлик машинаси учун улардан биринчисидан манба, иккинчисидан совиткич сифатида фойдаланиш мумкин. Шундай қилиб, бу ҳолда система ҳеч қандай ўзгаришсиз, ишчи куч манбаига айланар эди.

Ковакдаги нурланиш абсолют қора жисм нурланишига айланганлигини қуйидаги оддий мулоҳазалар ёрдамида тушунтириш мумкин. Фараз қилайлик, кичкина тирқишга эга ёпиқ, система — ковак берилган ва у ташқи муҳит билан фақат тирқиш орқали боғланган бўлсин. Тирқиш орқали ковак ичига ўтган нур ковакнинг ички сиртидан кўп марта қайтиб охири ковакда тўла ютилади. Инсон томонидан яратилган нурланиш энергиясини абсолют ютувчи жисмга энг яқин жисм — ношаффоф материалдан ясалган кичик тирқишли ковакдир. Мазкур кичик тирқишли ковак, аксинча, энг кўп нурланиш чиқара олувчи жисм ҳамдир. Агар биз тирқиш орқали нурланиш мавжуд бўлган ковак ичига қарасак, ковакнинг тирқишга қарама-қарши деворидан йўналган нурланишдан ташқари ковак деворининг бошқа қисмларидан шу қарама-қарши қисмга тушиб қайтган нурланишни ҳам кўрамиз. Шундай қилиб, ковак қанчалик кўп нурланиш ютса, у шунча кўп миқдорда энергия нурлайди.

Ковак ва абсолют қора жисм нурланиши ўртасида мувозанатни кўрайлик. Бунинг учун T температурага эга қора жисмни деворининг температураси T га тенг бўлган ковак ичига жойлайлик. Агар вақт бирлигида жисмнинг бирлик юзига тушаётган тўлқин узунлигининг бирлик интервалидаги λ тўлқин узунлики нурий энергия Φ_λ га тенг бўлса, абсолют қора жисм таърифига кўра бу энергиянинг ҳаммаси ютилади. Иккинчи томондан, бирлик вақт ичида абсолют қора жисм юзидан тўлқин узунлигининг бирлик интервалидаги нурланиш энергияси E_λ билан Φ_λ орасида мувозанат ҳолат юз бериши керак, акс ҳолда

бир хил температурадаги икки жисм ўртасида энергиянинг эркин узатилиши пайдо бўларди. Тажриба иссиқлик нурланиши воситаси орқалигина абсолют қора жисм билан қобиқ ўртасида нурланишнинг мувозанат ҳолати вужудга келишини кўрсатади. Бундан ташқари, абсолют қора жисм нурланиши билан боғлиқ бўлган катталиқ Φ_λ ни аниқлай олиш мумкинлиги абсолют қора жисмни реал асосга кўтаради.

Жисм билан нурланиш ўртасидаги мувозанатли энергия алмашинув ҳар бир тўлқин узунлик учун алоҳида бажарилиши керак. Ҳақиқатан, бирор тўлқин узунлик учун $E_{\lambda_1} > \Phi_{\lambda_1}$ мумкинлиги бошқа тўлқин узунликда тескари тенгсизликнинг $\Phi_{\lambda_2} \neq E_{\lambda_2}$ мавжудлиги билан компенсация қилиниб, тўлқин узунлигининг тўла соҳаси учун мувозанатни сақлаш мумкин бўлса, λ_1 ва λ_2 тўлқин узунликлари алоҳида фойдаланган ҳолда абадий двигателъ қуриш мумкин бўлади. Демак, жисм билан нурланиш орасида мувозанатли ҳолат ҳар бир тўлқин узунликда энергия алмашинувнинг бир хил содир бўлишини тақозо қилади. Тажрибанинг кўрсатишича, юқоридаги шартни қаноатлантирувчи фақат иссиқлик нурланишигина жисм билан мувозанат ҳолатдан ёпиқ системани ҳосил қилади.

Нурланишнинг бошқа турлари ҳам мавжуд, масалан, ёруғлик, радиотўлқин ва ҳоказо. Нурланиш электромагнит тўлқин табиатига эга бўлиб, унинг турлари бир-биридан тўлқин узунлиги (частотаси) билан фарқ қилади ва ҳар хил йўл билан вужудга келтирилади ва кузатилади. Нурланишнинг ҳамма турлари ягона назария нуқтаи назаридан қаралади.

2-§. Кирхгоф қонуни

Фараз қилайлик, берк қобиқ ичига қоралик даражаси ҳар хил бўлган иккита жисм жойлаштирилган бўлсин. Биз кўрдикки, бундай системада бирор вақт ўтиши билан термодинамика қонунига мувофиқ иссиқлик мувозанати ҳолати вужудга келади, яъни қобиқнинг ва ҳамма жисмларнинг температураси тенглашади. Ёпиқ система учун бу мувозанат ҳолат вақт ўтиши билан ўзгармайди. Мазкур мувозанат ҳолат чиқариш қобилияти катта бўлган ва шунинг учун кўп энергия чиқарувчи жисм кўп энергия

ютиши ва, аксинча, кам энергия чиқарувчи жисм кам энергия ютиши лозимлигини тақозо қилади. Демак, жисмнинг чиқариш қобилияти билан ютиш қобилияти ўртасида аниқ боғланиш мавжуд. Бу боғланишнинг миқдорий ифодасини кўрайлик.

Тажрибада қаралаётган бир неча жисм жойлаштирилган қобиқ бўшлиғидаги нурий энергиянинг вақт бирлигида бирлик юзга тушаётган тўлқин узунлигининг бирлик интервалидаги қисмини аввалгидек Φ_λ га тенг дейлик. Бу энергиянинг бир қисми — $\Phi_{\lambda_{\text{ют}}}$ жисмда ютилади, бир қисми — $\Phi_{\lambda_{\text{қ}}}$ жисмдан қайтади, қолган қисми $\Phi_{\lambda_{\text{ўт}}}$ эса жисмдан ўтиши мумкин, яъни энергиянинг сақланиш қонунига асосан ҳар қандай жисм юзига тушаётган нурланиш қуйидаги йиғинди кўринишида ифодаланади:

$$\Phi_\lambda = \Phi_{\lambda_{\text{ют}}} + \Phi_{\lambda_{\text{қ}}} + \Phi_{\lambda_{\text{ўт}}}. \quad (1.3)$$

Тенгликнинг иккала томонини Φ_λ миқдорга бўламиз:

$$\frac{\Phi_{\lambda_{\text{ют}}}}{\Phi_\lambda} + \frac{\Phi_{\lambda_{\text{қ}}}}{\Phi_\lambda} + \frac{\Phi_{\lambda_{\text{ўт}}}}{\Phi_\lambda} = 1. \quad (1.4)$$

Бу формуладаги биринчи нисбат жисмнинг ютиш қобилиятини характерловчи ўлчамсиз катталиқ — *спектрал ютиш коэффициенти* дейилади:

$$\frac{\Phi_{\lambda_{\text{ют}}}}{\Phi_\lambda} = a_{\lambda_{\text{т}}}. \quad (1.5)$$

Жисмнинг спектрал ютиш қобилияти ($a_{\lambda_{\text{т}}}$) унга тушаётган монохроматик нурий энергия оқимининг қанча қисми ютилишини характерлайди. Бу катталиқ нурланиш тўлқин узунлигига ва жисм температурасига боғлиқ. У (1.5) га биноан бирдан катта бўлиши мумкин эмас. (1.4) тенгликнинг чап қисмидаги иккинчи нисбат тушаётган монохроматик энергия оқимининг қанча қисми жисмдан қайтишини кўрсатувчи ўлчамсиз катталиқни беради. Учинчи нисбат эса тушаётган монохроматик нурланишга нисбатан жисмнинг шаффофлигини характерлайди.

Абсолют қора жисм таърифига кўра унинг ютиш қобилияти (1.5) тенгламага биноан $a_{\lambda_{\text{т}}} = 1$. Биз бундан буён $a_{\lambda_{\text{т}}} < 1$ бўлган жисмларни *кулранг жисмлар* деб атаймиз.

Биз юқорида кўрдикки, бир хил шароитда чиқариш ва ютиш қобилияти ҳар хил жисм учун ҳар хилдир. Термодинамиканинг иккинчи принцигига биноан термодинамик мувозанат шартини қуйидаги Кирхгоф қонунидан иборат. Ҳар қандай жисм учун нурланишнинг монохроматик спектрал зичлигини спектрал ютиш коэффициентига нисбати жисмнинг табиатига ёки унинг хоссасига боғлиқ бўлмасдан ҳамма жисмлар учун бир хилда бўлиб, фақат тўлқин узунлик ва температурага боғлиқ.

Кирхгоф қонунини қуйидагича осон исботласак бўлади. Фараз қилайлик, қобиқнинг девори фақат адиабатик бўлмасдан, кўзгу хусусиятига ҳам эга эллипсоид кўринишда бўлсин. Агар эллипсоид фокусларига икки жисм жойлаштирадик, биринчи жисмдан чиққан нурланиш $E_{1\lambda}$ тўла иккинчисига, иккинчисидан чиққан нурланиш $E_{2\lambda}$ тўла биринчисига етиб келади. Жисмда ютилган нурланиш $\Phi_{\lambda_{\text{ют}}}$ ни ундан чиққан нурланиш E_{λ} га тенглигини ҳисобга олсак, биринчи жисмга келиб тушган нурланиш ундан иккинчисига келаётган, яъни тушаётган нурланишга тенг ва у ўз навбатида иккинчидан биринчига тушаётган нурдир. Демак, иккала жисмга бир хил миқдорда нурланиш тушмоқда, масалан, Φ_{λ} . У ҳолда (1.5) га биноан биринчи жисм нурланиши

$$\Phi_{1\lambda_{\text{ют}}} = E_{1\lambda} = a_{1\lambda T} \cdot \Phi_{\lambda},$$

иккинчи жисм нурланиши

$$\Phi_{2\lambda_{\text{ют}}} = E_{2\lambda} = a_{2\lambda T} \cdot \Phi_{\lambda}$$

билан аниқланади. Бу икки тенгликдан Кирхгоф қонунининг исботи келиб чиқади, яъни

$$\frac{E_{1\lambda}}{a_{1\lambda T}} = \frac{E_{2\lambda}}{a_{2\lambda T}} = \dots \quad (1.6)$$

Демак, жисмларнинг нурланиш, чиқариш ва ютиш қобилиятининг ўзаро нисбати тўлқин узунлик ва температуранинг универсал функциясидир:

$$\frac{E_{\lambda}}{a_{\lambda T}} = f(\lambda, T). \quad (1.7)$$

Бу ифодалар абсолют қора жисмнинг муҳим ролини яна бир марта таъкидлайди. Агар биз абсолют қора жисм нурланишини тўлқин узунлик ва температуранинг функцияси сифатида аниқласак, ҳар қандай жисм учун нурланиш қонунини аниқ бўлади. Чунки (1.7) формулага биноан абсолют қора жисмнинг нурланиш (чиқариш) қобилияти Кирхгофнинг универсал функциясига тенг. Бу ҳол ҳар қандай кулранг жисм учун, агар унинг нурланиш ютиш қобилиятини тўлқин узунлик ва температурага боғланиши аниқ бўлса, нурланиш қобилиятини ва, аксинча, нурланиш қобилияти аниқ бўлган ҳолда нурланиш ютиш қобилиятини аниқлашга имкон беради. Агар абсолют қора жисм спектрал монохроматик нурланиш (энергия чиқариш) қобилиятини $E_{\lambda T}^{\circ}$ орқали белгиласак, уни Кирхгофнинг универсал функцияси $f(\lambda, T)$ га тенглигини ҳисобга олган ҳолда ҳар қандай жисм учун Кирхгоф нурланиш қонунини қуйидагича ёзишимиз мумкин:

$$E_{\lambda} = a_{\lambda T} \cdot E_{\lambda T}^{\circ}. \quad (1.8)$$

Юқоридаги биз кўрган мулоҳазалар XIX аср охирларида абсолют қора жисм нурланиши проблемасига нисбатан катта қизиқиш уйғотган эди. Лекин энг қизиқарли натижаларнинг кўп қисми реал жисмлар нурланишининг спектрал тақсимланишини кузатиш борасида олинган маълумотларга асосланган эмпирик хулосалар характерига эга эди.

Шулар жумласидан 1879 йилда Й. Стефан томонидан олинган ягона эмпирик натижагина шу кунгача ўз қийматини йўқотмади.

3- §. Иссиқлик нурланишининг классик назарияси

Жисмнинг тўла нурланиш энергияси, албатта, температурага боғлиқ. Берилган температурада у (1.2) формулага кўра жисмнинг спектрал чиқариш қобилияти E_{λ} орқали аниқланади. Демак, асосий масала берилган температурада монохроматик спектрал нурланиш энергияси E_{λ} нинг ҳар хил тўлқин узунликлар бўйича тақсимланиш

қонунини аниқлашдан иборат. Абсолют қора жисм учун эса асосий масала берилган температурада Қирхгоф функцияси $f(\lambda, T)$ нинг тўлқин узунлик ёки нурланиш частотаси билан боғланишини аниқлашдир.

Эксперимент техникаси устида тўхталиб ўтирмасдан олинган натижаларни анализ қилсак, қуйидаги умумий хулосаларга келамиз:

1. Нурланиш интенсивлиги E_λ берилган температурада тўлқин узунлиги қийматлари — абсцисса бўйича аввал тез ўсувчи, λ нинг маълум қийматидан сўнг секин камаювчи ва максимум қийматига нисбатан асимметрик эгри чизиқ кўринишида бўлади.

2. Жисм температурасининг ошишида спектрал интенсивликнинг ҳамма қийматларининг тез ўсиши кузатилади. Юқори температурага тўғри келадиган нурланиш эгри чизиғи паст температурадагига нисбатан юқори жойлашади.

3. Нурланиш спектрал зичлигининг тўлқин узунлик бўйича тақсимоти ҳар хил температура учун турлича. Лекин ҳар қандай температурада ҳам асимметрик эгри чизиқнинг умумий кўриниши газ молекулаларининг тезлик бўйича тақсимотига ўхшаш характерга эга.

4. Қоралик даражаси ҳар хил бўлган реал жисмлар учун, берилган температурада нурланиш спектрал зичлигининг тақсимот эгри чизиғи ҳар хил бўлишига қарамасдан, бир хил характерга эга ва тахминан тўлқин узунликнинг бир қийматида максимумга эришади. Умуман, бир температурада кўп миқдорда ҳар хил жисмларнинг нурланишини ўрганиш билан ҳар хил эгри чизиқларни оламиз. Лекин уларнинг ҳеч бири худди шу температурадаги абсолют қора жисм нурланиш интенсивлиги эгри чизиғидан юқори бўла олмайди.

Экспериментлар натижаси нурланиш эгри чизиғи характерининг нурланувчи жисм табиатига боғлиқ эмаслигини кўрсатади.

Стефан — Больцман қонуни. Бирлик вақт ичида бирлик юздан нурланган тўла энергия нурланиш эгри чизиғи билан чегараланган юзга пропорционал бўлади ва қиймати (1.2) формула орқали аниқланади. Эмпирик йўл билан Й. Стефан 1879 йилда ҳар қандай жисм учун тўла энергия, яъни энергетик ёритувчанлик E_Σ , иссиқлик нурланувчи

жисм абсолют температураси T нинг тўртинчи даражасига пропорционал эканлигини топди:

$$E_s = \int_0^{\infty} E_\lambda d\lambda = \sigma T^4, \quad (1.9)$$

бу ерда σ — ўзгармас катталиқ. Людвиг Больцман 1884 й бу боғланишни назарий йўл билан абсолют қора жисм учун ҳосил қилади. Кейинчалик, абсолют қора жисм энергетик ёритувчанлигининг абсолют температуранинг тўртинчи даражасига боғлиқлигини кўрсатувчи (1.9) ифода *Стефан — Больцман қонуни* деб ном олди ва ўзгармас катталиқ σ — *Стефан — Больцман доимийси* деб аталди:

$$\sigma = 5,7 \cdot 10^{-8} \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{град}^4. \quad (1.10)$$

1893 йилда Вильгельм Вин иккита муҳим қонуниятни баён қилди. Фараз қилайлик, юқорида биз келтирган қобиқнинг ички ҳажмини, масалан, унга адиабатик ўрнатилган поршенни силжитиш йўли билан кичрайтириш мумкин бўлсин. У ҳолда В. Вин таъбири билан айтганда, қобиқнинг бирлик ҳажмига тўғри келадиган нурланиш энергияси фақат энергияни кичик ҳажмга тўпланиши ҳисобигагина ортмасдан, балки нурланишнинг поршенга кўрсатган босими туфайли нурланишни сиқувчи поршеннинг ҳаракатида шу босимни енгиш учун иш бажарилиши ҳисобига ҳам ортади. Энергия зичлигининг бу икки сабабга кўра ортиши термодинамиканинг иккинчи қонунига биноан юз беради ва улар ўртасидаги нисбат тўла энергия зичлиги учун ҳам, тўлқин узунлиқнинг чексиз кичик интервалидаги энергия зичлиги учун ҳам бир хил.

Лекин, иккинчи томондан, Допплер эффекти туфайли поршеннинг ҳаракати натижасида ундан қайтган нурланишнинг тўлқин узунлигида ўзгариши содир бўлади. Демак, қобиқда температура ортиши энергия зичлигининг тўлқин узунлиқ бўйича тақсимоти ўзгариши билан юз беради. Бу мулоҳазалардан икки хил хулоса чиқади. Биринчидан, агар тўлқин узунлиқнинг функцияси бўлган икки хил физикавий катталиқ қийматларини икки хил температурада таққослаш лозим бўлса, бу қийматларни бир тўлқин узунлиқда олиш нотўғри бўлади. Бошқача айтганда, агар абсолют температура T да ва тўлқин узунлиқ λ да аниқланган физикавий катталиқни T' темпера-

турада аниқланган бошқа катталиқ билан таққослаш лозим бўлса, бу катталиқнинг $\lambda'T' = \lambda T$ шартни қаноатлантирган λ' тўлқин узунлиқдаги қийматини олиш керак.

Иккинчидан, абсолют қора жисмнинг бу тўлқин узунлиқларга тўғри келувчи спектрал зичлиги— $E_{\lambda, T}^{\circ}$ температура бўйича қуйидагича ўзгариши керак:

$$\frac{E_{\lambda, T}^{\circ}}{E_{\lambda', T'}^{\circ}} = \frac{T^5}{T'^5} \quad (1.11)$$

Чунончи, агар $E_{\lambda, T}^{\circ}$ температура ўзгармас бўлганда, тўлқин узунлиқнинг λ_m қийматида максимум $E_{\lambda_m}^{\circ}$ га эришса, температуранинг бошқа қийматлари учун қуйидаги муносабатлар ўринли бўлади:

$$E_{\lambda_m}^{\circ} \cdot T^{-5} = \text{const}, \quad (1.12)$$

$$\lambda_m T = \text{const}. \quad (1.13)$$

Бу икки муносабат биргаликда умумий ҳолда $E_{\lambda, T}^{\circ}$ учун қуйидаги ифодани беради:

$$E_{\lambda, T}^{\circ} = \lambda^{-5} F(\lambda, T) = T^5 \varphi(\lambda, T) \quad (1.12a)$$

Юқоридаги мулоҳазалар $F(\lambda, T)$ ва $\varphi(\lambda, T)$ функцияларни ошкор кўринишда аниқлашга олиб келмаса ҳам, лекин уларнинг λ ва T лар кўпайтмасининг функцияси эканлигини беради. (1.13) муносабат *Виннинг силжии қонуни* деб юритилади. Доимийнинг қийматини, табиийки, $E_{\lambda, T}^{\circ}$ (ёки F ва φ) функцияни ошкор кўринишини билмасдан туриб аниқлаш мумкин эмас. Бу $\varphi(\lambda, T)$ ёки $F(\lambda, T)$ функцияни аниқлаш учун термодинамикадан фойдаланиб бўлмайди. Бунинг учун аниқ модель зарур, чунки термодинамикадан маълумки, нурланиш қонунининг кўриниши нурланиш механизмининг аниқ бир турига боғлиқ эмас.

Релей — Жинс формуласи. Классик статистика физикасининг энергиянинг тенг тақсимланиши теоремасига биноан электромагнит нурланишнинг ҳар бир эркинлик даражаси ўртача kT энергияга эга бўлади (k — Больцман доимийси). У ҳолда адиабатик ёпиқ қобиқ ичидаги нурланиш энергиясининг тўла қийматини аниқлаш шу ҳажмдаги электромагнит майдон эркинлик даражасининг тўла сонини аниқлаш масаласига ўтади.

Бунинг учун Релей ва Жинс ковакдаги мувозанатли электромагнит нурланишни турғун тўлқинлар системасидан иборат деб ҳисобладилар. Турғун тўлқиннинг пайдо бўлиши учун бўшлиқ томонларини координата системасининг Ox ўқи бўйича l_x га, Oy ўқи бўйича l_y га, Oz ўқи бўйича l_z га тенг бўлган тўғри бурчакли параллелепипед шаклида деб қараймиз. У ҳолда Ox ўқи бўйлаб турғун тўлқин пайдо бўлиш шarti қуйидагича ифодаланади:

$$l_x = m_x \cdot \frac{\lambda}{2} \quad (m_x = 0, 1, 2, \dots). \quad (1.14)$$

Oy ва Oz ўқлари бўйлаб пайдо бўлувчи турғун тўлқинлар учун ҳам (1.14) каби шартлар бажарилиши лозим.

Томонлари l_x, l_y, l_z бўлган тўғри бурчакли қобикдаги j -турғун тўлқин узунлигининг мумкин бўлган қиймати қуйидаги формула билан аниқланади:

$$\lambda_j = 2\pi \left[\left(\frac{m_x}{l_x} \right)^2 + \left(\frac{m_y}{l_y} \right)^2 + \left(\frac{m_z}{l_z} \right)^2 \right]^{-1/2}, \quad (1.15)$$

m_x, m_y, m_z — ихтиёрий бутун сонлар.

j -турғун тўлқиннинг λ ва $\lambda + d\lambda$ интервалида тўлқин узунлигининг λ_j қиймати учун мумкин бўлган эркинлик даражаси сони эса

$$d_j = \frac{8\pi^2 V}{\lambda^4} d\lambda \quad (V = l_x l_y l_z \text{ — ковак ҳажми}). \quad (1.16)$$

Энди ҳар бир эркинлик даражасига ўртача kT энергия тўғри келишини ҳисобга олсак, V ҳажмда λ ва $\lambda + d\lambda$ интервалдаги тўла энергия $(kT) \cdot d_j$ га тенг. λ ва $\lambda + d\lambda$ интервалдаги нурланиш энергиясининг зичлиги эса қуйидаги Релей — Жинс формуласи билан аниқланади:

$$E_{\lambda T}^0 d\lambda = \frac{c}{4} \cdot \frac{kT}{V} d_j = \frac{2\pi^2 c kT}{\lambda^4} d\lambda$$

ёки

$$E_{\lambda T}^0 = \frac{2\pi^2 c}{\lambda^4} kT. \quad (1.17)$$

Нурланишни λ тўлқин узунлиги билан бир қаторда частота ω орқали ҳам характерлаш мумкин. $d\lambda$ тўлқин узун-

лик интервалига спектрнинг $d\omega$ қисми мос келади. Айнан бир соҳани характерловчи $d\lambda$ ва $d\omega$ лар ўзаро

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{2\pi c}{\omega} \quad (1.18)$$

формуладан келиб чиқувчи қуйидагича муносабатда боғланган:

$$|\lambda| \left| \frac{c}{\nu^2} d\nu \right| = \frac{2\pi c}{\omega^2} d\omega. \quad (1.19)$$

Одатда, формулаларда $d\lambda$ ёки $d\omega$ катталикларнинг фақат абсолют қийматларигина қатнашади. Бу муносабатлар ёрдамида Релей — Жинс формуласининг частота орқали ифодаси қуйидагича ёзилади:

$$E_{\lambda T}^{\circ} = \frac{kT}{4\pi^2 c^2} \omega^2. \quad (1.20)$$

Релей — Жинс формуласи ҳар қандай ҳол учун ўринли бўлган ва термодинамикадан тўғридан-тўғри келтириб чиқарилган Виннинг силжиш қонунига мувофиқдир.

Ультрабинафша ҳалокат. Нурланишнинг узун тўлқинлар соҳасида, яъни ν нинг кичик қийматларида ҳам нурланишнинг Релей — Жинс қонуни шу соҳада частота квадратига пропорционал ўсувчи нурланиш интенсивлиги тақсимотининг экспериментал эгри чизиғи билан яхши мос келади. Экспериментдан биламизки, нурланиш интенсивлиги маълум бир частотада максимумга эришиб, сўнггра яна пасаяди. Аммо, бу ҳолни Релей — Жинс формуласи акс эттира олмайди, чунки юқорида келтирилган формулада ҳеч қандай максимум кўринмайди. Аксинча, Релей — Жинс формуласига биноан нурланишнинг спектрал интенсивлиги юқори частоталар чегарасида (яъни қисқа тўлқинлар соҳасида) ҳам частотанинг квадрати кўринишида ўсиши керак. Нурланишнинг тўла энергияси учун ҳам худди шу ҳол ўринли, яъни

$$E_{\nu} = \int_0^{\infty} E_{\lambda} d\lambda = \int_0^{\infty} E_{\nu} d\nu = \infty \quad (1.21)$$

тегишли интеграллар узоқлашади. Бу ҳол физика тарихида «ультрабинафша ҳалокат» номи билан маълум. Релей — Жинс формуласининг тажрибага мос келмаслиги, «ультрабинафша ҳалокат» га олиб келиши классик электро-

динамика, статистик физика доирасига тўғри келмайдиган қандайдир бошқа тасаввур ва қонуниятларнинг мавжудлигидан дарак беради.

Биз юқорида қўшимча ғоя жалб қилмасдан фақат классик назария асосида келтириб чиқариш мумкин бўлган муносабатларни кўриб чиқдик. Ҳақиқатан, Вин ўзининг 1896 йилда эълон қилган илмий мақоласида нурланиш энергиясининг частота бўйича тақсимотини газ молекулаларининг тезлик бўйича Максвелл тақсимотига ўхшаш деб анча илгари қадам қўйди:

$$E_{\lambda, T}^{\circ} = A \lambda^{-5} e^{-B/\lambda T}. \quad (1.22)$$

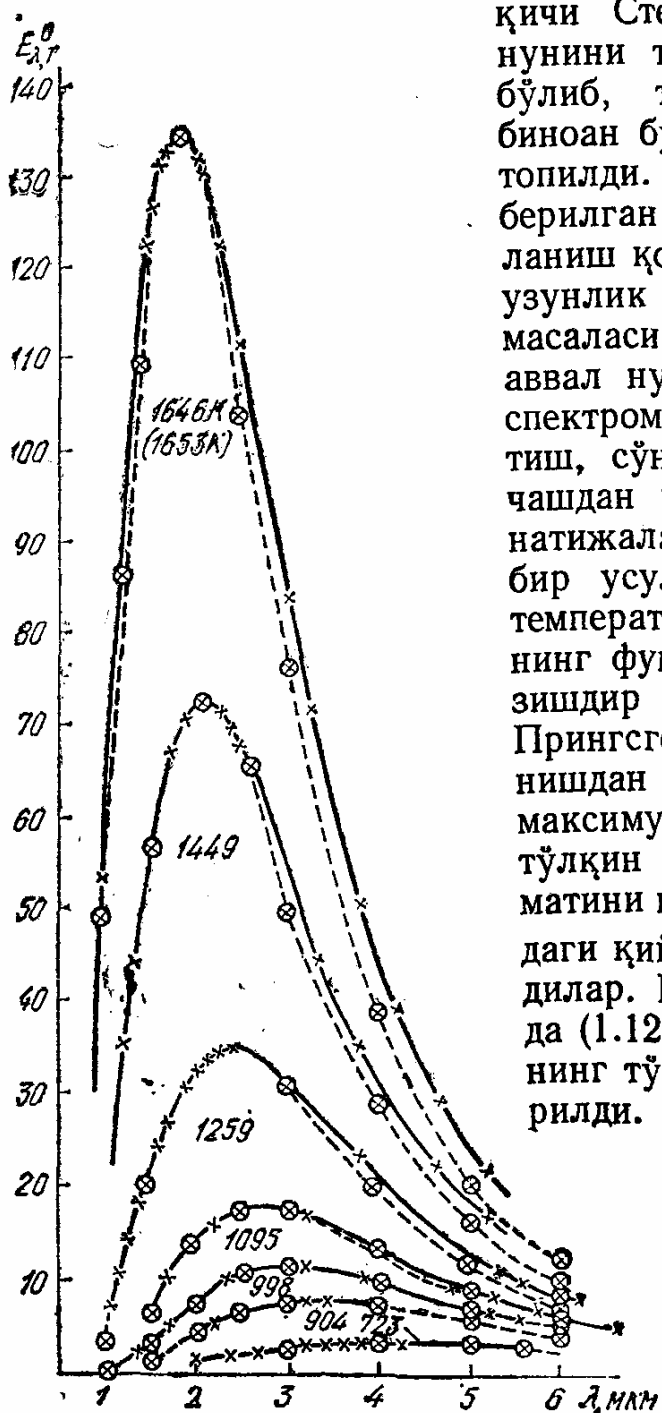
Бу ерда A , B — доимийлар. Вин формуласига биноан частота бўйича энергия тақсимоти эгри чизигида максимум соҳа мавжуд. Бироқ Вин тақсимоти формуласи тажрибада тасдиқланмади. У абсолют қора жисм спектрида энергия тақсимоти эгри чизигининг фақат қисқа тўлқин қисминигина ифодалай олар экан.

1 4- §. Люммер — Прингсгейм тажрибаси

Шундай қилиб, икки аср чегарасида классик физикада иссиқлик нурланиши назариясига оид вазият янги ғоя талаб қилар эди. Шундай бир вазият ҳукм суриб турганда ҳал қилувчи тажриба Люммер ва Прингсгейм томонидан ўтказилди. Улар ўзларининг тажриба методикасини асослаш учун ковак нурланиши билан абсолют қора жисм нурланиши ўртасидаги эквивалентликдан қуйидагича фойдаландилар. Ковак деворида кичкина тешик мавжуд деб фараз қилайлик. Тешик юзи ковак деворлари сиртининг умумий юзидан етарлича кичик бўлсин. У ҳолда, ташқаридан шу тешикка тушаётган ҳар қандай нурланиш деярли тўла ковак ичига ўтади. Шундай қилиб, тешик ковак хусусиятини абсолют қора жисм хусусиятига жуда яқинлаштиради (абсолют қора жисмга тушган нурланиш бутунлай ютилиши керак). Тешик орқали ташқарига чиққан нурланиш эса биз юқорида абсолют қора жисм нурланишига эквивалентлигини исботлаган ковак нурланиши

билан айнандир. Демак, ковак тешигидан чиққан нурланишнинг хоссаларини текшириш абсолют қора жисм нурланиши ҳақида маълумот беради.

Изланишнинг биринчи босқичи Стефан — Больцман қонунини текширишдан иборат бўлиб, тажриба натижасига биноан бу қонун тўғри деб топилди. Иккинчи босқичда берилган температурада нурланиш қобилиятининг тўлқин узунлик бўйича ўзгариши масаласи қўйилди. Масала, аввал нурланишни призмали спектрометр ёрдамида ажратиш, сўнгра қувватини ўлчашдан иборат эди. Тажриба натижаларини тасвирлашнинг бир усули, албатта, ҳар хил температураларда $E_{\lambda, T}^{\circ}$ ни λ нинг функцияси сифатида чиқишдир (1-расм). Люммер ва Прингсгейм мазкур боғланишдан спектрал зичлик $E_{\lambda, T}^{\circ}$ максимумига тўғри келган тўлқин узунлигининг λ_m қийматини ва $E_{\lambda, T}^{\circ}$ нинг максимумдаги қиймати $E_{\lambda_m}^{\circ}$ ни аниқладилар. Бу қийматлар ёрдамида (1.12) ва (1.13) ифодаларнинг тўғрилиги текшириб кўрилди.



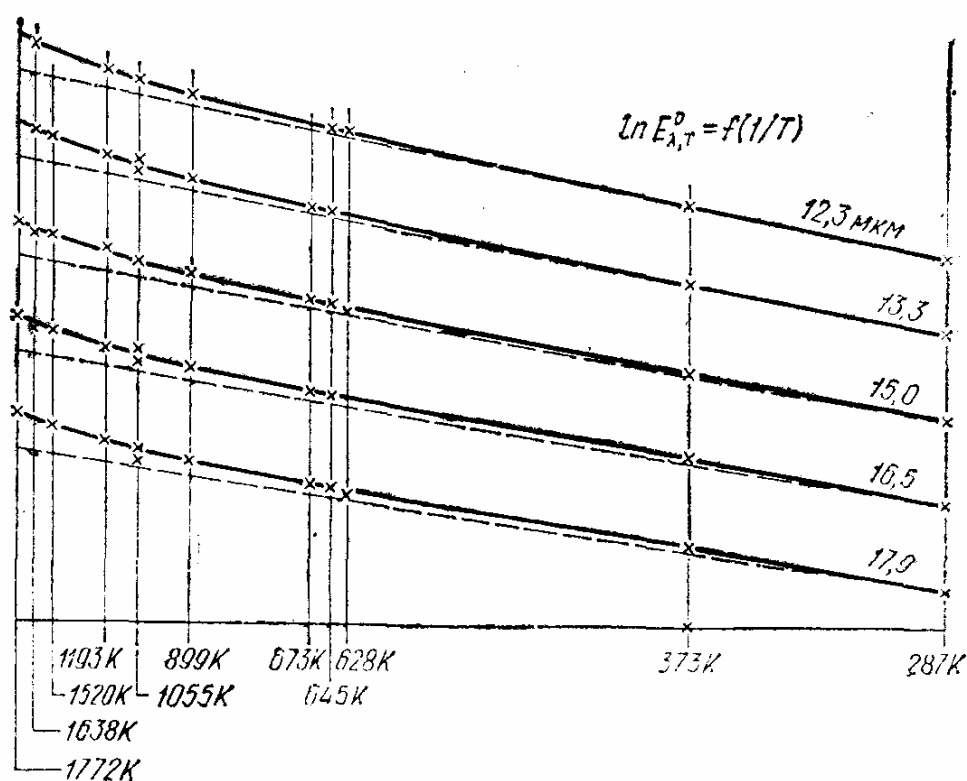
ган узлуксиз чизиқлар) тажрибасидан олинган. Доирачалардаги крестлардан ўтказилган узлукли чизиқлар (1.22) дан келиб чиқади.

1-расм. Абсолют қора жисм нурланиш интенсивлигининг тўлқин узунлик бўйича ҳар хил температурада тақсимланиши. Эгри чизиқлар Люммер ва Прингсгейм (крестлардан ўтказил-

Нурланиш энергиясининг частота бўйича тақсимотини тажриба натижалари билан таққослаш учун Люммер ва Прингсгейм ўз натижаларини Виннинг (1.22) формуласи билан солиштирди. Бунинг учун улар (1.22) формулани қуйидаги кўринишга келтирадилар:

$$\lg E_{\lambda, T}^{\circ} = \lg (A \cdot \lambda^{-5}) - \frac{B}{\lambda} (\lg e) \frac{1}{T}. \quad (1.23)$$

Агар $y = \lg E_{\lambda, T}^{\circ}$, $a = \lg (A \cdot \lambda^5)$, $b = -\frac{B}{\lambda} \lg e$ ва $x = \frac{1}{T}$ деб алмаштирсак, (1.23) ифода $y = a + bx$ кўринишга келади. Демак, Вин формуласига биноан, берилган λ да $\lg E_{\lambda, T}^{\circ}$ нинг $1/T$ га боғлиқлик графиги, яъни изохромата деб аталувчи чизиқ қиялик (тангенс) бурчаги b га пропорционал тўғри чизиқдан иборатдир. Изохроматанинг $\lg E_{\lambda, T}^{\circ}$ ўқ билан кесишган кесмаси берилган λ учун a нинг қийматини кўрсатади. Вин формуласининг келтириб чиқарилишида асос бўлган мулоҳазаларга кўра B коэффициент универсал дои-



2- расм. Изохроматалар тўплами.

мий, A коэффициент эса фақат ҳар бир эксперимент учун ўзгармас бўлиши керак.

Люммер ва Прингсгейм ўз тажрибаларининг аниқлигини ошириш йўли билан (1.22), яъни (1.23) ифодаларнинг нотўғрилигини изохроматаларнинг эгриликка эга эканлигини аниқладилар. Тажриба натижалари 2-расмда тасвирланган.

5-§. Планк формуласи

Планк тажриба натижаларига асосланиб (1.22) формулани ўзгартиришга ҳаракат қилди. Абсолют қора жисм учун тегишли тақсимот қонунининг абсолют характерга эгаллигини, яъни нурланиш ковак деворларига боғлиқ эмаслигини Планк ўз изланишида ковак деворларини гармоник осцилляторлар сифатида тасвирлаш билан қўлади. Планк олдида турган масала гармоник осцилляторлар ансамбли учун термодинамик катталиқ — энтропияни ҳисоблаш эди, чунки биринчи томондан, биз юқорида кўрганимиздек, ковак ичида мувозанат ҳолат ковакни абсолют қора жисм нурланиши билан тўлдирилганида юз беради. Иккинчи томондан эса, системанинг мувозанат ҳолатида энтропия максимал қийматга эришади.

1877 йил Больцман кўрсатганидек, бирор ҳолат энтропияси шу ҳолатнинг вужудга кела олиш эҳтимоллиги ўлчовидир. Иккинчи томондан эса, худди шу эҳтимолликни, осцилляторлараро энергия тақсимотининг мумкин бўлган усулларини тенг эҳтимолли деб фараз қилиб, тақсимланиш усуллари сонини санаш билан аниқласа бўлади. Аммо бу хил санаш энергияни ихтиёрий узлуксиз қийматлар эмас, балки фақат узлукли, дискрет ва, демак, бирор асосий энергия бирлиги \mathcal{E} га, яъни квантига каррали қийматлар қабул қилади деб ҳисоблаганимиздагина мумкин. Планк, шунинг учун, осциллятор энергиясини асосий энергия бирлиги \mathcal{E} га пропорционал ва асосий энергия бирлиги эса осциллятор частотасига пропорционал $\mathcal{E} = h\nu$ деб қабул қилди. 1900 йилда Планк юқоридаги тажриба натижаларини ҳисобга олган ҳолда ва келтирилган мулоҳазалар асосида нурланишнинг қуйидаги формуласини Немис физика жамиятида эълон қилади:

$$E_{\lambda, T}^{\circ} = \frac{8\pi hc^2}{\lambda^5 (e^{hc/\lambda kT} - 1)}, \quad (1.24)$$

h — Планк доимийси, k — Больцман доимийси, c — ёруғлик тезлиги.

Бу ифода эксперимент натижаларини жуда яхши тавсифлайди. Иккинчи томондан, тўлқин узунлигининг ёки температуранинг кичик қийматларида, яъни $h\nu/kT \gg 1$ да (1.24) ифоданинг махражидаги экспонента бирдан каттадир. Бу ҳолда махраждаги бирни ҳисобга олмасак, кичик тўлқинларда нурланишнинг тақрибий қонуни — Виннинг (1.22) формуласига келамиз.

Тўлқин узунлиги λ нинг ёки температура T нинг катта қийматларида, яъни $h\nu/kT \ll 1$, экспонентани $h\nu/kT$ нинг даражалари бўйича қаторга ёйиш мумкин. Қаторнинг биринчи ҳади Релей — Жинс қонуни (1.20) ни беради.

Абсолют қора жисм учун энергетик ёритувчанликни ҳисобласак, Стефан — Больцман қонунини ҳосил қиламиз:

$$E_{\circ} = \int_0^{\infty} E_{\lambda, T}^{\circ} d\lambda = \sigma T^4. \quad (1.25)$$

Ниҳоят, Планк формуласидан Виннинг силжиш қонунини келтириб чиқарамиз. (1.24) функциянинг максимумини қидирайлик. Бунинг учун (1.24) функцияни λ га нисбатан биринчи ҳосиласини нолга тенглаймиз.

$$\frac{dE_{\lambda, T}^{\circ}}{d\lambda} = 8\pi c^2 h \frac{(hc/\lambda kT) e^{hc/\lambda kT} - 5(e^{hc/\lambda kT} - 1)}{\lambda^6 (e^{hc/\lambda kT} - 1)^2} = 0. \quad (1.26)$$

Бу тенглама суратидаги ифодани нолга айлантирувчи $\lambda = \lambda_m$ қийматда функция $E_{\lambda, T}^{\circ}$ ўз максимумига эришади. $\lambda = \lambda_m$ қиймат қуйидаги трансцендент тенгламанинг ечимидир:

$$x \cdot e^x - 5(e^x - 1) = 0.$$

Трансцендент тенгламани ечсак, $x = 4,965$, демак, $hc/\lambda_m kT = 4,965$, бундан

$$\lambda_m T = \frac{hc}{4,965 \cdot k} = \text{const}. \quad (1.27)$$

(1.26) тенгламани қаноатлантирувчи $\lambda = 0$ ва $\lambda = \infty$ ечимлар $E_{\lambda, T}^{\circ}$ функциянинг минимумларини беради.

Демак, Планк формуласи мувозанатли иссиқлик нурланишининг тугалланган тафсилотини беради.

Шундай қилиб, квант назариясининг вужудга келиши классик назарияга ғоят зид, бегона бўлган, мутлақо янги тушунча киритишни тақозо қилувчи эксперимент натижаси билан боғлиқ. Демак, баъзи системаларда энергия ихтиёрий узлуксиз қиймат қабул қилолмайди, бундай системалар коинотнинг қолган қисми билан дискрет миқдорли энергия, яъни квантлар билан энергия алмашади.

Планкнинг квантлар ҳақидаги янги ғояси битта эксперимент натижаларини тушунтириш билан боғлиқ бўлганда, албатта, у ўзида унчалик қизиқиш уйғотмаган бўлар эди. Квантлар ғояси даставвал бир эксперимент натижаларини тушунтиришда ягона тўғри йўл кўрсатиб ҳаммани қойил қилган бўлса, кейинчалик эса бу ғоя асосида янги ғояларнинг туғилиши одат тусига кириб қолди.

6-§. Планк доимийсини оптикавий пирометрия йўли билан аниқлаш

Вин қонунини ифодаловчи $\omega \sim T$ боғланиш кундалик тажрибадан маълум. Уй температурасида жисмларнинг нурланиши оддий кўз билан сезиб бўлмайдиган инфрақизил соҳада юз беради. Биз бу нурланишни қиздирилган жисмлардан келувчи иссиқлик сифатида сезамиз. Жисм температурасининг кўтарилишида кўзга кўринувчи даставвал тўқ қизил, сўнгра, оч қизил, ниҳоят, сарғиш ва ҳатто, оқ нурланиш ҳосил бўлади. Бу ҳолни математик тарзда Виннинг (1.13) қонуни тавсифлайди. Температуранинг қиздирилган жисм рангига боғлиқлиги фанда ҳам қўлланилади. Чунончи, шу йўл билан Қуёш фотосферасининг температураси аниқланган. Жисм нурланишини текшириш йўли билан унинг температураси аниқланади. Юқори температурани аниқлашда айтилган мулоҳазаларга асосланган оптикавий методлар кенг қўлланилади. Жисмнинг иссиқлик нурланишини ўлчаш йўли билан температурасини аниқловчи асбобга *оптикавий пирометр* дейилади. Оптикавий методлар ёрдамида температурани аниқлаш йўллари урганувчи амалий физика соҳасига *оптикавий пирометрия* дейилади.

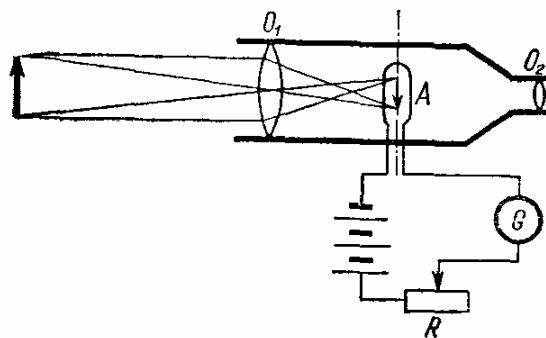
Оптикавий пирометрия методида кузатилаётган жисм нурланишининг бирор характеристикаси билан абсолют ҳора жисм нурланишининг худди шундай характери-

каси солиштирилади. Одатда, нурланиш характеристикаларини таққослаш нурланишларнинг интеграл ёки спектрал интенсивлигининг тенглигига ёки спектрал таркибининг айнанлигига асосланади. Уч хил таққослашга мос равишда жисмнинг нурланиш қобилияти ва термодинамик температуранинг функционали бўлган уч хил: энергетик (радиацион) $T_{эн}$, рангли $T_{ранг}$, равшанлик (қора) $T_{равш}$ температураларини фарқ қиладилар.

Энергетик ёки радиацион температура деб, ёритувчанлиги кузатилаётган жисм энергетик интеграл ёритувчанлигига тенг абсолют қора жисм температураси тушунилади. Берилган икки тўлқин узунлик учун энергетик спектрал равшанликлар нисбати абсолют қора жисмнинг худди шу тўлқин узунликлардаги энергетик спектрал равшанликлари нисбатига тенг бўлганда абсолют қора жисм температураси рангли температура деб юритилади. Ниҳоят, равшанлик температураси деб кузатилаётган нурланиш спектрал энергетик равшанлигига шу тўлқин узунликда спектрал энергетик равшанлиги тенг абсолют қора жисм температураси тушунилади.

Биз равшанлик температурасини ўлчайдиган оптикавий пирометрни кўрамиз. Равшанлик пирометрининг принцинал схемаси 3-расмда берилган. Қиздирилган жисмнинг температурасини ўлчаш толаси ғойиб бўлувчи оптикавий, яъни равшанлик пирометрида бажарилади. Бунинг учун кузатилаётган жисмнинг объективдаги тасвирини объектив фокусига жойлашган ва қиздирилган тола билан солиштирилади. Шу методни батафсилроқ кўрайлик.

Маълум температурага ча қиздирилган қора жисмнинг объективдаги тасвирига лампа толаси A жойлашган бўлсин. Жисм ва тола кузатиладиган окуляр O_2 олдида ҳамма спектрдан маълум тўлқин узунликка ($\lambda = 0,66$ мк) эга нурланишни ажратиб берувчи фильтр жойлаштирамиз. Тола кўздан ғо-



3- расм. Равшанлик пирометри:

A — ток билан чўллангириладиган тола;
 O_1 — объектив; O_2 — окуляр; G — реостат
орқали уланган гальванометр.

йиб бўлгунча лампа толасининг электр токини реостат ёрдамида ўзгартирамиз. Берилган ёруғлик тўлқин узунлигида қиздирилган жисм тасвири фонда толанинг кўздан ғойиб бўлиши тола ва жисм равшанлиги тенглашганда юз беради. Толадаги ток қийматини билган ҳолда тажрибани қора жисмнинг ҳар хил температуралари учун ўтказилади ва ҳар гал ток ва температура қийматларини солиштириб улар ўртасидаги мослик аниқланади. Энди лампа толасини термометр сифатида қўллаш мумкин. Масалан, бирор кулранг жисм температурасини аниқлаш учун унинг нурланиш фонда толанинг кўздан ғойиб бўлиш токига тўғри келадиган абсолют қора жисм температурасини аниқлаш керак.

Биз маълум тўлқин узунликда абсолют қора жисм равшанлигига тенг равшанликка эга кулранг жисм температурасини аниқладик. Лекин у кулранг жисмнинг ҳақиқий температурасига тенг бўлмайди. У фақат жисм нурланиши равшанлигининг температурасини беради. Равшанлик температураси ҳар доим ҳақиқий температурадан паст бўлади, чунки берилган бир хил температурада ҳар қандай кулранг жисм абсолют қора жисмга нисбатан кам нурланиш чиқаради. Демак, абсолют қора жисм билан бир хил равшанликка эришган кулранг жисмнинг ҳақиқий термодинамик температураси абсолют қора жисм температурасидан юқори.

Абсолют қора жисм ва кулранг жисм равшанликларини мос равишда $R^{\circ}(\lambda, T)$ ва $R(\lambda, T)$ орқали белгиласак, абсолют қора жисм равшанлиги температураси унинг ҳақиқий температурасини кўрсатишини ҳисобга олиб қуйидаги муносабатни ёзишимиз мумкин:

$$R^{\circ}(\lambda, T_{\text{равш.}}) = R(\lambda, T). \quad (1.28)$$

Ҳар бир спектрал ташкил этувчи нурланиш учун

$$E_{\lambda, T} = \pi R(\lambda, T) \quad (1.29)$$

ва $E_{\lambda T}$ учун эса (1.7) формулани эсласак, қуйидаги муносабатга келамиз:

$$R(\lambda, T) = \frac{1}{\pi} a_{\lambda, T} f(\lambda, T). \quad (1.30)$$

Абсолют қора жисм учун $a_{\lambda, T} = 1$ эканлигини ҳисобга олиб (1.28) тенгликнинг ҳар икки томонига равшанликнинг (1.30) ифодасини қўямиз ва нурланувчи жисмнинг ҳақиқий температурадаги ютиш қобилияти учун қуйидаги ифодага келамиз:

$$a_{\lambda, T} = \frac{f(\lambda, T_{\text{равш.}})}{f(\lambda, T)}. \quad (1.31)$$

Абсолют қора жисмнинг спектрал монохроматик нурланиш энергияси чиқариш қобилияти $E_{\lambda, T}$ учун (1.24) ифодани ва $E_{\lambda, T}^{\circ}$ ни Кирхгофнинг универсал функцияси $f(\lambda, T)$ га тенглигини эсласак, (1.31) учун аниқ ифодага келамиз:

$$a_{\lambda, T} = \frac{e^{hc/\lambda kT} - 1}{e^{hc/\lambda kT_{\text{равш.}}} - 1}. \quad (1.32)$$

$\lambda = 0,66$ мк, $T \sim T_{\text{равш.}} \sim 3000^{\circ}$ К деб қарасак, экспонента даражаси тахминан 7 га тенг бўлади, яъни $e^x \gg 1$. Шунинг учун (1.32) ифоданинг сурат ва махражидаги бирни ташлаб юборсак,

$$a_{\lambda, T} = e^{(hc/\lambda k)(1/T - 1/T_{\text{равш.}})} \quad (1.33)$$

бўлади (1.33) дан бизни қизиқтираётган температура учун қуйидаги ифодани ҳосил қиламиз:

$$T = \frac{T_{\text{равш.}}}{\lambda + (\lambda k/hc) \ln a_{\lambda, T} \cdot T_{\text{равш.}}}. \quad (1.34)$$

$T_{\text{равш.}}$ температуранинг ҳақиқий термодинамик температура T га яқинлигини назарда тутиб T нинг биринчи тартибли тузатиш ҳадини ҳисоблаймиз:

$$\Delta T = -\frac{\lambda k}{hc} \ln a_{\lambda, T} \cdot T_{\text{равш.}}^2 = -\frac{\lambda T_{\text{равш.}}^2}{9568} \lg a_{\lambda, T}. \quad (1.35)$$

у ҳолда

$$T = T_{\text{равш.}} + \Delta T. \quad (1.36)$$

Стефан — Больцман қонунига биноан температураси T га тенг абсолют қора жисмнинг бирлик юзидан температураси T_m га тенг абсолют қора муҳитга ўтган иссиқлик миқдори

$$W = \sigma (T^4 - T_m^4) \quad (1.37a)$$

бўлади, бунда σ — Стефан—Больцман доимийси.

Кулранг жисмлар нурланишининг тақсимот характери абсолют қора жисм спектрига ўхшашдир. Шунинг учун кулранг жисмлар учун ҳам

$$W = \sigma [\alpha(T) \cdot T^4 - \alpha(T_{\text{км}}) \cdot T_{\text{км}}^4]. \quad (1.376)$$

Бу ерда $\alpha(T)$ — жисмнинг қоралик даражаси ёки коэффициенти, $T_{\text{км}}$ — кул ранг муҳит температураси.

Агар биз толани қиздириш учун сарф бўлган электр қувватини аниқласак, у бирлик вақт ичида объект ўзидан Стефан — Больцман қонуни бўйича йўқотаётган энергия миқдорига тенг бўлади:

$$IV = \sigma S [\alpha(T) \cdot T^4 - \alpha(T_{\text{км}}) T_{\text{км}}^4] \approx \sigma S \alpha(T) T^4, \quad (1.38)$$

S — нурланувчи жисм юзи; I — толадаги электр ток кучи V — кучланиш. (1.38) ифодадан ва биринчи марта Планк келтириб чиқарган

$$\sigma = \frac{2\pi^5 k^4}{15c^2 h^3} \quad (1.39)$$

муносабатдан Планк доимийсининг сон қийматини аниқлаш мумкин. (1.38) да $\alpha(T)$ тажриба учун берилган бўлади.

КВАНТ НАЗАРИЯСИ АСОСЛАРИ

7-§. Ёруғликнинг корпускуляр ва зарраларнинг тўлқин табиати

Ёруғликнинг корпускуляр табиати. Планкнинг квантлар ғоясига биноан жисмларнинг нурланиш энергиясини ютиш ва чиқариш жараёни узлукли равишда юз беради. Бу ғоя классик механика ва классик статистика еча олмаган иссиқлик нурланиши муаммосини ҳал қилиб жисмлар иссиқлик нурланишининг тугал назариясини яратишга олиб келганлигини биз I бобдан кўрдик. Шу давргача физикавий катталиклар фақат узлуксиз ўзгарувчи катталиклар бўлиб ҳисобланар эди. Узлуксиз катталиклар ўрнига узлукли, дискрет ўзгарувчи катталиклар киритилиши фан тарихида буюк революцион қадам бўлди.

Лекин Планк ғояси ёруғликнинг классик электродинамика назариясини тамомила янги асосга кўчириш зарурлигини кўрсатмади. Планк ғоясига биноан нурланиш энергиясининг жисмларда ютилиш ва чиқарилиш жараёни янги асосда тушунтирилса ҳам, лекин нурланишнинг тарқалиш жараёнлари ҳали ҳам классик назария қонунларига бўйсунганича қолган эди. Планк ғояси нурланишнинг, яъни ёруғликнинг табиати ҳақида ҳеч қандай маълумот бермади.

1905 йил Альберт Эйнштейн ўзининг учта машҳур илмий ишларини эълон қилди. Шулардан бири ташқи фотоэффектга оид эди. Бу ишида Эйнштейн Планкнинг нурланиш квантлари ғоясини янада олға суриб, квант хусусият умуман ёруғликка тегишли хусусиятдир, деб ҳисоблашни таклиф этди. Эйнштейннинг ёруғлик квантлари ҳақидаги ғоясига биноан ёруғлик $h\nu$ энергияга эга ва ёруғлик тезлигида ҳаракат қилувчи квантлардан — фотонлардан иборатдир ва у фотонлар тарзида нурланади, тарқалади, ютилади, яъни у фотонлар сифатида мавжуддир. Фотонлар ғояси Планкнинг революцион квантлар ғоясининг маҳсули

бўлиб, ўта дадил фикр эди. У квантлар проблемасини ёруғликнинг порциялардан, улушлардан иборатлигини бевосита исботлаш билан ечишни талаб қилар эди.

XX аср бошларида ёруғликнинг классик тўлқин назарияси асосида тушунтириб бўлмаган бир қатор экспериментлар мавжуд эди. Фотонлар ғоясининг тўғрилиги шу экспериментларни тушунтириш билан исботланди. Бунинг учун Эйнштейн корпускуляр хусусиятни характерловчи механик (кинетик) энергияга ёруғлик энергияси тўғридан-тўғри айланишини амалга оширадиган фотоэффект (Г. Герц, 1887 й., А. Г. Столетов, 1888—1889 йй., Ленард 1898—1902 йй.) эксперименти натижаларини исботлади.

Де-Бройль тўлқини. Биз юқорида электромагнит нурланишнинг баъзан тўлқин, баъзан зарра сифатида намоён бўлишлигини кўрдик. 1924 йилларга келиб электромагнит нурланиш ҳақидаги тўлқин-зарра дуализми умум қабул қилинган нуқтаи назарга айланган эди. Худди шу йили француз физиги аспирант Луи де-Бройль тўлқин-зарра дуализми ҳамма бошқа зарралар ва жисмлар учун ҳам ўринли бўлиши керак, деган жуда кутилмаган гениал фикрни ўртага ташлади. Чунончи, у, энергия ва импульс каби корпускуляр характеристикалар ўртасидаги муносабат бир томондан, тўлқин узунлик ва частота каби тўлқин характеристикалари ўртасидаги муносабат иккинчи томондан, модда ҳамда нурланиш учун бир хилдир, деган ғояни илгари сурди. Натижада ҳам ёруғликка, ҳам моддага тегишли корпускуляр ва тўлқин хоссаларнинг синтези вужудга келади. Ёруғлик учун ҳам, модда учун ҳам корпускуляр ва тўлқин хоссалар ўртасидаги боғланиш бир хил тенгламалар билан тасвирланади.

Бу тенгламаларни ҳосил қилиш осон. Энергиянинг релятивистик ва квант ифодасидан фотон энергияси ва импульси билан ёруғлик тўлқини ва частотаси ўртасидаги қуйидаги боғланишни аниқлаш мумкин:

$$E = h \nu = \frac{hc}{\lambda},$$

$$p = E/c = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}.$$

Агар тўлқин сонини киритсак: $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{c}$ импульс учун

$$\vec{p} = \hbar \vec{k}, \quad \hbar = h/2\pi \quad (2.1)$$

тенгликни ҳосил қиламиз. (2.1) муносабат де-Бройль томонидан ҳамма зарраларга татбиқ қилинди. (2.1) га биноан p импульс билан ҳаракат қилаётган массаси m га тенг зарранинг тўлқин узунлиги

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} \quad (2.2)$$

орқали аниқланади. Бу тўлқин узунлик зарранинг де-Бройль тўлқин узунлиги деб аталади.

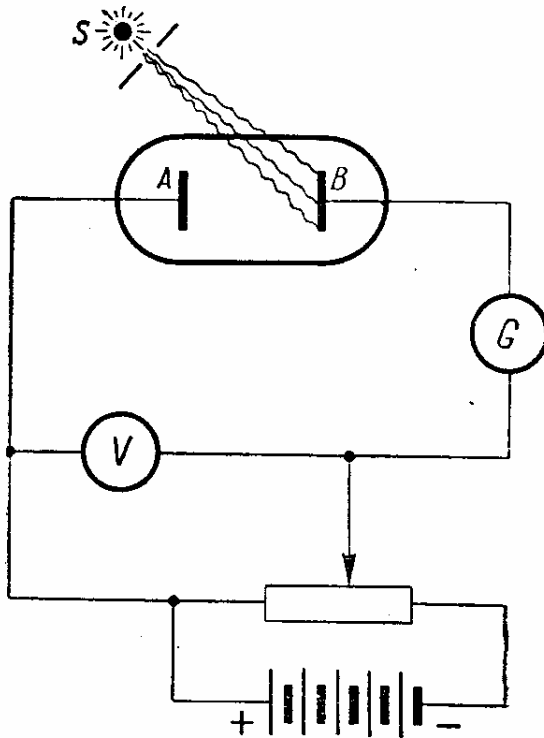
Модда ёки зарра тўлқин хусусиятларини де-Бройль-гача сезилмаганлигининг сабаби макроскопик миқдор билан характерланувчи модда учун де-Бройль тўлқин узунлигининг жуда кичиклигидир. Масалан, массаси 10^{-6} грамм, тезлиги 1 мм/сек бўлган чанг заррачасининг де-Бройль тўлқин узунлиги

$$\lambda = \frac{6,6 \cdot 10^{-27}}{10^{-6} \cdot 10^{-1}} = 6,6 \cdot 10^{-20} \text{ см.}$$

Демак, заррача ўлчамларига нисбатан унинг де-Бройль тўлқин узунлиги таққослаб бўлмайдиган даражада кичик экан. Албатта, бундай шароитда ҳеч қандай тўлқин хусусият сезилмайди. Зарранинг тўлқин хусусиятларини кузатиш учун ўлчамлари де-Бройль тўлқин узунлиги тартибида бўладиган атом масштабидаги объектларни олиш керак. Шунинг учун дастлаб де-Бройль ғояси кўпчилик физиклар эътиборидан четда қолган эди.

§ 8-§. Фотоэлектрик эффект

Фотоэлектрик эффектига доир экспериментнинг принципиал схемаси 4-расмда берилган. Юқори вакуум шароитида бўлган A ва B металл пластинкалар орасида потенциаллар фарқи мавжуд бўлсин. Пластинкалар вакуумга жойлашганлиги сабабли занжирда ток йўқ, занжир узуқ. Агар металл пластинкалардан бири — B нинг ички сиртига ёруғлик нури туширсак, занжирда ток пайдо бўлганлигини гальванометр G кўрсатади. Занжирда токнинг пайдо бўлиши ёруғлик таъсирида ажралиб чиққан зарядлар манфий ишорага эга бўлишини кўрсатади (А. Г. Столетов, 1888—1889 йиллар). Электрон кашф этилгандан кейин бу ажралиб чиққан зарядлар электронлар эканлигини 1898 йил Ленард ва Томсон кўрсатдилар.



4- расм. Фотоэффект тижрибасининг схемаси:

A — коллектор; B — эмиттер; G — гальванометр; V — вольтметр; S — интенсивлиги ва тўлқин узунлиги ўзгармас ёруғлик манбаи.

Даставвал чиқиш иши тушунчасига тўхталиб ўтайлик. Шу нарса равшанки, жисм (масалан, металл) билан электроннинг боғланиш энергияси мавжуд бўлиши керак, акс ҳолда электронлар жуда кучсиз электр майдонда жисмдан ажралиб чиқиши мумкин бўлар эди. Электроннинг қаттиқ жисмда боғланиш энергиясини электронвольтларда ўлчанувчи $e\phi$ орқали белгилайлик. ϕ — вольтларда ўлчанувчи чиқиш иши. $e\phi$ қиймат электронни металдан ажратиш учун электронга зарур бўлган минимал энергиядир. Одатда, металда энергияси энг паст қийматдан бир неча электронвольтларгача бўлган ҳар хил электронлар мав-

жуддир. У ҳолда $e\phi$ энг кўп энергияга эга электронни металдан ажратиш учун зарур бўлган энг кам энергияни билдиради.

Электроннинг кашф этилиши биланоқ фотоэлектрик эффектни тушунтириш учун металл электронлари ва ёруғлик тўлқини электр майдонининг ўзаро таъсирлашуви ҳақида фикр эътибор қозонди.

Агар фотоэлектрик эффектда қатнашаётган металл электронларини эркин деб фараз қилсак, мавжуд классик назарияга биноан, берилган интенсивликдаги ёруғлик частотаси ортиши билан электронларнинг кинетик энергияси камайиши керак, яъни катта тўлқин узунликдаги ёруғлик таъсиридагина металдан электрон чиқиши мумкин. Ҳақиқатан ҳам, ёруғлик тўлқинининг электр майдони $E \cos \omega t$ таъсирида металдаги эркин электроннинг ҳаракат тенламаси қуйидагича ёзилиши керак:

$$m \frac{dv}{dt} = eE \cos \omega t.$$

Бу ифодани бир марта вақт бўйица интеграллаб:

$$mv = \frac{eE}{\omega} \sin \omega t,$$

мазкур жараён учун электроннинг кинетик энергиясини топамиз:

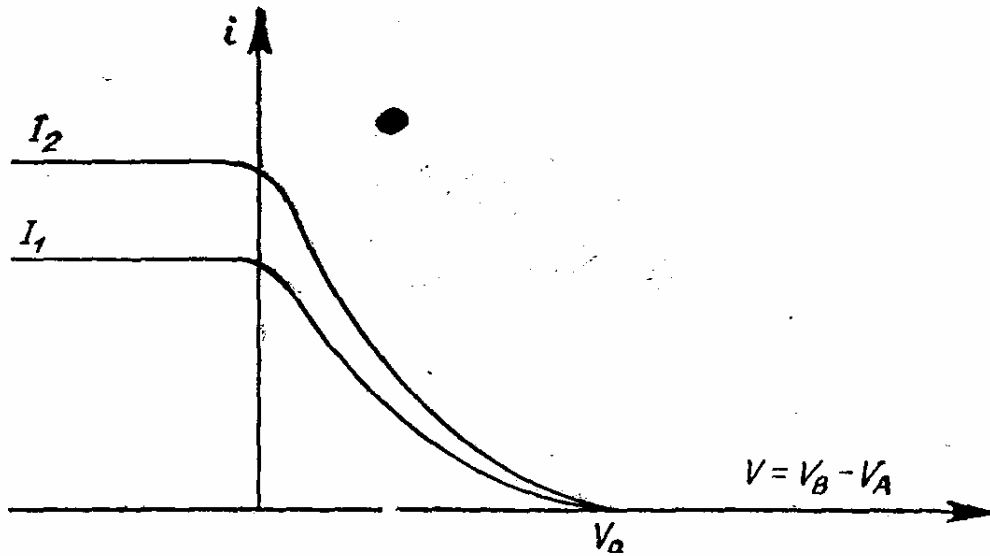
$$T = \frac{mv^2}{2} = \frac{1}{2m} \left(\frac{eE}{\omega} \right)^2 \sin^2 \omega t.$$

Демак, классик назарияга биноан ёруғлик частотаси ω ўсиши билан электроннинг кинетик энергияси камаяди. Биз қуйида кўрамизки, бу ҳол фотоэлектрик эффект тажрибалари натижасига мутлақо зиддир.

Агар фотоэлектрик эффект электронларини металда мустаҳкам эластик боғланган деб қарасак, электронни металдан чиқарувчи бирдан-бир хаёлий механизм — ёруғлик частотаси электрон тебранишининг хусусий частотасига тўғри келишида юз берадиган резонансдир. Аммо, бу ҳолда фотоэффект ёруғликнинг айрим дискрет частоталаридагина ёки частотанинг жуда кичик соҳасидагина юз берган бўлар эди. Бундан ташқари, бу ҳол фотоэлектрон энергиясининг ёруғлик частотасига боғлиқлигини мутлақо тушунтирмайди.

Ниҳоят, классик назарияга биноан ёруғлик интенсивлиги электронга таъсир кўрсатувчи электр вектори амплитудасининг квадратига пропорционалдир. Шу сабабли ёруғликнинг интенсивлиги қанча юқори бўлса, металдан чиқаётган электронларнинг кинетик энергияси шунча юқори бўлиши керак.

Фотоэффектни ўрганишга тааллуқли тажрибада, одатда, чиқаётган электронлар сони (ёки занжирдаги ток) ва уларнинг энергияси тушаётган монохроматик ёруғлик интенсивлигининг ва частотасининг функцияси сифатида қаралади. Ёруғликнинг спектрал таркибини ўзгартирмаган ҳолда (яъни маълум частотада) тушаётган ёруғлик интенсивлигини ўзгартирайлик. Бу шароитда занжирдаги ток кучининг электродлараро потенциаллар фарқига боғлиқлигини кузатайлик (5-расм). Эксперимент натижасига кўра занжирда ток $V = V_B - V_A$ нинг ҳамма манфий қийматларида ҳамда мусбат соҳада V_0 қийматгача мавжуд.



5-расм. Ток кучининг ёруғлик интенсивлигига ва потенциаллар фарқига боғлиқлик графиги.

$V = V_B - V_A = V_0$ дан бошлаб ток оқими тўхтайди. Потенциаллар фарқининг V_0 қиймати (яъни $V_0 = V_B - V_A$) *тўхтатувчи потенциал* деб юритилади. Кучланишлар фарқининг бу қийматида ҳеч қандай электрон, ҳатто энг максимал кинетик энергияга эга электронлар ҳам А га етиб бора олмайди. Тўхтатувчи потенциал электронларнинг максимал кинетик энергияси билан қуйидагича боғланган:

$$eV_0 = T_{\max} = mv_{\max}^2 / 2. \quad (2.3)$$

5-расмда мазкур частотада ёруғлик интенсивлиги I нинг иккинчи қиймати учун ҳам ток кучининг потенциаллар фарқига боғланиши тасвирланган. Тажриба натижаларига биноан ёруғлик интенсивлигининг катта қиймати учун ток кучи i нинг V га боғлиқлик чизиғи юқоридан ўтади. Интенсивликнинг ҳар қандай қиймати учун ҳам тўхтатувчи потенциал V_0 ўзгармайди.

Демак, тажрибанинг кўрсатишича ток кучи, яъни В пластинкадан чиқаётган электронлар сони ёруғлик интенсивлигига тўғри пропорционал. Иккинчидан, потенциаллар фарқининг маълум қийматидан бошлаб ток кучининг тўйиниш ҳодисаси юз беради, яъни В пластинкадан чиқаётган электронларнинг ҳаммаси А пластинкага етиб боради. Монохроматик ёруғлик тушаётганда фото-

электрик тўйиниш ток кучи ва демак, бирлик вақтда бирлик юздан чиқаётган фотозлектронлар сони спектрал таркиби ўзгармас бўлган ёруғлик оқимига (интенсивлигига) тўғри пропорционал (Столетов қонуни):

$$i = k\Phi, \quad (2.4)$$

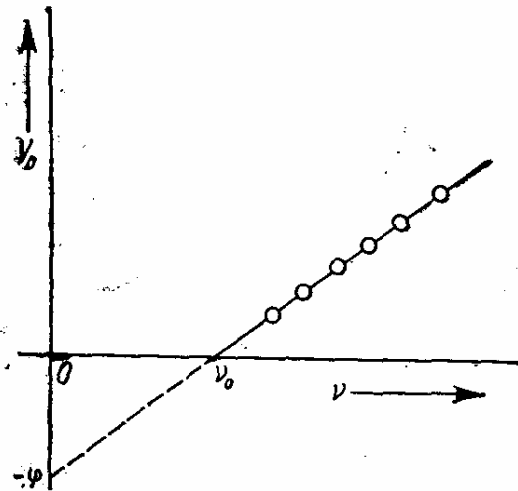
бу ерда k —пропорционаллик коэффициент.

Тажрибанинг ажойиб томони шундаки, V_0 интенсивликка боғлиқ эмас (Ленард, 1902 й.). Монохроматик ёруғлик интенсивлигининг, яъни электронга таъсир кўрсатувчи электромагнит тўлқин электр майдони кучланганлиги E нинг ўзгариши, чиқаётган электронлар кинетик энергиясини ўзгартирмайди, фақат уларнинг сони — ток кучини ўзгантиради.

Ниҳоят, тажрибанинг кутилмаган натижаси ёруғлик интенсивлигининг берилган қийматида ёруғлик частотасини ўзгантириш билан ҳосил бўлади. Тажрибанинг 6-расмда келтирилган натижасига кўра фотозлектронларнинг максимал энергияси eV_0 ёруғлик частотасига нисбатан чизиқли пропорционал ўзгаради, тўғри чизиқнинг оғмаллиги электрон чиқарувчи пластинка — эмиттер материаллига боғлиқ бўлмайди. Фотозэффект юз берадиган энг кичик ёруғлик частотаси $\nu_0 = \omega_0/2\pi$ га фотозэффектнинг қизил чегараси дейилади. Қизил чегара эмиттер материаллига боғлиқ.

Эйнштейн таклифига кўра металл электронлари билан ўзаро таъсир жараёнида электромагнит майдон $h\nu$ энергия порциялари тарзида ютилади. Фотозэффектга Эйнштейннинг фотонлар назариясини қўллаш. Пластинкага ёруғлик нури тушганда жисм электронлари билан ёруғлик ўзаро таъсирида фотон энергияси электронга берилади. Электроннинг максимал кинетик энергияси қуйидаги Эйнштейн формуласи билан аниқланади:

$$T_{\max} = h\nu - e\varphi. \quad (2.5)$$



6-расм. Тўхтатувчи потенциалнинг частотага боғлиқлик графиги.

Бу ифода ёруғликнинг фотоэлектрик ютилишида энергиянинг сақланиш қонунини билдиради.

Шу нарсани эслатиш лозимки, пластинкани монохроматик ёруғлик орқали ёритганимизда ҳам фотоэлектронлар энергияси ҳар хил бўлади, чунки ҳар хил электронлар метал сиртига чиқишда ҳар хил масофани босиб ўтади. Шунинг учун (2.5) тенглик кинетик энергияси максимал бўлган электронларга тааллуқлидир.

Ёруғлик таъсирида чиқаётган электронларнинг максимал кинетик энергияси ўз навбатида (2.3) га биноан тажрибада ўлчанаётган eV_0 катталиқка тенг:

$$\frac{1}{2} mv_{\max}^2 = eV_0 = h\nu - e\varphi. \quad (2.6)$$

Фотоэлектрик эффектга бағишланган кейинги экспериментларнинг натижалари Эйнштейн формуласида ифодаланган қуйидаги хулосаларнинг аниқ бажарилишини кўрсатди.

1) фотоэлектронларни вужудга келтира олувчи ёруғликнинг ҳар бир частотасига электронларнинг ўлчаш мумкин бўлган максимал тезлиги тўғри келади;

2) V_0 ва ν лар ўртасида чизиқли боғланиш мавжуд;

3) $dV_0/d\nu$ нинг қиймати (ёки $V_0 = f(\nu)$ тўғри чизиқнинг оғмалиги) сон қиймати жиҳатдан h/e га тенг;

4) критик частота ν_0 учун $V_0 = 0$ га ва чиқиш иши $h\nu_0$ га тенг, яъни $V_0 = f(\nu)$ тўғри чизиқнинг ν ўқи билан кесишган нуқтаси тажриба ўтказилаётган металдан электронларнинг чиқа олиши учун зарур энг паст частотани белгилайди. ν_0 частотага тўғри келувчи тўлқин узунлиқ $c\nu_0^{-1} = \lambda_0 = \frac{hc}{e\varphi}$ бўлади;

5) A , B электродлар ўртасидаги контакт потенциаллар фарқи* $\left(\frac{h}{e}\right)(\nu_0^A - \nu_0^B) - (V_0^A - V_0^B)$ га тенг.

* Агар икки хил металл электр занжирига бирлаштирилган бўлса, улар ўртасида ташқаридан қўйилган потенциаллар фарқидан бўлак контакт потенциаллар фарқи ҳам вужудга келади. Контакт потенциаллар фарқи электрон трубканинг икки электродлари ўртасидаги потенциал фарқига ҳисса қўшади. Ҳақиқатан ҳам, электрон чиқарувчи B ва электрон йиғувчи A электродлар ўртасидаги ҳақиқий потенциаллар фарқи ташқаридан қўйилган потенциаллар фарқи қиймати билан контакт потенциаллар фарқи орасидаги айирмага тенг.

Эйнштейн формуласини ва ундан келиб чиқувчи хулосаларни экспериментал текшириш учун кўп уринишлар бўлди. Фотоэлектрик эффектнинг тугал эксперименти Чикаго университетиди Р. А. Милликен томонидан ўтказилиб, эксперимент натижалари 1914—16 йилларда эълон қилинган. Эйнштейн тенгламаси эълон қилинганидан кейин ўтган ўн йил ичида тенгламадан тўғридан-тўғри келиб чиқувчи бешинчи хулоса умуман текширилмаган, учинчи ва тўртинчи хулосалар устида эса ҳеч қачон аниқ эксперимент ўтказилмаган эди. Милликен экспериментининг асосий мақсадларидан бири ҳам шу потенциаллар фарқининг тушаётган ёруғлик частотасига боғланиш тўғри чизигининг оғмалигини юқори аниқликда текширишдан иборат эди. Бунинг учун ёруғлик частотасини юқори аниқликда билиш ва бошқа частотали ёруғликнинг эмиттерга тушишига йўл қўймаслик лозим эди. Ёруғлик манбаи сифатида симоб лампа нуридан фойдаланилган. Эксперимент учун қисқа тўлқинли частоталар соҳасида сателлитлари бўлмаган чизиқ танланган.

Милликен эксперименти натижасида V_0 нинг частота билан чизиқли боғланишга эга эканлиги юқори аниқликда исботланди. (2.6) ифоданинг ўнг қисмидаги тенгликнинг ҳар икки томонини электрон заряди e га бўламиз. Ихтиёрий частота учун ҳосил бўлган бу тенгликдан критик частота ν_0 учун ёзилган мос тенгликни айирсак, тўхтатувчи потенциалнинг частота билан қуйидаги боғланишига

$$V_0 = \left(\frac{h}{e}\right) \nu - \left(\frac{h}{e}\right) \nu_0, \quad (2.7)$$

яъни (h/e) оғмаликка эга тўғри чизиқ тенгламасига келамиз. Шундай қилиб, $V_0 = f(\nu)$ тўғри чизиқнинг оғмалиги бўйича e нинг қийматини ҳисоблаб h нинг қийматини аниқлаш мумкин. Милликеннинг аниқлашича $h = 6,56 \cdot 10^{-27}$ эрг · сек. Бу Планк томонидан абсолют қора жисм иссиқлик нурланиши қонунларига кирувчи доимийлар орқали аниқланган қийматига аниқ тенг эди. (h/e) ни (2.7) дан аниқлаб (2.6) га қўйсак, чиқиш иши учун қуйидаги формулани ҳосил қиламиз:

$$\varphi = \frac{\nu_0}{\nu - \nu_0} V_0. \quad (2.8)$$

Милликен ўз эксперименти натижаларига кўра Эйнштейн тенгламасининг ва ундан келиб чиқувчи хулосаларининг жуда юқори аниқликда тўғрилигини аниқлади. Эйнштейн тенгламаси билан тасвирланувчи фотоэлектрик эффект эса квант назарияси фундаментал асосларининг тўғрилигини, яъни атом электронларига унга тушаётган ёруғлик тўлқинидан берилаётган энергия қиймати узлукли характерга эга эканлигини исботлади. У Планкнинг абсолют қора жисм иссиқлик нурланишини ўрганишда киритган доимийси h ни моддийлаштирди ва Планк ғоясини асословчи дастлабки физикавий тафсилотлар тўғри эканлигини кўрсатди.

4 9-§. Комптон эффекти

Фотоэффект ёруғликнинг квант табиатга эга эканлигини рад қилиб бўлмайдиган даражада тўла исботлаган бўлса-да, Эйнштейннинг фотонлар назарияси 1923 йилда яна бир тасдиққа эга бўлди. Америка физиги Комптон қисқа тўлқинли электромагнит нурланишларни, яъни рентген нурларини қаттиқ жисмларда сочилишига боғлиқ изланишларида нурланишнинг тўлқин узунлиги ўзгариши ҳодисасини кашф қилди. Бу ҳодиса *Комптон эффекти* деб ном олган.

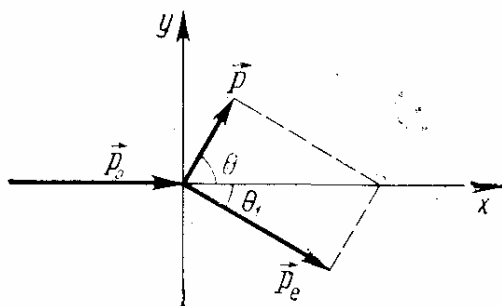
1912 йилда Лауэ таклифи бўйича Фридрих ва Книппинг томонидан рентген нурлари билан ўтказилган дифракция тажрибалари рентген нурлари электромагнит тўлқиндан иборат эканлигини кўрсатган эди. Ёруғликнинг тўлқин хусусиятлари Максвелл назарияси асосида тушунтирилар эди. Чунончи, классик тасаввурга биноан ёруғликнинг ўзгарувчи электр майдони сочувчи модда электронларининг мажбурий тебранишини вужудга келтириши керак. Тезланиш олган электронлар эса ўз навбатида иккиламчи нурланиш чиқаради. Иккиламчи нурланиш частотаси, албатта, бирламчи, яъни жисмга тушаётган нурланиш частотасига тенг, чунки нур чиқараётган электронлар тебраниши тебранишни вужудга келтирган ёруғлик частотаси билан юз беради.

Рентген нурларининг электромагнит тўлқин назарияси олдида тушунтириб бўлмас даражадаги қийинчиликлар пайдо бўлди. Жумладан, жуда қисқа тўлқинли

рентген нурлари ёки γ - нурлари учун бирламчи нур йўналиши бўйича сочилган нурланиш интенсивлиги тескари йўналишда сочилган нурланиш интенсивлигидан катта эди. Бу ҳолни миқдорий тушунтириш учун электрон рентген нурлари тўлқин узунлиги билан таққослаб бўладиган ўлчамга эга деб фараз қилинади ва унинг ҳар хил қисмларидан сочилган нурлар интерференцияси ҳақидаги таҳмин қўлланилди. Рентген нурларининг жисмларда сочилишига оид тажриба маълумотлари тўплами шуни кўрсатдики, мазкур таҳмин бўйича электрон диаметри унга тушаётган нурланиш тўлқин узунлигининг ўзгариши билан ҳар хил қийматга эга бўлади.

Бу қийинчиликка қўшимча равишда А. Х. Комптон сочилган нурланишнинг частота бўйича бирламчи нурланишдан фарқ қилишини кашф қилди. Классик электродинамиканинг бу қийинчиликларини ҳал қилиш ва ўз эксперименти натижаларини тушунтириш учун Комптон нурланиш сочилишини тасвирлашда фотонлар ҳақидаги тушунчани қўллади. Рентген нурлари сочилишининг квант назариясига кўра ҳар бир муайян рентген кванти ўз энергиясини аниқ битта электрон билан ўзаро таъсирлашишда йўқотади. Бу электрон, ўз навбатида, бирламчи нур даспасига бирор бурчак остида йўналган нур сочади. Нурланиш кванти йўналишининг бундай ўзгариши унинг импульсининг ўзгаришига олиб келади, албатта. Натижада нурланиш сочаётган электрон импульс ҳам рентген нури импульсининг ўзгаришига тенг қийматга ўзгаради. Сочилган рентген нурининг энергияси тушаётган нур энергиясидан электроннинг кинетик энергияси ўзгариши айирмасига тенг, яъни камаяди. Сочилган нур ҳам бутун квант бўлиши учун унинг частотаси энергия каби камаяди. Шундай қилиб, квант назариясига асосан сочилган рентген нурлари тўлқин узунлигининг тушаётган нурлар тўлқин узунлигидан катта бўлишини кутишимиз лозим.

Комптон рентген нурлари сочилишининг квант ғоясига асосан назарий йўл билан бирламчи нур тўлқин узунлиги билан иккиламчи нур тўлқин узунликлари ўртасида мавжуд бўлган боғланишни миқдорий ифодалади. Сочилишни назарий ҳисоблаш учун энергия ва импульснинг сақланиш қонунидан фойдаланамиз. Бирламчи нур тўлқин узунлигининг λ_0 ва унга мос равишда тушаётган фотон



7-расм. Фотоннинг эркин электрон билан тўқнашувидаги импульс векторлари.

частотасини ν_0 , иккиламчи нур учун эса λ ва ν орқали белгилайлик. Нурнинг сочилиш бурчаги θ бўлсин.

7-расмда тўқнашиш содир бўлгунга қадар тинч ҳолатда бўлган эркин электрон билан фотон тўқнашишининг импульслар диаграммаси келтирилган. Эркин электрон деб, атом билан боғланиш энергияси фотон билан тўқнашиш пайтида олган энергиясидан анча кичик бўлган электронга айтилади. Бирламчи фотон импульсини \vec{p}_0 , иккиламчи фотон импульсини \vec{p} , тинч турган электроннинг тўқнашиш натижасида эга бўлган импульсини \vec{p}_e орқали белгиласак, тўқнашиш жараёнида ўринли бўлган импульс сақланиш қонуни қуйидагича ифодаланади:

$$\vec{p}_0 = \vec{p} + \vec{p}_e. \quad (2.9)$$

Релятивистик формула бўйича зарранинг массаси, импульси ва энергияси қуйидагича боғланган:

$$E^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4. \quad (2.10)$$

Фотонларнинг массаси нолга тенг бўлганлиги сабабли бирламчи ва иккиламчи фотонларнинг импульси (2.10) формуладан осон аниқланади:

$$\left. \begin{aligned} p_0 &= E_0/c = h\nu_0/c, \\ p &= E/c = h\nu/c. \end{aligned} \right\} \quad (2.11)$$

Импульс сақланиш қонунини ифодаловчи (2.9) формула-ни расмда кўрсатилган координата ўқларига проекцияси

$$\left. \begin{aligned} \frac{h\nu_0}{c} &= \frac{h\nu}{c} \cos \theta + p_e \cos \theta_1, \\ 0 &= \frac{h\nu}{c} \sin \theta - p_e \sin \theta_1 \end{aligned} \right\}$$

бўлади, ёки

$$\left. \begin{aligned} cp_e \cos \theta_1 &= h\nu_0 - h\nu \cos \theta, \\ cp_e \sin \theta_1 &= h\nu \sin \theta \end{aligned} \right\} \quad (2.12)$$

(2.12) тенгламаларнинг ҳар қайсисини квадратга кўтарамиз ва ҳосил бўлган тенгламаларни бир-бирига қўшамиз. Натижада қуйидаги ифодага келамиз:

$$c^2 p_e^2 = (h \nu_0)^2 - 2h^2 \nu_0 \nu \cos \theta + (h \nu)^2. \quad (2.13)$$

Бу ифодани соддалаштириш учун энергиянинг сақланиш қонунидан фойдаланамиз. Тўқнашиш содир бўлгунга қадар фотон энергияси $h \nu_0$ га электрон энергияси (2.10) га биноан mc^2 га тенг. Тўқнашув юз бергандан сўнг эса фотон энергияси $h \nu$ га, электрон энергияси $\sqrt{p_e^2 c^2 + m^2 c^4}$ га тенг бўлади. Демак, бизнинг ҳол учун энергиянинг сақланиш қонуни қуйидагича ёзилади:

$$h \nu_0 + mc^2 = h \nu + \sqrt{p_e^2 c^2 + m^2 c^4}. \quad (2.14)$$

(2.14) тенгликдан $p_e^2 c^2$ ни аниқлаб (2.13) га қўямиз. Натижада

$$h (\nu_0 - \nu) mc^2 = h \nu_0 \cdot h \nu (1 - \cos \theta) \quad (2.15)$$

ифодага келамиз. (2.15) ифодада частотани $\nu = c/\lambda$ га кўра тўлқин узунлик билан алмаштирсак, Комптон муносабатини ҳосил қиламиз:

$$\lambda - \lambda_0 = \frac{h}{mc} (1 - \cos \theta) = \frac{2h}{mc} \sin^2 \frac{\theta}{2}. \quad (2.16)$$

Бу муносабат кўрсатадики, сочилиш бурчаги қанча катта бўлса, электронга фотондан бериладиган импульс шунча катта бўлади. Демак, бирламчи фотондан ўзлаштирилаётган энергия шунча катта ва шунинг учун мос равишда, иккиламчи фотоннинг частотаси шунча кичик ёки тўлқин узунлиги узунлашган бўлади. (2.16) Комптон формуласида қавс олдидаги коэффициентдан тузилган

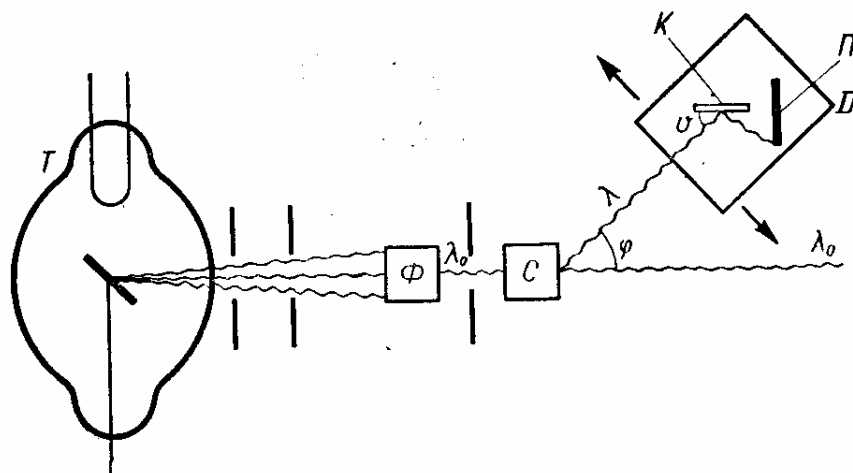
$$\Lambda = \frac{h}{2\pi mc} \quad (2.17)$$

ифода m массали зарранинг *Комптон тўлқин узунлиги* деб юритилади. Масалан, электроннинг Комптон тўлқин узунлиги учун

$$\Lambda_e = 3,86 \cdot 10^{-11} \text{ см}$$

қийматни ҳосил қиламиз.

Комптон формуласида рентген нурлари сочилаётган модданинг характеристикалари қатнашмайди. Бу эса биз



8-расм. Комптон эффектини кузатиш қурилмасининг схемаси.

кўрган ҳолда рентген нурларининг сочилиши фотонларнинг эркин электронлар билан ўзаро таъсири орқали аниқланишини кўрсатади. Ҳақиқатан ҳам, Комптон эффектида моддага тушаётган фотон энергияси шунчалик юқорики, атомда нисбатан кучсиз боғланган электрон унинг таъсири остида амалда эркин ҳаракатда бўлади.

8-расмда Комптон эффектини кузатиш учун мўлжалланган эксперимент схемаси келтирилган. Рентген нурлари манбаи бўлган рентген трубкаси T анодидан чиқаётган нур даставвал диафрагмалар ва F фильтр орқали ўтади. Натижада нур дастасидан маълум λ_0 тўлқин узунлигига эга бўлган нурланиш ажралади. Ажралган нур сочувчи модда C га йўналтирилган. Моддадан сочилган нурланиш спектрларга ажратувчи D детекторда кузатилади. Детектор бирламчи нурга нисбатан φ бурчак остида ўрнатилган. Трубканинг ҳар хил ҳолатда жойлаштириш билан сочилиш бурчаги ўзгартирилади. Комптон эффектини детекторда кузатиш учун сочилган нурланиш тўлқин узунлигини ўлчаш мумкин бўлиши керак. Расмда рентген нурлари кристалл дифракцион спектрометри келтирилган. Спектрометр тажриба вақтида тебранувчи K кристаллдан ва фотопластинка P дан ташкил топган асосий қисмга эга. Кристалдан рентген нурларининг сочилишида Брегг — Вульф формуласи

$$2d \sin \nu = n \lambda, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (2.18)$$

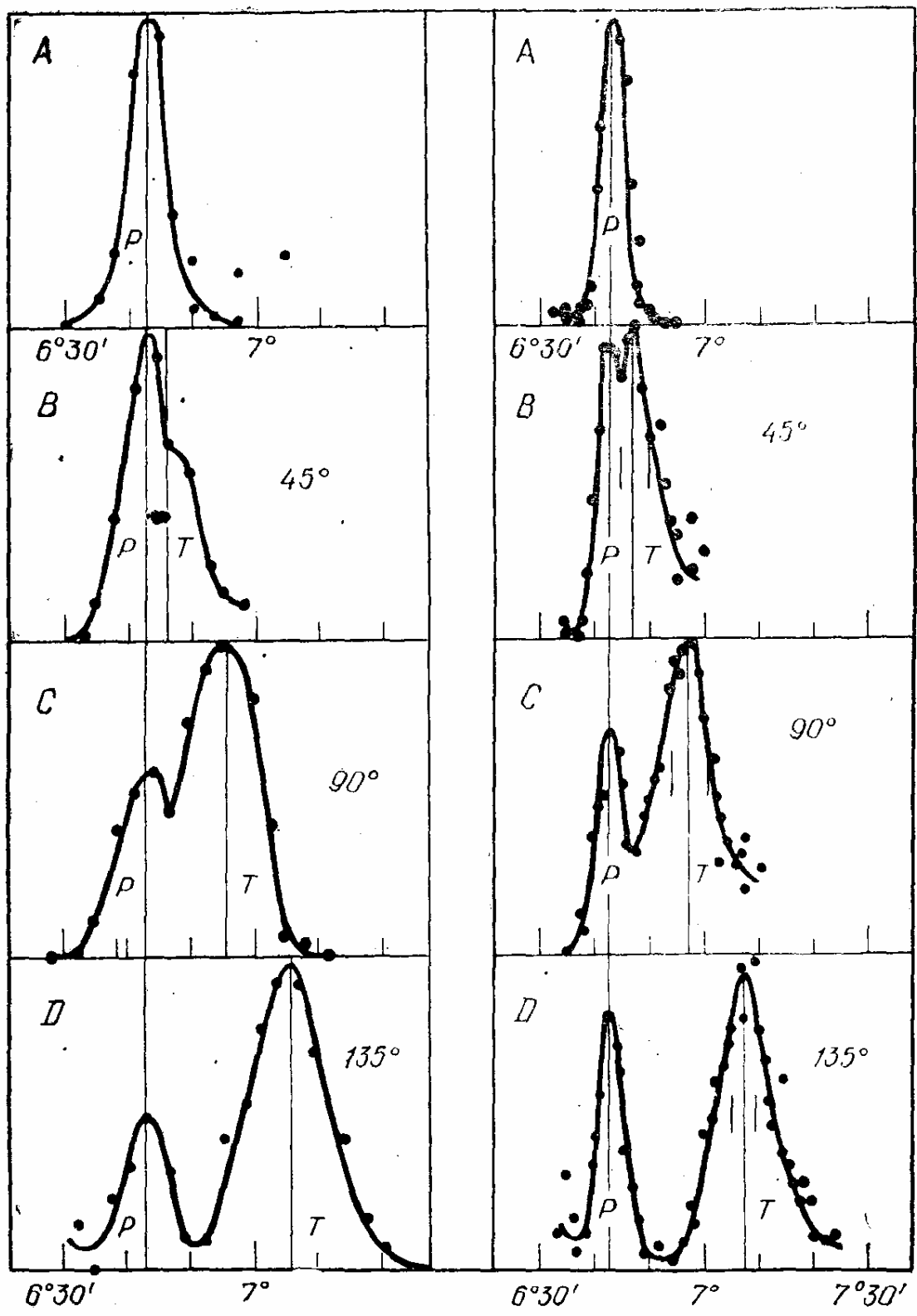
билан аниқланувчи йўналишларда дифракцион максимумлар ҳосил бўлади. (2.18) да d — кристалл атомлари ҳосил қилган қайтарувчи фаразий текисликлари орасидаги масофа, ν — силжиш бурчаги, n — қайтарилган нурлар максимумларининг тартиби.

Пластинка P да қорайиш чизиқларининг ўрнига қараб силжиш бурчаги ν аниқланади. У ҳолда сочилган рентген нурларининг тўлқин узунлиги (2.18) орқали аниқланади.

Комптон ўтказган экспериментда сочувчи модда сифатида графит олинган эди. 9-расмда диафрагма тирқишининг икки хил кенглигида олинган натижалар берилган. Расмдан кўрамизки, бир жинсли рентген нурлари дастасини графитда сочилишида нурланиш спектри бири-биридан аниқ фарқ қилувчи икки хил тўлқин узунликли қисмга ажралган (9-В, С, D расм). Ҳар бир эгри чизиқда бирламчи нур спектрининг максимумидан (9-А расм) P чизиқ, спектрнинг сочилган нур тўлқин узунлиги қийматига мос максимумидан T чизиқ ўтказилган.

Назария билан эксперимент натижаларини мос келиши рентген нурларининг сочилиши квант ҳодиса эканлигини кўрсатади. Мазкур назарияга биноан ҳар бир электрон бутун квантни сочади. Назарияни тасдиқловчи эксперимент натижалари кўрсатадики, нурланиш фотонлари энергиягагина эга бўлмасдан, импульсга ҳам эга. Бу борада, Комптон эффекти билан боғлиқ бўлган парадоксни эслатиш лозим. Кристалл спектрометр ёрдамида типик тўлқин хусусият — интерференцияни кузатиш билан нурланишнинг тўлқин хусусияти — тўлқин узунлиги ўлчанган. Лекин сочувчи модда графитнинг тўлқин характеристикага таъсирини рентген квантлари ўзларини зарра сифатида намоён қилади деб тушунтирилди. Сочилган рентген нури тўлқин узунлигининг ўзгаришини энергия ва импульсга эга фотонлар асосида тушунтирилди.

Шундай қилиб, Комптон экспериментида ёруғликнинг ҳам тўлқин, ҳам корпускуляр хоссага эга эканлиги биринчи бор яққол намоён бўлди. Бу ҳол фанда ёруғлик *дуализм* деб айтилади, яъни ёруғлик реал физикавий объект бўлиб, оддий маънода на тўлқин кўринишига ва на зарра кўринишига эга. Умумийроқ хусусиятга эга объект (квант) ни тўлқин ва зарра деб тушунтирилиши мураккаброқ хусусиятга эга бўлган объект (квант) нинг тақрибий тавсифлаш



9- расм. Графитда сочилган рентген нурлари (молибденнинг $K\alpha$ чизиғи) интенсивлигининг силжиш бурчаги ψ бўйича тасвири:

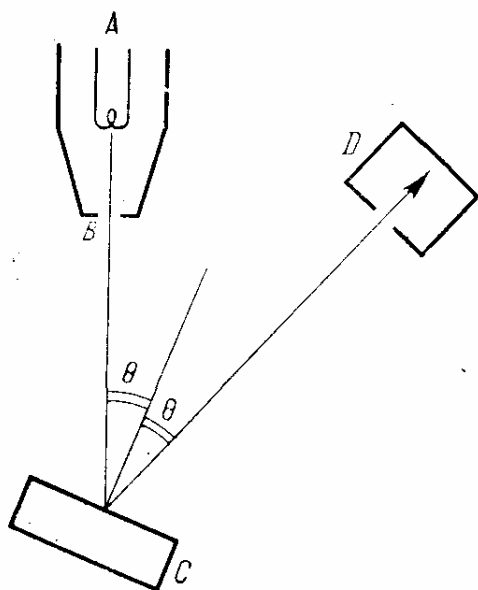
A — бирламчи нурланишни характерлайди; B, C, D — сочилиш бурчаги ψ нинг мос равишда, 45° , 90° , 135° га тенг ҳолларни тасвирлайди; P — силжимаган, T — силжиган компоненталар.

усулидир. Умуман, тўлқин ва зарра бир физикавий моҳиятнинг икки формасидир.

10-§ Девиссон ва Жермер тажрибалари

Де-Бройль ғояси уч йилдан сўнг америкалик олимлар К. Д. Девиссон ва Л. Х. Жермерлар томонидан экспериментал тасдиқланди. Олимларнинг айтишича, мазкур экспериментни ўтказишга уларни аспирант де-Бройльнинг дастлаб жуда «ёввойи» ҳисобланган революцион ғояси руҳлантирган эмас, балки тасодиф сабабчи бўлган. Одатдагидек, оддий никель кукунидан иборат нишонда сочилаётган электронларнинг бурчак бўйича тақсимотини ўрганиш устида 1920 йиллардан бери олиб борилаётган уларнинг тажирибаси вақтида нишоннинг қизиб кетишидан суюқ ҳаволи идиш ёрилиб, никель кукун оксидланиб қолади. Нишоннинг оксидланган қатлами юқори температураларда вакуумда буғлантириш йўли билан тозаланиб тажриба яна давом эттирилган. Тажрибанинг янги натижаларида сочилган электронларнинг бурчак бўйича тақсимоти бутунлай ўзгариб қолади. Натижа худди интерференция юз бераётгандек эди. Бу ҳол нишон моддасининг рекристалланиб қолганлигидан деб топилади.

Экспериментнинг тасодифий натижаларига биноан сочилган электронларнинг бурчак бўйича тақсимоти кристалл нишоннинг ориентациясига боғлиқ эди. Тажриба натижалари ҳайрон қоларли даражада электронларнинг кристаллда сочилишини рентген нурларининг уч ўлчовли панжарада (моддада) ёки, баъзи натижалар эса, ёруғликнинг икки ўлчовли панжарада сочилишларига айнан эканликларини кўрсатар эди. Бу ўхшашлик сабабли электронлар дифракцион дасталарининг рафторини ва интерференциянинг вужудга келишини нурланишнинг кристалл атомларида сочилиши ва сўнгра уларнинг интерференцияси ҳақидаги тушунча ёрдамида тавсифлаш мумкингина бўлмасдан, энг содда ва табиий ҳол эди. Бу тушаётган электронлар дастаси билан аниқ бир тўлқин узунликни боғлаш мумкин, деган фикрга олиб келади. Натижанинг кўрсатишича, бу тўлқин узунлик де-Бройль тўлқин узунлиги билан қониқарли мувофиқликда эди.



10-расм. Девиссон — Жермер тажрибасининг принципиал схемаси:

A, B — қиздирилган тола ва электрод; C — кристалл; D — детектор; θ — қайтиш бурчаги.

таллдан сочилган электронлар интенсивлиги θ бурчакнинг функцияси сифатида D детектор ёрдамида ўлчанади. Тажриба давомида нишоннинг нисбий ориентацияси ва қайтариш сирти ўзгартириб турилади.

Тажриба натижаларини тушуниш учун, олимларнинг айтишича, электрон дастаси тушаётган кристалда атомлар жойлашининг аниқ тасаввурига эга бўлишимиз керак. Никель кристали ёқлари марказлашган кубик структурага эга, яъни кристалл худди учларида ва ёқларининг ўртасида никель атомлари жойлашган куб тасвирини (элементар ячейкани) уч ўзаро перпендикуляр йўналишларда кўп марта такрорланишидан ҳосил бўлади. (Ёқлари марказлашган кубик панжарада атомлар куб учларида ва ёқ марказларида жойлашади.) Никель кристали панжара кубининг қирраси $3,51 \text{ \AA}$.

Никель кристаллида сочилган 60 эВ энергияли электронлар интенсивлиги тақсимланишининг диаграммасида интенсивлик $\theta = 25^\circ$ га тўғри келган бурчакда максимумга эришади. Берилган потенциаллар фарқида, аммо θ нинг ҳар хил

Бу муҳим ҳодисани чуқур ва аниқ ўрганишда ўтказилган ҳал қилувчи эксперимент буюк экспериментларга хос содда эди. Девиссон ва Жермер тажрибасининг схемаси 10-расмда келтирилган. Электрон пушкада қиздирилган A симдан чиқарилаётган электронлар A билан B электрод ўртасига қўйилган потенциаллар фарқида тезлатилади. B электроднинг тешигидан чиққан тезлатилган электронлар эҳтиёткорлик билан тайёрланган C никель кристаллидан иборат нишонга урилади. Тезлаткич потенциалнинг ҳар хил қийматларида, яъни электронларнинг ҳар хил энергиясида C кри-

қийматларида ўлчанган интенсивлик 11-расмда кўрсатилган. V потенциаллар фарқида тезлатилган электронлар кинетик энергияси $T = eV$ бўлади (e —электроннинг заряди). Агар ҳаракат миқдорини $m_e v = \sqrt{2m_e T}$ эканлигини ҳисобга олсак, V потенциаллар фарқида тезлатилган электронларнинг де-Бройль тўлқин узунлиги (2.2) формулага биноан

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2m_e eV}} \quad (2.19)$$

орқали аниқланади. Бу ерда m_e — электроннинг массаси.

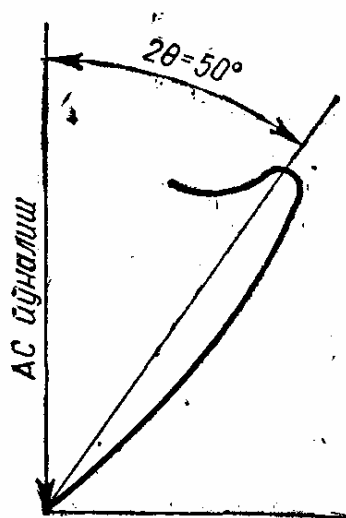
Девиссон ва Жермер тажрибасида потенциаллар фарқи бир неча ўн вольтни ташкил қилган. Агар (2.19) формула бўйича электроннинг $V = 100$ В потенциал фарқида эришадиган де-Бройль тўлқин узунлигини ҳисобласак,

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{hc}{\sqrt{2m_e c^2 V e}} = \\ &= \frac{6,6 \cdot 10^{-27} \text{ эрг} \cdot \text{сек} \cdot 3 \cdot 10^{10} \text{ см} \cdot \text{сек}^{-1}}{\sqrt{2 \cdot 5 \cdot 10^5 \text{ эВ} \cdot 100 \text{ эВ} \cdot 1,6 \cdot 10^{-12} \cdot \text{эрг} \cdot \text{эВ}^{-1}}} = 1,25 \text{ \AA}. \end{aligned}$$

Рентген нурлари ҳам худди шундай тўлқин узунликка эга. Демак, электронлар дифракцион манзарасини рентген нурларининг худди шу кристалда сочилиши дифракцион манзарасига ўхшашлиги ажабланарли эмас. Кристалдан қайтган нур интерференцияси максимумларининг вазияти Брегг — Вульф формуласи

$$2d \cos \theta = n \lambda \quad (2.20)$$

орқали аниқланади. Бу ерда $n = 1, 2, \dots$ — бутун сон бўлиб қайтган нур максимумларининг тартибини белгилайди, θ — қайтиш бурчаги. Рентген нурлари билан ўтказилган тажрибада (2.18) орқали панжара доимийси d ни аниқлаш мумкин. Агар (2.20) формулага электроннинг (2.19) формулада берилган де-Бройль тўлқин узунлигини қўйсак, 12-расмда кўрсатилган потенциаллар фарқи-



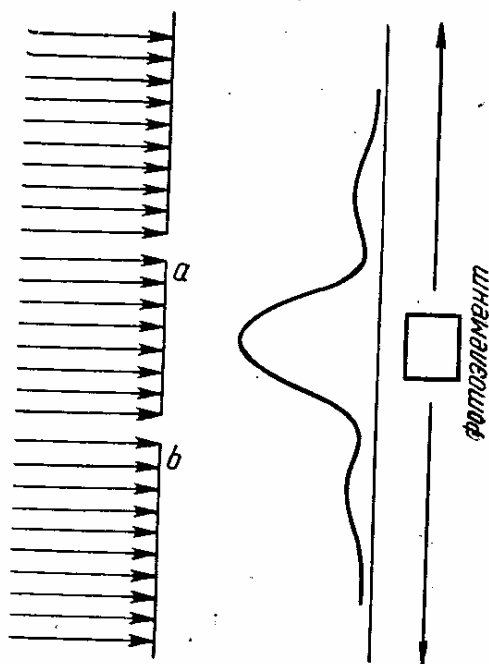
11- расм. Сочилган электронлар интенсивлигининг $\theta = 25^\circ$ даги максимуми.

кристалларни ўрганишда қудратли қуролга айланди. Бундай изланишларда рентген нурларининг ва электронларнинг дифракцияси кам фойдалидир, чунки водород атоми фақат битта электронга ва бир каррали зарядланган ядрога эга. Шунинг учун рентген нурининг ёки электронларнинг водородда сочилиши оғир элементлардаги сочилишга қараганда жуда ҳам кам. Шу сабабли водороднинг кристалл таркибида мавжудлигини сезиш ва рентген нурлари ёки электронлар дифракцияси методи билан водород атомининг кристалда тутган ўрнини аниқлаш мумкин эмас. Аксинча, нейтронлар ядро билан ядро кучлари орқали ва, шунингдек, атом ва нейтроннинг магнит моментлари туфайли ҳам ўзаро таъсирда бўлади. Нейтронларнинг водород билан ўзаро таъсири ҳам кучлидир.

Шундай қилиб, маълум тезликка ва йўналишга эга бўлган материя тўлқин хоссасини ўзида намоён қилади. Ёруғлик дуализми материяга ҳам хосдир. Агар классик тасаввурга кўра тўлқин узлуксиз муҳит ҳаракатининг ҳолатини тасвирласа, квант тасаввурга кўра зарра бирор тўлқинга қарашлидек тарқалади ва интерференцион манзарага тақсимланади. Де-Бройль айтганидек, фазода корпускула бирор аниқ вазиятни эгалламайди. У зарурият билан фазонинг тўлқин эгаллаган соҳасида жойлашади. Берилган нуқтада тўлқин амплитудаси қанча катта бўлса, шу нуқтада заррани сезишга бўлган умид шунча катта.

11- §. Фотонлар ва зарралар ҳаракатининг квант табиати

Микрообъектлар ҳаракатини муфассал ўрганамиз. Даставвал, бир-бирига яқин жойлаштирилган иккита тирқиш орқали фотонлар ҳаракатини (ёруғликнинг тарқалишини) кўрамиз (13-расм). Ёруғлик детектори сифатида алоҳида фотонларни ҳам қайд қилувчи сезгир фотоэлементдан фойдаланамиз. Тирқишлардан ўтган ёруғлик дифракциясини, ёруғлик интенсивлигининг координатага боғлиқлик графигини чизиб осонгина ҳосил қиламиз. Фотоэлементни интерференциянинг бош максимумга ўрнатиб фотоэлементга қайси тирқишдан фотонлар тушишини аниқлашга ҳаракат қилайлик. Бунинг учун аввал бир тирқишни, масалан, *a* тирқишни беркитиб қўяйлик. Ёруғлик интенсивлиги, яъни фотоэлемент қайд қилган фотонлар сони, *b*



13- расм. Ёруғликнинг икки тирқиш орқали дифракцияси.

тирқишдан ўтган ёруғлик тўлқини амплитудасининг квадрати A^2 га пропорционал бўлади. Энди a тирқишни очиб, b тирқишни беркитамиз. Ёруғлик интенсивлиги яна аввалгидек амплитуданинг квадрати A^2 га тенг. Агар иккала тирқиш бараварига очиқ бўлганда эди, оптикадан маълумки, фотоэлемент қайд қилган ёруғлик интенсивлиги $(2A)^2 = 4A^2$ бўларди, яъни интенсивлик ҳар бир тирқишдан ҳосил бўлган дифракцион манзара интенсивликларининг шундайгина йиғиндиси $2A^2$ га тенг бўлмасдан, балки $4A^2$ га тенг.

Агар ҳар бир фотонлар тирқишлардан худди оддийгина зарралар каби, яъни баъзи бирлари a тирқишдан, бошқалари b тирқишдан ўтса эди, ёруғлик интенсивлиги тўрт марта эмас, балки икки марта ортар эди. Демак, рентген нури иккала тирқишдан ўтаётганда фотонларнинг фотоэлементда қайд қилиниш эҳтимоллиги нурнинг ҳар бир тирқишдан алоҳида ўтгандаги эҳтимолликлари йиғиндисига тенг эмас. Бунда, рентген нурининг тарқалишида ҳар бир фотон ҳаракатининг характериға ҳар иккала тирқиш ҳамтаъсир кўрсатади, деган хулоса келиб чиқади. Албатта, бу хулоса зарра ҳаракатининг траекториялари ҳақидаги тасаввурга мутлақо зиддир, чунки тажриба натижасига кўра, ҳар бир фотон, зарра сифатида мавжуд бўлишиға қарамасдан, ҳар иккала тирқишдан бараварига ўтади. Агар, фотоннинг ҳар бир вақт momentiда фазодаги ўрни маълум бўлиб, ва у маълум траектория бўйлаб ҳаракатланса, унинг a ёки b тирқишдан ўтгани аниқ бўларди.

Фотон ўрнида электронларни қарасак, электронларни a ва b тирқишдан бараварига ўтиши, яъни уларнинг траекторияға эга эмаслиги бизнинг классик тасаввуримиздан янада узоқдир. Электронлар дастаси учун ҳам дифракция

ҳодисасининг мавжудлиги ҳар бир электроннинг тирқишдан ўтишида ҳам a , ҳам b тирқишнинг бараварига иштирок этишини кўрсатади. Албатта, электрон a ва b тирқишдан икки қисмига бўлиниб ўтади деб тасаввур қилиш нотўғри бўлади, чунки у ҳамма микрозарралар каби доимо яхлит ҳолда массага, зарядга ва бошқа моддий материяга хос характеристикаларга эга ҳолда намоён бўлади. Лекин айтилиши вақтда шу электрон учун унинг фазодаги ўрни ва траекторияси тушунчаларини қўллаб бўлмайди.

Агар биз фотонни сезувчи фотоэлементни ёки электрон учун детекторни дифракцион тасвирнинг минимумига жойлаштирсак, бу ҳулоса янада яққол бўлади. Тирқишларнинг иккаласи очиқ ҳолида экраннинг бу нуқтасида зарралар қайд қилинмайди. Агар икки тирқишдан биттасини ёпиб қўйсак, минимум силжийди ва унинг аввалги ўрнида зарралар қайд қилина бошлайди. Демак, тирқишнинг иккаласини ёки фақат биттасини очиқ эканлигини зарралар «сезади». Шундай қилиб, электрон ва шунингдек, фотон ҳамма очиқ тирқишлардан бирданига ўтади.

Юқоридаги тажрибадан кўринадикки, микрозарралар классик физикага кўра зарраларнинг қайси турига оид бўлмасин, бараварига ҳам зарра, ҳам тўлқин хоссаларга эга. Тўлқин хоссалар айтилса микрозарраларнинг тарқалишида яққол намоён бўлади. Корпускуляр хосса эса зарраларнинг ўзаро таъсири жараёнига тааллуқлидир. Макрозарралардан иборат моддий материяда тўлқин хоссани сезмаймиз. Оптикадан маълумки, ёруғликнинг тўлқин хоссасини характерловчи дифракцияси унинг тўлқин узунлиги билан таққослаб бўладиган ўлчамларга эга тўсиқдан эгилиб ўтишида энг яққол ҳосил бўлади. Тўлқин узунлигининг тўсиқ ўлчамларидан кўп марта кичик қийматларида ёруғликнинг тўлқин хоссалари сезиларсиз бўлади. Шундай, геометрик оптикада тўлқин тасаввурсиз иш тутилади.

Девисон ва Жермер тажрибасида кўрдикки, электроннинг де-Бройль тўлқин узунлиги тартиби жиҳатдан 1 \AA атрофида бўлади. Электронларнинг кристалдан қайтишида уларнинг кристалл атомларида сочилиши юз беради. Кристалл панжарада атомлар орасидаги масофа эса тақрибан 1 \AA ; худди шунинг учун Девиссон ва Жермер тажрибаларида электронларнинг аниқ дифракцион манзараси кузатилган.

Электронларнинг энергиясини орттирсак, уларнинг де-Бройль тўлқин узунлиги камаяди. Масалан, 1 ГэВ гача тезлатилган электронларнинг де-Бройль тўлқин узунлиги (2.21) формулага кўра 10^{-13} см га тенг. Албатта, бундай тўлқин узунликли электронларнинг кристалл панжарадан сочилишида тўлқин хоссалар намоён бўлмайди, чунки $\lambda \ll d$. Агар объект ўлчамлари 10^{-13} см га яқин бўлса, тўлқин хоссалар янада яққолроқ сезилади. Худди шунинг учун ядролар ва ядрони ташкил қилган зарралар — нуклонлар структурасини ўрганишда электронларни тезлаткичларда 1 ГэВ дан юқори энергияларгача тезлатиш зарур.

Биз юқорида массаси 10^{-6} грамм, тезлиги 1 мм/сек бўлган чанг заррасининг тўлқин узунлигини 10^{-20} см деб топган эдик. Демак, унчалик катта ўлчамга эга бўлмаган макроскопик объект — чанг зарраси учун де-Бройль тўлқин узунлиги бениҳоят кичик. Албатта, бу тўлқин ёки тўлқин хоссалар ҳеч қандай шароитда намоён бўлмайди.

6 12-§. Де-Бройль тўлқинининг хоссалари

Тўлқин функция. Утган параграфда кўрдикки, микрозарраларнинг тарқалиши тўлқин ҳаракат билан тасвирланиши мумкин. Масалан, маълум кинетик энергияли электрон ҳаракати учун аниқ қийматга эга де-Бройль тўлқин узунлиги тўғри келади. Шунингдек, оптикадан маълумки, ω частотага ва \vec{k} тўлқин векторига эга ёруғликнинг тарқалиши ясси тўлқин орқали тавсифланади. ω частотага ва \vec{k} тўлқин векторига эга ясси тўлқин қуйидаги кўринишдаги комплекс функция орқали ифодаланади:

$$\psi(\vec{r}, t) = Ae^{-i(\omega t - \vec{k} \vec{r})}. \quad (2.22)$$

Келтирилган ифодада $\hbar = \frac{h}{2\pi}$, $E = \hbar \omega$, $\vec{p} = \hbar \vec{k}$ алмаштиришлар ўтказамиз:

$$\psi(\vec{r}, t) = Ae^{-\frac{i}{\hbar}(Et - \vec{p} \vec{r})}. \quad (2.23)$$

бунда \vec{k} — тўлқин вектори тўлқиннинг тарқалиш йўналишига мос йўналган ва қиймат жиҳатдан тўлқин сонига тенг, яъни $k = 2\pi/\lambda$. Фотон учун (2.23) тўлқин функция

ёруғлик тўлқинидир. Зарра учун эса ясси де-Бройль тўлқинидир. (2.23) функцияни квант физикасида «ПСИ функция» деб атайдилар. Шундай қилиб, энергияси ва импульси

$$E = \hbar \omega, \quad (2.24)$$

$$\vec{p} = \hbar \vec{k} \quad (2.25)$$

га тенг бўлган зарранинг тўлқин хоссаси (2.23) ясси де-Бройль тўлқини орқали тавсифланади. Ясси де-Бройль тўлқини оптика қонунларига мос ҳолда тарқалади. Интерференция ва дифракция ҳосил қилади. Агар зарра импульси \vec{p} x ўқи бўйлаб йўналган бўлса, тўлқин фазасининг доимийлик шарти $Et - px = \text{const}$ кўринишда бўлиб, бу тенгламани вақт бўйича дифференциаллаб, фазавий тезликни аниқлаймиз:

$$\frac{dx}{dt} = v_{\Phi} = \frac{E}{p} = \frac{\omega}{k} = \frac{mc^2}{mv} = \frac{c}{v} \cdot c. \quad (2.26)$$

Демак, моддий зарра учун де-Бройль тўлқинининг фазовий тезлиги ҳар доим ёруғлик тезлигидан катта бўлади, чунки $v < c$. Бу ҳол нисбийлик назариясига зид келмайди. Нисбийлик назариясига биноан модда тезлиги ҳеч вақт ёруғлик тезлигидан катта бўлолмайди. Нисбийлик назариясининг бу шарти энергия ва массанинг олиб ўтиш билан боғлиқ бўлган жараёнлар учун ўринлидир. Тўлқиннинг фазавий тезлиги, умуман, зарра массаси ва энергиясининг кўчириб ўтилишини характерламайди. Зарра ҳаракатининг тезлиги тўлқиннинг группавий тезлиги билан характерланади.

Фазавий тезлиги бевосита физикавий маънога эга эмас ва у, агар муҳит дисперсияга эга бўлмаса, яъни тарқалишнинг фазавий тезлиги частотага боғлиқ бўлмаса, тўлқиннинг группавий тезлигига тенг бўлади. Бу ҳол вакуумда фотонлар учун ўринлидир. Ҳақиқатан ҳам, фотон учун масса нолга тенг ва энергияси $E = p \cdot c$. У ҳолда (2.26) формуладан вакуумда ёруғлик тўлқини учун фазавий тезлиги ёруғлик тезлигига тенг бўлади:

$$v_{\Phi}^e = \frac{E}{p} = \frac{p \cdot c}{p} = c. \quad (2.27)$$

Вакуумдан ташқари ҳолларда ёруғликнинг фақат группавий тезлигини ўлчаш мумкин, холос. Шу нарсани қайд қиламизки, агар $v \ll c$, яъни моддий зарранинг ҳаракати

норелятивистик тезликка эга бўлса, унинг кинетик энергияси $\frac{p^2}{2m}$ га тенг бўлишини ҳисобга олган ҳолда фазавий тезлик учун қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$v_{\text{ф}}^{\text{норел.}} = \frac{E}{p} = \frac{p}{2m} = \frac{mv}{2m} = \frac{v}{2}. \quad (2.28)$$

Бу формуладан кўринишича, норелятивистик зарранинг фазавий тезлиги унинг ҳаракат тезлигига боғлиқ, демак, унинг энергиясига ва частотасига боғлиқ. Де-Бройль тўлқинининг дисперсияси вакуумда нолдан фарқли. Шунинг учун ҳатто вакуумда ҳам де-Бройль тўлқинининг фазавий тезлигини ўлчаб бўлмайди; фазавий тезлигини ҳар доим ҳисоблашлар асосида аниқлаймиз. Бунинг аксича, де-Бройль тўлқинининг группавий тезлигини бевосита аниқлаш мумкин. Масалан, v тезликда ҳаракат қилаётган m массали зарранинг тўла энергияси юқоридаги (2.10) формула билан ифодаланади. Бундай энергияга эга бўлган де-Бройль тўлқинининг частотаси $\nu > E/h$, фаза тезлиги эса $v_{\text{ф}} = \frac{\omega}{\nu} = \lambda\nu$. Тўлқиннинг группавий тезлиги (де-Бройль тўлқинидан ташкил топган тўлқин пакети тезлиги) қуйидагича ҳисобланади:

$$v_{\text{гр}} = \frac{d\omega}{dk} = \frac{dE}{dp} = \frac{pc^2}{E}. \quad (2.29)$$

(2.29) формулага асосан фотон учун группавий тезликни ҳисоблаймиз:

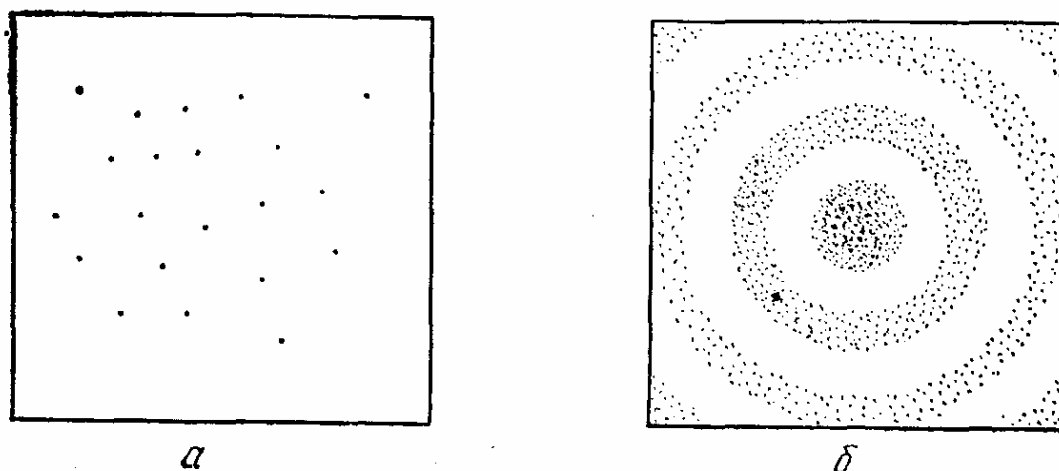
$$v_{\text{гр}}^{\text{фот}} = \frac{pc^2}{E} = \frac{pc^2}{pc} = c. \quad (2.30)$$

Демак, ёруғлик тўлқинининг фазавий тезлиги ҳам, группавий тезлиги ҳам ёруғлик тезлигининг ўзига тенг. (2.29) формуладан норелятивистик зарранинг де-Бройль тўлқини учун группавий тезлигини ҳисоблайлик. Бунинг учун (2.10) формулада кичик қиймат бўлган импульс бўйича тўла энергияни қаторга ёямиз:

$$E = E(0) + E'(0)p + E''(p)p^2 + \dots = mc^2 + \dots \quad (2.31)$$

Тўла энергия учун қаторни биринчи ҳади билан чегараланган ҳолда (2.29) га қўйсақ, норелятивистик зарра учун де-Бройль тўлқинининг группавий тезлигини аниқлаймиз:

$$v_{\text{гр}}^{\text{норел.}} = \frac{pc^2}{mc^2} = \frac{mv}{m} = v. \quad (2.32)$$



14- расм. Электрон ҳаракатининг дифракцион табиати.

Шундай қилиб, норелятивистик зарранинг де-Бройль тўлқини учун группавий тезлик зарра тезлигига тенг.

Де-Бройль тўлқинининг эҳтимоллик характери. Зарраларнинг тўлқин хоссалари уларнинг тарқалиш жараёнида кўплигидан эмасмикан, деган саволни туғдиради. Бу саволга жавоб бериш учун Биберман, Сушкин, Фабрикант қўйидагича тажриба қўяди. Алоҳида-алоҳида йўналтирилган электронлар юпқа металл пластинка орқали сочилиб фотопластинкада қайд қилинсин. У ҳолда ҳар бир электрон фотопластинканинг ҳар хил нуқталарида тартибсиз ёйиқ из қолдиради. 14-а расм. Аммо узок вақт давомида кўп миқдордаги электронларнинг сочилишида фотопластинкада электронларнинг қайд қилинган нуқталари тўпламининг пластинкадаги тақсимооти интенсивликнинг максимум ва минимум тасвирига эга бўлади. Ҳосил бўлган максимум ва минимумларнинг ўрни дифракцион формулалар асосида ҳисобланиши мумкин.

Электронлар битта-битта сочилган ва қайд қилинган бўлса ҳам, ҳар бирининг ҳаракати тўла дифракцион манзарага биноан аниқланади; ҳар бир электроннинг фотопластинкадаги ўрни дифракцион қонунга биноан у сочилишидан аввал белгиланган. Акс ҳолда дифракцион манзара ҳосил бўлмас эди. Зарранинг бу хил табиатини, яъни зарра билан унинг де-Бройль тўлқини ўртасидаги боғланишни қандай тушунмоқ керак. М. Борн ёруғлик тўлқинининг ёки де-Бройль тўлқини (2.22) нинг амплитудасини фазонинг бирор нуқтасида фотон ёки заррани қайд қилиш

эҳтимоллиги деб таклиф қилди. Шундай қилиб, зарранинг қайд қилиниш эҳтимоллиги $|A|^2$ га тенг. Оптикада $|A|^2$ ни *ёруғлик интенсивлиги* деб юритилади. Кўп миқдордаги фотонлар ёки зарралар дастасини кузатсак, дифракцион манзаранинг бирор нуқтасидаги ёруғлик ёки де-Бройль тўлқини интенсивлиги $|A|^2$ шу нуқтада фотонни ёки заррани қайд қилиш эҳтимоллиги $|A|^2$ га тенг, яъни фотонлар ёки зарралар сони кўп бўлганда бу икки тушунча бирига тенг бўлади.

Де-Бройль тўлқинининг эҳтимоллик характери юқоридаги тажрибада очиқ-ойдин кўриниб турибди. Биз кўрдикки, ҳар бир электроннинг пластинкадаги ўрни дифракцион манзара шартига бўйсунди, лекин эҳтимоллик қонуни билан тавсифланади. Пластинкага келиб тушадиган айрим электроннинг ўрнини олдиндан аниқ айтиш мумкин эмас. Аммо фотопластинкага келиб тушаётган электронлар сони ортиши билан уларнинг фотопластинка бўйлаб тақсимоти эҳтимоллик тақсимоти қонунига яқинлашади, яъни $|A|^2$.

Баъзан пси-функциянинг эҳтимоллик маъноси нотўғри талқин этилади. Классик тасаввурга кўра, микрозарра ҳар доим бирор жойда жойлашгану, лекин биз аниқлай олмаймиз ва тўлқин функция фазонинг ҳар бир нуқтасида зарранинг қайд қилиш эҳтимоллигини беради, деб ҳисоблаш нотўғри бўлади. Газларнинг классик кинетик назариясида худди шундай тасаввурга эгамиз. Вақтнинг ҳар бир momentiда ҳар бир зарра ўз ўрнига эга, лекин зарралар сони кўп ва ҳар бирининг ҳаракатини кузатиш мумкин эмас. Шунинг учун бирдан-бир тўғри йўл — зарраларнинг тақсимот эҳтимоллигини қўллашдир. Бундай нуқтаи назар интерференция ҳодисасига зиддир. Чунки Гюйгенснинг интерференцион принципига кўра тўлқин фазони тўла эгаллаши керак. Зарра жойлашган нуқтадан келаётган тўлқинни зарра йўқ жойдан келаётган тўлқин билан қўшиш маъносиздир. Интерференция ҳамма нуқталарнинг тенг ҳуқуқлилигини талаб қилади.

Электрони пси-функциянинг амплитудасига мос равишда фазода «ёйилган» деб қараш мумкин. Электрон модда билан худди бир нуқтага тўплангандек бир бутун ҳолда ўзаро таъсирда бўлади. Ўзаро таъсирдан сўнг, албатта, у аввалги ψ -функция билан тасвирланмайди. Унинг фа-

зода «ёйилганлиги» кичиклашган, яъни у фотопластинканинг қорайган соҳасидагина намоён бўлади.

Энди биз биламизки, нега классик объектларда бу хил ёйилиб мавжуд бўлиш йўқ. Нима учун электрон икки тирқиш очиклигини сезади ва улардан бараварига ўтади-ю, классик объект, масалан, бильярд шари бильярд столининг ҳамма лузасига бир вақтда тушмайди? Сабаби шар ҳаракатининг де-Бройль тўлқин узунлиги шар ўлчамларига нисбатан нолга яқинлигидир ва шунинг учун шар ёйилган дея олмаймиз ва ҳеч қандай дифракцион ҳодисани кузатиш мумкин эмас.

Классик механикада зарранинг асосий хоссаси унинг траекторияси мавжудлигидир. Зарра фазонинг бирор нуқтасида ўрнашиб, қолган қисмида намоён бўлмайди, аксинча классик тўлқин оптикاسида тўлқин фазонинг ҳамма қисмида бараварига мавжуддир. Квант назариясининг тасавурига биноан ҳамма микрорарлар худди тўлқин каби бирданига фазонинг ҳамма нуқталарида мавжуд, лекин уни бирор нуқтада қайд қилиниши ўз эҳтимоллиги билан характерланади. Шунинг учун электрон, фотон ва бошқа микрорарлар ҳаракатини траектория тушунчаси билан тавсифлаш мумкин эмас. Улар квант характеристикалардан ташқари классик характеристикага — аниқ зарядга, массага, энергияга эгадир.

Микрорарра ҳолатига тажрибанинг таъсири. Юқорида электрон билан ўтказилган тажрибага қайтайлик. Ҳар бир электрон сочувчи объектдан ўтганидан сўнг фотопластинканинг бирор соҳасида қайд қилинади. Квант назариясига кўра уларнинг ҳар бири фотопластинка билан ўзаро таъсирда бўлгунга қадар фазода ёйилган эди. Ўзаро таъсир натижасида уларнинг ҳар бири аниқ бир нуқтада қайд қилинди. Демак, электроннинг пси-функцияси ўзаро таъсир натижасида батамом ўзгаради, яъни тажриба электрон ҳолатини ўзгартириб юборади. Тажриба электронни тажрибадан кейинги ўрнини аниқлайди. Пластинка билан ўзаро таъсиргача электроннинг ҳолати ноаниқ. Биз бу тажрибадан электронни ўзаро таъсиргача мураккаб дифракцион манзарага эга ҳолатини аниқлай олмаймиз. Унинг мураккаб дифракцион манзараси ўзаро таъсирдан сўнг фотопластинкада кўп миқдорда қайд қилинган зарралар тақсимланишини кузатиш билан аниқланиши мумкин.

Юқоридаги икки тирқиш билан ўтказилган тажрибани яна бир бор қайтарайлик. Электронни икки тирқишнинг қайси биридан ўтганлигини аниқлашга уриниб кўрайлик. Юқоридаги тирқишни электрон учун шаффоф юпқа пластинка билан беркитиб қўяйлик. Пластинка орқали ўтаётган электрон пластинка электрони билан тўқнашишда бўлади ва унга «тепки» импульси беради. Шу импульсларни қайд қилишимиз мумкин деяйлик. У ҳолда, агар экрандаги детектор ва тирқишдаги импульсни қайд қилувчи детектор бирданига қайд қилса, электрон юқори тирқишдан ўтган, акс ҳолда, яъни фақат экрандаги детектор қайд қилса, электрон пастки тирқишдан ўтган бўлади. Иккала детекторларда бирданига қайд қилинган электронлар тақсимотини кузатсак, у электронларни фақат юқори тирқишдан ҳосил қилган дифракцион манзарасини беради. Бошқа электронлар эса пастки тирқиш берган дифракцион манзарани ҳосил қилади. Электронларнинг экрандаги тақсимоти тубдан ўзгаради. Ҳар бир тирқиш алоҳида-алоҳида дифракцион манзара ҳосил қиляпти.

Юқори тирқишга детектор қўйилмаган ҳолда электронлар бирданига иккала тирқишдан ўтиб умумий дифракцион манзара берар эди. Юқори тирқишдаги детектор таъсирида бўлган электронлар ўз ҳаракатларини тепки импульси характерловчи қийматга, уларнинг ҳолат тўлқин функцияси — пси-функция эса фазасини тасодифий ҳолда ўзгартиради. Натижада иккала тирқиш ҳам алоҳида-алоҳида дифракцион манзара ҳосил қилади. Тажриба натижасида биз электронни қайси тирқишдан ўтганлигини аниқлаймиз. Лекин у аввалги икки тирқишдан ўтиб дифракцион манзара ҳосил қилувчи электрон эмас, балки бошқа тажрибада иштирик этаётган электрондир. Микрозарралар физикасида ҳар қандай тажриба, зарра ҳақида бирор маълумот олиш учун бўлган ҳар қандай уриниш зарранинг ҳолатини ва тўлқин функциясини бутунлай ўзгартириб юборади. Макроскопик ўлчамларга эга объектлар ҳолати ҳам улар устида ўтказилаётган тажриба вақтида ўзгаради, лекин ўзгариш шу даражада кичикки, тажриба натижасига қўшадиган ҳиссасини эътиборга олмаса ҳам бўлади. Шундай қилиб, микрозарралар устида тажриба ўтказишда ўлчов асбоблари билан зарра ўзаро таъсири натижасида микрозарра бошқа квант ҳолатга ўтади.

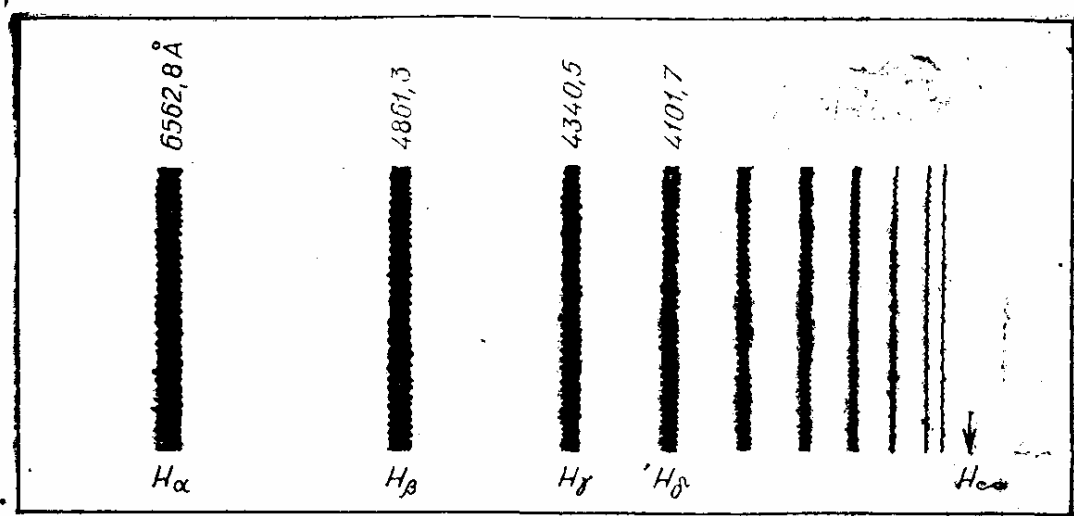
III БОБ

АТОМ ТУЗИЛИШИ ВА БОР НАЗАРИЯСИ

13- §. Атомнинг чизиқли спектрларидаги қонуниятлар

Чизиқли спектр сериялари. Физикавий ҳодисалар ичида, ҳаддан ташқари равшан ва тугал изланган бўла туриб, тушунтирилиши бениҳоят мушкулликдан иборат бўлган газлар ва буғларнинг ёруғликни чизиқли ютиш ва чиқариш ҳодисасидан бошқа ҳодисани кўрсатиш қийин. Газ ва металл буғларининг яқкалаштирилган атомлари ёки ионлари группа-группа бўлган чизиқли спектрлар чиқаради. Спектрларни термик ёки электрик уйғотиш воситалари билан чиқариш мумкин. Чизиқли спектр группаларига *чизиқлар сериялари* деб аталади. Ҳар бир серияда чизиқлар кетма-кетлиги кичик тўлқин узунликлар соҳасига қараб зичлашиб боради. Янги серия яна сийрак жойлашган чизиқлардан бошланади.

Кўп ҳолларда атомларнинг айни бир хил спектр чизиқлари ҳам ютиш, ҳам чиқариш спектрларида кузатилган. Бу ерда, албатта, Кирхгоф тажрибасини қайта эслаш мумкин. У натрий буғининг битта *D* чизиғи учун ёруғликнинг чиқариш ва ютиш частотаси тенг бўлишини кўрсатган эди. Спектр чизиқларини ва улар ташкил этган серияларини энг оддий атом — водород атоми спектрида кўришимиз мумкин. 15- расмда водород атомининг чиқариш спектридаги Бальмер чизиқлари кўрсатилган. Чиқариш Бальмер чизиқлари юлдуз атмосфераси спектридаги ютиш чизиқлари — Фраунгофер чизиқлари билан мосдир. Расмда оқ ёруғлик ва унга яқин ультрабинафша соҳасидаги H_{α} , H_{β} , H_{γ} , H_{δ} , символлар билан белгиланган кўринувчи чизиқлар келтирилган. H_{∞} туташ спектр чегарасини кўрсатади. Расмдан кўриниб турибдики, водород атомининг спектр чизиқлари тартибли равишда серияларга ажралган. Чизиқлар қисқа тўлқинлар сари маълум қонуният бўйича зичлашган. Бу қонуниятнинг миқдорий кўринишдаги ифо-



15-расм. Водород атомининг спектрал чизиқлари.

дасини швейцариялик физик олим Бальмер 1885 йилда аниқлаган. У биринчи бўлиб чизиқларнинг тўлқин узунликлари ўртасида ги боғланишни

$$\lambda = \lambda_0 \frac{n^2}{n^2 - m^2} \text{ \AA} \quad (3.1)$$

формула билан аниқ ифодаланишини кўрсатди. Бу ерда λ_0 — ўзгармас сон, n , m — бутун ўзгарувчи сонлар — $n = 3, 4, 5, \dots, m = 2$. Бу серияга кейинчалик *Бальмер серияси* деб ном берилган.

1888 йилда К. Рунге (3.1) формулада тўлқин узунлик ўрнига частотани киритди. 1890 йилда эса, Ридберг водороднинг (3.1) серия формуласига ҳозирги замонда умум қабул қилинган универсал кўриниш берди:

$$\nu = R \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right). \quad (3.2)$$

Ушбу Ридберг формуласидаги пропорционаллик коэффициенти R Ридберг доимийси деб аталади ва қуйидаги қийматга тенг:

$$R = 109677,581 \text{ см}^{-1}$$

Баъзан спектр чизиқлари частотасининг (3.2) формуласи *спектрал термлар* деб аталувчи T сонларининг айирмаси сифатида ҳам ифодаланади:

$$\nu = \frac{R}{R^2} - \frac{R}{n^2} = T_m - T_n = \Delta T.$$

Ҳар бир чизиқ частотаси иккита терм айирмасига тенг. Ҳар бир атом термларнинг маълум тўплами билан характерланади. Жумладан, берилган серия учун термлар тўплами битта ўзгармас ва бошқа битта ўзгарувчи термлардан иборат бўлади. Чизиқлар частотасининг ва шунингдек, термларнинг ўлчов бирлиги см^{-1} .

Спектрларни ўрганиш натижасида водород атоми спектрида Бальмер сериясидан ташқари яна бир қанча сериялар мавжудлиги аниқланди. Ҳозирги вақтда водород атомининг қуйидаги бешта серияси маълум:

$$\nu = R \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right), n = 2, 3, 4, \dots \text{ Лайман (1906 йил) серияси,}$$

$$\nu = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right), n = 3, 4, 5, \dots \text{ Бальмер (1885 йил) серияси;}$$

$$\nu = R \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2} \right), n = 4, 5, 6, \dots \text{ Пашен (1908 йил) серияси;}$$

$$\nu = R \left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{n^2} \right), n = 5, 6, 7, \dots \text{ Брэккет (1922 йил) серияси;}$$

$$\nu = R \left(\frac{1}{5^2} - \frac{1}{n^2} \right), n = 6, 7, 8, \dots \text{ Пфунд (1924 йил) серияси.}$$

Лайман серияси спектрнинг ультрабинафша қисмида ётади. Бальмер серияси кўринувчи спектрда эканлигини биз юқорида айтган эдик. Қолган сериялар, мос равишда, спектрнинг инфрақизил соҳасида ётади.

Водород атоми спектри чизиқларининг частоталари ўртасидаги боғланишни серияларнинг битта умумий

$$\nu = R \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) = T_m - T_n \quad (3.3)$$

формуласи орқали ифодалаш мумкин. Бу ерда m — бутун сон бўлиб, Лайман серияси учун 1 га, Бальмер серияси учун 2 га ва ҳоказо., ҳар бир серия учун аниқ битта қиймат қабул қилади. (3.3) формулада берилган m учун n сони $m + 1$ дан бошлаб ҳамма бутун катта сонларни қабул қилади. T_m , T_n — мос равишда m -ва n -термларни билдиради. (3.3) формула баъзан Бальмернинг *умумлашган формуласи* деб ҳам аталади.

(3.3) формуладаги n сонининг чексиз катта қийматгача ўзгаришида серия чизигининг частотаси ҳар бир серия учун

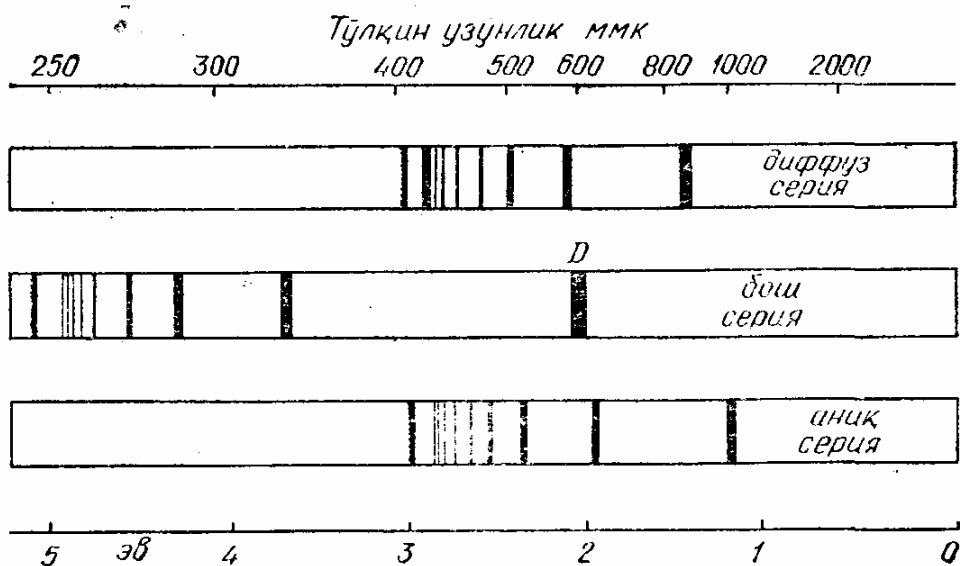
серия чегараси деб аталувчи $\frac{R}{m^2} = T_m$ чегаравий қийматга интилади. Масалан, Бальмер сериясининг юқорида қайд қилинган чегаравий чизиғи H_∞ орқали белгиланади (15-расм).

Спектр чизиқларининг группа-группа кўринишда жойлашиш қонунияти фақат энг содда атом — водород атоми учунгина хос бўлмасдан, ҳамма атомлар учун характерлидир. Бу умумийлик 1900 йилдаёқ аниқланган. Ридберг сериялар формуласининг умумий структурасини кўрсатган эди:

$$\nu = R \left[\frac{1}{(m+s)^2} - \frac{1}{(n+p)^2} \right]. \quad (3.4)$$

Бу ерда m — аввалгидек, сериялар соҳасида аниқ битта қиймат қабул қилувчи бутун кичик сон, n эса $m + 1$ дан бошлаб m дан катта бутун сонлар қабул қилади; демак, n — ўзгарувчи сон. s, p сонлари n ва m га қўшилувчи ўнли каср сонлардир.

16-расмда яхлит схемада натрий атомининг учта муҳим сериялари келтирилган. Иккиланган чизиқлар (дублет чизиқлар) якка чизиқ билан кўрсатилган. Серия чегараси штрихланган. Бу ҳақда V бобда батафсил тўхталиб ўтамиз.



16-расм. Натрий атомининг учта спектрал серияси,

Спектроскопик ўлчаш бирликлари. Спектроскопияда нурланишни тўлқин узунлик қиймати билан характерлаш қабул қилинган. Спектрнинг оқ ва ультрабинафша соҳаларида тўлқин узунлик ангстремларда ($1\text{Å} = 10^{-8}$ см) ёки миллимикронларда, инфрақизил соҳаларда эса микронларда ўлчанади. СИ бирликлар системасида тўлқин узунлики нанометрларда ($1\text{ нм} = 10^{-9}$ м) ўлчаш қулай.

Биз қуйида кўрамизки, спектр қонуниятларини ўрганишда, бу қонуниятларни атом тузилиши билан таққослашда ва қатор бошқа ҳолларда спектр чизиқларининг тўлқин узунлиги ўрнига тўлқин частотаси ёки частотага пропорционал катталиқ билан иш кўриш анча қулайлик туғдиради. Шунинг учун, спектроскопик ўлчашларда тўлқин узунлик билан боғлиқ тўлқин частотаси қўлланилади. Маълумки, ёруғликнинг частотаси ва тўлқин узунлиги ўзаро

$$\nu = \frac{c_{\text{муҳит}}}{\lambda_{\text{муҳит}}} = \frac{c_{\text{вакуум}}}{\lambda_{\text{вакуум}}}$$

ифода билан боғланган. Бу ерда $c_{\text{муҳит}}$, $c_{\text{вакуум}}$, $\lambda_{\text{муҳит}}$, $\lambda_{\text{вакуум}}$ муҳитда ва вакуумда ёруғликнинг тарқалиш тезлиги ва тўлқин узунлиги. Частотанинг бу ифодасидан оптикавий соҳаларда частота учун ҳаддан ташқари катта сонлар ҳосил бўлади, масалан

$$\lambda = 3000 \text{ Å} \text{ да } \nu = \frac{3 \cdot 10^{10} \text{ см/сек}}{3 \cdot 10^{-5} \text{ см}} = 10^{15} \text{ сек}^{-1}.$$

Иккинчи томондан, частотанинг бу қийматларини ҳисоблаш учун ёруғлик тезлигининг аниқ қийматини билиш зарур. Лекин ёруғликнинг тезлиги унинг тўлқин узунлигига қараганда каттароқ ноаниқлик билан ўлчанади. Шунинг учун, оптикавий спектроскопияда частота ўрнига тўлқин узунликка тесқари пропорционал бўлган тўлқин сони ν' қўлланилади:

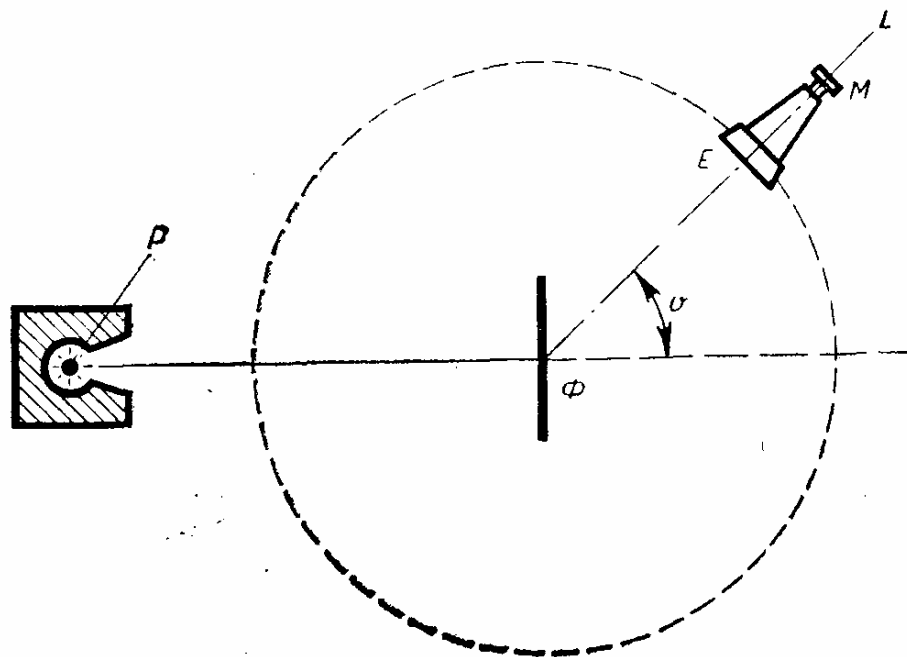
$$\nu' = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{n_{\text{муҳит}} \lambda_{\text{муҳит}}} = \frac{1}{\lambda_{\text{вакуум}}}$$

Тўлқин сони ν' — 1 см да жойлашган тўлқин узунлик $\lambda_{\text{вакуум}}$ лар сонини билдиради. Тўлқин сони см^{-1} да ўлчанади. Жумладан, юқоридаги тўлқин узунлик $\lambda = 3000 \text{ Å}$

нинг бўлинмас деган асрий тушунчасига чек қўйди. Бу тажрибалар атомнинг мавжудлигини ва бошқа зарраларга радиоактив емирилиши мумкинлигини кўрсатар эди, холос. Шу пайтгача маълум бўлган амалий изланишларнинг ҳеч бири атом структураси ҳақида ҳеч қандай маълумот бермас эди. Ҳозир биз электрон деб юритадиган зарранинг атом тузилишида қандайдир роли бор, деган фикр мавжуд эди, холос. Лекин қандай роль ўйнаши номаълум эди. Фақат атом нурланишининг ёруғлик спектрига дахли борлиги аниқ эди.

Лекин шунга қарамасдан 1911 йилга келиб атом тузилишининг камида учта гипотезасини кўрсатиш мумкин эди. Шулардан ўз замонда биринчиси Ж. Томсон моделидир (1903 й.). Томсон моделига кўра атом мусбат заряднинг ва атом массасига тенг массанинг 1 \AA диаметрли сферада текис тақсимланишидан иборат бўлиб, ичида айрим нуқталарда электронлар жойлашган. Томсон модели баъзи тажриба натижаларига мос келган ва энг эътибор қозонган модель бўлса ҳам, атом ҳодисаларини тушунтиришда катта қийинчиликларга учради. Иккинчи гипотеза ҳам шу 1903 йилларда эълон қилинган бўлиб, автори Ф. Ленард эди. Ленард хулосасига кўра ҳар хил модда атоми ҳар хил сондаги ягона ташкил этувчидан тузилган. Учинчи модель япон физиги Х. Нагаокога тааллуқли эди. Бу моделга кўра атом катта массали мусбат заряд атрофида аниқ интерваллардаги айлана бўйлаб электрон жойлашган кўринишига эга. Бу модель атомнинг планетар моделига яқин эди.

Демак, атом физикаси олдидаги муаммо аслида нейтрал атом ички тузилишида мусбат ва манфий зарраларнинг мавжудлигини ва уларнинг атом ичида тақсимланишини характерлаш ва кузатишни талаб қилар эди. Бу борада Э. Резерфорд, унинг шогирди Г. Гейгер ва аспиранти Э. Марсден томонидан α -зарраларнинг нишондан сочилишини ўрганиш устида олиб борилган тажрибалар натижаси атом структураси ҳақидаги тасаввурларнинг ривожланишида ҳал қилувчи қадам бўлди. Бу тажрибаларда қўлланилган α -зарра заряди электрон заряди бирлигида мусбат иккига тенг ва ўзига иккита электронни бириктириб олганида нейтрал гелий атомига айланувчи зарра эди.



17- расм. α -зарраларнинг ядрога сочилишини кузатиш учун қурилма. Φ — металл зар қоғоз; E — экран; M — микроскоп.

Резерфорд тажрибаси. Резерфорд тажрибасининг умумий схемаси 17-расмда келтирилган. Қўрғошин фишталаридан қурилган ковак P ичида α -радиоактив модда жойлаштирилган. Радиоактив манбадан ҳамма томонларга қараб чиқаётган α -зарралар P ковак деворлари — қўрғошинда тўла ютилиб, фақат бир йўналишда — ковакнинг ингичка тирқишидан ингичка нур кўринишидаги α -зарралар дастаси ташқарига чиқа олади. α -зарралар йўлига олтин пуркалган юпқа зар қоғоз Φ қўйилган. θ бурчакка сочилган α -зарралар E экранга тушади ва шу ерда қайд қилинади. Бутун қурилма вакуумга жойлаштирилган.

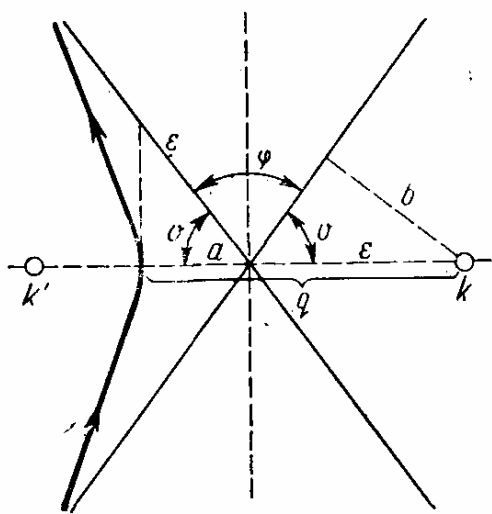
Кўпчилик α -зарралар зар қоғоздан ўтганда дастлабки йўналишларини сақлайди ёки кичик бурчакларга сочилади. Лекин Резерфорд баъзи α -зарраларни ҳаддан ташқари катта бурчакка (150° — 180°) сочилишини сезади. Бу ҳолни мавжуд моделлар асосида тушунтириб бўлмайди. Мавжуд моделларга биноан бу ҳол, Резерфорд айтганидек,

«худди сиз папирус қоғозига қаратиб тўпдан ўн беш фунтли снаряд отганингизда снаряд орқага қайтиб келиб сизни шикастлантириши мумкинлигининг юқори даражада эҳтимолсизлиги» каби эди. α -зарралар зар қоғоз сиртидан худди кўзгудан қайтган нур каби қайтаётган эмасмикан, деган тахмин оддий тажриба асосида рад қилинди. Зар қоғозларни пачка қилиб дасталаб Φ ни ўрнига қўйилишида пачкани қалинлаштирилиши билан катта бурчакка сочилган α -зарралар сонининг ортиши кузатилди. Хулоса аниқ эди: α -зарраларнинг зарқоғоздан катта бурчак остида орқага қайтиши сирт ҳодиса бўлмасдан, балки олтин моддаси ёки атоми ичидаги номаълум куч таъсири натижаси эди. Нишон материални қалайга, платинага, кумушга, мисга, темирга, алюминийга ва ҳ. к. алмаштирилиб кўрилди. Металнинг атом оғирлиги ортиши билан катта бурчакка сочилган α -зарралар сонининг ортиши аниқланди.

Тажрибалар натижасида Резерфорд шундай хулосага келди: α -зарраларнинг зар қоғоздан сочилиши фақат бир нуқтага мужассамланган катта мусбат заряднинг электр майдони таъсирида рўй бериши мумкин. Демак, атомларда жуда катта мусбат заряднинг электр кучи жуда кичик ҳажмга тўпланган экан. Шунинг учун α -зарра олтин атомининг кичик ҳажмида тўпланган катта мусбат заряд билан тўқнаш келгандагина катта бурчакка сочилади. Бу хулосага ассосланиб Резерфорд 1911 йилда атомнинг ядро моделини эълон қилди.

Атомнинг ядро модели. Атомнинг ядро моделига асосан атом марказида ядро жойлашган. Ядро ўлчамлари 10^{-12} см радиус билан характерланувчи ҳажмга эга. Ядронинг заряди эса миқдор жиҳатдан Ze га тенг бўлиб, мусбат ишорага эга. Ядро атрофида атомнинг қолган ҳажми бўйича эса Z донга электронлар булутига тақсимланган. Атомнинг деярли ҳамма массаси ядрога мужассамланган. Шундай қилиб, атомнинг ядро моделига биноан мазкур жараёндаги асосий ўзаро таъсир икки мусбат зарядли α -зарра билан $+Ze$ зарядли массив ядро ўртасида содир бўлади ва α -зарралар атомнинг массив ядросидан сочилади.

α -зарраларнинг атом ядросида сочилиш назарияси Резерфорд томонидан ишланиб чиқилган. Резерфорд назариясига кўра α -зарра билан атом ядроси ўртасидаги ўзаро таъсир кучи улар ўртасида мавжуд бўлган электростатик



18-расм. α -зарраларнинг ядродан сочилиш геометрияси a ва b — гиперболанинг ярим ўқлари, K — ядро.

итарилиш кучи, холос. У ҳолда мазкур жараён учун электростатик Кулон итариш кучи қуйидагича ифодаланади:

$$F = \frac{2eZe}{4\pi\epsilon_0 q^2}. \quad (3.5)$$

Бу ерда ϵ_0 — вакуумнинг диэлектрик сингдирувчанлиги, $\epsilon_0 = 8,86 \cdot 10^{12}$ А · сек/В · м, q — альфа-зарра билан ядро ўртасидаги масофа. Ядро билан α -зарра тўқнашуви геометрияси 18-расмда берилган. Механикадан маълумки, агар ўзаро таъсир кучи масофанинг квадратига

тескари пропорционал бўлса, у куч конус кесими бўйича юз берувчи ҳаракатга олиб келади. Ўзаро таъсир кучи итариш кучи бўлса, ҳаракат траекториясининг конус кесими гипербола шаклида бўлади. Расмда α -зарранинг траекторияси йўғон чизиқ билан кўрсатилган гиперболанинг бир шохчасидан иборат. Гиперболанинг бир фокуси ядронинг ўрни K билан мос келади. α -зарра ўз йўналишини ϕ бурчакка ўзгартиради. Ядродан гипербола асимптотасигача, яъни α -зарранинг бошланғич йўналишигача энг қисқа масофа b ни *нишонга олиш параметри* дейилади. Табиийки, b қанча кичик бўлса, сочилиш бурчаги ϕ шунча катта бўлади. Нишонга олиш параметри билан сочилиш бурчаги ўртасидаги боғланишнинг миқдорий ифодасини аниқлайлик.

Даставвал энергиянинг сақланиш қонунидан фойдаланамиз: кинетик ва потенциал энергиялар йиғиндиси ўзгармасдир. α -зарранинг ядродан етарлича узоқ масофадаги тезлигини v деб белгиласак, унинг шу масофадаги тўла энергияси фақат кинетик энергиядан иборат бўлади. Энди шу энергияни α -зарранинг гипербола учидан ўтаётган моментидagi энергиясига тенглаштирсак, қуйидаги ифодага келамиз:

$$\frac{Mv^2}{2} = \frac{Mv_0^2}{2} + \frac{2Ze^2}{4\pi\epsilon_0 q}. \quad (3.6)$$

Бу ерда M — α -зарранинг ҳаракатсиз ҳолдаги массаси. Тенгламанинг ўнг томонидаги биринчи ҳад α -зарранинг гипербола учидан ўтаётганидаги кинетик энергияси, иккинчи ҳад электростатик итариш кучининг электростатик потенциал энергияси, яъни $F = -\frac{dU}{dr}$. (3.6) нинг икки томонини $Mv^2/2$ га қисқартирамиз ва натижани қуйидаги кўринишда ёзамиз:

$$\frac{v_0^2}{v^2} = 1 - \frac{2D}{q}. \quad (3.7)$$

Биз D орқали қуйидаги доимий қийматни белгиладик:

$$D = \frac{2Ze^2}{4\pi\epsilon_0 Mv^2}.$$

Классик механиканинг сақланиш қонунларига биноан ядронинг марказий электростатик майдонидаги α -зарра ҳаракатида энергиянинг сақланиши билан бир қаторда ҳаракат миқдори моменти ҳам сақланади, яъни

$$Mvb = Mv_0q$$

ёки

$$\frac{v_0}{v} = \frac{b}{q}. \quad (3.8)$$

Гиперболанинг фокусидан учигача бўлган масофани унинг эксцентриситети ϵ билан асимптотасининг координата ўқига нисбатан ҳосил қилган бурчагини ϑ орқали ифода-лаймиз:

$$q = \epsilon(1 + \cos \vartheta).$$

Нишонга олиш параметри b билан гиперболанинг эксцентриситети ϵ ўртасидаги боғланишни расмдан осон аниқлаш мумкин:

$$\epsilon = b/\sin \vartheta,$$

у ҳолда

$$\frac{b}{q} = \frac{\sin \vartheta}{1 + \cos \vartheta} = \operatorname{tg} \frac{\vartheta}{2}. \quad (3.9)$$

(3.9) ифодадан q нинг қийматини (3.7) га қўйиб, қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$\frac{v_0^2}{v^2} = 1 - \frac{2D}{b} \operatorname{tg} \frac{\vartheta}{2}.$$

Ҳосил бўлган тенгламанинг чап томони (3.8) ва (3.9) га кўра $\operatorname{tg}^2 \frac{\vartheta}{2}$ га тенглигини ҳисобга олсак, нишонга олиш параметрини ϑ бурчак билан қуйидаги боғланишга келамиз:

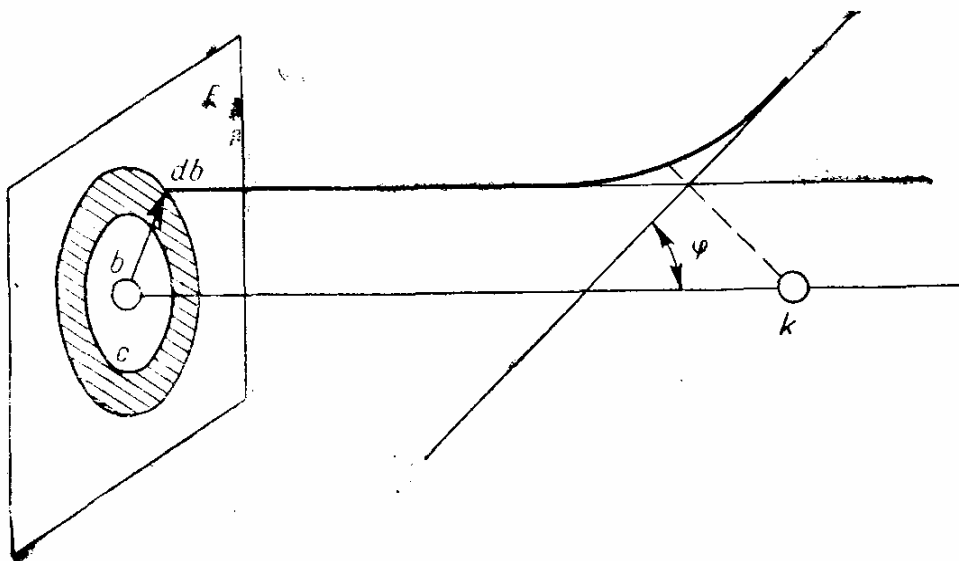
$$b = D \operatorname{tg} \vartheta$$

ёки расмдан $\varphi = \pi - 2\vartheta$, демак,

$$b = D \operatorname{ctg} \frac{\varphi}{2} = \frac{2Ze^2}{4\pi\epsilon_0 Mv^2} \operatorname{ctg} \frac{\varphi}{2}. \quad (3.10)$$

Биз нишонга олиш параметри, яъни ядродан α -зарранинг чексизликдаги траекториясига туширилган перпендикуляр билан α -зарранинг ядродан сочилиш бурчаги ўртасидаги муносабатни топдик. Энди берилган бурчакка сочилаётган α -зарраларнинг умумий сонини осон аниқласа бўлади. Узоқ масофадан ядрога тушаётган α -зарралар дастасига перпендикуляр текисликни тасаввур қилайлик. Ядронинг E текисликдаги проекциясини 19-расмдагидек C нуқта билан белгилайлик. У ҳолда φ ва $\varphi + d\varphi$ бурчак интервалида сочилаётган ҳамма α -зарралар радиуслари b ва $b + db$ бўлган айланаларнинг текисликда ҳосил қилган ҳалқаси орқали ўтади. Агар бирлик юздан бирлик вақт ичида ўтган α -зарраларнинг сонини бирга тенг деб ҳисобласак, мазкур ҳалқадан ўтган α -зарралар сони қуйидагича ифодаланади:

$$d\sigma = 2\pi b |db|.$$



19-расм. α -зарралар сочилишининг экранда қайд қилиниши.

Нишонга олиш параметрининг дифференциалини ва ўзини (3.10) формуладан келтириб қўйиб φ ва $\varphi + d\varphi$ бурчаклар ўртасида сочилаётган α -зарралар сонини топамиз:

$$d\sigma = \pi D^2 \left| \frac{\cos \frac{\varphi}{2}}{\sin^3 \frac{\varphi}{2}} \right| \cdot [d\varphi] \cdot [1]$$

φ ва $\varphi + d\varphi$ бурчак остида ядродан сочилаётган зарралар бирлик сферанинг $d\Omega = 2\pi \sin \varphi d\varphi$ фазовий бурчак остидаги ҳалқасида бир текис тақсимланади. φ ва $\varphi + d\varphi$ бурчакда сочилаётган ҳамма зарралар тўла сони $d\sigma$ ни бирлик сферада $d\Omega$ фазовий бурчак ҳосил қилган ҳалқанинг юзига нисбати бирлик сферанинг $d\Omega$ фазовий бурчак остидаги бирлик юзида қайд қилинган зарралар сонини беради.

Бу катталик α - зарраларнинг бирлик фазовий бурчакда сочилиш эҳтимолини беради:

$$W(\varphi) = \frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{D^2}{4 \sin^4 \frac{\varphi}{2}} = \left(\frac{Ze^2}{4\pi \varepsilon_0 Mv^2} \right)^2 \frac{1}{\sin^4 \frac{\varphi}{2}}. \quad (3.11)$$

Охирги формула якка ядродан α -зарралар сочилишининг Резерфорд формуласидир. Сочилган α -зарралар сонини билган ҳолда (3.11) формула орқали боғланган Z , M , φ , v ўртасидаги ҳар қандай муносабатни аниқлаш мумкин.

Бирлик ҳажмдаги ядролар сони n га тенг бўлсин. Агар ядролар зар қоғозда бир текис тақсимланган ва бир-бирини тўсмайди деб фараз қилсак, сочувчи ядроларнинг ҳаммасини ҳиссаси ҳисобга олиниши учун (3.11) формулани n га кўпайтиришимиз керак. Агар энди тушаётган α -зарраларнинг зичлигини N деб олсак, $d\Omega$ фазовий бурчакка сочилган зарраларнинг ўртача сони қуйидагича аниқланади:

$$n \cdot N \cdot W(\varphi) d\Omega = n \cdot N \left(\frac{Ze^2}{4\pi \varepsilon_0 Mv^2} \right)^2 \frac{d\Omega}{\sin^4 \frac{\varphi}{2}}.$$

Бу формуладаги n , N , Z , e , ε_0 , M ва v катталиклар тажриба вақтида ўзгармас қолади. Кўриниб турибдики, α -зарранинг бошланғич тезлиги v дан бошқа ҳамма катталиклар доимий. Энди тажриба шароитини ўзгартирмасак, ҳар қандай

табий α -радиоактив манбадан ҳосил бўлаётган α -зарралар деярли бир хил тезликка эга. Шунинг учун охирги тенгликни ҳар икки томонини $\sin^4 \frac{\varphi}{2}$ га кўпайтириб,

$$n \cdot N \cdot W(\varphi) \sin^4 \frac{\varphi}{2} d\Omega = n \cdot N \left(\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 Mc^2} \right)^2 d\Omega \quad (3.12)$$

кузатишни фазовий бурчакнинг фақат битта қийматида олиб борсак, (3.12) тенгламанинг ўнг томони ўзгармас сонга айланади:

$$n \cdot N \cdot W(\varphi) \cdot \sin^4 \frac{\varphi}{2} d\Omega = \text{const.} \quad (3.13)$$

Шундай қилиб, Резерфорд формуласида фақат сочилиш бурчаги ўзгарса, у (3.13) кўринишига келади. Тажрибада даставвал (3.13) шартни жуда катта аниқликда бажарилиши аниқланди.

Резерфорд кашфиёти фан олдида янги проблемаларни қўйди. Атомнинг ядро модели классик механика ва электродинамика қонунларига зид эди.

Ньютоннинг ҳаракат қонунларига ва электр кучлари ўзаро таъсири ҳақидаги Кулон қонунига асосланган Резерфорд модели атом барқарорлиги ҳақидаги маълумотга зид эмас. Аммо атомнинг бу хил содда тасвири классик электродинамикага батамом зид келади. Максвелл қонунларига биноан тезланиш билан ҳаракат қилаётган электрон ўзидан электромагнит тўлқиндан иборат нурланиш чиқариши керак. $\frac{v^2}{r}$ (бу ерда r — орбита радиуси) тезланиш билан ҳаракат қилаётган электроннинг нурланиш қуввати классик электродинамикага биноан қуйидаги ифода билан аниқланади:

$$P = 2 \left(\frac{r e^2}{4\pi\epsilon_0 c} \right) \frac{1}{3m_e^2 r^4} = \left(\frac{2288 \cdot 10^{-26}}{r^4} \right) \text{эВ/сек.}$$

Агар атом ўлчамини тахминан 1 \AA деб ҳисобласак, нурланиш қуввати $P = 3 \cdot 10^{10} \text{ эВ/сек}$ га тенг бўлади. Демак, энергия йўқотиш жуда катта тезлик билан рўй берар экан. Электроннинг энергия йўқотиши билан унинг энергияси абсолют қиймати бўйича жуда тез ўсади (чунки электроннинг боғланиш энергияси манфий ва унинг камайиши абсолют қиймати ўсишини вужудга келтиради),

бу эса r нинг тез камайишига ва, натижада, $P \sim r^4$ сабабли электроннинг энергиясини яна тезроқ камайишига олиб келади. Электрон ўз энергиясини йўқотиши оқибатида тахминан 10^{-16} сек да атом ядросига келиб тушади. Бу эса Резерфорд формуласининг асосига қўйилган классик назария қонунлари атом барқарорлиги масаласида нотўғри натижаларга олиб келишини кўрсатади.

Балки Резерфорд формуласи нотўғридир ва марказий ядро, унинг атрофидаги орбита бўйлаб ҳаракатланувчи электрон ҳақидаги атомнинг Резерфорд модели ҳақиқатдан балки узоқдир, деган савол туғилиши мумкин. Резерфорднинг классик ҳисоблашлари тахминан тўғри, унинг атом модели эса чин атом тасавури пойдеворининг синчи эканлигини кўрсатиш учун α -зарраларнинг де-Бройль тўлқин узунлигини аниқлаймиз. Агар радиоактив манбадан чиқаётган α -зарраларнинг ўртача тезлигини $2 \cdot 10^9$ см/сек деб ҳисобласак, унинг де-Бройль тўлқин узунлиги

$$\lambda = \frac{h}{Mv} = 5 \cdot 10^{-13} \text{ см}$$

га тенг. α -зарранинг бу де-Бройль тўлқин узунлиги олтин ядросининг характерли ўлчамлари $3 \cdot 10^{-12}$ см (α -зарранинг ядрога энг яқин кела олиш масофаси) дан 6 марта кичик. Демак, биз α -зарраларнинг ядродан сочилиши масаласида уларни классик зарра сифатида қарашимиз мумкин.

Шундай қилиб, классик физикага асосан ядро атрофида айланаётган электрон ўзидан доимо нурланиш чиқариб энергия йўқотиши оқибатида ядрога тушиши керак, яъни классик физикага асосан Резерфорд модели кўринишидаги ҳар қандай атом беқарордир.

15- §. Бор постулатлари. Атомнинг энергетик сатҳларини ўрганиш

Борнинг квантлаш шарти Резерфорднинг атом тузилиши моделига асосан электрон атом ядроси атрофида электростатик куч таъсирида ҳаракатланади. Электр зарядли зарралардан ташкил топган атом модели Ньютон механикаси ва Максвелл электродинамикасига зид келар эди. Бу модель атомнинг барқарор мавжудлигини ва унинг

чиқариш ва ютиш чизиқли спектрларини тушунтира олмасди. Иккинчи томондан, ёруғликнинг фотон назарияси классик электродинамикага бўлган ишончни камайтирган эди. Планкнинг квант ғоясини эслайлик. Квант ғоясида ҳар бир чиқариш ёки ютиш спектр чизиғига маълум ν частота билан тебранаётган гармоник осцилляторнинг турғун стационар ҳолати тўғри келади деб фараз қилиниб, абсолют қора жисмнинг нурланиш назарияси яратилган эди. Классик назариядан фарқли равишда квант осцилляторлар энергиянинг квантланган порцияларини ютиши ва чиқариши мумкин.

1913 йил Дания физиги Нильс Бор бу осцилляторларнинг ўзаро бир-бири билан ва атом тузилиши билан боғланишини тушуниш йўлида буюк қадам қўйди. Н. Бор электронларни атом тузилишида Планк ғоясига кўра квазиэластик куч таъсиридаги осцилляторлар сифатида қарашдан иборат нуқтаи назардан воз кечди. У атомнинг барқарорлигига ва ютиш ҳамда чиқариш спектрал чизиқларининг мавжудлигига асосланиб ядро атрофида электроннинг динамик ҳаракатини дискрет стационар ҳолатларда юз беради деб фараз қилди. Бу нурланишнинг дискрет квантлар — фотонлар ғояси билан Резерфорднинг атом тузилиши моделининг уйғунлашуви эди. Нильс Бор атом тузилишининг квант назарияси асосига қўйидаги икки постулатни қўйди:

I. Классик механикага биноан атом ядроси атрофида электронлар учун ўринли бўлган чексиз кўп орбиталардан ҳақиқатда фақат баъзиларигина мавжуд. Бу турғун орбиталар бўйича ҳаракатланаётган электронлар учун нурланиш, яъни энергия йўқотилиши содир бўлмайди. Дискрет энергетик сатҳларга тўғри келувчи турғун орбиталар маълум аниқ квант шартларига бўйсунди.

Квант шартлари ёки, баъзан айтилишича, барқарорлик шартлари қўйидагича таърифланади: таъсир, яъни импульснинг йўлга кўпайтмаси таъсир кванти h га бутун карралидир.

Электронларнинг атом ядроси атрофидаги орбита бўйлаб ҳаракатида барқарорлик шarti умумий ҳолда умумлаштирилган координаталар орқали қўйидаги кўринишда ифодаланади:

$$\oint p_i dq_i = n_i h, \quad (3.14)$$

Бу ерда q_i — умумлаштирилган координата, p_i — унга мос ҳаракат миқдори моменти, n_i — бутун сон, биз кейинчалик кўрамизки, n_i бош квант сони деб юритилади. ϕ белги q_i умумлаштирилган координата ўзгаришининг ҳамма соҳаси бўйича интеграллашни билдиради. (3.14) ҳар қандай даврий ҳаракат учун квантлаш шартини умумий ҳолда тавсифлайди.

II. Электронлар ўз орбиталари бўйича ҳаракатида нурланиш чиқармас экан атомларнинг нурланиш чиқариши ёки ютиши электронларни барқарорлик шартига бўйсунувчи орбиталарнинг биридан иккинчисига ўтишида содир бўлади. Бу постулат электронларнинг бир барқарор орбитадан иккинчисига ўтишида атом томонидан ёруғлик чиқариш ёки ютишини фотон механизми асосига қўяди.

Мисол тариқасида Ze зарядли ядро атрофидаги айланма орбитада бир текис айланаётган битта электроннинг ҳаракатини кўрайлик. Мусбат $+e$ -ва манфий $-e$ заряд орасидаги ўзаро таъсир кучи

$$F = \frac{Ze^+ e^-}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{a}{r^2}.$$

Бу ерда r — зарядлар ўртасидаги масофа ёки айлана радиуси.

Айлана бўйлаб v чизиқли тезликда ҳаракат қилаётган электрон бу куч таъсирида, классик механикага асосан, марказга интилма тезланиш олади:

$$m_e \frac{v^2}{r} = \frac{a}{r^2}.$$

Ушбу ифодадан орбита радиусини аниқлаймиз:

$$r = \frac{a}{m_e v^2}, \quad (3.15)$$

m_e — электроннинг массаси $= 9 \cdot 10^{-31}$ кг. Айланма орбитада электроннинг айланиш частотаси тезликни босиб ўтилган йўлга нисбати кўринишида топилади:

$$\nu^{\text{ор}} = \frac{v}{2\pi r} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{a}{m_e r^3}}. \quad (3.16)$$

Электроннинг кинетик энергияси эса

$$T_{\text{кин.}} = \frac{1}{2} m_e v^2 = \frac{a}{2r}. \quad (3.17)$$

Электронни r масофадан чексизликка кўчириш учун бажарилган ишни ҳисоблаб, электроннинг потенциал энергиясини топамиз:

$$V_{\text{пот.}} = - \int_r^{\infty} F dr = - \int_r^{\infty} \frac{a}{r^2} dr = - \frac{a}{r}.$$

Айланма орбита бўйлаб ҳаракатланаётган электроннинг тўла энергияси эса

$$E = T_{\text{кин.}} + V_{\text{пот.}} = - \frac{a}{2r}. \quad (3.18)$$

Ҳозиргача фақат классик назария нуқтаи назардан иш кўрдик. Энди (3.14) формулада ифодаланган барқарорлик шартини қўллайлик. Электронни айланма орбита бўйлаб текис ҳаракатида $r = \text{const}$ ва биргина умумлаштирилган координата азимут бурчаги φ дир. Бу ўзгарувчи координата φ га мос момент электроннинг ҳаракат миқдори моментидир, яъни $p_{\varphi} = m_e v r$. Электроннинг орбита бўйлаб ҳаракатида φ азимут бурчаги 0 дан 2π гача ўзгаради. Шундай қилиб, бизнинг мисол учун барқарорлик шарти қуйидагича ёзилади:

$$\int_0^{2\pi} m_e v r d\varphi = nh$$

ёки интеграллашни бажарсак,

$$m_e v \cdot 2\pi r = nh. \quad (3.19)$$

Барқарорлик шартининг (3.19) ифодасидан фойдаланиб n -ҳолат турғун орбитасининг радиусини (3.15) формуладан

$$r_n = \epsilon_0 \frac{h^2}{\pi m_e Z e^2} n^2, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (3.20)$$

Электроннинг орбита бўйлаб айланиш частотасини (3.16) формуладан

$$\nu_n^{\text{ор}} = \frac{1}{\epsilon_0^2} \frac{Z^2 e^4 m_e}{4h^3} \frac{1}{n^3}, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (3.21)$$

ва тўла энергиясини (3.17) формуладан

$$E_n = - \frac{1}{\epsilon_0^2} \frac{Z^2 e^4 m_e}{8h^2} \frac{1}{n^2}, \quad n = 1, 2, 3 \dots \quad (3.22)$$

аниқлаймиз. Охирги тенглама кўрсатадики, бутун сон n нинг ортиши билан турғун орбитада айланаётган электроннинг тўла энергияси ўзининг максимал қиймати 0 гача ўзгаради.

Электроннинг бир турғун орбитадан иккинчисига, масалан, m ҳолат орбитасидан n га ўтишида энергия порциясининг ютилиши (агар $n > m$) ёки чиқарилиши содир бўлади:

$$\Delta E = E_n - E_m = \frac{1}{\epsilon_0^2} \frac{Z^2 e^4 m_e}{8h^2} \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right). \quad (3.28)$$

Н. Бор ғоясига биноан бу энергия монохроматик нурланишга киради ва унинг частотаси Планк доимийси орқали аниқланади:

$$\Delta E = h\nu. \quad (3.24)$$

Ҳосил бўлган ифодани (3.3) билан алмаштирадик, Ридберг доимийси учун қуйидаги тенгликка келамиз:

$$R = \frac{1}{\epsilon_0^2} \frac{m_e Z^2 e^4}{8h^3}. \quad (3.25)$$

Бу ерда R нинг ўлчов бирлиги сек^{-1} . R ни см^{-1} бирликка ўтказиш учун (3.25) ифодани ёруғлик тезлигига бўлиш керак.

Шундай қилиб, спектр чизиқларнинг формуласи (3.24) ни келтириб чиқаришда Бор назариясида Планк доимийсига икки марта мурожаат қилинди. h нинг биринчи киритилишида атомнинг барқарорлиги таъминланди; h бўйича маълум турғун орбиталар танланди. Электроннинг бир турғун орбитадан иккинчисига ўтишидаги нурланиш частотаси h нинг иккинчи марта киритилишида аниқланди. Атом тузилишининг Бор моделида нурланиш чиқариш ва ютиш механизми ҳақида ҳеч қандай маълумот берилмайди (жуда кичик частотаталарга тааллуқли ҳол бундан мустаснодир). Қўшни жойлашган катта орбиталардаги ўтишни кўрайлик, яъни

$$\frac{1}{m^2} - \frac{1}{(m+1)^2} \approx \frac{2}{m^3}.$$

У ҳолда (3.24) дан нурланиш частотаси қуйидагича аниқланади:

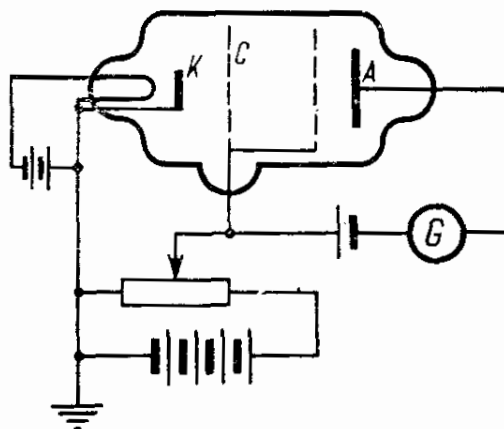
$$\nu = \frac{1}{\epsilon_0^2} \frac{Z^2 e^4 m_e}{4h^3} \frac{1}{m^3}.$$

Бу ифодани водород ҳоли учун (3.21) билан таққосласак, $\nu = \nu^{\text{ор}}$ эканини кўрамиз. Демак, кичик частоталар чегаравий ҳолда чиқарилган ёки ютилган ёруғлик электроннинг айланиш частотаси билан мос келади, яъни диполь тебраниш билан Планк доимийси характерловчи нурланиш механизми чегаравий ҳолда нурланаётган классик диполга тўғри келади.

Д. Франк ва Г. Герц тажрибаси. Резерфорднинг атом ҳақидаги планетар тасаввурига асосланган Н. Бор атом модели—электронларнинг маълум турғун орбиталарда ҳаракатланиши постулат сифатида қабул қилинган эди. Бундан шундай хулоса келиб чиқадики, агар атомда электроннинг аниқ бирор ҳаракат схемасигина мумкин бўлса, атом си темасининг тўла энергияси бу ҳаракатга мос келувчи маълум қийматгагина эга бўлади. У ҳолда энергиянинг мумкин бўлган қийматлари ўртасида оралик, узилиш мавжуд бўлади ва шунинг учун, атомнинг ички энергияси ташқаридан берилаётган энергия ҳисобига фақат маълум дискрет қийматларгагина ўзгара олади. Бу эса биз юқорида таъкидлаган атомнинг чиқариш ва ютиш спектр чизиқлари ҳақидаги экспериментал натижаларга мосдир. Шу билан битта муҳим савол туғилади. Шу спектр чизиқларига мос келувчи ва электронларнинг турғун орбита бўйлаб ҳаракати билан характерланувчи атомнинг дискрет энергетик сатҳи фақат ёруғлик нурланиш жараёнигагина хосми ёки атом ички тузилишининг табиатига хосми? Атом энергетик сатҳлари фақат нурланиш жараёнини характерловчи схема бўлмасдан, унинг ички тузилиш табиатига хос эканлигини текшириш учун атомга нурланиш кўринишида бўлмаган бошқа хил энергия бериб уни бир энергетик ҳолатдан иккинчисига ўтишини кузатиш лозим. Бу фикрни бевосита текшириб кўриш Бор модели учун катта аҳамият касб этади. Атомларни тўғридан-тўғри электронлар орқали бомбардимон қилиб, электронларнинг кинетик энергияси ҳисобига атомлар ички энергиясини

ўзгартиришга ҳаракат қилиш йўли билан мазкур фикрни амалга ошириш мумкин эди.

1914 йилда немис физиклари Жемс Франк ва Густов Герц томонидан моҳирона қўйилган эксперимент атом энергетик сатҳларини кузатишга бағишланган эди. Бу эксперимент ва ундан рағбатланиб амалга оширилган бошқа хил экспериментлар атом энергетик сатҳлари, энергетик сатҳларга мос атом ҳолатлари, уларнинг ва умуман атом



20- расм. Франк ва Герц тажрибасининг схемаси. A — анод; K — катод; C — тўр.

тузилиши ҳақидаги муаммонинг калити бўлди. 20-расмда Франк ва Герц экспериментнинг схемаси берилган. Тажриба қурилмасининг асосий қисми электрон трубкадир.

Трубка текшириляётган атомлар билан тўлдирилган. Трубкадаги ушбу атомлар газининг босими (ёки зичлиги) атомларнинг эркин югуриш йўлини трубка ўлчамига тўғри келадиган қилиб танланган (Франк ва Герц симоб буғлари билан иш кўрган). Трубка ичига қиздирилувчи катод K , C тўр ва A анод жойлаштирилган. C тўрга катоддан чиқаётган электронларни тезлатувчи V_c потенциал берилади. Тезлатувчи потенциалнинг қиймати реостат орқали бир текис ўзгартирилиши мумкин. Тўр билан анод ўртасида эса тўхтатувчи кичик потенциал берилган.

Юқорида фотоэлектрик эффект ҳодисасини ўрганишга бағишланган Р. А. Милликен тажрибасини баён этишда таъкидланган контакт потенциаллар фарқи бу тажрибада ҳам албатта эътиборга олинган. Тезлатувчи потенциал нолга тенг бўлган ҳолда ҳам ток нолдан фарқли бўлади, чунки анод ва катод материаллари ўзаро айнан бўла олмаганлиги сабабли улар ўртасида электронларни анодга ҳайдовчи қўшимча контакт потенциаллар фарқи мавжуд. (Тескари йўналишда ток мумкин эмас, чунки электронлар фақат қиздирилган катоддан чиқади). Худди шу контакт потенциаллар фарқини компенсациялаш учун тормозловчи потенциал бўлиши ва тажриба натижаларини талқин қилишда ҳисобга олиниши керак.

Катод ва тўр орасига қўйилган тезлатувчи потенциал воситасида муайян тезланиш олган электронлар электр майдондан ҳоли соҳага ўтади. Трубкага тўлдирилган газ атомлари билан тезлатилган электронларнинг тўқнашиши асосан худди шу соҳага тўғри келади. Тўқнашишнинг эластик ёки ноэластик характерини аниқлаш учун А анод билан унга яқин тўр оралиғида тўхтатувчи потенциал бўлади.

Шуни эслатиш лозимки, бошланғич кинетик энергиянинг ўзгаришига қараб тўқнашишлар эластик ёки ноэластик турга ажралади. Агар икки зарранинг тўқнашиш жараёнида уларнинг бошланғич кинетик энергияларининг йиғиндиси тўқнашиш содир бўлгандан кейинги кинетик энергиялари йиғиндисига тенг бўлса, гарчи жараёндан кейин энергия бошқача тақсимланган бўлса ҳам, бу жараённи *эластик тўқнашиш* дейилади. Акс ҳолда, агар тўқнашиш жараёнида бошланғич кинетик энергиянинг бир қисми тўқнашувчи зарралардан бирининг ички энергиясини ўзгартиришга сарф бўлса, бундай жараённи *ноэластик тўқнашиш* деб юритилади.

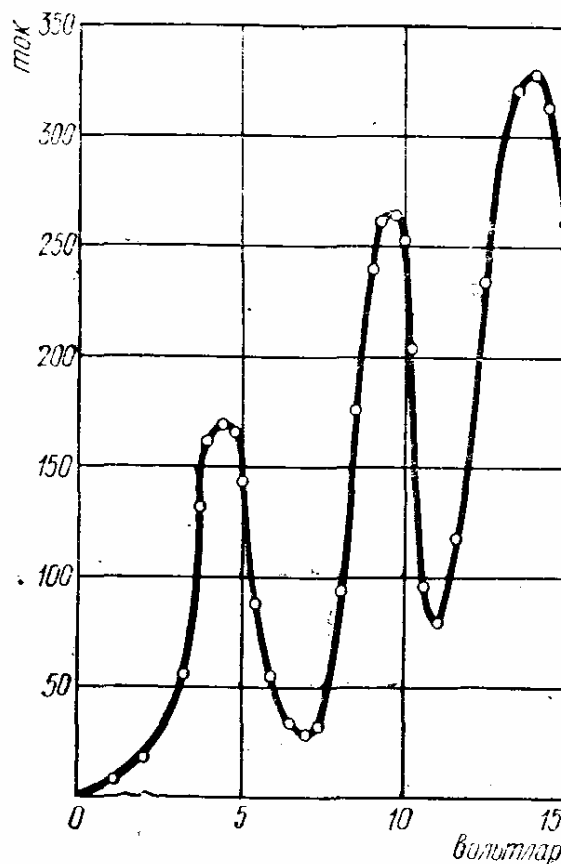
Франк ва Герц тажрибасида электрон билан газ атоми тўқнашувининг эластик ёки ноэластиклигини характерлаш учун тўқнашишдан кейин тезликлар тақсимотини текшириш зарур эди. Бу тўхтатувчи потенциал воситасида аниқланди. Агар тўқнашиш жараёнида электрон бутун кинетик энергиясини йўқотган бўлса, у тўхтатувчи потенциални енга олмайди ва анодга етиб кела олмайди. Кинетик энергияси тўхтатувчи потенциални енгилганга етадиган электронларгина анодга келиб тушади.

Бу ҳол анод занжирида пайдо бўлган токни G гальванометр орқали қайд қилиниши билан аниқланади.

Тўр потенциали V_c нинг ортиши билан катоддан чиқаётган электронларнинг янада кўп қисми анодга етиб кела бошлайди. Анод занжирида ток дастлаб монотон ўсади. Лекин токнинг тўр потенциалига боғлиқ, ўсиши V_c нинг маълум қийматида тўсатдан тўхтайтиди ва сўнг кескин камаяди. 21-расмда берилган анод токининг тезлатувчи потенциал V_c га боғланиши Франк ва Герц тажрибасида аниқланган. Бу тажрибада электронлар билан симоб атомлари бомбардимон қилинган. Анод токининг бошланғич ўсувчи қисми термоэлектрон асбобларнинг вольт-ампер характе-

ристикаси хос типик кўри-нишга эга. Лекин расмдан кўриб турибмизки, $V_c = 4,9$ В да ток кескин пасайган, сўнгра яна монотон ўсган. V_c нинг 4,9 В дан катта маълум қий-матларида токнинг сустроқ сакраши кузатилган.

¶ Франк ва Герц олган эксперимент натижаларини ҳозирги замон атом тасав-вури нуқтаи назаридан қарайлик. Симоб атомлари ва шунингдек, водородсимон ёки умуман ҳамма атомлар дискрет энергетик сатҳларга эга, шунинг учун кам кинетик энергияга эга электронлар уларни уйғота олмайди. Электронлар атомнинг асосий ҳолат энергетик сатҳи билан қўшни юқори энергетик сатҳи ўртасидаги энергия фарқига тенг $\Delta E = E_2 - E_1$ энергия бера оладиган кинетик энергияга эга бўлганларидагина симоб атомларини уйғота олади. Энергия фарқи ΔE ни электрон зарядига бўлсак, уйғотиш потенциални аниқлаймиз. Электронлар бу энергияга эришганларида симоб атомлари билан ноэластик тўқнашади ва натижада деярли ҳамма энергиясини, тўғрироғи, ΔE га тенг энергиясини атомга беради. Энергияси кескин камайган электрон энди анодга етиб бора олмайди. Шу сабабдан анод токи кескин пасаяди. Юқоридаги расмдан симоб атомининг биринчи уйғониш потенциални 4,9 В га тенглигини кўрамиз. Энергияси 4,9 эВ дан ортиқ электронлар ҳам симоб атомлари билан ноэластик тўқнашишда бўлади. Бу тўқнашишда улар 4,9 эВ энергиясини симоб атомга беради ва ортиқча кинетик энергияси ҳисобига тўхтатувчи потенциални енгиб анодга етиб келиши ҳам мумкин. Шунинг учун V_c нинг 4,9 В қийматидан сўнг ток яна монотон ўсади.



21- расм. Вольт-ампер характеристика.

Биринчи уйғониш потенциали *резонанс потенциал* деб аталади ва у атомнинг энг паст энергетик сатҳидан унга қўшни юқори энергетик сатҳига ўтишга мос келади. Электронлар энергиясининг атом сатҳлари энергия фарқига тенг қийматларидагина электронлар билан тўқнашган атомларнинг уйғониш эҳтимоллиги катта бўлади. Шунинг учун симоб атоми учун токнинг расмда кўрсатилган биринчи сакраши $V_c = 4,9$ В да кескин. Электронлар энергиясининг қиймати икки симоб атомини бирин-кетин уйғотиш учун етарли бўлган $V_c = 9,8$ В потенциалда анод токи сакрашининг кескинлик даражаси сустрлашди.

Электронлар билан тўқнашишда пастки энергетик сатҳдан қўшни энергетик сатҳга ўтган, яъни ортиқча энергия олиб уйғонган симоб атоми бу энергияни бирор вақт ўзида сақлайди, сўнгра эса ғалаёнланиш таъсирида ортиқча энергияни нурланиш сифатида қайтариб чиқаради ва ўзининг асосий ҳолатига қайтади. Бидамизки, симоб атоми учун сатҳлар энергия фарқи $\Delta E = E_2 - E_1 = 4,9$ эВ га тенг. У ҳолда Н. Борнинг иккинчи постулатига кўра симоб атоми ўзининг асосий ҳолатига ўтишда 4,9 эВ энергиянинг ҳаммасини монохроматик ёруғликнинг битта кванти тарзида чиқариши керак:

$$\Delta E = E_2 - E_1 = 4,9 \text{ эВ} = h\nu = \frac{hc}{\lambda}.$$

Бундан λ ни аниқласак,

$$\lambda = hc/\Delta E_2 = \frac{6,6 \cdot 10^{-27} \cdot 3 \cdot 10^{10}}{4,9 \cdot 1,6 \cdot 10^{-12}} \approx 2520 \text{ \AA}.$$

Демак, Н. Бор атом модели тўғри бўлса, 4,9 эВ га тенг энергияли электронлар билан бомбардимон қилинаётган симоб атоми фақат битта $\lambda \approx 2520 \text{ \AA}$ ультрабинафша чизикдан иборат спектр бериши керак. Назарий ҳисоб натижасини тажрибада текшириб кўриш мақсадида Франк ва Герц электрон трубкини кварцдан ясашди. Кварц ультрабинафша нурни ютиб қолмайди. Экспериментда шу нарса аниқланди. Тезлаштирувчи потенциал $V_c < 4,9$ В да электрон трубкадаги симоб буғи ҳеч қандай нурланиш бермади. $V_c \geq 4,9$ В да эса симоб буғи фақат битта $\lambda = 2536 \text{ \AA}$ ультрабинафша чизик характерловчи нурланиш чиқара бошлади.

Франк ва Герц яратган ўлчаш қурилмасида ионлаштириш потенциални ҳам аниқлаш мумкин. Атомни *ионлаштириш потенциали* деб атомдан электронларни ажратиш учун зарур бўладиган ионлаштириш энергиясининг электрон зарядига нисбатини атаймиз. Атомнинг ҳар хил энергетик ҳолатларининг ионлаштириш потенциални ўлчаш атом беқарор (уйғотилган юқори) энергетик ҳолатлари энергияларининг E_1, E_2, \dots, E_n қийматларини аниқлашга имкон беради.

Электронлар билан тўқнашиш натижасида ионлашган атомнинг мусбат ионлари токини ўлчаш йўли билан ионлаштириш потенциални аниқлаш мумкин. Бу хил ўлчашларни ўтказиш учун тўр ва анод потенциаллар фарқини катталаштириш керак. У ҳолда тўр билан анод оралиғида электронларни тормозловчи, атомларнинг мусбат ионларини эса тезлатувчи майдон вужудга келади. Бу хил тажрибада G гальванометр фақат ионлаштириш потенциалдан катта V_c нинг қийматларидагина пайдо бўлган анод токини қайд қилади.

Хулоса қилиб шуни айтишимиз лозимки, Франк ва Герц тажрибалари атомларда дискрет энергетик сатҳлар мавжудлигини бевосита исботлади.

§ 16-§. Водород атомининг Бор назарияси

Водород атоми чизиқли спектрлари ва энергетик сатҳларини ўрганишни Бор постулатларининг татбиқи сифатида кўрамиз. Дастлаб водород атомини ўрганиш устида ўтказилган экспериментларнинг натижалари билан қисқача танишамиз. Водород атомининг чиқариш ва ютиш спектри яққол тасвирга эга. Спектрнинг қўшни чизиқлари частоталарининг фарқи частоталарнинг катталашиши билан камайиб боради. Водород спектри чизиқларининг жойлашиш қонунияти математик равишда Бальмер ҳамда Ридберг формулалари билан ифодаланади.

Водород атоми нурланишини ўрганишда аниқланган Лайман, Бальмер, Пашен, Брэккет ва ҳ. к. спектр сериялари (3.3) дан аёнки $n \rightarrow \infty$ да аниқ чегаравий лимитга интилади. Бу ҳол ҳар бир серия учун ўз частота ўзгариш соҳасини аниқлашга имкон беради. Масалан, электроннинг биринчи квант орбитага ($m = 1$) ўтишини тасвир-

ловчи Лайман серияси учун частота ўзгариш соҳаси $3R/4$ дан R гача. Электроннинг иккинчи квант орбитага ($m = 2$) ўтишини тасвирловчи Бальмер серияси учун эса частота ўзгариш соҳаси $\frac{5}{36} R$ (тўлқин узунлик $\lambda_1 = 6562,8 \text{ \AA}$ га мос келувчи сериянинг биринчи қизил чизиғи) дан $\frac{R}{4}$ гача. 22-расмда водород атомининг ҳар хил сериялар чиқариш чизиқлари учун бевосита ўлчанган тўлқин узунлик қийматлари келтирилган.

Тўлқин узунлик (частота) ларнинг ўзгариш қонунияти классик физика қонуниятларига кескин зид. Ҳақиқатан ҳам, классик физикага кўра, агар электроннинг ядро атрофида боғланишида у битта эркинлик даражасига эга десак, унинг спектри битта частотадан ва ҳамда частота обертонларидан иборат бўлиши, агар учта эркинлик даражасига эга десак, у ҳолда электрон учун учта асосий частоталар ва уларнинг обертонлари мавжуд бўлиши керак эди. Ҳақиқатда эса водород атоми спектрининг обертонлари, яъни гармоник қатор ҳосил қилувчи частоталар кузатилмайди.

Водород атомининг Бор назарияси. Биз энди водород атомини тавсифлаш учун Бор постулатларини қўллаймиз.

Бор постулатига кўра электроннинг ҳаракат миқдори (ёки импульс) моменти Планк доимийсига бутун сон каррали бўлган орбиталаргина турғундир. Бу (3.19) формулада ифодаланган эди.

$$m_e v_n r_n = n\hbar, \quad \hbar = \frac{h}{2\pi}.$$

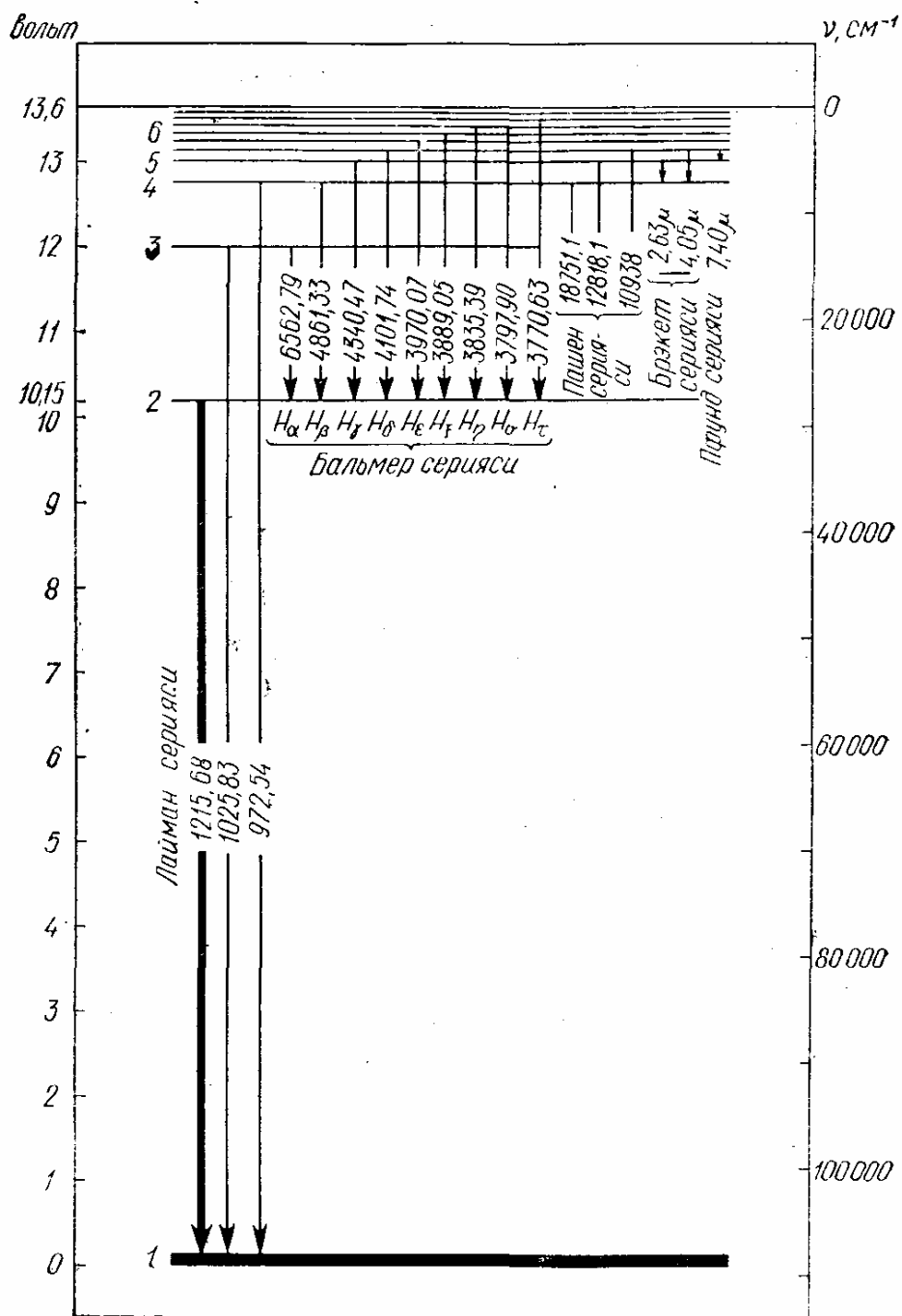
Бу ерда r_n — электроннинг айлана шаклидаги орбитасининг радиуси. Электроннинг ҳаракат миқдори $m_e v$ учун унинг де-Бройль тўлқин узунлиги орқали ифодаси (2.2) ни эсласак,

$$m_e v_n = h/\lambda,$$

юқоридаги (3.19) ифодани

$$2\pi r_n = n\lambda \quad (3.26)$$

кўринишда ёза оламиз. Демак, электрон орбитасининг айлана узунлиги электроннинг де-Бройль тўлқин узунлиги билан бутун каррали боғланган. Бошқача қилиб айтганда, электроннинг айлана шаклидаги орбитасига ётқизилган де-Бройль тўлқин узунлигининг сони бутун сонга тенг.



22- расм. Водород атоми учун энергетик сатҳлар диаграммаси.

Ядро атропоида радиуси r_n га тенг n -квант орбитада v_n тезлик билан ҳаракат қилаётган электроннинг ядро билан барқарор атом ҳосил қилиши учун классик механика шarti қуйидагича ёзилади:

$$m_e v^2 r_n = e^2 / (4\pi\epsilon_0).$$

Бу ифодадан электроннинг орбита бўйлаб ҳаракат тезлиги v_n ни аниқлаб (2.2) дан электроннинг де-Бройль тўлқин узунлиги учун

$$\lambda = \frac{h}{e} \cdot \sqrt{4\pi\epsilon_0 r_n / m_e} \quad (3.27)$$

ни ҳосил қиламиз, сўнгра электроннинг турғун орбитаси радиусини (3.27) ва (3.26) формулалардан аниқлаймиз:

$$r_n = \frac{\epsilon_0 h^2}{\pi m_e e^2} \cdot n^2. \quad (3.28)$$

Юқоридаги (3.20) ифодага келдик. n -орбитада ҳаракат қилаётган электроннинг тўла энергияси эса (3.22) формуладан аниқланади:

$$E_n = -\frac{m_e e^4}{8 \epsilon_0^2 h^2} \cdot \frac{1}{n^2}, \quad n = 1, 2, 4, \dots \quad (3.29)$$

Борнинг иккинчи постулатига биноан водород атомининг чиқариш чизиги частотаси

$$\nu = \frac{1}{\epsilon_0^2} \frac{m_e e^4}{8h^3} \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) = R_H \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

формула билан ифодаланади, бу ерда R_H — водород атоми учун Ридберг доимийси:

$$R_H = \frac{e^4 m_e}{8\epsilon_0^2 h^3}. \quad (3.30)$$

(3.29) формула водород атоми учун n нинг ҳар хил қийматларига тўғри келадиган энергия қийматлари E_n ни ҳисоблашга имкон беради. Бу асосда эса водород атомининг энергетик сатҳларини чизиш мумкин. 22-расмда водород атомининг энергетик сатҳларининг диаграммаси берилган. Стрелкалар билан фотон чиқариш орқали рўй берадиган баъзи ўтишлар кўрсатилган. Худди шу (3.29) формула водород атомининг ионлаштириш потенциали V_1 ни ҳам ҳисоблашга имкон беради. Ҳақиқатан ҳам, ионлаштириш иши eV_1 икки сатҳ энергиясининг фарқига тенг:

$$eV_1 = E_\infty - E_1; \quad (3.31)$$

бу ерда E_1 — ядро ва электрондан иборат система — атомнинг асосий ҳолатдаги энергияси, яъни

$$E_1 = -\frac{m_e e^4}{8\epsilon_0^2 h^2} = -h R_H = -13,63 \text{ эВ.} \quad (3.32)$$

E_∞ — ядро ва ундан чексиз узоқда жойлашган электрондан иборат системанинг энергияси, яъни (3.18) га кўра $r \rightarrow \infty$ да $E_\infty = 0$. Демак, водород учун ионлаштириш потенциалли

$$V_1 = \frac{m_e e^3}{8\epsilon_0^2 h^2} = 13,63 \text{ В.} \quad (3.33)$$

Водород атомининг ионлаштириш потенциалли учун Бор назарияси берган бу қиймат тажриба натижаларига тўғри келади.

Бор назарияси водород атомининг ўлчамларини ҳисоблашга ҳам имкон беради. $n = 1$ да (3.28) дан $d_1 = 2a_1 = \frac{2\epsilon_0 h^2}{\pi m_e e^2} \sim 1 \text{ \AA}$, бу ерда a_1 — водород атоми учун биринчи Бор орбитасининг радиуси.

Агар Бор назарияси асосида аниқланган Ридберг доимийсининг сон қийматини $R_H^{\text{н}} = 3,292 \cdot 10^{15} \text{ сек}^{-1}$ (ёки $109737,32 \text{ см}^{-1}$) эксперимент натижалари билан солиштирадик, кичик бўлса ҳам, тафовут мавжуд эканлигини пайқаймиз. Бу тафовутнинг сабабини кўрайлик. Биз юқорида (3.30) ни келтириб чиқаришимизда электронни қўзғалмас ядро атрофида ҳаракатланади, деб ҳисоблаган эдик. Аслида, электрон ва ядро ўзларининг умумий оғирлик маркази атрофида ҳаракатланади. Ядронинг массасини чексиз катта деб ҳисобласак, оғирлик маркази ядро билан устма-уст тушган бўлар эди, албатта. Агар электроннинг массасини m_e , водород атоми ядросининг массасини M , оғирлик марказидан электронгача масофани r , ядрога масофани эса R орқали белгиласак, классик механиканинг оғирлик марказини аниқлаш, яъни параллел кучларни қўшиш қонунига биноан улар ўртасида қуйидаги боғланиш мавжуд:

$$MR = m_e r. \quad (3.34)$$

Электрон билан ядро ўртасидаги масофани ρ орқали бел-

гиласак, у ҳолда $\rho = R + r$ га тенг бўлади. Энди R ва r ўртасидаги бу икки хил боғланишдан

$$\left. \begin{aligned} R &= \rho \frac{m_e}{m_e + M} \\ r &= \rho \frac{M}{m_e + M} \end{aligned} \right\}$$

келиб чиқади. Ядро ва электрондан иборат системанинг барқарорлик шартига кўра электронга ва ядрога таъсир кўрсатувчи марказдан қочма кучларнинг ҳар бири электрон ва ядро ўртасидаги Кулон тортишиш кучига тенг:

$$m_e r_n \omega_n^2 = M R_n \omega_n^2 = \frac{e^2}{4 \pi \epsilon_0 \rho_n^2}.$$

Юқорида (3.35) да берилган R ва r нинг ифодасини эътиборга олсак, барқарорлик шартини қуйидагича ёзишимиз мумкин:

$$\frac{M m_e}{m_e + M} \rho_n \omega_n^2 = \frac{e^2}{4 \pi \epsilon_0 \rho_n^2}.$$

Электрон ва ядродан иборат системанинг тўла ҳаракат миқдори моменти электрон ва ядро ҳаракат миқдори моментларининг йиғиндисидан иборат:

$$m_e v_{я} r_n + M v_{я} R_n = m_e r_n^2 \omega_n + M R_n^2 \omega_n = \frac{M m_e}{m_e + M} \rho_n^2 \omega_n.$$

Атомнинг бу тўла ҳаракат миқдори моментини (3.19) га биноан $n \frac{h}{2\pi}$ га тенглаштирамиз.

$$\frac{M m_e}{M + m_e} \rho_n^2 \omega_n = n \frac{h}{2\pi}; \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (3.36)$$

(3.36) билан (3.19) ни солиштирсак, ядро ҳаракатини ҳисобга олиш дастлабки (3.19)—(3.33) формулалардаги электрон массасини электрон ва ядродан иборат системанинг келтирилган массаси

$$m' = \frac{m_e M}{m_e + M} \quad (3.37)$$

билан алмаштиришга олиб келади. Шунинг учун R_n , E_n ларни ҳисоблашда m_e ни m' билан алмаштирилади, яъни

$$R_n = \frac{e^4 m_e M}{8 \epsilon_0^2 h^3 (m_e + M)} = R_\infty \frac{1}{1 + \frac{m_e}{M}}. \quad (3.38)$$

Бу ерда R_∞ орқали R_n нинг $\frac{M}{m_e} \rightarrow \infty$ тўғри келадиган ва (3.30) да ифодаланган қиймати белгиланган.

Водород учун $\frac{m_e}{M} = \frac{1}{1836,5}$, шунинг учун

$$R_n = 109737,32 \frac{1}{1 + \frac{1}{1836,5}} = 109677,57 \text{ см}^{-1}.$$

Ридберг доимийсининг водород учун Бор назарияси берган қиймати эксперимент натижасини тўла қаноатлантиради.

Бор назарияси янги квант қонуниятларни тушунишда катта қадам бўлди. У микродунё физикаси олдида пайдо бўлган атомларнинг нурланишига боғлиқ бутун бир катта муаммони ечди ва шу билан бирга классик физика қонунларини атом ҳодисаларига қўллаш мумкин эмаслигини, атом квант қонунларининг эса асосий ролини кўрсатди. Лекин бошданоқ Бор назариясининг жиддий камчиликлардан холи эмаслиги аён бўлди. У ярим классик, ярим квант назария эди.

Юқорида кўрдикки, Бор назарияси водород атомининг спектрал чизиқлари частоталарини тўғри тавсифлаб бера олади. Лекин шу чизиқлар интенсивлигини ҳисоблаш имконини кўрсатмади. Бу назария ишқорий металллар спектрларининг дублет характерини ва мураккаб атомлар спектрларини тўғри тушунтира олмади. Даврий системанинг водород атомидан кейин жойлашган гелий атоми учун Бор назариясига биноан олиб борилган ҳисоблашлар айниқса мураккаб ва эксперимент натижаларига мутлақо зид хулосаларга олиб келади.

Бор назарияси ўзининг камчиликларига қарамасдан табиат ҳақидаги бизнинг тасаввуримизни янги поғонага кўтарди. Бор моделининг ўрнига келган квант механикаси энергетик сатҳлар ҳақида бу модель киритган тушунчани тасдиқлади ва асослади. Ҳозирги вақтда атом тузилишининг Бор модели фан тараққиёти йўлида муҳим бир тарихий давр бўлиб қолди.

IV БОБ

КВАНТ МЕХАНИКАСИ

17- §. Тўлқин функция

Биз юқорида квант ғоясининг қандай пайдо бўлганлиги ва микрозарралар ҳаракати, ҳолатларини тавсифлашда унинг босиб ўтган мураккаб йўли билан танишдик. Бу революцион ғоянинг тараққиёт йўлини яқунлаб хулоса сифатида қуйидагиларни таъкидлаймиз.

1. Микрообъект ҳолатларини характерловчи физикавий катталиклар узлукли дискрет қийматлар қабул қилади. Атом ўлчамларидаги ҳодисалар билан боғлиқ ҳамма муаммоларнинг ечилиши асосида $E > h\nu$ ва $\lambda > h/mv$ муносабатлар қўйилган.

2. Микрообъектлар бир вақтнинг ўзида ҳам зарра (корпускула), ҳам тўлқин хоссаларига эга бўлади. Шунинг учун улар, классик маънода, на зарра ва на тўлқиндир.

3. Микрозарра ҳолатлари тўлқин функция орқали тавсифланади.

Эркин ҳаракат қилаётган зарранинг тўлқин, яъни пси-функцияси де-Бройль ясси тўлқинидир.

4. Микрозарралар классик маънода аниқ траекторияларга эга эмас. Лекин заряд, масса ва ҳоказо каби классик зарра характеристикалари микрозарраларни ҳам характерлайди.

5. Микродунёнинг ўзгача хусусияти тажрибани янги нуқтаи назардан тушунишни тақозо қилади. Микрозарра устида тажриба ўтказиш зарраларнинг тажрибагача ҳолатини ўзгартириш демакдир. Зарраларнинг тажрибагача тўлқин функцияси тажрибадан кейинги тўлқин функциясидан мутлақо фарқ қилади.

Шундай қилиб, юқорида биз танишган тажрибаларга ва улардан келиб чиқадиган хулосаларга асосланган янги квант назарияси керак эди. Шу мақсадни кўзда тутган Борнинг атом назарияси қатор муаммоларни ечишда кам-

чиликдан холи эмас эди. Бу камчиликларни ўрганиш атом масштабидаги ҳодисалар учун янада умумий ёндашиш лозимлигини кўрсатди. Худди шу ёндашишни Эрвин Шредингер 1926 йилда таклиф қилди. Квант физикаси қатор физик олимлар томонидан ривожлантирилди. 30-йилларнинг бошида квант механикаси ёрдамида ядро, атом, молекула ва қаттиқ жисмлар физикасига тааллуқли кенг доирадаги масалалар ечилди.

Биз юқорида 16-§ да кўрдикки, Борнинг квантлаш шартидан электрон учун Бор турғун орбитаси айланасининг узунлиги электроннинг де-Бройль, тўлқин узунлигига бутун сон карралидир. У ҳолда момент учун шу квантлаш шартининг маъноси нимадан иборат? Агар ихтиёрий тўлқин узунликка эга тўлқиннинг айланма орбита бўйлаб тарқалишини кўз олдимизга келтирсак, орбитанинг ихтиёрий нуқтасидан бошланғич фаза билан тарқалаётган тўлқин шу айлана бўйлаб тарқалишида маълум вақтдан кейин шу нуқтага қайтиб келади, лекин бошқа фазада келади дейлик. У ҳолда ихтиёрий бир нуқтага маълум аниқ фазани мос қўя олмаймиз. Агар тўлқин узунлик айлана бўйлаб бутун сон каррали жойлашса, бутунлай бошқа тасвирга келамиз, орбитанинг ҳар бир нуқтасида тўлқин фазасини аниқлай оламиз. Орбита бўйлаб тарқалаётган тўлқиннинг узунлиги квантлаш шартини қаноатлантириши сабабли у орбитани тўла ўтиб бошланғич нуқтага даставвалги фазаси билан келади. Бу ҳолда тўлқин ҳаракат аниқ бир қийматли бўлади; тўла айланиш эса ҳеч қандай ўзгаришга олиб келмайди. Демак, квантлаш шarti билан тўлқин жараёни тавсифловчи тўлқин функциянинг бир қийматлилики шarti айнан. Шунинг учун янги умумий квант назариясида Борнинг ақлга сиғмас квантлаш шартини тўлқин функция учун оддий бир қийматли (яъни чекли қийматли) лик шarti билан алмаштиришимиз керак.

Юқоридаги мулоҳазалардан ҳар қандай зарра учун де-Бройль тўлқин функциясининг чекли бир қийматлилики хоссасига эга бўлиши зарурлиги ҳақидаги шартга келамиз. (2.22) формула билан ифодаланувчи пси-функция умумий ҳолда x , y , z ва t нинг функцияси, яъни $\Psi(x, y, z, t)$ эди. Борнинг квантлаш шартига эквивалент бўлган бир қийматлилики шартига кўра эса Ψ -функция фазонинг ҳар бир нуқтасида ва вақтнинг ҳар қандай моментида аниқ чекли

битта қийматга эга бўлади. Янги назарияда шу тўлқин функция микроразрларнинг ҳар қандай ҳолатини тавсифлаши керак. Тўлқин функция ўзича ҳеч қандай физикавий маънога эга эмас, лекин вақтнинг маълум моментида фазонинг бирор нуқтаси учун ҳисобланган пси-функция абсолют қийматининг квадрати эса, М. Борнинг кўрсатишича, вақтнинг худди шу моментида фазонинг худди шу нуқтасида заррани қайд қилиш эҳтимоллигига пропорционаллардир. Демак, янги квант назариясининг асосий масаласи ташқи куч таъсирида ҳаракатланаётган микроразр тўлқин функциясини аниқлашдан иборат бўлиши керак.

Юқорида қўйилган бир қийматлилик талабига бўйсинувчи тўлқин функция Ψ нинг баъзи хоссаларига батафсил тўхталиб ўтайлик. Биринчидан, вақтнинг бирор моментида фазонинг бирор нуқтаси учун ҳисобланган $|\Psi|^2$ вақтнинг шу моментида фазонинг шу нуқтасида шу тўлқин функция тавсифловчи зарранинг қайд қилиниш эҳтимоллигига пропорционал. Бу эса $|\Psi|^2$ дан бутун фазо бўйича олинган интегралнинг чекли бўлишини талаб қилади. Чунки зарра ҳар қандай ҳолда ҳам фазонинг бирор соҳасида мавжуддир, яъни бошқача айтганда, фазонинг ҳамма соҳасида зарра албатта, бор. Агар, фазо элементини dV орқали белгиласак, қуйидаги интеграл

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\Psi|^2 dV = 0 \quad (4.1)$$

бўлса, умуман зарра ҳеч қаерда йўқ, деган жавобга келамиз. Агар

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\Psi|^2 dV = \infty \quad (4.2)$$

бўлса, зарра бир вақтнинг ўзида фазонинг ҳамма қисмида мавжуд. Бу ҳол, албатта, ҳақиқатдан узоқ. $|\Psi|^2$ нинг таърифига кўра $|\Psi|^2$ нинг қийматлари на мавҳум ва на манфий қиймат қабул қила олади. Шунинг учун $|\Psi|^2$ дан бутун фазо бўйича олинган интеграл чекли бўлиши керак, чунки зарра берилган вақт моментида фазонинг бирор нуқтасидагина мавжуд.

Одатда, $(\Psi)^2$ нинг қийматини зарранинг қайд қилиниш эҳтимоллигига тенг деб ҳисоблаш қулай. Агар $|\Psi|^2$ нинг қийматини берилган вақт моментида фазонинг берилган нуқтасида Ψ функция тавсифловчи зарранинг қайд қилиниш эҳтимоллигига тенг деб қарасак, бутун фазо бўйича $|\Psi|^2$ дан олинган интеграл

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\Psi|^2 dV = 1 \quad (4.3)$$

бўлиши керак, чунки математика тили билан айтилганда бутун фазо бўйлаб зарранинг қайд қилиниш эҳтимоллиги бирга тенг. (4.3) муносабатга бўйсинувчи тўлқин функцияга *нормаланган функция* дейилади. Биз қуйида кўрамизки ҳар қандай чекли функцияни чекли миқдорга кўпайтириб нормалаш мумкин. Фазонинг ҳар бир нуқтасида зарранинг қайд қилиниш эҳтимоли аниқ бир қийматга эга бўлиши учун тўлқин функция ҳам нормаланувчи, ҳам бир қийматли бўлиши зарур. Ψ -функция ва унинг хусусий ҳосилалари $\partial\Psi/\partial x$, $\partial\Psi/\partial y$, $\partial\Psi/\partial z$ фазонинг ҳар қандай нуқтасида узлуксиз бўлиши шарт.

Тўлқин функцияга нисбатан ёзилган квант назариясининг тенгламаси — Шредингар тенгламаси тўлқин тенглама бўлиб микродунё механикаси — квант механикасида худди классик механикадаги Ньютоннинг иккинчи қонунини ифодаловчи ҳаракат тенгламаси каби фундаментал тенгламадир. Тенглама берадиган натижаларни тажриба билан қуйидагича таққосланади. Тенглама ечими — тўлқин функция аниқланади, унинг ёрдамида эса микрозарра ҳаракатининг характеристикаларидан — энергияси, импульси ва ёки берилган нуқтада заррани мавжудлик эҳтимоли ҳисобланади. Тўлқин функция тажрибада аниқланмайди, у микродунё ҳолатини тавсифлашда ёрдамчи роль ўйнайди.

18- §. Шредингер тенгламаси

Шредингер тенгламаси норелятивистик квант механикасининг постулатидир. Ҳақиқатан ҳам, ҳар қандай тубдан янги назария эски тушунчалар асосида келтириб

чиқарилиши мумкин эмас. Лекин шунга қарамасдан, Шредингер тенгламасига олиб келувчи баъзи мулоҳазалар ўтказишимиз мумкин.

Маълумки, ҳар қандай микрозарра де-Бройль тўлқин хоссасига эга ва унинг ҳалатлари тўлқин функция (2.22) ёки (2.23) орқали тавсифланади. (2.23) ифода E энергияга ва \vec{p} импульсга эга ва \vec{r} йўналишда ҳаракатланувчи зарранинг математик тўлқин тасвиридир. (2.23) тўлқин функцияни радиус вектор бўйича икки марта дифференциаллаймиз.

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial \vec{r}^2} = \vec{\nabla}^2 \Psi = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \Psi = -p^2 \Psi / \hbar^2 \quad (4.4)$$

ва бир марта вақт бўйича дифференциаллаймиз:

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} = -iE \Psi / \hbar. \quad (4.5)$$

Ёруғлик тезлигига нисбатан кичик тезликларда зарранинг тўла энергияси унинг кинетик энергияси $p^2/2m$ ва потенциал энергияси V нинг йиғиндисига тенг. (Умумий ҳолда зарранинг потенциал энергияси V зарранинг фазодаги ўрнига ва вақтга боғлиқ функциядир)

$$E = p^2/2m + V. \quad (4.6)$$

(4.6) тенгликнинг иккала томонини ҳам тўлқин функция Ψ га кўпайтирамиз:

$$E\Psi = (p^2\Psi/2m + V\Psi). \quad (4.7)$$

(4.4) ва (4.5) формулаларга кўра

$$p^2\Psi = -\hbar^2 \vec{\nabla}^2 \Psi \quad (4.8)$$

ва

$$E\Psi = -\frac{\hbar}{i} \cdot \frac{\partial \Psi}{\partial t}. \quad (4.9)$$

$E\Psi$ ва $p^2\Psi$ учун бу ифодаларни (4.7) формулага қўйсак,

$$\frac{\hbar}{i} \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \frac{\hbar^2}{2m} \vec{\nabla}^2 \Psi - V\Psi \quad (4.10)$$

тенгламага келамиз. (4.10) тенглама микрозарранинг вақт — фазодаги ҳолатини тавсифловчи Шредингернинг вақтга боғлиқ тенгламаси деб аталади. Қуйидаги

$$\vec{\nabla}^2 \Psi = \frac{\partial^2}{\partial x^2} \Psi + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \Psi + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \Psi \quad (4.11)$$

ифодада

$$\vec{\nabla}^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}. \quad (4.12)$$

орқали Лаплас оператори $\Delta = \vec{\nabla}^2$ ва унинг Декарт координаталаридаги ифодаси берилган. Бундан буён биз тенгламада Лаплас операторини учратганимизда ундан ўнгда турган ҳар қандай ифодадан ҳамма координаталар бўйича иккинчи тартибли хусусий ҳосила бажарилиш кераклигини тушунамиз. (4.10) тенгламада биз шу Лаплас операторининг $\vec{\nabla}^2$ кўринишдаги белгисини ишлатдик. Кўпчилик адабиётларда Лаплас операторининг $\vec{\nabla}^2$ кўринишдаги симболи ўрнига янада қисқачароқ Δ символ ишлатилган. Биз ҳам Лаплас операторининг шу қулай Δ симболидан фойдаланамиз. У ҳолда (4.10) Шредингер тенгламаси қуйидаги кўринишда ифодаланади:

$$\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi - V \Psi = \hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi. \quad (4.13)$$

Юқоридаги тенгламаларда $\hbar = h/2\pi$ — Планк доимийсининг 2π га бўлингани, $i = \sqrt{-1}$ — мавҳум сон, $V = V(x, y, z, t)$ зарранинг потенциал энергияси, m — унинг массаси.

Биз юқорида баён этганимиздек, зарра тўлқин функцияси учун қўйилган чекли бир қийматлилик талаби Борнинг турғун орбиталар ҳақидаги постулатига айнан. Ҳозир биз буни исботлашимиз мумкин. (2.23) тўлқин функциядан радиус вектор бўйича биринчи тартибли ҳосила оламиз:

$$\frac{\partial}{\partial \vec{r}} \Psi = \vec{\nabla} \Psi = \frac{i}{\hbar} \vec{p} \Psi.$$

Ҳосил бўлган ифодани икки томонини \hbar/i га кўпайтириб, $\vec{p} \Psi$ учун

$$\vec{p} \Psi = \frac{\hbar}{i} \vec{\nabla} \Psi \quad (4.14)$$

тенгламани ҳосил қиламиз. Бизга шу дифференциал тенглама берилган бўлиб, унинг ечимини аниқлаш талаб қилинсин. Зарранинг тўғри чизиқли ҳаракат ҳоли учун тўлқин функция (2.23) орқали берилиб, бу ечим зарранинг ҳамма координаталар бўйича $-\infty$ дан $+\infty$ гача соҳадаги ҳаракатини тасвирлайди.

Соддалик учун (4.14) тенгламани координата ўқларига проекциялар кўринишида ёзиб ҳосил бўлган учта тенгламадан иборат системанинг x ўқиға тўғри келадиган биринчисидан фойдаланамиз (қолган тенгламалар учун ҳам қуйидаги мулоҳазалар тўғри бўлади).

$$p_x \Psi = \frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial x} \Psi. \quad (4.15)$$

Агар зарра x ўқи бўйлаб ҳаракатланса, унинг тенгламаси (4.15) орқали берилади. Тенгламанинг ечими эса

$$\Psi = A e^{\frac{i}{\hbar} p_x x} \quad (4.16)$$

орқали ифодаланади. Шундай қилиб, зарра x ўқи йўналишида $-\infty$ дан $+\infty$ соҳада ҳаракатланса, унинг ҳаракат тенгламаси (4.15) нинг ечими (4.16) кўринишида бўлади.

Агар зарра узунлиги l га тенг орбита айланасида ҳаракат қилаётган бўлса, у ҳолда x ёй координатаси хизматини ўтайди, яъни зарранинг бошланғич ўрниға тўғри келувчи айланадаги нуқтадан бошлаб айлана ёйи бўйлаб ўзгаради. x ўзгарувчининг қабул қилиши мумкин бўлган қийматлари 0 билан $l = 2\pi r$ (r — айлана радиуси) оралиғидаги соҳада бўлади. x нинг қиймати l га ўзгаргандан зарра орбитада бошланғич нуқтаға келади. Зарранинг бундан кейинги ҳаракатида унинг координатаси x даврий равишда яна 0 дан бошлаб $2\pi r$ гача ўзгаради. Зарра ҳаракат ҳолатини тасвирловчи унинг (4.16) пси-функцияси траекториясининг ҳар қандай нуқтасида бир қийматли бўлиши учун координата x нинг $l = 2\pi r$ га ортишида тўлқин функция ўзгармаслиғи керак. x нинг $l = 2\pi r$ га ортишида (4.16) функция $e^{i p_x l / \hbar}$ га тенг бўлади. Функциянинг бу қиймати $x = 0$ қийматига тенг бўлиши керак. Демак,

$$e^{\frac{i}{\hbar} p_x l} = 1.$$

У ҳолда даражадаги ифода $i p_x l / \hbar = 2\pi i r$, яъни

$$p_x = p_{xn} = \frac{n\hbar}{l} = \frac{n\hbar}{2\pi r}. \quad (4.17)$$

Ҳосил бўлган муносабатга кўра, агар зарра айлана бўйлаб ҳаракатланса, (4.15) тенглама импульснинг баъзи дискрет қийматларидагина ечимга эга бўлар экан. Импульснинг дискрет қийматлари эса (4.17) тенгламадан аниқланади. Ўз навбатида (4.17) Борнинг квантлаш шартининг ўзгирасидир.

Шундай қилиб, биз Бор постулатини ўз ичига олган ва тўлқин хоссасига эга бўлган микроразра ҳаракатини тасвирловчи (4.10) тенгламага келдик. Шредингернинг бу тенгламасини ҳосил қилишда биз эркин ҳаракат қилаётган зарранинг тўлқин функциясидан фойдаландик. Потенциал энергия $V = 0$ доимий бўлгандаги эркин зарранинг Шредингер тенгламасини вақт — фазода ихтиёрий ўзгарувчи $V = V(x, y, z, t)$ майдондаги зарра ҳаракати тенгламасига умумлаштириш тўғри бўлишлигини исботлашимиз керак, албатта. Бунинг учун Шредингер тенгламасини тўғри деб фараз қилиб, уни ҳар хил физикавий масалаларни ечишга қўллаймиз ва назарий натижаларни эксперимент натижалари билан таққослаб кўрамиз. Агар таққослаш ижобий натижа берса, Шредингер тенгламаси қандай йўл билан келиб чиқмасин тўғри деб қабул қилинади. Бошқача қилиб айтганда, Шредингер тенгламасини фақат классик тушунчалар асосида келтириб чиқариб бўлмайди.

Биз кейинчалик кўрамизки, ҳақиқатда Шредингер тенгламаси ечимининг натижалари экспериментга жуда тўғри келади. Демак, (4.10) тенглама ҳаракатнинг норелятивистик соҳасида энг тўғри тенгламадир. Унинг бир қийматли чекли ечимлари норелятивистик соҳада физика ҳодисаларини тўғри акс эттиради.

Кўп масалалар учун Шредингер тенгламасини содда-лаштириш мумкин. Агар потенциал энергия фақат координатларнинг функциясигина бўлса, яъни $V = V(x, y, z)$, у ҳолда (4.10) тенгламада ўзгарувчиларни ажратамиз, тўлқин функцияни эса

$$\Psi = (\vec{r}, t) = \psi(\vec{r}) \phi(t) \quad (4.18)$$

кўринишда ёзамиз. Бу ерда $\psi(\vec{r})$ — фақат координаталарнинг функцияси, $\varphi(t)$ — фақат вақтнинг функцияси. (4.18) ни (4.13) га қўйиб, $\frac{\hbar}{i} \frac{\partial \varphi(t)}{\partial t} \psi(\vec{r}) = \frac{\hbar^2}{2m} \Delta \psi(\vec{r}) \varphi(t) - V \psi(\vec{r}) \varphi(t)$ тенгламага келамиз. Ҳосил бўлган тенгламанинг икки томонини $\psi(\vec{r}) \varphi(t)$ га бўлсак,

$$\frac{\hbar}{i} \frac{1}{\varphi} \frac{\partial \varphi}{\partial t} = \frac{\hbar^2}{2m} \Delta \psi - V \psi$$

тенгламага келамиз. Бу тенгламанинг чап қисми фақат вақтга, ўнг қисми эса фақат координатага боғлиқ. Демак, тенгламанинг чап томони фақат вақтга боғлиқ функцияга ёки ўзгармас катталиқка тенг бўлиши мумкин. Тенгламанинг ўнг томони эса аксинча фақат координатанинг функцияси ёки ўзгармас бўла олади. Лекин иккала томон бирига тенг бўлгани учун, бирдан-бир имконият, иккала томонни ўзгармасга тенг бўлишидир. Бу ўзгармасни (4.9) тенгликнинг икки томонини Ψ га бўлиб аниқлаймиз:

$$E = -\frac{\hbar}{i} \frac{1}{\Psi} \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar}{i} \frac{\psi}{\psi \varphi} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial t} = -\frac{\hbar}{i} \frac{1}{\varphi} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial t}. \quad (4.19)$$

Шундай қилиб, қуйидаги тенгламага келамиз:

$$\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \psi(\vec{r}) + (E - V) \psi(\vec{r}) = 0 \quad (4.20)$$

(4.19) тенгламани қуйидаги кўринишда ёзиб,

$$\frac{d\varphi}{dt} = -\frac{i}{\hbar} E \varphi$$

ечимини осон аниқлаймиз:

$$\varphi = e^{-\frac{i}{\hbar} Et}. \quad (4.21)$$

(4.20) тенглама зарранинг стационар ҳолатларини тавсифловчи Шредингернинг стационар тенгламаси ёки қисқача *стационар ҳолат учун Шредингер тенгламаси* деб аталади.

Атом соҳасидаги бирор масалага тааллуқли Шредингер тенгламасини ечиш билан биз мазкур жараённи тавсифловчи тўлқин функциясини аниқлаймиз. (4.10) тенгламанинг ечими — тўлқин функция массаси m га тенг ва

V потенциал майдон таъсиридаги ҳар қандай зарранинг квантомеханик тавсифини беради. Бу функция фазонинг зарра жойлашиш эҳтимоли катта бўлган нуқтасида ўзининг энг катта қийматига эришади ва фазонинг бошқа нуқталарида аксинча, нолга яқин бўлади.

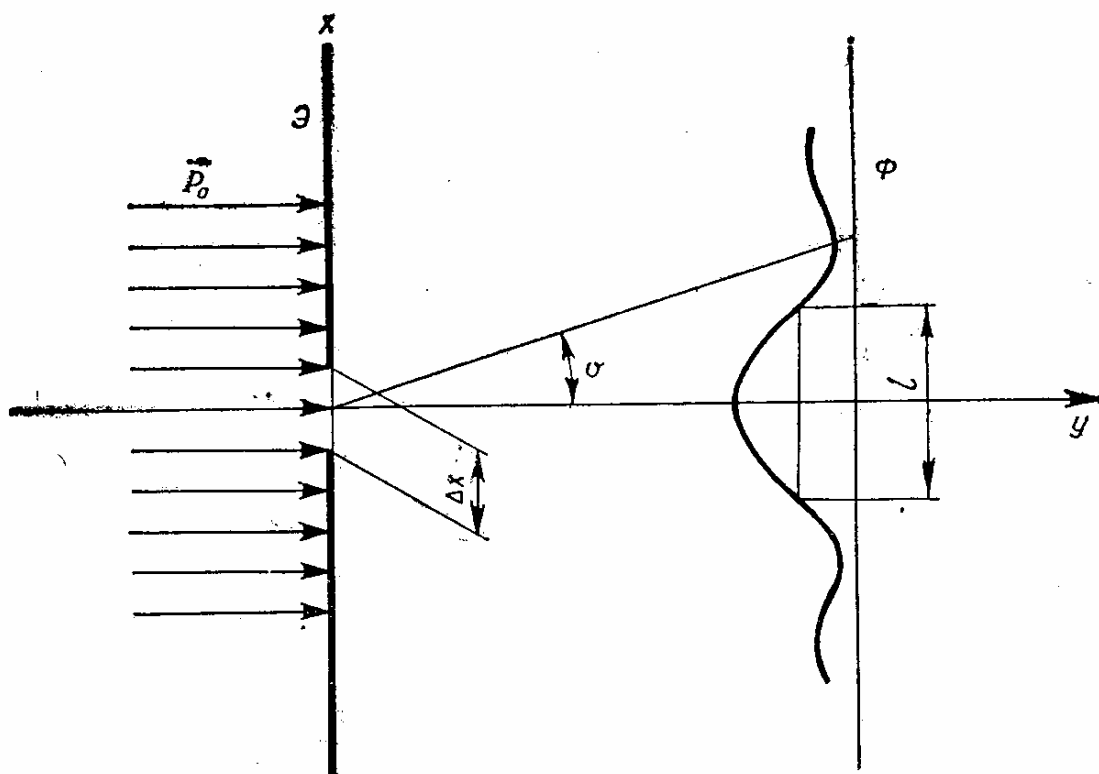
19- §. Микродунёнинг ноаниқлик принципи

Биз энди биламизки, микрообъект ҳақидаги масалаларда классик тасаввуримизни қўллаб бўлмайди. Чунончи, ҳаракатланаётган микрозарраларга аниқ бирор траектория белгилаш, яъни вақтнинг ҳар бир қўшни моментларида зарранинг координаталарини аниқлаш мумкин эмас. Квант назарияси зарранинг ўрни ҳақида фақат эҳтимолий маълумотгина беради. Бор моделида киритилган орбита янги назарияда инкор қилинади. Квант назарияси асосида ётган бу ноаниқлик заруриятми, деган савол туғилади. Агар ноаниқлик янги назарияда заруран пайдо бўлса, бу квант назариянинг нуқсоними ёки афзаллигимми? Квант назариясининг ноаниқлик хоссаси микродунёнинг ажралмас хоссаси эканлигини кўрсатамиз. Бунинг учун электрон координатасини имкони борича тўғри аниқлаш нимага олиб келишини кўрайлик.

Экран тирқишидан ўтаётган электронларнинг Φ фотопластинкага тушишида ҳосил бўлган дифракцион манзарани кузатайлик. 23-расмда кўрсатилганидек, электронлар экрангача бўлган соҳада \vec{p}_0 импульсга эга бўлсин. Экран x ўқи йўналишида жойлашган ва электронлар унга перпендикуляр y ўқи бўйлаб экранга келиб тушади, дейлик. U ҳолада электронлар импульси экрангача бўлган соҳада аниқ маълум ($\vec{p}_0, p_x = 0, p_y = p_0$). Бу хил электронлар биз биламизки де-Бройлнинг ясси тўлқини билан тавсифланади. Тўлқин сони электрон импульси билан маълум муносабат орқали боғланган:

$$\vec{k}_0 = \vec{p}_0/\hbar.$$

Ясси тўлқин бутун фазо бўйлаб тақсимланган, шунинг учун ҳар бир электрон ҳам фазо бўйича «ёйилиб» кетган бўлади. 12-§ да кўрганимиздек, тирқишдан ўтган электронлар ясси тўлқин билан тавсифланмайди, уларга энди



23-расм. Электронларнинг тирқишдан ўтишдаги дифракцияси.

тарқалувчи (узоқлашувчи) тўлқин мос келади. Тарқалувчи тўлқин интенсивлиги йўналишнинг мураккаб функцияси бўлади. Расмдан кўриниб турибдики, тўлқиннинг тирқишдан кейинги соҳада тарқалиши ҳар хил йўналишларда содир бўлиб аниқ тўлқин сони \vec{k}_0 га эга эмас. Шунинг учун тирқишдан ўтган электронларнинг импульси p_0 га тенг эмас. Электронларнинг тирқишдан ўтишида импульснинг экрангача соҳада нолга тенг p_x проекцияси энг катта қийматга ўзгаради. Биз экрангача соҳада электроннинг импульсини аниқ \vec{p}_0 га тенглигини масалан, $p_x = 0$, $p_y = p_0$ билардик. Лекин ушбу электронлар координатасини бутунлай билмас эдик. Электроннинг тирқишдан ўтишида эса биз унинг координатасини энди аниқлай оламиз, масалан, x координатасини тирқиш кенглиги Δx аниқлик билан, y координатасини эса тирқишнинг y ўқидаги жойи билан аниқлаймиз. Аммо энди электроннинг импульси ҳақида ҳеч нарса билмаймиз. Демак, электроннинг координатасини аниқлаш жараёнида биз унинг импульси ҳақидаги аниқ маълумотдан айрилдик.

Тирқишдан ўтган электрон импульси учун x ўқи йўналишидаги ҳосил бўлган ноаниқликни баҳолайлик. Кенглиги Δx га тенг тирқишдан ўтган бирор электронни кузатайлик. Бу электронни Φ фотопластинканинг қайси бир нуқтасига келиб тушишини олдиндан айтиб бўлмайди. Аммо фотопластинканинг ҳар бир нуқтасига электроннинг келиб тушиш эҳтимоллигини расмда келтирилган дифракцион манзара асосида аниқласа бўлади. Электронларнинг кўпчилиги бош максимумнинг марказий соҳасига тушади. Бу соҳанинг кенглиги марказий максимум кенглигига тенг деб қаралади. Максимум кенглиги эса интенсивлик баландлигининг ярим сатҳидан ёки бош максимум чўққисидан биринчи минимумгача масофадан аниқланади. Биринчи минимум ϑ бурчакда жойлашсин.

Тирқишдан ўтган электрон ҳаракатини тавсифловчи тўлқиннинг тарқалиш ўлчами сифатида бош максимумдан биринчи минимумгача бўлган бурчак оралиғини оламиз. Агар тирқиш кенглиги Δx га, тўлқин узунлик λ га тенг бўлса, тирқишдан ҳосил бўлган дифракцион манзара учун биринчи минимумга тўғри келган бурчак

$$\Delta x \sin \vartheta = \lambda \quad (4.22)$$

шартни қаноатлантиради. Бизнинг тажрибамизда электрон импульсидаги ноаниқлик импульсининг p_x ташкил этувчисининг ноаниқлиги билан характерланади. Расмга кўра Δp_x қуйидаги ифода билан аниқланади:

$$\Delta p_x = p_0 \sin \vartheta. \quad (4.23)$$

(4.22) ва (4.23) ифодалардан

$$\Delta p_x = p_0 \frac{\lambda}{\Delta x}$$

келиб чиқади. Импульс билан тўлқин узунлик ўртасидаги (2.2) муносабатни ҳисобга олсак,

$$\Delta x \cdot \Delta p_x = 2\pi \hbar \quad (4.24)$$

муносабатга келамиз. Электрон тарқалишда тирқишдан ҳосил бўладиган дифракцияси учун келтириб чиқарилган (4.24) муносабат микродунё соҳасида умумийлик характерга эга ва *Гейзенбергининг ноаниқлик муносабати* деб аталади. Бу муносабатга кўра электрон координатасини қанча аниқроқ аниқламоқчи бўлсак (тирқишнинг кенглигини ки-

чиклаштириб), электрон импульсининг шу координата ўқидаги проекцияси шунча ноаниқлашади.

Зарранинг координатасини ва импульсини бир вақтда аниқлаш йўлида вужудга келган координата — импульс ноаниқлиги электроннинг тўлқин функцияси, яъни ўзи ҳақиқатан ҳам Δp ва Δx соҳада ёйилганлиги сабабли юзага келади.

Координата бўйича ноаниқлик юқоридаги тажрибада тирқиш кенлиги билан характерланади. Импульс бўйича ноаниқликни фақат дифракцион манзара асосидагина эмас, балки тўғридан-тўғри ўлчаш ҳам мумкин. Бунинг учун фотопластинка ўрнига электрон импульсини ўлчайдиган асбоб ўрнатиш кифоя.

(4.24) муносабат умумий ҳолда импульснинг ҳамма ташкил этувчилари учун ўринли:

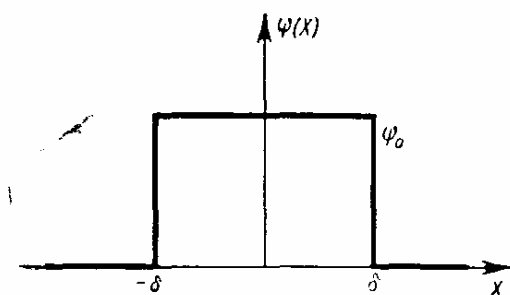
$$\left. \begin{aligned} \Delta x \cdot \Delta p_x &\simeq 2\pi\hbar, \\ \Delta y \cdot \Delta p_y &\simeq 2\pi\hbar, \\ \Delta z \cdot \Delta p_z &\simeq 2\pi\hbar. \end{aligned} \right\} \quad (4.25)$$

Гейзенберг ноаниқлик муносабати зарра координатаси ва импульсини унга мос бўлмаган ташкил этувчилар билан, масалан, x координатани ва p_y , p_z ни бир вақтдаги ўлчаш аниқлигига ҳеч қандай чегара қўймайди. Умуман, бир вақтда аниқ ўлчаш мумкин бўлган физикавий катталиклар тўпламига системани характерловчи *тўла тўплам* дейилади.

Шундай қилиб, микродунё ҳодисаларини тасвирловчи квант назариясида микрообъектлар ҳаракати, фазодаги ўрни, импульси ҳақидаги классик тасаввурдан бутунлай воз кечиш керак экан. Бу ҳол 1927 йилда Вернер Гейзенберг томонидан очилган ва квант механикасининг асосий

принципларидан ҳисобланган микродунёнинг ноаниқлик принципида ўз мазмунини толган. Ноаниқлик принципнинг математик мазмунини кўрайлик.

Электроннинг координатасини бирор тажриба йўли билан аниқлаш мумкин бўлсин. Электрон жойлашган



24-расм. Тўлқин функция.

нуқтага координата бошини кўчирайлик. Агар электрон координатасини ўлчаш δ аниқлик билан ўтказилган бўлса, унинг пси-функцияси x ўқи бўйлаб тахминан $-\delta$ дан $+\delta$ соҳада нолдан фарқли бўлади. $-\delta$ ва $+\delta$ соҳада нолдан фарқли пси-функция координатанинг ўлчаш усули билан қатъий боғлиқ бўлган ҳолда умуман ҳар хил кўринишга эга. Осонлик учун биз пси-функцияни $-\delta$ ва $+\delta$ соҳада 24-расмда берилган кўринишда оламиз. Электроннинг координатасини ўлчашга тааллуқли 23-расмдаги тажриба натижасида электроннинг тўлқин функцияси шу хил кўринишга эга бўлади.

Электронни берилган соҳада қайд қилиш эҳтимоли P пси-функция орқали

$$P(\delta) = |\psi(x)|^2 dx$$

кўринишда аниқланади. Координатанинг $-\infty$ дан $+\infty$ гача ихтиёрий соҳада электронни қайд қилиш эҳтимоли эса

$$P = \int_{-\infty}^{\infty} |\psi(x)|^2 dx$$

ифода орқали аниқланади. Бу эҳтимоллик бирга тенг, чунки электронни $-\infty$ дан $+\infty$ гача соҳада қайд қилиниши муқаррар ҳолдир, яъни

$$P = \int_{-\infty}^{\infty} |\psi(x)|^2 dx = 1. \quad (4.26)$$

Умумий ҳолда, ҳар қандай тўлқин функция эҳтимоллигининг амплитудаси бўлганлиги учун (4.26) шартга ўхшаш юқорида қайд қилинган (4.3)

$$\iiint |\psi(x, y, z)|^2 dx dy dz = 1 \quad (4.27)$$

шартни қаноатлантириши керак. (4.3) ёки (4.27) шартларни баъзан пси-функцияни нормалаш шarti ҳам деб айта-миз. Мазкур ҳол учун ёзилган (4.26) интегрални осон ба-жаришимиз мумкин:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\psi(x)|^2 dx = \int_{-\delta}^{+\delta} |\psi(x)|^2 dx = \int_{-\delta}^{+\delta} \psi_0^2 dx = 2\psi_0^2 \delta = 1,$$

демак,

$$\psi_0 = \frac{1}{\sqrt{2\delta}}. \quad (4.28)$$

Шундай қилиб, мазкур функция координата x нинг функцияси сифатида

$$\psi(x) = \begin{cases} 0, & \text{агар } +\delta < x < -\delta, \\ \frac{1}{\sqrt{2\delta}} & \text{агар } -\delta \leq x \leq +\delta, \end{cases} \quad (4.29)$$

қийматлар қабул қилади. Албатта, (4.29) функция де-Бройль тўлқин функцияси e^{ikx} эмас. Шунинг учун ҳам, тажрибадан сўнг электроннинг импульси ноаниқдир. Аммо (4.29) пси-функцияни Фурье интегралига ёйишимиз, яъни уни де-Бройль тўлқинлари суперпозицияси кўринишида тасвирлашимиз мумкин. Фурье теоремасига кўра пси-функцияни

$$\psi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(k) e^{ikx} dk \quad (4.30)$$

кўринишда тасвирлашимиз мумкин. Бу ерда $f(k)$ де-Бройльнинг ҳар хил тўлқинларининг мазкур тўлқин функцияга ҳиссасини белгилайди. Маълумки, де-Бройль тўлқини электроннинг аниқ импульсга эга ҳолатини тасвирлайди. Шунинг учун ҳам (4.30) ифода мазкур тўлқиннинг импульс бўйича тақсимотини тасвирлайди. (4.30) формуланинг физикавий маъносига кўра электроннинг тўлқин сонини k ва $k + dk$ оралиқда ва демак, унинг импульсини $\hbar k$ ва $\hbar(k + dk)$ оралиқда бўлиш эҳтимоли

$$|f(k)|^2 dk \quad (4.31)$$

га тенг. Шундай қилиб, умумий ҳолда координата бўйича тақсимот, яъни $\psi(x, y, z)$ орқали импульс бўйича тақсимот аниқланади. Координата ва импульс тақсимотлари ноаниқлик принципи билан боғланган.

ҳосил бўлади. Мазкур тажрибада координата δ аниқлик билан аниқланган эди. Шунинг учун x бўйича тақсимоти учун

$$\Delta x = 2\delta$$

бўлади. Бу ифодадан $\delta = \Delta x/2$ ни юқоридаги ифодага қўйиб яна ноаниқлик муносабатига келамиз.

Квант механикасининг ноаниқлик принципи, умуман, маълум ўзгарувчи физикавий катталиклар жуфтани бир вақтда ўлчаш масаласига тааллуқли. Микрозарранинг, масалан, электроннинг импульсини ва координатасини бир вақтда ўлчаш билан боғлиқ ноаниқликни юқорида кўрдик. Худди шу ноаниқлик принципи таъсирга тушган физикавий катталикларнинг иккинчи жуфти зарра энергияси ва энергияни ўлчаш учун кетган вақтдир:

$$\Delta E \cdot \Delta t \simeq 2\pi\hbar. \quad (4.34)$$

(4.34) муносабат зарра энергиясини ΔE аниқликда ўлчаш учун камида $\Delta t \sim \hbar/\Delta E$ вақт ўтишини кўрсатади. Бошқача айтганда, агар система ўлчаш жараёнида Δt вақт давомида бирор ҳолатда мавжуд бўлса, унинг бу ҳолатдаги энергияси $\hbar/\Delta t$ дан кам бўлмаган ноаниқлик билан ўлчанган. (4.34) муносабатга биноан, агар ўлчаш учун кетган вақт Δt кичик бўлса, система энергиясини ўлчашдаги ноаниқлик катта бўлади.

Квант механикасининг ноаниқлик принципига физикавий маъно бериш мақсадида 1928 йилда Н. Бор *тўлдирувчилик принципини* таклиф этди. Бу принципга кўра бир-бирини тўлдирувчи қатор классик катталиклар ўзаро бир-бирларини рад қилади ва уларнинг атомлар соҳасидаги ҳодисаларни тавсифлаши бир-бирини тўлдирмайди. Эксперимент нуқтаи назардан қатор жуфт физикавий катталикларни ўлчашдаги аниқлик ноаниқлик принципи шартдан юқори бўлмайди. Бу ҳол тажрибанинг мукамаллигига боғлиқ, бўлмасдан, балки микродунёга хос хусусиятдир.

Гейзенберг ноаниқлигига биноан, энди биз фазонинг бирор нуқтасида заррани мавжуд бўлиши ҳақидаги фикрдан қайтишимиз лозим. Аксинча, энди заррани ўзининг де-Бройль тўлқини эгаллаган фазо қисмининг ҳаммасида бир вақтда мавжуд деб қарашимиз керак.

Спектрал ёйиш принципига биноан зарранинг тўлқин функциясини (4.30) кўринишда бир қанча элементар тўл-

қин e^{ikx} ларга ёйиш мумкин. Ҳар бир элементар тўлқин кузатиш давомида тезлик учун мумкин бўлган қийматнинг аниқланиш эҳтимолини характерлайди.

Зарранинг тезлигини билолмаймиз, фақат тезликнинг эҳтимолий қийматлари тўпламига эга бўлдик. Ноаниқлик принципига кўра ўлчаш ўтказилишига қадар зарра аниқ тезликка эга эмас, балки бир вақтнинг ўзида қатор тезликларга эга. Ҳар бир тезлик эса кузатилиш эҳтимолига эга. Бу ҳол заррани корпускуляр сифатидаги классик тасаввуримизга мутлақо зиддир. Иккинчи томондан эса заррани тўлқин деб ҳам бўлмайди, чунки уни кузатиш давомида, локаллаб, яъни бир нуқтага йиғиб бўлмайди. Шундай қилиб, яна қайд қиламизки, зарра, масалан, электрон на зарра ва на тўлқин эмас, у бир вақтнинг ўзида иккаласидан келиб чиққан. Чунки Н. Борнинг айтишича, квант механикасида объектив мавжуд физикавий катталиклар қийматларининг тақсимот эҳтимолини ҳисобламаймиз, балки биз тажриба имконидан кутиладиган қиймат билан иш кўрамиз, қисқача айтганда, зарра ўзининг тўлқин функцияси ичига олган тажриба имкониятлари тўпламидир.

20- §. Уртача қиймат. Операторлар

Муайян физикавий шароитдаги зарра учун Шредингер тенгламасини ечиш билан зарра ҳолатининг ноаниқлик принципи йўл қўйган информацияга эга тўлқин функцияси $\psi(x, y, z, t)$ ни аниқлаймиз. Бу информация албатта, эҳтимолий характерга эга. Фараз қилайлик, $\psi(x, t)$ тўлқин функция билан тавсифланувчи бирор зарранинг x ўқиға нисбатан вазияти учун ўрта қиймат x ни ҳисоблаш керак бўлсин. Бу қийматни ҳолатлари бир хил тўлқин функция орқали тавсифланадиган кўп сондаги зарранинг x ўқиға нисбатан ўрнини берилган вақт momentiда аниқлаб, ҳосил бўлган қийматларни ўртачалаш йўли билан аниқлашимиз мумкин.

Айтилганларни яққолроқ тасаввур қилиш учун классик механикада оғирлик марказини топиш усулини эслайлик. Фараз қилайлик, N та заррадан иборат тўғри чизиқ шаклидаги механикавий системанинг оғирлик (ёки масса) марказини аниқлаш лозим. Ҳар бир зарранинг оғирлигини, осонлик учун, бир граммдан деб ҳисоблаймиз. Агар, масалан,

механикавий система x ўқи бўйлаб x_1 нуқтада N_1 заррадан, x_2 нуқтада N_2 заррадан ва ҳ. к. x_n нуқтада N_n заррадан иборат кўринишда тақсимланган бўлса, механикавий системанинг оғирлик маркази, ёки кўп миқдордаги (N та) зарраларнинг x ўқига нисбатан ўртача ўрни (\bar{x}) қуйидаги

$$\bar{x} = \frac{N_1 x_1 + N_2 x_2 + \dots + N_n x_n}{N_1 + N_2 + \dots + N_n} = \frac{\sum N_i x_i}{\sum N_i} = \frac{\sum N_i x_i}{N} \quad (4.35)$$

формула орқали аниқланади.

Биз кўраётган масалада зарра битта. Бу ҳолда x_i нуқтадаги зарралар сони N_i ни x_i атрофидаги dx ораликда зарранинг қайд қилиниш эҳтимоли \mathcal{P}_i билан алмаштиришимиз керак:

$$\mathcal{P}_i = |\psi_i|^2 dx, \quad \psi_i = \psi(x_i, t). \quad (4.36)$$

Мазкур алмаштиришни (4.35) да бажариб ва йиғиндидан интегралга ўтсак, якка зарранинг x ўқига нисбатан ўрнининг ўрта қийматини аниқлаш учун қуйидаги формулага келамиз:

$$\bar{x} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} x |\psi|^2 dx}{\int_{-\infty}^{\infty} |\psi|^2 dx}. \quad (4.36)$$

(4.36) ифодага биноан x га тўғри келган «нуқта» $|\psi|^2$ нинг масса марказида бўлади, яъни $\bar{x} |\psi|^2$ нинг x ўқи билан ҳосил қилган юзасининг мувозанат марказидир. Агар тўлқин функция ψ нормаланган бўлса, (4.36) ифоданинг махражи $x = -\infty$ дан $x = \infty$ гача соҳанинг бирор нуқтасида зарранинг мавжудлик эҳтимолига, яъни бирга тенг. Демак,

$$\bar{x} = \int_{-\infty}^{\infty} x |\psi|^2 dx. \quad (4.37)$$

Бу ифода одатда ўзига тенг кучли бўлган қуйидаги:

$$\bar{x} = \int_{-\infty}^{\infty} \psi^* x \psi dx \quad (4.38)$$

кўринишда ёзилади. (4.38) да $\psi^* - \psi$ га нисбатан комплекс қўшма функция.

Ўртача қийматни ҳисоблашнинг бу усулидан зарранинг импульси ва унинг энергияси каби динамик катталикларни аниқлашда тўғридан-тўғри

$$\bar{p}_x = \int_{-\infty}^{\infty} \psi^* p_x \psi dx \quad (4.39)$$

$$\bar{E} = \int_{-\infty}^{\infty} \psi^* E \psi dx. \quad (4.40)$$

(4.38) кўринишда фойдаланиб бўлмайди. Чунки $\psi(x, t)$ билан интеграллашни бажариш учун p ва E ларни ҳам x ва t нинг функцияси кўринишда ифодалашимиз керак. Зарранинг импульсини ва энергиясини x ва t нинг функцияси $p(x, t)$ ва $E(x, t)$ кўринишида ёзишимиз учун x ва t аниқланган бўлиши керак. x ва t аниқланган заҳотиёқ, ноаниқлик принципига биноан p ва E ни тўғри аниқлай олмаймиз. Шундай қилиб, юқоридаги формулаларга p ва E нинг аниқ қийматларини қўймоқчи бўлсак уларнинг x ва t параметрлари ноаниқ. Шунинг учун, одатда, \bar{p} ва \bar{E} ни аниқлаш эркин зарранинг де-Бройль тўлқин функцияси

$$\psi(x, t) = A e^{-\frac{i}{\hbar}(Et - px)}$$

ни x ва t бўйича дифференциаллаш йўли билан амалга оширилади. Дифференциаллаш натижасида

$$E \psi(x, t) = -\frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial t} \psi(x, t), \quad (4.9)$$

$$p_x \psi(x, t) = \frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial x} \psi(x, t) \quad (4.15')$$

ифодаларни ҳосил қиламиз. (4.9') ҳамда (4.15') дан ва уларнинг асли (4.9) ҳамда (4.15) формулалардан p_x ва E динамик катталикларга $(-i\hbar) \partial/\partial x$ ва $(i\hbar) \partial/\partial t$ каби операторлар мос қўйилиши кўриниб турибди, яъни

$$\hat{p}_x = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x}, \quad (4.41)$$

$$\hat{E} = i\hbar \frac{\partial}{\partial t}. \quad (4.42)$$

Квант механикасида, одатда, операторни қалпоқчали ҳарф орқали тасвирлаш қабул қилинган. Жумладан, (4.41) ва (4.42) да \hat{p} ва \hat{E} орқали импульс ва энергия операторлари белгиланган.

Бинобарин, (4.41) ва (4.42) ифодалар эркин зарра ҳоли учун келтириб чиқарилган бўлса-да, умумий ҳол учун ҳам тўғри. Умумий ҳолда зарранинг тўла энергияси унинг кинетик ва потенциал энергиясининг йиғиндисига тенг, яъни $E \doteq T + V(x)$. Бу тенгликни, расмий равишда, мос оператор тенглик билан алмаштиришимиз мумкин:

$$\hat{E} = \frac{\hat{p}_x^2}{m} + \hat{V}. \quad (4.43)$$

Агар (4.43) да импульс ва энергия операторлари ўрнига уларнинг (4.41), (4.42) ифодасини қўйсак,

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + V \quad (4.44)$$

расмий тенгламага келамиз. Энди бу тенгламани иккала томонини $\psi(x, t)$ функцияга кўпайтириб ўзимизга яхши таниш Шредингер тенгламасини ҳосил қиламиз:

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + V \psi.$$

Демак, импульс ва энергия операторлари ҳақидаги (4.41) ва (4.42) каби постулат квант механикасининг Шредингер тенгламаси ҳақидаги постулатга эквивалент.

Квант механикасининг математик аппарати асосида тажрибада кузатиладиган ҳар қандай ҳақиқий физикавий катталikka Эрмит оператор қўйилиши ётади. Бошқача айтганда, импульс ва энергияга (4.41) ва (4.42) операторлар мос қўйилади. Демак, у ҳолда импульс ва энергиянинг ўрта қиймати учун (4.39), (4.40) ифодада p ва E ўрнига уларнинг операторларини ишлатишимиз лозим:

$$\bar{p} = \int_{-\infty}^{\infty} \psi^* \hat{p} \psi dx = \int_{-\infty}^{\infty} \psi^* \left(-i\hbar \frac{\partial}{\partial x} \right) \psi dx = \frac{\hbar}{i} \int_{-\infty}^{\infty} \psi^* \frac{\partial \psi}{\partial x} dx, \quad (4.45)$$

$$\bar{E} = \int_{-\infty}^{\infty} \psi^* \hat{E} \psi dx = \int_{-\infty}^{\infty} \psi^* \left(i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \right) \psi dx = i\hbar \int_{-\infty}^{\infty} \psi^* \frac{\partial \psi}{\partial t} dx. \quad (4.46)$$

Шуни қайд қилиш лозимки, оператор ўрта қийматини ҳисоблашда, албатта, (4.39) ва (4.40) кўринишда ёзиш шарт. Чунки, акс ҳолда

$$-\int_{-\infty}^{\infty} \hat{p} \psi^* \psi dx = -i\hbar \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial}{\partial x} (\psi^* \psi) dx = -i\hbar (\psi^* \psi) \Big|_{-\infty}^{\infty} = 0$$

ёки

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi^* \psi \hat{p} dx = i\hbar \int_{-\infty}^{\infty} \psi^* \psi \frac{\partial}{\partial x} dx$$

каби нотўғри ёки маъносиз натижага келамиз. Агар оператор бирор функцияга кўпайтириш амалидан иборат бўлса, (масалан, x ёки $V(x)$ каби), операторнинг ўрни аҳамиятга эга эмас. Импульснинг учта проекцияси ва импульс вектори оператори (4.41) га мос равишда

$$p_x = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x}, \quad (4.41)$$

$$p_y = -i\hbar \frac{\partial}{\partial y}, \quad (4.47)$$

$$p_z = -i\hbar \frac{\partial}{\partial z}, \quad (4.48)$$

$$\vec{p} = -i\hbar \vec{\nabla} \quad (4.49)$$

кўринишда ёзилади.

Демак, квант механикасида микрообъектни характерловчи ҳар бир кузатилувчи физикавий катталиқка математик оператор мос қўйилади. Физикавий катталиқларнинг сон қийматлари ўртасидаги боғланишни берувчи классик физика формулалари квант механикасида шу катталиқлар операторлари ўртасидаги боғланиш сифатида қаралади.

21- §. Хусусий қиймат ва хусусий функция

Квант механикасида энергиянинг сақланиш қонунига биноан, агар система бирор квант ҳолатда энергиянинг аниқ қийматига эга бўлса, бу қиймат вақт ўтиши билан сақланади. Системанинг бундай ҳолатлари стационар ҳо-

латлар деб аталади. Стационар ҳолатга албатта, ёпиқ система эга бўлади. Квант системасининг стационар ҳолатларига оид масала математиканинг хусусий қиймат ва хусусий функция (вектор) масаласига олиб келади. Худди шу масалага оид Шредингернинг стационар тенгламаси билан юқорида 18-§ танишган эдик. (4.20) формула билан ифодаланувчи стационар тенгламага операторлар тушунчаси орқали бошқа йўл билан ҳам келишимиз мумкин.

Системанинг тўла энергияси $E = T + V$ ни шу физикавий катталикларга мос операторлар орқали ифодалаб (4.43) кўринишда ёзамиз. Стационар масалада потенциал энергия V вақтга боғлиқ эмас, тўла энергия E эса юқорида айтганимиздек ўзгармас. Шунинг учун тўла энергия оператори \hat{E} оддий сон $\hat{E} = E$. Потенциал энергия оператори, илгаригидек, $\hat{V} = V(x)$. Демак, тўла энергиянинг ўзгармас ҳоли учун $E = T + V$ муносабатга

$$E = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial}{\partial x^2} + V \quad (4.50)$$

кўринишдаги оператор тенгламаси мос келади. (4.50) нинг икки томонини ўнгдан $\psi(x)$ функцияга кўпайтирсак, бир ўлчовли стационар ҳаракатнинг Шредингер тенгламасига келамиз:

$$E\psi = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + V\psi. \quad (4.51)$$

Умумий ҳолда Шредингернинг стационар тенгламаси (4.20) орқали берилади. Тўла энергиянинг (4.50) кўринишдаги оператор тенгламаси умумий ҳолда *Гамильтон оператори* дейилади ва қуйидагича ёзилади:

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta^2 + V(x, y, z), \quad (4.52)$$

\hat{H} — орқали Гамильтон оператори белгиланган. Шундай қилиб, стационар ҳолатлар учун Шредингер тенгламаси қуйидаги кўринишда ёзилиши мумкин:

$$\hat{H}\psi = E\psi. \quad (4.53)$$

Шредингернинг (4.53) стационар тенгламаси тўла энергиянинг фақат маълум қийматлари учунгина ечимга эга.

(4.53) ечимга эга энергиянинг бу қийматлари \hat{H} операторининг хусусий қийматлари деб аталади. Хусусий қийматларга эга ҳолат, яъни (4.53) нинг ечими \hat{H} учун хусусий функция бўлади.

(4.53) тенглама тажрибада кузатилувчи бирор физикавий катталик масалан, энергия аниқ, қийматга эга ҳолат (4.53) тенгламанинг ечими пси-функция орқали тавсифланади деган квант механикасининг фундаментал даъвосини ифодалайди. Муайян система учун (4.53) Шредингер тенгламасини ечиш — тенгламани ва қўйилган чегаравий шартларни қаноатлантирувчигина эмас, балки тўлқин функциясига қўйилувчи бир қийматлилик, чеклилик, функциянинг ва унинг ҳосилаларининг узлуксизлик талабларига ҳам жавоб берувчи тўлқин функцияни аниқлаш демакдир. Агар шундай функцияни топиш мумкин бўлмаса, система стационар ҳолатда бўла олмайди. Шундай қилиб, физикавий катталикларни, масалан, энергияни квантлаш квант механикаси назариясининг табиий мазмунидир. Микрообъектлар дунёсида энергиянинг квантланиши эса ҳар қандай турғун системага характерли хоссадир.

Бундан буён биз хусусий қийматларни E_n , хусусий тўлқин функцияларни ψ_n орқали белгилаймиз. У ҳолда Шредингернинг стационар ҳолати тенгламаси (4.53) қуйидаги кўринишга келади:

$$\hat{H} \psi_n = E_n \psi_n. \quad (4.54)$$

Энди қўйилган масалани (4.54) тенглама тўғри ҳал қилишлигини исботлайлик. Бунинг учун системанинг ψ_i функция орқали тавсифланувчи бирор ҳолати энергиясининг ўрта қийматини ҳисоблаймиз:

$$\bar{E} = \int \psi_i^* \hat{H} \psi_i dx dy dz = E_i \int \psi_i^* \psi_i dx dy dz = E_i. \quad (4.55)$$

Ҳисоблаш вақтида интеграл ости ифодада $\hat{H} \psi_i$ ни (4.54) га биноан $E_i \psi_i$ билан алмаштирдик ва тўлқин функция учун нормалаш шarti (4.3) дан фойдаландик.

Энергия квадрати учун ҳам ўрта қийматни ҳисоблайлик. Бунинг учун оператор \hat{H} нинг квадратини аниқлаймиз:

$$\hat{H}^2 = (\hat{H})^2 = \hat{H} \cdot \hat{H}.$$

У ҳолда

$$\begin{aligned}\overline{E^2} &= \int \psi_i^* \hat{H}_i^2 \psi_i dx dy dz = \int \psi_i^* \hat{H}_i \cdot \hat{H}_i \psi_i dx dy dz = \\ &= E_i \int \psi_i^* \hat{H}_i \psi_i dx dy dz = E_i^2 \int \psi_i^* \psi_i dx dy dz = E_i^2.\end{aligned}$$

Биз бу ҳисоблашда икки марта (4.54) дан фойдаландик. Шундай қилиб мазкур ҳол учун $\overline{E} = E_i$; $\overline{E^2} = E_i^2$ экан. Демак, ψ_i ҳолатдаги системанинг энергияси E_i га тенг якка-ю ягона қийматга эга ва E_i қийматдан фарқлашни характерловчи

$$E_i = \overline{E}_i + \Delta_i \text{ даги}$$

қўшимча қиймат Δ_i ҳам, шунингдек

$$\overline{E_i^2} = (\overline{E}_i)^2 + \Delta_i^2$$

даги ўртача қиймат тақсимоти Δ_i^2 ҳам нолга тенг.

Юқорида айтилганлардан хулоса қилиб квант механикасининг энг асосий постулатини таърифлаймиз: агар системанинг тўлқин функцияси хусусий қиймат — хусусий функция учун ўринли бўлган (4.54) каби

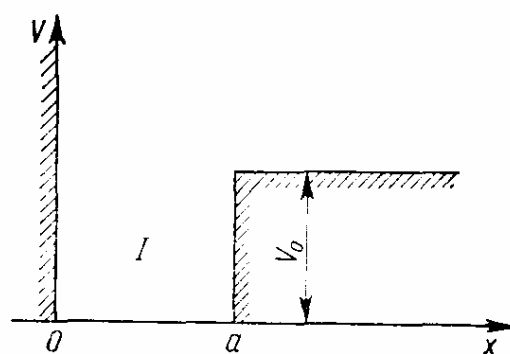
$$\hat{G} \psi_n = G_n \psi_n$$

тенгламани қаноатлантирса, G_n хусусий қийматга мос G физикавий катталиқни ўлчаш натижасида фақат хусусий функция ψ_n га мос келувчи битта ҳолатгагина эга бўламиз. Агар ҳолатлари бир хил хусусий функция ψ_n билан тавсифланувчи кўп сонли бир хил системалар устида ўлчаш олиб борилса, ҳар бир ўлчаш натижасида ягона G_n қиймат ҳосил бўлади.

22- §. Тўғри бурчакли потенциал ўра

Келгуси параграфда Шредингер тенгламасини бир неча сунъий масалаларни ечишга қўллаймиз. Бу масалалар математик жиҳатдан етарлича содда бўлса ҳам, аслида атомдаги электрон ҳаракати ҳақидаги масалаларга ўхшашдир. Бу хил оддий масалаларни ечишдан мақсад Шредингер тенгламасининг математик аппаратини эгаллашдир. Дастлаб, зарранинг бир ўлчовли оддий ҳаракатини кўрамиз.

Зарранинг потенциал энергияси $V(x)$ x ўқининг $0 \leq x \leq a$ оралиғида нолга, $x < 0$ соҳада чексизга ва $x > a$ соҳада маълум ўзгармас V_0 мусбат катталиқка тенг деялик. Потенциал энергияси шу тарзда аниқланган зарранинг ҳаракати 26- расмда тасвирланган потенциал ўрада юз беради. Агар зарранинг тўла энергияси $E < V_0$ бўлса, зарра потенциал ўрада ҳаракатланади деймиз. Бу масала бизни асосан уч жиҳатдан қизиқтиради: 1) чеклаб қўйилган ҳолдаги зарра ҳаракатининг Шредингер тенгламасини қандай ечиш; 2) шу тенглама ечимининг характерли хоссалари; 3) масалани квант механикаси ҳамда Ньютон механикаси ёрдамида ечишларда ҳосил бўлган натижаларни ўзаро таққослаш.



26- расм. Потенциал ўра.

Мазкур потенциал ўрада классик зарранинг ҳаракатини кўрайлик. У $0 \leq x \leq a$ оралиқда ўзгармас кинетик энергия билан ва демак, ўзгармас тезлик билан ҳаракатланади (чунки заррага $0 \leq x \leq a$ оралиқда ҳеч қандай ташқи таъсир кучи қўйилмаган, яъни унинг ҳаракати эркин ҳаракатдир). Потенциал ўрадаги классик зарранинг энергияси эса ихтиёрий қийматга тенг бўлиши мумкин. Агар зарранинг тўла энергияси $0 \leq E \leq V_0$ бўлса, у потенциал ўрадан чиқиб кета олмайди, чунки, акс ҳолда, агар зарра потенциал ўрадан чиқиб кета олса эди, потенциал ўрадан ташқари соҳада унинг потенциал энергияси тўла энергиясидан катта ва унинг кинетик энергияси эса манфий қийматга тенг бўлар эди. Бу, албатта, классик зарра ҳаракати учун мумкин бўлмаган ҳол, чунки ҳеч қандай зарра манфий кинетик энергия билан ҳаракат қила олмайди. Шунинг учун потенциал ўра чеккасига етган классик зарра потенциал ўра деворидан қайтади, сўнгра, тескари йўналишда ҳаракатланади, ўранинг қарама-қарши деворига етиб яна орқага қайтади ва ҳ. к. Шундай қилиб, классик физика қонунларига биноан зарра потенциал ўра ташқарисида бўла олмайди ва ўра ичида ҳар қандай нуқтада бир хил эҳтимол билан қайд қилиниши мумкин.

Квант механикасига бўйсунувчи зарранинг потенциал ўрадаги ҳаракати бутунлай бошқача ўтади. Квантлашнинг асосий шартига кўра зарра ҳаракатининг тўлқин функцияси узлуксиз, бир қийматли бўлиши керак. Демак, зарранинг тўлқин функцияси x ўқининг мусбат йўналиши бўйлаб координатанинг $x > 0$ соҳасида текис ўзгариши учун потенциал ўранинг ўнг деворидан ташқи қисмига ҳам давом этиши керак. Потенциал энергия чексиз катта бўлган ҳолида, яъни потенциал ўранинг чап деворидан ташқи қисмида зарранинг ҳаракатини қандай рўй беришини қуйида кўрамиз. Шредингер тенгламасини ечмасдан туриб зарранинг чап девордан ташқи соҳадаги ҳаракати ҳақида шундай изоҳ беришимиз мумкин. Классик нуқтаи назардан зарранинг мутлақо ўтиб бўлмайдиган $x < 0$ соҳага кира олиш эҳтимоли зарра қанча массив бўлса, яъни қанча классик заррага яқин бўлса, шунча кичик бўлади.

Потенциал ўрадаги зарра ҳаракатига доир Шредингер тенгламасини ечишдан аввал бу масала учун чегаравий шартларни ифодалаймиз. Бир ўлчовли ҳаракат учун Шредингер тенгламаси қуйидаги кўринишга эга бўлади:

$$\frac{\partial^2 \psi(x)}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} [E - V(x)] \psi(x) = 0. \quad (4.56)$$

Потенциал энергия $V(x)$ x нинг поғонали функцияси бўлгани учун x нинг мусбат йўналишдаги ўзгариш соҳасини иккига ажратамиз. У ҳолда (4.56) тенгламани ечиш осонлашади, чунки ўзгарувчи x нинг бу икки соҳасининг ҳар бирида $V(x)$ ўзгармас қийматга тенг, яъни

$$V(x) = \begin{cases} 0, & \text{агар } 0 \leq x \leq a, \\ +V_0, & \text{агар } x > a. \end{cases} \quad (4.57)$$

x нинг $0 \leq x \leq a$ соҳасини I соҳа деб атаймиз ва бу соҳада (4.56) нинг ечимини I индекс билан белгилаймиз. Худди шундай, $x > a$ — II соҳа ва шу соҳага тегишли ечимларни II индекс билан белгилаймиз. Ҳар бир соҳада (4.56) нинг ечимлари ψ ни аниқлаймиз ва x нинг бутун соҳасида тўлқин функция узлуксиз ва бир қийматли бўлиши учун бу иккала ечимни $x = a$ нуқтада «тикамиз».

Шредингер тенгламаси биринчи соҳа учун

$$\frac{\partial^2 \psi_I}{\partial x^2} + k^2 \psi_I = 0, \quad (4.58)$$

иккинчи соҳа учун эса

$$\frac{\partial^2 \psi_{II}}{\partial x^2} - \kappa^2 \psi_{II} = 0 \quad (4.59)$$

кўринишга эга. Бу тенгламаларда

$$k^2 = \frac{2m}{\hbar^2} E, \quad (I) \quad \kappa^2 = -\frac{2m}{\hbar^2} (E - V_0) \quad (II)$$

каби белгилашлар киритдик. k^2 , κ^2 — мусбат катталиклар. Тўлқин тенглама кўринишдаги (4.58) тенгламанинг умумий ечими ҳам турғун тўлқин характерига эга бўлади:

$$\psi_I(x) = A \sin(kx + \delta). \quad (4.60)$$

(4.59) тенгламанинг чексизликда нолга айланувчи ечими экспоненциал характерга эга. Шунинг учун бу тенгламанинг умумий ечими қуйидаги кўринишда бўлади:

$$\psi_{II}(x) = B e^{-\kappa x}. \quad (4.61)$$

Юқоридаги A , B , δ — ихтиёрий ўзгармас катталиклар.

Потенциал ўра чегарасида бу икки ечим бир-бирига тенг бўлиши учун уларни $x = a$ да тенглаштирамиз, яъни $\psi_I(a) = \psi_{II}(a)$

$$A \sin(ka + \delta) = B e^{-\kappa a}. \quad (A)$$

Иккала ечимни $x = a$ да бир-бирига текис ўтишини таъминлаш учун уларга $x = a$ нуқтада ҳосилаларининг тенг бўлиш

$$\left. \frac{d\psi_I}{dx} \right|_{x=a} = \left. \frac{d\psi_{II}}{dx} \right|_{x=a}$$

шартини қўямиз. Бу шартга кўра

$$kA \cos(ka + \delta) = -\kappa B e^{-\kappa a} \quad (B)$$

муносабат ҳосил бўлади. (A) ва (B) ифодаларни бир-бирига бўлиб қуйидаги тенгламани ҳосил қиламиз:

$$\operatorname{tg}(ka + \delta) = -\frac{k}{\kappa}. \quad (4.62)$$

Потенциал ўранинг чап деворига тааллуқли $V \rightarrow \infty$ ҳолини кўрамиз. Зарранинг потенциал энергиясини чексиз катталашишида k ўзгармайди, κ эса пропорционал

равишда катталашади. Шунинг учун $V \rightarrow \infty$ да k/x нисбат нолга интилади. Демак, чексиз баланд потенциал деворда ечимларнинг узлуксизлик ва текислик шarti (4.62) дан қуйидаги

$$\operatorname{tg}(ka + \delta) = 0$$

кўринишга келади. Бу тенгликни бажарилиши учун $\sin(ka + \delta)$ ва демак, $\psi_I(a)$ нолга тенг бўлиши керак. Шундай қилиб, потенциал энергия чексиз мусбат катта қийматга тенг нуқтада, яъни деворда зарранинг тўлқин функцияси нолга айланади. Деворнинг орқасида эса функция нолдан бошланиши ва (4.61) га кўра экспоненциал камайиб бориши керак. Бошқача айтганда девор орқасида зарра функциясининг нолга тенглиги ўзгармай қолади. Аммо тўлқин функция ҳосиласи $d\psi_I/dx$ чексиз деворда ҳам нолга тенг эмас. Демак, потенциал энергия нолдан бирданига чексизга айланган нуқтада зарранинг тўлқин функцияси нолга айланади, узлуксизлик шартини қаноатлантиради, аммо шу нуқтада унинг текислиги бузилади, яъни $d\psi_I/dx \neq d\psi_{II}/dx$. Бу айтилган мулоҳазалар тамомила потенциал ўранинг чап деворига тааллуқли, яъни

$$\psi_I(0) = 0, \quad \psi_I(x < 0) = 0.$$

ψ_I функция $x = 0$ да нолга тенглигидан $\delta = 0$ келиб чиқади.

Биз қуйида кўрамизки, ψ_I тўлқин функция дискрет энергетик сатҳларга мос келувчи хусусий функциялардир ($k \sim \frac{n\pi}{a}$). Шунинг учун ψ_I функция нормаланган бўлади. Нормалаш шартига биноан

$$\int_0^a \psi_I^* \psi_I dx = A^2 \int_0^a \sin^2 kx dx = A^2 \frac{a}{2} = 1.$$

номаълум коэффициент A учун қуйидаги қиймат ҳосил бўлади:

$$A = \sqrt{\frac{2}{a}}.$$

Шундай қилиб, тўлқин функцияга қўйилган бу талабни ҳисобга олсак (4.60) ечим қўйидаги кўринишга келади:

$$\psi_1 = A \sin(kx) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin(kx). \quad (4.63)$$

У ҳолда (4.62) тенглама

$$\operatorname{tg} ka = -\frac{k}{\kappa} \quad (4.64)$$

кўринишга келади. Энди (4.64) тенгламада битта ҳам ихтиёрий ўзгармас қиймат қатнашмайди. У заррани потенциал ўрадаги ҳаракатини характерловчи катталиклар орасидаги муносабатни ифодалайди. Потенциал ўра кенглиги a шу тенгликка биноан, k ва κ лар эса (I) ва (II) формулалар орқали аниқланади. Потенциал ўранинг кенглиги a ва чуқурлиги V_0 берилса, (4.64) тенгламада қатнашувчи E нинг мумкин бўлган қийматлари аниқланади. Лекин (4.64) трансцендент тенглама бўлганлиги сабабли унга асосан E нинг қийматларини қидириш ноқулай. Шунинг учун даставвал (4.64) ни содда кўринишга олиб келувчи ҳолни кўриб чиқамиз.

Агар потенциал ўранинг иккала деворини чексиз баланд деб қарасак, (4.64) тенглама

$$\operatorname{tg}(ka) = 0 \quad (4.65)$$

оддий кўринишга келади. Тенглама аргументининг

$$ka = (n + 1)\pi, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (4.66)$$

қийматларида қаноатлантирилади. Расмий равишда (4.66) тенглама $k = 0$ ечимга ҳам эга. Лекин бу ҳолда Шредингер тенгласининг ечими айнан нолга $\psi = 0$ айланади (яъни зарранинг ўзи ҳеч қаерда йўқ). Ҳақиқатан, $k = 0$ да ψ_I ва ψ_{II} билан бирга ψ_{II} ҳам нолга айланади. Бошқача айтганда, пси-функция ҳамма соҳада нолга тенг. k учун аниқланган бу ифодани (I) га қўйсак, тўла энергиянинг қийматларини берувчи

$$E_n = \frac{\hbar^2}{2m} k^2 = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2ma^2} (n + 1)^2, \quad n = 0, 1, 2, \dots, \quad (4.67)$$

формулага келамиз. Агар зарра потенциал ўрада «қамоқда» бўлса, унинг энергияси (4.56) тенгламанинг маълум дискрет хусусий қийматларигагина тенг қийматлар қабул

қила олар экан. Зарра энергиясининг бу қийматлари энергетик сатҳлар деб аталади. Шундай қилиб биз кўрдикки, чексиз чуқур ўрадаги зарранинг энергия сатҳларини ҳисоблаш осонлик билан охирига етказилиши мумкин. Умумий ҳолда эса, энергетик сатҳлар (4.64) трансцендент тенглама орқали аниқланади.

Энди потенциал ўрада стационар ҳолатдаги зарранинг энергиясининг квантланиши сабабини кўрайлик. Фазонинг ҳар хил соҳасида Шредингер тенгламалари (4.58) ва (4.59) ни ечиш билан биз квантланган энергияга келмаймиз, албатта. Энергиянинг квантланиши ҳар хил соҳадаги тенглама ечимларини соҳа чегарасида «тикиш» натижасида юз берди. Квант механикасининг умумий теоремасига кўра агар система чексизликка кета олмаса, унинг энергияси квантланган, аксинча, агар система чексизликка кета олиш қобилиятига эга бўлса, энергияси квантланмаган бўлади. (4.64) тенгламанинг икки томонини k га бўламиз:

$$\frac{1}{k} \operatorname{tg} ka = -\frac{1}{\kappa}.$$

Ҳосил бўлган тенгламанинг ўнг томони манфий, чунки $\kappa = \sqrt{2m(V_0 - E)}/\hbar$ ва биз қараётган ҳолда $E < V_0$. Тенгламанинг чап томони ҳам манфий бўлишлиги учун тригонометрик функция аргументи қуйидаги соҳада ўзгариши керак:

$$\pi \left(\frac{1}{2} + n \right) < ka < \pi (1 + n), \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots,$$

яъни иккинчи чоракда ва тўртинчи чоракда. Демак, тригонометрик функция аргументининг мумкин бўлган энг кичик қиймати

$$ka > \frac{\pi}{2}$$

бўлиши керак. Бу тенгсизликнинг икки томонини ҳам квадратга кўтариб ва k^2 ни E орқали ифодаси (I) дан фойдаланиб,

$$\frac{2mE}{\hbar^2} a^2 > \frac{\pi^2}{4}$$

тенгсизликка келамиз ёки

$$E > \frac{\pi^2 \hbar^2}{8ma^2}.$$

Иккинчи томондан, биламизки, масаланинг шартига кўра $E < V_0$, демак,

$$V_0 > \frac{\pi^2 \hbar^2}{8ma^2}.$$

Охирги тенгсизликдан потенциал ўрадаги зарра энергияси учун дискрет сатҳларнинг пайдо бўлиш шартига келамиз:

$$V_0 a^2 > \frac{\pi^2 \hbar^2}{8m}. \quad (4.68)$$

Бу тенгсизликнинг ўнг томонида фақат ўзгармас доимий катталиклар қатнашади, чап томони эса потенциал ўра чуқурлигининг ва кенглигининг функциясидир. Агар (4.68) шарт бажарилмаса, яъни потенциал ўра ўта тор ёки ўта саёз бўлса, унда битта ҳам энергетик сатҳ жойлашмайди. Бу ҳолда потенциал ўрада боғланган ҳолатлар йўқ ва ўра заррани тутиб тура олмайди.

Энди (4.64) трансцендент тенгламани ечишга ўтамиз. Бунинг учун қуйидаги алмаштиришларни ўтказамиз:

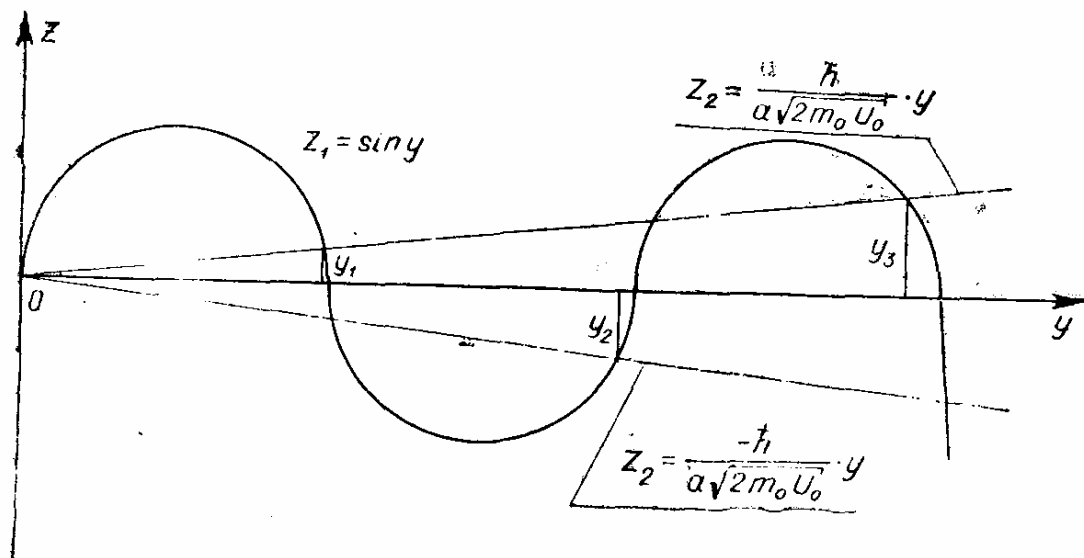
$$\begin{aligned} \sin(ka) &= \frac{1}{\sqrt{1 + 1/\operatorname{tg}^2(ka)}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\kappa}{k}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{V_0 - E}{E}}} = \\ &= \sqrt{\frac{E}{V_0}} = \frac{\hbar k}{\sqrt{2mV_0}}. \end{aligned}$$

$y = ka$ белгилаш киритиб (4.64) тенгламага эквивалент қуйидаги тенгламага келамиз:

$$\sin y = \frac{\hbar}{a\sqrt{2mV_0}} y.$$

Охирги тенгламанинг ечимини $z_1 = \sin y$ ва $z_2 = \frac{\hbar y}{a\sqrt{2mV_0}}$

функциялар эгри чизиғининг кесишган нуқталарини аниқлаш орқали қидирамиз. z_1 ва z_2 функциялар графиги 27-расмда тасвирланган. z_1 ва z_2 эгри чизиқлар кесишиш нуқталарининг ҳаммаси ҳам дискрет энергетик сатҳларни тасвирламайди. Кесишиш нуқталарининг [фақат (4.64) нинг ишорасини қаноатлантирадиган, яъни иккинчи ва



27-расм. Энергиянинг хусусий қийматларини аниқлаш.

тўртинчи чоракдагиларигина дискрет энергетик сатҳларни тасвирлайди. Сони чекли бўлган бу нуқталар ($y_n = ka$) га қуйидаги энергетик сатҳлар тўғри келади:

$$E_n = \frac{\hbar^2}{2ma^2} y_n^2.$$

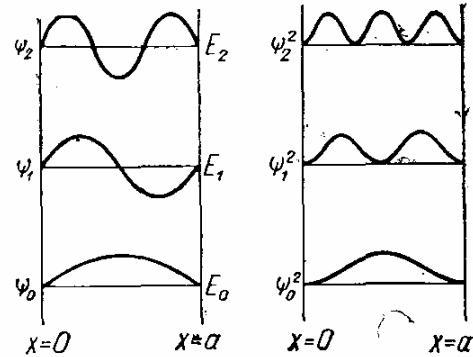
Энергетик сатҳларнинг пайдо бўлиш шарти ҳақидаги суҳбатимизни яқунлашдан олдин шу нарсани таъкидлаб ўта-мизки, потенциал ўрада боғланган ҳолатни пайдо бўлиш шарти (4.68) соф квант хоссадир, чунки классик механикага биноан зарра ҳар қандай потенциал ўрада боғланган ҳолат ҳосил қилади.

Энди потенциал ўра ичида пси-функция кўринишини аниқлаймиз. Чексиз чуқур потенциал ўрада асосий энергетик сатҳ учун (4.66) га биноан $n = 0$, $k = \frac{\pi}{a}$ ва тўлқин функция эса $\psi_0 = A \sin \frac{\pi}{a} x = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin \frac{\pi}{a} x$. Юқори сатҳларнинг тўлқин функциялари эса қуйидагича аниқланади:

$$n = 1, \quad k = 2 \frac{\pi}{a}, \quad \psi_1 = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin 2 \frac{\pi}{a} x;$$

$$n = 2, \quad k = 3 \frac{\pi}{a}, \quad \psi_2 = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin 3 \frac{\pi}{a} x \text{ ва ҳоказо.}$$

Бу ечимларнинг кўриниши 28-расмда тасвирланган. n сони ўрадаги тўлқин функциянинг ноллари сонига тенглиги расмдан яққол кўриниб турибди. Демак, ҳаракат чекланган бўлса, системанинг ҳамма ҳолатларини ва мос равишда энергетик сатҳларини тартиб билан номерлаб чиқиш мумкин.



28- расм. Потенциал ўрадаги зарранинг тўлқин функцияси ва эҳтимоллик зичлиги.

Зарранинг ҳар қандай нуқтада қайд қилиниш эҳтимоли $|\psi|^2$ га пропорционал. 28-расмда $n = 0, 1, 2$ ҳоллари учун $|\psi|^2$ нинг кўриниши келтирилган. Расмдан кўрамизки, энг паст (асосий) энергетик сатҳда, яъни $n = 0$ ҳолида, заррани энг катта эҳтимол билан потенциал ўра ўртасида топамиз, потенциал ўранинг чеккаларида эса заррани қайд қилиш эҳтимоли аксинча нолга яқин. Зарранинг бу хил ҳаракати биз юқорида кўрган классик зарранинг ҳаракатидан мутлақо фарқ қилади. Зарранинг минимал энергияси (4.67) га биноан $n = 0$ да $E_0 = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2^2 m a^2}$ мутлақо нолдан фарқли. Классик зарра эса аксинча ўра тубида ҳаракатсиз, яъни энергияси нолга тенг ҳолатда ҳам бўла олади. Квант механикасида эса зарранинг энг кичик энергияси ҳам нолдан катта. Бунинг сабабини ноаниқликлар муносабатидан қидиришимиз керак, чунки заррани ўрага жойлаб биз унинг координатасини чекладик. Бу эса ўз навбатида импульс қийматида ноаниқлик ҳосил қилади. Импульс ноаниқлигига мос келган энергия қийматининг тартибини ҳисоблаб кўрайлик. Бизнинг ҳолда зарра координатасининг ноаниқлиги тартиб жиҳатдан a га тенг десак бўлади, яъни $\Delta x = a$, у ҳолда импульс ноаниқлиги учун

$$\Delta p \cong \frac{2\pi\hbar}{\Delta x} \cong \frac{2\pi\hbar}{a}$$

ни ҳосил қиламиз. Зарра энергиясини эса тақрибан қуйидагича аниқлаймиз:

$$E = \frac{p^2}{2m} \cong \frac{(\Delta p)^2}{2m} \cong 4\pi^2 \frac{\hbar^2}{a^2} \cdot \frac{1}{2m} = 2 \frac{\hbar^2 \pi^2}{m a^2}.$$

Бу натижани E_0 билан солиштирсак, ҳақиқатан ҳам уларнинг тартиб жиҳатдан тенглигини кўрамиз.

28-расмга яна назар ташлайлик, потенциал ўрада маълум нуқтада зарранинг қайд қилиш эҳтимоли n нинг ўзгариши билан кескин ўзгаради. Масалан, ўра ўртасида ψ_0^2 максимал қийматга тенг бўлса, $|\psi_1|^2$ нолга тенг.

Энергетик сатҳлар ўртасидаги оралиқ катталигини баҳолаймиз. Бунинг учун (4.67) дан логарифмик ҳосила ($\Delta E/E$ кўринишда) оламиз:

$$\frac{\Delta E_n}{E_n} = 2 \frac{\Delta n}{n+1}.$$

Ҳосил бўлган бу тенгликдан ΔE учун

$$\Delta E_n = 2 \frac{\hbar^2 \pi^2}{2ma} (n+1)^2 \frac{\Delta n}{(n+1)}$$

ифода келиб чиқади. Энергетик сатҳлар ўртасидаги фарқ n сонининг катталашиши билан ортиб боради.

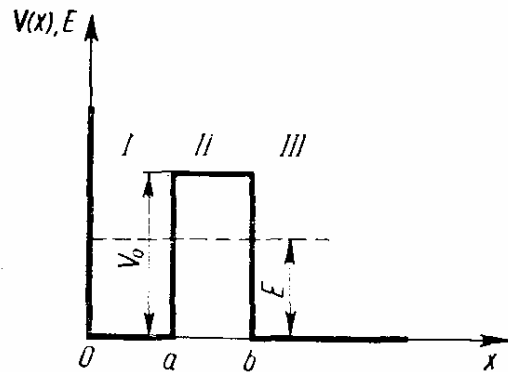
Энди потенциал ўра деворининг чекли бўлган ҳолига қайтайлик. Иккинчи соҳадаги ечимнинг ифодаси (4.61) га биноан зарра $x > a$ соҳада ҳам мавжуд экан. Классик физикага кўра зарра бу соҳага ўта олмайди, чунки $E < V$ бўлганлигидан зарранинг кинетик энергияси (T) манфийга айланади. Квант механикасида эса зарра $E < V$ соҳага ҳам ўтиши мумкин. Квант механикасида $E = T + V$ тенгликни миқдор жиҳатдан тушунмоқ керак эмас, балки уни *оператор тенглиги* деб тушуниш керак. Миқдор жиҳатдан уларнинг ўрта қийматларигина $\bar{E} = \bar{T} + \bar{V}$ каби боғланган.

$x > a$ соҳада (4.61) тўлқин функция $e^{-x \sqrt{2m(V_0-E)}/\hbar}$ га пропорционал. x нинг катталашиши билан ψ_{II} тўлқин функция экспоненциал камаяди ва демак, зарранинг қайд қилиниш эҳтимоли ҳам камаяди.

23- §. Потенциал тўсиқ. Туннель эффекти

Зарранинг бир ўлчовли ҳаракатининг муҳим ҳолидан бири унинг потенциал тўсиқдан ўтишидир. 29-расмда тасвирланган потенциал ўрани кўрайлик. Дастлаб, $0 < x < a$ соҳада бир неча зарра берилган бўлсин. II соҳанинг чеккаси $x = b$ да экспоненциал ечим нолдан фарқли бўлиши

мумкин ва шунинг учун зарраларни III соҳага ўтиш эҳтимоли мавжуд бўлади. $x > b$ бўлган III соҳага ўтиб зарралар чексизликка кетади, яъни бу хил потенциал ўрада маълум бирор вақтдан сўнг ҳеч қандай зарра қолмайди. Зарраларнинг потенциал тўсиқдан ўтишига *туннель эффекти* деб аталади. Зарранинг расмда кўрсатилган



29- расм. Потенциал тўсиқ.

$$V(x) \begin{cases} 0, & \text{агар } 0 < x < a; \\ V_0, & \text{агар } a \leq x \leq b; \\ 0, & \text{агар } x > b, \end{cases}$$

потенциал тўсиқдан ўтиш эҳтимолини ҳисоблаймиз. I соҳада зарра ҳаракати (4.58) тенглама орқали тавсифланади. Тенгламанинг ечимини қулайлик учун (4.60) кўринишда эмас, балки

$$\psi_I(x) = C_1 e^{ikx} + C_2 e^{-ikx}$$

кўринишда ёзамиз. II ва III соҳада ечимлар қуйидагича ёзилади:

$$\psi_{II}(x) = C_3 e^{-\kappa x} + C_4 e^{\kappa x},$$

$$\psi_{III}(x) = C_5 e^{ikx} + C_6 e^{-ikx},$$

ўзгармас k ва κ ларни E ва V_0 билан боғланиши юқоридагидек

$$k^2 = \frac{2mE}{\hbar^2}; \quad (I) \quad \kappa^2 = \frac{2m}{\hbar^2} (V_0 - E) \quad (II)$$

кўринишда бўлади. $C_1 e^{ikx}$ ва $C_2 e^{-ikx}$, мос равишда, потенциал тўсиққа тушаётган ва қайтаётган тўлқинларни, $C_5 e^{ikx}$ ва $C_6 e^{-ikx}$ эса тўсиқдан ўтган ва чексизликдан кайтган тўлқинларни ифодалайди. Биз кўраётган ҳолда чексизликдан тўлқин қайтмайди, шунинг учун $C_6 = 0$ бўлиши керак. Туннель эффектини қиймат жиҳатдан характерлаш мақсадида потенциал тўсиқнинг шаффофлигини кўрсатувчи ўтиш коэффициенти D ни киритамиз. D катта-

лик тўсиқдан ўтган зарралар оқими зичлигини тўсиққа тушаётган зарралар оқими зичлигига нисбатига тенг. У ҳолда D учун тўсиқдан ўтган ва тушган тўлқинлар амплитудаларининг модуллари квадратининг нисбати ҳосил бўлади:

$$D = \frac{|C_5|^2}{|C_1|^2}.$$

Худди шундай, тўсиқдан қайтган ва унга тушган тўлқинлар амплитудаларининг модуллари квадратларининг нисбати

$$R = \frac{|C_2|^2}{|C_1|^2}$$

зарранинг потенциал тўсиқдан қайтиш коэффициентини деб аталади.

Юқоридаги ψ_I , ψ_{II} , ψ_{III} ечимларни ва уларнинг ҳосилларини $x = a$ ва b нуқталарда тенг бўлиш шартидан C_1 , C_2 , C_3 , C_4 , C_5 коэффициентлар учун тенгламалар системасига эга бўламиз. Шу тенгламалар ёрдамида C_5 ва C_1 коэффициентлар нисбатини аниқлаб шаффофлик коэффициентининг тўсиқ параметрлари билан боғланишини ҳосил қиламиз. Лекин биз бу кўп вақтни олувчи математик амалларни бажариб ўтирмасдан қуйидаги оддий физикавий мулоҳазалар ёрдамида D нинг ифодасини аниқлаймиз.

Потенциал тўсиқнинг $x = a$ даги деворига чапдан келиб тушган $C_1 e^{ikx}$ тўлқин тўсиқ ичида $e^{-\kappa x}$ кўринишдаги экспоненциал қонун бўйича камаяди, яъни

$$\psi_{\text{тушувчи}} \sim e^{-\kappa(x-a)}.$$

Тўсиқнинг $x = b$ нуқтадаги иккинчи деворига бу тўлқин дастлабки қийматига нисбатан

$$C \sim e^{-\kappa(b-a)}$$

марта заифлашиб етиб келади, яъни потенциал тўсиқдан ўтган тўлқин тўсиққа келиб тушган тўлқиндан C кўпайтувчи коэффициентини билан фарқ қилади. Оқим зичлиги ёки заррани қайд қилиш эҳтимоли тўлқин функция модули-

нинг квадратига пропорционал. Шунинг учун тўсиқ орқасида оқим зичлиги тўсиқ олдидаги оқим зичлигидан

$$D = e^{-2\kappa(b-a)} = e^{-2\sqrt{2m(V_0-E)}(b-a)/\hbar} \quad (4.69)$$

кўпайтувчи билан фарқланади. (4.69) формула тўғри бурчакли потенциал тўсиқ учун ўтиш коэффициенти ёки тўсиқнинг *шаффофлиги* деб аталади.

Ихтиёрий шаклдаги потенциал тўсиқдан ўтиш коэффициенти умумий ҳолда қуйидаги кўринишга эга:

$$D = \exp\left[-\frac{2}{\hbar} \int_a^b \sqrt{2m[V(x) - E]} dx\right]. \quad (4.70)$$

Ўтиш коэффициентининг (4.70) формуласи ихтиёрий потенциал тўсиқ $V(x)$ ни тўғри бурчакли чексиз кўп потенциал тўсиқлар йиғиндиси орқали тасвирлашдан келиб чиқади. У ҳолда тўла ўтиш коэффициенти тақрибан ҳар бир тўғри бурчакли тўсиқдан ўтиш коэффициентлари кўпайтмаси тарзида ифодаланади.

Хотимада зарра энергиясига изоҳ берамиз. Зарра (тўлқин) потенциал тўсиқдан ўтишида ўз энергиясини йўқотмайди деб ҳисобланади. Зарранинг тўсиққа тушгунча энергияси қанча бўлса, тўсиқдан ўшандай энергия билан чиқади. Демак, потенциал тўсиқдан ўтаётган зарраларнинг сонигина камаяди. Тўсиқдан ўтишни баъзан образли қилиб туннель эффекти дейилади: зарра тўсиқдан ўтиши учун унинг чўққисига чиқмайди, балки у тўсиқ орқали худди туннелдан ўтган сингари ўтади.

24- §. Туннель эффектига доир мисоллар. Совуқ эмиссия

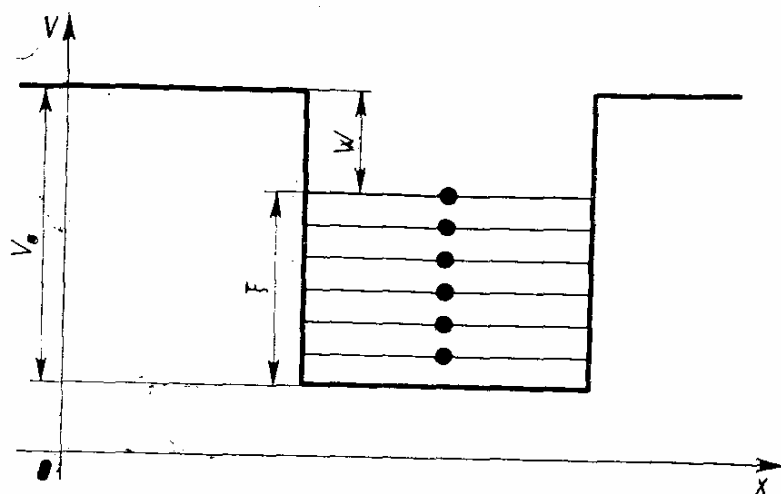
Микрозарранинг потенциал тўсиқдан ўтиш ҳодисаси қатор эксперимент натижаларини тушунтиришда асос бўлди. Буларга биринчи навбатда электронларнинг металлдан совуқ эмиссияси, яъни электронларнинг металлдан электр майдон таъсирида исталган паст температураларда ҳам чиқиши ва контакт потенциаллар фарқининг вужудга келиши ҳамда ядроларнинг радиоактив α -емирилиши ҳодисалари киради.

Металл учун потенциал ўра модели. Металлардаги кучли электр ўтказувчанлик электронларнинг металл кристалл панжараси бўйлаб деярли эркин ҳаракат қилишини кўрсатади. Лекин электронларнинг металлдан вакуумга чиқиши маълум чиқиш иши бажарилишини талаб қилади, яъни металдаги электронларнинг потенциал энергияси вакуумдаги электронлар потенциал энергиясидан кичик. Бу эса потенциал ўрада, яъни металл ичида потенциал энергияси шартли равишда нолга тенг ва демак, шартли равишда эркин ҳаракатланаётган электронлар газидан иборат бўлган металнинг содда моделини тасаввур қилишга имкон беради. Металнинг бу содда тасвирига биноан металл ичидаги электронларнинг тўла энергияси уларнинг фақат кинетик энергиясидан иборатдир. Потенциал ўрадан чексизликка кета олмайдиган электронларнинг энергияси, биз юқорида кўрганимиздек, фақат дискрет қийматларга эга бўлиши мумкин. Чекли ўлчамларга эга бўлган металл парчаси учун потенциал ўра энергия сатҳлари орасидаги масофа чексиз кичик бўлади. Паули принципа биноан (бу принцип билан кейинроқ батафсил танишамиз) металл потенциал ўрасидаги энергетик сатҳларнинг ҳар бирида фақат иккитадан электрон жойлашган бўлади. Электронлар энергетик сатҳларни энг пастки сатҳдан бошлаб тўлдиради. Абсолют температурадаги металнинг тўлдирилган энергетик сатҳларининг энг юқори сатҳини *Ферми сатҳи* деб аталади. Ферми сатҳи абсолют температурадаги металнинг тўлдирилган ва бўш сатҳларини бир-биридан ажратиб туради (30-расм). (Абсолют температурадан юқори температураларда энергетик сатҳлар тўлдирилишининг бу тартиби бузилади. Энди электронлар Ферми сатҳидан юқори сатҳларда ҳам жойлаша олишга етарли бўлган кинетик энергияга эга бўлади.)

Демак, электрон металдан чиқиши учун унга энг камида потенциал ўра чуқурлиги V_0 ва Ферми сатҳи энергияси ξ орасидаги фарққа тенг бўлган энергия керак.

$$W > V_0 - \xi.$$

Ташқи фотоэффект жараёнида металл электрони ёруғликнинг $h\nu$ энергиясини олади ва у олган энергияси етарли бўлса, металдан вакуумга чиқади. Электроннинг максимал



30- расм. Чиқиш иши ва ички потенциал.

кинетик энергияси (2.6) формулага биноан чиқиш ишига боғлиқ:

$$T_{max} = h\nu - e\varphi = h\nu - W.$$

Демак, чиқиш иши электрон энергиясининг потенциал ўра баландлигидан катта бўлиши учун зарур бўлган минимал энергияга тенг.

Агар металдаги электрон газининг температураси абсолют нолдан юқори бўлса, электронлар Ферми сатҳидан анча юқори сатҳларни ҳам тўлдиради. Металл температурасининг кўтарилишида баъзи электронларнинг тўла энергияси потенциал ўра баландлигидан юқори энергияга эга бўлиши ҳам мумкин. Бу ҳолда термоэлектрон эмиссия ҳодисаси юз беради. Термоэмиссия электрон лампаларда ўз татбиқини топган.

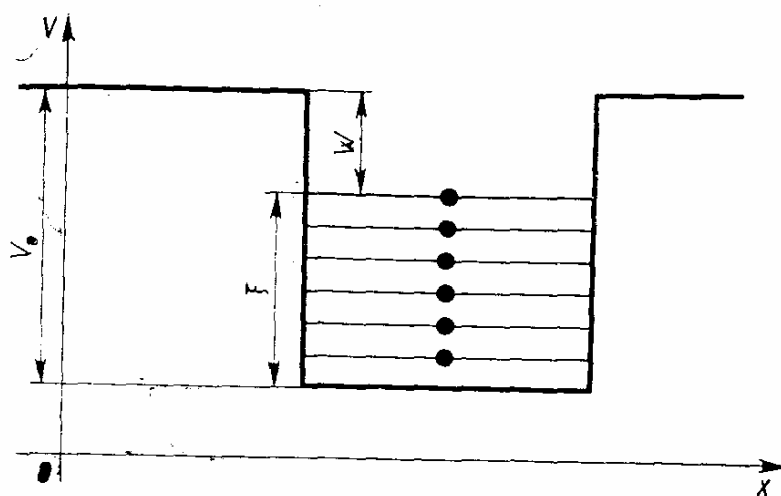
С о в у қ э м и с с и я. Агар металл сирти яқинида кучли электр майдон мавжуд бўлса, электронлар паст температурада ҳам металдан чиқа бошлайди. Бу ҳодисага *совуқ эмиссия* деб ном берилган. Совуқ эмиссия ҳодисасини классик назария нуқтаи назардан тўла тушунтириб бўлмайди. Электр майдон металл ичига ўта олмайди ва шунинг учун фақат металл сирти потенциал энергиясини 31-расмда кўрсатилган пунктиргача ўзгартиради. Потенциал ўра деворининг бундай ўзгариши қуйидагича тушунтирилади.

Металл учун потенциал ўра модели. Металлардаги кучли электр ўтказувчанлик электронларнинг металл кристалл панжараси бўйлаб деярли эркин ҳаракат қилишини кўрсатади. Лекин электронларнинг металлдан вакуумга чиқиши маълум чиқиш иши бажарилишини талаб қилади, яъни металдаги электронларнинг потенциал энергияси вакуумдаги электронлар потенциал энергиясидан кичик. Бу эса потенциал ўрада, яъни металл ичида потенциал энергияси шартли равишда нолга тенг ва демак, шартли равишда эркин ҳаракатланаётган электронлар газидан иборат бўлган металнинг содда моделини тасаввур қилишга имкон беради. Металнинг бу содда тасвирига биноан металл ичидаги электронларнинг тўла энергияси уларнинг фақат кинетик энергиясидан иборатдир. Потенциал ўрадан чексизликка кета олмайдиган электронларнинг энергияси, биз юқорида кўрганимиздек, фақат дискрет қийматларга эга бўлиши мумкин. Чекли ўлчамларга эга бўлган металл парчаси учун потенциал ўра энергия сатҳлари орасидаги масофа чексиз кичик бўлади. Паули принцинга биноан (бу принцип билан кейинроқ батафсил танишамиз) металл потенциал ўрасидаги энергетик сатҳларнинг ҳар бирида фақат иккитадан электрон жойлашган бўлади. Электронлар энергетик сатҳларни энг пастки сатҳдан бошлаб тўлдиради. Абсолют температурадаги металнинг тўлдирилган энергетик сатҳларининг энг юқори сатҳини *Ферми сатҳи* деб аталади. Ферми сатҳи абсолют температурадаги металнинг тўлдирилган ва бўш сатҳларини бир-биридан ажратиб туради (30-расм). (Абсолют температурадан юқори температураларда энергетик сатҳлар тўлдирилишининг бу тартиби бузилади. Энди электронлар Ферми сатҳидан юқори сатҳларда ҳам жойлаша олишга етарли бўлган кинетик энергияга эга бўлади.)

Демак, электрон металдан чиқиши учун унга энг камида потенциал ўра чуқурлиги V_0 ва Ферми сатҳи энергияси ξ орасидаги фарққа тенг бўлган энергия керак.

$$W > V_0 - \xi.$$

Ташқи фотоэффект жараёнида металл электрони ёруғликнинг $h\nu$ энергиясини олади ва у олган энергияси етарли бўлса, металдан вакуумга чиқади. Электроннинг максимал



30- расм. Чиқиш иши ва ички потенциал.

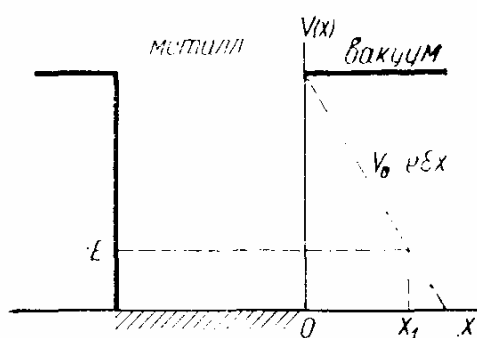
кинетик энергияси (2.6) формулага биноан чиқиш ишига боғлиқ:

$$T_{max} = h\nu - e\phi = h\nu - W.$$

Демак, чиқиш иши электрон энергиясининг потенциал ўра баландлигидан катта бўлиши учун зарур бўлган минимал энергияга тенг.

Агар металдаги электрон газининг температураси абсолют нолдан юқори бўлса, электронлар Ферми сатҳидан анча юқори сатҳларни ҳам тўлдиради. Металл температурасининг кўтарилишида баъзи электронларнинг тўла энергияси потенциал ўра баландлигидан юқори энергияга эга бўлиши ҳам мумкин. Бу ҳолда термоэлектрон эмиссия ҳодисаси юз беради. Термоэмиссия электрон лампаларда ўз татбиқини топган.

С о в у қ э м и с с и я. Агар металл сирти яқинида кучли электр майдон мавжуд бўлса, электронлар паст температурада ҳам металдан чиқа бошлайди. Бу ҳодисага *совуқ эмиссия* деб ном берилган. Совуқ эмиссия ҳодисасини класемк назария нуқтаи назардан тўла тушунтириб бўлмайди. Электр майдон металл ичига ўта олмайди ва шунинг учун фақат металл сирти потенциал энергиясини 31-расмда кўрсатилган пунктиргача ўзгартиради. Потенциал ўра деворининг бундай ўзгариши қуйидагича тушунтирилади.



31-расм. Металлдаги электроннинг потенциал энергияси (ўра) ни ташқи электр майдон таъсирида ўзгариши (штрих чизиқ).

Металл сиртидаги (потенциал ўрада жойлашган) электронга ташқи электр майдондан ташқари электр «тасвир кучи» ҳам таъсир кўрсатади. Электрон металл сиртидан кичик x масофага чиқиши мумкин, у ҳолда унга металл сиртидан гўё $-x$ масофадаги ички нуқтада $+e$ заряд (электроннинг электр тасвири) тургандек металл сиртидаги (x масофадаги) электронга электростатик индукцион куч таъсир кўрсатади.

Шундай қилиб, электронга таъсир кўрсатувчи тўла электростатик куч

$$F(x) e\mathcal{E} = \frac{e^2}{(2x)^2}$$

га тенг бўлади. Бу куч майдонида электроннинг эффектив потенциал энергияси қуйидаги

$$V_{\text{эф}}(x) = V_0 - e\mathcal{E}x - \frac{e^2}{4x}$$

формула орқали ифодаланади. $V_{\text{эф}}(x)$ нинг максимуми x_0 нуқтада бўлади.

$$\frac{\partial V_{\text{эф}}(x)}{\partial x} = -e\mathcal{E} + \frac{e}{4x^2} = 0;$$

экстремал шартдан x_0 ни аниқлаймиз:

$$x_0 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{e}{e\mathcal{E}}}$$

Демак, потенциал ўра деворининг баландлиги $V_{\text{max}} = V_0 - \sqrt{e^3 \mathcal{E}}$ га пастлашар экан. У ҳолда чиқиш иши ҳам ўзгаради:

$$W' = V_{\text{max}} - \xi = V_0 - \sqrt{e^3 \mathcal{E}} - \xi = W - \sqrt{e^3 \mathcal{E}}.$$

Чиқиш иши $W' = 0$ ҳолда ток максимумга эришади. Масалан, вольфрам учун чиқиш ишини нолга айлантирадиган ташқи қўйилган электр майдон кучланганлиги

$$\mathcal{E} = \frac{W^2}{e^3} = 2 \cdot 10^8 \text{ В/см}$$

қийматга тенг бўлади. Аммо максимал токни вужудга келтирувчи ташқи майдон кучланганлигининг классик назарияга асосан ҳисобланган, бу қиймати Милликен тажрибасининг $\mathcal{E} = 4 \cdot 10^6 \text{ В/см}$ натижасига мутлақо тўғри келмайди. Шундай қилиб, классик назарияга асосан совуқ эмиссияни тушунтириб бўлмайди.

Металдан электроннинг совуқ эмиссиясини квант туннель эффекти асосида тушунтириш мумкин. Потенциал тўсиқ орқали ўтаётган электроннинг потенциал энергиясига индукцион электр «тасвир кучи» қўшган ҳиссасининг кичиклиги сабабли уни эътиборга олмаймиз. У ҳолда потенциал энергиянинг тасвири 31-расмдаги кўринишга эга бўлади. Расмдан кўриниб турибдики, ташқи электр майдон потенциал тўсиқ кенглигини кичиклаштиради. Туннель эффектига биноан электрон бу чекли кенгликка эга потенциал девордан ўта олади. Деворнинг электрон учун шаффофлиги

$$D = \exp \left\{ -\frac{2\sqrt{2m}}{\hbar} \int_0^{x_1} \sqrt{V(x) - E} dx \right\}.$$

Бу ерда $V(x) = V_0 - e\mathcal{E}x$, E — электроннинг потенциал ўрадаги энергияси. Интегралнинг юқори чегараси $x = x_1$ қуйидаги шартдан аниқланади:

$$E = V_0 - e\mathcal{E}x_1, \quad \text{яъни } x_1 = \frac{V_0 - E}{e\mathcal{E}}.$$

У ҳолда

$$\begin{aligned} \int_0^{x_1} \sqrt{V(x) - E} dx &= \int_0^{x_1} \sqrt{V_0 - e\mathcal{E}x - E} dx = \\ &= \sqrt{e\mathcal{E}} \int_0^{x_1} \sqrt{x_1 - x} dx = \frac{2}{3} \sqrt{e\mathcal{E}} x_1^{3/2} = \frac{2(V_0 - E)^{3/2}}{3e\mathcal{E}}. \end{aligned}$$

Потенциал тўсиқ шаффофлиги учун қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$D = \exp \left[-\frac{4}{3} \sqrt{2m} \frac{(V_0 - E)^{3/2}}{e\hbar e} \right] = e^{-\frac{\mathcal{E}_0}{\mathcal{E}}}, \quad (4.71)$$

бу ерда $\mathcal{E}_0 = \frac{4}{3} \sqrt{2m} \frac{(V_0 - E)^{3/2}}{e\hbar}$ деб белгиладик. Эмиссия

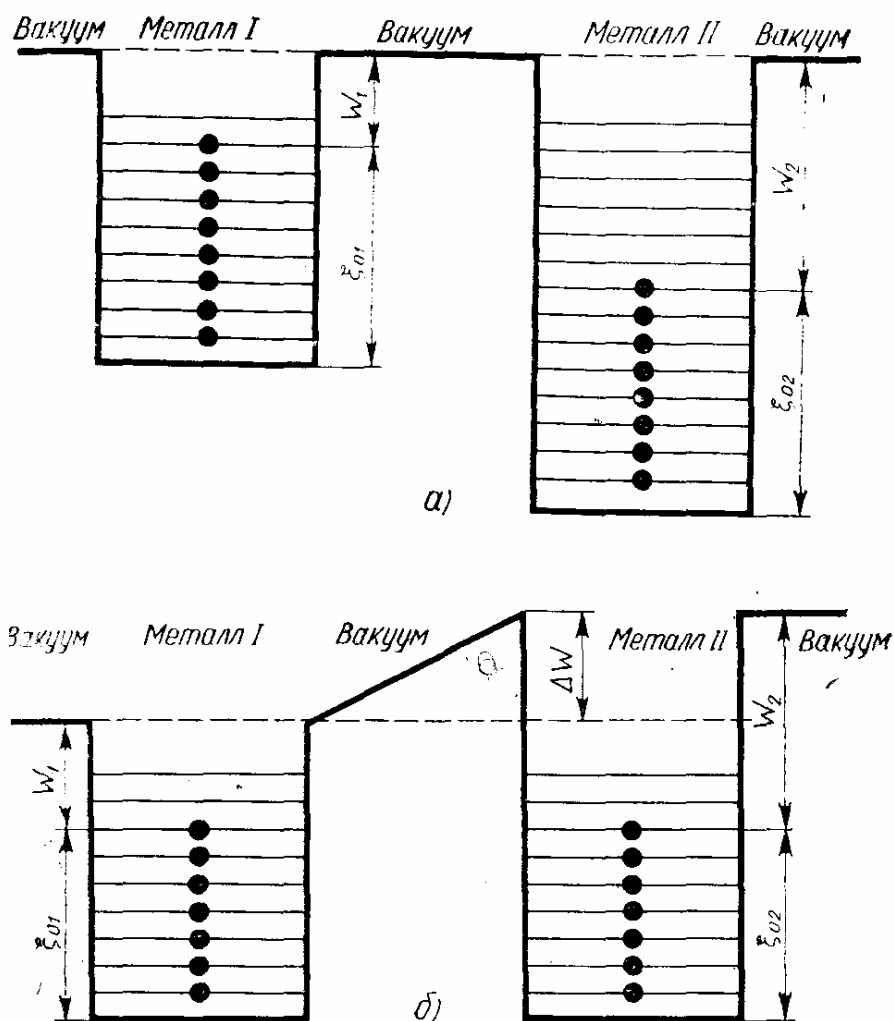
токи тўсиқдан ўтиш коэффициентига пропорционал бўлганлиги сабабли эмиссия токининг электр майдон кучланганлигига боғлиқлиги

$$j = j_0 e^{\frac{\mathcal{E}_0}{\mathcal{E}}}$$

кўринишга эга бўлиши керак. Совуқ эмиссия токининг ташқи майдон кучланганлигига бу хил боғланиши тажрибада тасдиқланди.

Контакт потенциаллар фарқи. Ҳар хил чиқиш ишига эга бўлган турли табиатли икки метални бир-бирига теккизганда вужудга келадиган контакт потенциаллар фарқини ҳам туннель эффекти асосида тушунтириш мумкин. Контакт потенциаллар фарқи икки метални бир-бирига атом ўлчамлари (Å) тартибида яқинлаштиришда, контакт соҳада ташқи потенциал фарқига қўшимча равишда пайдо бўлади. Бу ҳодисани Вольта очган эди. Ҳозир эса унинг асосида туннель эффекти ётишлиги исботланган.

Агар металлнинг чиқиш иши ҳар хил бўлса, металл потенциал ўрасида энергетик сатҳларнинг электронлар билан тўлдирилиши ҳам ҳар хил бўлади. Чунончи, абсолют ноль температура шароитида икки металл тегишли потенциал ўраларининг электрон жойлашган энг юқори энергетик сатҳи — Ферми сатҳи ҳам потенциал ўра тубидан ҳар хил баландликда бўлади. 32-расм. Энди бу икки метални бир-бирига тахминан Å масофага яқинлаштирак, икки потенциал ўра бир-биридан чекли кенгликдаги потенциал тўсиқ билан ажралган тасвир вужудга келади. Иккала металда ҳам Ферми сатҳидан юқори энергетик сатҳларда электронлар бўлмаганлиги сабабли Ферми сатҳи нисбатан юқори бўлган потенциал ўрада электронларнинг бир қисми қўшни потенциал ўранинг бўш энергетик сатҳларидан



32- расм. Икки металнинг контактлашгунга қадар (а) ва контактлашгандан кейинги (б) потенциал ўралари:

а) W_1 ва W_2 — чиқиш ишлари, ζ_{01} ва ζ_{02} — тўлдирилган сатҳларнинг юқори чегаралари (Ферми сатҳи); б) Контакт потенциаллар фарқининг вужудга келиши.

юқори жойлашган бўлади (32-а расм). Бу электронлар ўз энергетик сатҳидан паст бўлган қўшни потенциал ўра сатҳларини тўлдириши мумкин. Потенциал тўсиқдан электронларнинг туннель ўтиши сабабли I потенциал ўрадан II потенциал ўрага электронлар тўлдирилган энергетик сатҳлар тенглашгунча ўтади (32-б расм). Электронларнинг иккинчи потенциал ўрадан I га ўтиши мумкин эмас, чунки бу электронлар эгаллаши мумкин бўлган

сатҳлар бўш эмас ва бўш сатҳларни эгаллаши учун эса уларнинг энергияси кам.

Электронларнинг бу хил туннель ўтиши сабабли ортиқча электронларга эга бўлган II металл манфий зарядланади ва аксинча I металл электрон йўқотгани учун мусбат зарядланади. Иккала металл ўртасида термодинамик мувозанат вужудга келгандан сўнг, яъни металлларнинг Ферми сатҳлари тенглашганидан кейин, электронларнинг I металдан II га ўтишида вужудга келган электр токи тўхтайдди. Аммо металллар ўртасида чиқиш ишлари $W_2 - W_1$ фарқига пропорционал бўлган контакт потенциаллар фарқи вужудга келади:

$$\frac{W_2 - W_1}{e} = \varphi_2 - \varphi_1 = \Delta\varphi, \quad (4.72)$$

$\Delta\varphi$ контакт потенциаллар фарқи деб аталади.

Р а д и о а к т и в а л ь ф а - е м и р и л и ш. Зарраларнинг потенциал тўсиқдан туннель ўтиш ҳодисаси радиоактив ядроларнинг α -емирилишини ҳам тушунтириши мумкинлигини кўраамиз. Тажрибалардан маълумки, кўпчилик оғир элементлар ядроси ўз-ўзидан (спонтан равишда) α -зарраларни, яъни икки протондан ва икки нейтрондан иборат, заряди $+2e$ га тенг бўлган гелий атомининг ядросини чиқаради. α -зарранинг чиқарилиши иккиламчи ҳосилавий ядро Кулон майдонининг таъсирида янада тезлашади. α -емирилиш потенциал тўсиқдан зарраларнинг туннель ўтиш назарияси сифатида Шредингер квант механикасининг классик масаласига айланди. α -емирилиш тамомила ядронинг ички хусусиятларига боғлиқ ва ташқи шароит нуқтаи назардан спонтан юз беради. Вақтнинг dt оралиғида емирилган ядролар сони қуйидагича ифодаланади:

$$dN = -\lambda N(t) dt,$$

$N(t)$ — вақтнинг t momentiда емирилиши мумкин бўлган ядроларнинг умумий сони, λ — емирилиш доимийси. Бу тенгламани интеграллаб, Кюрининг радиоактив емирилиш қонунини ҳосил қиламиз:

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}, \quad (4.73)$$

бу ерда N_0 — вақтнинг бошланғич momentiда ($t = 0$) радиоактив ядролар сони, $N(t)$ — вақтнинг t momentига

келиб радиоактив емирилиши мумкин бўлган ядролар сони λ — емирилиш эҳтимоли маъносига эга ва емирилиш ярим даври $T^{1/2}$ билан боғланган. $T^{1/2}$ вақт оралиғида дастлаб мавжуд бўлган ядроларнинг ярми емирилади, яъни

$$N_0 e^{-\lambda T^{1/2}} = \frac{1}{2} N_0 = N_0 e^{-\ln 2}$$

Демак,

$$T^{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}.$$

Тажрибаларда кузатилган Кюри қонунини квант механикаси яратилгандан кейин туннель эффектига асосланиб тушунтириш мумкин бўлди. Заряди $+2e$ га тенг α -зарранинг мусбат зарядли ҳосилавий ядро майдонидаги потенциал энергиясини узоқ масофаларда Кулон итаришиш қонуни билан яхши тасвирлаш мумкин:

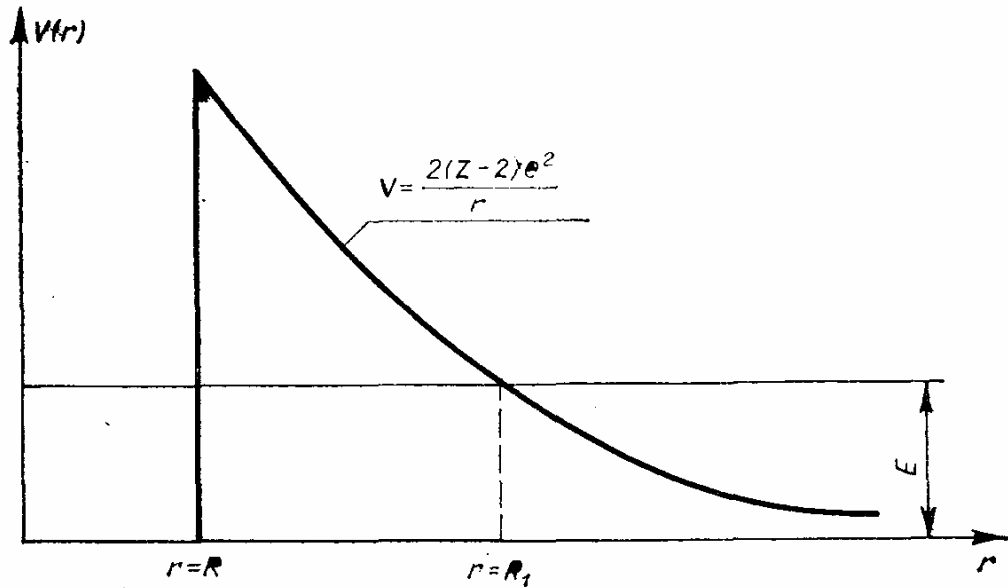
$$V = \frac{2(Z-2)e^2}{r}.$$

Агар Кулон итариш кучидан бошқа куч бўлмаганда эди α -зарралар ядрога бир он ҳам мавжуд бўла олмас эди. Уларнинг ядрога ушлаб турилишини жуда кучли ядро кучлари асосида тушунтирилади. Ядро тортилиш кучлари таъсир доираси ядро ўлчамлари билан характерланади. Кучли ядро тортилиш кучлари натижасида α -зарранинг потенциал энергияси ядродан кичик масофаларда кескин ўзгаради ва потенциал ўра ҳосил қилади. 33-расмда потенциал энергиянинг қуйидаги

$$V(r) = \begin{cases} \frac{2(Z-1)e^2}{r}, & \text{агар } r > R; \\ 0, & \text{агар } r < R \end{cases} \quad (4.74)$$

тақрибий ифодаси тасвирланган.

Емирилиш доимийси λ ва потенциал тўсиқ шаффофлиги D орасидаги боғланишни аниқлаймиз. α -заррани ядрога ҳаракатланишида у потенциал тўсиқ девори билан тўқнаш келади. Потенциал тўсиқ девори билан бир марта тўқнашишда туннель ўтишнинг эҳтимоли D га тенг. Бирлик вақтдаги тўқнашишлар сони (n) тахминан α -зарранинг тезлиги v_0 ни ядро радиуси R га нисбатига тенг, яъни $n \simeq v_0/2R$. Агар ядроларнинг умумий сони N га тенг бўлса, у ҳолда dt вақт оралиғида потенциал тўсиқдан



33- расм. α -зарранинг радиоактив ядро майдонидаги потенциал энергияси.

α -зарраларнинг ўтиши натижасида α -емирилган ядролар сони dN қуйидагича аниқланади:

$$dN = -\lambda N dt = -nD N dt. \quad (4.75)$$

Бундан

$$\lambda = nD = \frac{v_0}{2R} D = \frac{v_0}{2R} e^{-\frac{2}{\hbar} \int_R^{R_1} \sqrt{2M} \sqrt{V-E} dr}. \quad (4.76)$$

Бу ерда M — α -зарранинг массаси, V — (4.74) потенциал энергия.

R_1 — қуйидаги шартдан аниқланади:

$$\frac{2(Z-2)e^2}{R_1} = E. \quad (4.77)$$

E — α -зарранинг потенциал ўрадаги (ядролаги) тўла энергияси. Энди (4.76) формуладаги экспонента кўрсаткичини ҳисоблаймиз:

$$\begin{aligned} I &= \frac{2}{\hbar} \sqrt{2M} \int_R^{R_1} \sqrt{V-E} dr = \frac{2}{\hbar} \sqrt{2M} \int_R^{R_1} \sqrt{\frac{ER_1}{r} - E} dr = \\ &= \frac{2}{\hbar} \sqrt{2ME} \int_R^{R_1} \sqrt{\frac{R_1}{r} - 1} dr. \end{aligned}$$

Охирги интегралда ўзгарувчини $r = R_1 \sin^2 \varphi$ га алмаштириб, интеграллашни бажарамиз:

$$I = \frac{2 \sqrt{2ME}}{\hbar} 2R_1 \int_{\varphi_0}^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x dx = \frac{\sqrt{2ME}}{\hbar} R_1 (\pi - 2\varphi_0 - \sin 2\varphi_0).$$

Одатда $R \ll R_1$ эканлигини ҳисобга олсак,

$$\varphi_0 \sim \sin \varphi_0 = \sqrt{\frac{R}{R_1}} \text{ ва } I = \frac{\sqrt{2ME}}{\hbar} R_1 \cdot \left(\pi - 4 \sqrt{\frac{R}{R_1}} \right)$$

бўлади. Охирги ифодадан R_1 ни (4.77) ёрдамида чиқариб ташласак ва қуйидаги

$$a = \ln \frac{\bar{v}_0}{2R} + \frac{8e}{\hbar} \sqrt{MR(Z-2)},$$

$$b = + \frac{2\pi}{\hbar} (Z-2) e^2 \sqrt{2M}$$

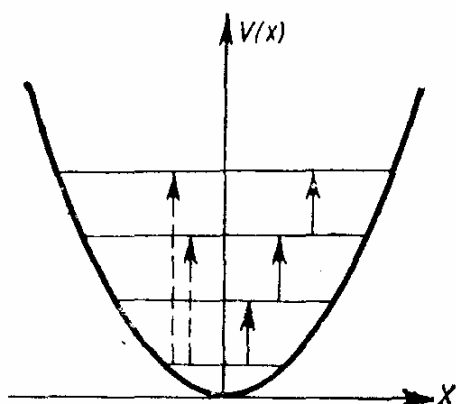
белгилашларни киритсак, емирилиш доимийсининг логарифми учун

$$\ln \lambda = a - b/\sqrt{E} = \ln \ln 2 - \ln T_{1/2} \quad (4.78)$$

ифодага келамиз. (4.78) формула α -зарранинг чиқишдаги энергияси билан емирилиш доимийсининг (ёки ярим даврининг) логарифми ўртасидаги боғланишни беради. Бу экспериментал аниқланган — Гейгер — Неттол қонуни деб аталади. Гейгер — Неттол қонунига кўра, α -зарранинг ядродан чиқишида энергияси қанча юқори бўлса, ядронинг ярим емирилиш даври шунча кичик. Бу формула бир радиоактив оилага мансуб ядроларнинг ярим емирилиш даври ўртасида мавжуд катта фарқни тушунтиради.

25- §. Чизиқли гармоник осциллятор

Гармоник (ёки эркин) тебраниш деб системанинг ўз мувозанат ҳолати атрофида юз берадиган тебранишга айтилади. Системанинг гармоник тебранишига мисол тариқасида пружинага осилган ёки суюқлик юзида сузиб юривчи жисмнинг ёки кристалл панжара атомининг тебранишини келтириш мумкин. Системанинг мувозанат ҳолатда гар-



34-расм. Чизиқли гармоник осциллятор потенциал энергияси.

Потенциал энергия $V(x)$ нинг x бўйича биринчи ҳосиласи нолга тенг, чунки у $V(x)$ функциянинг экстремал нуқтасидаги ҳосиласидир. Агар мувозанат нуқтасини ҳисоб боши деб қабул қилсак, $V(0)$ ҳам нолга айланади. Агар зарра мувозанат нуқта атрофида кичик тебранишда бўлса, қаторнинг x^2 га пропорционал биринчи нолдан фарқли ҳадига нисбатан кейинги ҳадлари нолга чексиз яқин бўлади. Шунинг учун гармоник тебранаётган системанинг потенциал энергиясини қуйидаги кўринишда оламиз (34-расм).

моник тебраниши унинг потенциал энергиясининг минимум қиймати атрофида рўй беради. Бир ўлчовли кичик тебранишдаги системанинг потенциал энергиясини минимуми атрофида қаторга ёй-сак,

$$V(x) = V(0) + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} \right) x^2 + \frac{1}{3!} \left(\frac{\partial^3 V}{\partial x^3} \right) x^3 + \dots$$

ифода ҳосил бўлади. Бу ерда x — мувозанат нуқтадан

$$V(x) = \frac{m\omega^2}{2} x^2. \quad (4.79)$$

Бу ерда

$$\left(\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} \right)_{x=0} = m\omega^2.$$

Агар биз молекулалар ёки кристалл панжара атомлари тебранишига оид атом физикаси масалаларини ҳал қилмоқчи бўлсак, квант механикасининг ушбу масаласини қўллаймиз. Квант назариясида (4.79) формула тавсифловчи гармоник тебраниш учун Шредингер тенгламаси

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \psi}{dx^2} + \frac{m\omega^2}{2} x^2 \psi = E \psi \quad (4.80)$$

кўринишда ёзилади. (4.80) тенгламада қуйидаги ўлчамсиз ўзгарувчига

$$\xi = x \sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}}; \quad \lambda = \frac{2E}{\hbar\omega} \quad (4.81)$$

ўтсак, тенглама содда кўринишга келади:

$$\frac{d^2\psi}{d\xi^2} \psi + (\lambda - \xi^2)\psi = 0. \quad (4.82)$$

Тўлқин функциянинг асимптотикасини аниқлаш мақсадида (4.82) тенгламада x нинг жуда катта ($\xi \gg 1$) бўлган чегаравий ҳолини қараймиз. У ҳолда (4.82) тенгламада ξ^2 га нисбатан λ ни эътиборга олмасак ҳам бўлади:

$$\frac{d^2\psi_\infty}{d\xi^2} - \xi^2\psi_\infty = 0. \quad (4.83)$$

Ҳосил бўлган тенгламанинг ечими Гаусснинг хатоликлар кўринишида бўлади:

$$\psi_\infty = a_0 e^{-\frac{\xi^2}{2}} = a_0 e^{-\frac{m\omega}{\hbar} x^2} \quad (4.84)$$

(4.83) тенгламанинг мусбат ишорали экспонентага пропорционал ечимини тўлқин функцияга қўйилган чеклилик шартига биноан ташлаб юбордик.

Тўлқин функциянинг (4.84) каби асимптотик кўринишини эътиборга олган ҳолда (4.82) тенгламанинг умумий ечимини қуйидаги

$$\psi(\xi) = N\psi_\infty(\xi) H(\xi) \quad (4.85)$$

кўринишда қидирамиз. Пси-функция чекли бўлиши учун номаълум функция $H(\xi)$ (4.84) кўринишдаги ψ_∞ функциядан тез ўсмаслиги керак, яъни

$$\lim_{\xi \rightarrow \infty} H(\xi) < \exp(\xi^2/2).$$

(4.85) ечимни (4.82) Шредингер тенгламасига қўямиз:

$$\begin{aligned} \frac{d^2\psi}{d\xi^2} = \frac{d^2}{d\xi^2} (e^{-\xi^2/2} H(x)) = & \left[-H(\xi) - 2\xi \frac{dH(\xi)}{d\xi} + \xi^2 H(\xi) + \right. \\ & \left. + \frac{d^2H(\xi)}{d\xi^2} \right] x e^{-\xi^2/2} \end{aligned}$$

ни ҳисобга олиб, номаълум [функция учун

$$\frac{d^2 H}{d\xi^2} - 2\xi \frac{dH}{d\xi} + (\lambda - 1) H = 0 \quad (4.86)$$

тенгламага эга бўламиз. (4.86) тенгламанинг ечими бўлган H функцияни ўзгарувчининг даражасидан иборат қатор кўринишда қидирамиз, яъни

$$H(\xi) = \sum C_k \xi^k = C_0 + C_1 \xi + C_2 \xi^2 + \dots \quad (4.87)$$

Тўлқин функциянинг чеклилик хоссасидан, масалан, координата бошила, (4.87) қаторнинг даражаси фақат мусбат даражадан иборат бўлиши келиб чиқади. $H(\xi)$ учун (4.87) ифодани (4.86) га қўйиб, қуйидаги

$$\sum_{k=2} k(k-1) C_k \xi^{k-2} + \sum_{k=0} (\lambda - 1 - 2k) C_k \xi^k = 0$$

муносабатга келамиз. Биринчи] йиғиндидаги индекс k ни $l+2$ га, иккинчисид а эса l га алмаштирамиз ва ўзгарувчининг бир хил даражаларини тўплаб қуйидаги

$$\sum \xi^l [C_{l+2} (l+2)(l+1) - C_l (2l+1-\lambda)] = 0$$

кўринишдаги муносабатга келамиз. Бу тенгликнинг бажарилиши учун ξ^l нинг коэффициентлари нолга тенг бўлиши керак, натижада коэффициентлар C_l учун рекуррент формулага эга бўламиз:

$$C_{l+2} = \frac{2l+1-\lambda}{(l+2)(l+1)} C_l \quad (4.88)$$

Гармоник осцилятор энергетик сатҳлари. Агар (4.87) қаторнинг биринчи ва иккинчи ҳадининг коэффициенти маълум бўлса, (4.88) рекуррент формула коэффициентларни бирин-кетин ҳисоблашга имкон беради, натижада бутун қаторни тиклашимиз мумкин. Мазкур рекуррент формулага биноан (4.87) қатор икки қатордан: жуфт даражалар қаторидан

$$C_0 + C_2 \xi^2 + C_4 \xi^4 + \dots + = \sum_{k=1} C_{2k} \xi^{2k} \quad (\text{Ж})$$

ва тоқ даражалар қаторидан

$$C_1 \xi + C_3 \xi^3 + C_5 \xi^5 + \dots + = \sum_{k=1} C_{2k+1} \xi^{2k+1} \quad (\text{Т})$$

ташкил топган. Бу икки қатор (4.86) тенгламанинг ўзаро бир-бирига боғлиқ бўлмаган икки хусусий ечимидир. Қаторларнинг ҳадлар сони чексизликка интилса ёки, яъни $k \rightarrow \infty$ улар экспонента, масалан, биринчиси — e^{ξ^2} , иккинчиси — ξe^{ξ^2} каби тутади. Маълумки,

$$e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \dots + \frac{x^n}{n!} + \dots$$

ёки бинобарин,

$$\begin{aligned} e^{x^2} &= 1 + \frac{x^2}{1!} + \frac{x^4}{2!} + \frac{x^6}{3!} \dots + \frac{x^n}{\left(\frac{n}{2}\right)!} + \frac{x^{n+2}}{\left(\frac{n}{2} + 1\right)!} + \dots + = \\ &= b_0 + b_2 x^2 + b_4 x^4 + \dots + b_n x^n + b_{n+2} x^{n+2} + \dots \end{aligned}$$

$n + 2$ - даражали ҳад коэффициентини n - даражали ҳад коэффициентига нисбати

$$\frac{b_{n+2}}{b_n} = \frac{1}{\left(\frac{n}{2} + 1\right)!} \cdot \left(\frac{n}{2}\right)! = \frac{1}{\frac{n}{2} + 1}$$

га тенг. Етарлича катта n учун ушбу нисбат

$$\frac{b_{n+2}}{b_n} \approx \frac{2}{n}$$

га тенг бўлади. Бу эса (4.88) рекуррент формулага биноан (Ж) қатор ҳадлар сонининг етарлича катта бўлган ҳолида мос ҳадлари коэффициентларининг нисбати кабидир, яъни

$$\frac{C_{n+2}}{C_n} = \frac{2n + 1 - \lambda}{(n+2)(n+1)} \underset{n \rightarrow \infty}{\approx} \frac{2}{n} \approx \frac{b_{n+2}}{b_n}.$$

Демак, (Ж) қатор ҳақиқатан ҳам ξ нинг e^{ξ^2} каби функцияси. У ҳолда бу хусусий ечимга мос (4.85) пси-функция қуйидагича ифодаланади:

$$\psi = e^{-\xi^2/2} H_{\text{ж}}(\xi) = e^{-\xi^2/2} \cdot e^{\xi^2} = e^{\xi^2/2},$$

яъни асимптотикада $\psi(\xi \rightarrow \infty) = \infty$ бўлади. Бу ҳол пси-функцияга қўйилган чеклилик шартига зид келади. Хуллас, қаторнинг ҳадлар сони чекли бўлиши керак, яъни қатор бирор чекли даражали полином бўлиши керак, чунки шу ҳолдагина пси-функция чеклилик талабини қаноатлан-

тиради. Энди (Ж) қаторни бирор ($n=0, 2, 4, 6 \dots$) ҳадда узайлик. Бунинг учун

$$\lambda = 2n + 1 \quad (4.89)$$

шартни қўямиз. У ҳолда $C_0, C_2, \dots, C_n \neq 0$ ва C_n -дан юқори коэффициентлар эса

$$C_{n+2} = C_{n+4} = \dots = 0,$$

(4.89) ни (4.81) га қўйсақ, дискрет спектрнинг мумкин бўлган қийматлари учун

$$E_n = \hbar \omega \left(n + \frac{1}{2} \right) \quad (4.90)$$

формулага келамиз.

(4.89) шартни киритишимиз билан иккинчи хусусий ечим бўлган (Т) қаторнинг b_{n+1}, b_{n+3} ва ҳоказо коэффициентлари нолга айланмайди. Бу қаторнинг иккита қўшни коэффициентлари нисбати (4.88) га кўра $n \rightarrow \infty$ да

$$\frac{C_{2n+1}}{C_{2n-1}} = \frac{2(2n+1) + 1 - \lambda}{(2n+3)(2n+2)} \underset{n \rightarrow \infty}{\approx} \frac{1}{n}$$

қийматга интилади. Маълумки, n сонини жуфт эмас деб ҳисоблаб

$$\begin{aligned} x e^{x^2} &= x \left(1 + \frac{x^2}{1!} + \frac{x^4}{2!} + \dots + \frac{x^{2n}}{n!} + \frac{x^{2n+2}}{(n+1)!} + \dots \right) = \\ &= a_1 x + a_3 x^3 + a_5 x^5 + \dots + a_{2n+1} x^{2n+1} + \\ &\quad + a_{2n+3} x^{2n+3} + \dots \end{aligned}$$

га келамиз. У ҳолда

$$\frac{a_{2n+3}}{a_{2n+1}} = \frac{1}{(n+1)!} \cdot n! = \left(\frac{1}{n+1} \right)_{n \rightarrow \infty} \sim \frac{1}{n} \sim \frac{C_{2n+3}}{C_{2n+1}}$$

Демак, (Т) қатор ξ нинг ξe^{ξ^2} каби функцияси сифатида ифодаланади, яъни (4.85) функция асимптотик узоқлашади. Шунинг учун, (Ж) қатор чекли даражадаги полином бўлса, (Т) қаторни ташлаб юборишимиз керак (яъни n жуфт ҳолида), аксинча агар (Т) қатор чекли полином деб қаралса, (4.89) шартни энди тоқ n лар қаноатлантиради ва (Ж) қаторни ташлаб юборамиз. Шундай қилиб,

умумий ҳолда (4.90) формулада n (4.89) ни қаноатлантирувчи бутун сон, яъни

$$E_n = \hbar\omega \left(n + \frac{1}{2} \right), \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (4.90)$$

Осциллятор энергиясининг (4.90) каби квантланиши ҳам тўлқин функциянинг бутун фазода чекли бўлишлиги табиий шартининг натижасидир.

Кутилгандек, квант осциллятор энергиясининг энг кичик қиймати нолдан фарқли, яъни $n = 0$ да $E_0 = \frac{\hbar\omega}{2} E_0$ нинг қиймати «нолинчи энергия» деб аталади. Квант зарра параболик (34-расм) чексиз потенциал ўранинг тубида жойлаша олмайди. Худди шунингдек, зарра тўғри бурчакли ёки бошқа шаклдаги чекли кенгликдаги потенциал ўранинг ҳам тубида жойлаша олмайди. (4.90) ифодани (4.67) билан таққослаб осциллятор сатҳлари энергияси квант сони n нинг биринчи даражасига, тўғри бурчакли потенциал ўра сатҳлари энергияси эса n нинг квадратига пропорционал эканлигини кўрамиз. Шу сабабдан осциллятор учун энергетик сатҳлар бир-биридан бир хил узоқликда (эквидистант) жойлашган. Бу энергетик сатҳлар 34-расмда тасвирланган. Квант осциллятор шу тасвирланган энергетик сатҳларнинг ҳар қандай ихтиёрий биттасида жойлаша олиши мумкин. Бирор қўшни энергетик сатҳга осцилляторни кўчириш учун унга

$$\Delta E = E_{n+1} - E_n = \hbar\omega. \quad (4.91)$$

энергия бериш керак. Агар энергия узатиш фотонлар воситасида юз берса, фотон

$$\omega = \frac{\Delta E}{\hbar} \quad (4.92)$$

частотага эга бўлиши керак.

Маълумки, классик осцилляторда тебраниш амплитудасининг тебрантирувчи куч частотаси билан боғланиши кескин резонанс характерга эга; классик осциллятор фақат ўз частотасига тенг бўлган биттагина частотани сезади.

Аксинча, биринчи қарашдан квант осциллятор худди (4.92) частотага каррали бўлган бутун бир частоталар тўпламига мос (4.91) энергияни ютиши ва шунинг натижа-

сида нолинчи сатҳдан юқори сатҳларнинг бирортасига ўтиши мумкиндек туюлади.

Мавжуд микроскопик осцилляторларда энергия ютилиши (ёки чиқарилиши) ҳақиқатда қандай юз беришлигини кузатиш учун микроскопик осциллятор, масалан, кристалл панжарасидаги атом билан ёруғлик (фотон) нинг ўзаро таъсир жараёнини ўрганиш лозим. Бунинг учун ўзаро таъсир жараёни давомида ўз ҳолатларини ўзгартирувчи системалар учун тенглама ёзишни ва ечишни ўрганишимиз лозим. Бу хил масалалар яхши ўрганилган ва биз унга кейинроқ қисман тўхталиб ўтамиз. Ҳозир олдиндан бўлса ҳам шу масала борасида қуйидаги хулосани қайд қилмоқчимиз. Аниқ ҳисоблашлар кўрсатадики, ёруғлик билан ўзаро таъсирда бўлувчи микроскопик осцилляторда фақат қўшни энергетик сатҳларга ўтишгина юз беради: бошқа хил ҳолат ўтишлар маълум шартларга кўраман этилади.

Бу натижани қуйидагича тушуниш мумкин. Квант механикасининг Н. Бор томонидан таклиф қилинган мослик принципига асосан классик механика квант механикасининг чегаравий хусусий ҳолидир. Шунинг учун ушбу мулоҳазани юритамиз: квант сони n нинг (яъни энергиянинг) жуда катта қийматларида квантомеханик ечим классик ечим билан мос бўлиши керак. Аммо биламизки, классик натижа резонанс частотанинг бирдан-бир қийматига олиб келади. Бу эса жуда бўлмаганда юқори энергетик сатҳлар учун бир неча сатҳларни ташлаб ўтишни ман қилувчи ҳолида бўлишини кўрсатади. Энергия сатҳларининг тасвири (34-расм) n нинг қийматига боғлиқ эмаслигидан эса бу ҳолидан ҳар қандай n учун ҳам ўринли бўлиши келиб чиқади.

Юқорида кўрдикки, квант осциллятор учун мумкин бўлган минимал энергия нолдан фарқли. Классик ва Бор назариясига асосан эса осциллятор энергияси нолга тенг ҳам бўлиши мумкин. Ҳақиқатан, классик осцилляторнинг ҳаракат тебраниш тенгламаси

$$x = a \cos \omega t \quad (4.93)$$

кўринишда ифодаланади. Бу ерда a — тебраниш амплитудаси. Осцилляторнинг тўла энергияси учун эса

$$E = T + V = \frac{m\dot{x}^2}{2} + \frac{m\omega^2}{2} x^2; \quad \dot{x} = \frac{dx}{dt}$$

ифодани ёзишимиз мумкин. Бу ерда потенциал энергия (4.79) га биноан ёзилган. Агар (4.93) ни эътиборга олсак, осцилляторнинг тўла энергиясини қуйидагича аниқлашимиз мумкин:

$$E = \frac{m\omega^2 a^2}{2} \sin^2 \omega t + \frac{m\omega^2 a^2}{2} \cos^2 \omega t = \frac{m\omega^2 a^2}{2}; \quad (4.94)$$

яъни классик осциллятор энергияси ихтиёрий, шунингдек ноль қиймат ҳам қабул қилиши мумкин.

Н. Борнинг (3.14) квантлаш шартидан эса даврий ҳаракатланувчи чизиқли осциллятор учун

$$\oint p_x dx = 2\pi \hbar n \quad (4.95)$$

ифодага келамиз. Бу ерда умумлашган импульсини

$$p_x = \frac{\partial T}{\partial \dot{x}} = m\dot{x}$$

дан аниқлаймиз. Интеграл остидаги ифода учун эса (4.93) га биноан

$$\oint p_x dx = \int_{-\infty}^{\infty} m\dot{x} \frac{dx}{dt} dt = m\omega^2 a^2 \int_0^{2\pi} \sin^2 \omega t \cdot dt = 2E \int_0^{2\pi} \sin^2 \omega t \cdot dt$$

ни ҳосил қиламиз. Интеграллаш эса тўла давр бўйича бажарилади; натижада (4.95) да интеграллашни бажариб осциллятор энергияси спектри учун

$$E = n\hbar\omega \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (4.96)$$

формулани ҳосил қиламиз.

Демак, классик физика ва Бор назариясига биноан тебранаётган зарра потенциал ўра тубида нолга тенг энергия билан ҳаракатсиз ҳолда ҳам бўлиши мумкин. Аммо квант назариясида зарранинг координатаси ва импульсини классик осциллятор ҳолидагидек бир вақтда аниқ билишимиз мумкин эмас. Заррани нолга тенг импульс билан потенциал ўра тубида аниқ жойлашишига квант механикасининг ноаниқлик принципи йўл қўймайди.

Осцилляторнинг минимал энергиясини (яъни система-нинг абсолют ноль температурадаги энергиясини) нолга тенг эмаслигини экспериментда кузатиш ҳам мумкин. Бунинг учун кристалларда температура ўзгариши бўйича ёруғлик сочилишининг ўзгариш характерини кузатиш лозим.

Кристалл панжара атомларида ёруғликнинг сочилиши асосан атомларнинг тебраниши натижасида рўй беради. Кристалл температураси камайиши билан атомлар тебраниши амплитудаси кичиклашади, натижада ёруғлик сочилиши йўқола бошлаши керак. Классик назарияга асосан абсолют ноль температурада ёруғлик сочилиши бутунлай тўхташи лозим. Квант назарияси нуқтаи назаридан эса температура камайиши билан ўртача тебраниш амплитудаси нолга эмас, балки бирор қийматга интилиши керак. Абсолют ноль температурадаги ўртача амплитуданинг қиймати тебранишнинг нолинчи энергияси орқали характерланади. Шунинг учун, температуранинг абсолют нолга яқинлашишида ёруғлик сочилиши бирор чегаравий қийматга интилади. Ёруғлик сочилишининг температура бўйича ўзгариши худди шундай тўйиниш кўринишига эга эканлиги тажрибада кузатилади.

Гармоник осцилляторнинг тўлқин функцияси. Осциллятор учун Шредингер тенгламасини ечиш давомида осциллятор энергиясининг ҳар бир хусусий қийматига (4.90) га қ.)

$$\Psi_n = N_n e^{-\xi^2/2} H_n(\xi)$$

хусусий функция (4.85) га қ.) мос келишини икқорида аниқладик. Бу ерда N_n — ўзгармас нормаловчи кўпайтувчи, $H_n(\xi)$ — (4.87) ва (4.88) формулалар орқали аниқланган ва (4.89) шартга биноан чекли n - даражали полиномга тенг бўлган функция. (4.88) рекуррент формуладан $H(\xi)$ нинг жуфтлиги n сонининг жуфтлиги билан мос эканлиги келиб чиқади. Шунинг учун $H(\xi)$ полином қуйидаги кўринишга эга:

$$H_n(\xi) = C_n \xi^n + C_{n-2} \xi^{n-2} + \dots + \begin{cases} C_0, & \text{агар } n \text{ жуфт бўлса,} \\ C_1 \xi, & \text{агар } n \text{ тоқ бўлса.} \end{cases} \quad (4.97)$$

Пси-функциянинг нормаловчи кўпайтувчиси ҳозирча аниқмас, шу сабабли $(H_n(\xi))$ полиномнинг C_n коэффициентини ихтиёрый сонга, масалан, 2^n га тенг деб олишимиз мумкин, яъни

$$C_n = 2^n, \quad n=0, 1, 2, 3, \dots$$

У ҳолда (4.88) рекуррент муносабатдан $\lambda = 2n + 1$ ҳоли учун полином коэффициентларини аниқлаймиз. C_n коэффициент учун (4.88) қуйидаги кўринишда ёзилади:

$$C_n = \frac{2(n-2) + 1 - \lambda}{[(n-2) + 2][(n-2) + 1]} C_{n-2}$$

ёки

$$C_{n-2} = \frac{n(n-1)}{2(n-2) + 1 - (2n+1)} C_n = -\frac{n(n+1)}{2 \cdot 2} C_n = \\ = -\frac{n(n-1)}{1!} 2^{n-1}$$

$$C_{n-4} = -\frac{(n-2)(n-3)}{2 \cdot 4} C_{n-2} = \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{2!} 2^{n-4}$$

каби аниқланади. (4.87) полином, агар $a_n = 2^n$ ва $\lambda = 2n + 1$ бўлса, Эрмит полиноми деб аталади ва $H_n(\xi)$ орқали белгиланади. Демак, чекли даражали Эрмит полиноми (4.97) қуйидагича ёзилади:

$$H_n(\xi) = (2\xi)^n - \frac{n(n-1)}{1!} (2\xi)^{n-2} + \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{2!} (2\xi)^{n-4} + \\ + \dots + \begin{cases} C_0 \text{ агар } n \text{ жуфт бўлса,} \\ C_1 \xi, \text{ агар } n \text{ тоқ бўлса,} \end{cases}$$

Жумладан, охири ифодага кўра қуйидаги полиномларни ҳосил қиламиз:

$$H_0(\xi) = 1, \quad H_1(\xi) = 2\xi, \quad H_2(\xi) = 4\xi^2 - 2, \quad H_3(\xi) = 8\xi^3 - 12\xi, \\ H_4(\xi) = 16\xi^4 - 48\xi^2 + 12, \quad H_5 = 32\xi^5 - 160\xi^3 + 120\xi \text{ ва ҳ. к.}$$

Эрмит полиноми $H_n(\xi)$ ни умумий ҳолда қуйидагича ихчам ифода кўринишида ёзиш мумкин:

$$H_n(\xi) = (-1)^n e^{+\xi^2} \frac{d^n e^{-\xi^2}}{d\xi^n}. \quad (4.98)$$

(4.85) хусусий функциянинг нормаловчи кўпайтувчиси N_n ни тўлқин функцияга қўйилган шарт (4.3) орқали аниқлаймиз:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\Psi_n|^2 dx = N_n^2 \sqrt{\frac{\hbar}{m\omega}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\xi^2} H_n^2(\xi) d\xi = 1.$$

Интеграл остидаги Эрмит полиномларининг биттасини ўрнига (4.98) ифодасини қўйиб, охириги тенгликни қуйидагича ёзамиз:

$$\frac{1}{N_n^2} \sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}} = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\xi^2} H_n^2(\xi) d\xi = (-1)^n \int_{-\infty}^{\infty} H_n \frac{d^n e^{-\xi^2}}{d\xi^n} d\xi.$$

Эрмит полиноми учун (4.97) ифодани эътиборга олсак,

$$\frac{d^n H_n(\xi)}{d\xi^n} = 2^n n! \quad \text{ва} \quad \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\xi^2} d\xi = \sqrt{\pi}$$

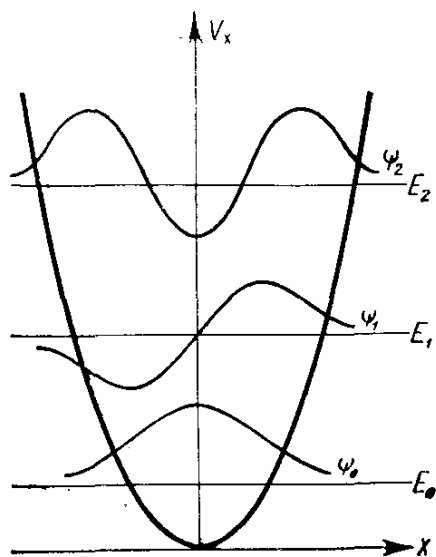
тенгликларни ҳосил қиламиз ва нормаловчи кўпайтувчи учун

$$N_n = \frac{\left(\frac{m\omega}{\hbar}\right)^{1/4}}{\sqrt{2^n \cdot n! \sqrt{\pi}}}. \quad (4.99)$$

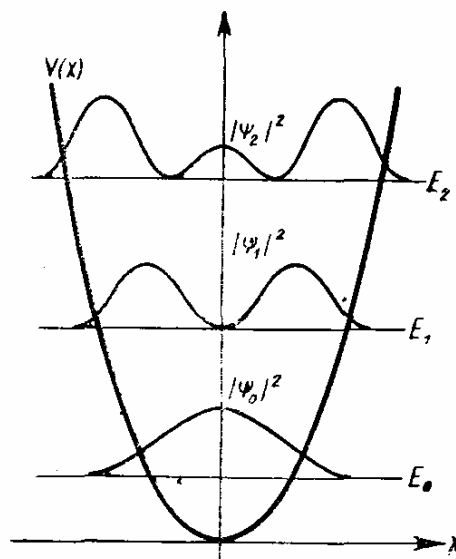
Кичик квант сонлар соҳаси, масалан, $n = 0, 1, 2$ учун хусусий қийматларга мос хусусий функциялар тасвири 35-расмда келтирилган:

$$\begin{aligned} E_0 &= \frac{\hbar\omega}{2}, & \psi_0 &= N_0 e^{-1/2 \xi^2}; \\ E_1 &= 3 \frac{\hbar\omega}{2}, & \psi_1 &= N_1 2\xi e^{-1/2 \xi^2}; \\ E_2 &= 5 \frac{\hbar\omega}{2}, & \psi_2 &= N_2 (4\xi^2 - 2) e^{-\frac{1}{2} \xi^2}. \end{aligned}$$

Тасвирланган тўлқин функция эгри чизиқлари потенциал ўра тўлқин функциясига ўхшашдир. 36-расмда эса шу ҳолатлар учун эҳтимоллар зичлиги $|\psi|^2$ нинг тақсимот эгри чизиғи тасвирланган. Потенциал ўра ҳоли каби осцилляторда ҳам классик зарранинг қайд қилиниши эҳтимоли максимал бўлган соҳа потенциал деворларига, яъни



35- расм. Осцилляторнинг хусусий функцияси ва хусусий қиймати тасвири.



36- расм. Осциллятор учун потенциал энергия ва эҳтимоллик зичликлари $|\psi_0|^2$, $|\psi_1|^2$, $|\psi_2|^2$ учун абсцисса ўқи сифатида $n = 0, 1, 2$ даги $E = h\nu(n + \frac{1}{2})$ сатҳлар олинган.

классик зарранинг тезлиги нолга яқин бурилиш соҳасидир. Кичик квант сонлари $n = 0, 1, 2$ учун расмдан кўрамизки, квант осциллятор мутлақо ўзини бошқача тутди. Квант осциллятор учун қайд қилиш эҳтимоли максимал соҳа тўлқин функциянинг максимумлар соҳасида бўлади. Лекин квант сони n нинг катта қийматларида эса эҳтимоллар зичлигининг тақсимоғ эгри чизиғи классик осцилляторга секин-аста яқинлашади.

Юқорида тасвирланган тўлқин функциянинг ва унинг квадратининг эгри чизиқлари потенциал девори орқасига, яъни классик зарра ҳаракати мумкин бўлмаган соҳада ҳам нолдан фарқли. Тўлқин функциясининг бу хил табиати юқорида қайд қилганимиздек, унинг ва ҳосиласининг бутун соҳада узлуксиз бўлиш хоссасининг натижасидир.

26- §. Марказий куч майдонидаги ҳаракат

Марказий куч майдонидаги зарранинг ҳаракатини ўрганиш квант механикасининг асосий масаласини ташкил қилади. Худди шу масала, масалан, водород атоми назария-

сининг асосига қўйилган. Марказий куч майдонида ҳаракатланаётган зарранинг потенциал энергияси фақат масофанинг функцияси бўлади, яъни:

$$V = V(|\vec{V}|) = V(r) \quad (4.100)$$

марказий-симметрик майдон ҳосил қилади. Бу майдонда ҳаракатланаётган зарранинг стационар (турғун) ҳолати қуйидаги

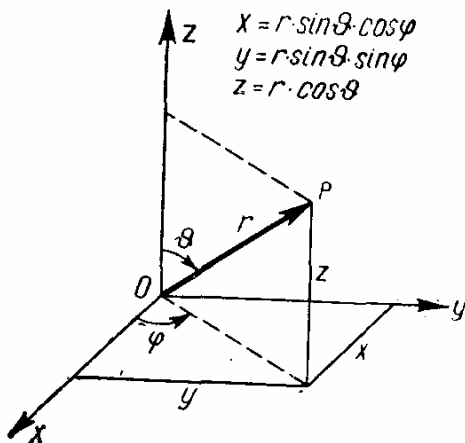
$$\nabla^2 \psi + \frac{2m_0}{\hbar^2} [E - V(r)] \psi = 0 \quad (4.101)$$

Шредингер тенгламаси орқали тавсифланади. $V(r)$ — юқорида айтганимиздек, заррадан куч марказигача бўлган масофанинг функцияси.

Ўзгарувчиларни ажратиш. (4.101) тенгламани Декарт координаталарида ифодалайлик:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \psi(x, y, z) + \frac{2m_0}{\hbar^2} [E - V(r)] \psi(x, y, z) = 0. \quad (4.102)$$

Тенгламадан кўришиб турибдики, Лаплас оператори ва пси-функция x, y, z га боғлиқ, аммо потенциал энергия $V(r)$ x, y, z нинг эмас, балки r масофанинг функциясидир. Тенгламани ечиш учун икки йўл бор: масофа r ни $\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ билан алмаштириб, V ни Декарт координаталари орқали ифодалаш ёки Шредингер тенгламасини, тўғрироғи, Лаплас операторини сферик координаталарда (37-расм) ифодалаш. Потенциал энергиянинг (4.100) кўри-



37-расм. Сферик координаталар.

нишдаги марказий симметрик ҳоли учун сферик координаталар r, θ, φ га ўтиш тенгламани ечишни осонлаштиради. 37-расмда тасвирланган сферик координаталар қуйидагилар: $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$; r — координата бошидан P нуқтагача ўтказилган радиус-векторнинг узунлиги;

$$\theta = \arccos \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}.$$

ϑ — радиус-вектор билан z ўқ ташкил қилган бурчаги;

$$\varphi = \text{arc tg} \left(\frac{y}{x} \right),$$

радиус-векторнинг (xy) текислигига проекциясини x ўқи билан ташкил қилган (азимут) бурчаги.

Шредингернинг (4.102) тенгламасини сферик координаталарда ёзиш учун Лаплас операторининг сферик координаталардаги ифодасидан фойдаланамиз:

$$\begin{aligned} \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \vartheta} \frac{\partial}{\partial \vartheta} \left(\sin \vartheta \frac{\partial \psi}{\partial \vartheta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \vartheta} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \varphi^2} + \\ + \frac{2m_0}{\hbar} [E - V(r)] \psi = 0. \end{aligned}$$

Потенциал энергиянинг (4.100) ифодасидан фойдаланиб ва ушбу тенгламани $r^2 \sin^2 \vartheta$ га кўпайтириб,

$$\begin{aligned} \sin^2 \vartheta \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \sin \vartheta \frac{\partial}{\partial \vartheta} \left(\sin \vartheta \frac{\partial \psi}{\partial \vartheta} \right) + \frac{\partial^2 \psi}{\partial \varphi^2} + \\ + \frac{2m_0 r^2 \sin^2 \vartheta}{\hbar^2} (E - V) \psi = 0 \end{aligned} \quad (4.103)$$

ни ҳосил қиламиз. Зарранинг тўлқин функцияси ψ умумий ҳолда учта координата функциясидир. $\psi = \psi(r, \vartheta, \varphi)$. Сферик координаталардаги (4.103) тенгламанинг қулай томони уни учта тенглама орқали ёзиш мумкинлигидир. Бунинг учун (4.103) нинг ечими $\psi(r, \vartheta, \varphi)$ ни учта функция кўпайтмаси тарзида ифодалаймиз:

$$\psi(r, \vartheta, \varphi) = R(r) \theta(\vartheta) \Phi(\varphi), \quad (4.104)$$

бу ерда $R(r)$ — r ва φ нинг ўзгармас бир қийматида псифункциянинг радиус-вектор бўйича ўзгаришини характерлайди; $\theta(\vartheta)$ — r ва φ нинг ўзгармас қийматида марказий майдон сфераси меридиани бўйлаб тўлқин функция ψ нинг зенит бурчаги ϑ га боғлиқ ўзгаришини тавсифлайди, $\Phi(\varphi)$ — r ва ϑ нинг ўзгармас қийматида ψ нинг мазкур сфера параллели бўйлаб ўзгарувчи азимут бурчаги φ га боғлиқ ўзгаришини характерлайди.

Тўлқин функциянинг (4.104) ифодасини (4.103) тенгламага қўйиб ва тенгламани $R \theta \Phi$ га бўлиб,

$$\frac{\sin^2 \vartheta}{R} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial R}{\partial r} \right) + \frac{\sin \vartheta}{\theta} \frac{\partial}{\partial \vartheta} \left(\sin \vartheta \frac{\partial \theta}{\partial \vartheta} \right) + \frac{1}{\Phi} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \varphi^2} +$$

$$+ \frac{2m_0 r^2 \sin^2 \vartheta}{\hbar^2} (E - V) = 0$$

ифодани ҳосил қиламиз. Учинчи ҳад фақат азимут бурчаги φ нинг функциясидир. Шунинг учун уни тенгламанинг ўнг томонига ўтказиб ёзамиз:

$$\begin{aligned} \frac{\sin^2 \vartheta}{R} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial R}{\partial r} \right) + \frac{\sin \vartheta}{\theta} \frac{\partial}{\partial \vartheta} \left(\sin \vartheta \frac{\partial \theta}{\partial \vartheta} \right) + \frac{2m_0 r^2 \sin^2 \vartheta}{\hbar^2} (E - V) = \\ = - \frac{1}{\Phi} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \varphi^2} \end{aligned}$$

Ҳосил бўлган тенглик икки томонини фақат бир ўзгармасга тенг бўлган ҳолдагина ўринлидир. Бу ўзгармасни қулайлик учун m_l^2 орқали белгиласак, азимут функцияси учун

$$- \frac{1}{\Phi} \frac{d^2 \Phi}{d\varphi^2} = m_l^2 \quad (4.105)$$

тенгламани ҳосил қиламиз. Юқоридаги Шредингер тенгламасининг ўнг томонига m_l^2 ни қўямиз ва тенгламанинг икки томонини $\sin^2 \vartheta$ га бўлиб зенит бурчаги ϑ га боғлиқ ҳадларни ўнг томонга ўтказамиз:

$$\frac{1}{R} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dR}{dr} \right) + \frac{2m_0 r^2}{\hbar^2} (E - V) = \frac{m_l^2}{\sin^2 \vartheta} - \frac{1}{\theta \sin \vartheta} \frac{d}{d\vartheta} \left(\sin \vartheta \frac{d\theta}{d\vartheta} \right)$$

Яна икки томони ҳар хил ўзгарувчиларнинг функцияси бўлган тенгламани ҳосил қилдик. Тенгламанинг икки томони ҳам битта ўзгармасга тенг бўлиши керак. Кейин равшан бўладиган сабабларга кўра бу ўзгармасни $l(l+1)$ орқали белгилаймиз. У ҳолда θ ва R функциялар учун

$$\frac{m_l^2}{\sin^2 \vartheta} - \frac{1}{\theta \sin \vartheta} \frac{d}{d\vartheta} \left(\sin \vartheta \frac{d\theta}{d\vartheta} \right) = l(l+1) \quad (4.106)$$

ва

$$\frac{1}{R} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dR}{dr} \right) - \frac{2m_0 r^2}{\hbar^2} (V(r) - E) = l(l+1) \quad (4.107)$$

тенгламаларни ҳосил қиламиз. Шундай қилиб, Шредингер тенгламаси учта тенгламага ажралади. Бу учта тенглама одатда қуйидаги қулай кўринишда ёзилади:

$$\frac{d^2 \Phi}{d\varphi^2} + m_l^2 \Phi = 0, \quad (4.108)$$

$$\frac{1}{\sin \vartheta} \frac{d}{d\vartheta} \left(\sin \vartheta \frac{d\theta}{d\vartheta} \right) + \left[l(l+1) - \frac{m_l^2}{\sin^2 \vartheta} \right] \theta = 0, \quad (4.109)$$

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dR}{dr} \right) - \left[\frac{2m_0}{\hbar^2} (V(r)) - E + \frac{l(l+1)}{r^2} \right] R = 0. \quad (4.110)$$

Бу тенгламаларнинг ҳар бири битта функциянинг оддий дифференциал тенгламаси бўлиб, битта ўзгарувчига боғлиқ. Шундай қилиб, марказий майдон учун Шредингер тенгламасини учта оддий дифференциал тенгламага ажратдик.

Хусусий функциялар. (4.104) функция Шредингер тенгламасининг ечими сифатида чекли, узлуксиз ва бир текис ўзгарувчи хоссаларга эга. Стационар ҳолатни тавсифлаши учун нормаланган ҳам бўлиши керак, яъни

$$\int \psi^* \psi dx dy dz = \int_0^{\infty} R^2 r^2 dr \int_0^{\pi} \theta^2 \sin \vartheta d\vartheta \int_0^{2\pi} \Phi^2 d\varphi = 1.$$

Бу шартдан R , θ , Φ функциянинг ҳар бири учун алоҳида-алоҳида

$$\int_0^{\infty} R^2 r^2 dr = 1, \quad (4.111)$$

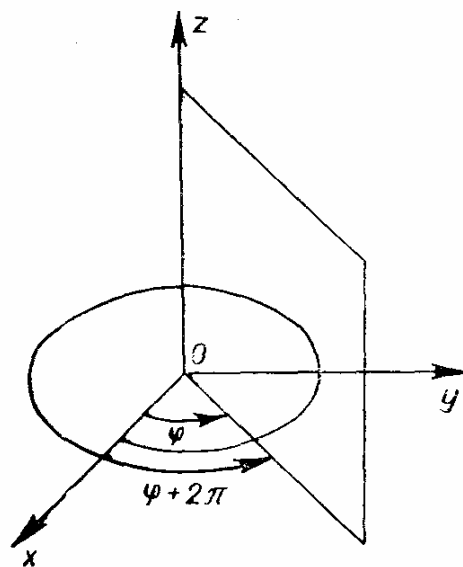
$$\int_0^{\pi} \theta^2 \sin \vartheta d\vartheta = 1, \quad (4.112)$$

$$\int_0^{2\pi} \Phi^2 d\varphi = 1 \quad (4.113)$$

шартлар келиб чиқади. Юқоридаги (4.108) тенглама жуда осон ечилади. Унинг ечими одатда

$$\Phi(\varphi) = N_{\varphi} \cdot e^{im_l \varphi} \quad (4.114)$$

кўринишда ёзилади, N_{φ} — нормаловчи коэффициент. Квантлаш шартига биноан тўлқин функция фазонинг ҳар қан-



38-расм. Азимутал бурчакнинг 2π га ўзгариши.

дай нуқтасида чекли ва бир қийматли ҳамда бир текис бўлиши керак. Шунинг учун пси-функциянинг бир қисми бўлган Φ ҳам худди шу хоссаларга эга бўлади. 38-расмдан кўрамизки, бирор меридиандан ўтган текисликка φ ва $2\pi + \varphi$ бурчаклар тўғри келади. Бошқача айтганда, $\Phi(\varphi) = \Phi(\varphi + 2\pi)$ муносабат ўринли бўлиши керак, яъни

$$\Phi(\varphi) = e^{im_l \varphi} = e^{im_l (\varphi + 2\pi)} \quad (4.115)$$

Бир қийматлилиқ шартининг натижаси бўлган (4.115) шартнинг бажарилиши учун $m_l = 0$ ёки $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$ каби мусбат ёки манфий бутун сон қийматлар қабул қилиши лозим. m_l катталиқни *магнит квант сони* деб аталади.

Азимут бурчаги учун ёзилган (4.109.) дифференциал тенглама мураккаб ечимга эга. Тенгламани ечиш учун унда ўзгарувчиларни алмаштирамиз. $x = \cos \vartheta$ орқали янги ўзгарувчи киритамиз. У ҳолда (4.109) тенглама

$$\frac{d}{dx} \left[(1-x^2) \frac{d\theta}{dx} \right] + \left(\lambda - \frac{m_l^2}{1-x^2} \right) \theta = 0, \quad \lambda = l(l+1) \quad (4.116)$$

кўринишга келади. Бу тенгламада $x = \pm 1$ нуқта махсус нуқта бўлиб ҳисобланади, чунки $x = \pm 1$ да θ функция олдидаги коэффициент чексизга айланади. $x = \pm 1$ нуқта муҳиммас махсус нуқтадир. Шунинг учун тенгламанинг ечимини қуйидаги кўринишда излаймиз:

$$\theta = (1-x^2)^{\frac{m}{2}} \sum_{k=0}^{\frac{m}{2}} a_k x^k = (1-x^2)^{\frac{m}{2}} U(x). \quad (4.117)$$

Бу ерда $m = \pm |m_l|$, a_k — аниқланиши керак бўлган коэффициент. (4.116) тенгламанинг ечими, албатта, $|m_l|$ га боғлиқ бўлади, чунки тенгламага магнит квант сонининг квадрати m_l^2 кирган. (4.117) ни (4.116) га қўйиб номаълум функция U учун

$$(1-x^2) \frac{d^2 U}{dx^2} - 2x(m+1) \frac{dU}{dx} + [\lambda - m(m+1)] U = 0 \quad (4.118)$$

тенгламани ҳосил қиламиз. U функция учун ёзилган бу тенглама махсус нуқтага эга эмас. Унинг ечимини (4.117)

даги қатор кўринишида излаймиз. Қатор коэффициентлари учун қуйидаги муносабатга келамиз:

$$\sum_{k=0} \left\{ k(k-1) a_k x^{k-2} + [\lambda - (k+m)(k+m+1)] a_k x^k \right\} = 0.$$

Бир хил даражали x лар қатнашган ҳадларни йиғиб

$$\sum_{k=0} \left\{ (k+2)(k+1) a_{k+2} + [\lambda - (k+m)(k+m+1)] a_k x^k \right\} = 0.$$

ифодага келамиз. Охирги тенглик x нинг ҳамма қийматларида тўғри бўлиши учун x ларнинг олдидаги коэффициентлар (k ни $k=0,1, \dots$ ўзгаришида) алоҳида-алоҳида нолга тенг бўлиши зарур, яъни

$$(k+2)(k+1) a_{k+2} + [\lambda - (k+m)(k+m+1)] a_k = 0. \quad (4.119)$$

(4.119) рекуррент муносабат (4.117) қаторнинг ҳамма коэффициентларини боғлайди. (4.119) рекуррент муносабатга мувофиқ U жуфт ёки тоқ функциядир. x нинг ҳамма қийматларида ҳам $\theta(x)$ чекли бўлиши учун (4.117) қатор чекли ҳадлар йиғиндисидан ташкил топган бўлиши зарур. Бошқача айтганда (4.117) қатор бирор максимал даража $k=q$ билан чегараланган полином бўлиши керак. U ҳолда

$$a_k = a_q \neq 0, \quad a_{k+2} = a_{q+2} = 0.$$

(4.119) рекуррент муносабатга асосан эса (k ни q га алмаштириб)

$$\lambda = (q+m)(q+m+1), \quad q = 0, 1, 2, 3, \dots$$

келиб чиқади. Юқорида λ ни l орқали $\lambda = l(l+1)$ каби белгиланган эдик. Демак, l катталиқ *азимутал (орбитал) квант сони* бўлиб,

$$l = q + m \quad (4.120)$$

га тенг. l сони q ҳамда m каби нолдан бошлаб фақат мусбат бутун сонлар қабул қилади. (4.120) га биноан

$$l \geq m, \quad (4.121)$$

яъни

$$m_l = -l, -l+1, \dots, l-1, l. \quad (4.122)$$

$$\begin{aligned} \theta &= (1 - \cos^2 \vartheta)^{\frac{m_l}{2}} \sum_{k=0,1}^q a_k \cos^k \vartheta = \sin^{m_l} \vartheta \sum_{k=0,1}^{l-m_l} a_k \cos^k \vartheta = \\ &= P_l^{m_l}(\cos \vartheta). \end{aligned}$$

Бу ерда $P^{m_l}(\vartheta)$ — Лежандр бирлаштирилган полиномлари. Шундай қилиб, (4.116) тенгламанинг ечими умумий ҳолда қуйидагича ифодаланади:

$$\theta_l^{m_l} = [C_l^{m_l} P_l^{m_l}(\cos \vartheta)]. \quad (4.123)$$

$C_l^{m_l}$ ва N_φ коэффициентлар (4.112), (4.113) шартлардан аниқланади. Даставвал N_φ ни аниқлайлик:

$$N_\varphi^2 \int_0^{2\pi} e^{im_l \varphi - im_l \varphi} d\varphi = N_\varphi^2 2\pi = 1,$$

демак,

$$N_\varphi = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}; \quad \Phi(\varphi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{im_l \varphi}. \quad (4.124)$$

$C_l^{m_l}$ коэффициентни аниқлаш учун (4.112) шартни қуйидагича ёзамиз:

$$\int_0^\pi \theta_l^{m_l} \theta_l^{m_l} \sin \vartheta d\vartheta = \int_{-1}^1 \theta_l^{m_l}(x) \theta_l^{m_l}(x) dx = 1.$$

Интегрални ҳисоблаш учун Лежандр бирлаштирилган полиноми хоссасидан фойдаланамиз:

$$\int_{-1}^1 P_l^{m_l}(x) P_{l'}^{m_l}(x) dx = \frac{2}{2l+1} \frac{(l+m_l)!}{(l-m_l)!} \delta_{ll'}$$

Бу ерда

$$\delta_{ll'} = \begin{cases} 0, & \text{агар } l \neq l' \\ 1, & \text{агар } l = l' \end{cases}$$

$C_l^{m_l}$ коэффициентлар учун қуйидаги

$$C_l^{m_l} = \sqrt{\frac{2l+1}{2} \frac{(l-m_l)!}{(l+m_l)!}}$$

ифодани ҳосил қиламиз. Натижада $\theta_l^{m_l}$ функция

$$\theta_l^{m_l} = \sqrt{\frac{2l+1}{2} \frac{(l-m_l)!}{(l+m_l)!}} P_l^{m_l}(\cos \vartheta) \quad (4.125)$$

кўринишда тасвирланади.

Шундай қилиб, (4.101) Шредингер тенгламаси ечими (4.104) бурчак қисми қуйидаги

$$Y_{l, m_l}(\vartheta, \varphi) = \theta_{l, m_l}^{m_l}(\vartheta) \Phi(\varphi) = \\ = \sqrt{\frac{2l+1}{4\pi} \frac{(l-m_l)!}{(l+m_l)!}} P_l^{m_l}(\cos \vartheta) e^{im_l \varphi}$$

шар функциялар экан. Шар функциялар $Y_{lm_l}(\vartheta, \varphi)$ нормаланган функциялардир. Ҳақиқатан, агар $d\Omega$ орқали фазовий бурчак элементини белгиласак,

$$\oint (Y_{l, m_l'})^* Y_{l, m_l} d\Omega = \text{const} \int_0^\pi \sin \vartheta d\vartheta P_l^{m_l'} \times \\ \times P_l^{m_l} \int_0^{2\pi} d\varphi e^{i(m_l - m_l') \varphi} = \delta_{l'} \cdot \delta_{m_l' m_l}.$$

Қуйида мисол тариқасида кичик квант сонларига тўғри келувчи бир неча нормаланган шар функцияларнинг ошкор формуллари келтирилган:

$$Y_{0,0} = \frac{1}{\sqrt{4\pi}}; \\ Y_{1,0} = \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \cos \vartheta; \quad Y_{1,\pm 1} = \mp \sqrt{\frac{3}{8\pi}} \sin \vartheta e^{\pm i \varphi}; \\ Y_{2,0} = \sqrt{\frac{5}{16\pi}} (3 \cos^2 \vartheta - 1); \\ Y_{2,\pm 1} = \pm \sqrt{\frac{15}{8\pi}} \cos \vartheta \sin \vartheta e^{\pm i \varphi}; \\ Y_{2,\pm 2} = \sqrt{\frac{15}{32\pi}} \sin^2 \vartheta \cdot e^{\pm 2i \varphi};$$

(4.110) тенгламани ечиб, радиал функция $R(r)$ ни аниқлаш учун потенциал энергия $V(r)$ нинг ошкор формуласини билишимиз зарур. Келгуси бобда $R(r)$ радиал функцияга мисол тариқасида водород ядросининг марказий-симметрик Кулон майдонида ҳаракатланаётган электрон масаласини кўрамиз. Ядронинг Кулон майдонида битта электрон ҳаракатини ўрганиш атом тузилиши физикасига йўл очади.

ВОДОРОДСИМОН АТОМЛАР

Квант механикасининг яратилиши биланоқ, атомнинг квантомеханик назарияси ривожлантирилди. Атомнинг квант назарияси табиат ва унинг тузилиши ҳақидаги билимимизни тубдан ўзгартирди ва Менделеевнинг элементлар даврий системасининг келиб чиқиш негизини, барқарор молекулалар тузилишида атомлар ўзаро таъсирининг характерини, қаттиқ жисмлар электр, магнит ҳамда механик хоссаларини ва бошқа кўп микродунё муаммоларини тушунишга имкон берди. Қелгуси параграфлар ва бобларнинг асосий мазмуни худди шу масалаларга бағишланган, даставвал, биз водород ва водородсимон атом квант назариясига бутун эътиборимизни қаратамиз.

Водород ва водородсимон атомлар, яъни ядро майдо-нида биттагина электрон бўлган атомлар элементларнинг Менделеев даврий системасидаги энг содда атом системаларига мансуб. Водородсимон атомга бир каррали ионланган заряд сони $Z = 2$ га тенг гелий атоми He, икки каррали ионланган ва заряд сони $Z = 3$ га тенг литий атоми Li^{++} ва ҳоказо киради. Атом системалари ичида энг соддаси, албатта, водород атоми ҳисобланади. Водород атоми электр заряди $+e$ га тенг зарра — протондан иборат бўлган ядродан ва $-e$ манфий зарядли электрондан тузилган. Протон ва электрон ўртасида электростатик тортишиш кучи таъсир қилади. Протоннинг массаси электронникига нисбатан жуда кўп марта катта. Шунинг учун, масалани осонлаштириш мақсадида протонни, яъни водород атоми ядросини турғун деб қараш мумкин.

[27- §. Водород атоми

Водород атоми учун Шредингер тенгламаси. Кулон тортишиш кучи таъсиридаги битта электроннинг потенциал энергияси

$$V(r) = -\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r}. \quad (5.1)$$

Бу ерда Ze — ядронинг заряди, водород атоми учун $Ze = 1e$ га тенг, r — ядро билан электрон орасидаги масофа, ϵ_0 — вакуумнинг диэлектрик киритувчанлиги. У ҳолда, водород атоми ҳолида протон майдонида ҳаракатланаётган электрон учун Шредингернинг уч ўлчовли стационар тенгламаси

$$\Delta^2 \psi + \frac{2m_e}{\hbar^2} [E - V(r)] \psi = 0 \quad (5.2)$$

кўринишда бўлади. (5.2) тенгламанинг ечими системанинг даврий стационар ҳолатини тавсифлаши учун бир қийматли, узлуксиз ва текис ўзгарувчан бўлиши лозим.

Потенциал энергиянинг (5.1) ифодаси сферик-симметриялидир. Шунинг учун (4.2) тенгламани сферик координаталарда ечиш мақсадга мувофиқ. У ҳолда тўлқин функция учта сферик координата r , θ , ϕ лар функцияси бўлади $\psi = \psi(r, \theta, \phi)$. Лекин марказий симметрик майдонда стационар ҳаракат қилаётган электроннинг энергетик сатҳлари тўлқин функциянинг радиал қисми учун ёзилган (4.110) тенгламани ечиш билан аниқланади:

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dR}{dr} \right) + \left\{ \frac{2m_e}{\hbar^2} \left[E + \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right] - \frac{l(l+1)}{r^2} \right\} R = 0 \quad (5.2a)$$

(Умумийлик учун бу тенгламада ва бундан кейин ҳам ядро зарядини $+Ze$ га тенг деб қабул қиламиз. Шу билан биз биттагина электрон сақланиб қолган $Z > 1$ мусбат ионнинг ҳам энергетик сатҳларини аниқлаган бўламиз. Энергетик сатҳ учун аниқланган охириги ифодада $Z = 1$ деб водород атомининг энергетик сатҳини аниқлай оламиз). Бу тенгламани ечишни янада осонлаштириш мақсадида (5.2) нинг сферик симметрияли ечимлари билан кифояланамиз, яъни $l = 0$ деб ҳисоблаймиз ($l \neq 0$ ҳолига кейинроқ қайтамиз). Шундай қилиб, биз қуйидаги

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dR_0}{dr} \right) + \frac{2m_l}{\hbar^2} \left[E + \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right] R_0 = 0 \quad (5.3)$$

шаклдаги Шредингер тенгламасини кўрамиз. Тенгламани соддалаштириш учун белгилашлар ва ўзгарувчиларни алмаштиришлар ўтказамиз:

$$\beta = \frac{2m_l Ze^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}; \quad k^2 = -\frac{2m_l E}{\hbar^2}; \quad R_0(r) = \frac{U(r)}{r} \quad (5.4)$$

У ҳолда (5.3) тенглама қуйидаги содда кўринишга келади:

$$\frac{d^2 U}{dr^2} + \beta \frac{U}{r} = k^2 U. \quad (5.5)$$

Сферик — симметрияли ечим. Даставвал (5.5) тенглама ечимининг асимптотасини ўрганамиз. Радиус-вектор r нинг чексизликка интилишида (5.5) тенгламада $k^2 U$ ҳадга нисбатан $\beta \frac{U}{r}$ ҳадни чексиз кичик қиймат сифатида ташлаб юбориш мумкин. Бинобарин, етарлича катта r учун (5.5) тенгламани қуйидагича ўзгартириш мумкин:

$$\frac{d^2 U_\infty}{dr^2} = k^2 U_\infty.$$

Бу тенгламанинг ечими

$$U_\infty = A \cdot e^{-kr} + B \cdot e^{kr}$$

кўринишга эга. A ва B — доимийлар. Тўлқин функцияга қўйилган чеклилик талабига кўра U_∞ ечим r нинг ҳамма қийматларида ва шу билан $r \rightarrow \infty$ да ҳам чекли бўлиши шарт, яъни $B = 0$. Демак,

$$U_\infty = A \cdot e^{-kr}. \quad (5.6)$$

(5.6) функция (5.5) тенгламанинг ечими бўла олмаса ҳам изланаётган ечимни чексизликда тасвирлайди. Шунинг учун (5.5) тенгламанинг ечимини қуйидаги кўринишда излаймиз:

$$U = e^{-kr} f(r). \quad (5.7)$$

Бу ерда номаълум $f(r)$ функциянинг ошқор тасвири асимптотада e^{-kr} дан тез ўсмайдиган бўлиши керак. (5.7) ечимни (5.5) тенгламага қўйсақ, f функция учун дифференциал тенглама ҳосил бўлади:

$$\frac{d^2 f(r)}{dr^2} - 2k \frac{df}{dr} + \frac{\beta}{r} f = 0. \quad (5.8)$$

(5.8) тенгламанинг ечими f функциянинг ошқор кўринишини, юқоридаги шартга кўра, даражали қатор сифатида излаймиз:

$$f(r) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n r^n. \quad (5.9)$$

У ҳолда (5.9) ни (5.8) га қўйиб,

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n n (n-1) r^{n-2} - 2k \sum_{n=1}^{\infty} a_n n r^{n-1} + \beta \sum_{n=1}^{\infty} a_n r^{n-1} = 0$$

ни ҳосил қиламиз. Ҳосил бўлган учта йиғинди ҳадларнинг биринчисидан n ни $n+1$ га алмаштирамиз. Биринчи йиғиндида $n=1$ ҳад нолга айланишини ҳисобга олган ҳолда тенгликни қўйидагича ёзишимиз мумкин:

$$\sum_{n=1}^{\infty} [a_{n+1} (n+1)n - 2ka_n \cdot n + \beta a_n] r^n = 0. \quad (5.10)$$

(5.10) тенглик радиус-векторнинг олдида турган коэффициентлар алоҳида-алоҳида нолга тенг бўлгандагина ўринлидир. Бу талабдан қўйидаги рекуррент формула келиб чиқади:

$$a_{n+1} = \frac{2kn - \beta}{n(n+1)} a_n. \quad (5.11)$$

Рекуррент формуладан кўрамизки, (5.9) қатор k ва β ўзгармаслар ўртасидаги муносабатга боғлиқ равишда чексиз даражали ёки чекли даражали, яъни полином каби қаторга айланади. Агар қатор узилмаса $n \rightarrow \infty$ да

$$a_{n+1} = \frac{2k - \frac{\beta}{n}}{n+1} a_n \simeq \frac{2k}{n+1} a_n \quad \text{ёки} \quad \frac{a_{n+1}}{a_n} \simeq \frac{2k}{n+1}$$

бўлади. Бу хил рекуррент формула экспонента кўринишдаги функциялар учун ўринли. Ҳақиқатан,

$$e^{2kr} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!} (2kr)^n = \sum_{k=1}^{\infty} b_n r^n.$$

қаторнинг r^n ва r^{n+1} ҳадлари олдидаги коэффициентларининг нисбати

$$\frac{b_{n+1}}{b_n} = \frac{(2k)^{n+1}}{(n+1)!} \cdot \frac{n!}{(2k)^n} = \frac{2k}{n+1}$$

га тенг. Демак, (5.9) қатор чекли бўлмаса, n нинг катта қийматларида $f(r)$ ни тавсифловчи қатор e^{2kr} функция каби ўзгаради ва r нинг чексизга интилишида чекли бўлиш

шарти қўйилган радиал функция R_0 узоқлашувчи асимптотикага эга бўлади, яъни $r \rightarrow \infty$ да $R_0 \rightarrow \frac{\exp(kr)}{r}$ каби ўзгаради. Физик ҳақиқатни экс эттира олмаганлиги сабабли бу ечим ташлаб юборилади.

Энди (5.9) қатор бирор n - ҳадида узилишга тўғри келадиган шартни аниқлайлик. Қатор узилиши учун (5.11) рекуррент формулага кўра бирор мусбат бутун сон n дан бошлаб (5.11) нинг ўнг томонидаги каср сурати нолга айланиши лозим, яъни

$$2k \cdot n - \beta = 0.$$

ёки

$$k = \frac{\beta}{2n}.$$

Энергетик сатҳлар. Охирги ифода (5.12) га k ва β нинг (5.4) даги қийматларини қўйиб водородсимон атомлар учун мумкин бўлган энергетик сатҳларни аниқлаймиз:

$$E_n = - \frac{m_e \cdot Z^2 \cdot e^4}{32 \cdot \pi^2 \epsilon_0^2 \cdot \hbar^2} \frac{1}{n^2} = - \frac{R_H \cdot h Z^2}{n^2} \quad (5.13)$$

Бу ерда n — бутун мусбат сон бўлиб, у бош квант сони деб аталади, R_H — водород учун Ридберг доимийси:

$$R_H = \frac{m_e \cdot e^4}{8 \epsilon_0^2 \hbar^3}.$$

Шу нарсани алоҳида қайд қилиш керакки, водород атоми электронининг стационар ҳолатлари энергияси учун квант механикаси асосида аниқланган (5.13) ифода шу ҳол учун Бор назариясидан аниқланган (3.22) га аниқ тўғри келади. (5.13) формуладан n нинг бир неча қийматлари учун водород атоми энергетик сатҳларини аниқлайлик:

$$E_1 = - 13,6 \text{ эВ},$$

$$E_2 = - 13,6 \cdot \frac{1}{2^2} = - 3,4 \text{ эВ},$$

$$E_3 = - 13,6 \cdot \frac{1}{3^2} = - 1,51 \text{ эВ},$$

$$E_4 = - 13,6 \cdot \frac{1}{4^2} = - 0,85 \text{ эВ},$$

$$E_5 = - 13,6 \cdot \frac{1}{5^2} = - 0,544 \text{ эВ}.$$

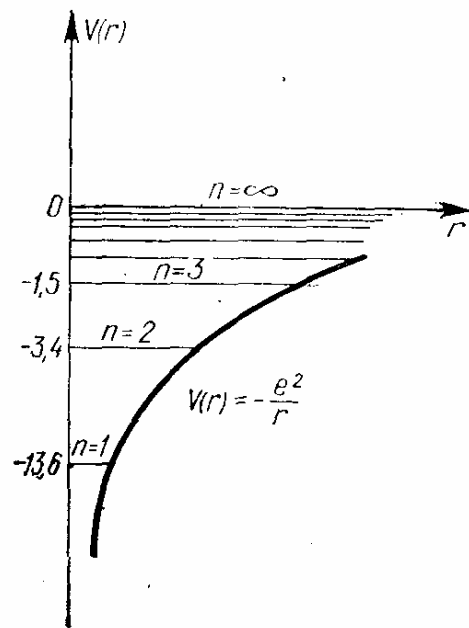
Энергия нолга яқинлашиши билан энергетик сатҳлар зичлиги ортишини кузатамиз. $E > 0$ да электрон эркин ҳаракат қилади ва бу ҳолда тўлқин функция (2.23) чекли бўлмаганлиги сабабли энергетик сатҳлар квантланмайди. Эркин электрон энергияси дискретмас туташ спектр ҳосил қилади. Водород атоми электронининг энергетик сатҳлари 39-расмда тасвирланган.

Водород атоми учун Шредингер тенгламасини юқоридагидек ечишимизга боғлиқ муҳим изоҳ берамиз. Умуман олганда, биз аниқлаган ечим

$$R_{n0} = U/r = \frac{e^{-kr}}{r} f(r) =$$

$$= \frac{e^{-kr}}{r} \sum_{n=1}^{\beta/2k} a_n r^n \quad (5.14)$$

ечимларнинг тўла тўпланини ташкил қилмайди. Чунки водород атоми учун Шредингер тенгламасини ечишда биз тўлқин функциянинг ψ ва ϕ бурчакларга боғлиқлигини ҳисобга олмадик. Шунинг учун биз аниқлаган энергетик сатҳлар (5.13) аслида ψ ва ϕ бурчакларга боғлиқ бўлмаган ҳолатлар энергетик сатҳлардир. Биз радиал тенгламада орбитал квант сонини $l = 0$ деб олдик. Натижада биз аниқлаган энергетик сатҳлар билан характерланадиган ҳолатлар учун $l = 0$, яъни ҳаракат миқдори моментига эга эмас. Жумладан, шуни айтиш керакки, $l \neq 0$ деб аниқланган энергетик сатҳлар биз аниқлаган энергетик сатҳлардан фарқ қилмайди. Бу ҳол нуқтавий заряд электр майдонига хос хусусиятдир. Яъни нуқтавий заряд электр майдони ўзига хос шундай хусусиятга эгаки, ҳаракат миқдори momenti ноль бўлмаган ҳолат учун (5.2a) тўла тенгламанинг ечими янги энергетик сатҳларнинг пайдо бўлишига олиб келмайди. Шунинг учун (5.13) да водород атоми электронининг ҳамма энергетик сатҳлари бор.




39- расм. Водород атоми учун электроннинг потенциал энергияси ва атом энергетик сатҳлари:

$n=1$ — асосий ҳолат, $n=2$ ва $n=3$ — уйғотилган ҳолат.

Классик назария нуқтаи назаридан ҳаракат миқдори моменти ноль бўлган электроннинг турғун ҳолати мавжуд эмас. Чунки агар ҳаракат миқдори моменти ноль бўлса, электроннинг ядро атрофида ҳеч қандай (Бор нуқтаи назардан айтганда) айланма ҳаракати йўқ. У ҳолда электрон ядрога тушиш керак. Квант механикаси нуқтаи назардан эса бундай ҳол ҳеч қачон рўй бермайди. Чунки, электроннинг ядрога яқинлашишида унинг координатаси ноаниқлиги камаяди. Бу эса ноаниқликлар муносабатига биноан электроннинг импульсини тез катталашишига олиб келади. Натижада ядрога яқинлашаётган электрон ядрога қанча яқин келса, унинг кинетик энергияси — $\frac{(\Delta p)^2}{2m_e}$ шунча катта бўлади. Бу эса электроннинг тўла энергиясини ошишига олиб келади, чунки электронни ядрога яқинлашишидаги потенциал энергияси (5.1) нинг камайишидан кўра кинетик энергияси тезроқ ошади. Биламизки, электроннинг тўла энергияси асосий ҳолатда минимал қийматга эга бўлади. Электроннинг ядрога яқин келишида эса электроннинг энергетик фойдасиз ҳолати юз беради. Шундай қилиб, квант зарра — электрон ядрога «тушиб» кета олмайди.

28- §. Водородсимон атомлар спектри

 **Водород атоми спектри.** Водородсимон атом электрони учун квант механикасида ҳосил қилинган (5.13) формула Бор назарияси асосида олинган (3.22) формуладан мутлақо фарқ қилмайди. Шу сабабдан водород атоми электроннинг квант механикаси берган энергетик сатҳлар схемаси Бор назариясидан олинган сатҳлар схемаси билан тўла мос келади. Водород атоми нурланиш частоталари ва спектрининг ҳар хил сериялари квант механикаси ва Бор назариясида айнан ўхшаш формулалар орқали тавсифланади.

Водород атомининг асосий ҳолати квант механикасига биноан $n = 1$ квант сони билан характерланади. Агар Бор назариясида $n = 0$ ҳолининг ташлаб юбориш сабаби номаълум қолган бўлса, квант назариясида эса $n = 0$ ҳолатнинг йўқлиги тўлқин функцияга қўйилган чеклилик (айни ҳолда координата бошида) шартига кўра табиий равишда келиб чиқади. Шундай қилиб, (3.22) ёки (3.29)

ва (5.13) да $n = 1, 2, 3, \dots$ каби ўзгариши ҳолат тўлқин функциясига қўйилган талабнинг маҳсули экан.

(5.13) формуладан фойдаланган ҳолда водород атоми спектр чизиқлари энергияси учун ифодани келтириб чиқариш мумкин. Бунинг учун (5.13) да $Z = 1$ деб ҳисоблаб, ҳар хил квант сатҳларга тўғри келадиган энергияларни бир-биридан айириб қўйидагини ҳосил қилиш мумкин:

$$\Delta E = h\nu = E_n - E_m = R_{\text{н}}h \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (3.24)$$

(3.23) га қ.). Водород атомининг бу сатҳлари, биз юқорида кўрган, 22-расмда тасвирланган эди. Водород атоми учун Ридберг доимийси $R_{\text{н}}$ — (3.30) орқали берилади. Шу нарсани яна эслатамизки, Ридберг доимийсининг биз келтирган ифодаларида R вақтга тескари бирлик (сек^{-1}) билан ўлчанади. Эксперимент натижалари эса одатда тўлқин узунлигининг тескари бирлиги (см^{-1}) да берилади. Биз келтирган Ридберг доимийсини тажриба билан таққослаш учун юқоридаги ифодаларни ёруғлик тезлигига бўлиш керак, яъни

$$\begin{aligned} R_{\text{экс}} = R_{\text{н/с}} &= \frac{2}{16\pi^2 \epsilon_0^2} \cdot \frac{e^4 m_e}{4\pi \hbar^3 c} = \frac{1}{(4\pi)^3} \frac{1}{\epsilon_0^2} \cdot \frac{m_e c}{\hbar} \left(\frac{e^2}{\hbar c} \right)^2 = \\ &= \frac{1}{(4\pi)^3} \cdot \frac{1}{\epsilon_0^2} \frac{\alpha^2}{\Lambda} \end{aligned} \quad (5.15)$$

Λ — электроннинг Комптон тўлқин узунлиги. α -нозик структура доимийси. Нозик структура доимийси билан кейинроқ батафсил танишамиз.

Ридберг доимийсининг водород атоми учун (5.15) ифодаси эксперимент натижасини аниқ тавсифламайди. Бунинг сабаби водород ядроси — протоннинг массасини чексиз катта деб қабул қилиб протон ва электрондан иборат системанинг Шредингер тенгламасини (5.2) орқали ифодалашимиздир. Ҳақиқатда эса протоннинг массаси чекли ва у ҳаракатда бўлади. Бу эса Ридберг доимийси учун яна (3.38) каби қайта аниқловчи формулага олиб келади.

Биз кўрдикки, Бор назариясида энергетик сатҳлар электронларнинг турғун орбиталардаги ҳаракатига мос қўйилади. Квант механикасида эса электроннинг орбита бўйлаб ҳаракати ҳақида ҳеч қандай тасаввур бўлмади.

Бунинг сабабини энди биламизки, квант механикасида микрозарранинг ҳаракатини тавсифлаш эҳтимоллик хараактерига эга. Электроннинг орбита бўйлаб ҳаракати тушунчаси ўрнига унинг тўлқин функцияси тавсифловчи ҳаракат ҳолати ҳақидаги тушунчасига келамиз. Масалан, ҳаракат миқдори моменти нолга тенг ($l = 0$) асосий ҳолатдаги $n = 1$ электроннинг ҳаракати (5.14) да $R_{nl} = R_{10}$ тўлқин функция орқали тавсифланади. Классик нуқтаи назардан бу ҳолатда электрон фақат радиус бўйлаб ҳаракатланиши, яъни ядрога тушиши керак. Албатта классик нуқтаи назардан бундай ҳаракат мумкин эмас. Квант механикасида эса электроннинг $l = 0$ орбитаси — S -ҳолати ўринли. Бу ҳолатдаги электрон булутининг тақсимланиши сферик симметриялидир. Жумладан, асосий ҳолатдаги электроннинг орбитал ҳаракат миқдори моменти нолга тенглиги $l = 0$ тажрибада кузатилади.

Бор назарияси нуқтаи назарига биноан электроннинг бир орбитадан иккинчисига ўтиши квант механикасида электроннинг бир ҳолатдан иккинчисига ўтиши каби таърифланади. Бор назариясида электроннинг орбиталараро ўтиши фазовий кўчиш каби тасаввур этилса, квант механикасида электроннинг бир ҳолатдан иккинчисига ўтиши фазовий кўчишга ўхшаш бирор яққол тасвирга эга эмас.

Спектр чизиқларининг изотопик силжиши. Маълумки, табиатда водород атомининг енгил изотопидан ташқари яна иккита оғир изотопи мавжуд. Булар дейтерий D ва тритий T дир. Дейтерий атомининг ядроси битта протон битта нейтрондан иборат икки ядровий заррадан ташкил топган системадир. Тритий ядросида эса битта протондан ташқари яна иккита нейтрон мавжуд. Водород атомининг оғир изотоплари спектри ҳам (3.24) формула орқали ифодаланади. Фақат R_H ўрнига R_D ва R_T ларни қараш керак. Бунинг учун, мос равишда (3.38) да протон массасини иккига ва учга кўпайтириш лозим холос. У ҳолда

$$R_D = 109707,4 \text{ см}^{-1}; \quad R_T = 109717,5 \text{ см}^{-1}$$

қийматларга эга бўламиз. R_H, R_D, R_T ларнинг ўзаро фарқи водороднинг ҳар хил изотоплари спектрида бир хил чизиқлар тўлқин узунликларининг қийматлари ўртасидаги тафовутга олиб келади. Биринчи жадвалда водород ва дейтерий спектрларидаги Лайман серияси чизиқларининг

биринчи учтаси учун тўлқин узунликлар қиймати келтирилган.

I жадвал

Водород спектрида Бальмер сериясининг айрим чизиқлари — H_α H_β H_γ

чизиқ	$\lambda_{\text{эксп.}} \cdot \text{Å}$	$\lambda_{\text{назар.}} \cdot \text{Å}$
H_α	6562,78	6564,7
H_β	4861,32	4862,7
H_γ	4340,64	4341,7

Муайян элементнинг ҳар хил изотоплари спектрида айнан чизиқларнинг тўлқин узунликларини фарқ қилиши спектр чизиқларининг изотопик силжиши деб аталади. Водород ва дейтерий спектрларидаги жадвалда келтирилган изотопик силжишлар шунчалик каттаки, оддий спектр асбобларда ҳам сезиш мумкин. Водород ва дейтерий спектр чизиқлари тўлқин узунликларидаги изотопик силжиш Бальмер серияси учун янада каттадир. Масалан, водород ва дейтерий спектрининг Бальмер сериясидаги биринчи бош чизиқ учун тўлқин узунликлар фарқи $1,7 \text{ Å}$ ни ташкил қилади.

Водородсимон ионлар. Битта электрони қолгунча ионлашган атомларнинг спектрларини кўрамиз. Бир каррали ионлашган гелий атоми учун спектр формуласини ёзамиз.

$$\begin{aligned} \Delta E = h\nu = E_n - E_m &= R_{\text{He}} Z_{\text{He}}^2 \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) = \\ &= 4 \frac{R_\infty}{1 + \frac{m_e}{M_{\text{He}}}} \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) \end{aligned}$$

R_∞ — (3.38) формулада таърифланган.

Спектр чизиқларининг частоталари ўртасидаги бу формула берадиган муносабат ҳам даставвал тажрибалар асосида аниқланган эди. Уни фақат квант механикаси гина тушунтира олди.

Айнан худди шу йўл билан қатор бошқа ионлар, масалан, Li^{++} , Be^{+++} ва ҳоказолар учун ҳам спектр формула-

ларини ёзишимиз мумкин. Бу ионлар спектри учун Лайман сериясининг биринчи чизиқлари атомлар спектрининг ультрабинафша соҳасида ётади.

29- §. Спектр чизиқларининг кенглиги

Шредингер тенгламасини водород атоми, потенциал ўра, гармоник осцилляторлар учун ечиб, биз мазкур системалар энергиясининг мумкин бўлган қийматлари дискрет тўплам ҳосил қилишини кўрдик. Ҳар бир энергия сатҳининг аниқ қийматга эга бўлиши энергия сатҳларининг кенгликка эга эмаслигини билдиради. Бу ҳақиқатга тўғри келмайди, чунки биз тегишли масалалар учун Шредингер тенгламасини ёзганимизда баъзи соддалаштиришлар ўтказган эдик.

Атом бир энергетик сатҳдан иккинчисига ўтишда фотон чиқариши ёки ютиши керак. Шу жараёни тавсифловчи тўғри тенгламада, албатта, атомнинг электромагнит майдон билан ўзаро таъсири ҳам ҳисобга олинган бўлиши зарур. Нурланишгача ёки нурланиш жараёнида вужудга келувчи электромагнит майдон билан атомнинг ўзаро таъсирини Шредингер тенгламасида ҳисобга олиш атом энергетик сатҳларининг маълум ΔE кенгликда ёйилишини вужудга келтиради. Маълумки, ёруғлик нурланиши узунлик тартиби тахминан метрларга тўғри келадиган кетма-кет тўлқинлар «кесмаси» сифатида юз беради. Ҳар бир тўлқин «кесмаси» монохроматик тузилмасдан, ҳар доим маълум бир частоталар оралиғи билан характерланади, демак, тўлқин кесмасига тегишли квант ҳам аниқ частотага мос бўлмасдан энергияси маълум ноаниқликка эга бўлади. Нурланиш тўлқини энергиясининг бу ноаниқлиги фақат уйғотилган сатҳ энергиясининг ноаниқлигидан, яъни энергия сатҳининг кенгликка эга эканлигидан вужудга келади.

Квант энергиясининг ноаниқлигини баҳолайлик. Фараз қилайлик, ёруғлик тезлиги (c) билан ҳаракат қилаётган тўлқин «кесма» чекли τ вақт ичида нурланган ва у бутун узунлиги бўйича Ω частотали аниқ синусоида сифатидаги тасвирга эга бўлсин. Одатда, нурланишнинг спектрал таркибини аниқлаш мақсадида тўлқинни Фурье интегралига

ёйилади. Тўлқин, «кесма» си сифатидаги ёруғлик нурланишини тавсифловчи $F(t)$ функция киритайлик, яъни

$$F(t) = \begin{cases} Ae^{i\Omega t}, & \text{агар } -\frac{\pi}{2} < t < \frac{\pi}{2}, \\ 0, & \text{бошқа ҳолларда.} \end{cases}$$

$F(t)$ функцияни Фурье интегралига ёямиз:

$$F(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f(\omega) e^{i\omega t} d\omega,$$

бу ерда $f(\omega)$ Фурье интеграллари ҳақидаги теоремага асосан

$$f(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} F(t) e^{-i\omega t} dt$$

га тенг $f(\omega)$ функцияни баҳолайлик:

$$f(\omega) = \int_{-\tau/2}^{\tau/2} Ae^{i\Omega t} dt = \left\{ \frac{A}{i(\Omega - \omega)} \left(e^{i(\Omega - \omega)\frac{\tau}{2}} e^{-i(\Omega - \omega)\frac{\tau}{2}} \right) \right\}.$$

Демак,

$$f(\omega) = A\tau \frac{\sin(\Omega - \omega)\frac{\tau}{2}}{(\Omega - \omega)\frac{\tau}{2}}$$

Ω ва ω частоталар бир-бирига яқинлашишида тебраниш амплитудаси катталашади ва аксинча $(\Omega - \omega)$ нинг катталашашида амплитуда кичиклашади. Тақсимот кенглигини баҳолаш мақсадида бош максимумдан биринчи минимумгача масофани аниқлайлик. Биринчи минимум

$$\Delta\omega = (\Omega - \omega) = \frac{2\pi}{\tau}$$

да вужудга келади. Охирги тенгликни τ га кўпайтирсак,

$$\Delta\omega\tau = 2\pi \quad (5.16)$$

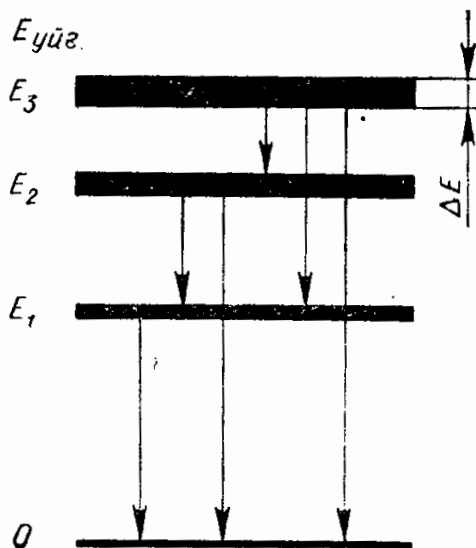
га келамиз. Бу ерда τ — ёруғлик чиқарилиши учун кетган вақт. Квант механикасида ёруғликни «секин-аста» нурланиши мумкин эмас. Нурланиш тўла ҳолда бир зумда юз беради. Бошланғич ва сўнгги квант ҳолатлари ўртасида ҳеч қандай оралиқ ҳолатга ўрин йўқ.

Шунинг учун, ҳар қандай реал нурланиш жараён атомнинг бошланғич ва охириги ҳолатларини аниқ ва тўла тавсифловчи тўлқин функциялар суперпозициясидан иборат бўлган функция воситаси билан аниқ квантомеханик тавсифга эга бўлади. Суперпозицияни ташкил қилувчи тўлқин функциялар маълум коэффициент билан қатнашади. Бошланғич ҳолат тўлқин функцияси олдидаги коэффициент экспоненциал равишда камаяди, охириги ҳолат тўлқин функцияси олдидаги коэффициент эса мос равишда ўсади. Бошқача айтганда, бошланғич ҳолат тўлқин функцияси ғойиб бўлишга «маҳкум» этилган, ўрнига охириги ҳолат тўлқин функцияси тикланади. Бошланғич ҳолатни батамом тугаш вақти, яъни атомнинг уйғотилган ҳолатда яшаш вақти нурланиш давомида тўлқин «кесмаси» нинг вужудга келиш вақтини билдиради. Биз юқорида киритган τ вақт тўлқин «кесмаси» ни вужудга келиш вақтини характерлайди, яъни тўлқин «кесмаси» нинг узунлигини $\tau \cdot c$ га тенг деб қабул қилдик.

(5.16) тенгликни \hbar га кўпайтирамиз:

$$\Delta \omega \hbar \tau = \Delta E \tau = 2\pi \hbar. \quad (5.17)$$

Бу ерда ΔE — уйғонган сатҳ кенглиги, τ — атомнинг уйғонган ҳолатда яшаш вақти. (5.17) муносабат



40- расм. Уйғотилган сатҳлар кенглиги. Спектр чизигининг кенглиги уни вужудга келтирувчи сатҳлар кенглигининг йиғиндисига тенг.

атомлар системасининг уйғонган ҳолатдан асосий ҳолатга ўтишида нурланувчи фотонлар ΔE оралиқ билан характерланувчи энергияга эга бўлишини кўрсатади. Фотон энергиясини аниқ дискрет қийматга эга эмаслиги уйғонган атомнинг яшаш вақтини чекли бўлишлиги билан боғлиқ. Нурланиш энергиясининг ΔE ноаниқлиги уйғонган атом энергетик сатҳининг чекли кенгликка эга бўлишини кўрсатади.

Уйғотилган атомларнинг ўртача яшаш вақти, одат-

да, уйғотиш энергиясининг катта қиймати учун кичиклашади, яъни атом системаси қанча «кучли» уйғотилган (электрон қанча юқориноқ энергетик сатҳга кўчирилган) бўлса, система шунча кам вақт яшайди. Демак, сатҳларнинг юқорилашиши билан атомнинг юқори энергетик сатҳлари кенглиги ортади. Бу ҳол 40-расмда тасвирланган. Атомнинг асосий ҳолати, яъни уйғонмаган ҳолати стационар ҳолат деб аталади. Атом стационар ҳолатда чексиз узоқ вақт яшайди. Шунинг учун, асосий ҳолат энергетик сатҳининг кенглиги $\Delta E = 0$. Уйғонган ҳолатларни атомнинг квазистационар ҳолатлари деб атаймиз. Квазистационар ҳолатлар квазидискрет энергетик сатҳларни пайдо қилади.

30-§. Ядро ҳаракатининг ҳиссаси

Ҳозиргача биз водород атомининг квантомеханик масаласига сферик-симметрияли марказий майдон таъсиридаги электрон ҳаракати сифатида қарадик. Бунинг учун ядро, яъни протон массасини чексиз катта деб ҳисобладик. Баъзан протон массасини чекли деб қараш зарур бўлганида биз буни сунъий равишда амалга оширдик. Аслида атом учун Шредингер тенгламасини ёзишдан бошлаб ядро массасининг чекли эканлигини ҳисобга олишимиз керак эди. Бинобарин, ядронинг массаси чекли экан, у ҳолда электрон ва ядродан иборат системани уларнинг иккаласи учун умумий масса маркази атрофида ҳаракатланади деб қараш зарур. Ядронинг ҳаракатланиши сезиларли даражада (аммо кичик) атом спектрига таъсир кўрсатади.

Электроннинг координатасини \vec{r}_1 радиус-вектор, ядронинг эса \vec{r}_2 радиус-вектор орқали белгилаймиз. У ҳолда электрон ва ядродан иборат атом системаси учун Шредингер тенгламаси система энергиясининг ушбу классик ифодаси

$$\frac{1}{2m_e} p_1^2 + \frac{1}{2m_\alpha} p_2^2 + V(|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|) = E$$

га мос равишда қуйидаги

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2m_e} \nabla_{\vec{r}_1}^2 - \frac{\hbar^2}{2m_\alpha} \nabla_{\vec{r}_2}^2 + V(|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|) - E \right\} \psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2) \quad (5.18)$$

тўлқин тенглама орқали ифодаланади. Бу ерда m_e ва m_α — мос равишда электрон ва ядронинг массаси. Потенциал энергия V фақат электрон билан ядро орасидаги масофа-

нинг функцияси холос. (5.18) тенгламада, қулайлик учун \vec{r}_1 ва \vec{r}_2 радиус-векторлардан бошқа ўзаро эркин иккита радиус-вектор: инерция маркази вектори \vec{r}_M ва ўзаро масса вектори \vec{r} дан иборат ўзгарувчиларга ўтамиз.

$$\vec{r}_M = \frac{m_e \vec{r}_1 + m_{\text{я}} \vec{r}_2}{m_e + m_{\text{я}}},$$

$$\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1.$$

У ҳолда радиус-вектор бўйича дифференциаллаш оператори учун

$$\vec{\nabla}_{r_1} = \vec{\nabla}_r + \frac{m_e}{m_e + m_{\text{я}}} \vec{\nabla}_{r_M}, \quad \vec{\nabla}_{r_2} = -\vec{\nabla}_r + \frac{m_{\text{я}}}{m_e + m_{\text{я}}} \vec{\nabla}_{r_M}$$

ҳосил қиламиз, демак,

$$\frac{1}{m_e} \vec{\nabla}_{r_1}^2 = \frac{1}{m_e} \vec{\nabla}_r^2 + \frac{2}{m_e + m_{\text{я}}} \vec{\nabla}_r \cdot \vec{\nabla}_{r_M} + \frac{m_e}{(m_e + m_{\text{я}})^2} \vec{\nabla}_{r_M}^2,$$

$$\frac{1}{m_{\text{я}}} \vec{\nabla}_{r_2}^2 = \frac{1}{m_{\text{я}}} \vec{\nabla}_r^2 - \frac{2}{m_e + m_{\text{я}}} \vec{\nabla}_r \cdot \vec{\nabla}_{r_M} + \frac{m_{\text{я}}}{(m_e + m_{\text{я}})^2} \vec{\nabla}_{r_M}^2.$$

(5.18) тенгламадаги дифференциаллаш операторларини юқоридаги ифодалар билан алмаштириб, оддий ҳисоблашлардан сўнг Шредингер тенгласининг янги ўзгарувчилардаги қуйидаги кўринишига келамиз:

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2} \left[\left(\frac{1}{\mu} \cdot \vec{\nabla}_r^2 + \frac{1}{m_M} \vec{\nabla}_{r_M}^2 \right) \right] + V(r) \right\} \psi(\vec{r}, \vec{r}_M) = E \psi(\vec{r}, \vec{r}_M). \quad (5.20)$$

Бу ерда

$$\vec{\nabla}_r^2 = \frac{d^2}{dx^2} + \frac{d^2}{dy^2} + \frac{d^2}{dz^2}; \quad \vec{\nabla}_{r_M}^2 = \frac{d^2}{dx_M^2} + \frac{d^2}{dy_M^2} + \frac{d^2}{dz_M^2},$$

$$\frac{1}{\mu} = \frac{1}{m_e} + \frac{1}{m_{\text{я}}} = \frac{m_e + m_{\text{я}}}{m_e m_{\text{я}}}; \quad m_M = m_e + m_{\text{я}},$$

μ — электрон ва ядродан иборат атом системасининг келтирилган массаси, m — электрон ва ядро массаларининг йиғиндиси (тахминан атом массасига яқин катталиқ). (5.20) тенгламанинг иккита мустақил қисмлардан иборат эканлиги яққол кўриниб турибди. Шунинг учун тўлқин функ-

цияни иккита функциянинг қуйидаги кўпайтмаси шаклида ифодалаймиз:

$$\psi(\vec{r}, \vec{r}_M) = \varphi(\vec{r}_M) \psi(\vec{r}) = e^{i\vec{k}_M \cdot \vec{r}_M} \psi(\vec{r}). \quad (5.21)$$

$\varphi(\vec{r}_M)$ функция массаси m га тенг бўлган инерция марказининг текис эркин ҳаракатини тавсифлайди, $\psi(\vec{r})$ функция эса электрон ва ядронинг нисбий ҳаракатини худди $V(|\vec{r}|)$ марказий майдонда μ массали зарранинг ҳаракати сифатида тавсифлайди. (5.21) ифодани (5.20) тенгламага қўйиб $\psi(\vec{r})$ функция учун

$$\nabla_r^2 \psi(\vec{r}) + \frac{2\mu}{\hbar^2} [E - E_M - V(r)] \psi(\vec{r}) = 0 \quad (5.22)$$

тенгламани ҳосил қиламиз. Тенгламада E_M орқали инерция марказининг

$$E_M = \frac{\hbar^2 k_M^2}{2m_j}$$

га тенг кинетик энергияси белгиланган. Агар (5.22) тенгламада саноқ бошини инерция марказига кўчирсак, яъни электрон ва ядродан иборат системанинг оғирлик марказини ҳаракатсиз деб ҳисобласак, тенглама

$$\nabla^2 \psi + \frac{2\mu}{\hbar^2} [E - V(r)] \psi = 0 \quad (5.23)$$

кўринишга келади. Охирги тенглама массаси μ га тенг зарранинг марказий майдон $V(r)$ таъсиридаги ҳаракатини ифодаловчи Шредингер тенгламаси (4.101) га шаклан ўхшаш. Шунинг учун, (4.102) тенглама асосида ёзилган (5.3) тенгламани ечишдан олинган ҳамма натижалар m_e ни μ га алмаштириш билан ўз кучини сақлайди. Жумладан, водородсимон атомлар стационар ҳолатлари энергияси учун (5.14) формула ўрнига

$$\begin{aligned} E_n &= - \frac{\mu \cdot Z^2 \cdot e^4}{32\pi^2 \cdot \epsilon_0^2 \cdot \hbar^2} \cdot \frac{1}{n^2} = - \frac{m_e Z^2 \cdot e^4}{32\pi^2 \cdot \epsilon_0^2 \cdot \hbar^2} \cdot \frac{1}{n^2} \cdot \frac{1}{1 + \frac{m_e}{m_j}} = \\ &= - \frac{m_e Z^2 e^4}{32\pi^2 \epsilon_0^2 \hbar^2} \cdot \frac{1}{n^2} \cdot \left(1 - \frac{m_e}{m_j}\right) = - RZ^2 \cdot \frac{h}{n^2} \quad (5.24) \end{aligned}$$

формулага келамиз. Бу формула шуни кўрсатадики, нурланиш спектри чизигининг частотаси ядро массасини чексиз деб (яъни ядрони ҳаракатсиз деб, чунки $m_{\text{я}} \rightarrow \infty$ да (5.18) да $\frac{1}{2m_{\text{я}}} \nabla_r^2 \psi$) ҳисобланган ҳолдаги қийматига нисбатан ўзгарган бўлади, бошқача айтганда чизиқларнинг спектрдаги ўрни силжийди. Бу ўзгариш ядро массасига боғлиқ, албатта. Шунинг учун муайян атомнинг ҳар хил изотоплари учун нурланиш спектрининг чизиқлари бири-бирига нисбатан силжиган бўлади. Бу хил изотопик силжишлар ҳақида ўтган 28-§ да батафсил тўхталган эдик.

Атом нурланиш спектри чизиқларининг частотаси атом ядросининг массасига боғлиқлиги сабабли спектроскопия методлари билан атом оғирлигини ўлчаш учун имкон туғилади. Жумладан, мазкур боғлиқлик асосида оғир водороднинг, бир каррали ионлашган гелий атомининг мавжудлигини амалий исботлаш мумкин бўлди. Қислород атоми оғирлигига нисбатан химиявий методлар орқали аниқланган водород атоми оғирлигига водород атомининг табиий аралашмаси дейтерий ҳам ҳисса қўшади. Масс-спектроскопияда эса атомлар спектр чизиқларини атом оғирлиги бўйича даражалаш йўли билан атом оғирлиги аниқланиши сабабли тоза водород атомининг оғирлигини ўлчаш мумкин.

Спектроскопия методлари бўйича кузатишлар дейтерий изотопининг мавжудлигини тасдиқлади. Масалан, водород атоми спектрининг Бальмер сериясида (5.18) бўйича $m = 2$

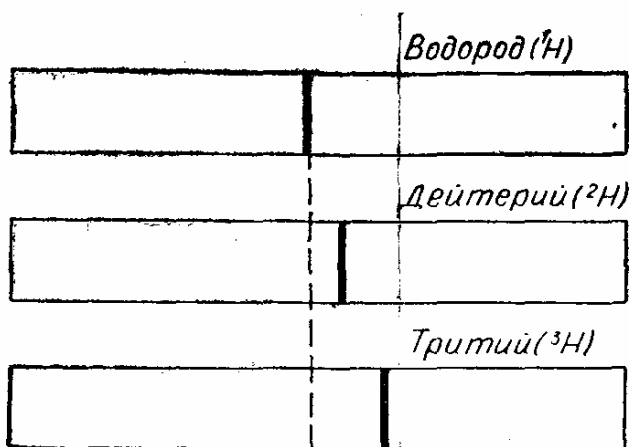
$$\nu_{\text{H}} = R_{\infty} \left(1 - \frac{m_e}{m_{\text{я}}}\right) \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2}\right) = R_{\infty} \left(1 - \frac{1}{1840}\right) \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2}\right)$$

чизиқлари қаторида ядро массасини икки марта ошишига тўғри келадиган

$$\nu_{\text{D}} = R_{\infty} \left(1 - \frac{1}{2 \cdot 1840}\right) \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2}\right)$$

чизиқлар ҳам экспериментда кузатилган. Шунингдек, тритий атоми спектрининг масалан, Бальмер сериясининг

$$\nu_{\text{T}} = R_{\infty} \left(1 - \frac{1}{3 \cdot 1840}\right) \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2}\right)$$



41- расм. Водород изотоплари учун спектр чизиқларининг силжиши.

чизиқлари янада кўпроқ силжиган бўлади. 41- расмда водород атоми ва унинг изотоплари учун спектр чизиқларининг нисбий жойлашиш схемаси тасвирланган.

31- §. Энергетик сатҳларнинг Кулон айнаши

Биз юқорида 27- § да водородсимон атом энергияси (5.13) ни аниқлашда Шредингер тенгламаси (5.2) да орбитал квант сони l ни нолга тенг деб ҳисоблаган эдик. Ҳозир орбитал квант сони l ни нолдан фарқли деб (5.2) тенгламани ечамиз. Бунинг учун (5.2) да қуйидагича алмаштиришлар ўтказамиз:

$$B = \frac{\mu \cdot Z \cdot e^2}{4 \pi \epsilon_0 \hbar^2}; \quad A = -\frac{2 \mu E}{\hbar^2}; \quad \rho = 2 \sqrt{A} \cdot r. \quad (5.25)$$

(Биз электрон массаси ўрнига келтирилган массани ёздик. Бу билан биз ядро ҳаракатини ҳам ҳисобга оламиз.) (5.25) ўзгартиришлар ўтказиб (5.2) тенгламадан

$$\frac{d^2 R_{nl}}{d\rho^2} + \frac{2}{\rho} \frac{dR_{nl}}{d\rho} + \left\{ -\frac{1}{4} + \frac{B}{\sqrt{A}\rho} - \frac{l(l+1)}{\rho^2} \right\} R_{nl} = 0 \quad (5.26)$$

га келамиз. Стационар ҳолатлар тўлқин функциясига қўйиладиган чеклилик зарурий шартдан мазкур тенгла-

манинг $\rho \rightarrow 0$ ва $\rho \rightarrow \infty$ ечимлари монотон камаювчи функциялар бўлади. R_{nl} нинг асимптотик кўринишини аниқлайлик. Агар $\rho \rightarrow \infty$ бўлса, (5.26) тенгламада $1/\rho$ ва $1/\rho^2$ га пропорционал ҳадларни ташлаб юбориш мумкин. У ҳолда (5.26) нинг асимптотик кўриниши қуйидагича бўлади:

$$\frac{d^2 R_\infty}{d\rho^2} - \frac{1}{4} R_\infty = 0. \quad (5.27)$$

Демак, $\rho \rightarrow \infty$ ҳолида (5.26) нинг ечими

$$R_\infty = C_1 e^{-\rho/2} + C_2 e^{\rho/2}$$

функция кўринишида бўлади. Бизни қизиқтирувчи чексизликда нолга айланадиган ечимни биринчи ҳад ифодалайди. C_1 коэффициентни тўлқин функция R нинг умумий нормаловчи кўпайтувчисига қўшиб юбориш мумкин. Шунинг учун биз $C_1 = 1$ деб қабул қиламиз. Натижада (5.26) тенглама ечимининг асимптотик кўриниши учун

$$R_\infty = e^{-\rho/2} \quad (5.28)$$

ифодага эга бўламиз.

ρ нинг кичик қийматларида чеклилиқ зарурий шартни қаноатлантирувчи ечим кўринишини

$$\frac{d^2 R_0}{d\rho^2} + \frac{2}{\rho} \frac{dR_0}{d\rho} - \frac{l(l+1)}{\rho^2} R_0 = 0 \quad (5.29)$$

тенгламадан қидирамиз. Биз $\rho \rightarrow 0$ да (5.26) да $-\frac{1}{4}$ ва $V/(\sqrt{A} \cdot \rho)$ ҳадларни ташлаб юбордик. (5.29) нинг $\rho \rightarrow 0$ да чеклилиқ шартини қаноатлантирувчи ечимини

$$R_0 = \rho^S$$

кўринишда қидирамиз. У ҳолда (5.29) дан

$$S(S-1) + 2S - l(l+1) = 0$$

муносабатга келамиз. Охирги тенгликни

$$S^2 + S - l(l+1) = 0$$

кўринишда ёзиб тенгламани қаноатлантирувчи S нинг қийматларини аниқлаймиз:

$$S_{1,2} = -\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} + l(l+1)} = -\frac{1}{2} \pm \left(l \pm \frac{1}{2} \right) = \begin{cases} l \\ -l-1 \end{cases}$$

Демак, R_0 учун

$$R_0 = C_3 \rho^l + C_4 \rho^{-l-1}$$

ифодага эга бўламиз. $C_4 = 0$ деб ҳисоблашимиз керак, акс ҳолда $\rho \rightarrow 0$ да R_0 ечим чеклилик шартини қаноатлантирмайди. Бу ерда ҳам $C_3 = 1$ деб R_0 учун

$$R_0 = \rho^l \quad (5.30)$$

кўринишни ҳосил қиламиз. Радиал функциянинг бу икки чегаравий кўринишини эътиборга олган ҳолда (5.32) нинг ечимини

$$R_{nl} = R_0 R_\infty U(\rho) = \rho^l e^{-\rho/2} U(\rho) \quad (5.31)$$

кўринишда ёзамиз. (5.31) ни (5.26) га қўйиб $U(\rho)$ учун

$$\rho \frac{d^2 U}{d\rho^2} + [2(l+1) - \rho] \frac{dU}{d\rho} + \left(\frac{B}{\sqrt{A}} - l - 1 \right) U = 0 \quad (5.32)$$

тенгламага келамиз.

Радиал ечимнинг $\rho \rightarrow 0$ ва $\rho \rightarrow \infty$ даги асимптотаси (5.30) ва (5.28) каби характерга эга бўлиши учун (5.31) даги U функция чексизликда $\exp(\rho/2)$ дан секин ўсиши, $\rho = 0$ да эса нолга ёки ўзгармасга тенг бўлиши керак. Шунинг учун (5.32) тенгламанинг ечимини

$$U = \sum_{k=0}^{\infty} a_k \rho^k \quad (5.33)$$

қатор шаклида излаймиз. (5.33) ни (5.32) га қўйиб

$$\sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{B}{\sqrt{A}} - l - 1 - k \right) a_k \rho^k + \sum_{k=1}^{\infty} [2(l+1) + (k+1)] k a_k \rho^{k-1} = 0$$

муносабатга келамиз. Иккинчи йиғиндида йиғувчи индекс k ни $k+1$ га алмаштириб

$$\sum_{k=0}^{\infty} \left\{ \left(\frac{B}{\sqrt{A}} - l - 1 - k \right) a_k + (k+1)(2l+2+k)a_k + 1 \right\} \rho^k$$

тенгламани ҳосил қиламиз. Тенглик бажарилиши учун қатор коэффициентлари

$$a_{k+1} = \frac{k + l + 1 - \frac{B}{\sqrt{A}}}{(k + 1)(k + 2l + 2)} \cdot a_k \quad (5.34)$$

рекуррент формулани қаноатлантириши керак. Рекуррент формулани қуйидаги нисбат кўринишида ёзамиз:

$$\frac{a_{k+1}}{a_k} = \frac{1}{k+1} (1 - \sigma_k), \quad \sigma = \frac{l + 1 + \frac{B}{\sqrt{A}}}{k + 2l + 2}. \quad (5.35)$$

Индекс k нинг бирор етарлича катта қийматини k_0 орқали белгилаб

$\exp \{ (1 - \sigma_{k_0}) \rho \}$ функция

$$e^{(1 - \sigma_{k_0}) \rho} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(1 - \sigma_{k_0})^k}{k!} \rho^k \quad (5.36)$$

қаторининг $k + 1$ - ҳад коэффициентининг k - ҳад коэффициентига нисбатини ёзайлик

$$\frac{(1 - \sigma_{k_0})^{k+1}}{(k+1)!} : \frac{(1 - \sigma_{k_0})^k}{k!} = \frac{1}{k+1} (1 - \sigma_{k_0}). \quad (5.37)$$

Агар $k \rightarrow \infty$ да $\sigma_k \rightarrow 0$ ни, яъни $(1 - \sigma_k) > (1 - \sigma_{k_0})$ эканлигини эътиборга олсак, k нинг k_0 дан катта қийматларидан бошлаб

$$\frac{a_{k+1}}{a_k} = \frac{1}{k+1} (1 - \sigma_k) > \frac{1}{k+1} (1 - \sigma_{k_0})$$

тенгсизлик ўринли бўлиши келиб чиқади. Демак, $k = k_0$ дан бошлаб (5.33) қатор ҳадлари (5.36) экспоненциал функциядан тезроқ ўсар экан. (5.36) функцияда қатнашувчи σ_k ни исталганча кичик сонга тенг қилиб танлаш мумкин, у ҳолда агар (5.33) кўринишдаги U ни чексиз кўп ҳадли қатор деб қарасак (5.31) функция $\rho \rightarrow \infty$ чексизликка айланади, яъни радикал тўлқин функциянинг чеклиги бузилади. Бу ҳолдан қутулиш учун (5.33) қаторни чекли даражали полиномга айланишини талаб қилиш керак бўлади. (5.34) рекуррент формуладан кўриниб турибдики, (5.33)

қаторни k -даражали полиномга айланиши, яъни $a_k \neq 0$; $a_{k+1} = 0$; $a_{k+2} = 0$; ... бўлиши учун

$$k + l + 1 - \frac{B}{\sqrt{A}} = 0$$

бажарилиши керак. Бу тенгликдан

$$n = k + l + 1 = \frac{B}{\sqrt{A}} = \frac{\mu \cdot Z \cdot e^2}{4\pi \epsilon_0 \hbar} \cdot \frac{1}{\sqrt{-2\mu E}} \quad (5.38)$$

шартга келамиз. (5.38) формуладан водородсимон атом энергетик сатҳи учун

$$E_n = - \frac{\mu \cdot Z^2 \cdot e^4}{32\pi^2 \epsilon_0^2 \hbar^2} \cdot \frac{1}{n^2} = - RZ^2 \frac{h}{n^2} \quad (5.39)$$

ифодага келамиз. Бу ерда n — бутун сон бўлиб аввалгидек бош квант сони деб аталади. Бош квант сони n қуйидаги бутун сон қийматлар қабул қилувчи

$$l = 0, 1, 2, 3, \dots$$

орбитал квант сонидан ва

$$n_r = k = 0, 1, 2, 3, \dots$$

радиал квант сонидан бир бирликка каттадир. (5.38) га биноан бош квант сони

$$n = 1, 2, 3, \dots$$

каби мусбат бутун қийматларга тенг.

Шундай қилиб, умумий ҳолда ҳисоблашлар кўрсатадики, Кулон майдонида электрон энергияси фақат бош квант сонига боғлиқ бўлади. Электрон энергияси орбитал ва радиал квант сонларининг ҳар бирига алоҳида-алоҳида мутлақо боғлиқ эмас, уларнинг йиғиндисига, яъни $n = n_r + l + 1$ га боғлиқ. Биз юқорида кўрган сферик симметрияли ечимлар ($l = 0$ ҳоли) учун $n = n_r + 1$. (5.38) дан кўрамизки $n = 1$ да $l = n_r = 0$ бўлиши керак. Бош квант сонининг бирдан катта ҳар қандай қийматларида эса l бўйича фарқланувчи ҳолатларнинг

$$l = 0, 1, 2, 3, \dots, n - 1 \quad (5.40)$$

таси мумкин. Ушбу n та ҳолатларнинг ҳаммасининг энергияси битта қиймат (5.39) га тенг.

Агар биз, тўлқин функция умумий ҳолда $\psi_{nlm_l} = R_{nl} Y_{lm_l}$ каби n , l , m_l квант сонларига алоҳида-алоҳида боғлиқ эканлигини эсласак n нинг маълум бир қиймати билан характерланувчи энергия сатҳига l бўйича n та ва ҳар бир l учун m_l бўйича $(-l)$ дан $(+l)$ гача ўзгарувчи тўлқин функциялар тўғри келади, бошқача айтганда n -нчи энергия сатҳига

$$\sum_{l=0}^{n-1} \sum_{m_l=-l}^{+l} m = \sum_{l=0}^{n-1} (2l+1) = n^2 \quad (5.41)$$

ҳолатлар мос келади.

m_l квант сони бўйича айниш ҳар қандай марказий куч майдони учун характерлидир. Бу ҳол координата бошидан ўтувчи ҳар қандай йўналишларнинг тенг хуқуқлилигини билдиради. Орбитал квант сони l бўйича айниш фақат Кулон майдони учунгина хосдир. Бошқа хил марказий симметрик майдонлар учун l бўйича айниш кузатилмайди, яъни n нинг берилган қийматида энергия сатҳлари n та l лар қийматига хос сатҳчаларга ажралади. Агар бундай система марказий симметрияни йўқотувчи ташқи майдон (масалан, магнит майдон) таъсирида жойлаштирилган бўлса, m_l бўйича айниш ҳам йўқолади, яъни ҳар бир энергетик сатҳ n^2 сатҳчаларга ажралади.

32- §. Водородсимон атомнинг тўлқин функцияси

Тўлқин функцияга қўйилган чеклилик шартидан (5.32) тенгламанинг ечимини чекли даражали полином бўлиши келиб чиқади. (5.38) ни эътиборга олган ҳолда (5.32) тенгламани қуйидагича ёзамиз:

$$S \frac{d^2 U}{d\rho^2} + (2l+2-\rho) \frac{dU}{d\rho} + (n-l-1)U = 0. \quad (5.42)$$

Лагеррнинг қўшма полиномини қаноатлантирувчи қуйидаги

$$\rho \frac{d^2 L_q^P(\rho)}{d\rho^2} + (P+1-\rho) \frac{dL_q^P(\rho)}{d\rho} + (q-P)L_q^P(\rho) = 0$$

тенгламани (5.42) билан таққослаб (5.42) нинг ечими Лагерр полиноми эканлигига ишонч ҳосил қиламиз. Демак,

водородсимон атом тўлқин функциясининг радиал қисми (5.31) га биноан

$$R_{nl}(\rho) = N_P^l e^{-\rho/2} L_{n+l}^{2l+1}(\rho). \quad (5.43)$$

Бу ерда N — нормаловчи коэффициент. У тўлқин функциянинг радиал қисми учун нормалаш шarti (4.41) га биноан аниқланади, яъни

$$\int_0^{\infty} R_{nl}(r) r^2 dr = \int_0^{\infty} \left(\frac{1}{2\sqrt{A}} \right)^3 N^2 \rho^{2l} e^{-\rho} \left[L_{n+l}^{2l+1}(\rho) \right]^2 \rho^2 d\rho = 1. \quad (5.44)$$

Агар $\sqrt{A} = B/n$ ни эътиборга олиб B учун (5.25) даги ифодасини қўлласак,

$$\frac{1}{\sqrt{A}} = \frac{4\pi \epsilon_0 \hbar^2}{\mu Z e^2} n = \frac{a_1}{Z} \cdot n$$

га келамиз. Бу ерда a_1 — массаси μ га тенг зарранинг Кулон майдонидаги биринчи Бор орбитаси — (3.28) формулада $n = 1$ бўлган ҳол. (5.44) ни ҳисоблаш учун $L_{n+l}^{2l+1}(\rho)$ полиномнинг яратувчи функциясидан фойдаланиш керак.

Шундай қилиб, радиал функция учун

$$R_{nl}(r) = \sqrt{\frac{4(n-l-1)!}{n^4[(n+l)!]^3}} \left(\frac{Z}{a_1} \right)^{3/2} \left(\frac{2\rho}{n} \right)^l e^{-\rho/n} L_{n+l}^{2l+1}(2\rho/n) \quad (5.45)$$

ифодани ҳосил қиламиз. Бу ерда

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{4\pi \epsilon_0 \hbar^2}{\mu e^2}, \quad \rho = \frac{Z}{a_1} r, \quad L_{n+l}^{2l+1}(r) = \\ &= r^{-(2l+1)} \frac{d^{(n-l-1)}}{dr^{(n-l-1)}} (r^{n+l}). \end{aligned}$$

Юқорида 26- § да аниқланган шар функцияларни ҳисобга олган ҳолда водород ва водородсимон атомларнинг қуйида нормаланган хусусий функциясига келамиз:

$$\begin{aligned} \Psi_{nlm_l} &= R_{nl}(r) \cdot Y_{lm_l}(\vartheta, \varphi) = e^{im_l \varphi} \sqrt{\frac{(2l+1)(n-l-1)!(l-m_l)!}{\pi n^4(l-m_l)![(n+l)!]^2}} \times \\ &\times P_l^{m_l}(\cos \vartheta) \cdot \left(\frac{Z}{a_1} \right)^{3/2} \left(\frac{2\rho}{n} \right)^l e^{-\rho/n} L_{n+l}^{2l+1} \left(\frac{2\rho}{n} \right). \quad (5.46) \end{aligned}$$

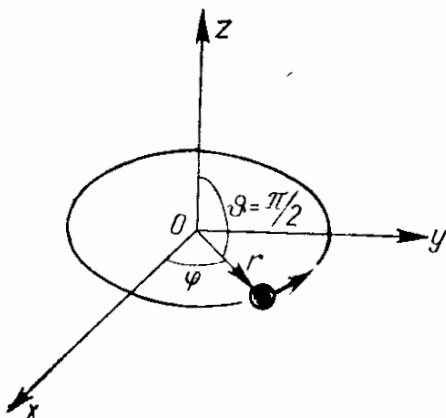
Тўлқин функциянинг охириги ифодасида учта параметр, яъни учта квант сонлари n , l , m_l мавжуд. Лекин шу ҳо-

латга тўғри келадиган энергиянинг хусусий қиймати, яъни (5.13) ифода фақат n га боғлиқ. Шунинг учун ҳар бир энергия сатҳини, (5.41) га кўра, n^2 тўлқин функция тавсифлайди.

33- §. Электроннинг фазовий тақсимоти

Бор моделига кўра маълумки, электрон ядро атрофида турғун орбиталар айланаси бўйлаб ҳаракатланади. Бор тасвирига биноан, электронни ҳар доим ядродан $r = a_1 n^2$ масофада қайд қилишимиз мумкин (n — бош квант сони, a_1 — Бор орбитаси радиуси). Электроннинг айланиш текислиги $\vartheta = 90^\circ$ ни ташкил қилади. Азимут бурчак φ вақт бўйича ўзгаради. 42-расмда худди шу водород атомининг Бор модели келтирилган.

Водород атомининг квант механикасига кўра эса r , ϑ , φ катталиклари аниқ бирор қийматларга тенг бўлиши эҳтимолий характерга эгадир. Фазонинг ҳар хил соҳасида электроннинг қайд қилиниши эҳтимолийдир. Водород атоми электроннинг ҳолатини тавсифловчи хусусий функция $\psi = R \cdot \theta \cdot \Phi$ дан иборат. Хусусий функция модулининг квадрати $|\psi|^2$ ядрога нисбатан электроннинг тақсимланишини беради. $|\psi|^2$ вақтга боғлиқ эмас ва фазо бўйлаб фазонинг ҳар бир соҳасига нисбатан қатъий қиймат қабул қилган ҳолда ўзгаради. Шунинг учун, электроннинг массасини ва зарядини атом ядроси атрофидаги фазода тақсимлангандек тасвирлаш ҳам мумкин. У ҳолда электрон массаси ва зарядининг фазонинг ҳар бир нуқтасидаги зичлиги фазонинг худди шу нуқтасида электроннинг мавжуд бўлиш эҳтимолига пропорционал бўлади. Шу сабабдан, баъзан, электрон булутида (масса ва заряд каби) зичлик тақсимоти ҳақида фикр юритилади.



42-расм. Водород атомида электрон ҳаракатининг Бор тавсифи.

Электрон булутида зичлик тақсимотининг физикавий маъносини қуйидагича тушунишимиз мумкин. Фараз қилайлик, ай-

нан бир хил ҳолатдаги жуда кўп сонли водород атомларининг ҳар бирида электроннинг ўрнини аниқлаш бўйича ўлчашлар ўтказилсин. У ҳолда, фазонинг у ёки бу элементида электроннинг қайд қилинишлари сони фазонинг шу элементида электроннинг мавжуд бўлиш эҳтимолига пропорционал бўлади. Электрон булутида зичлик тақсимоти ёки эҳтимоллик зичлиги шундай физикавий талқинга эга ва худди шундай тажриба орқали текшириб кўрилиши мумкин.

Марказий куч майдонида ҳаракат қилаётган электроннинг фазодаги ўрнини характерловчи эҳтимоллик зичлигини қуйидагича ёзишимиз мумкин:

$$P = |\psi|^2 = |R_{nl}|^2 \cdot |\theta_{lm_l}|^2 \cdot |\Phi_{m_l}|^2. \quad (5.47)$$

Азимут бурчаги φ нинг бирор маълум қийматида электроннинг қайд қилиниш эҳтимоли, яъни эҳтимолликнинг азимутал зичлигини ўзгармас эканлигини ва φ га боғлиқ эмаслигини осон кўрсатиш мумкин. Φ нинг (4.124) ифодасига кўра

$$|\Phi_{m_l}|^2 = \Phi_{m_l} \cdot \Phi_{m_l}^* = \frac{1}{2\pi} e^{im_l \varphi} \cdot e^{-im_l \varphi} = \frac{1}{2\pi}. \quad (5.48)$$

Ҳосил бўлган натижа кўрсатадики, z ўқиға нисбатан электрон учун эҳтимоллик зичлиги симметрик бўлиб, унинг квант ҳолатига боғлиқ эмас, яъни электрон қандай ҳолатда бўлмасин қайд қилиш эҳтимоллиги φ нинг ҳар қандай қийматида бир хил.

Электрон булутининг радиал йўналиш бўйича ($l = 0$ ҳол) ёки (умумий ҳол) шар қатламининг ($r, r + dr$) қалинлиги бўйича тақсимланишини кўрайлик. Агар dV_r орқали шар қатлами ҳажмини белгиласак, dV_r учун

$$dV_r = 4\pi r^2 dr$$

ифодага келамиз. У ҳолда ядродан r масофада ($r, r + dr$) қатламда электроннинг мавжуд бўлиш эҳтимоллиги

$$D = 4\pi r^2 |R_{nl}|^2 \quad (5.50)$$

функция билан характерланади. Зичликнинг радиал йўналиш бўйича тақсимланиши эса (5.14) га кўра

$$4\pi r^2 |R_{n_0}|^2 = 4\pi r e^{-kr} \sum_{n=1}^{\beta/2k} a_n r^n \quad (5.51)$$

ифода билан тавсифланади. Водород атоми асосий ҳолати, яъни $n = 1$ учун радиал тўлқин функцияни аниқлайлик. n нинг бу қийматини (5.12) формулага қўйсак, $k = \beta/2$ га келамиз. a_1 нинг қийматини (4.111) шартга кўра ёки (5.45) дан l га ноль, n га бир қиймат бериб аниқлашимиз мумкин. $k = \beta/2$ ни (5.11) га қўйсак, (5.14) қаторнинг a_2 дан бошлаб ҳамма ҳадларининг нолга айланишини кўрамиз. Агар, осонлик учун $a_1 = 1$ деб олсак,

$$R_{10} = e^{-kr} = e^{-\beta r/2}. \quad (5.52)$$

Бу ерда

$$k = \frac{\beta_n}{2} = \frac{m_e e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{m_e c}{\hbar} \cdot \frac{e^2}{\hbar c} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\alpha}{\Lambda},$$

Λ — электроннинг Комптон тўлқин узунлиги ((2.17) формулага қаранг) α — нозик структура доимийси.

Шундай қилиб, водород атомининг асосий ҳолати функцияси (5.52) экспонента кўринишида бўлиб, максимуми координата бошига, яъни ядро жойлашган соҳага тўғри келади. Классик нуқтаи назардан электрон координата бошидагина энг кичик энергияга эга бўлади. Квант меха-

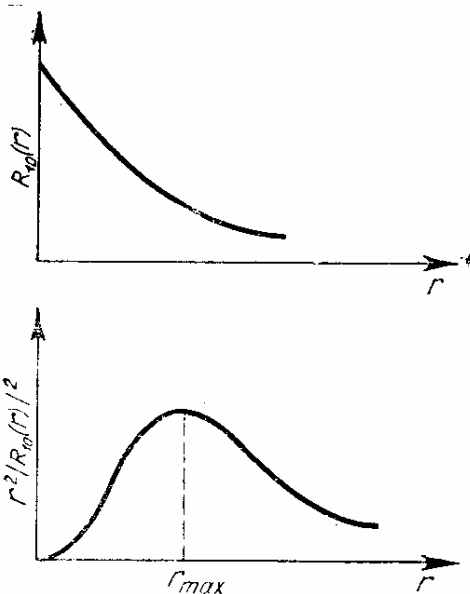
никасига биноан электроннинг радиал йўналишда мавжуд бўлиш эҳтимоли (5.52)

ва (5.51) га кўра $P \approx r^2 e^{-\beta_n r}$ га тенг экан, қуйидаги 43-расмда (5.52) ва $r^2 |R_{10}|^2$ функцияларнинг графиги келтирилган.

Водород атомининг асосий ҳолатида электроннинг фазовий тақсимотини характерловчи $R_{10}^2 r^2$ функция

$$R_{10}^2 r^2 = r^2 e^{-\beta_n r} \quad (5.53)$$

координата бошида r^2 каби нолга айланади ва r нинг катта қийматларида эса экспоненциал равишда нолга интилади. (5.53) функциянинг



43- расм. Водород атомининг асосий ҳолати учун радиал тўлқин функцияси ва r , $r + dr$ фазовий сфералар соҳасида электроннинг мавжуд бўлиш эҳтимолиги.

максимум қийматига тўғри келувчи r ни аниқлайлик. Бунинг учун (5.53) функциянинг r бўйича биринчи ҳосиласини нолга тенглаштирамиз

$$2re^{-\beta_n r} - \beta_n r^2 e^{-\beta_n r} = 0.$$

Демак, асосий ҳолат функцияси ўзининг максимумига r нинг

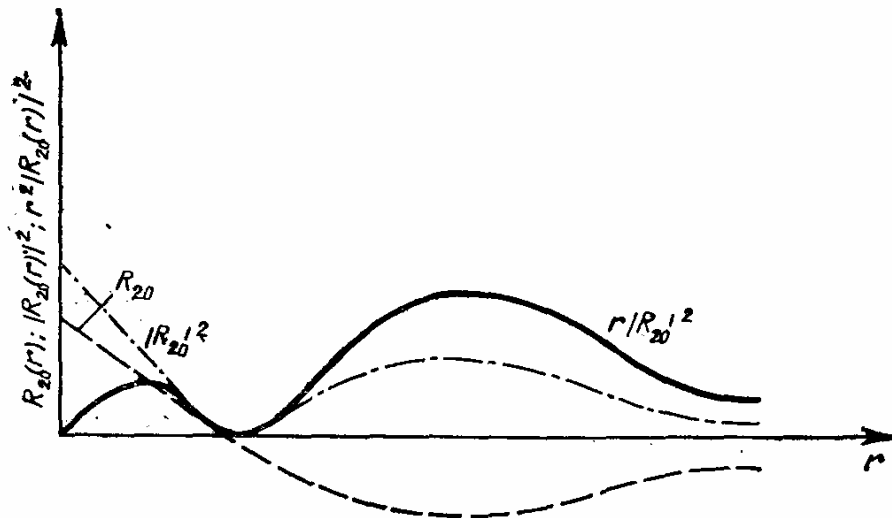
$$r_{1max} = \frac{2}{\beta_n} = 4\pi\epsilon_0 \frac{\Lambda}{\alpha} \quad (5.54)$$

га тенг қийматида эришади. Ҳосил бўлган ифодани (3.28) орқали берилган Бор орбитаси радиуси формуласининг $n = 1$ ҳоли билан солиштирсак, уларнинг бир-бирига тенг эканлигига ишонч ҳосил қиламиз. Шунинг учун ҳам, (5.54) ифодага тенг $a_1 = r_{1max}$ катталик водород атомининг биринчи Бор орбитаси деб аталади. (Аслида, юқорида таъкидлаганимиздек, атомларда электронларнинг ҳеч қандай орбитаси бўлиши мумкин эмас.) Сон жиҳатдан биринчи Бор орбитаси асосий ҳолатдаги атомнинг ўлчамларини беради.

Водород атомининг биринчи уйғонган ҳолати ($n = 2$) учун тўлқин функциясини кўрайлик. $n = 2$ да $k = \beta_n / 4$ га тенг. (5.9) ёки (5.14) қатор эса иккинчи ҳадида тугайди. Шунинг учун (5.14) радиал тўлқин функция қуйидаги кўринишга эга бўлади:

$$R_{20}(r) = e^{-\frac{\beta_n r}{4}} \left(1 - \frac{\beta_n r}{4}\right). \quad (5.55)$$

Қуйидаги 44- расмда $R_{20}(r)$, $|R_{20}(r)|^2$ ва $|R_{20}(r)|^2 r^2$ функциялар тасвирланган. Жумладан, $|R_{20}(r)|^2 r^2$ функция ядро атрофидаги радиуси r га тенг бўлган фазовий сферада электроннинг мавжуд бўлишини характерлайди. 44- расмдан кўрамизки, $n = 2$ ҳолида электроннинг бу тақсимланиши $n = 1$ ҳолидагига қараганда етарлича мураккаб кўринишга эга. n квант сонининг катта қийматларига тўғри келувчи тақсимланишлар янада мураккаблашади. Лекин, ҳамма ҳол учун тақсимланишларнинг битта умумий хоссаси мавжуд. У ҳам бўлса, [электроннинг ядрога жуда яқин ёки жуда узоқ соҳаларда мавжуд бўлиш эҳтимолининг кичиклигидир.



44-расм. Водород атомининг биринчи уйғотилган ҳолати учун радиал тўлқин функция, радиал йўналишда эҳтимоллик зичлиги ва r , $r + dr$ сферик қатлам соҳасида электроннинг қайд этилиш эҳтимоллиги.

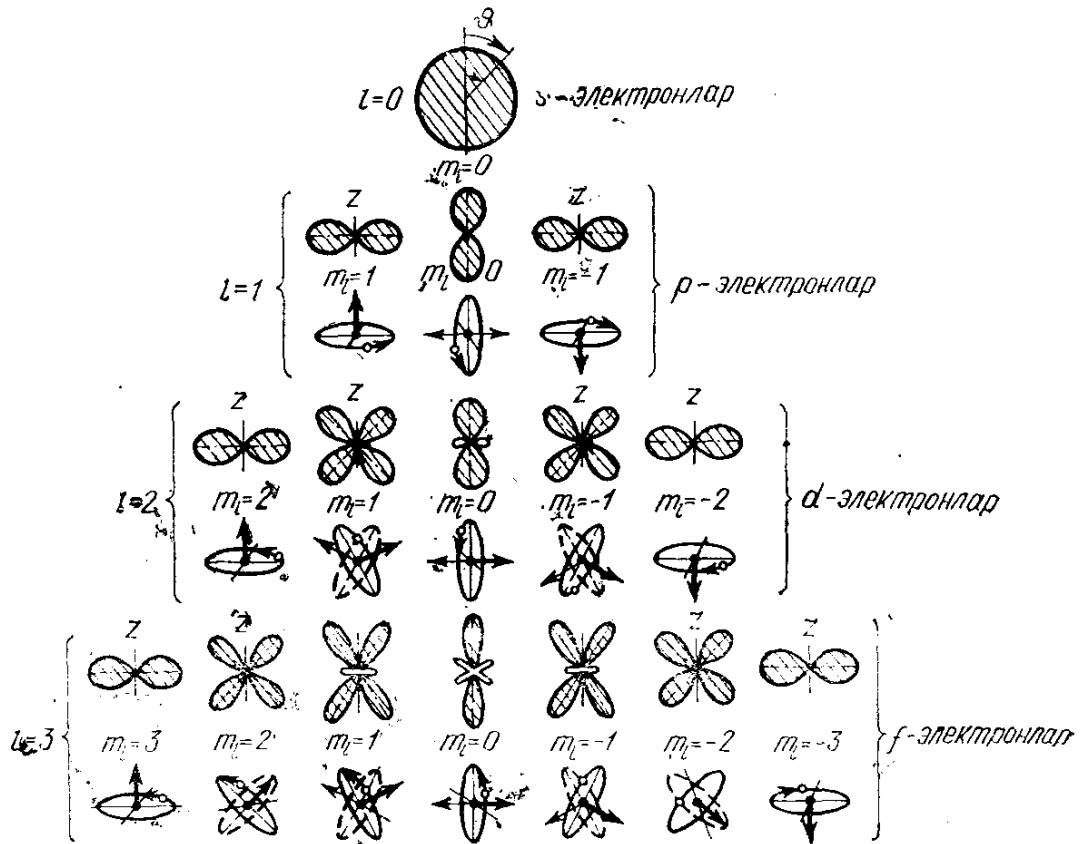
Умумий ҳолда радиал функция (5.45) ифода ёки (5.31) га биноан

$$R_{nl}(r) = \rho^l e^{-\rho/2} \sum_{k=0}^{n-l-1} a_k \rho^k, \quad \rho = 2 \sqrt{-\frac{2m_l E}{\hbar^2}} r$$

қатор кўринишида тасвирланади.

Тўлқин функциянинг зенит бурчаги ϑ га боғлиқлигини тавсифловчи θ функция l ва m_l квант сонларининг $l = m_l = 0$ дан ташқари ҳамма қийматларида ϑ бурчакнинг қийматига боғлиқ бўлади. $l = m_l = 0$ га мос S -ҳолат учун $|\theta|^2$ эҳтимоллик зичлиги ўзгармас ва $1/2$ га тенг. Шу сабабдан S -ҳолат учун ядродан ҳамма йўналишлар бўйича муайян r масофада электрон зичлиги бир хил, яъни марказида ядро жойлашган радиуси r га тенг сфера бўйлаб электрон бир хил тақсимланган. Бу ҳол 45-расмда ($l = 0$) тасвирланган.

Квант сонлари l ва m_l нинг бошқа қийматларида электрон тақсимотининг зенит бурчаги ϑ га боғлиқлиги мураккаб тасвирга эга бўлади. Ҳисоблашлар кўрсатадики, n ва l нинг муайян қийматларида m_l нинг мумкин бўлган ҳамма



45- расм. Ҳазармас радиал зичликда азимутал эҳтимоллик зичлиги электрон булути зичлигининг аксиал-симметрик тақсимланиши

$(-l, -l + 1, \dots, +l)$ қийматлари учун натижавий эҳтимоллик ҳам ϑ га боғлиқ эмас, яъни

$$\sum_{m_l=-l}^{+l} |\theta(\vartheta)|^2 = \text{const.}$$

n ва l квант сонлари бир хил ҳолатларни электроннинг эквивалент ҳолатлари деб аталади ва уларнинг электрон булутларининг йиғиндиси сферик-симметрияли электрон булутини бериши II жадвалдан кўриниб турибди.

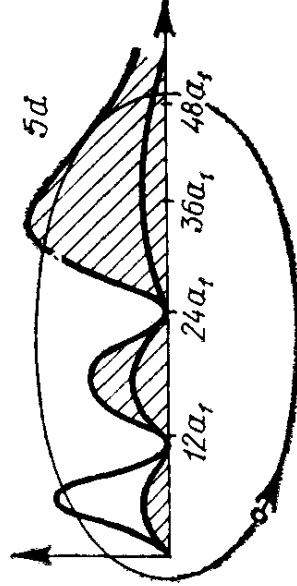
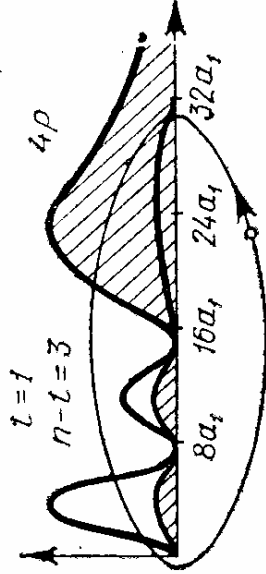
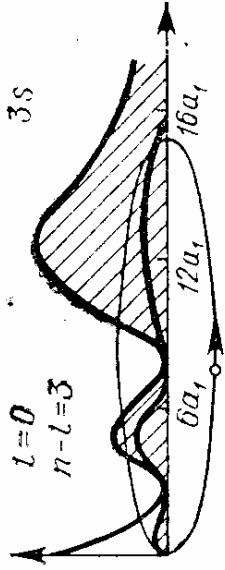
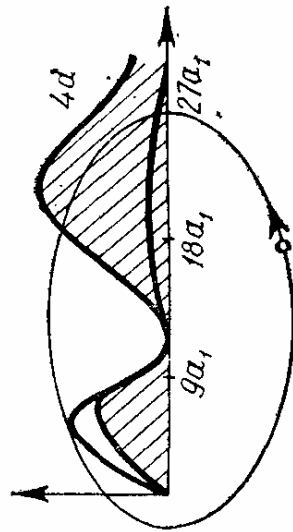
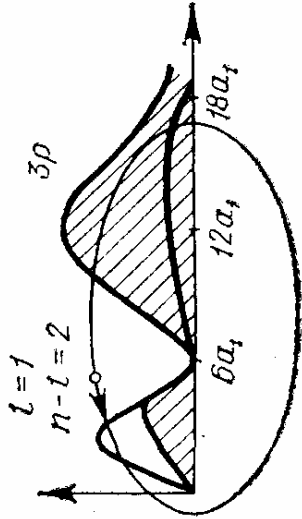
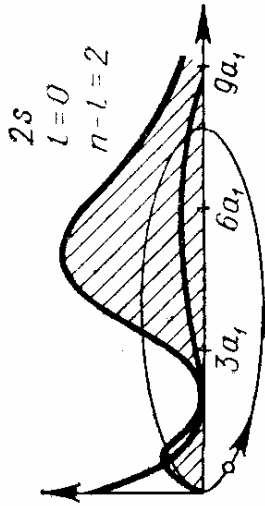
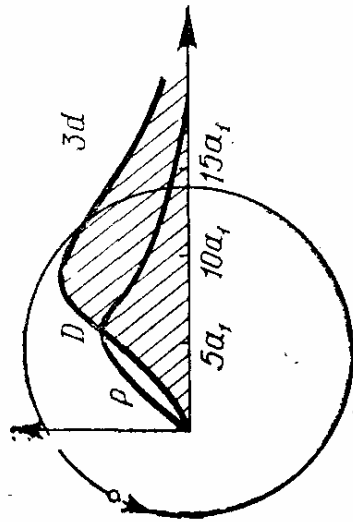
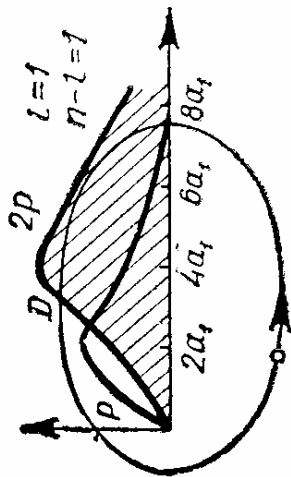
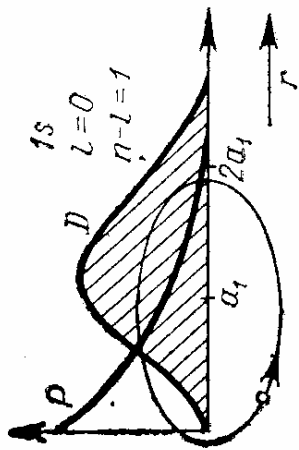
Ядро атрофидаги фазода эҳтимоллик зичлиги тақсимоги ҳақида тўла тасаввурга эга бўлиш учун R^2 , θ^2 ва Φ^2 лар тақсимоглари йиғиш керак. Биз кўрдикки, $\Phi^2 = \text{const}$ ва фазовий тақсимогида R^2 ва θ^2 асосий аҳамиятга эга. 46- расмда бош квант сонининг $n = 1, 2, 3, 4$,

II жа д в а л

Эквивалент электронлар булутининг сферик симметриклиги

	l	m_l	$\theta_{m_l}^2$	$\sum \theta ^2$
	0	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
p	1	± 1	$\frac{3}{4} \sin^2 \vartheta$	} $\frac{3}{2}$
		0	$\frac{3}{2} \cos^2 \vartheta$	
d	2	± 2	$\frac{15}{16} \sin^4 \vartheta$	} $\frac{5}{2}$
		± 1	$\frac{15}{4} \sin^2 \vartheta \cos^2 \vartheta$	
		0	$\frac{5}{8} (3 \cos^2 \vartheta - 1)^2$	

5 қийматлари учун орбитал квант сони $l = 0, 1, 2$ га тенг ҳолатларда эҳтимолликнинг фазовий зичлиги P ва радиал зичлиги D тасвирланган. Расмдан кўрамизки, фазовий ва радиал зичлик бир-бирига мутлақо ўхшаш эмас. Масалан, D зичлик координата бошида, яъни ядро жойлашган соҳада ҳамма ҳолатларда ҳам нолга тенг ва у $n - l$ марта максимумга эришади. Бир максимумдан иккинчисига нолга тенг минимум орқали ўтади. Берилган n учун l нинг қабул қиладиган $0, 1, \dots, n - l$ қийматларининг камайишида максимумлар сони мос равишда ўсади. Демак, муайян n учун l нинг қабул қилувчи қийматлари сони қанча бўлса, максимумлар сони ҳам энг кўпи билан шунча, яъни n та. Масалан, расмда $n = 3$ учун $l = 0, 1, 2$ га тенг ҳолларда D нинг мос равишда, 3 та, 2 та ва 1 та максимумларга эришиши тасвирланган. Шу билан бирга кўрамизки, максимумлар сонини ошиши билан биринчи максимумнинг ядрога яқинлашиши ва кичиклашиши ҳамда охириги максимумнинг эса, аксинча, ядродан узоқлашиши ва катталашиши кузатилади. Классик нуқтаи назардан бу ҳол,



46- расм. Водород атомининг $n = 1, 2, 3, 4, 5$ ва $l = 0, 1, 2$ ҳолатлари учун радиал йўналишда эҳтимолилик зичлиги ва сферик қатлам соҳасида қайд этилиш эҳтимолилиги.

орбиталарнинг айлана шаклидан чўзилиб борувчи эллипс шаклига ўтиб боришини акс эттиради. Электрон эллипс шаклидаги орбита бўйлаб ҳаракатланишда қисқа вақт давомида ядрога жуда яқин келиши ва сўнгра узоқ вақт давомида ядродан катта масофада бўлиши мумкин.

Электрон зичлигининг тақсимланиши химия учун катта аҳамиятга эга. У ёрдамида молекулалардаги қўшни атомлар ўзаро таъсирининг характери, йўналган валентлик назариясида химиявий боғланишларнинг вужудга келиши ва ҳоказолар тушунтирилади.

VI БОБ

ҲАРАКАТ МИҚДОРИ ВА МАГНИТ МОМЕНТЛАРИ

34- §. Ҳаракат миқдори (импульс) моменти ва унинг проекциясининг квантланиши

Айрим зарранинг ёки бир бутун ёпиқ системанинг энг муҳим характеристикаларидан бири ҳаракат миқдори (импульс) моментиدير. Ҳамма йўналишлар ўзаро тенг кучли бўлган изотроп фазо бўйлаб ёпиқ система ёки яккаланган зарра ҳаракатида уларнинг ҳаракат миқдори моменти сақланади. Ташқи майдонда ҳаракатланаётган система ёки зарранинг ҳаракат миқдори моменти эса умуман сақланмайди. Лекин, айрим ҳолда, масалан, марказий симметрик майдонда импульс моменти сақланиши мумкин. Чунки марказий симметрик майдонда марказдан чиқувчи ҳамма йўналишлар ўзаро бир хил бўлади ва шунинг учун системанинг бундай майдондаги ҳаракатида майдон марказига нисбатан импульс моменти сақланади. Худди шунингдек, бирор ўққа нисбатан симметрик майдонда импульс моменти-нинг симметрия ўқи-га проекцияси сақланади.

Марказий симметрик майдонлар кўпинча атом системаларида учрайди. Биз юқорида водород ва водородсимон атомларда ягона электрон ядро Кулон кучларининг марказий майдонида ҳаракатланишини кўрган эдик. Мураккаб атомларда электронларга таъсир кўрсатувчи электр майдони, қатъий айтганда, марказий симметрияга эга бўлмайди, чунки ҳар бир электрон марказий ядро майдони билан бирга бошқа электронлар вужудга келтирган майдон таъсирида ҳам ҳаракат қилади. Аммо биринчи яқинлашишда бу ҳолда ҳам, муайян электронга таъсир этувчи бошқа электронлар ва ядро электр майдонини сферик симметрияли деб қараш мумкин. Шундай қилиб, классик физикадагидек квант механикасида ҳам импульс моменти-нинг сақланиш қонуни муҳим роль ўйнайди.

Импульс моменти. Классик механикада зарранинг ҳаракат миқдори моменти деб куч (майдон) марказидан зар-

рағача ўтказилган радиус-вектор \vec{r} нинг зарра импульсига (ҳаракат миқдорига) вектор кўпайтмаси тушунилади, яъни

$$\vec{M} = [\vec{r}, \vec{p}] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x & y & z \\ p_x & p_y & p_z \end{vmatrix}. \quad (6.1)$$

Бу ерда \vec{p} — зарра импульси, p_x, p_y, p_z — унинг мос равишда x, y, z координата ўқларидаги проекциялари. Квант механикасида қабул қилингандек, (6.1)ни оператор кўринишида қўйидагича ёзиш мумкин:

$$\hat{M} = [\hat{r}, \hat{p}],$$

бунда \hat{r} — координаталар (x, y, z) оператори, \hat{p} — импульс оператори. Унинг классик проекцияларига мос қўйилувчи проекциялари — $i\hbar \frac{\partial}{\partial x}$, $-i\hbar \frac{\partial}{\partial y}$, $-i\hbar \frac{\partial}{\partial z}$. Импульс momenti оператори проекцияларининг ошкор кўринишидаги ифодаси қўйидагича ёзилади:

$$\begin{aligned} \hat{M}_x &= y \hat{p}_z - z \hat{p}_y = i\hbar \left(z \frac{\partial}{\partial y} - y \frac{\partial}{\partial z} \right); \\ \hat{M}_y &= z \hat{p}_x - x \hat{p}_z = i\hbar \left(x \frac{\partial}{\partial z} - z \frac{\partial}{\partial x} \right), \\ \hat{M}_z &= x \hat{p}_y - y \hat{p}_x = i\hbar \left(y \frac{\partial}{\partial x} - x \frac{\partial}{\partial y} \right). \end{aligned} \quad (6.2)$$

Бу тенгламаларда Декарт координаталари x, y, z дан, улар билан

$$\begin{aligned} x &= r \sin \vartheta \cos \varphi, \\ y &= r \sin \vartheta \sin \varphi, \\ z &= r \cos \vartheta \end{aligned}$$

ифодалар орқали боғланган сферик координаталар r, ϑ, φ ларга ўтамиз. Масалан,

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \varphi} &= \frac{\partial x}{\partial \varphi} \cdot \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial y}{\partial \varphi} \cdot \frac{\partial}{\partial y} + \frac{\partial z}{\partial \varphi} \cdot \frac{\partial}{\partial z} = -r \sin \vartheta \sin \varphi \frac{\partial}{\partial x} + \\ &+ r \sin \vartheta \cos \varphi \frac{\partial}{\partial y} = x \frac{\partial}{\partial y} - y \frac{\partial}{\partial x}, \end{aligned}$$

худди шу йўсинда импульс моменти проекцияларининг сферик координаталардаги ифодасини аниқлашимиз мумкин:

$$\begin{aligned}\hat{M}_x &= +i\hbar \left(\sin \vartheta \frac{\partial}{\partial \vartheta} + \operatorname{ctg} \vartheta \cos \varphi \frac{\partial}{\partial \varphi} \right), \\ \hat{M}_y &= +i\hbar \left(-\cos \varphi \frac{\partial}{\partial \vartheta} + \operatorname{ctg} \vartheta \sin \varphi \frac{\partial}{\partial \varphi} \right), \\ \hat{M}_z &= -i\hbar \frac{\partial}{\partial \varphi}.\end{aligned}\quad (6.4)$$

Оператор \hat{M}_z нинг кўриниши импульс проекцияси операторларининг Декарт координаталаридаги кўринишига жуда ўхшаш. Бунинг ажабланарли жойи йўқ, чунки классик механикада φ ва M_z лар умумлашган координата ва умумлашган импульс вазифасини бажаради. Биз ҳосил қилган ифода худди умумлашган импульс M_z нинг умумлашган координатадаги тасвири каби ифодадир.

Энди ҳаракат миқдори моментининг квадрати учун ифодани аниқлаймиз. Классик механикада импульс моменти-нинг квадрати унинг координата ўқларидаги проекциялари квадратининг йиғиндисига тенг:

$$M^2 = M_x^2 + M_y^2 + M_z^2.$$

Квант механикасида эса бу тенгликка тегишли операторларни боғловчи формула сифатида қараш керак, яъни

$$\hat{M}^2 = \hat{M}_x^2 + \hat{M}_y^2 + \hat{M}_z^2.$$

(6.3) ни эътиборга олган ҳолда импульс моменти-нинг квадрати учун

$$\hat{M}^2 = -\hbar^2 \left[\frac{1}{\sin \vartheta} \frac{\partial}{\partial \vartheta} \left(\sin \vartheta \frac{\partial}{\partial \vartheta} \right) + \frac{1}{\sin^2 \vartheta} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \right] = -\hbar^2 \nabla_{\vartheta \varphi}^2 \quad (6.5)$$

ифодани ҳосил қиламиз.

Импульс моменти-нинг квантланиши. Импульс моменти ва унинг проекциясини квантлаш қондаси момент квадрати ва момент проекциялари операторларининг хусусий қийматларини аниқлашга келтирилади. Импульс моменти проекциялари орасидаги коммутация қондасини, яъни

$$\begin{aligned}
\hat{M}_y \hat{M}_z - \hat{M}_z \hat{M}_y &= i\hbar \hat{M}_x, \\
\hat{M}_z \hat{M}_x - \hat{M}_x \hat{M}_z &= i\hbar \hat{M}_y, \\
\hat{M}_x \hat{M}_y - \hat{M}_y \hat{M}_x &= i\hbar \hat{M}_z,
\end{aligned}
\tag{6.6}$$

муносабатларни осонлик билан исботлаш мумкин. Коммутация қоидасига биноан момент проекцияларининг операторлари ўзаро коммутатив эмаслигини кўрамиз. Демак, уларни бир вақтда ўлчаш мумкин эмас. Квант механикасида иккита A ва B катталиқ бир вақтда аниқ қийматга эга бўлиши учун уларнинг операторлари коммутатив бўлиши зарур, яъни $\hat{A}\hat{B} - \hat{B}\hat{A} = 0$.

Айни вақтда импульс моменти проекциясининг ҳар бири момент квадрати билан коммутативдир:

$$\begin{aligned}
\hat{M}_x \hat{M}^2 - \hat{M}^2 \hat{M}_x &= 0, \\
\hat{M}_y \hat{M}^2 - \hat{M}^2 \hat{M}_y &= 0, \\
\hat{M}_z \hat{M}^2 - \hat{M}^2 \hat{M}_z &= 0.
\end{aligned}
\tag{6.7}$$

(6.7) ифодалар импульс моментининг квадрати билан шу момент проекцияларининг исталган бирини бир вақтда аниқ ўлчаш мумкинлигини кўрсатади. Шунинг учун момент квадрати билан унинг проекцияларидан бирини кўрамиз. Импульс моментининг квадрати учун хусусий қийматларни аниқловчи

$$\hat{M}^2 \psi = M^2 \psi
\tag{6.8}$$

тенгламининг ечими $\psi = \psi(\vartheta, \varphi)$ функция бўлади. (6.5) га биноан (6.8) ни қуйидагича ёзамиз:

$$\frac{1}{\sin \vartheta} \frac{\partial}{\partial \vartheta} \left(\sin \vartheta \frac{\partial \psi}{\partial \vartheta} \right) + \frac{1}{\sin^2 \vartheta} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \varphi^2} + \lambda \psi = 0
\tag{6.9}$$

Бу ерда M^2/\hbar^2 ни λ орқали белгиладик. Ҳосил бўлган тенглама шар функцияларининг тенгламасидир. Ечимнинг $0 \leq \vartheta \leq \pi$ ва $0 \leq \varphi \leq 2\pi$ оралиқларда чекли, бир қийматли ва узлуксиз бўлиши учун λ қуйидаги шартни қаноатлантириши керак:

$$\lambda = l(l+1),
\tag{6.10}$$

Бу ерда l — бутун мусбат сон, $l = 0, 1, 2, \dots, l$ сонининг ҳар бир қиймати учун (6.9) тенгламанинг ечими $(2l + 1)$ та илдиэларга эга бўлади:

$$\psi_{lm_l}(\vartheta, \varphi) = \sqrt{\frac{(2l + \lambda)(l - m_l)!}{4\pi(l + m_l)!}} P_l^{m_l}(\cos \vartheta) e^{im_l \varphi} \quad (6.11)$$

$\lambda = l(l + 1)$ дагина (6.8) ечимга эга бўлади. Бинобарин, импульс моменти квадрати операторининг хусусий қийматлари

$$M^2 = \hbar^2 l(l + 1) \quad (6.12)$$

бўлади. Юқоридаги (6.11) ва (6.12) ифодалардан импульс моментининг квадрати $2l + 1$ даражали айниганлигини кўра-
рамиз. Бу айнишнинг моҳиятини тушуниш осон. \hat{M}^2 опе-
раторининг хусусий функциялари бир вақтнинг ўзида \hat{M}_z
операторнинг ҳам хусусий функциясидир, яъни

$$\hat{M}_z \psi_{lm_l} = M_z \psi_{lm_l},$$

ёки

$$i\hbar \frac{\partial \psi_{lm_l}}{\partial \varphi} = M_z \psi_{lm_l}.$$

Демак,

$$M_z = \hbar m_l, \quad m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l, \quad (6.13)$$

(6.13) кўрсатадики, импульс моменти вектори танланган z йўналиш бўйича $2l + 1$ та йўсинда жойлашган бўлар экан. (6.12) ва (6.13) тенглик ҳаракат миқдори момен-
ти квадратини ва z проекциясини квантлаш қондасини беради.

Шу параграфни яқунлашдан олдин шуни таъкидлай-
мизки, импульс моменти ва унинг проекциялари ҳақи-
даги ҳамма хулосалар умумий характерга эга ва зарра
ҳаракатланаётган майдонга боғлиқ эмас.

35- §. Ҳаракат миқдори моментларини қўшиш

Бу масалани \vec{l} орқали белгиланувчи орбитал ҳаракат
миқдори моментини қўшиш мисолида кўра-
рамиз. Ҳар би-
рининг орбитал ҳаракат миқдори моменти, мос равишда,
 \vec{l}_1 ва \vec{l}_2 га тенг иккита заррадан иборат ёпиқ системани,

яъни ҳолати ўзаро бир-бирига боғлиқ бўлмаган \vec{l}_1 ва \vec{l}_2 моментлар билан характерланувчи системани кўрайлик. Икки моментнинг бир-бирига боғлиқ эмаслиги уларнинг ўзаро коммутативлигини билдиради (\vec{l}_1 нинг ҳамма ташкил этувчилари \vec{l}_2 нинг ҳамма ташкил этувчилари билан коммутатив ва \vec{l}_1, \vec{l}_2 нинг ҳар бири учун алоҳида-алоҳида равишда (6.6) қоида ўринли). Айтилганлардан, бу икки моментни ўзаро эркин зарраларга тааллуқли ёки муайян бир зарранинг орбитал momenti билан хусусий (ўз ўқиға nisbatan) моментларини тасвирлайди деб тушунамиз. Мазкур системанинг тўла, яъни жамланган ҳаракат миқдори momenti \vec{L} учун мумкин бўлган қийматларни аниқлаймиз. Ҳаракат миқдори momenti вектор катталиқдир ва улар векторларни қўшиш қоидаси бўйича қўшилади. Тўла момент \vec{L} нинг абсолют қиймати ташкил этувчи \vec{l}_1 ва \vec{l}_2 моментларнинг ўзаро вектор йўналишига боғлиқ бўлади.

Квант механикасида моментларнинг вектор характери сақланади, лекин қўшиш қоидасини келтириб чиқариш учун момент \vec{L} ни ҳам, проекцияси L_z ни ҳам маълум қоида бўйича квантланади деб тушунмоқ керак:

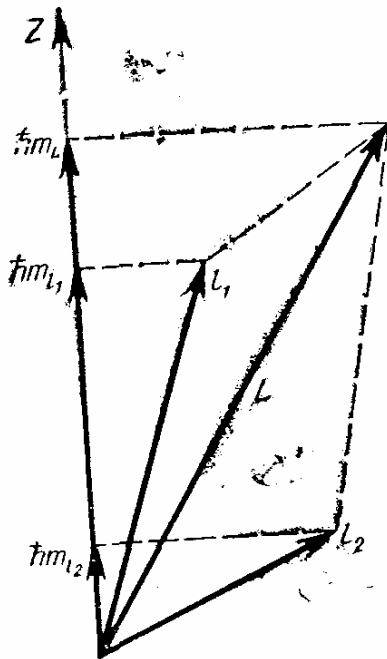
$$|\vec{L}|^2 = \hbar^2 L(L+1), \quad (6.14)$$

$$L_z = \hbar m_L, \quad (6.15)$$

бу ерда L — системанинг орбитал квант сони, умумий ҳолда $0, 1, 2, \dots$ бутун мусбат сон қийматлар қабул қилади. $m_L = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm L$ — момент L нинг Z ўқиға проекциясини тасвирловчи магнит квант сони.

Шуни таъкидлаймизки, \vec{l}_1 ва \vec{l}_2 лар ҳам худди шу (6.14), (6.15) каби квантланади.

Системанинг орбитал L ва магнит m_L квант сонлари билан унинг ташкил қилган зарралар орбитал l_1, l_2 ва магнит m_{l_1}, m_{l_2}



47-расм. \vec{L} Моментларни қўшиш.

квант сонлари ўртасидаги боғланишни аниқлаймиз. Бунинг учун, аввал, 47-расмда тасвирлангандек ҳаракат миқдори моментларининг Z ўқиға проекциясини кўрамиз. Векторларнинг одатдаги қўшиш қоидасига биноан момент проекцияси учун қўшиш қоидасини осон келтириб чиқарамиз, яъни $\hbar m_L$ катталиқ $\hbar m_{l_1}$ ва $\hbar m_{l_2}$ лар йиғиндисига тенг:

$$m_L = m_{l_1} + m_{l_2}. \quad (6.16)$$

Орбитал квант сони L нинг мумкин бўлган қийматларини аниқлайлик. Бу ҳол учун қўшиш қоидаси юқоридагидек содда бўлмайди.

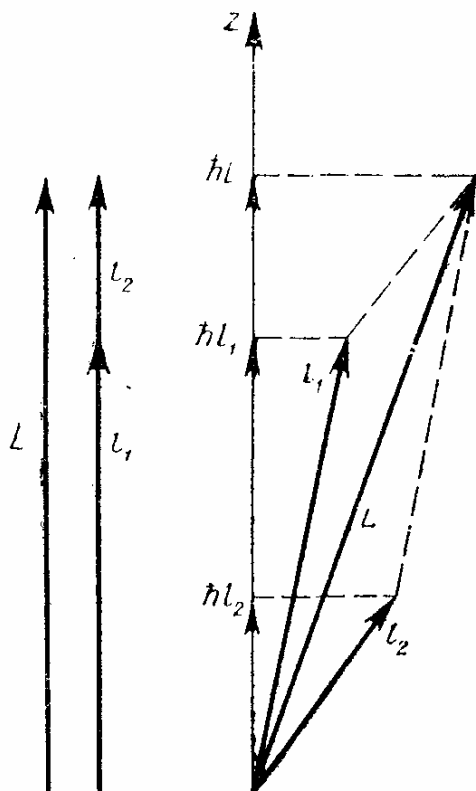
Маълумки, (6.14) га мос равишда L бутун сон қийматлар қабул қилади. L нинг қиймати \vec{l}_1 ва \vec{l}_2 ларнинг ўзаро йўналишига боғлиқ, албатта. L квант сони учун мумкин бўлган энг кичик ва энг катта қийматлар аниқланиши билан қўйилган масала тугал ечилади, чунки L нинг қолган қийматларини унинг ушбу чегаравий қийматларидан фақат бир сонига кетма-кет ўзгариш йўли билан келтириб чиқариш мумкин. Агар, энди m_{l_1} ва m_{l_2} квант сонларининг мумкин бўлган энг катта қийматларини, мос равишда, l_1 га ва l_2 га тенг бўлишини эсласак, m_L учун мумкин бўлган энг катта қийматни (6.16) га биноан аниқлаймиз.

$$m_{L_{\max}} = m_{l_1_{\max}} + m_{l_2_{\max}} = l_1 + l_2. \quad (6.17)$$

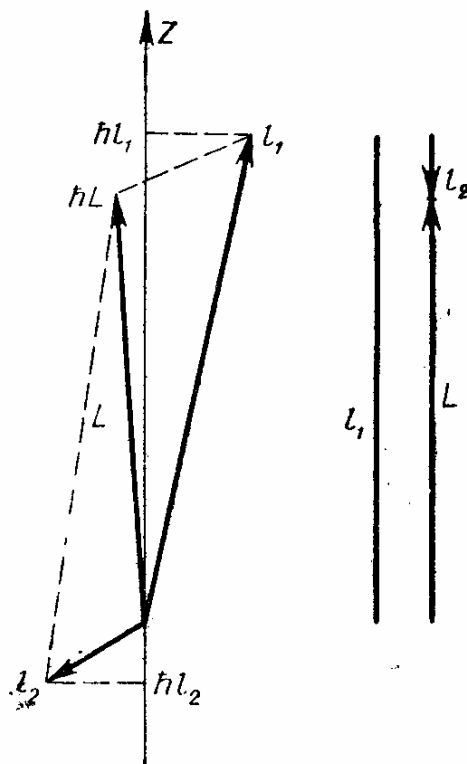
Иккинчи томондан, худди шу қиймат L нинг максимал қийматига тенг, чунки магнит квант сонининг таърифиға кўра у нолдан $\pm L$ гача ўзгаради. Демак,

$$m_{L_{\max}} = L_{\max} = l_1 + l_2 \quad (6.18)$$

L_{\max} учун аниқланган ифоданинг геометрик маъносини кўрайлик. Қўшилувчи вектор \vec{l}_1 ва \vec{l}_2 ларнинг каттасини танлаймиз. Масалан, $l_1 > l_2$ бўлсин. Z ўқини шундай йўналтирамизки, бу ўққа \vec{l}_1 нинг проекцияси максимал бўлсин. 48-расмда \vec{l}_1 векторнинг Z ўқи билан мумкин бўлган энг кичик бурчак ҳосил қилган ҳоли тасвирланган. Энди \vec{l}_2 векторни ҳам мазкур Z ўқиға максимал проекция берадиган ҳолда йўналтирамиз. Шундай қилиб, Z ўқида $l_{1z \max} = \hbar m_{l_1 \max} = \hbar l_1$ ва $l_{2z \max} = \hbar m_{l_2 \max} = \hbar l_2$ проекцияларга эга бўлдик. Мумкин бўлган максимал қиймат



48-расм. Максимал йиғинди момент.



49-расм. Минимал йиғинди момент.

берувчи бу ҳол параллел векторларни қўшишга мос келади.

Қўшилувчи икки векторнинг мумкин бўлган минимал натижавий қиймати уларнинг қарама-қарши йўналган — антипараллел ҳолида ҳосил бўлади. Моментларнинг вектор диаграммасида натижавий минимал қиймат вектор \vec{l}_1 ва \vec{l}_2 ларнинг Z ўқиға проекцияси максимал, лекин қарама-қарши ишора берадиган йўналишида ҳосил бўлади. Бунинг учун \vec{l}_1 векторни аввалги йўналишида қолдириб \vec{l}_2 векторни 49-расмда тасвирланганидек ўзига қарама-қарши йўналтириш кифоядир. \vec{l}_2 векторнинг Z ўқиға проекцияси энди $-hl_2$ га тенг. Шунинг учун,

$$m_{L \min} = L_{\min} = l_1 - l_2.$$

Ҳосил бўлган муносабат фақат $l_1 > l_2$ ҳол учун тўғри. $l_1 < l_2$ ҳолда проекция $L_{\min} = m_{L \min} = (l_1 - l_2) < 0$ ман-

фий қийматга тенг бўлади. Лекин биламизки, $L \geq 0$. Шунинг учун

$$L_{\min} = |l_1 - l_2| \quad (6.19)$$

қийматга тенг. (6.18) ва (6.19) га биноан L квант сонининг ўзгариш соҳаси учун қўйидаги шартга келамиз:

$$|l_1 - l_2| \leq L \leq l_1 + l_2 \quad (6.20)$$

(6.20) шартдан L қабул қиладиган қийматлар тўла сонини аниқлаш осон. Агар $l_1 > l_2$ бўлса, L квант сони $2l_2 + 1$ та, $l_1 < l_2$ бўлса, $2l_1 + 1$ та қиймат қабул қилади.

L нинг берилган қийматида m_L квант сони $2L + 1$ та қиймат қабул қилади. Аниқлик учун $l_1 > l_2$ деб ҳисоблайлик. У ҳолда ўзгариш соҳаси (6.20) бўйича аниқланган L квант сони учун m_L нинг қабул қиладиган қийматлари умумий сони

$$\sum_{L=l_1-l_2}^{l_1+l_2} (2L + 1)$$

га тенг бўлади. Биз ҳадлар айирмаси 2 га тенг бўлган арифметик прогрессияга келдик. $(2l_2 + 1)$ та ҳаддан иборат ушбу йиғиндини арифметик прогрессия йиғиндиси сифатида қараймиз:

$$\begin{aligned} \sum_{L=l_1-l_2}^{l_1+l_2} (2L + 1) &= \frac{2(l_1 - l_2) + 1 + 2(l_1 + l_2) + 1}{2} \cdot (2l_2 + 1) = \\ &= (2l_1 + 1)(2l_2 + 1). \end{aligned} \quad (6.21)$$

Худди шу йўл билан $l_1 < l_2$ ҳоли учун ҳам мазкур натижага келамиз. Демак, иккита ўзаро эркин заррадан иборат ёпиқ системанинг мумкин бўлган ҳолатлари умумий сони ҳар бир зарра учун мумкин бўлган ҳолатлар сони $(2l_1 + 1)$ ва $(2l_2 + 1)$ нинг кўпайтмасига тенг. Шундай қилиб, агар зарралар ўзаро таъсирда бўлмаса, системанинг натижавий моментининг ҳар бир қийматларига мос энергетик сатҳлар

$$E = E_{l_1} + E_{l_2}$$

га тенг бўлади. Ушбу ҳолда системанинг тўла энергияси натижавий моментнинг қийматларига боғлиқ эмас ва $(2l_1 + 1) \cdot (2l_2 + 1)$ даражали айнишга эга бўлади.

Агар зарралар ўртасида ўзаро таъсир мавжуд бўлса, L квант сонига нисбатан система ҳолатининг айниши йўқолади, яъни ҳар бир энергетик сатҳ L нинг маълум битта қиймати билан характерланади. Аввалги сатҳлар энди L нинг қабул қиладиган қийматлар сонига тенг сатҳларга ажралади. Агар $l_1 > l_2$ бўлса, $(2l_2 + 1)$ та, $l_1 < l_2$ бўлса, $(2l_1 + 1)$ та сатҳларга ажралади юз беради. Бу янги сатҳларнинг айниш даражаси $(g)m_L$ нинг қийматлар сонига тенг бўлади, чунончи:

$$\begin{aligned} L = l_1 + l_2 & \quad g = 2(l_1 + l_2) + 1, \\ L = l_1 + l_2 - 1 & \quad g = 2(l_1 + l_2 - 1) + 1, \\ L = l_1 - l_2 & \quad g = 2(l_1 - l_2) + 1. \end{aligned}$$

Ушбу ҳолда ҳам система квант сонларининг қабул қиладиган қийматлари тўплами, системани ташкил этувчи қисмларининг ўзаро таъсирда бўлишига қарамасдан яна $(2l_1 + 1)(2l_2 + 1)$ га тенг. Бу Эренфестнинг машҳур теоремасини тўла исботлайди, яъни системанинг боғланиш шартларини чексиз секин адиабатик виртуал ўзгаришида системанинг квант сонлари ўзгармайди.

Шундай қилиб, (6.20) қоида икки зарранинг йиғинди ҳаракат миқдорининг мумкин бўлган қийматларини тўла аниқлайди, (6.20) қоидага асосан бир вақтда икки ўқ бўйича доиравий ҳаракатдаги зарранинг умумий ҳаракат миқдори моменти ҳам аниқланади.

Агар система иккидан ортиқ зарралардан ташкил топган бўлса, зарралар орбитал ҳаракат миқдори моменти векторларининг йиғиндисидан иборат натижавий момент вектори

$$\vec{L} = \vec{l}_1 + \vec{l}_2 + \vec{l}_3 + \dots \quad (6.22)$$

ни аниқловчи орбитал квант сони L зарралар моментларининг жуфти учун (6.20) қоидани кетма-кет қўллаш йўли билан топилади.

36- §. Орбитал магнит моменти

Атом магнетизми манбаи. Атом магнетизми электронларнинг орбита бўйлаб ҳаракати, электроннинг хусусий магнит моменти, ядронинг хусусий магнит моменти каби уч

сабабга кўра вужудга келади. Электроннинг орбита бўйлаб ҳаракатида, биз юқорида кўрганимиздек, орбитал механик моменти юзага келади. Электрон массага ва зарядга эга бўлганлиги сабабли унинг орбитал ҳаракатида механик момент билан бирга магнит момент ҳам вужудга келади. Ҳақиқатан ҳам, ядро атрофида ҳаракатланаётган электрон микроскопик ток ҳалқасини намоён қилиб магнит майдон вужудга келтиради.

Электрон ва ядронинг магнит моментларини уларнинг спини — ўз ўқлари атрофидаги ҳаракати вужудга келтиради. Бу ҳақда биз спин тушунчасини баён қилишда тўла тўхталиб ўтамиз.

Орбитал магнит моменти. Электроннинг ядро атрофида орбита бўйлаб ҳаракатланиши худди ток кучи

$$i = -\frac{e}{cT} = -e \frac{v'}{c} = -ev$$

га тенг айланма токка ўхшашдир (бу ерда e — электроннинг заряди, T — унинг айланиш даври, v , v' — частоталар).

Айланма токнинг магнит майдони, маълумки, моменти

$$\mu = S \cdot i = \frac{eS}{cT} \quad (6.23)$$

га тенг магнит диполининг майдонига эквивалент бўлади. Бу ерда S — айланма ток қамраган юз. Агар координатлар системасининг маркази атом ядроси билан устма-уст деб ҳисобласак, ядро атрофида ҳаракатланаётган электрон орбитаси қамраган эллипсимон юз қутб координаталарида (r , φ)

$$S = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} r^2 d\varphi$$

ифода билан аниқланади. Иккинчи томондан, марказий куч майдонида орбитал ҳаракат миқдори моментининг сақланиши

$$m_l r^2 \frac{d\varphi}{dt} = M_l = \text{const}, \quad \vec{M}_l = m_l \left[\vec{r}, \vec{\vartheta} \right]$$

каби ифодаланади. Бу тенгликдан $d\varphi$ ни аниқлаб интеграл остига келтириб қўямиз:

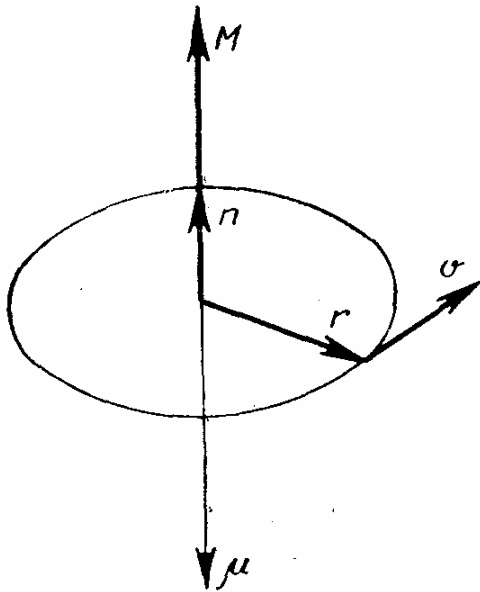
$$S = \frac{1}{2} \int_0^T r^2 \frac{M_l}{m_e r^2} dt = \frac{M_l}{2m_e} T.$$

Электрон орбитаси қамраган юз учун келтириб чиқарилган бу ифодани (6.23) га қўйсак, электрон ҳаракати юзага келтирган орбитал магнит момент учун классик назария берадиган

$$\mu_l = - \frac{e}{2m_e c} \cdot M_l \quad (6.24)$$

формулани ҳосил қиламиз. Орбитал механик ва магнит моментлар вектор катталиқ бўлиб, мусбат зарядланган зарра учун бир хил йўналишга манфий зарядланган зарра учун эса қарама-қарши йўналишга эга. Биз (6.24) ифодани келтириб чиқаришда электроннинг манфий зарядини ҳисобга олган эдик. Энди моментларнинг векторлигини ҳисобга олсак,

$$\vec{\mu}_l = - \frac{e}{2m_e c} \vec{M}_l. \quad (6.25)$$



50-расм. Механик ва магнит моментларининг қарама-қарши йўналиши.

Демак, ясси орбита бўйлаб ҳаракатланаётган электроннинг орбитал магнит momenti, 50-расмда тасвирлангандек, унинг ҳаракат миқдорининг орбитал механик momentига тескари йўналган. Электроннинг орбитал ҳаракати учун магнит momentнинг механик momentга нисбати

$$\frac{\mu_l}{M_l} = - \frac{e}{2m_e c} = - \gamma. \quad (6.26)$$

электрон орбитал ҳаракатининг *гироманит ёки магнитомеханик* нисбати деб аталади.

Квант механикасида момент тушунчасига ўтиш учун классик физиканинг миқдорий тенгликларини оператор тенгликларига алмаштириш керак. (6.25) формула орбитал ҳаракат миқдори моменти \vec{l} нинг орбитал магнит моменти $\hat{\mu}_l$ билан боғланишини беради, яъни

$$\hat{\mu}_l = - \frac{e}{2m_e c} \vec{l}. \quad (6.25')$$

Шубҳасизки, механик ва магнит моментларнинг Z ўқига проекциялари ўртасидаги муносабат

$$\hat{\mu}_{l_z} = - \frac{e}{2m_e c} \hat{l}_z \quad (6.25'')$$

операторлар ўртасидаги боғланишни беради. Энди ҳаракат миқдори моменти ва унинг проекцияси учун (6.12), (6.13) формулаларни эсласак, орбитал магнит моменти ва унинг проекцияси учун квантлаш қоидасини ҳосил қиламиз.

$$\begin{aligned} \mu_l &= - \frac{e}{2m_e c} \hbar \sqrt{l(l+1)} = - \gamma \hbar \sqrt{l(l+1)} = \\ &= - \mu_B \sqrt{l(l+1)}, \end{aligned} \quad (6.27)$$

$$\mu_{l_z} = - \frac{e}{2m_e c} \hbar m_l = - \gamma \hbar m_l = - \mu_B m_l. \quad (6.28)$$

Шундай қилиб, орбитал ҳаракат миқдори моменти ҳам ва у билан (6.25) боғланишга эга магнит момент ҳам битта умумий l квант сони орқали, худди шунингдек, моментларнинг проекциялари ҳам битта умумий m_l квант сони орқали аниқланади. Шунинг учун ҳам m_l нинг магнит квант сони деб ном олиши бежиз эмас. Механик момент ва унинг проекцияси билан магнит момент ва унинг проекцияси ўртасида ўлчов бирликларидагина фарқ бор. Механик моментлар \hbar бирлигида ифодаланса, магнит моментлар Бор магнетони деб аталувчи

$$\mu_B = \frac{\hbar e}{2m_e c} \quad (6.29)$$

бирликда ўлчанади. Бор магнетони ифодасига универсал доимийлар: c — ёруғлик тезлиги, \hbar — Планк доимийси ва e — электрон зарядидан ташқари электрон (зарра) массаси

m_e ҳам киради. Гаусс бирликлар системасида $\mu_B = 0,927 \times 10^{-20}$ эрг·Гс га тенг.

37- §. Электроннинг спини

Ўтган параграфларда биз баён қилган квант назарияси ўзининг аниқ ва соддалигига қарамасдан камчиликдан холи эмас. Шу камчиликлардан иккитасини мисол тариқасида кўрамиз. Атом спектр чизиқларини ўрганишда кўпгина спектр чизиқларининг аслида бир-бирига жуда яқин жойлашган иккита чизиқлардан тузилиши аниқланди. Водород атоми Бальмер сериясининг биринчи чизиғи бу хил нозик структурага мисол бўла олади. Юқорида ўрганилган назарияга биноан водород атомининг $n = 3$ ва $n = 2$ сатҳларидаги ўтишда тўлқин узунлиги 6563 Å га тенг яқка чизиқ ҳосил бўлиши керак эди. Аммо, аслида ўзаро 1,4 Å масофада жойлашган иккита чизиқ мавжуд.

Квант назарияси билан тажриба натижалари ўртасида мавжуд бўлган иккинчи муҳим тафовут кейинги параграфларда баён қилинадиган Зеemannнинг аномал эффектидир. Спектр чизиқларининг нозик структурасини ва Зеemannнинг аномал эффектини тушунтириш учун 1925 йилда Гаудсмит ва Уленбек қуйидаги ғояни ўртага ташлади. Электрон, орбитал ҳаракат миқдори моментидан ташқари хусусий ҳаракат миқдори моментига ҳам эга. Гаудсмит ва Уленбек электронни чекли ўлчамларга эга ва зарядланган жисм сифатида тасвирлайдилар. Албатта, у ҳолда электрон ҳар қандай чекли ўлчамли жисмлар каби учта илгарилама ҳаракати билан бир қаторда уч йўналиш бўйича айланиш эркинлик даражасига ҳам эга бўлиши мумкин. Ҳар қандай чекли ўлчамли жисмнинг айланишида яна қўшимча ҳаракат миқдори ва унга мос магнит momenti юзага келади. Агар бу қўшимча эркинлик даражасига тўғри келадиган квант сонини m_s орқали белгиласак, электроннинг энергетик сатҳларини умумий ҳолда уч квант сонига боғлиқ деб қараш мумкин:

$$E = E_{nl m_s}$$

Электроннинг хусусий механик ҳаракат миқдори моментини унинг *спини* деб аталади. Спин термини англиз

сўзи spin дан олинган бўлиб, ўз ўқи атрофида айланиш деган маънони беради. Спин тушунчасининг киритилиши нозик структура ва Зееман эффектларини тушунтиришдагина муваффақиятли бўлиб қолмасдан қатор кенг доирадаги атом ҳодисаларини ҳам тўғри қарашга имкон берди.

Электрон хусусий механик моментининг қиймати атом спектрларини ўрганиш борасида олинган тажриба натижаларидан бевосита келиб чиқади. Спин зарранинг ҳаракат миқдори бўлганлиги сабабли у ҳам ҳар қандай ҳаракат миқдори моменти (6.12) каби квантланиши керак. Танланган (ташқи магнит майдони) йўналишга проекцияси эса (6.13) каби квантланади. Шунинг учун агар \hbar бирлигида механик спин моментининг қиймати S га тенг бўлса, фазовий квантланиш қоидасига биноан у учун z ўқиغا нисбатан $(2S + 1)$ та йўналиш мумкин бўлади. Демак, айтилганлардан

$$S^2 = \hbar^2 S(S + 1) \quad (6.30)$$

келиб чиқади. Танланган z йўналиши бўйича спиннинг $(2S + 1)$ та проекцияларининг қиймати бир-биридан бир birlikка фарқ қилиши керак:

$$S_z = \hbar m_s;$$

m_s — механик спин моменти проекциясини аниқловчи магнит квант сони. Тажриба натижаларидан маълумки, масалан, водород атомининг биз юқорида келтирган 6563 \AA спектр чизиғи каби дублет чизиқлар вужудга келади. Бу эса спин фақат мумкин бўлган икки йўналишгагина эга деган хулосага олиб келади, яъни $2S + 1 = 2$ ёки $S = \frac{1}{2}$. У ҳолда, мумкин бўлган ушбу икки йўналиш спиннинг z ўқиға проекциялари билан характерланади, яъни танланган йўналишда спиннинг проекцияси иккитагина қийматга эга:

$$\begin{aligned} S_z = \hbar m_s, \quad m_{s_{\max}} = +S = +\frac{1}{2}, \quad m_{s_{\min}} = \\ = -S = -\frac{1}{2}. \end{aligned} \quad (6.31)$$

Шундай қарашдан ярим бутун квант сонларининг ҳосил бўлиши ҳаракат миқдори моментини квантланиши (6.12), (6.13) ҳақидаги бизнинг тасаввуримизга мутлақо

зид бўлиб кўринади. Аслида, спин механик momenti учун ҳаракат миқдори моментининг (6.12) қоидага олиб келган классик тасаввурини қўллаб бўлмайди. Электроннинг спин моментини электроннинг ўз ўқи бўйлаб ҳаракатидан бўлиши керак деган классик тасаввурга асосланиб тушунтириб бўлмайди. Чунки, бу ҳолда чекли ўлчамларга эга электроннинг айрим сирт қисмларининг тезлиги ёруғлик тезлигидан катта бўлади. Ҳақиқатан ҳам, электрон учун айланма моментининг максимал қиймати унинг ҳамма массаси сирт қисмида жойлашганида ҳосил бўлади. У ҳолда, сирт қисми тезлигини аниқлаш учун $m_e v r_0 = |\vec{S}|$ момент формуласидан фойдаланамиз. Бу ерда m_e — электроннинг массаси, r_0 — унинг радиуси, тақрибан 10^{-13} см га тенг деб оламиз. Спин қийматини (6.30) формуладан аниқлаб электрон сирт қисмининг тезлигини аниқлаймиз:

$$v = \frac{|\vec{S}|}{m_e r_0} \approx \frac{10^{-34}}{10^{-30} \cdot 10^{-13}} = 10^{11} \text{ м/сек.}$$

Ёруғлик тезлигини $c = 3 \cdot 10^8$ м/сек га тенг эканлигини эсласак, электрон спинининг мавжудлигини классик тасавирда тушунтириш учун унинг сирт қисмини ёруғлик тезлигидан катта тезликка эга бўлади деб ҳисоблашга тўғри келади. Бу эса нисбийлик назариясига зиддир.

Эксперимент натижаларини тушунтириш учун механик спин momenti билан бир қаторда у билан

$$\vec{\mu}_s = \frac{e}{m_e c} \vec{S} = 2\gamma \vec{S} = \gamma_s \vec{S} \quad (6.32)$$

кўринишда боғланган магнит моментини ҳам мумкин деб ҳисоблаш керак бўлади. Электроннинг спини билан боғлиқ гиромангнит нисбат орбитал ҳаракат билан боғлиқ гиромангнит нисбатдан расо икки марта катта экан. (6.31) ва (6.32) формулаларга кўра электроннинг магнит momenti $\vec{\mu}_s$ бирор ихтиёрий йўналган ўққа нисбатан икки хил йўналиши мумкин. Ихтиёрий йўналишга нисбатан спин проекцияларини (6.31) каби деб ҳисобласак, магнит момент проекциялари шу йўналишда

$$\mu_{s_z} = \pm \frac{e\hbar}{2m_e c} = \pm \mu_B \quad (6.33)$$

га тенг бўлади.

Спин моментларини қўшиш қондаси. Моментларни қўшиш қондаси спин моменти учун ҳам ўз кучини тўла сақлайди. N та электрондан иборат системанинг тўла спин моментини аниқлаш керак бўлсин. Ҳар бир электроннинг спинини s_i ($i = 1, 2, \dots$), (системанинг) атомнинг тўла спинини \vec{S} орқали белгилаймиз. У ҳолда системанинг тўла спин моменти айрим электронлар спинининг вектор йиғиндиси

$$\vec{S} = \sum_{i=1}^N \vec{s}_i$$

бўлади. Ҳар бир электроннинг спини s_i каби тўла спин вектори учун ҳам (6.12) ёки (6.30) квантлаш шарти ўринли бўлади, яъни

$$|\vec{S}| = \hbar \sqrt{S(S+1)},$$

бу ерда S — тўла спин квант сони. S квант сони қабул қиладиган қийматлар моментларнинг қўшиш қондаси (6.20) га асосан

$$S = \begin{cases} \frac{N}{2}, \frac{N}{2} - 1, \dots, 0, & \text{агар } N \text{ жуфт бўлса,} \\ \frac{N}{2}, \frac{N}{2} - 1, \dots, \frac{1}{2}, & \text{агар } N \text{ тоқ бўлса,} \end{cases}$$

тўпламни ҳосил қилади. Ҳақиқатан ҳам,

$$S_{\max} = \sum_{i=1}^N s_i = \underbrace{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{2}}_N = \frac{N}{2}.$$

S_{\min} ни эса S_{\max} дан ҳар доим бир бирликни кетма-кет айириш йўли билан ҳосил қиламиз.

z ўқига тўла спин проекциясининг мумкин бўлган қийматлари қуйидаги формула орқали ҳисобланади:

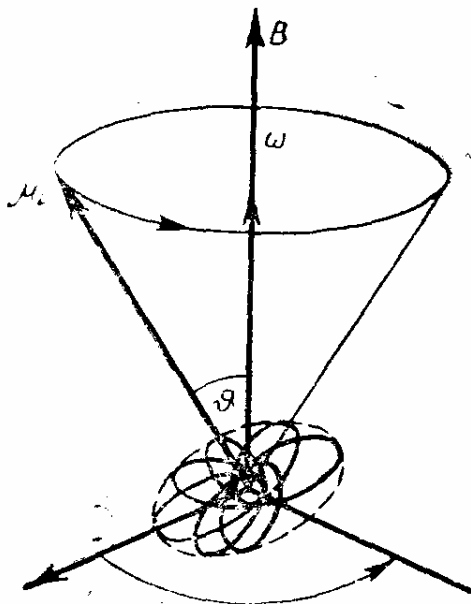
$$S_z = -\hbar m_s, \quad m_s = -S, -S+1, \dots, S-1, S.$$

Демак, тўла спиннинг мумкин бўлган йўналишларининг тўла сони $2S + 1$ га тенг.

38- §. Фазовий квантланишнинг экспериментда кузатилиши

Ўтган параграфларда биз \vec{l} орбитал ҳаракат миқдори моменти натижасида электроннинг μ_l магнит моментга эга бўлишини аниқлаган эдик. Электроннинг спинга эга бўлишидан эса у орбитал магнит моментдан ташқари хусусий магнит момент $\vec{\mu}_s$ га эга бўлишини ҳам кўрдик. Ҳозир биз шу вектор катталикларни фазода фақат маълум йўналишларгагина эга бўлишини, яъни фазовий квантланишини кўрамиз.

Бир жинсли бўлмаган магнит майдонда ҳаракатланаётган зарранинг магнит моменти. Классик электродинамикадан маълумки, магнит моментга эга зарра магнит майдонда қўшимча энергияга эга бўлади. Масалан, \vec{L} ҳаракат миқдори моментига пропорционал $\vec{\mu}_L$ магнит моментга эга бўлган атомга бир жинсли \vec{B} магнит майдон \vec{B} ҳамда $\vec{\mu}_L$ (ва демак, \vec{L}) га перпендикуляр йўналишда айлант



51-расм. Ташқи магнит майдонда (B) электрон орбитал бурчак тезлик векторининг прецессияси — Лармор прецессияси. Атом магнит моменти ҳам шундай прецессияда бўлади.

орбитал момент қийматига ва улар орасидаги бурчакка боғлиқ. Атомда орбита бўйлаб ҳаракатланаётган электронга ташқи магнит майдон таъсири, 51-расмда тасвирланганидек, электрон орбитасининг майдон йўналиши атрофида бир текис айланишини, яъни электроннинг $\vec{\mu}_L$ магнит моменти прецессиясини вужудга келтиради. Атом учун эса электронларга мос прецессияларнинг натижаси сифатида $\vec{\mu}_L$ атом магнит момент прецессияси вужудга келади. Квант механикасига кўра магнит моментнинг майдон йўналишидаги проекцияси (6.25") да ифодаланганидек

$$\mu_{L_z} = -\gamma \hbar m_L, \quad m_L = L, L-1, \dots, 0, \dots, -L \quad (6.34)$$

каби квантланади. Шунинг учун, \vec{B} ва $\vec{\mu}_L$ орасидаги бурчак ϑ ҳам

$$\cos \vartheta = \frac{\mu_{L_z}}{\mu_L} = \frac{-\gamma \hbar m_L}{-\gamma |\vec{L}|} = \frac{\hbar m_L}{\hbar \sqrt{L(L+1)}} = \frac{m_L}{\sqrt{L(L+1)}} \quad (6.35)$$

дискрет қийматларга тенг бўлади, яъни бурчакнинг косинуси

$$\cos \vartheta = \frac{L}{\sqrt{L(L+1)}}, \dots, 0, \dots, \frac{-L}{\sqrt{L(L+1)}} \quad (6.36)$$

қийматлар қабул қилади.

Агар ташқи магнит майдон бир жинсли бўлмаса, у магнит momenti μ_L га тенг атомга

$$\vec{F} = (\vec{\mu}_L \cdot \vec{\nabla}) \vec{B} = \mu_{L_x} \frac{\partial \vec{B}}{\partial x} + \mu_{L_y} \frac{\partial \vec{B}}{\partial y} + \mu_{L_z} \frac{\partial \vec{B}}{\partial z} \quad (6.37)$$

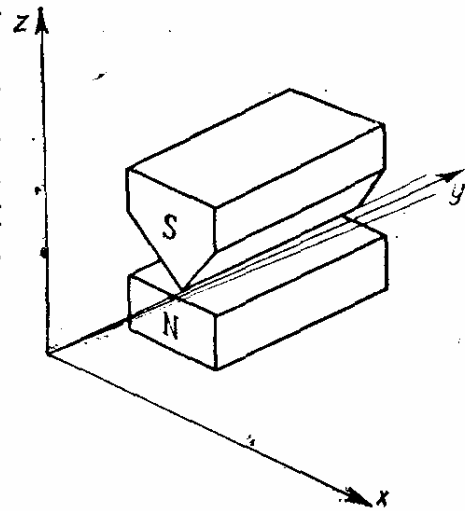
куч билан таъсир кўрсатади.

Ҳар доимгидек, z ўқини ташқи магнит майдон йўналишида танлаймиз. У ҳолда магнит момент $\vec{\mu}_L$ нинг μ_{L_x} ва μ_{L_y} ташкил этувчилари, юқорида кўрилган прецессия натижасида, умумий ҳолда синусоида шаклида ўзгаради. Заррага кўрсатилаётган таъсир кучи (6.37) нинг прецессия даврига нисбатан катта вақт бўйича ўрта қийматини ҳисобласак, синусоида бўйича ўзгарувчи биринчи икки ҳад нолга айланади ва натижада фақат қуйидаги

$$\langle \vec{F} \rangle_{\text{ўрта}} = \mu_{L_z} \frac{\partial \vec{B}}{\partial z} \quad (6.38)$$

ифода қолади. Демак, атом $\frac{\partial \vec{B}}{\partial z}$ йўналишида тезланиш олар экан.

Агар магнит майдон ҳосил қилувчи электромагнитнинг қутб-



52- расм. Штерн-Герлахнинг атомлар дастаси билан бир жинсли бўлмаган магнит майдонда ўтказган тажрибаси.

лари 52- расмдаги каби шаклда бўлса, юқоридаги «тиғсимон» қутбга яқин соҳада \vec{B} энг катта қийматга ва $\frac{\partial \vec{B}}{\partial z}$ билан мос келувчи йўналишга эга бўлади. Массаси m га тенг ва тиғсимон қутбга параллел ҳаракат қилаётган атом мазкур соҳада

$$\frac{dv_z}{dt} = \langle \vec{F} \rangle_{\text{орта}} / m = \mu_{L_z} \frac{\partial \vec{B}}{\partial z}, \frac{1}{m} \quad (6.39)$$

га тенг тезланиш олади. Тезланишнинг йўналиши (6.39) га кўра атомнинг дастлабки йўналишига перпендикулярдир. Агар атом мазкур соҳани t вақт ичида ўтса, у ўзининг дастлабки йўлидан

$$z = \frac{dv_z}{dt} \cdot \frac{t^2}{2} \quad (6.40)$$

масофага четланади. t вақт магнит қутблари узунлиги d нинг атом тезлигига нисбатига тенг, яъни $t = d/v$. У ҳолда, четланишнинг қиймати

$$z = \frac{1}{2m} \mu_{L_z} \left| \frac{\partial \vec{B}}{\partial z} \right| \frac{d^2}{v^2} \quad (6.41)$$

га тенг бўлади.

Классик нуқтаи назардан электромагнит соҳадан ҳар хил магнит момент йўналишларига эга атомлар дастасининг ўтишида вужудга келадиган (6.41) четланиш

$$z = \text{const} \cdot \mu_{L_z} = \text{const} \mu_L \cdot \cos(\widehat{\mu_L \cdot \vec{B}}) \quad (6.42)$$

косинус $\cos(\widehat{\mu_L \cdot \vec{B}})$ нинг -1 дан $+1$ гача интервалида мумкин бўлган узлуксиз қийматлари билан характерланади. Натижада, мазкур бир жинслимас магнит майдон орқали ўтгандан сўнг атомлар дастаси z ўқи йўналишида (6.42) миқдорга ёйилган бўлади, холос. Экранда эса (6.42) ифода характерловчи кенгликдаги полоса ҳосил бўлади.

Агар атомлар дастасининг кесими бўйича уларнинг тақсимланиши нотекис бўлса, масалан, даста чеккаларида тақсимланиш максимумга эришса, классик ҳолдаги натижа ҳам квант кўринишида бўлиб қолиши мумкин, яъни экранда интенсивликнинг максимум-минимумидан иборат

манзара вужудга келиши мумкин. Агар магнит майдон соҳасига атомларнинг магнит моментлари ҳар хил йўналишлар бўйича бир текис тақсимланган бўлса, бу ҳол юз бермаслигини кўрсатиш осон.

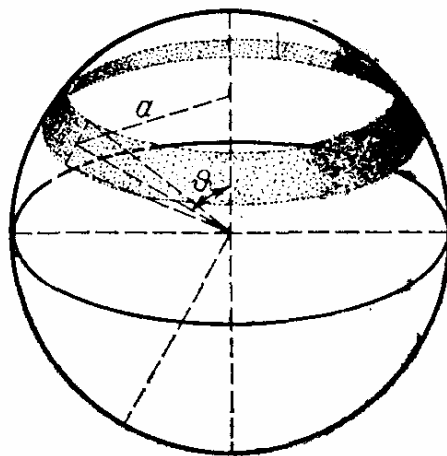
Экранда интенсивлик тақсимоти четланиш z нинг берилган қийматида бирлик интервалдаги атомлар сон билан характерланади, албатта. Демак, оғиш бурчагининг θ га тенг қиймати атрофидан $d\theta$ интервалда оққан атомлар сонининг шу $d\theta$ га тўғри келган четланиш dz нинг қийматига нисбатини аниқлаш талаб қилинади. Агар z ва θ ўзаро (6.42) орқали боғланган бўлса, четланиш элементи учун

$$dz = \text{const} \cdot \mu_L \cdot \sin \theta \, d\theta \quad (6.43)$$

ифодага келамиз.

Иккинчи томондан, атомлар магнит моментлари $\vec{\mu}_L$ учун ҳамма йўналишларнинг тенг ҳуқуқлилигидан $\vec{\mu}_L$ векторларнинг учларини радиуси μ_L га тенг сфера сиртида бир текис тақсимланиши келиб чиқади. z ўқиға нисбатан θ бурчак атрофида $d\theta$ интервалида йўналган $\vec{\mu}_L$ векторларнинг учи сфера сиртида кенглиги $\mu_L d\theta$ га тенг полоса соҳа ҳосил қилади (53- расм). Полосанинг юзи айлана узунлиги $2\pi a$ нинг полоса кенглиги $\mu_L d\theta$ га кўпайтмасига тенг. a эса ўз навбатида сфера радиуси μ_L ни $\sin \theta$ га кўпайтмасига тенг. У ҳолда полоса юзи $2\pi \mu_L^2 \sin \theta \, d\theta$ га тенг.

Демак, μ_L магнит моменти \vec{B} билан оғиш бурчагининг θ га тенг қиймати атрофидаги $d\theta$ интервалда бўлган атомлар сони $\sin \theta d\theta$ га пропорционал экан. Агар бу атомлар сонини (6.43) орқали аниқланган четланиш элементи dz га бўлсак, интенсивлик тақсимоти учун ҳосил бўлган ифодада θ бурчакка боғлиқлик йўқолади. Шундай қилиб, классик нуқтаи назарга кўра экрандаги z га тенг четланиш соҳада интенсивликнинг бир жинсли тақсимоти рўй беради.



53- расм. Сферадаги кенгликка мос θ бурчак

Фазовий квантланиш. Квант нуқтаи назардан атомлар магнит моментлари ташқи магнит майдонда (6.35), (6.36) га кўра $(2L + 1)$ та йўналишга эга. Демак, моментларнинг учи 53-расмдаги сфера юзиди $2L + 1$ та ҳалқа ҳосил қилади. Ҳар бир ҳалқани характерловчи оғиш бурчак элементига экранда битта четланиш элементи dz мос келади. Экрандаги четланишлар сони оғиш бурчаги $d\theta$ элементлари сонига тенг. Демак, экранда ҳосил бўладиган четланишлар элементининг умумий сони ҳам $(2L + 1)$ га тенг. Шундай қилиб, квант механикасига асосан атомлар дастасининг бир жинсли бўлмаган магнит майдон орқали ўтишида даста $(2L + 1)$ та дасталарга ажралади. Демак, атомлар дастасини бир жинсли бўлмаган магнит майдон орқали ўтказиб квант назариясида вужудга келган фазовий квантланиш ҳақидаги фикрни экспериментда текшириш мумкин.

Штерн ва Герлах тажрибаси. 1921 йилда О. Штерн ва В. Герлах томонидан қўйилган экспериментда фазовий квантланиш биринчи бор яққол кузатилди, қиздириш усули билан буғлантирилган нейтрал кумуш атомлари дастаси 52-расмда тасвирланган бир жинсли бўлмаган магнит майдон орқали ўтказилган. Нормал ҳолатдаги кумуш атомининг магнит momenti бутунлай спин характерга эга, чунки асосий ҳолатида кумуш атоми учун тўла орбитал ҳаракат миқдори momenti нолга тенг ва биттасидан ташқари ҳамма электронларнинг спин моментлари ҳам ўзаро бир-бирини нолга айлантиради. Шундай қилиб, кумуш атомининг магнит momenti битта электронининг спин momenti билан характерланади. Агар электроннинг спини бўлмаганда эди кумуш атомининг асосий ҳолати (S -ҳолати) $L = 0$ ва атомлар дастаси бир жинсли бўлмаган магнит майдонда дасталарга ажралмаган бўлар эди. Агар дастада уйғотилган ҳолатдаги, масалан, $L = 1$ атомлар ҳам мавжуд бўлса, даста m_L нинг $m_L = 0, \pm 1$ қийматлар сонига мос равишда учта дастага ажралар эди.

Штерн ва Герлах тажрибаси кўрсатдики, асосий ҳолатдаги («совуқ») кумуш атомларининг дастаси битта дастага ҳам, учта дастага ҳам ажралмасдан, фақат иккита дастага ажралар экан. Икки дастага ажралишнинг ўзаро оғиш масофасини билган ҳолда четланиш (6.41) га қараб кумуш атомининг магнит momentини аниқлаш мумкин. Тажриба натижаси назария билан жуда тўғри келади.

Тажриба натижасига кўра аниқланган спин магнит моментининг майдон йўналишидаги проекцияси μ_{s_z} . Бор магнетонига тенг бўлиб чиқди. Бу кутилмаган натижа эди. Ҳақиқатан ҳам, агар спин механик моменти билан спин магнит моменти ўртасида орбитал механик ва магнит моментлари ўртасидаги боғланиш (6.25)

$$\mu_{e_z} = -\gamma l_z = -\gamma \hbar m_l = -\mu_B m_l \quad (6.28)$$

га ўхшаш

$$\mu_{s_z} = -\gamma S_z = -\gamma \hbar m_s = \pm \frac{1}{2} \mu_B$$

боғланиш ўринли бўлганда эди, спин магнит моментининг майдон йўналишидаги проекцияси Бор магнетонининг ярмига тенг бўлар эди. Тажрибадан эса μ_{s_z} нинг қийматини бутун Бор магнетонига тенглиги келиб чиқди. Демак, механик ва магнит моментлари ўртасидаги (6.28) каби боғланиш спин учун ўринли эмас. Тажрибадан

$$\mu_{s_z} = -2\gamma S_z = -2\gamma \hbar m_s = \pm 1\mu_B \quad (6.33)$$

натижа келиб чиқади. Спин магнит моменти векторининг қиймати эса

$$|\vec{\mu}_s| = 2\gamma |\vec{S}| = 2\gamma \hbar \sqrt{S(S+1)} = \sqrt{3}\mu_B. \quad (6.44)$$

Штерн ва Герлах тажрибасидан сўнг фазовий квантланишни кузатиш устида кўп тажрибалар ўтказилди. Уларнинг ҳаммасида ҳам спин момент учун ҳам, орбитал момент учун ҳам фазовий квантланишнинг ўринли эканлиги тасдиқланди.

38-§. Электроннинг тўла механик ва магнит моменти

Тўла ҳаракат миқдори моменти. Атомда ҳар бир электрон аниқ орбитал ҳаракат миқдори моменти l га ва аниқ спин ҳаракат миқдори моменти s га эга. Бундан буён электроннинг спинини кичик s ҳарфи билан белгилаймиз. Атом магнетизми эса электронларнинг орбитал ва спин моментларига пропорционал бўлган орбитал ва спин магнит моментлари $\vec{\mu}_l$, $\vec{\mu}_s$ билан характерланади (ядро магнит моменти нисбатан жуда кичикдир). Ҳар бир электрон-

нинг тўла ҳаракат миқдори моментини \vec{j} орқали белгиласак, у ҳолда \vec{j} орбитал \vec{l} ва спин \vec{s} моментининг вектор йиғиндисига тенг бўлади:

$$\vec{j} = \vec{l} + \vec{s}. \quad (6.45)$$

Ҳар қандай ҳаракат миқдори моменти сингари электроннинг тўла механик моменти \vec{j} ҳам (6.12) ва (6.13) каби квантланган ва қуйидаги ифодалар орқали аниқланган бўлади:

$$|\vec{j}| = \hbar \sqrt{j(j+1)}, \quad j_z = \hbar m_j. \quad (6.46)$$

Бу ерда j — тўла момент квант сони, Зоммерфельднинг белгилашича, ички квант сони деб аталади. m_j — тўла моментнинг магнит квант сони.

Юқорида (35- §) кўрилган моментларнинг қўшиш қоидаси ҳар қандай моментларни қўшиш учун жумладан, орбитал ва спин моментларини қўшиш учун ҳам ўринлидир. Шунинг учун электроннинг тўла ҳаракат миқдори моментини характерловчи ички квант сони

$$j = |l \pm s| = \left| l \pm \frac{1}{2} \right|, \quad j_1 = l + \frac{1}{2}, \quad j_2 = l - \frac{1}{2} \quad (6.47)$$

га тенг. Орбитал ва спин квант сонлари мос равишда (6.12) ва (6.30) орқали аниқланади. Шундай қилиб, $l \neq 0$ да j иккитагина қиймат; $l = 0$ да эса биттагина қиймат $j = \frac{1}{2}$ қабул қилади. Тўла моментнинг магнит квант сонини аниқлаш учун (6.45) ни z ўқига проекциялаймиз, яъни $j_z = l_z + s_z$. У ҳолда бу ифодага ҳар бир проекция учун, мос равишда, (6.13) тенгликни татбиқ қилсак,

$$m_j \hbar = m_l \hbar + m_s \hbar$$

ҳосил бўлади ёки

$$m_j = m_l + m_s \quad (6.48)$$

га келамиз. Маълумки, m_l нинг мумкин бўлган қийматлари $+l$ дан $-l$ гача ноль ҳам кирган интервалда ётади. m_s нинг мумкин бўлган қийматлари эса $\pm s$ га тенг. l квант сони ҳар доим бутун сондир, спин квант сони s

эса яримга тенг, яъни $s = \frac{1}{2}$. Демак, m_j ҳар доим ярим бутун сон қийматлар қабул қилади. m_j нинг мумкин бўлган қийматлари

$$m_j = -j, -j + 1, \dots, j - 1, j$$

бўлади. Бу ерда j сони орбитал сонининг берилган l қийматида (6.47) да ифодаланган иккита қийматни қабул қилади.

Тўла, орбитал ва спин моментлари \vec{j} , \vec{l} , \vec{s} бир вақтда квантланганлиги сабабли улар ўзаро фақат бирор аниқ йўналишга эга бўлади. Биз кўраётган бир электронли атом ҳолида моментларнинг фақат иккита нисбий жойлашишлари ўринли бўлади. Улардан бири $j = l + s$ ($|\vec{j}| > |\vec{l}|$) га, иккинчиси $j = l - s$ ($|\vec{j}| < |\vec{l}|$) га тўғри келади. 54-расмда $l = 1$ ва $s = \frac{1}{2}$ учун бу икки ҳол тасвирланган.

Орбитал ва спин моментлари ўртасидаги бурчак. Орбитал ва спин моментлари ўртасидаги бурчакни аниқлаш учун (6.45) ни квадратга кўтарамиз:

$$\vec{j}^2 = \vec{l}^2 + \vec{s}^2 + 2|\vec{l}||\vec{s}|\cos(\vec{l} \wedge \vec{s}). \quad (6.49)$$

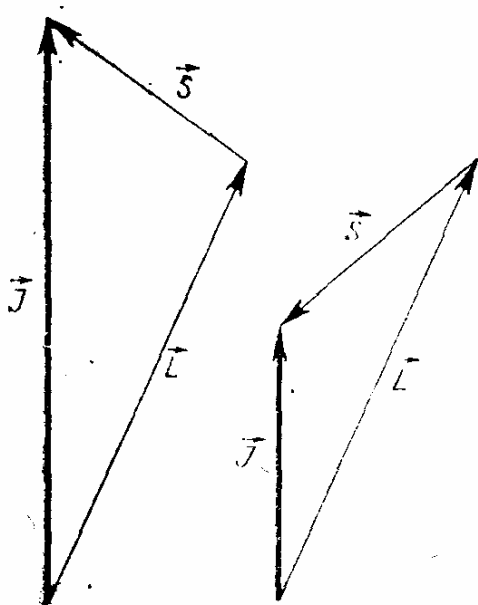
У ҳолда

$$\cos(\vec{l} \wedge \vec{s}) = \frac{j^2 - l^2 - s^2}{2|\vec{l}||\vec{s}|}$$

бўлади. Бу ифодага \vec{j} , \vec{l} , \vec{s} ларнинг (6.46), (6.12), (6.30) ифодаларини қўйиб,

$$\cos(\vec{l} \wedge \vec{s}) = \frac{j(j+1) - l(l+1) - s(s+1)}{2\sqrt{l(l+1)} \cdot \sqrt{s(s+1)}}$$

га келамиз. Ички квант сони j нинг (6.47) даги иккита мумкин қийматларини эсга олсак, орбитал ва спин моменти ўртасидаги бурчакнинг иккита мумкин бўлган қийматини ҳосил қиламиз. Агар биз фазода \vec{l} ва \vec{s} векторларнинг аниқ йўналиши ҳақида ҳеч нарса айта олмасак, у ҳолда улар ўртасидаги бурчакни қандай тушуниш ке-

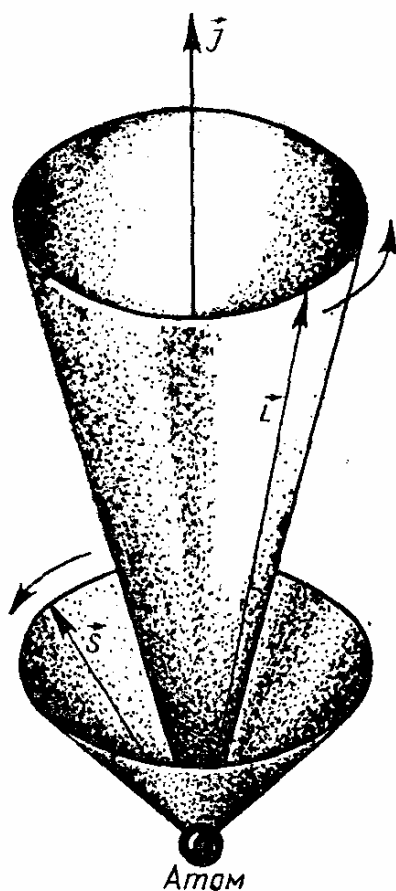


54-расм. Тўла I , орбитал L ва спин S моментлари вектори.

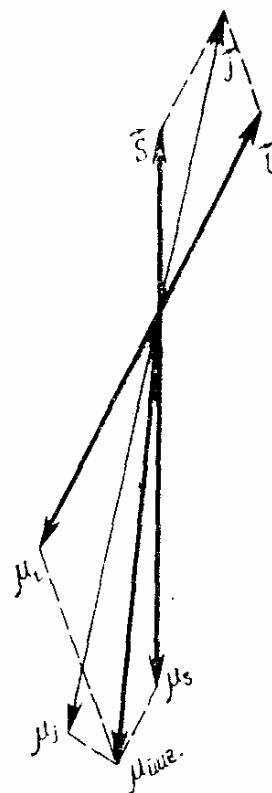
рак, деган савол туғилиши мумкин, албатта. Бу бурчак қуйидаги маънога эга. Ташқи таъсир бўлмаганда (яъни система ёпиқ) тўла ҳаракат миқдори моментининг йўналиши ва миқдори сақланади. Хусусий айлантирувчи моментлар эса \vec{l} ва \vec{s} векторларни уларнинг тенг таъсир этувчиси \vec{j} атрофида прецессия каби ҳаракат қилишга олиб келади. \vec{l} ва \vec{s} ларнинг \vec{j} йўналишига проекцияси аниқ қийматга эга бўлади, яъни \vec{l} ва \vec{s} векторларнинг ҳар бирини \vec{j} билан

ҳосил қилган бурчагини аниқлаш мумкин. У ҳолда, албатта, орбитал ва спин моментлари ўртасидаги бурчак ҳам ҳақиқий маънога эга бўлади ва сон қийматини аниқлаш мумкин. Бу ҳол 55-расмда тасвирланган.

10 Тўла магнит momenti. Электроннинг орбитал ва спин моментларининг қўшилиши тегишли магнит моментларининг ҳам қўшилишига олиб келади. Биз бу масалани вектор моделида кўрамиз. 56-расмда орбитал ва спин ҳаракат миқдори моментлари \vec{l} ва \vec{s} ҳамда уларнинг тенг таъсир этувчиси \vec{j} Планк доимийси \hbar бирлигида тасвирланган. Тегишли магнит моментлари эса қарама-қарши йўналишда бўлади. Орбитал ва спин магнит моментлари $\vec{\mu}_l$, $\vec{\mu}_s$ эса расмда Бор магнетони бирлигида тасвирланган. Бирликларнинг бу хил системасида (6.25) га кўра $\vec{\mu}_l$ векторнинг узунлиги \vec{l} векторнинг узунлигига аниқ тенг, $\vec{\mu}_s$ вектор эса (6.32) га кўра \vec{s} дан икки марта узун бўлади. Шунинг учун, $\vec{\mu}_l$ ва $\vec{\mu}_s$ ларнинг тенг таъсир этув-



55- расм. Орбитал ва спин моменти векторларининг тенг таъсир этувчиси атропофидаги прецессияси.



56- расм. Орбитал ва спин моментларининг вектор қўшилиши схемаси.

чиси \vec{j} га антипараллел эмас. Ташқи майдон бўлмаган ёки марказий куч майдони ҳоли учун \vec{j} нинг сақланиши юқорида айтилган эди. \vec{l} ва \vec{s} векторлар эса \vec{j} атропофида прецессион ҳаракат қилади. Демак, $\vec{\mu}_l$, $\vec{\mu}_s$ ва уларнинг йиғиндиси $\mu_{\text{шиг.}}$ ҳам \vec{j} атропофида прецессион ҳаракат қилади. $\vec{\mu}_l$, $\vec{\mu}_s$, $\vec{\mu}_{\text{шиг.}}$ векторларнинг \vec{j} йўналишидаги проекцияси сақланади, албатта. $\mu_{\text{шиг.}}$ нинг \vec{j} йўналишга проекциясини $\vec{\mu}_j$ орқали белгилаймиз. $\mu_{\text{шиг.}}$ нинг \vec{j} га перпендикуляр ташкил этувчисининг ташқи магнит майдони билан ўртача

ўзаро таъсири нолга тенг. Шунинг учун ташқи майдонда электрон ўзининг «эффektiv» магнит momenti $\vec{\mu}_j$ билан характерланади. Тўла момент \vec{j} билан $\vec{\mu}_j$ ўзаро антипараллелдир, яъни

$$\vec{\mu}_j = -g\mu_B \vec{j}, \quad (6.50)$$

бу ерда g — пропорционаллик коэффициентлари бўлиб, Ланде фактори деб аталади.

Тўла момент (6.45) га мос қўйилувчи йиғинди магнит momenti

$$\vec{\mu}_{\text{ийг.}} = -\mu_B \vec{l} - 2\mu_B \vec{s} \quad (6.51)$$

га тенг. Бу вектор муносабатни \vec{j} йўналишга проекциялаймиз. Бунинг учун аввал (6.51) нинг икки томонини \vec{j} га скаляр кўпайтириб, \vec{j} нинг узунлигига бўламиз. У ҳолда $\vec{\mu}_j$ нинг

$$\mu_j = \frac{\vec{\mu}_{\text{ийг.}} \cdot \vec{j}}{j} = -\mu_B \frac{\vec{l} \cdot \vec{j} + 2\vec{s} \cdot \vec{j}}{j}$$

га тенг қийматини аниқлаймиз. $\vec{\mu}_j$ векторнинг ўзи эса $\vec{\mu} = -\mu_B \frac{\vec{j}}{j} = -\mu_B \frac{\vec{l} \cdot \vec{j} + 2\vec{s} \cdot \vec{j}}{j^2} \cdot \vec{j} = -2g\mu_B \vec{j}$ га тенг. Охирги тенгликдан Ланде факторининг қуйидаги ифодаси

$$g = \frac{1}{j^2} (\vec{l} \cdot \vec{j} + 2\vec{s} \cdot \vec{j}) = \frac{1}{j^2} [l(l+s) + 2s(l+s)] = \frac{l^2 + 2s^2 + 3\vec{l} \cdot \vec{s}}{j^2}$$

ни ҳосил қиламиз. $(\vec{l} \cdot \vec{s})$ ни (6.49) дан аниқлаб, \vec{l}^2 , \vec{s}^2 , \vec{j}^2 лар учун квантлаш шартларидан фойдаланамиз. У ҳолда

$$2\vec{l} \cdot \vec{s} = \vec{j}^2 - \vec{l}^2 - \vec{s}^2 = \hbar^2 [j(j+1) - l(l+1) - s(s+1)].$$

$(\vec{l} \cdot \vec{s})$ нинг бу ифодасини g учун ёзилган формулага қўйиб \vec{l}^2 , \vec{s}^2 , \vec{j}^2 ларнинг квантлаш шартларига кўра

$$g = 1 + \frac{j(j+1) + s(s+1) - l(l+1)}{2j(j+1)} \quad (6.52)$$

га келамиз. (6.50) га кўра Ланде фактори Бор магнетони бирлигида тўла магнит ва механик момент учун гиромангнит нисбат вазифасини бажаради. Агар бирор атом учун $S = 0$ бўлса, $J = L$ ва (6.52) дан $g = 1$ келиб чиқади. Тўла орбитал ҳаракат миқдори momenti нолга тенг атом учун эса, яъни $L = 0$ ва $J = S$ га $g = 2$ га, тенг бўлади. Ҳақиқатан ҳам, (6.32) га мос спин учун гиромангнит нисбат орбитал момент учун гиромангнит нисбатга қараганда икки марта каттадир.

40- §. Орбитал ва спин моментларининг ўзаро таъсири. LS- ва jj- боғланишлар

Спин-орбитал ўзаро таъсир. Атом спектрини экспериментал ўрганиш натижасида спектр чизиқларининг дублет характерга эга эканлиги аниқланди. Айни вақтда бу ҳодиса атом электронининг спин ва орбитал ҳаракат миқдори momentлари ўртасидаги магнит ўзаро таъсир асосида тушунтирилади. Мисол тариқасида водород атомини кўрамиз, яъни атомдаги биттагина электрон протондан иборат ядро Кулон майдонида ҳаракатланаётган бўлсин. Спин-орбитал ўзаро таъсирнинг мавжудлигини икки хил йўл билан кўрсатиш мумкин. Биринчидан, ҳаракатланаётган электроннинг орбитал магнит momenti $\vec{\mu}_l$ ҳар қандай магнит momenti сингари қуйидаги электр диполь моментига эга

$$\vec{d} = \frac{1}{c^2} [\vec{v}, \vec{\mu}_l].$$

Бу диполь моментини ядронинг кучланганлиги $\vec{\mathcal{E}}$ га тенг Кулон майдони билан ўзаро таъсир энергияси

$$E_{ls} = -(\vec{d} \cdot \vec{\mathcal{E}}) = -\frac{1}{c^2} ([\vec{v}, \vec{\mu}_l] \cdot \vec{\mathcal{E}}) \quad (6.53)$$

га тенг. Бу ерда $\vec{\mathcal{E}}$ — электрон жойлашган нуқтада ядро Кулон майдони кучланганлиги. Демак, ядронинг Кулон майдони билан электрон орбитал магнит momenti $\vec{\mu}_l$ нинг ўзаро таъсир энергияси $l \neq 0$ ҳолларда нолдан фарқли бўлиши мумкин.

Спин-орбитал ўзаро таъсирнинг мавжудлигини қуйидаги содда классик модели ёрдамида ҳам тушунтириш мум-

кин. Ядро атрофида ҳаракатланаётган электрон билан боғлиқ саноқ системасига ўтайлик. У ҳолда электрон билан боғлиқ системада ядро электрон атрофида ҳаракатланади. У ўз ҳаракати натижасида электрон жойлашган нуқтада эффектив магнит майдон ҳосил қилади. Электроннинг спин магнит momenti $\vec{\mu}_s$ ҳар қандай магнит момент сингари бу «ташқи» эффектив магнит майдон билан ўзаро таъсирлашади. Ушбу ўзаро таъсир энергияси

$$E_{IS} = - (\vec{\mu}_s \vec{B}_{\text{эфф.}})$$

га тенг бўлади. Ташқи эффектив магнит майдонга нисбатан электроннинг спин магнит momenti, маълумки, фақат икки хил йўналишга эга бўлади. Шунинг учун ўзаро таъсир энергияси

$$E_{IS} = \pm \frac{e\hbar}{2m_e c} B_{\text{эфф.}} = \pm \mu_B B_{\text{эфф.}} \quad (6.54)$$

га тенг икки хил қиймат қабул қилади. Шундай қилиб, атомда муайян квант ҳолатда жойлашган электрон энергияси спин-орбитал ўзаро таъсир йўқ ҳолидаги энергиясидан спиннинг йўналишига қараб $\mu_B B_{\text{эфф.}}$ га ортиқ ёки кам бўлади. Бунинг натижасида ҳар бир квант ($l = 0$, S - ҳолатдан ташқари) ҳолатни иккита алоҳида ҳолатга, яъни спектр чизиғини иккитага ажралиш ҳодисаси юз беради. S -ҳолат ажралмайди, фақат силжийди холос.

LS - боғланиш. Атомнинг тўла ҳаракат миқдори momenti \vec{J} га бир неча электроннинг орбитал ва спин ҳаракат миқдори моментлари ҳисса қўшса, \vec{J} шу моментларнинг вектор йиғиндиси бўлиб қолаверади. Электронларнинг ўзаро таъсирда бўлишлиги сабабли, уларнинг орбитал ва спин моментларини қўшиш атом системасидаги мавжуд ўзаро таъсирлар характери билан аниқланувчи қоидаларга бўйсунди. Агар электронлар системасининг орбитал ва спин моментлари ўзаро таъсири ҳар бир электроннинг орбитал ва спин моментлари ўзаро таъсиридан кучли бўлса, электронлар системасида LS - боғланиш амалга ошади.

LS - боғланиш кўпинча Рассел-Саундерс ёки нормал боғланиш деб ҳам аталади. Эксперимент натижаларидан табиатда кўпчилик ҳолларда LS - боғланиш амалга оширилиши аниқланган. Шунинг учун ҳам атом тузилиши назариясида LS - боғланиш муҳим роль ўйнайди.

Энг оғир атомлардан ташқари ҳамма ҳолларда ўринли бўлган LS -боғланиш атомнинг ўзаро таъсирлашувдаги ҳар хил электронлар орбитал ҳаракат миқдори моментларини бир-бирлари билан қўшилиб атомнинг тўла орбитал ҳаракат миқдори momenti \vec{L} га, ҳар бир электроннинг спинлари эса атомнинг тўла спин momenti \vec{S} га бирлашиши йўли билан амалга оширилади. \vec{L} ва \vec{S} моментлар эса нисбатан кучсизроқ спин-орбитал ўзаро таъсир натижасида атомнинг тўла ҳаракат миқдори \vec{J} га бирлашади. LS -боғланишнинг схемасини қуйидагича тасвирлаш мумкин:

$$\left. \begin{aligned} \vec{L} &= \sum \vec{l}_i, \\ \vec{S} &= \sum \vec{s}_i, \\ \vec{J} &= \vec{L} + \vec{S}. \end{aligned} \right\} \quad (6.55)$$

$|\vec{L}|$, $|\vec{S}|$, $|\vec{J}|$, L_z , S_z , J_z лар одатдагидек квантланади ва уларга L , S , J , M_L , M_S ва M_J квант сонлари мос келади, яъни

$$\begin{aligned} |\vec{L}| &= \hbar \sqrt{L(L+1)}, \quad L_z = \hbar M_L, \\ M_L &= -L, -L+1, \dots, L, \end{aligned} \quad (6.56a)$$

$$\begin{aligned} |\vec{S}| &= \hbar \sqrt{S(S+1)}, \quad S_z = \hbar M_S, \\ M_S &= -S, -S+1, \dots, S, \end{aligned} \quad (6.56b)$$

$$\begin{aligned} |\vec{J}| &= \hbar \sqrt{J(J+1)}, \quad J_z = \hbar M_J, \\ M_J &= -J, -J+1, \dots, J. \end{aligned} \quad (6.56b)$$

Бу ерда L ва M_L — ҳар доим бутун ёки ноил нолга тенг, қолган квант сонлари эса ҳар доим ярим бутун (агар электронлар сони тоқ бўлса) ёки ҳар доим бутун ёки нолга тенг (агар электронлар сони жуфт бўлса). LS -боғланишнинг вужудга келиши айрим орбитал ҳаракат миқдори моментларини битта умумий \vec{L} моментга ва шунинг сингари айрим спин ҳаракат миқдори моментларини битта умумий спин \vec{S} моментга бирлашишга олиб келувчи электростатик кучларнинг нисбатан кучли таъсири остида юз беради. Орбитал ҳаракат миқдори моментлари ўртасидаги ўзаро таъсирни

қуйидагича тасаввур қилиш мумкин. Биз юқорида водород атоми мисолида ядро атрофида электрон зичлиги эҳтимоллиги $|\Psi|^2$ нинг водород атомининг ҳар хил ҳолатларида қандай ўзгаришини кўрган эдик (45-расмга қ.) Албатта, электрон зичлигининг мазкур тақсимоти бошқа атомларда янада мураккаб бўлади. Умуман, $|\Psi|^2$ тақсимот, $l = 0$ S -ҳолатдан ташқари ҳолларда сферик-симметрияга эга бўлмайди.

Зарядлар (электронлар) зичлигининг ассиметрик тақсимланиши сабабли атом электронлари орасидаги ўзаро электростатик таъсир электронлар ҳаракат миқдори моменти векторларининг нисбий йўналишига боғлиқ. Системанинг турғун ҳолатлари фақат баъзи қатъий нисбий йўналишлардагина мумкин бўлади. Электронларнинг бу турғун конфигурациялари (6.56а) га мувофиқ квантланувчи тўла орбитал ҳаракат миқдори моменти билан характерланади. Энг кичик энергияли конфигурация учун L нинг қиймати энг катта бўлади. Масалан, ядро атрофида битта Бор орбитасида иккита электрон ҳаракатланаётган бўлсин. Ўзаро электростатик итарилиш сабабли электронлар ядро атрофида бир йўналиш бўйича ҳаракатланишга интилади. U ҳолда электронларнинг тўла орбитал ҳаракат миқдори моменти $|\vec{L}|$ ортади. Аксинча, агар электронлар қарама-қарши йўналишда ҳаракатланганида, $|\vec{L}|$ камайган ва ўз ҳаракатида уларнинг тез-тез бир-бирига яқинлашишидан системанинг энергияси ортган бўлар эди.

Электрон спин моментларининг ўзаро таъсирини тасаввур қилиш мураккаброқ. Биз баъзи тушунчаларни баён этганимиздан сўнг кейинроқ бу масалага қайтамыз.

jj -боғланиш. Оғир атомларда ядро заряди шунчалик каттаки, \vec{l}_i ва \vec{s}_i лар ўртасида у вужудга келтирадиган спин-орбитал ўзаро таъсир электронлар ўртасидаги электростатик ўзаро таъсир билан тенглашади. Натижада LS -боғланиш бузилади (бу хил бузилиш кучли ташқи магнит майдонида ҳам юз беради). LS -боғланишнинг тўла бузилишида айрим электронларнинг тўла ҳаракат миқдори моменти \vec{j}_i тўғридан-тўғри қўшилади. Шу йўл билан атомнинг ҳаракат миқдори моменти ҳосил бўлади. Электрон ҳаракат миқдори моментларининг бу хил қўши-

лишига, яъни электронларнинг атомдаги ушбу боғланишига (jj) - боғланиш деб аталади. (jj) - боғланишни қуйидаги схема орқали тасвирлаш мумкин:

$$\vec{j}_i = \vec{l}_i + \vec{s}_i, \quad i = 1 \dots, N, \quad (6.57a)$$

$$\vec{J} = \sum_{i=1}^N \vec{j}_i. \quad (6.57b)$$

Боғланишларга мисол тариқасида $l = 0, 1$ ҳолатдаги иккита электроннинг ҳосил қилган конфигурациясини кўрамиз $l_1 = 0, l_2 = 1, s_1 = s_2 = \frac{1}{2}$ бўлсин. Рассел — Саундерс боғланишига кўра

$$|\vec{L}| = \hbar \sqrt{L(L+1)}, \quad L = l_1 + l_2, \dots, |l_1 - l_2|; \quad L = 1$$

$$|\vec{S}| = \hbar \sqrt{S(S+1)}, \quad S = s_1 + s_2, \dots, |s_1 - s_2|; \quad S = 1, 0$$

$$|\vec{J}| = \hbar \sqrt{J(J+1)}, \quad J = L + S, \dots, |L - S|;$$

$$J = 1 \text{ ва } J = 2, 1, 0,$$

яъни тўртта сатҳга эга бўламиз. Бу тўртта сатҳ $J_1 = 1$ ва $J_2 = 2, 1, 0$ сатҳлардан иборат иккита бош термин ташкил этади. Иккинчи J_2 терм учта бир-бирига жуда яқин сатҳлардан иборат. (jj) - боғланишга кўра эса, аввал

$$\vec{j}_i = \vec{l}_i + \vec{s}_i$$

$$|\vec{J}_1| = \hbar \sqrt{j_1(j_1+1)}; \quad j_1 = l_1 + s_1 \dots |l_1 - s_1|; \quad j_1 = \frac{1}{2},$$

$$|\vec{J}_2| = \hbar \sqrt{j_2(j_2+1)}; \quad j_2 = l_2 + s_2, \dots |l_2 - s_2|;$$

$$j_2 = 3/2 \text{ ва } 1/2.$$

\vec{l} ва \vec{s} ўртасидаги кучли ўзаро таъсир натижасида $j = \frac{3}{2}, \frac{1}{2}$

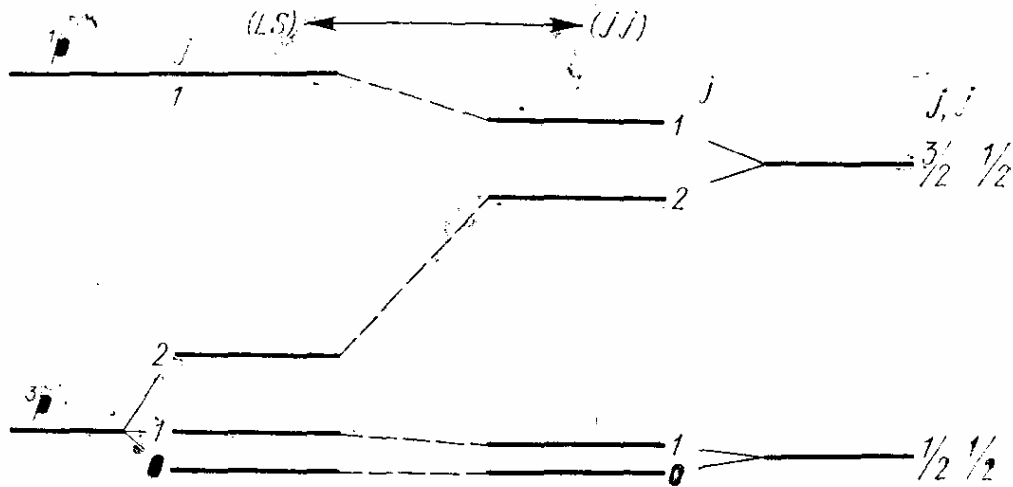
ҳолатлар бир-биридан катта фарқ қиладиган энергияга эга бўлади. \vec{j}_1 ва \vec{j}_2 ўртасидаги кучсиз боғланиш натижасида

$$\vec{J} = \sum \vec{j}_i, \text{ яъни}$$

$$|\vec{J}| = \hbar \sqrt{J(J+1)}; \quad J = j_1 + j_2, \dots, |j_1 - j_2|;$$

$$J = 2, 1 \text{ ва } 1, 0,$$

демак, яна тўрттагина сатҳ ҳосил бўлади. 57- расмда ушбу икки тип боғланишлар берадиган энергия сатҳлари тасвир-



57- расм. (LS) - ва (jj) - боғланишларнинг нисбий тасвири.

ланган. Шундай қилиб, бу икки тип боғланишда сатҳлар сони тенг экан. Ундан ташқари, системанинг тўла ҳаракат миқдори моменти \vec{J} нинг қийматлари ҳам бир хил. Икки тип боғланишда ҳосил бўлган \vec{J} нинг қийматлари ўртасидаги мослик 57- расмда пунктир чизиқ билан тасвирланган.

Атомларда одатда Рассел—Саундерс боғланиш тез-тез учрайди. (jj) - боғланиш эса жуда кам учрайди. Кўпинча икки ҳолдан иборат оралиқ боғланиш учрайди. Рассел—Саундерс боғланишдан (jj) - боғланишга ўтиш атом номери ортиши билан юз беради.

41- §. Водород ва водородсимон атомлар сатҳларининг нозик структураси

Атом спектр чизиқларининг нозик структураси спин-орбитал ўзаро таъсир натижасида вужудга келади. Нозик структурани ўрганиш учун спин-орбитал ўзаро таъсирни ҳисобга олган ҳолда энергетик сатҳлар характерини аниқлаймиз. Бу масалани, осонлик учун, водород атоми мисолида қараб чиқамиз. Сифат жиҳатдан, олиб бориладиган фикр-мулоҳазалар водороддан бошқа ҳар қандай атомлар учун ҳам ўринли бўлади.

Водород ва водородсимон атомлар энергетик сатҳларининг ёки термларининг (5.39) формуласи электрон спинини ҳисобга олмайдиган норелятивистик, яъни Шредингер тенг-

ламасини ечишда келтириб чиқарилган эди. Терм қийматлари асосан бош квант сони n га боғлиқ.

Агар атом тўлқин тенгламасида электроннинг релятивистик массасини ва спинини ҳисобга олсак, атомнинг олдинги термларига тузатма ΔE_{nj} киритиш керак бўлади, чунки электрон спини туфайли қўшимча квант сони вужудга келди; $j = l \pm \frac{1}{2}$. Релятивистик ва спин эффектларини ҳисобга оладиган тўлқин тенглама 1928 йилда Дирак томонидан таклиф қилинган. Водород ва водородсимон атомлар учун бу тенгламанинг ечими термларнинг қуйидаги формуласига олиб келади:

$$E_{nj} = E_n - \frac{Rh\alpha^2 Z^4}{n^3} \left(\frac{1}{j + \frac{1}{2}} - \frac{3}{4n} \right) = E + \Delta E_{nj}, \quad (6.58)$$

бу ерда α — нозик структура доимийси бўлиб,

$$\alpha = \frac{e^2}{\hbar c} \approx \frac{1}{137}, \quad (6.59)$$

Z — атом ядросининг заряд сони; E_n — атомнинг (5.39) орқали аниқланувчи энергетик сатҳи; ΔE_{nj} — сатҳларнинг нозик ажралишига сабабчи бўлган тузатма. (6.58) нинг иккинчи (тузатма) ҳадига нозик структура доимийсининг квадрати киради ва у сатҳларнинг спин-орбитал ўзаро таъсир сабабидан вужудга келадиган ажралишининг нозиклигини ифодалайди.

Биз юқорида кўрдикки, $l \neq 0$ да электрон маълум магнит моментга эга ва шунинг учун маълум магнит майдон $\vec{B}_{\text{эфф}}$ вужудга келтиради. Бу майдон йўналишида электроннинг спини иккита қиймат қабул қилиши мумкин, чунки $m_s = \pm \frac{1}{2}$. Шундай қилиб, $l \neq 0$ электрон учун $j_1 = l + \frac{1}{2}$; $j_2 = l - \frac{1}{2}$ характерловчи иккита ҳолат мумкин. j нинг берилган қийматида тўла m_j магнит квант сони j дан $-j$ гача ўзгариб $(2j + 1)$ та қиймат қабул қилади. Демак, берилган n, l, j учун айниш даражаси

$$g_j = 2j + 1 \quad (6.60)$$

га тенг. Ёки j ни l билан боғланишини ҳисобга олсак, берилган n ва l учун мумкин бўлган ҳолатлар сони, яъни айниш даражаси

$$\begin{aligned}
 g_l &= \sum_{j=l-\frac{1}{2}}^{l+\frac{1}{2}} (2j+1) = \\
 &= \frac{\left[2\left(l-\frac{1}{2}\right)+1\right] + \left[2\left(l+\frac{1}{2}\right)+1\right]}{2} (2s+1) = \\
 &= 2(2l+1) \quad (6.61)
 \end{aligned}$$

бўлади.

31-§ да сатҳларнинг айнаш даражасини ҳисоблаганимизда спин-орбитал ўзаро таъсирни ва у билан боғлиқ ажралишни ҳисобга олмаган эдик ва шунинг учун, айнаш даражаси (5.41) га биноан n^2 га тенг. Агар (5.41) да ҳар бир m_l учун иккита $m_s = \pm \frac{1}{2}$ ни ҳиссасини ҳисобга олсак,

$$g_n = \sum_{l=0}^{n-1} 2(2l+1) = 2n^2$$

айниш даражасига эга бўламиз.

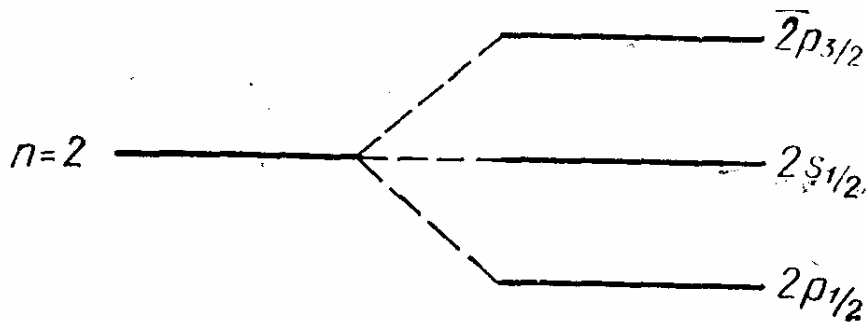
Спин-орбитал ўзаро таъсирда илгари мумкин бўлган $2n^2$ айнаш қисман йўқолади. Чунки энди ташқи майдон бўлмаганда ҳам спин-орбитал ўзаро таъсир сабабли тўла ҳаракат миқдори моменти j нинг сақланиши ўринли бўлади. Бунда сатҳларнинг фақат тўла ҳаракат миқдори моменти проекцияси бўйича айнашигина сақланади.

Мисол тариқасида водород атомининг муайян n билан характерланувчи сатҳларини кўрайлик. Агар $l = 0$ бўлса, $j = \frac{1}{2}$, яъни биргина қиймат қабул қилади. $l \geq 1$ да эса $j = l \pm \frac{1}{2}$, яъни берилган n ва l учун (6.58) га биноан энергияси ҳар хил иккита ҳолат мумкин. Ҳар бир $l \neq 0$ учун энергетик сатҳларни дублет ажралишига сабаб спин-орбитал ўзаро таъсирдир. 58-расмда водород атоми $n = 2$ сатҳининг спин-орбитал ажралиши тасвирланган. Берилган n учун $l = 0, \dots, n-1 = 0, 1$ га тенг. $l = 0$ сатҳ ажралмайди. $m_s = \pm \frac{1}{2}$ билан характерланувчи иккита

S - ҳолатлар бир хил энергияга эга, чунки $l = 0$ учун спин-орбитал ўзаро таъсир нолга тенг. Демак, бу сатҳ

учун айнаш сақланади. $l = 1$ бўлган сатҳ $j = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$ ва $j = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ билан фарқланувчи икки сатҳга ажраллади. Бу ҳолатлар расмда қуйидагича тасвирланган (орбитал ҳаракат миқдори моменти l бир хил, лекин энергияси ҳар хил сатҳларни j квант сонининг қийматини ҳисобга олиш билан бир-биридан фарқ қилиш мумкин). Расмда l сонининг $0, 1, 2, 3, \dots$ қийматлари, мос равишда, кичик латин ҳарфлари s, p, d, f орқали белгиланган. n сонининг қиймати эса ушбу ҳарфлар олдига ёзилган. j нинг қиймати шу ҳарфларнинг ўнг томонида индексга ёзилган. Кўрамизки, ҳар қандай берилган n учун дастлаб битта бўлган сатҳнинг l бўйича айнаши йўқолар ва ҳар бир $l \neq 0$ сатҳ яна 2 га ажралар экан. Берилган n учун l квант сони 0 дан $n - 1$ гача ўзгариши, яъни n та қиймат қабул қилиши бизга маълум. l нинг n та қийматларидан $n - 1$ таси яна иккитадан сатҳ ҳосил қилади. У ҳолда, берилган n да битта сатҳдан ажралган сатҳларнинг умумий сони $1 + 2(n - 1) = 2n - 1$ га тенг бўлади. Бошқача айтганда, дастлаб мавжуд $2n^2$ айнашдан спин-орбитал ўзаро таъсир сабабли $2n - 1$ таси йўқолади.

Аммо релятивистик ва спин-орбитал эффектларни ҳисобга олувчи (6.58) даги қўшимча тузатма энергия l дан фақат j орқали боғланган, яъни j квант сони бир хил, лекин l квант сони ҳар хил сатҳлар устма-уст тушади, масалан, расмдаги $2s_{1/2}$ ва $2p_{1/2}$. Бу шуни билдирадики, водородсимон атом учун энергияси берилган n да (6.58) га тенг ҳар бир сатҳ $j = l + s$ нинг $l = 0$ даги $1/2$ дан $l = n - 1$



58 - расм. Водород атоми сатҳининг спин-орбитал ажрალიши.

n	l	j	Символи Сатҳ	H	He^+
3	3	7/2	$4^2F_{7/2}$	0,0075 см ⁻¹	0,12 см ⁻¹
		5/2	$4^2F_{5/2}$		
4	2	5/2	$4^2D_{5/2}$	0,015 см ⁻¹	0,24 см ⁻¹
		3/2	$4^2D_{3/2}$		
	1	3/2	$4^2P_{3/2}$	0,046 см ⁻¹	0,73 см ⁻¹
		1/2	$4^2P_{1/2}$		
0	1/2	$4^2S_{1/2}$			
3	2	5/2	$3^2D_{5/2}$	0,036 см ⁻¹	0,57 см ⁻¹
		3/2	$3^2D_{3/2}$		
	1	3/2	$3^2P_{3/2}$	0,108 см ⁻¹	1,72 см ⁻¹
		1/2	$3^2P_{1/2}$		
0	1/2	$3^2S_{1/2}$			
2	1	3/2	$2^2P_{3/2}$	0,366 см ⁻¹	5,86 см ⁻¹
		1/2	$2^2P_{1/2}$		
	0	1/2	$2^2S_{1/2}$		
1	0	1/2	$1^2S_{1/2}$		

59- расм. Ҳолатларни j ёки l бўйича группалаш.

лари билан характерланувчи энергетик сатҳларнинг устма-уст тушиши энергия қийматига спин-орбитал ўзаро таъсир тузатмаси билан электрон массаси тезликка релятивистик боғлиқлигининг тузатмаси ўзаро қисқариши сабабли юз беради. Бу икки эффектнинг энергия қиймати E_n га киритган

$$\Delta E_{nj} = - \frac{RhZ^4 \alpha^2}{n^3} \left(\frac{1}{j+1/2} - \frac{3}{4n} \right). \quad (6.62)$$

га тенг тузатмаси ажралишнинг абсолют қийматини характерлайди. Нисбий ажралиш эса

$$\frac{|\Delta E_{nj}|}{|E_{nj}|} = \frac{\alpha^2 Z^2}{n} \quad (6.63)$$

га тенг.

Водород ва водородсимон атом спектрларини экспериментда кузатиш бу муносабатларнинг тўғрилигини кўрсатди, яъни n квант сонининг ортишида ажралишнинг абсолют қиймати $\frac{1}{n^3}$ га пропорционал равишда камаяди,

даги $n - 1/2$ гача ўзгарувчи қийматлари сонига тенг n та сатҳга ажралади. Бу ҳолни 59- расмдан яққол кўрсак бўлади. Расмда сатҳлар умум қабул қилинган белгилашларда берилган. Латин ҳарфларининг чап томонида юқорига $2s + 1$ қиймат ёзилган. Бизнинг ҳолда $2s + 1 = 2$.

Энергетик сатҳлар ажралишининг кутилмаган бу ҳоли фақат водород ва водородсимон атомларда мавжуд. Тўла ҳаракат миқдори моменти j нинг ва бош квант сони n нинг бир хил, орбитал ҳаракат миқдори l нинг эса ҳар хил қиймат-

атом ядроси заряд сони Z нинг ортиши билан эса Z^4 га пропорционал ортади. Нисбий ажралиш n нинг ортиши билан $1/n$ га пропорционал камаяди, Z нинг ортиши билан эса Z^2 га пропорционал ортади.

42- §. Магнитомеханик эффектлар

Механик ва магнит моментларга бағишланган бу бобни яқунлашдан аввал магнитомеханик ҳодисаларнинг баъзилари билан танишамиз. Атомнинг механик ва магнит моментлари ўзаро (6.50) муносабат билан боғланган. (6.50) муносабатга кўра, агар атом магнит моментининг фазодаги йўналиши ўзгарса, унинг механик моментининг ҳам ўзгариши юз беради. Агар атом магнит моментининг қиймати, бирор сабабга кўра ўзгарса, бу ҳол, мос равишда, механик momenti қийматининг ҳам ўзгаришига олиб келади. Шунингдек, механик моментнинг ўзгариши билан магнит моментнинг ўзгариши юз беради. Атом магнит ва механик моментларининг бу хил боғлиқлиги асосида юз берадиган ҳодисалар *магнитомеханик эффектлар* деб ном олган.

Магнитланувчи қаттиқ жисм берилган бўлсин. Агар биз жисмни магнитласак, у ҳолда жисм атомларининг магнит моментлари асосан магнитлантириш йўналиши бўйича жойлашади. Шу сабабли жисм атомлари ўз механик momenti йўналишини магнитлантириш йўналиши бўйича ўзгартиради. (6.50) муносабатни иккала томонини жисмнинг ҳамма атомлари бўйича йиғсак, жисм магнит momenti

$$\vec{p} = \sum_k \vec{\mu}_{jk} \quad (6.64)$$

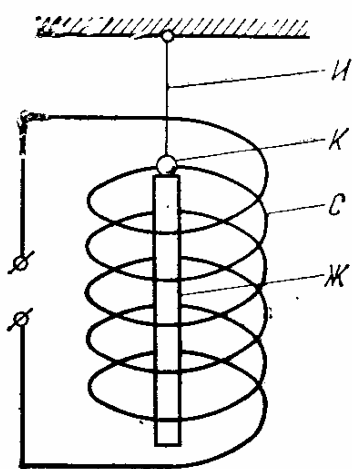
ва атомларнинг натижавий механик momenti

$$\vec{Q} = \sum_k \vec{J}_k \quad (6.65)$$

дан иборат макроскопик катталиклар ўртасидаги муносабат

$$\vec{p} = -g\vec{Q} \quad (6.66)$$

га келамиз. Жисмнинг магнитланиши ўзгартирилса, атомларнинг натижавий механик momenti ўзгаради. Агар жисмни яхлит ҳолда ёпиқ система деб қарасак, унинг ме-



60-расм. Эйнштейн — де Гааз тажрибасининг схемаси.

ханик momenti атомлар натижавий механик momenti билан жисмнинг яхлит тарздаги механик momentининг йиғиндисидан иборат бўлади. Ёпиқ системанинг тўла механик momentининг сақланиш қонунига асосан атомлар натижавий механик momenti ўзгариши жисмнинг яхлит тарздаги механик momentининг ҳам тескари қийматга ўзгаришини вужудга келтиради. Демак, жисмнинг магнитланиши ўзгарса, жисм яхлит ҳолда маълум ҳаракат миқдори momenti $Q_{ж}$ га эга бўлади.

Эйнштейн ва де-Гааз тажрибаси.

Магнит ва механик моментлар ўртасидаги юқорида айtilган боғланиш

биринчи марта Эйнштейн ва де-Гааз тажрибасида кузатилган. 60-расмда тажрибанинг принципиал схемаси берилган. Токли соленоид C ичида ингичка кварц I ипга цилиндр шаклидаги магнитланувчи қаттиқ жисм $Ж$ осилган. Жисмга K кўзгу бириктирилган. Соленоид ғалтаги орқали ток ўтказилса, жисм магнитланади ва бурилади. Ғалтакдаги ток йўналишини ўзгартирсак, жисм тескари томонга бурилади. Жисмнинг бурилишлари кўзгудан қайтган ёруғлик шуъласи ёрдамида кузатилиши мумкин.

Жисмга ташқи куч қўйилмаганлиги сабабли унинг тўла ҳаракат миқдори momenti сақланиши керак, яъни

$$\vec{Q} + \vec{Q}_{ж} = \text{const}$$

(бошланғич ҳолатда жисм ҳаракатсиз деб олинса, const нолга тенг бўлади). У ҳолда (6.66) муносабатдан жисм атомлари натижавий магнит momentининг кичик ўзгариши $\delta \vec{p}$ билан боғлиқ (яхлит ҳолдаги) жисм ҳаракат миқдори momentининг кичик ўзгариши учун қуйидаги ифодани ёзишимиз мумкин:

$$\delta \vec{Q}_{ж} = -\frac{1}{g} \delta \vec{p}.$$

Жисмнинг δp магнитланиши натижасида у δQ ҳаракат миқдори momentига эга бўлади ва ўз ўқи атрофида бури-

лади. Бу эса кварц ипни буралишига олиб келади. Кварц ипнинг механик эластиклик параметрларини ва жисмнинг бурилиш бурчагини билган ҳолда q коэффициентни аниқлаш мумкин. У эса гироманит нисбатни беради.

Эйнштейн ва де-Гааз тажрибаларида магнитланувчи жисм сифатида парамагнит ва ферромагнит моддалар ишлатилган. Кузатилувчи эффект парамагнитлар учун жуда кичик бўлиб чиқди ва шунинг учун резонанс ҳодисаси қўлланилди: ғалтакдаги токнинг ўзгариш частотасини жисмнинг ўз ўқи атрофида айланиш частотасига тенг қилиб танланди. Натижада жисмнинг бурилиш амплитудаси сезиларли даражада ошди. Ферромагнит моддадан тайёрланган жисмнинг бурилиши бусиз ҳам ғетарли даражада катта бўлади.

Эйнштейн ва де-Гааз тажрибалари магнитомеханик эффектнинг мавжудлигини тасдиқлади. Тажрибада аниқланган гироманит нисбатнинг қиймати кутилгандан кўра икки марта катта бўлиб чиқди. Ўз вақтида бу натижа тушунарсиз эди, чунки электроннинг орбита бўйлаб ҳаракати тасаввурига биноан гироманит нисбат (6.26) даги қийматга тенг бўлиши керак эди. Тажрибада эса магнит ва механик моментларининг (6.32) бўйича аниқланган нисбатига тенг қиймат олинди, яъни спин гироманит нисбат қиймати келиб чиқди. Кейинчалик электроннинг спини кашф қилингандан сўнг, тажрибада аниқланган гироманит нисбатнинг қийматига биноан, ферромагнит моддаларнинг магнит хоссаси электроннинг спини билан боғлиқ деб тушунтириш мумкин бўлди.

Барнет эффекти. Эйнштейн ва де-Гааз эффектига тескари магнитомеханик эффектга *Барнет эффекти* деб аталади. Фараз қилайлик, расмда кўрсатилган жисм ташқи таъсир остида бурила бошласин. Атомдаги электронларнинг айланма ҳаракати туфайли жисмнинг ҳар бир атоми кичик гироскоп сифатида қараш мумкин. Бу кичик гироскоплар ўз айланиш ўқини, яъни ҳаракат миқдори моментини ва у билан боғлиқ магнит моментини сақлашга интилади. Жисмнинг яхлит ҳолда айланишида моментларнинг йўналиши сақланиши учун атомнинг (ёки электрон орбитасининг) прецессион ҳаракати ҳосил бўлади. Атомларнинг бу ҳаракати (51- расмга қ.) жисмнинг магнитланиши билан эквивалентдир. Демак, жисмнинг айланишида у маг-

нитланиши мумкин. Магнитланиш йўналиши айланиш ўқи билан мос бўлади. Магнитланиш қиймати эса айланишнинг бурчак тезлигига пропорционал бўлади. Атомлар прецессион ҳаракатининг бурчак тезлиги атомлар прецессиясининг Лармор частотасига тенг, яъни

$$\omega_L = \frac{eB}{2m_e c} = \gamma B. \quad (6.67)$$

У ҳолда жисмнинг ω бурчак тезлик билан айланиши уни B магнит майдонга жойлашиши билан эквивалентдир:

$$B = \omega/\gamma.$$

Эксперимент натижалари Барнет эффектани ҳам миқдор, ҳам сифат жиҳатдан тасдиқлади. Ферромагнит моддалардан ясалган жисмда ўтказилган тажрибадан аниқланган гиромагнит нисбат магнит ва механик моментларнинг (6.32) дан аниқланган нисбатига тенг бўлиб чиқди. Бу эса модда ферромагнитизми табиатини спин характерга эга эканлигини яна бир марта тасдиқлайди.

VII БОБ

МУРАККАБ АТОМЛАР

43-§. Атом спектр чизиқларининг табиати

Шу пайтгача бир спектр чизиқларининг вужудга келиш табиатини квант нуқтаи назардан тушунтирмадик. Н. Бор водород атоми назариясини яратишда атом ҳолатининг бир энергетик сатҳ E_m дан нисбатан паст иккинчи энергетик сатҳ E_n га ўтишидаги чиқарадиган нурланиш частотасини $\nu = (E_m - E_n)/h$ га тенг деб фараз қилишга мажбур бўлган эди. Ҳозир биз квант механикасида бу муносабатни табиий равишда ҳосил бўлишини кўрсатамиз.

Асосий ҳолатдаги атомда электронлар энг паст энергетик сатҳларни эгаллаган бўлади. Атомнинг уйғотилган ҳолатида эса битта ёки бир неча электрон нисбатан юқори энергетик сатҳларда бўлади ва шунинг учун паст сатҳлар шунча электронларга тўлдирилмаган бўлади. Электронларнинг паст сатҳларига қайтиб ўтиши нурланиш чиқариш билан юз беради. Демак, электроннинг ядрогача бўлган «ўртача масофаси» ўзгармаса, атом энергия кванти нурламайди. Энергия квантининг чиқарилиши учун атом ядроси атрофидаги электрон маълум осцилляцион ҳаракат қилиши, яъни юқори энергетик сатҳдан пастки сатҳга ўтиши керак. Электроннинг ядрогача бўлган ўртача масофаси ўзгаришининг бир ўлчовли квант масаласини кўрайлик. Осцилляцион ҳаракатни x ўқи бўйича юз беради деб фараз қиламиз.

Ҳолати n квант сони билан характерланувчи E_n энергетик сатҳдаги электроннинг вақтга боғлиқ тўлқин функцияси (4.18) га биноан, вақтга боғлиқ бўлмаган $\psi(x)$ функциянинг вақт бўйича $\nu_n = E_n/h$ частота билан ўзгарувчи $\varphi(t)$ функцияга кўпайтмаси тарзида ифодаланади, яъни

$$\Psi_n(x, t) = \psi_n(x) e^{-\frac{i}{\hbar} E_n t}.$$

Мазкур электроннинг ядрогача бўлган ўртача масофаси учун (4.37) га биноан

$$\begin{aligned} \bar{x}_n &= \int_{-\infty}^{+\infty} \Psi_n^* x \Psi_n dx = \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \psi_n^*(x) x \psi_n(x) dx \cdot e^{+\frac{i}{\hbar} E_n t - \frac{i}{\hbar} E_n t} = \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \psi_n^* x \psi_n dx \end{aligned} \quad (7.1)$$

ифода ҳосил бўлади.

Демак, стационар ҳолатдаги атомда электроннинг ядрогача бўлган ўртача масофаси вақт бўйича ўзгармас экан. Стационар ҳолатдаги бу электрон нурланиш чиқаришда қатнашмайди. Шундай қилиб, квант механикасига биноан маълум стационар квант ҳолатдаги атом нурланиш чиқармайди.

Энди атомда электроннинг бир энергетик сатҳдан иккинчи энергетик сатҳга ўтиш масаласини кўрайлик. Албатта, бу жараёни қўйидагича тасаввур қилишимиз керак. Дастлаб, бошланғич вақтда, асосий ҳолатдаги атомга бирор ташқи таъсир кўрсатилади, яъни атомни уйғотилган ҳолатга ўтказамиз, сўнгра эса у E_m энергияга эга уйғотилган ҳолатдан асосий n ҳолатга нурланиш чиқариш йўли билан ўтади. Умуман, атом уйғотилган m ҳолатида бирор вақт давомида мавжуд бўлиши (яшаши) мумкин. Фараз қилайлик, электрон фақат шу иккита ҳолатдагина мавжуд бўла олсин. У ҳолда электроннинг бу икки ҳолатда бўлишини тасвирлайдиган тўлқин функцияси n ва m ҳолатларнинг

$$\Psi = a_n \psi_n + a_m \psi_m \quad (7.2)$$

кўринишдаги суперпозициясидан иборат бўлади. Бу ерда $|a_n|^2$, $|a_m|^2$ — мос равишда электроннинг n ва m ҳолатда мавжуд бўлиш эҳтимолини ифодалайди. Электроннинг атомда умуман мавжудлигининг эҳтимоли бирга тенг, албатта, яъни $\int |\Psi|^2 dx = 1$. Бошланғич вақтда электрон фақат n ҳолатда бўлиши учун (7.2) да $a_n = 1$ ва $a_m = 0$; $\int |\Psi|^2 dx = |a_n|^2 \int |\psi_n|^2 dx = 1$ дан эса $\int |\psi_n|^2 dx = 1$ келиб чиқади. Атом уйғотилган ҳолатда мавжуд бўлган вақтда

эса (7.2) да $a_n = 0$ ва $a_m = 1$; $\int |\Psi|^2 dx = |a_m|^2 \int |\psi_m|^2 dx = 1$ дан $\int |\psi_m|^2 dx = 1$ келиб чиқади. Вақтнинг шу икки моментлари орасида эса $\int |\psi|^2 dx = 1$ дан

$$|a_n|^2 + |a_m|^2 = 1 \quad (7.3)$$

ифодага келамиз.

Электрон шу икки энергетик сатҳларнинг бирида мавжуд бўлганида нурланиш юз бермайди, лекин электроннинг юқори энергетик сатҳдан пастки сатҳга ўтишида нурланиш рўй беради. Нурланиш жараёнида электроннинг ядрогача бўлган ўртача масофасини ҳисоблаймиз:

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \int_{-\infty}^{+\infty} (a_n^* \psi_n^* + a_m^* \psi_m^*) x (a_n \psi_n + a_m \psi_m) dx = \\ &= \bar{x}_n |a_n|^2 + \bar{x}_m |a_m|^2 + \bar{x}_{mn}. \end{aligned} \quad (7.4)$$

Бу ерда биз n ва m ҳолатларнинг ўртача масофасини (7.1) га мос равишда, \bar{x}_n ва \bar{x}_m орқали белгиладик. \bar{x}_{mn} орқали эса электроннинг ўтиш жараёни учун ўртача масофани белгиладик:

$$\begin{aligned} \bar{x}_{mn} &= a_m^* a_n \int_{-\infty}^{+\infty} x \psi_m^* \psi_n e^{+\frac{i}{\hbar} (E_m - E_n)t} dx + \\ &+ a_n^* a_m \int_{-\infty}^{+\infty} x \psi_n^* \psi_m e^{+\frac{i}{\hbar} (E_n - E_m)t} dx \end{aligned} \quad (7.5)$$

Боғланган чекли системанинг икки ҳолати (сатҳ) га оид квант механикаси масаласидан

$$\psi_n^* \psi_m = \psi_m^* \psi_n \text{ ва } a_n^* a_m = a_m^* a_n$$

муносабатларни ҳосил қилиш мумкин. Шунинг учун (7.5) ифодада вақтга боғлиқ экспонента функцияларни бирлаштириш мумкин, яъни

$$\bar{x}_{mn} = a_n^* a_m \int_{-\infty}^{+\infty} x \psi_n^* \psi_m [e^{+\frac{i}{\hbar} (E_m - E_n)t} + e^{-\frac{i}{\hbar} (E_m - E_n)t}] dx.$$

Ўрта қавс ичидаги экспоненталарни синус ва косинуслар орқали

$$e^{\pm iy} = \cos y \pm i \sin y$$

ифодаси билан алмаштириб ва интеграл ташқарисига ёзсак, \bar{x}_{mn} учун қуйидаги содда ифодага келамиз:

$$\bar{x}_{mn} = 2a_n^* a_m \cos [(E_m - E_n) t / \hbar] \int_{-\infty}^{\infty} x \psi_n^* \psi_m dx. \quad (7.6)$$

Шундай қилиб, \bar{x}_{mn} учун вақтга қуйидагича боғлиқ

$$\cos [(E_m - E_n) t / \hbar] = \cos [2\pi (E_m - E_n) t / \hbar] = \cos (2\pi \nu t)$$

ифодани ҳосил қиламиз. \bar{x}_{mn} нинг бу каби вақтга боғлиқлигидан электроннинг нурланиш жараёнидаги ядрогача бўлган ўртача масофасининг

$$\nu = (E_m - E_n) / h \quad (7.7)$$

га тенг частота билан характерланувчи

$$\cos (2\pi \nu t)$$

осцилляцион қонун билан ўзгариши келиб чиқади. Электроннинг ядрогача бўлган ўртача масофасини унинг тўла ифодаси (7.4) ва (7.6) дан қуйидагича аниқлаймиз:

$$\begin{aligned} \bar{x} = & |a_n|^2 \int_{-\infty}^{\infty} x \psi_n^* \psi_n dx + |a_m|^2 \int_{-\infty}^{\infty} x \psi_m^* \psi_m dx + \\ & + 2a_n^* a_m \cos 2\pi \nu t \int_{-\infty}^{\infty} x \psi_n^* \psi_m dx. \end{aligned}$$

Электрон n ёки m стационар ҳолатда бўлганида охириги ҳад ва $|a_m|^2$ ёки $|a_n|^2$ (ҳолатга мос равишда) катталиқ нолга тенг бўлади. Атомнинг нурланиш жараёнида эса электрон бу икки ҳолат билан ифодаланувчи осцилляцион ҳаракат қилади, натижада унинг ядрогача бўлган ўртача масофаси (7.7) частота билан ўзгаради. Бу частота тажрибада аниқланади ва нурланиш частотаси деб аталади. Шундай қилиб, нурланиш частотаси (7.7) квант механикасида табиий равишда келиб чиқади.

44-§. Дипол нурланиш

Классик электродинамикага асосан x ўқи бўйича осцилляцион ҳаракатнинг

$$P = \pm ex = \pm P_0 \cos \omega t \quad (7.8a)$$

га тенг диполь моментини вужудга келтирувчи $\pm e$ заряд A амплитудали чизиқли гармоник

$$x = A \cos \omega t$$

тебранишда бўлса фазонинг ҳамма томонларига чиқарилаётган нурланиш (чунки заряднинг ҳар қандай тезланишли ҳаракатида у нурланиш йўли билан энергия йўқотади) энергиясининг қуввати $P_0^2 = (eA)^2$ га пропорционал бўлади:

$$W = \frac{16\pi^4}{3c^3} v^4 |P_0|^2 \quad (7.8)$$

Бу ерда $v = \omega/2\pi$. Шу нарсани эслатиш зарурки, диполь деганда ўзаро маълум масофада жойлашган икки қарама-қарши зарядларнинг, яъни яхлит ҳолда нейтрал система (масалан, атом) нинг осцилляцияцион ҳолати тушунилади.

Нурланиш энергиясининг (7.8) қувватига тўғри келадиган фотонлар сони фотонларнинг квант тушунчасига асосан

$$\frac{W}{h\nu} = \frac{16\pi^4}{3hc^3} v^3 |P_0|^2 \quad (7.9)$$

га тенг.

Ядро ва электрондан иборат квант системани диполь сифатида қарасак, системанинг (7.6) осцилляцияцион ҳаракати атомнинг энг муҳим диполь нурланишига олиб келади. (7.6) ни қуйидаги кўринишда ёзайлик:

$$\bar{x}_{mn} = 2a_n^* a_m \int_{-\infty}^{\infty} x \psi_n^* \psi_m dx \cdot \cos 2\pi \nu t = A \cos \omega t \quad (7.10)$$

Бу ерда A — шартли равишда осцилляцияцион ҳаракат амплитудасини билдиради ва

$$A = 2a_n^* a_m \int_{-\infty}^{\infty} x \psi_n^* \psi_m dx = 2a_n^* a_m P'_{nm} \quad (7.11)$$

каби аниқланади. (7.8) га назар ташласак,

$$P_0^2 = e^2 A^2 = 4e^2 (a_n^* a_m)^* (a_n^* a_m) |P'_{nm}|^2 = 4 |P_{nm}|^2, \quad (7.12)$$

чунки $|a_n|^2 = |a_m|^2 = 1$. У ҳолда квант механикасига асосан (7.9) ифода қуйидаги кўринишда ёзилади:

$$\frac{W_{nm}}{h\nu_{nm}} = \frac{64\pi^4}{3c^3h} \nu_{nm}^3 |P_{nm}|^2, \quad (7.13)$$

бу ерда W_{nm} — атом системасидан (тўғрироғи водороддан) бирлик вақт ичида нурланаётган энергия.

$$P_{nm} = e \int_{-\infty}^{\infty} \psi_n^* \psi_m dx \quad (7.14)$$

системанинг E_m энергетик сатҳдан E_n энергетик сатҳга диполь ўтиш моменти.

Маълумки, бирлик вақтда ёпиқ системадан нурланаётган ν_{nm} частотали фотонларнинг тўла сони системанинг E_m энергетик сатҳдан E_n га ўтиш эҳтимоли N_{nm} билан аниқланади, яъни

$$N_{nm} = \frac{W_{nm}}{h\nu_{nm}} = \frac{64\pi^4}{3hc^3} \nu_{nm}^3 |P_{nm}|^2. \quad (7.15)$$

Ҳосил бўлган формула системанинг оддий энергетик сатҳлари орасидаги ўтишлар учун ўринли. Худди шу йўл билан системанинг айниган сатҳлари орасидаги ўтишларни ҳам тасвирлаш мумкин.

45-§. Танлаш қоидаси

Юқорида кўрдикки, системанинг икки ҳолати ўртасидаги ўтишлар $\int_{-\infty}^{\infty} \psi_n^* \psi_m dx$ — интеграл қиймати билан характерланар экан. Бу интегралнинг чекли қийматларига мос келувчи квант ўтишларни тақиқланмаган ўтишлар деб атаймиз. Ҳолат функциялари ψ_i нинг чеклиликл хоссасига кўра интеграл чекли ёки нолга тенг бўлиши керак. Интеграл нолга айланувчи ўтишларни *тақиқланган ўтишлар* деб атаймиз.

Спин характеристикаларни ҳисобга олмасак, системанинг бошланғич ва охири ҳолатлари учта квант сони: n, l, m_l билан аниқланади. Электромагнит нурланиш вужудга келиши учун атом ҳолатининг нурланишгача n', l', m'_l ва нурланишдан кейинги n, l, m_l квант характеристикалари *танлаш қоидалари* деб аталувчи қоидаларга бўйсунушлари керак. Квант механикасида танлаш қоидалари табиий равишда вужудга келади. Танлаш қоидаси система учун квант ўтишларининг тақиқланиш ёки тақиқ-

ланмаслигини ифодалайди. Мисол тариқасида водород атоми масаласини кўрамиз. Водород атоми учун тўлқин функция бизга маълум. У ҳолда атомнинг диполь ўтишини характерловчи (7.14) каби интеграл

$$\int \psi_{n l m_l}^* u \psi_{n' l' m_l'} dV \neq 0 \quad (7.16)$$

ни $u = x$, $u = y$, $u = z$ бўлган ҳолларда квант сонларининг камида биттаси фарқ қиладиган ҳар хил жуфт ҳолатлар учун ҳисоблаш мумкин. Агар биз (7.16) интеграллашни бажарсак, у нолдан фарқли бўлиши учун

$$\left. \begin{aligned} \Delta l &= 0, \pm 1 \quad (l_{\text{бошл.}} \neq 0 \text{ ва } l_{\text{охир.}} \neq 0, \\ \Delta l &= \pm 1 \quad (l_{\text{бошл.}} = 0 \text{ ва } l_{\text{охир.}} = 0), \\ \Delta m_l &= 0, \pm 1 \end{aligned} \right\} \quad (7.17)$$

шартларга келамиз. Бош квант сонининг ўзгариши ихтиёрий кўринишда бўлиши мумкин. (7.17) шартлар тақиқланмаган квант ўтишлар учун танлаш қоидалари деб аталади.

Магнит квант сони m_l учун (7.17) шарт осон келтириб чиқарилиши мумкин. Бунинг учун (7.16) ни водород атоми учун бажариш керак. Ҳажм элементи dV ни сферик координаталарда аниқлаймиз. x , y , z ўзгарувчиларнинг сферик координаталар орқали ёзилган ифодаси

$$x = r \sin \vartheta \cos \varphi, \quad y = r \sin \vartheta \sin \varphi, \quad z = r \cos \vartheta$$

дан ҳажм элементи учун

$$dV = dx dy dz = r^2 \sin \vartheta dr d\vartheta d\varphi$$

га келамиз. У ҳолда $u = x$ учун (7.16) дан

$$\begin{aligned} \bar{u}_x &= \int x \psi_{n l m_l}^* \psi_{n' l' m_l'} dV = \int_0^\infty dr \int_0^\pi d\vartheta \int_0^{2\pi} d\varphi r \sin \vartheta \cos \varphi, \\ &\quad \psi_{n l m_l}^* \psi_{n' l' m_l'} r^2 \cdot \sin \vartheta. \end{aligned}$$

Водород атоми тўлқин функциясини (4.111), (4.112), (4.113) каби нормаланган учта функция кўпайтмаси (4.104) кўринишида ифодаласак бўлади:

$$\psi_{n, e, m_l}(r, \vartheta, \varphi) = R_{n l}(r) \theta_{l m_l}(\vartheta) \Phi_{m_l}(\varphi).$$

У ҳолда юқоридаги интеграл

$$\overline{u_x} = \int_0^\infty r^3 R_{n,l}^*(r) R_{n,l'}(r) dr \int_0^\pi \sin^2 \vartheta \theta_{lm_l}^*(\vartheta) \theta_{l'm_l'}(\vartheta) d\vartheta \int_0^{2\pi} \Phi_{m_l}^* \Phi_{m_l}^3 \cos \varphi d\varphi$$

кўринишга келади. Φ функциянинг (4.124) ифодасини учинчи интегралга қўямиз:

$$\begin{aligned} \int_0^{2\pi} \Phi_{m_l}^* \Phi_{m_l'} \cos \varphi d\varphi &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{-i(m_l - m_l')\varphi} \cos \varphi d\varphi = \\ &= \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \left\{ e^{-i(m_l - m_l' - 1)\varphi} + e^{-i(m_l - m_l' + 1)\varphi} \right\} d\varphi. \end{aligned}$$

Бу ерда m_l, m_l' квант сонлари, мос равишда, $0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l$ ва $0, \pm 1, \dots, \pm l'$ га тенг бўлганлиги сабабли $(m_l - m_l' - 1)$ ва $(m_l - m_l' + 1)$ сонлар ноль ёки $\pm 1, \pm 2, \pm 3 \dots$ қийматларга тенг бўлади.

Охирги интеграл остидаги экспоненталар кўрсаткичи нолдан фарқли бутун сонларга каррали бўлса, интеграл натижаси нолга тенг бўлади. (7.16) шартга кўра нурланиш юз бериши учун экспоненталар кўрсаткичи

$$m_l - m_l' + 1 = 0 \text{ ёки } m_l - m_l' - 1 = 0$$

шартни қаноатлантириши керак. Бу тенгламаларни қуйидагича умумлаштириш мумкин:

$$\Delta m_l = m_l - m_l' = \pm 1. \quad (7.18)$$

Келтириб чиқарилган танлаш қондаси $u = y$ да ҳам ўринли. Буни исботлаш учун юқорида ўтказилган ҳисоблашларни $u = y$ ҳолида қайтариш лозим, холос. $u = z$ ҳоли учун эса

$$u_z = \int_{-\infty}^{\infty} z \psi_{n,l,m_l}^* \psi_{n',l',m_l'} dV = \int_0^\infty r^3 R_{nl}^* R_{n'l'} dr \times$$

$$\times \int_0^{\pi} \sin \vartheta \cos \vartheta \theta_{l m_l}^* \theta_{l' m'_l} d\vartheta \int_0^{2\pi} \Phi_{m_l}^* \Phi_{m'_l} d\varphi.$$

Охирги интеграл

$$\int_0^{2\pi} \Phi_{m_l}^* \Phi_{m'_l} d\varphi = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{-i(m_l - m'_l)\varphi} d\varphi$$

га тенг. Унинг қиймати $\Delta m_l = m_l - m'_l = 0$ дан бошқа ҳолларда нолга тенг. Шу сабабли водород атоми нурланишининг магнит квант сони учун танлаш қондаси умумий ҳолда

$$\Delta m_l = 0, \pm 1 \quad (7.19)$$

шартдан иборат бўлади.

Шу йўсинда орбитал квант сони учун ҳам танлаш қондаси келтириб чиқарилади. (7.17) танлаш қондалари водородсимон атомлар учун ҳам ўринли.

Атом системаси учун нурланиш жараёнининг юз беришини тасвирловчи танлаш қондаси аслида атомнинг спин характеристикаларини ҳам ҳисобга олган бўлиши керак эди.

Танлаш қондаларида системанинг спин характеристикаларини ҳам ҳисобга олиш масаласини норелятивистик квант механикасида ечиб бўлмайди. Чунки атом системаси ва ундан нурланаётган фотонни биргаликда қараш керак. Бу масала анча мураккаб бўлганлиги учун қуйидаги умумий мулоҳазалар билан чегараланамиз.

Оптика курсидан маълумки, ёруғлик тўлқинларини қутбланган ҳолатга келтириш мумкин. Ёруғлик тўлқини фақат икки хил кўндаланг қутбланиши мумкин. Ўзаро икки перпендикуляр йўналишда чизиқли қутбланиш асосий қутбланиш хили ҳисобланади. Ёруғликнинг ҳар қандай бошқача қутбланишларини чизиқли қутбланишлардан ташкил қилиш мумкин. Масалан, ёруғликнинг доиравий қутбланишини бир-биридан $\pi/2$ фазага силжитилган тенг амплитудали тебранишлар ташкил қилади. Биз учун қутбланиш текислигининг айланувчи ҳоли қизиқарли. Бу хил қутбланган ёруғлик тўлқинининг электр майдон кучланганлиги вектори \vec{E} (шунингдек, магнит майдон кучланганлиги вектори \vec{H}) тўлқин ҳаракат йўналишига кўндаланг

доира бўйлаб айланади. Натижада электромагнит нурланишнинг ҳаракат миқдори моменти вектори тўлқиннинг ҳаракати бўйича йўналади. Квант механикаси тили билан айтганда фотон проекцияси ҳаракат йўналишига икки хил қиймат қабул қилувчи спинга эга. Кузатишларга кўра фотоннинг спини бирга тенг ва ҳаракат йўналишига проекцияси ± 1 га тенг иккита қиймат қабул қилади. Бунинг сабаби ёруғлик тўлқинининг кўндаланглигидир.

Энди фотон чиқарган атомнинг тўла ҳаракат миқдори моментининг қанчага ўзгаришини кўрайлик. Бу жараёнда атом моментининг ўзгариши фотон олиб кетаётган момент миқдорига, яъни бирга тенг. Фотоннинг орбитал ҳаракат миқдори моментини тахминан нолга тенг деб ҳисоблаш мумкин. Бошланғич ҳолатда атомнинг ҳаракат миқдори моменти нолга тенг бўлса, ҳаракат миқдори моментининг сақланиш қонунига асосан атомнинг охириги-ҳолатдаги моменти бирга тенг бўлади.

Нурланиш жараёнининг охириги ҳолатида тўла ҳаракат миқдори моменти $J_{\text{охир}} = 0$ га тенг бўлиши бошланғич ҳолатида моменти бирга тенг атом учун мумкин. Шундай қилиб, бошланғич ёки охириги ҳолат ҳаракат миқдори моментининг нолга тенг ҳолларида квант ўтишнинг вужудга келиши учун тўла ҳаракат миқдори моменти нурланиш жараёнида бир бирликка ўзгариши керак, яъни

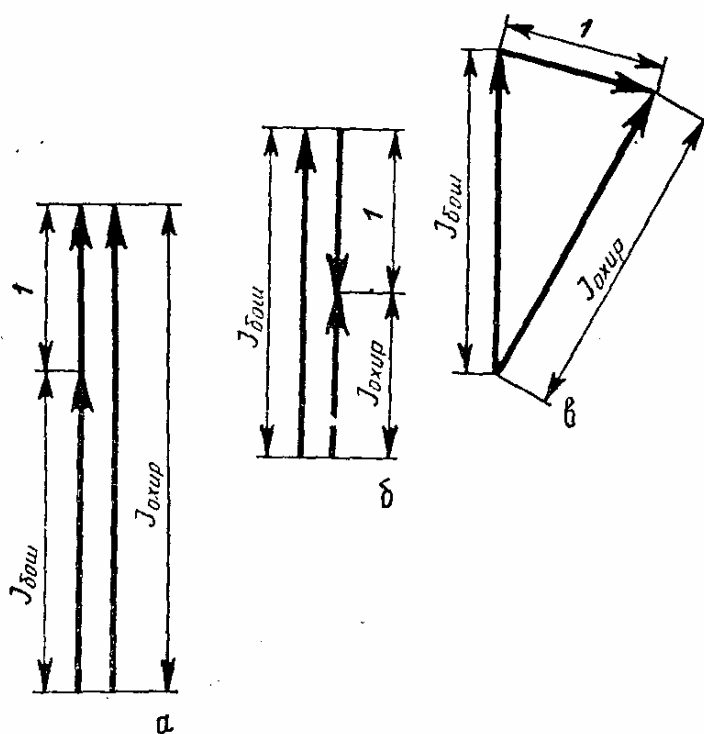
$$\Delta J = \pm 1 \text{ (агар } J_{\text{бош.}} = 0 \text{ ёки } J_{\text{охир.}} = 0 \text{ бўлса)} \quad (7.20)$$

Ушбу танлаш қоидасига кўра $J_{\text{бош}} = 0$ ҳолатдан $J_{\text{охир}} = 0$ ҳолатга $0 = 0$ ўтиш тақиқланади. Умумий ҳолда, агар бошланғич ва охириги ҳолатлар моменти нолдан фарқли бўлса, \vec{J} векторга бирлик векторни — фотоннинг спинини вектор қўшиш қоидаси тасвирланган 61-расмга кўра қуйидаги танлаш қоидаси ҳосил бўлади:

$$\Delta J = 0, \pm 1 \text{ (агар } J_{\text{бош.}} \neq 0 \text{ ва } J_{\text{охир.}} \neq 0 \text{)}. \quad (7.21)$$

Агар тўла ҳаракат миқдори моменти бўйсунадиган охириги (7.20) ва (7.21) танлаш қоидасини орбитал ҳаракат миқдори моменти бўйсунадиган (7.17) танлаш қоидаси билан солиштирсак, фотон чиқарилиш жараёнида (нурланишда) спин векторининг ўзгармаслигини, яъни

$$\Delta S = 0$$



61- расм. Ҳолат моментининг нурланиш фотони спинига ўзгариши.

ни ҳосил қиламиз. Ҳақиқатан ҳам, атом электронининг бир энергетик сатҳдан нисбатан паст энергетик сатҳга ўтишида системанинг атом спини ўзгармайди.

Юқорида келтириб чиқарилган танлаш қоидалари фотон хусусиятлари билан боғлиқ ва электромагнит, тўғрироғи, диполь ўтишлари учун характерлидир.

46-§. Термнинг мультиплетлиги

Оптикавий электроннинг спин магнит momenti билан унинг орбитал ҳаракати вужудга келтирган магнит майдоннинг ўзаро таъсири атом термларининг дублет тузилишини вужудга келтиради. Дублет тузилиш электрон спинининг орбитал моментига нисбатан мумкин бўлган йўналишлари сонини иккига тенглигидан келиб чиқади. Умумий ҳолда, атом оптик (валент) электронлари сони бирдан ортиқ бўлиши мумкин. Моментларнинг нормал боғланиши ҳолида электронларнинг спини қўшилиб атомнинг тўла спинини (\vec{S}), орбитал моментлари эса тўла ор-

битал моментни (\vec{L}) ҳосил қилади. Шундай қилиб, атомнинг тўла спин магнит momenti билан тўла орбитал ҳаракатнинг ўзаро таъсири вужудга келади. Термни ажратувчи ушбу спин-орбитал ўзаро таъсир спин ва орбитал моментнинг ўзаро йўналишлари сони — *мультиплетликка* боғлиқ.

Нормал боғланиш ҳолида иккита электрон моментлари қуйидагича ёзилади:

$$\vec{l}_1 + \vec{l}_2 = \vec{L}, \quad \vec{s}_1 + \vec{s}_2 = \vec{S}, \quad \vec{S} + \vec{L} = \vec{J}.$$

Спин қиймати $1/2$ га тенг бўлганлиги сабабли $S = 0, 1$ га тенг. $S = 0$ ўзаро қарама-қарши йўналган антипараллел спинларнинг қўшилишидан, $S = 1$ эса параллел спинларнинг қўшилишидан ҳосил бўлади.

Атом орбитал momenti вектори \vec{L} га нисбатан спин вектори \vec{S} нинг мумкин бўлган йўналишлари сони

$$J = L + S, L + S - 1, \dots, |L - S|$$

га тенг бўлган

$$2S + 1$$

катталиқ *термнинг мультиплетлиги* деб аталади. Шунини таъкидлаймизки, J ҳар хил қийматларга эга: $L \geq S$ да $2S + 1$ га, $L \leq S$ да $2L + 1$ га тенг. Термнинг мультиплетлиги эса фақат $2S + 1$ қиймат билан характерланади. Албатта, $L \leq S$ да терм ажралишининг компонентлари ($2S + 1$) дан кам бўлади.

Шундай қилиб, икки валент электронли атом учун термларнинг икки тўплами:

$$\text{синглет: } S = 0, J = L,$$

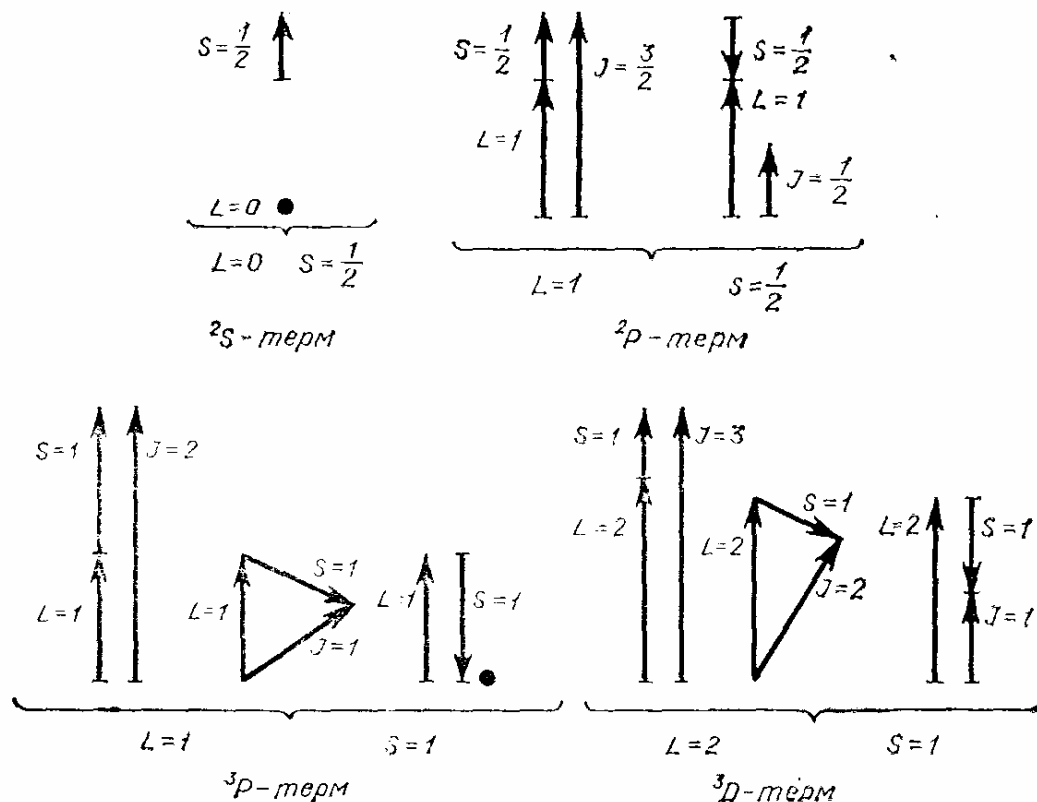
$$\text{триплет: } S = 1, J = L + 1, L, L - 1$$

га эга бўламиз. Тўла орбитал моментнинг ҳар хил қийматлари билан характерланувчи ҳолатлар терми латин алфавитининг бош ҳарфлари орқали қуйидагича тартибда белгиланади.

$$L = 0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots$$

$$S, P, D, F, G, H, \dots$$

Терм белгиларининг ўнг томонида пастда ички квант сони J кўрсатилади. Масалан, 3S_1 , ${}^2P_{1/2}$, ${}^4D_{7/2}$ термларнинг тўла орбитал momenti, мос равишда, $L = 0, 1, 2$ га, тўла



62- расм. Спин вектори \vec{S} нинг орбитал момент вектори \vec{L} га нисбатан мумкин бўлган йўналишларининг сони ушбу терм мультиплетлигига тенг.

спини $S = 1, 1/2, 3/2$ га, J эса $J = 1, 1/2, 7/2$ га тенглигини кўрсатади. 62-расмда термлар мультиплетлигини ҳосил бўлиши тасвирланган.

47- §. Паули принципи

Кўп электронли атомнинг асосий ҳолатида электронларнинг орбиталар бўйича жойланиши билан боғлиқ атом тузилиши масаласини тўла қараб чиқиш учун атом физикасининг фундаментал тушунчаларидан бири Паули принципи билан танишамиз. Маълумки, атомда электронлар n, l, j, m_j квант сонлари тўплами билан характерланувчи ҳар хил ҳолатларда бўлиши мумкин. Биз юқорида танишган оддий квант тасаввуримиз нуқтаи назаридан электронлар атомнинг асосий ҳолатида мумкин қадар энг

кам энергияга эга, яъни энг чуқур сатҳда жойлашган бўлиши керак. Аммо, тажрибанинг кўрсатишича, атом ядро заряди осони Z нинг ошиши билан электронлар атомда кетма-кет юқори энергетик сатҳларни тўлдиради. Атомлар сатҳининг электронлар билан кетма-кет тўлдирилишини Паулининг муҳим қонуни тасвирлайди. 1925 йилда Вольфганг Паули кашф қилган принципга биноан, атомнинг ҳар қандай стационар квант ҳолатида фақат биттагина электрон жойлашиши мумкин. Демак, уйғотилмаган атомда электронлар энг паст сатҳдан бошлаб, ҳар бир квант ҳолатда биттадан бўлган ҳолда атом сатҳларини тўлдиради. Ҳар томонлама текширишлар Паули принципининг тўғрилигини кўрсатди. Паули принципи умумий қоида бўлиб фақат битта атом электронлари учунгина эмас, бутун олам электронлари учун ҳам ўринлидир. Умуман Паули принципи ярим бутун спинли айнан бир хил зарралардан иборат ҳар қандай система учун ўринлидир. Шуни ёдда тутиш керакки, системани ташкил қилган бир хил зарралар (масалан, олам электронлари) энергияси ва фазода жойлашган ўрни билан ҳам фарқ қилиши мумкин.

Паули принципининг математик маъносини кўрайлик. Соддалик учун бирор майдонда ҳаракатланаётган 2 та бир хил зарралардан (масалан, электрондан) ташкил топган система берилган деяйлик. Биринчи зарранинг координаталарини 1 индекси билан, иккинчисининг координаталарини 2 индекси билан белгилаймиз. Биринчи зарра a ҳолатда, иккинчи b ҳолатда жойлашган бўлсин. Улар ўртасидаги ўзаро таъсир кучини ҳисобга олмасак, биринчи зарранинг квант ҳолати $\psi_a(\vec{r}_1)$ тўлқин функция билан, иккинчи зарранинг ҳолати эса $\psi_b(\vec{r}_2)$ тўлқин функция билан тавсифланади. Таърифга кўра $|\psi_a(r_1)|^2$ электронни (x_1, y_1, z_1) нуқта атрофида қайд қилиш эҳтимоллиги $|\psi_b(r_2)|^2$ эса (x_2, y_2, z_2) нуқта атрофида қайд қилиш эҳтимоллига пропорционал бўлади.

Мазкур системада зарралар тақсимоти масаласини кўрайлик. Агар бу икки зарра Паули принципига бўйсунмаганларида эди, уларнинг ўзаро таъсири нолга тенг ҳолдаги ҳаракати ўзаро боғлиқмас (эркин) бўлар эди. Эҳтимоллик назариясига биноан ўзаро эркин икки тайин ҳодисанинг юз бериш эҳтимоллиги ҳар бир ҳодисанинг юз бериш

эҳтимолликларининг кўпайтмасига тенг. Шунинг учун, агар бу икки зарра Паули принципига бўйсунмаса, системанинг тўлқин функциясини

$$\Psi^{(1,2)} = \Psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \psi_a(\vec{r}_1) \cdot \psi_b(\vec{r}_2) \quad (7.22)$$

кўринишда ёзиш мумкин. (7.22) квант механика тасаввурларига зиддир. Зарраларнинг ўзаро айнанлиги туфайли уларни бир-бирдан ажратиб бўлмайди. (7.22) га кўра қайси зарра биринчи, қайси зарра иккинчи эканлиги аниқ белгиланган. Агар зарралар айнан бўлса, система учун эҳтимоллик зичлиги зарралар ўрни алмашилиши билан ўзгармаслиги керак, яъни

$$|\Psi(1, 2)|^2 = |\Psi(2, 1)|^2. \quad (7.23)$$

Демак, зарраларнинг айнанлигини ҳисобга оладиган $\Psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2)$ тўлқин функция (7.23) ни қаноатлантирувчи қуйидаги

$$|\Psi_S(2, 1)|^2 = + |\Psi_S(1, 2)|. \quad (7.24)$$

$$\Psi_A(2, 1) = - \Psi_A(1, 2), \quad (7.25)$$

хоссага эга бўлиши керак. Маълумки, тўлқин функция тажрибада ўлчанувчи катталиқ эмас. Шунинг учун зарралар ўрни алмашганда ишорасини ўзгартириши мумкин. Зарралар ўрни алмашилиши таъсир этмайдиган тўлқин функцияни симметрик, ўрин алмаштиришда ишорасини ўзгартирадиган функцияни антисимметрик тўлқин функциялар деб атаймиз. Иккинчи томондан, зарраларнинг айнанлиги туфайли вақтнинг исталган momentiда системанинг ҳолатини $\Psi(1, 2)$ ва $\Psi(2, 1)$ функциялардан қайси бири тавсифлаши номаълум. Вақтнинг бирор momentiда системанинг $\Psi(1, 2) = \psi_a(\vec{r}_1) \cdot \psi_b(\vec{r}_2)$ орқали тавсифланиш эҳтимоллиги вақтнинг шу momentiда $\Psi(2, 1) = \psi_a(\vec{r}_2) \psi_b(\vec{r}_1)$ орқали тавсифланиш эҳтимоллиги билан тенг. Бошқача айтганда, системанинг ҳолат тўлқин функцияси $\Psi(1, 2)$ ва $\Psi(2, 1)$ функцияларнинг чизиқли комбинацияси (ҳолатлар суперпозицияси) дан иборат. Иккинчи томондан билламитки, бир системанинг ҳамма ҳолатлари вақтнинг ҳар қандай momentiда муайян бир симметрияга эга бўлган тўлқин функция билан тавсифланиши керак. Демак, системанинг ҳолатларини тавсифловчи $\Psi(1, 2)$ ва $\Psi(2, 1)$ нинг

чизиқли комбинациясидан тузилган тўлқин функция (7.24) ёки (7.25) хусусиятга эга бўлиши керак, яъни

$$\Psi_S = [\psi_a(\vec{r}_1)\psi_b(\vec{r}_2) + \psi_a(\vec{r}_2)\psi_b(\vec{r}_1)]/V\sqrt{2} \quad (7.26)$$

$$\Psi_A = [\psi_a(\vec{r}_1)\psi_b(\vec{r}_2) - \psi_a(\vec{r}_2)\psi_b(\vec{r}_1)]/V\sqrt{2} \quad (7.27)$$

Бу ерда $1/V\sqrt{2}$ — Ψ_S ва Ψ_A функцияларни нормалаш коэффициенти. (7.26) ва (7.27) ифодаларнинг ҳар бири икки ҳаддан иборат бўлиб, биринчи ҳад a ҳолатда, биринчи зарранинг b ҳолатда иккинчи зарранинг мавжудлик ҳолини, иккинчи ҳад эса, аксинча, a ҳолатда иккитаси зарранинг b ҳолатда биринчи зарранинг мавжудлик ҳолини тавсифлайди. a ва b ҳолатларнинг аралашиб кетганлиги сабабли энди қайси ҳолатда қайси электроннинг мавжудлигини аниқлаб бўлмайди.

Ψ_S ва Ψ_A функцияларнинг (7.24) ва (7.25) хусусиятига эътибор берайлик. Агар системани ташкил этган зарраларнинг айнанлигини эсласак ва улар эгаллаши мумкин бўлган a ва b ҳолатларни айнан тенг деб фараз қилсак, Ψ_A айнан нолга айланади. Ψ_S учун эса айтарли ўзгариш юз бермайди. Демак, ҳолатлари антисимметрик тўлқин функция Ψ_A билан тавсифланувчи системанинг ташкил этган бир хил зарралари (масалан, электронлар) айнан бир хил ҳолатларда бўла олмас экан. Аксинча, симметрик функция тавсифловчи зарралар эса айнан бир хил ҳолатларда бўлиши мумкин.

Тажриба кўрсатадики, электрон ва бошқа ҳамма ярим бутун спинли зарралар ҳолати антисимметрик тўлқин функция билан тавсифланади. Шунинг учун улар системанинг ҳар бир ҳолатида биттадан жойлаша олади. Улар Паули принципига бўйсунди ва фермионлар деб аталади. Бутун спинга эга ҳамма зарралар (масалан, фотон) симметрик тўлқин функция билан тавсифланади. Бутун спинли зарралар бозонлар деб аталади.

Паули ўз принципига атом спектрини ўрганиш билан келган эди. Атом спектрига қараб атом ҳолатларини ва ҳолатларнинг квант сонларини аниқлаш мумкин. Водород атоми спектридан ташқари ҳамма атомлар спектрида тушиб қолган чизиқлар бор. Бу чизиқларга албатта маълум квант сонлари тўплами тўғри келади. Масалан, гелий атоми спектрида асосий ҳолатга электронларнинг натижавий

спини бирга тенг ҳоллардан ўтиш чизиқлари йўқ. Айни вақтда асосий ҳолатга икки электрон спиннинг қарама-қарши йўналишига тўғри келадиган натижавий спиннинг ноль қиймати характерловчи ҳолатлардан ўтиш мавжуд. Бу ҳолни қуйидагича тушунтириш мумкин.

Квант механикасида зарралар системасининг тўлқин функциясини спинни ҳисобга олган ҳолда қуйидаги

$$\Phi(\vec{r}_1, \vec{r}_2, s_1, s_2) = \chi(s_1, s_2) \cdot \Psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2) \quad (7.28)$$

кўринишда ёзиш мумкин. Бу ерда χ — фақат зарранинг спинига боғлиқ бўлган спин тўлқин функциясидир. Энди гелий атоми учун икки электроннинг ўрнини алмаштиришга нисбатан антисимметрик тўлқин функциясини (7.27) ифода сингари (7.28) дан ҳосил қилайлик. Унда координата тўлқин функциясининг симметрик ҳоли учун спин тўлқин функциясининг антисимметрик, яъни иккала электроннинг спинлари антипараллел бўлиб қўшилган ҳоли ва аксинча координата тўлқин функциясининг антисимметрик ҳоли учун эса спин тўлқин функциясининг симметрик, яъни спинларнинг параллел бўлиб қўшилганида тўла спин бирга тенг ҳоли тўғри келади. Демак, икки электроннинг тўла спини бирга тенг бўлган ҳолат учун Шредингер тенг-ламасининг ечими, яъни координата тўлқин функцияси антисимметрик экан. Бу ҳолат учун квант сонлари тўплами $n = 1, l = 0, m_l = 0, m_s = 1/2$ га тенг. Шредингер тенг-ламасининг симметрик ечими тавсифловчи ҳолат учун квант сонлари тўплами $n = 1, l = 0, m_l = 0, m_s = 0$ ва битта электрон учун эса $m_s = 1/2$, иккинчиси учун эса $m_s = -1/2$ га тенг.

Шредингер тенг-ламасининг симметрик ечимига мос келадиган энергетик сатҳ E_s ни характерловчи квант сонлари $n = 1, j = l + s = 0$ га тенг, антисимметрик ечимига мос энергетик сатҳ E_A ни эса $n = 1, j = l + s = 1$ характерлайди, ва шунинг учун ҳам, гелий атоми электронлари энергиясининг мумкин бўлган қийматлари E_s ва E_A тўла спинга боғлиқ ҳолда бир-биридан фарқ қилади. Бу ҳолга олиб келадиган ўзаро таъсир алмашинувчи ўзаро таъсир деб аталади.

48- §. Ишқорий металллар атомининг энергетик сатҳлари ва спектри

Энергетик сатҳлар. Биз юқорида атомлар ичида энг соддаси бўлган водород атомига оид квант механикаси масаласини деярли ҳамма томондан қараб чиқдик ва водород атоми масаласининг нисбатан содда эканлигига ишонч ҳосил қилдик. Менделеев даврий системасининг бошқа атомлари учун айти масала мураккаб ва уни ечиш учун тақрибий ҳисоблаш методлари кенг қўлланилади. Бироқ ишқорий металл атомлари учун кўпгина муҳим натижаларга етарлича осон эришиш мумкин.

Менделеев даврий системасида ишқорий металллар инерт газлардан: литий гелийдан, натрий неондан, калий аргондан ва ҳоказо сўнг туради ва уларнинг ташқи электрон қобиғида фақат битта электрон бор. Ишқорий металл атомининг электронлари сони инерт газлар атомига қараганда худди шу ташқи электронга кўп. Маълумки, инерт газлар атоми барқарорлиги билан характерланади, уларни ионлаштириш учун нисбатан юқори энергия керак. Аксинча, ишқорий металллар атоми енгил ионлаштирилади.

Агар ишқорий металл атоми ҳаммаси бўлиб Z электронга эга десак, улардан $Z - 1$ таси барқарор инерт газлар атоми тузилишини ҳосил қилади ва охириги электрон $Z - 1$ та электрон ва атом ядроси билан жуда кучсиз боғланган бўлади. Шундай қилиб, ишқорий металл атоми электронларининг биринчи $Z - 1$ таси билан атом ядроси биргаликда $+e$ зарядга эга атом қолдиғи ҳосил бўлади ва охириги электрон шу қолдиқ вужудга келтирган эффектив Кулон майдонида ҳаракат қилади. Демак, шу тасвирда ишқорий металл атомларини водородсимон деб ҳисоблаш мумкин. Аммо мазкур ҳолда, қолдиқ заряднинг Кулон майдони марказий кучни вужудга келтирмайди. Шунинг учун ташқи электрон ҳаракатланаётган эффектив майдонни

$$V = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r} + \frac{C_1}{r^2} + \frac{C_2}{r^3} + \dots \right) \quad (7.29)$$

кўринишда ифодалаш мумкин. Бу ерда қавс ичидаги C_1/r^2 , C_2/r^3 ва ҳоказо ҳадлар ишқорий металл атоми майдонининг водород ва водородсимон атомлар майдонидан фарқини кўрсатади. Одатда, ҳисоблашларда $\frac{C_1 e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2}$ ҳад би-

лан чегараланилади. У ҳолда ишқорий металл атоми учун ҳисоблашлар водород атоми ҳолига ўхшаш бўлади. Ишқорий металл атоми учун Шредингер тенгламаси

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dR}{dr} \right) + \frac{2m_e}{\hbar^2} \left[E + \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} + \frac{e^2 C_1}{4\pi\epsilon_0 r^2} - \frac{\hbar^2}{2m_e} \left(\frac{l(l+1)}{r^2} \right) \right] R = 0$$

кўринишда ёзилади. Ўрта қавс ичидаги охириги икки ҳадни

$$l(l+1) - C_1 \frac{2m_e e^2}{\hbar^2 4\pi\epsilon_0} = l'(l'+1) \quad (7.30)$$

кўринишда белгиласак, марказий майдондаги ҳаракатни характерловчи l га боғлиқ ҳамма катталикларда l ни l' билан алмаштириш кифоя.

$$l' = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{(2l+1)^2 - C_1 \frac{2m_e e^2}{\pi\epsilon_0 \hbar^2}} = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2}(2l+1) \times \\ \times \sqrt{1 - C_1 \frac{2m_e e^2}{(2l+1)^2 \pi\epsilon_0 \hbar^2}}$$

Ҳақиқатан ҳам, агар $C_1 = 0$ бўлса, $l' = l$ келиб чиқади. C_1 қатнашган ҳад марказий майдоннинг ўзгаришидаги тузатмани ҳисобга олади. Агар бу ҳадни кичик деб фараз қилсак,

$$\sqrt{1 - C_1 \frac{2m_e e^2}{(2l+1)^2 \pi\epsilon_0 \hbar^2}} \approx 1 - C_1 \frac{m_e e^2}{(2l+1)^2 \pi\epsilon_0 \hbar^2} \quad (7.31)$$

га тақрибан тенг. У ҳолда l' учун

$$l' = l - C_1 \frac{m_e e^2}{\left(l + \frac{1}{2}\right) 4\pi\epsilon_0 \hbar^2} = l - \frac{C_1}{(l + 1/2) a_1}$$

ифодага келамиз. Бу ерда a_1 — биринчи Бор орбитасининг радиуси. Водород атоми учун бош квант сони $n = n_r + l + 1$ эканлигини эсласак, ишқорий металл атоми энергетик сатҳини характерловчи бош квант сони

$$n_n = l' + n_r + 1 = n_r + l + 1 - \frac{C_1}{(l + 1/2) a_1} = n + j(l) \quad (7.33)$$

га тенг бўлади; энергия сатҳи учун эса

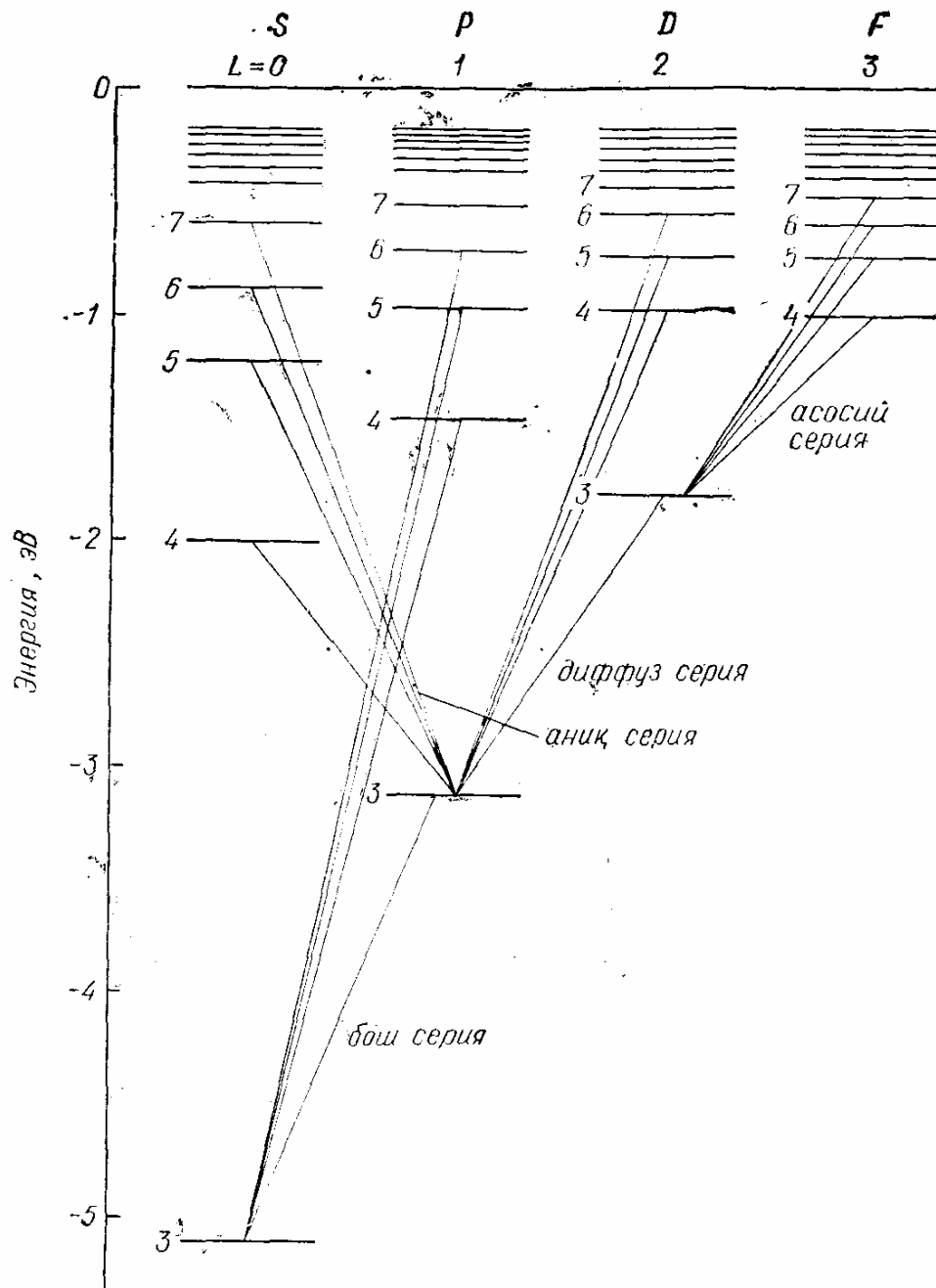
$$E_{n,l} = -\frac{m_e e^4}{32\pi^2 \epsilon_0^2 \hbar^2} \cdot \frac{1}{n_n^2} = -\frac{m_e e^4}{32\pi^2 \epsilon_0^2 \hbar^2} \frac{1}{[n + j(l)]^2} \quad (7.34)$$

формулага келамиз. (7.34) дан ишқорий металл атомининг энергияси орбитал квант сонига боғлиқ эканлиги кўришиб турибди. Энергиянинг орбитал квант сонига боғлиқлиги ишқорий металл атоми энергетик сатҳларининг водород атоми энергетик сатҳларидан тубдан фарқ қилишини кўрсатади. Энди берилган бош квант сони учун ҳар хил орбитал квант сонларига тўғри келадиган энергетик сатҳлар устма-уст тушмайди. Мисол тариқасида натрий атоми энергетик сатҳлари схемасини кўрайлик (63-расм). Энергиянинг энг паст сатҳи $3S$ ($n = 3, l = 0$) ҳолатга тўғри келади, чунки $n = 1$ ва $n = 2$ ҳолатлар водородсимон атом негизини ҳосил қилган ўнта электрон билан тўлдирилган. Энергия жиҳатдан $3S$ га энг яқин ҳолат $n = 3, l = 1$, яъни $3P$ ҳолат эканлиги расмдан ҳам кўришиб турибди. Расмдан яна шу нарса кўришиб турибдики, агар ишқорий атом энергетик сатҳлари схемаси $l = 0$ ҳолида водород атоми сатҳларига энг яқин бўлса, орбитал квант сони l нинг катталашиши билан сатҳлар схемаси кескин ўзгаради.

Ишқорий металл атомлари спектри. Ишқорий металл атоми спектрларининг тузилиши водород атоми спектрининг тузилишига ўхшашдир, чунки биринчи $Z - 1$ электронлар ва ядродан иборат ишқорий металл атом қолдиғи учун тўла ҳаракат миқдори моменти нолга тенг ва ишқорий металл атомининг ҳаракат миқдори моменти ташқи валент электронининг тўла моменти билан характерланади. Атом уйғотилганда ва нурланиш чиқарганида атом қолдиғи электронлари ўз энергетик ҳолатларини ўзгартирмайди. Атом оптикавий (валент) электронининг бир энергетик сатҳдан иккинчисига ўтганидагина нурланиш рўй беради. 63-расмда бу ўтишлар схемаси ҳам тасвирланган. Расмда ҳар қандай сатҳлардан ҳам ўтишлар юз беравермаслиги кўришиб турибди. Фақат ушбу ҳол учун ўринли бўлган танлаш қоидасига бўйсунувчи ўтишларгина мумкин,

$$\Delta n = 0, 1, 2, \dots; \Delta l = \pm 1, \quad (7.35)$$

яъни бош квант сони ихтиёрий қийматга ўзгариши мумкин, лекин орбитал квант сони эса фақат бир birlikка ўзгариши лозим. Бошқача айтганда, l бўйича қўшни сатҳлардан ўтишларгина мумкин, масалан, S - ва



63-расм. Натрий атоми сатҳларининг схемаси ва чиқариш спектрларининг сериялари. Натрий атомининг асосий ҳолати.

P - ҳолатлар, P - ва D - ва ҳоказо ҳолатлар ўртасидагина ўтишлар тақиқланмаган.

Резонанс чизиқлар. Ишқорий металл атомларининг берилган ансамблида Больцман тақсимотига кўра сон жиҳатдан энг кўп атомлар энг паст энергетик ҳолатда

бўлади. Масалан, натрий атоми учун $3S$ ҳолатдаги битта оптикавий электрон энг паст энергетик ҳолатдадир. Энг яқин уйғотилган ҳолат $3P$ ҳолатдир. Больцман тақсимотига биноан худди шу ҳолатда энг кўп уйғотилган атомлар бўлади. Шунинг учун $3P$ ҳолатдан $3s$ ҳолатга ўтиш ҳисобига ҳосил бўладиган нурланиш чизиқлари энг юқори интенсивликка эга. Бу чизиқни одатда *резонанс чизиқ* деб атайдилар. Умуман, асосий ҳолат билан биринчи уйғотилган ҳолат ўртасидаги ўтишлар ҳисобига ҳосил бўладиган нурланиш чизиқлари интенсив бўлади ва *резонанс чизиқлар* деб аталади.

Бош серия. Ишқорий металл атомида юз берадиган ўтишларда бош квант сонининг ҳар қандай қийматга ўзгариши туфайли, масалан, натрий атомида $3S$ - ҳолатга ҳар қандай P ҳолатлардан (P ҳолатдан, чунки $\Delta l = \pm 1$) ўтишлар мумкин. Бу ўтишлар натижасида ҳосил бўладиган нурланиш чизиқлари сериясига *бош серия* деб аталади. Бу серия частотасини шартли равишда ҳар қандай ишқорий атом учун ўринли ҳолда қуйидагича

$$\begin{aligned} \text{бош серия } \nu &= ns - mp \quad (n = 2, 3, \dots; \\ & m = n, n + 1, \dots) \end{aligned} \quad (7.36)$$

ифодалаш мумкин. Бош серия чизиқларига резонанс чизиқ ҳам киради, яъни $n = m$ ҳол чизиғи. Ишқорий атом спектрида бош сериядан ташқари бошқа сериялар ҳам мавжуд. Шулардан муҳимлари қуйидаги сериялардир:

$$\begin{aligned} \text{аниқ серия } \nu &= np - ms \quad (n = 2, 3, \dots; m = n + 1, \dots, \\ \text{диффуз серия } \nu &= np - md \quad (n = 2, 3, \dots; \\ & m = n, n + 1, \dots) \end{aligned} \quad (7.37)$$

$$\begin{aligned} \text{Бергман серияси } \nu &= nd - mf \quad (n = 2, 3, \dots; \\ & m = n + 1, \dots). \end{aligned}$$

Бош серия чизиқлари уй температураси шароитида ёруғлик чиқарилишида ҳам, ютилишида ҳам кузатилади. Бошқа сериялар чизиқлари фақат ёруғлик чиқарилишида кузатилади.

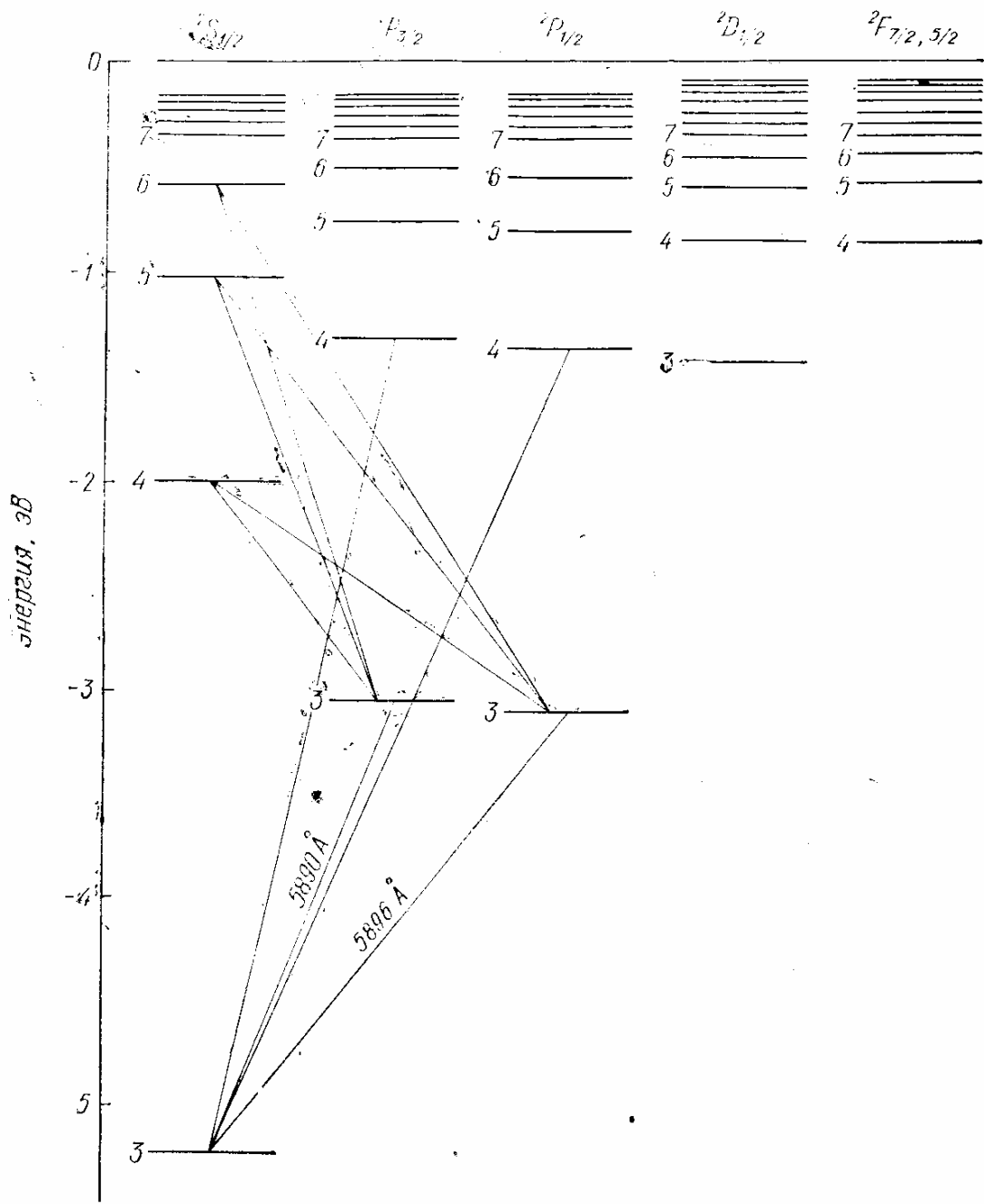
Сатҳларнинг нозик структураси. Водород атоми ҳолидаги сингари ишқорий металл атомларида ҳам электрон-

нинг спини мавжудлиги сабабли, энергия сатҳларининг ва спектр чизиқларининг нозик структурасига эга бўламиз. Равшанки, орбитал момент \vec{l} билан спин \vec{s} қўшилиб, тўла момент $\vec{j} = \vec{l} + \vec{s}$ ни ҳосил қилади. Демак, ишқорий металл атомлари учун ҳам водород атоми сингари, ички квант сони, яъни тўла моментнинг квант сони $j = l \pm \frac{1}{2}$ га тенг қийматлар қабул қилади. Шу сабабдан, атомнинг $l > 0$ ҳолатига тўғри келадиган ҳар бир энергетик сатҳлар иккитадан сатҳларга ажралади, яъни дублет ажралишлар ва дублет термлар вужудга келади. Ишқорий металлларда айниқса спиннинг таъсири сезиларли бўлади, чунки берилган n учун ҳар хил l лар тўғри келадиган сатҳлар бир-биридан узоқ жойлашганлиги сабабли ҳар бир сатҳнинг ажралиши яққол тасвирга эга бўлади. Шундай қилиб, масалан, 63-расмда тасвирланган натрий атоми учун, P қаторнинг ($l = 1$) ҳар бир терми $j = \frac{1}{2}$ ва $j = \frac{3}{2}$ га, D қаторнинг сатҳлари эса $j = 3/2$ ва $j = 5/2$ га мос келадиган ва ҳоказо сатҳларга ажралади. Бошқача айтганда, 63-расмда тасвирланган $l = 0$ га тўғри келадиган s сатҳдан бошқа ҳамма сатҳларнинг ажралиши юз беради. 64-расмда* натрий атомининг 63-расмда тасвирланган сатҳларининг ажралиши кўрсатилган.

Танлаш қондаси (7.35) ва (7.21) га асосан ${}^2S_{1/2}$ сатҳ ${}^2P_{1/2}$ ва ${}^2P_{3/2}$ лар билан биргаликда дублет чизиқларни беради. Бу ҳол, 64-расмда келтирилган $4S_{1/2} - 3P_{1/2}$, $4S_{1/2} - 3P_{3/2}$ ва $5S_{1/2} - 3P_{1/2}$, $5S_{1/2} - 3P_{3/2}$ каби дублет ўтишлар орқали тасвирланган. Дублет сатҳлар эса биргаликда уч хил ўтишга мос учта чизиқни беради. Масалан, 65-расмда Цезий атомининг P ва D дублет сатҳлардаги ўтишлари:

$5D_{3/2} - 6P_{1/2}$, $5D_{3/2} - 6P_{3/2}$ ва $5D_{5/2} - 6P_{3/2}$ берадиган учта чизиқ тасвирланган. Расмдаги пунктир билан тасвирланган ўтиш танлаш қондаси билан тақиқланган. Демак, дублет термларда учта чизиқ кузатилади.

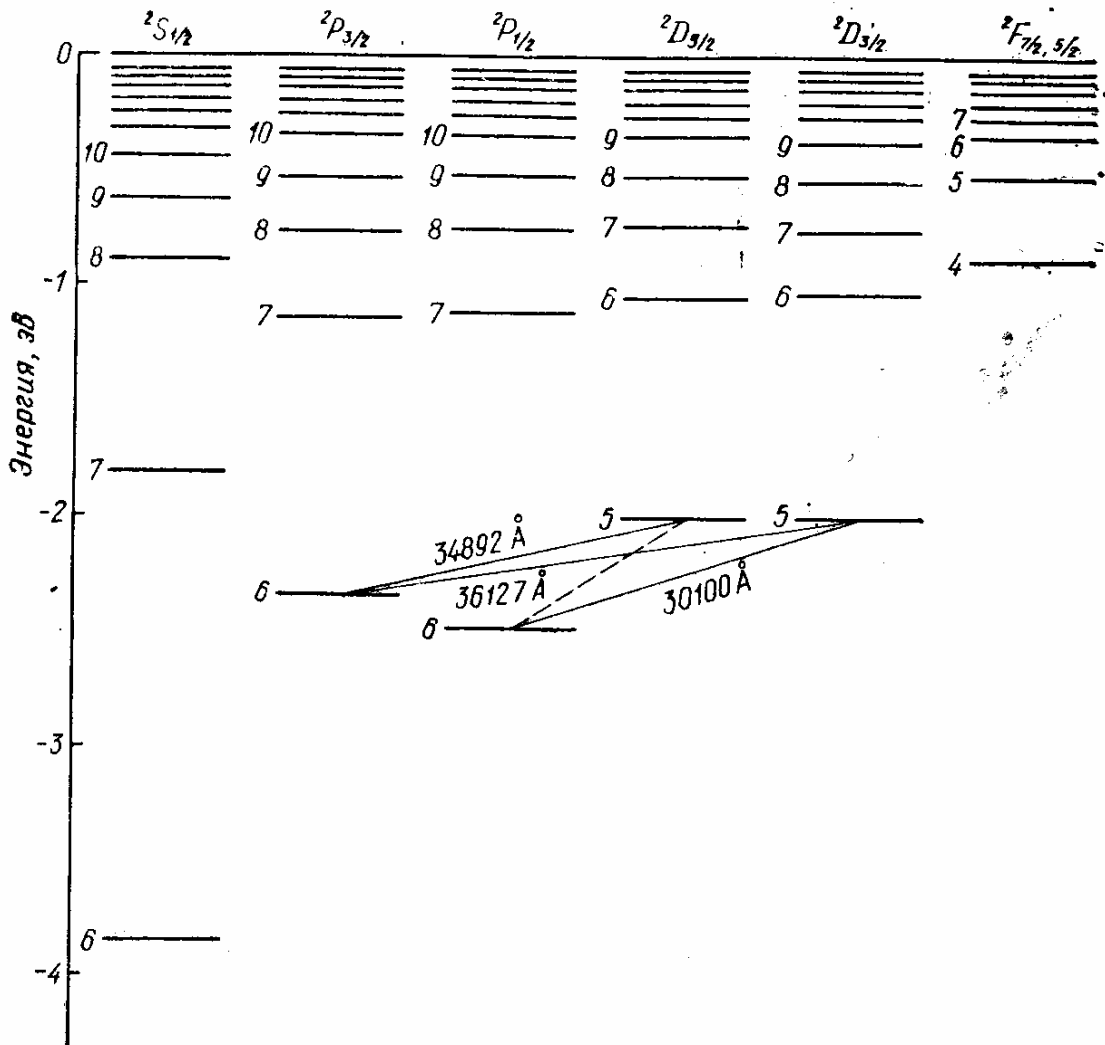
* Расмдаги термлар белгисининг чапдан юқорисида термларнинг магнит майдонида ажралувчи дублетлиги кўрсатилади. Унг томонидаги пастки индекс орқали эса j нинг қийматлари белгиланади. n нинг қийматлари терм белгисининг олдида кўпайтма тарзда берилади.



64- расм. Натрий атоми сатҳларининг нозик структураси. Бош серия ва аниқ серия дублет чизиқларидан иборат.

Шундай қилиб, «дублет» спектрлар деган ном термларнинг дублетлигига асосан берилган, спектр чизиқлари эса кўпинча жуда мураккаб тўпламлардан иборат бўлади.

Спин-орбитал ўзаро таъсир билан аниқланувчи дублет ажралишнинг қиймати ҳақидаги масала энг муҳим ҳисобланади. Бу ажралишнинг қиймати электроннинг орбитал



65- расм. Цезий атомнинг дублет P- ва D- сатҳларидаги ўтишлар диффуз сериясининг триплет чизиқлари.

ҳаракати вужудга келтирган B_l магнит майдонда спин магнит моменти векторнинг ўзаро таъсир энергияси билан аниқланади:

$$\Delta E = - (\vec{\mu}_S \vec{B}_l) = - \mu_S B_l \cos (\widehat{\vec{\mu}_S \vec{B}_l}). \quad (7.38)$$

Айлана бўйлаб ҳаракат ҳоли учун магнит майдон электроннинг айланишидаги ҳалқасимон ток майдонидир, яъни

$$B_l = \frac{2\pi i}{c \cdot r} = \frac{2\pi}{c \cdot r} Ze \frac{v}{2\pi r} = \frac{2Z}{r^3} \frac{evr}{2c} = \frac{2Z}{r^3} |\vec{\mu}_l|.$$

У ҳолда (7.38) ни қуйидагича ёзишимиз мумкин:

$$\Delta E = \frac{2Z}{r^3} \cdot (\vec{\mu}_l \vec{\mu}_s) = \frac{2Z}{r^3} 2\mu_B^2 (\vec{l} \vec{S}).$$

Бу ифодадаги $1/r^3$ ни унинг ўрта қиймати

$$\overline{\frac{1}{r^3}} = \int \Psi_{nl}^* \frac{1}{r^3} \Psi_{nl} dv = \frac{Z^3}{a_1^3 n^3 l \left(l + \frac{1}{2}\right) (l+1)}$$

билан алмаштирамиз. Бу ерда ўрта қиймат учун водородсимон атомлар тўлқин функцияси татбиқ этилган, $a_1 = 4\pi\epsilon_0 \hbar^2 / m_e e^2$. Натижада

$$\Delta E = - \frac{R\alpha^2 Z^4}{n^3 l \left(l + \frac{1}{2}\right) (l+1)} \cdot \frac{j(j+1) - l(l+1) - \frac{3}{4}}{2}$$

формула ҳосил бўлади; бунда R — Ридберг доимийси, α — нозик структура доимийси. Ички квант сони j нинг иккита қиймати $j = l \pm \frac{1}{2}$ га мос келувчи термларнинг спин-орбитал ўзаро таъсир туфайли ўзгариши учун

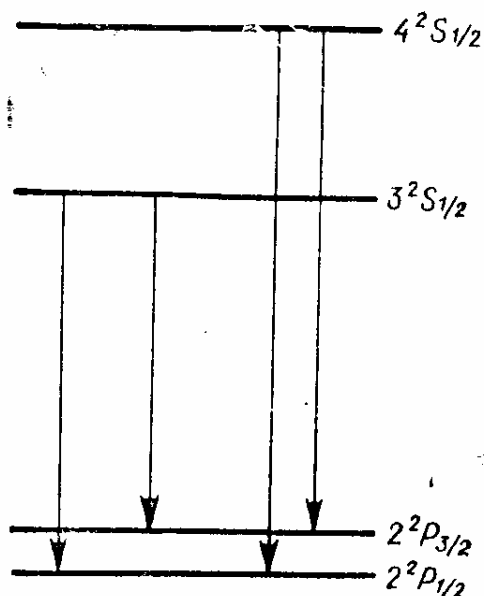
$$\Delta T_{(l,s)}^+ = - \frac{R\alpha^2 Z^4}{2n^3 \left(l + \frac{1}{2}\right) (l+1)}, \quad j = l + \frac{1}{2},$$

$$\Delta T_{(l,s)}^- = \frac{R\alpha^2 Z^4}{2n^3 \left(l + \frac{1}{2}\right) l}, \quad j = l - \frac{1}{2}$$

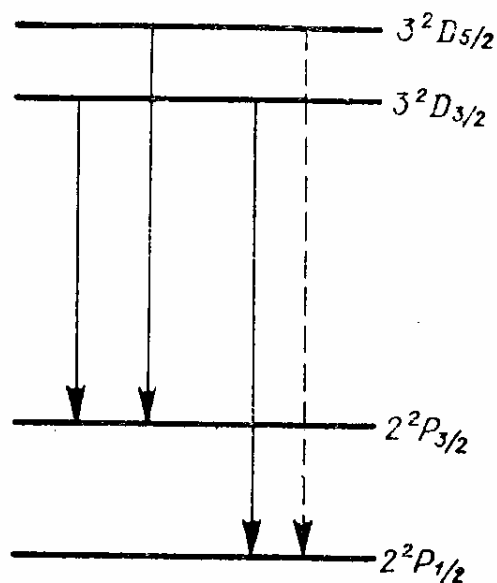
келиб чиқади. Шундай қилиб, спин-орбитал ўзаро таъсир натижасида термларнинг ажралиши

$$\Delta T = |\Delta T^+ - \Delta T^-| = \frac{R\alpha^2 Z^4}{n^3 l(l+1)} \quad (7.39)$$

га тенг. (7.39) Ланде формуласи деб аталади. Бу ерда Z ядро қолдиғининг «эффektiv» зарядини билдиради. (7.39) ифодага кўра дублет ажралишнинг қиймати ΔT бош ва орбитал квант сонининг ўсиши билан тез камаяди ва Z нинг ўсиши билан эса Z^4 га пропорционал ортади. Мисол тариқасида nS термлардан $2P$ термларга ўтишда кузатила-



66- расм. Бош ва аниқ серияларнинг нозик структура бўйича дублетлиги.



67- расм. Диффуз сериянинг аслида триплет чизиқлари дублетлиги.

диган аниқ серияларни кўрайлик. Бу хил ўтишларнинг схемаси 66-расмда нозик структурани ҳисобга олган ҳолда тасвирланган. Равшанки, бу серия чизиқларининг ажралиши қиймат жиҳатдан бирдай бўлади, чунки ҳамма чизиқларнинг мазкур ҳолдаги ажралишига битта терм- $2P$ ажралиши сабабчидир.

nD термдан $2P$ термга ўтишларда кузатиладиган диффуз сериянинг схемаси нозик структурани ҳисобга олган ҳолда 67-расмда тасвирланган. (7.39) га биноан nD сатҳнинг ажралиши $2P$ сатҳ ажралишига қараганда кўп марта кичик бўлади. Танлаш қоидасига биноан пунктир чизиқ билан белгиланган ўтиш тақиқланганлиги сабабли $3D$ — $2P$ ўтишларда учта чизиқ кузатилишини юқорида айтган эдик. Ажралган D термлардан уларга яқин жойлашган P термга ўтишларда кузатиладиган иккита чизиқ шунчалик бир-бирига яқинки, оддий спектрал асбобларда кузатиб бўлмайди. Улар битта ёйилган чизиқ тарзидаги тасвирни беради. Бу қўш чизиқ билан якка чизиқ ўртасида ажралиш нисбатан катта. Шунинг учун, мазкур учта чизиқ тўплами дублетга ўхшаш тасвир қолдиради. Шу сабабдан бу серия диффуз серия деб аталган.

49- §. Мураккаб атомларнинг электрон қобиғи

Бирдан ортиқ электронларга эга атомларнинг электрон тузилиши иккита асосий қоидага бўйсунди: 1) электронларнинг берилган умумий сониди атомда энергиянинг минимум ҳолати амалга ошади; 2) ҳар бир квант ҳолатда фақат биттагина электрон бўлиши мумкин.

Мураккаб атомда ҳар хил электронлар бир-бири билан ўзаро таъсирда бўлишига қарамасдан, соддалик учун, ҳар бир электрон ўзгармас ўртача куч майдонида ҳаракат қилади деб ҳисоблаш мумкин. Айрим электрон учун бу майдон ядронинг Ze га тенг заряди вужудга келтираётган майдоннинг ядрога мазкур электрондан яқин жойлашган ҳамма электронлар билан тўсилишидаги қисман кучсизланган эффектив майдонга тенг. Эффектив майдонни марказий симметрик майдон деб қараш мумкин. Умуман айтганда, атомнинг ҳар хил электронлари учун бу хил майдонлар ҳар хил бўлади. Бу майдонлар бир вақтда аниқланиши лозим, чунки ҳар бир майдон қолган электронларнинг ҳолатига боғлиқ. Шунинг учун, бундай майдон ўз-ўзидан мосланган майдон деб аталади. Ушбу марказий-симметрик майдонда электроннинг ҳар бир ҳолати учун орбитал ҳаракат миқдори моменти l тайин қийматга эга бўлган сақланувчи катталиқдир.

Бир хил квант сонлар (n, l) билан характерланувчи электронларни ядродан бир хил масофада деб ҳисоблаш мумкин. У ҳолда бу электронлар ядро билан бир хил ўзаро таъсирида бўлади ва шунинг учун уларнинг энергияси тақрибан тенг. Бу хил электронлар атомнинг битта қобиғида жойлашган деб аталади. Электрон қобиқлар катта ҳарфлар билан қуйидагича белгиланади:

$$n \quad 1, 2, 3, 4, 5, \dots$$

$$\text{қобиқ } K, L, M, N, O, \dots$$

Битта электроннинг марказий Кулон майдонидаги ҳаракатида n нинг катта қийматларига энергиянинг юқори қийматлари мос келади. Энергиянинг минимал қийматига K -қобиқдаги электронлар, ундан юқорироқ энергияга эса L -қобиқдаги электронлар ва ҳоказо эга бўлади.

Муайян электрон қобиғида жойлашган ҳар бир электрон энергияси n га нисбатан кучсиз боғлиқ бўлса-да, орбитал квант сонига ҳам боғлиқдир. Бу ҳолни ишқорий атомларда

(7.34) кўрдик. Орбитал квант сони l нинг катта қийматларига система энергиясининг катта қийматлари (боғланиш энергиясининг кичик қийматлари) ва аксинча, l нинг кичик қийматларига энергиянинг кичик қийматлари тўғри келади.

Ҳар бир электрон қобиғидаги берилган l билан характерланувчи электронлар қобиқчаларни ташкил қилади. Бу қобиқчалар (ёки электронлар) бош квант сони (n)нинг қийматини кўрсатувчи рақам ва ундан кейин ёзилувчи орбитал квант сонининг кичик ҳарфи белгиси орқали белгиланади. Масалан, $4d$ белги $n = 4$ ва $l = 2$ бўлган ҳолатни характерлайди. Одатда l нинг символик белгисининг ўнг томонида юқорида ёзилган рақам шу сатҳчадаги электронлар сонини билдиради. Масалан, $4d^2$ белги $n = 4$ ва $l = 2$ ҳолатда иккита электрон борлигини кўрсатади. Атомдаги электронларнинг ҳар хил n ва l ҳолатлар бўйича жойлашиши электрон конфигурацияси деб аталади. Масалан, $1s^2$, $2s^2$, $2p^6$, $3s^1$ белги $1s^2$ ($n = 1, l = 0$) ва $2s^2$ ($n = 2, l = 0$) сатҳчаларда иккитадан тўртта электрон $2p^6$ ($n = 2, l = 1$) сатҳчада олти электрон ва $3s^1$ ($n = 3, l = 0$) сатҳчада эса битта электрон борлигини билдиради.

n ва l нинг берилган қиймати билан характерланувчи сатҳ учун орбитал моменти ва спин моменти проекциялари m_l , m_s бўйича айниш мавжуд. Биз юқорида кўрган эдикки, бу айниш даражаси берилган l да m_l нинг қабул қиладиган қийматлар сони $(2l + 1)$ ни m_s нинг қийматлари сонини 2 га ($m_s = \pm \frac{1}{2}$) кўпайтириш билан аниқланади, яъни $2(2l + 1)$. Бошқача айтганда n ва l бир хил бўлган $2(2l + 1)$ та ҳолат мавжуд. Бу ҳолатларни эквивалент ҳолатлар деб аталади. Шундай қилиб, атомда бир вақтнинг ичида фақат $2(2l + 1)$ тагача электронлар бир хил n ва l га эга бўла олади. Берилган n ва l билан характерланувчи ҳамма $2(2l + 1)$ ҳолатлардаги электронларнинг ҳаммаси ёпиқ қобиқ ҳосил қилади.

Юқорида айтилганларни яқунлаб шуни таъкидлаймизки, атомда электронлар аввал энг паст қобиқни, сўнгра юқорироқ қобиқларни тўлдиради. Ҳар бир муайян қобиқ соҳасида электронлар $l_{\min} = 0$ дан $l_{\max} = n - 1$ гача бўлган s , p , d , f ҳолатларда жойлашади. Берилган қобиқ $2n^2$ та электрон билан тўла тўлдирилади. Қобиқларни тўла тўлдирилиши инерт газлар атомидагина тугалланади.

50-§. Менделеевнинг даврий системаси

Электронлараро таъсирни ҳисобга олиш ва Паули принципи элементларнинг даврий системасини тўла тушунтиради. Ҳар хил ҳолатларни тўлдирилиши юқорида баён қилинган иккита асосий қоида, яъни система энергиясининг минимумлик шарти ва Паули принципига бўйсунди. Лекин электронлараро ўзаро таъсирни ҳисобга олган ҳолда атом системасининг энергиясини аниқлаш мураккаб масала.

Электронлараро ўзаро таъсирнинг мавжудлигига қарамасдан ҳар бир электроннинг ҳолати илгаригидек тўртта асосий квант сонлари билан характерланади. Биз юқорида кўрганимиздек, квант сонлари қуйидаги қийматларни қабул қилади:

$$\begin{aligned}n &= 1, 2, 3, \dots \\l &= 0, 1, 2, \dots, n-1 \\m_l &= 0, \pm 1, \pm 2; \dots, \pm l \\m_s &= \pm \frac{1}{2}.\end{aligned}$$

Бинобарин, бош квант сон n нинг берилган қийматида шу тўртта квант сонининг камида биттаси билан фарқланувчи ҳолатларнинг мумкин бўлган тўла сони (яъни электронлар сони) $2n^2$ га тенг. Шу ҳолатлардаги $2n^2$ та электрон n та қобиқ бўйича тақсимланади. Ҳар бир қобиқ $2(2l+1)$ та электрон билан тўлдирилган. Шундай қилиб, масалан, $n=1$ да $l=0$, шунинг учун бу K -қобиқда фақат иккита электронгина жойлашиши мумкин ва шунинг учун иккита электрон жойлашган K -қобиқ ёпиқ электрон қобиқ ҳисобланади. Биринчи ёпиқ қобиқ, яъни K -қобиқ гелий атомида учрайди ва Менделеев жадвалининг бутун соҳаси бўйича ўзгармайди. $n=2$ қобиқни L -қобиқ деб атаёмиз. L -қобиқ иккита: $l=1$ ва $l=0$ га тўғри келувчи қобиқчалардан ташкил топган. $l=0$ ҳолатда, яъни S -ҳолатда иккита, $l=1$ P -ҳолатда эса олтита электрон жойлашиши мумкин.

Мураккаб атомларда электрон қобиқлар, юқорида кўрастилгандек, энергиянинг ўсиш тартиби бўйича тўлдирилади. Ҳар қандай атомнинг асосий ҳолатдаги электрон конфигурацияси энергияси мумкин бўлган даражада паст

қийматларга эга электрон ҳолатларининг тўлдирилишига мос келади. n нинг кетма-кет қийматлари бўйича қобиқларнинг тўлдирилиши элементлар даврий системасининг умумий қонуниятини тасвирлайди.

Бош квант сони n нинг берилган қийматида $2n^2$ электрон билан тўлдирилган ёпиқ қобиқнинг $2n^2$ электронларининг тўла моменти нолга тенг. Агар берилган қобиқда орбитал квант сонининг l қиймати характерловчи қобиқча $2(2l + 1)$ та эквивалент электрон билан тўлдирилган бўлса, бу ёпиқ l қобиқчанинг ҳам тўла моменти нолга тенг, чунки тўлдирилган қобиқчанинг тўла орбитал ва спин магнит квант сонлари m_L ва m_S қобиқчадаги $2(2l + 1)$ та эквивалент электронлар ҳолатларини характерловчи орбитал ва спин магнит квант сонлари m_l ва m_s учун мумкин бўлган ҳамма мусбат ва манфий қийматларнинг йиғиндисига тенг, яъни

$$m_L = \sum m_l = 0 + (\pm 1) + (\pm 2) + \dots = 0;$$

$$m_S = \sum_{-1/2}^{+1/2} m_s = \left(-\frac{1}{2}\right) + \frac{1}{2} = 0.$$

Демак,

$$m_J = m_L + m_S = \sum (m_l + m_s) = 0.$$

У ҳолда таърифга кўра

$$J_z = \hbar m_J = L_z + S_z = \hbar (m_L + m_S) = 0,$$

$$m_{J \max} = \pm J = 0; \quad m_{L \max} = \pm L = 0, \quad m_{S \max} = \pm S = 0.$$

Шунинг учун тўлдирилган ёпиқ орбитал қобиқча учун $J = 0$, $L = 0$, $S = 0$ каби қоидага эга бўламиз. Шундай қилиб, тўлдирилган қобиқчада орбитал ва спин моментларининг ўзаро нолга айланишига келамиз. Ёпиқ қобиқнинг ҳолати 1S_0 бўлиб, унга энергиянинг битта айнамаган сатҳи тўғри келади. Электрон қобиғи тўла (яъни ички қобиқчалари ҳам) тўлдирилган элементлар алоҳида турғунлик хусусиятига эга. Бу элементлар атомларида кучсиз боғланган ташқи электрон йўқ. Охирги қобиғи ҳам тўлган электрон конфигурацияли инерт газлар атомлари шулар

жумласига киради. Қуйида инерт газлар атомининг охириги қобиқчалари кўрсатилган:

He	Ne	Ar	Kr	Xe	Rn
$1s^2$	$2p^6$	$3p^6$	$4p^6$	$5p^6$	$6p^6$
1S_0	1S_0	1S_0	1S_0	1S_0	1S_0

Умуман формал равишда n ва l бир хил бўлган эквивалент электронларнинг муайян қобиқ бўйича жойлашиши қуйидаги тартибда квант ҳолатларни бирин-кетин тўлдирилишига мос бўлади:

$$\left. \begin{array}{l}
 n = 1 \quad 1 s^2 \qquad \qquad \qquad 2 n^2 = 2 \\
 n = 2 \quad 2 s^2 2p^6 \qquad \qquad \qquad 2 n^2 = 8 \\
 n = 3 \quad 3 s^2 3p^6 3d^{10} \qquad \qquad \qquad 2 n^2 = 18 \\
 n = 4 \quad 4 s^2 4p^6 4d^{10} 4f^{14} \qquad \qquad \qquad 2 n^2 = 32 \\
 n = 5 \quad 5 s^2 5p^6 5d^{10} 5f^{14} 5g^{18} \qquad \qquad \qquad 2 n^2 = 50
 \end{array} \right\} (7.40)$$

ва ҳоказо. Ҳақиқатда эса ҳолатларни бу тартибда тўлдирилиши бажарилмайди. Спектроскопик кузатишлар натижаси Менделеев даврий системаси учун III жадвални беради.

Даврий системанинг бош қисмида электрон қобиқлар тўла тўлдирилган ва шунинг учун даврдаги элементлар сони охириги элемент электронларининг тўла сонига тенг. Масалан, биринчи даврда иккита элемент: H ва He мавжуд. $n = 1$ қобиқда электронлар сони иккига тенг. He элементи худди шунча электронга эга. Жадвалдан кўрамизки, учинчи даврдан бошлаб, бу тартиб бузилади. Кейинги даврларда қобиқларнинг тўлдирилиши янада мураккаблашади. Юқорида ишқорий металл атомлари мисолида кўрганимиздек, мураккаб атом электронининг энергиясининг бош квант сони n билан бир қаторда орбитал квант сони l га боғлиқлиги янада ошади. Шунинг учун элементлар электрон тузилиши қонуниятини тасвирлашда n бўйича қобиқларнинг тўлдирилиш тартибинигина эмас, балки l бўйича қобиқчаларнинг тўлдирилиш тартибини ҳам ҳисобга олиш зарур.

Муайян n да l қанча кичик бўлса, электроннинг энергияси шунча кичикдир (боғланиш энергияси катта). Чунки l нинг камайиши билан муайян n да ядронинг эффектив заряди шунча катта бўлади. s -электронлари, масалан,

Элементларнинг электрон тузилиши

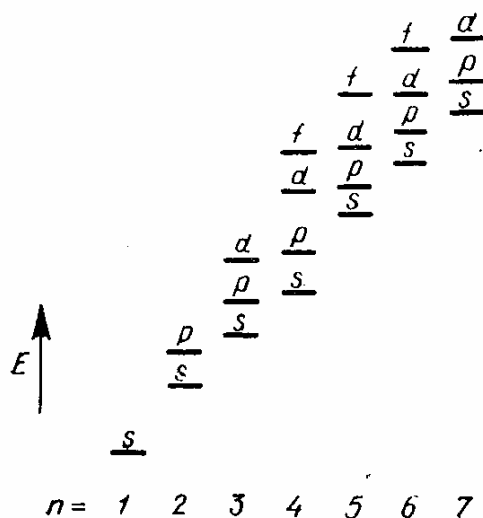
Элемент	K			L			M			N			Асосий терм
	1s	2s	2p	3s	3p	3d	4s	4p	4d	4f	4g		
¹ H	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	² S _{1/2}
² He	2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	¹ S ₀
³ Li	2	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	² S _{1/2}
⁴ Be	2	2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	¹ S ₀
⁵ B	2	2	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	² P _{1/2}
⁶ C	2	2	2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	³ P ₀
⁷ N	2	2	3	—	—	—	—	—	—	—	—	—	⁴ S _{3/2}
⁸ O	2	2	4	—	—	—	—	—	—	—	—	—	³ P ₂
⁹ F	2	2	5	—	—	—	—	—	—	—	—	—	² P _{3/2}
¹⁰ Ne	2	2	6	—	—	—	—	—	—	—	—	—	¹ S ₀
¹¹ Na	2	8	—	1	—	—	—	—	—	—	—	—	² S _{1/2}
¹² Mg	2	8	—	2	—	—	—	—	—	—	—	—	¹ S ₀
¹³ Al	2	8	—	2	1	—	—	—	—	—	—	—	² P _{1/2}
¹⁴ Si	2	8	—	2	2	—	—	—	—	—	—	—	³ P ₀
¹⁵ P	2	8	—	2	3	—	—	—	—	—	—	—	⁴ S _{3/2}
¹⁶ S	2	8	—	2	4	—	—	—	—	—	—	—	³ P ₂
¹⁷ Cl	2	8	—	2	5	—	—	—	—	—	—	—	² P _{3/2}
¹⁸ Ar	2	8	—	2	6	—	—	—	—	—	—	—	¹ S ₀
¹⁹ K	2	8	—	8	—	—	—	—	—	—	—	—	² S _{1/2}
²⁰ Ca	2	8	—	8	—	—	—	—	—	—	—	—	¹ S ₀
²¹ Sc	2	8	—	8	—	1	—	—	—	—	—	—	² D _{3/2}
²² Ti	2	8	—	8	—	2	—	—	—	—	—	—	³ F ₂
²³ V	2	8	—	8	—	3	—	—	—	—	—	—	⁴ F _{3/2}
²⁴ Cr	2	8	—	8	—	5	—	—	—	—	—	—	⁷ S ₃
²⁵ Mn	2	8	—	8	—	5	—	—	—	—	—	—	⁶ S _{5/2}
²⁶ Fe	2	8	—	8	—	6	—	—	—	—	—	—	⁵ D ₄
²⁷ Co	2	8	—	8	—	7	—	—	—	—	—	—	⁴ F _{7/2}
²⁸ Ni	2	8	—	8	—	8	—	—	—	—	—	—	³ F ₄
²⁹ Cu	2	8	—	8	—	10	—	—	—	—	—	—	² S _{1/2}
³⁰ Zn	2	8	—	8	—	10	—	—	—	—	—	—	¹ S ₀
³¹ Ga	2	8	—	8	—	10	—	—	—	—	—	—	² P _{1/2}
³² Ge	2	8	—	8	—	10	—	—	—	—	—	—	³ P ₀
³³ As	2	8	—	8	—	10	—	—	—	—	—	—	⁴ S _{3/2}
³⁴ Se	2	8	—	8	—	10	—	—	—	—	—	—	³ P ₂
³⁵ Br	2	8	—	8	—	10	—	—	—	—	—	—	² P _{3/2}
³⁶ Kr	2	8	—	8	—	10	—	—	—	—	—	—	¹ S ₀

Давоми

Элемент	K L M	N			O			Асосий терм
		4s 4p 4d	4f	5s 5p 5d	P			
³⁷ Rb	2 8 18	8	—	1	—	—	² S _{1/2}	
³⁸ Sr	2 8 18	8	—	2	—	—	¹ S ₀	
³⁹ Y	2 8 18	8	1	2	—	—	² D _{3/2}	
⁴⁰ Zr	2 8 18	8	2	2	—	—	³ P ₂	
⁴¹ Nb	2 8 18	8	4	1	—	—	⁶ D _{1/2}	
⁴² Mo	2 8 18	8	5	1	—	—	⁷ S ₃	
⁴³ Tc	2 8 18	8	6	2	—	—	⁶ S _{3/2}	
⁴⁴ Ru	2 8 18	8	7	1	—	—	⁵ F ₅	
⁴⁵ Rh	2 8 18	8	8	1	—	—	⁴ F _{3/2}	
⁴⁶ Pd	2 8 18	8	10	—	—	—	¹ S ₀	
⁴⁷ Ag	2 8 18	18	—	1	—	—	² S _{1/2}	
⁴⁸ Cd	2 8 18	18	—	2	—	—	¹ S ₀	
⁴⁹ In	2 8 18	18	—	2	1	—	² P _{1/2}	
⁵⁰ Sn	2 8 18	18	—	2	2	—	³ P ₀	
⁵¹ Sb	2 8 18	18	—	2	3	—	⁴ S _{3/2}	
⁵² Te	2 8 18	18	—	2	4	—	³ P ₂	
⁵³ J	2 8 18	18	—	2	5	—	² P _{3/2}	
⁵⁴ Xe	2 8 18	18	—	2	6	—	¹ S ₀	
⁵⁵ Cs	2 8 18	18	—	8	—	—	² S _{1/2}	
⁵⁶ Ba	2 8 18	18	—	8	—	—	¹ S ₀	
⁵⁷ La	2 8 18	18	—	8	1	—	² D _{3/2}	
⁵⁸ Ce	2 8 18	18	2	8	—	—	³ H ₄	
⁵⁹ Pr	2 8 18	18	3	8	—	—	⁴ I _{9/2}	
⁶⁰ Nd	2 8 18	18	4	8	—	—	⁵ I ₄	
⁶¹ Pm	2 8 18	18	5	8	—	—	⁶ H _{5/2}	
⁶² Sm	2 8 18	18	6	8	—	—	⁷ F ₀	
⁶³ Eu	2 8 18	18	7	8	—	—	⁸ S _{7/2}	
⁶⁴ Gd	2 8 18	18	7	8	1	—	⁹ D ₂	
⁶⁵ Tb	2 8 18	18	8	8	1	—	⁸ H _{17/2}	
⁶⁶ Dy	2 8 18	18	10	8	—	—	⁵ I ₈	
⁶⁷ Ho	2 8 18	18	11	8	—	—	⁴ I _{15/2}	
⁶⁸ Er	2 8 18	18	12	8	—	—	³ H ₆	
⁶⁹ Tu	2 8 18	18	13	8	—	—	² F _{7/2}	
⁷⁰ Yb	2 8 18	18	14	8	—	—	¹ S ₀	
⁷¹ Lu	2 8 18	18	14	8	1	—	² D _{3/2}	
⁷² Hf	2 8 18	18	14	8	2	—	³ F ₂	
⁷³ Ta	2 8 18	18	14	8	3	—	⁴ F _{3/2}	
⁷⁴ W	2 8 18	18	14	8	4	—	⁵ D ₀	

Давоми

Элемент	K L M N			O			P			Асосий терм
	K	L	M	N	5s	5p	5d	6s	6p	
⁷⁵ Re	2	8	18	32	8	5	2	—	—	⁶ S _{1/2}
⁷⁶ Os	2	8	18	32	8	7	1	—	—	⁵ D ₄
⁷⁷ Ir	2	8	18	32	8	7	2	—	—	⁴ F _{7/2}
⁷⁸ Pt	2	8	18	32	8	9	1	—	—	³ D ₃
⁷⁹ Au	2	8	18	32	8	10	1	—	—	² S _{1/2}
⁸⁰ Hg	2	8	18	32	18	—	2	—	—	¹ S ₀
⁸¹ Tl	2	8	18	32	18	1	2	1	—	² P _{1/2}
⁸² Pb	2	8	18	32	18	2	2	2	—	³ P ₀
⁸³ Bi	2	8	18	32	18	2	3	—	—	⁴ S _{3/2}
⁸⁴ Po	2	8	18	32	18	2	4	—	—	³ P ₂
⁸⁵ At	2	8	18	32	18	2	5	—	—	² P _{3/2}
⁸⁶ Rn	2	8	18	32	18	2	6	—	—	¹ S ₀
⁸⁷ Fr	2	8	18	32	18	—	—	—	—	² S _{1/2}
⁸⁸ Ra	2	8	18	32	18	—	—	—	—	¹ S ₀
⁸⁹ Ac	2	8	18	32	18	—	—	—	—	² D _{3/2}
⁹⁰ Th	2	8	18	32	18	—	—	—	—	³ F ₂
⁹¹ Pa	2	8	18	32	18	2	2	1	—	⁴ K _{11/2}
⁹² U	2	8	18	32	18	3	2	1	—	⁵ L ₆
⁹³ Np	2	8	18	32	18	4	2	—	—	⁶ L _{11/2}
⁹⁴ Pu	2	8	18	32	18	6	2	—	—	⁷ F ₀
⁹⁵ Am	2	8	18	32	18	7	2	—	—	⁸ S _{1/2}
⁹⁶ Cm	2	8	18	32	18	7	2	—	—	⁹ D ₇
⁹⁷ Bk	2	8	18	32	18	8	2	—	—	⁸ H _{17/2}
⁹⁸ Cf	2	8	18	32	18	10	2	—	—	⁵ f ₆
⁹⁹ Es	2	8	18	32	18	11	2	—	—	⁴ f _{15/2}
¹⁰⁰ Fm	2	8	18	32	18	12	2	—	—	³ H ₆
¹⁰¹ Md	2	8	18	32	18	13	2	—	—	² F _{7/2}
¹⁰² No	2	8	18	32	18	14	2	—	—	¹ S ₀
¹⁰³ Lw	2	8	18	32	18	14	2	1	—	² D _{3/2}
¹⁰⁴ Ku	2	8	18	32	18	14	2	2	—	³ F ₂



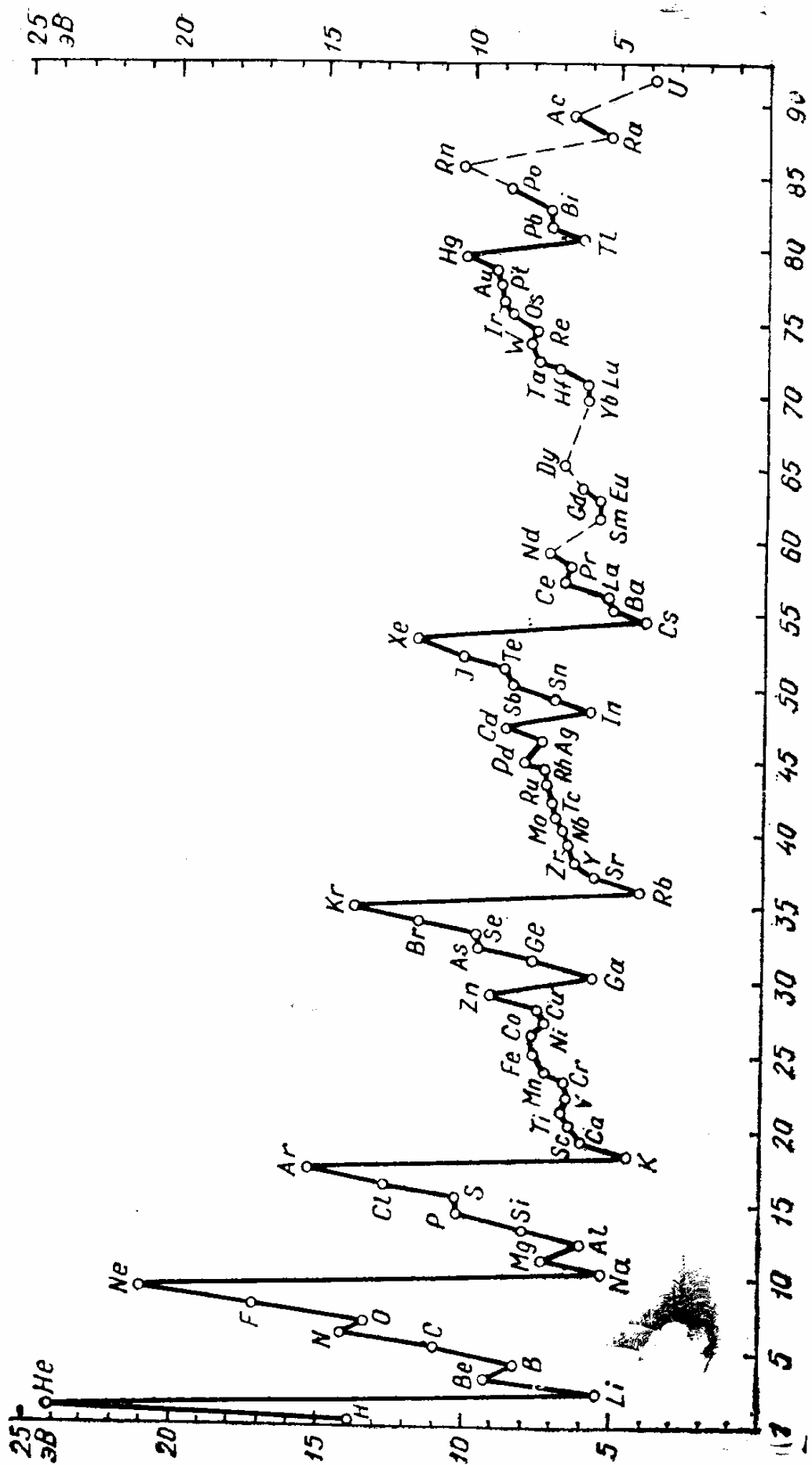
68- расм. Атом электрон қобиқ-ларининг тўлдирилиш тартиби.

p -электронларига қараганда ядродан камроқ тўсилган бўлади (албатта, $n = 1$ да s -электрони ядродан тўсилмаган). Демак, аввал ns , np , nd ва ҳоказо қобиқчалар тўлдирилади. Электрон энергиясининг l га боғлиқлиги туфайли $n \geq 4$ дан бошлаб, баъзи ҳолларда, бош квант сони n катта ва орбитал квант сони l кичик бўлган электронлар n сони кичик ва l катта электронларга қараганда кучлироқ боғланган бўлар экан, яъни

$$n > n' \text{ ва } l < l' \text{ да } E_{nl} > E_{n'l'}$$

Масалан, $4s$ -электронлар (улар иккита, албатта) $3d$ - (ўнта) электронларга қараганда кучлироқ боғланган. $5s$ -электронлар $4d$ - ва $4f$ -электронлардан, $6s$ электронлар эса $5d$ -, $5f$ -, $5g$ - ва ҳатто $4f$ -электронлардан ҳам кучлироқ боғланган.

Элементларнинг электрон тузилиши тасвирланган жадвалдан кўрамизки, оралиқ группа элементлари учун юқори қобиқнинг s ҳолатлари пастки қобиқнинг d - ва f -ҳолатларидан аввал тўлдирила бошлайди. Бу эффект кузатиладиган биринчи элемент калий атомидир. Калий атомининг ташқи электрони — $3d$ - ҳолатда эмас, балки $4s$ - ҳолатда жойлашган. Жадвалдан ва 68-расмдан атомларда электрон қобиқчалар тўлдирилишининг $1s$, $2s$, $2p$, $3s$, $3p$, $4s$, $3d$, $4p$, $5s$, $4d$, $5p$, $6s$, $4f$, $5d$, $6p$, $7s$ тартибда бажарилишини кўрамиз. Бу тартибга асосан лантаноид ва актиноидларнинг химиявий хоссаларини жуда ўхшашлигини тушунтириш мумкин. Ҳамма лантаноидлар бир хил ташқи тузилишга $5s^2 5p^6 6s^2$ ва тўлдирилмаган $4f$ -қобиқчага эга. $4f$ -электронлар лантаноидларнинг химиявий хоссаларига таъсир кўрсатмайди. Лантаноидларнинг химиявий хоссалари асосан ташқи электронлар билан аниқланади. Худди шунингдек ҳамма актиноидлар $6s^2 6p^6 7s^2$ тартибдаги ташқи тузилишга



69- расм. Элементлар биринчи ионизация потенциалнинг атом номерига боғлиқлиги.

эга. Улар ўзаро химиявий хоссаларига таъсир кўрсатмайдиган, $5f$ - ва $6d$ - электронлари билан фарқ қилади, холос.

Атом электронлар боғланиш энергиясининг мунтазамлигини бу каби бузилишига оғир инерт газлари атомларининг ташқи қобиғи тўлдирилишининг тугалланмаганлиги яъни (7.40) ни бажарилмаслиги сабабчидир. Масалан, гелий атомидаги иккита электрон биринчи қобиқда $n = 1$, $l = 0$, $m_l = 0$, $m_s = \pm \frac{1}{2}$ мумкин бўлган ҳамма ҳолатларни тўлдиради ва шу билан биринчи ёпиқ қобиқ (давр) га эга бўламиз. Айни ҳолда, неон атоми ($Z = 10$) учун ҳам K - ва L -қобиқлар тўлдирилган бўлади. Неон атоми билан иккинчи давр тугалланади ва иккинчи ёпиқ қобиққа келамиз. Аргон атомида ($Z = 18$) эса M -қобиқда 8 тагина электрон бор. 10 та электрон жойланиши мумкин бўлган $3d$ -қобиқча мутлақо бўш ва у $4s$ -қобиқча тўлдирилгандан сўнг тўлдирила бошлайди ва ҳоказо.

Менделеев даврий системасини квант механика нуқтаи назаридан тушунтиришга бағишланган бу параграфни тугаллашдан аввал атом номерининг функцияси сифатида 69-расмда тасвирланган элементларнинг биринчи ионлаш потенциалига изоҳ берамиз. Расмда келтирилган маълумотлар спектроскопик кузатишлар асосида аниқланган. Ҳар бир элемент учун ионлаш потенциали шу элементдан кейинги элементга ўтишида қўшиладиган электроннинг боғланиш энергиясини билдиради.

51. §. Хунд қоидаси

Кўпчилик ҳолларда ташқи электронлар атомда жуфтланмаган бўлади, яъни бир йўналишдаги параллел спинларга эга бўлади. Электронларнинг мавжуд ҳолдаги конфигурацияси Хунд қоидасига бўйсунди. Хунд қоидаси, умуман, жуда кўп эксперимент натижаларига кўра, эквивалент электронларнинг LS — боғланиши ҳолида, атом термларининг тутган ўрнини аниқлайди. Одатда, Хунд қоидасини қуйидаги икки қисмга ажратилади.

1. Электронларнинг берилган конфигурацияси учун S , яъни мультиплетлик қанча катта бўлса, терм энергияси шунча паст бўлади.

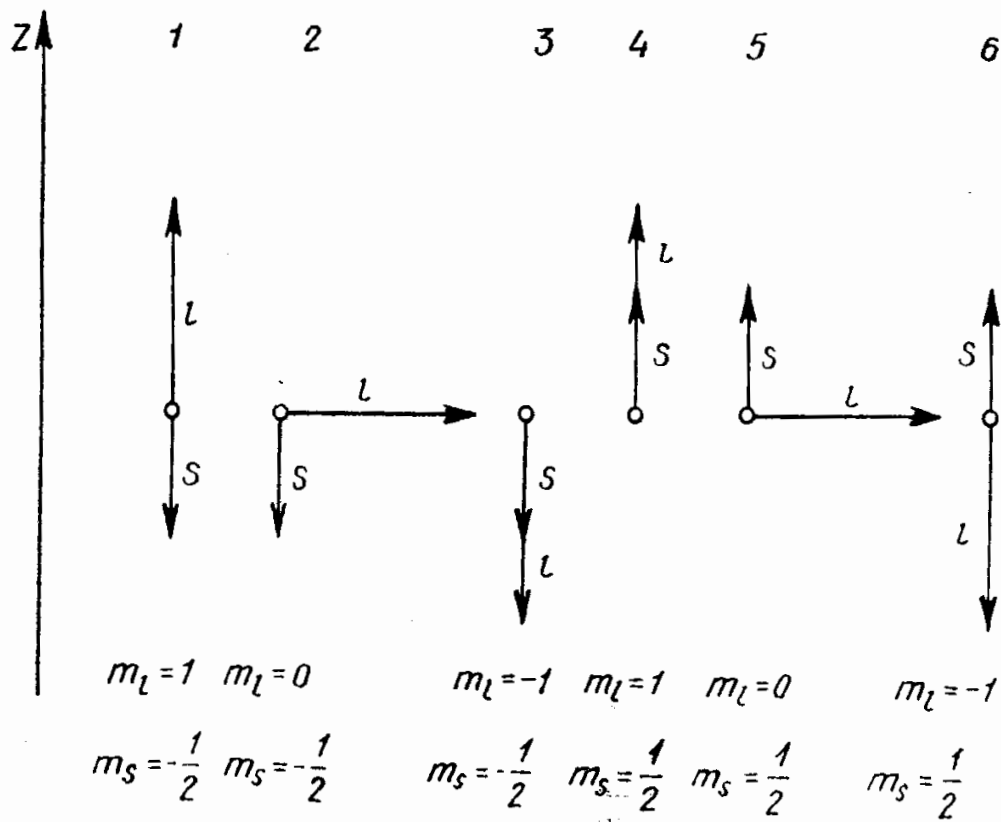
Жумладан, агар мультиплетлик мумкин қадар максимал ва шу мультиплетликда L нинг қиймати ҳам мумкин қадар катта бўлса, терм энг паст ҳолатда бўлади.

2. $L \geq S$ да мультиплет термининг максимал сони $\infty = 2S + 1$ мультиплетлик билан аниқланади. Агар $L \leq S$ бўлса, сатҳлар сони $2L + 1$ га тенг бўлмаган мультиплет ҳосил бўлади.

Агар l -қобикчани тўлдираётган электронлар сонининг қиймати $2(2l + 1)$ нинг ярмидан ҳам кам бўлса, термининг энг паст сатҳи учун J нинг қиймати энг кичик, яъни $|L - S|$ бўлади. Акс ҳолда, агар электронлар сони $(2l + 1)$ га тенг ёки кўп бўлса, энг паст сатҳ учун J нинг қиймати энг катта, яъни $L + S$ га тенг бўлади. Биринчи ҳолда, термларни нормал ёки тўғри деб, иккинчи ҳолда — нотўғри деб айтилади.

Шундай қилиб, моментларни қўшиш квант механикаси қондаси йўл қўйган қийматларининг ҳаммасидан, Хунд қондасига кўра, берилган L ва S да, фақат $|L - S|$ ва $L + S$ чегаравий қийматларда амалга оширилади.

Хунд қондасини углерод атоми учун қўллаш. Углерод атомида олтига $2p$ ҳолатдан фақат иккитасигина электронлар билан эгалланган. Икки электрон учун натижавий спиннинг энг катта қиймати иккаласининг ҳам спинларини параллел йўналганида ҳосил бўлади. Паули принципи эса $2p$ ҳолатда параллел спинли иккита электроннинг бўлишини тақиқламайди, чунки $l \neq 0$ сабабли, икки электроннинг ҳолати \vec{l} нинг йўналиши билан фарқ қилиши мумкин. 70-расмда p -қобикчанинг мумкин бўлган олтига ҳолати схематик тасвирланган. Биринчи учта ҳолат иккинчи учта ҳолатдан спинининг йўналиши билан фарқ қилади. Z ўқининг йўналиши ихтиёрий. Шунинг учун, фараз қиламизки, p -ҳолатга жойлашган иккита электроннинг ҳам спини пастга қараган бўлсин. U ҳолда иккала электронни ҳам, биринчи учта ҳолатлардан иккитасига жойлаштиришимиз мумкин. Икки электроннинг тўла орбитал momenti учун $L = l_1 + l_2$, $l_1 + l_2 = 1, \dots, l_1 - l_2 = 2, 1, 0$ ҳосил бўлади. Электронларнинг спинини ҳар хил йўналганлигидан. Паули принципи бўйича $L = 2$ ҳолат тақиқланади. Шунинг учун L нинг мумкин бўлган энг катта қиймати 1 га тенг бўлади. U ҳолда Хунднинг иккинчи қондасига кўра, яъни мумкин бўлган ҳолатларнинг ярмидан ками тўлдирилганлиги сабабли тўла момент $J = |L - S| = 0$ бўлади. Демак, углерод атомининг асосий ҳолати



70-расм. P-қобикдаги ҳолатлар.

$L = 1$, $S = 1$, $J = 0$ билан характерланувчи 3P_0 ҳолатдир. Худди шу йўсинда азот атоми учун $L = 0$, $S = \frac{3}{2}$, $J = \frac{3}{2}$ билан характерланувчи асосий ҳолат ${}^4S_{3/2}$ ни аниқлаймиз.

Неон атомининг L -қобиғидаги саккизта ҳолат ($2s$ - ва $2p$ -ҳолатлар) нинг ҳаммаси электронлар билан тўлдирилган. 70-расмдан кўрамизки, тўла тўлдирилган $2p$ - ($2s$ - да ҳам) қобикчада ҳамма ҳаракат миқдори ўзаро нолга тенг. Шунинг учун неоннинг асосий ҳолати учун $L = 0$, $S = 0$, $J = 0$ (юқорида исботлаганимиздек) бўлади. Демак, неоннинг асосий ҳолати 1S_0 .

Қобиклари сал кам тўлган атомларнинг (масалан, фтор) асосий ҳолатини тўлган қобик ҳолатидан аниқласа бўлади. Фторнинг ($Z = 9$) асосий ҳолатини аниқлаш учун $2p$ -қобикча тўлишига битта электрон етмаслигини эслаш кифоя. Тўлдирилган қобикча квант сонлари $L = 0$, $S = 0$, $J = 0$, бўлгани сабабли фтор атоми асосий ҳолатининг квант сонлари L ва S худди шу етишмаётган электрон квант

сонлари l ва s га тенг. У ҳолда охириги Хунд қоидасига кўра, J квант сони аниқланган S ва L дан ҳисоблаб топилди. $J = L + S = l + s = 3/2$. Демак, фтор атомининг асосий ҳолати ${}^2P_{3/2}$ ҳолат бўлади. Худди шундай, бор ва фтор, углерод ва кислородлар учун S ва L квант сонлари бир хил. J нинг қиймати мос равишда бор ва углерод учун $J = |L - S|$ ва кислород ва фтор учун $J = L + S$ га тенг.

Хунд қонунияти элементларнинг ўзгача физикавий хусусиятларини юзага келишини тушунтиради. Масалан, темир, кобальт ва никель моддаларининг ферромагнит хоссаларига жавобгар. Мазкур элементларнинг $3d$ -қобиқчаси қисман тўлдирилган ва бу электронлар жуфтланмаган, масалан, темирда олтита $3d$ -электронлардан 5 таси бир йўналишдаги (паралел) спинга эга.

Хунд қоидасининг биринчи қисмига асосан атом энергияси кичик бўлиши учун натижавий орбитал момент мумкин қадар катта бўлиши керак. Айни вақтда S нинг ҳам мумкин қадар катта бўлиши кўзда тутилади. Бунинг учун спинларнинг параллел бўлиши кифоя. Паули принципига биноан орбитал моментлар параллел бўла олмайди. Лекин, натижавий орбитал момент қийматини мумкин қадар катта бўлиши учун электронлар бир-биридан узоқда ҳаракатланиши керак.

52. §. Мураккаб атомлар спектри

Икки валентли атомлар. Термлар тузилиши икки валент электронли атомлар, масалан, гелий, ишқорий-ер элементлари ҳамда, рух, кадмий, симоб ва ҳоказолар учун янада мураккаблашади. Ишқорий металл атомларининг дублет термидан фарқли равишда икки валент электронли атомлар учун синглет (ёлғиз) термлар ва триплет термлар системаси мавжуд. Синглет термлар учун $S = 0$, $J = L$, триплет термлар учун эса $S = 1$, $J = L + 1$, L , $L - 1$ ўринли.

Мазкур термлар системасининг ҳар бири учун термларро ўтишлар (7.17) ва (7.21) формулалар билан аниқланувчи танлаш қоидасига бўйсунди. Натижада, синглет термларнинг ўзаро бир-бирига синглет-синглет ўтишларида ишқорий металл атомларидаги ўтишлар каби ёлғиз чизиқ-

лардан иборат сериялар ҳосил бўлади. Шунинг учун бу ерда ҳам сериялар бош, аниқ, диффуз ва асосий ёки Бергман сериялари деб аталади. Триплет термлар ҳам биргаликда триплет-триплет ўтишларни вужудга келтиради. Бу ўтишлардаги серияларга ҳам юқоридагидек номлар берилган. Триплет система термларидаги ўтишлар билан боғлиқ чизиқлар бош ва аниқ сериялардаги триплет, диффуз ва Бергман серияларидаги секстетлардан, яъни олтита чизиқлардан ташкил топган.

Ҳар бир терм соҳасида қуйидаги танлаш қоидалари кучга эга.

Синглет ўтишлар	Триплет ўтишлар
$^1S_0 - ^1P_1$	$^3S_1 - ^3P_{0,1,2}$
$^1P_1 - ^1S_0$	$^3P_{0,1,2} - ^3S_1$
(CC)	(TT)
$^1P_1 - ^1D_2$	$^3P_{0,1,2} - ^3D_{1,2,3}$
$^1D_2 - ^1F_3$	$^3D_{1,2,3} - ^3F_{2,3,4}$

Бу ўтишлардан ташқари ушбу икки система термлари ўртасида ўзаро ўтишлар ҳам мавжуд. Улар ядро заряди сонининг ошиши билан интенсивроқ юз бера бошлайди.

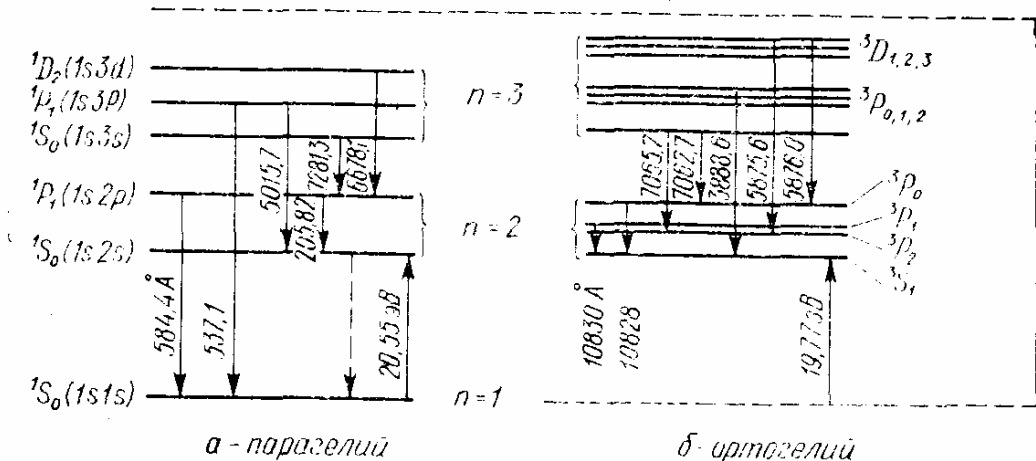
Гелий атоми. Гелий атомининг термлари ва оптикавий спектрлари тузилишини кўрайлик. Гелий атомининг асосий 1S_0 ҳолатида атомнинг иккала электрони ҳам $1s$ сатҳда жойлашган ва Паули принципига биноан уларнинг спини ўзаро қарама-қарши йўналган. Атомнинг уйғотилишида битта электрон ёки иккаласи ҳам юқорироқ сатҳга ўтади. Бу икки ҳолдан биринчиси, яъни бир электрон $1s$ сатҳда қолиб, иккинчиси уйғотилган юқорироқ ҳолатга ўтиши билан боғлиқ ҳолни кўрайлик. У ҳолда, $1s$ дан юқори ҳолатга ўтган электроннинг спини $1s$ даги электрон спинига нисбатан параллел ёки антипараллел йўналишга эга бўлиши мумкин. Спинларнинг ўзаро бу икки хил йўналиши икки хил энергетик сатҳга тўғри келади.

Спинларнинг антипараллел йўналган ҳолини кўрайлик. Айни ҳол учун мавжуд сатҳларнинг мультиплетлиги $2S + 1 = 1$ га тенг, чунки $S = 0$, яъни сатҳлар ёлғиз (синглет) бўлади. Бу сатҳлар 71-а расмда тасвирланган. Сатҳлардан чапда қавс ичида электронларнинг иккала-

сининг ҳам ҳолати белгиланган. Масалан, биринчи сатҳга тегишли $1s, 2s$ белги бир электрон $n = 1, l = 0, 1s$ -ҳолатда, иккинчиси $n = 2, l = 0, 2s$ -ҳолатда эканлигини билдиради. Сатҳнинг белгиси 1S_0 эса $J = 0$, яъни $L = 0, S = 0$ эканлигини ва сатҳнинг мультиплетлиги $2S + 1 = 1$ га тенглигини билдиради. Гелий атомининг синглет ҳолати *парагелий* дейилади.

Юқорида баён қилинган синглет-синглет (СС) ва триплет-триплет (ТТ) ўтишларда $\Delta S = 0$, ҳамда (7.21) ва (7.17) қоидалар ўринли. Танлаш қоидалари тақиқламаган (СС) ўтишлар кўрсатилган. Бу чизиқлар тўлқин узунлигининг экспериментда аниқланган қийматлари ҳам келтирилган. Жумладан, $^1S_0 - n^1P_1$ дан иборат бош серия узоқ ультрабинафша соҳада ётади.

Кўп ҳолларда уйғотилган ҳолатлардан тўғридан-тўғри асосий ҳолатга ўтиш тақиқланган. Фақат M -қобиқнинг ($n = 3$) 3^1P_1 қобиқчасидан асосий ҳолатга ўтиш кузатилади. Бошқа ҳолатлардан эса масалан, 3^1S_0 ёки 3^1D_2 қобиқчалардан икки босқич орқали асосий ҳолатга ўтиш юз беради. Бундан ташқари, агар атом юқори ҳолатдан масалан, 3^1P_1 дан пастки 2^1S_0 га ўтиб қолса, атомнинг кейинги босқич билан асосий ҳолатига ўтиши, танлаш қоидаси билан тақиқлангани учун, мумкин бўлмайди. Чунки, $^1S_0(1s2s) - ^1S_0(1s1s)$ бошланғич ва охири ҳолатларда



71- расм. Гелий спектр чизиқларининг деярли бир-бирига боғлиқ бўлмаган ихкита системаси (улар ўртасидаги бир-бирига ўтиш чизиқлари ниҳоят даражада сезиларсиз):

а — парагелий-синглет, б — ортагелий-триплет система.

Агар уйғотилиши мумкин бўлган электронлар сонини ҳисобласак, иссиқлик сифмига электронлар ҳиссасини баҳолар олар эдик. Ҳисоблашлар кўрсатадики, электроннинг иссиқлик сифми

$$C_{V_e} = R (\pi^2/2)kT/E_F \quad (10.39)$$

га тенг. Ҳар доим $kT \ll E_F$ сабабли жисм иссиқлик сифмига электронларнинг қўшган ҳиссаси кичикдир. Ушбу ҳисса фақат $T \rightarrow \infty$ да ва $T \rightarrow 0$ да сезиларли бўлиши мумкин.

АДАБИЁТ

1. М. Борн. Атомная физика. «Мир», Москва, 1970.
2. Л. Л. Гольдин, Г. И. Новикова. Введение в атомную физику. «Наука», Москва, 1969.
3. А. Н. Матвеев. Квантовая механика и строение атома. «Высшая школа», Москва, 1965.
4. И. В. Савельев. Умумий физика курси. III том. «Ўқитувчи», Тошкент, 1976.
5. Р. Спроул. Современная физика. «Наука», Москва, 1974.
6. Шифф. Квантовая механика. ИЛ, Москва, 1959.
7. Э. В. Шпольский. Атом физикаси. I том. «Ўқитувчи», Тошкент, 1970.
8. Л. Н. Добрецов. Атомная физика. изд. Физика-математической литературы, Москва, 1960.
9. Т. Эрден—Груз. Основы строения материи, «Мир», Москва, 1976.

МУНДАРИЖА

К и р и ш

I б о б. Иссиқлик нурланиши ва квант ҳақидаги тушунчанинг вужудга келиши	6
1 - §. Иссиқлик нурланиши	6
2 - §. Кирхгоф қонуни	10
3 - §. Иссиқлик нурланишининг классик назарияси	13
4 - §. Люммер ва Прингсгейм тажрибаси	19
5 - §. Планк формуласи	22
6 - §. Планк доимийсини оптикавий пирометрия йўли билан аниқлаш	24
II б о б. Квант назарияси асослари	29
7 - §. Ёруғликнинг корпускуляр ва зарраларнинг тўлқин табиати	29
8 - §. Фотоэлектрик эффект	31
9 - §. Комптон эффекти	38
10 - §. Девиссон ва Жермер тажрибалари	44
11 - §. Фотонлар ва зарралар ҳаракатининг квант табиати	49
12 - §. Де-Бройль тўлқинининг хоссалари	52
III б о б. Атом тузилиши ва Бор назарияси	59
13 - §. Атомнинг чизиқли спектридаги қонуниятлар	59
14 - §. Атом тузилишининг Резерфорд модели	64
15 - §. Бор постулатлари, Атомнинг энергетик сатҳларини ўрганиш	73
16 - §. Водород атомининг Бор назарияси	83
IV б о б. Квант механикаси	90
17 - §. Тўлқин функция	90
18 - §. Шрёдингер тенгламаси	93
19 - §. Микродунёнинг ноаниқлик принципи	99
20 - §. Ўртача қиймат. Операторлар	107
21 - §. Хусусий қиймат ва хусусий функция	111
22 - §. Тўғри бурчакли потенциал ўра	114
23 - §. Потенциал тўсиқ. Туннель эффекти	124
24 - §. Туннель эффектига доир мисоллар. Сувуқ эмиссия	127
25 - §. Чизиқли гармоник осциллятор	137
26 - §. Марказий куч майдонидаги ҳаракат	149
V б о б. Водородсимон атомлар	158
27 - §. Водород атоми	158
28 - §. Водородсимон атомлар спектри	164
29 - §. Спектр чизиқларининг кенглиги	168
30 - §. Ядро ҳаракатининг ҳиссаси	171
31 - §. Энергетик сатҳларнинг Кулон айниши	175
32 - §. Водородсимон атомнинг тўлқин функцияси	180
33 - §. Электроннинг фазовий тақсимооти	182
VI б о б. Ҳаракат миқдори ва магнит моментлари	191
34 - §. Ҳаракат миқдорининг моменти ва унинг проекциясининг квантланиши	191
35 - §. Ҳаракат миқдори моментларини қўшиш	195
36 - §. Орбитал магнит моменти	200
37 - §. Электроннинг спини	204

38- §.	Фазовий квантланишнинг экспериментда кузатилиши . . .	208
39- §.	Электроннинг тўла механик ва магнит моменти . . .	213
40- §.	Орбитал ва спин моментларининг ўзаро таъсири. LS- ва jj- боғланиш	219
41- §.	Водород ва водородсимон атомлар сатҳларининг нозик структураси	224
42- §.	Магнитомеханик эффектлар	229
VII б о б.	Мураккаб атомлар	233
43- §.	Атом спектр чизиқларининг табиати	233
44- §.	Дипол нурланиш	236
45- §.	Танлаш қондаси	238
46- §.	Термнинг мультиплетлиги	243
47- §.	Паули принципи	245
48- §.	Ишқорий металллар атомининг энергетик сатҳлари ва спектри	250
49- §.	Мураккаб атомларнинг электрон қобиғи	260
50- §.	Менделеевнинг даврий системаси	262
51- §.	Хунд қондаси	270
52- §.	Мураккаб атомлар спектри	273
53- §.	Рентген нури	280
VIII б о б.	Атом ташқи электр ва магнит майдонда	286
54- §.	Зеemanнинг нормал эффекти	288
55- §.	Зеemanнинг аномал эффекти	291
56- §.	Пашен — Бак эффекти	298
57- §.	Штарк эффекти	302
IX б о б.	Молекулалар тузилиши	309
58- §.	Химиявий боғланиш кучлари	310
59- §.	Электронларнинг умумлаштирилиши	312
60- §.	Водород молекуласи. Алмашинув ўзаро таъсир	318
61- §.	Валентлик	326
62- §.	Молекуланинг энергетик сатҳлари	327
63- §.	Ротацион спектрлар	331
64- §.	Тебранма- айланма ҳаракат спектрлари	334
65- §.	Электрон спектрлари	338
66- §.	Ёруғликнинг комбинацион сочилиши	340
67- §.	Спонтан ва мажбурий нурланиш	347
68- §.	Лазерлар	352
X б о б.	Қаттиқ жисмлар	358
69- §.	Қаттиқ жисмларнинг кристалл тузилиши	359
70- §.	Қаттиқ жисмларда атом энергетик сатҳларининг зона- ларга ажралиши	367
71- §.	Зоналарнинг электронлар билан тўлдирилиши Электр ўтказувчанлик	370
72- §.	Кристалл панжарада электрон энергиясининг им- пульсига ўзгача боғланиши	375
73- §.	Электроннинг эффектив массаси	382
74- §.	Ярим ўтказгичлар	384
75- §.	Металлар Ферми сатҳи. Ферми- Дирак тақсимоти	388
76- §.	Ўта ўтказувчанлик	395
77- §.	Қаттиқ жисмнинг иссиқлик хоссалари	401
Адабиёт	406