**O‘ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY VA O‘RTA MAXSUS TA’LIM VAZIRLIGI**

**GULISTON DAVLAT UNIVERSITETI**

**AXBOROT TEXNOLOGIYALARI FAKUL’TETI**

**MATEMATIKA KAFEDRASI**

**“EHTIMOLLAR NAZARIYASI VA MATEMATIK STATISTIKA”**

**fanidan**

# O‘ Q U V –U S L U B I Y M A J M U A

| | |
|---|---|
| **BILIM SOHASI:** | **100000- GUMANITAR** |
| **TA’LIM SOHASI:** | **130000-MATEMATIKA** |
| **TA’LIM YO’NALISHI:** | **5130100 MATEMATIKA** |

**GULISTON – 2022**

**X.Norjigitov, A.I.Eshniyozov. "Ehtimollar nazariyasi va matematik statistika" fanidan tayyorlangan o'quv uslubiy majmua.**

**Ushbu o'quv-uslubiy majmua 5130100-„Matematika'' bakalavriat ta'lim yo'nalishida ta'lim olayotgan talabalarga mo'ljallangan. O'quv uslubiy-majmua Oliy va o'rta maxsus ta'lim vazirligi tomonidan _____________ yil tasdiqlangan (№BD-5130100-3.09) talablari asosida tayyorlanib, har bior mavzu oxirida talabalar tomonidan bajarilishi lozim bo'lgan topshiriqlar va nazorat savollari mavjud.**

**O'quv-uslubiy majmua Guliston Davlat universiteti ilmiy Kengashi tomonidan (№__ sonli bayonnoma 28.06.2021) ko'rib chiqilgan va o'quv jarayonida qo'llashga tavsiya etilgan.**

**Tuzuvchilar: X.Norjigitov – dotsent, f.-m.f.n**

**A.I.Eshniyozov-katta o'qituvchi**

**"Ehtimollar nazariyasi va matematik statistika"**

**Taqrizchilar:**

1. **K.Eshquvatov – Sirdaryo viloyat xalq ta'limi xodimlarini qayta tayyorlash va malakasini oshirishn unstituti dotsenti, fizika – matematika fanlar nomzodi.**
2. **A.A.Abdushukurov – O'zMU, professor, f.-m.f.d.**

## MUNDARIJA

# MA’RUZA MATNLARI

## *I BOB. TASODIFIY HODISALAR VA ULARNING EHTIMOLLIKLARI.*
## *1. TASODIFIY HODISALAR HAQIDA TUSHUNCHA.*

1. ***Ehtimollar nazariyasi predmeti. Tasodifiy xodisalar haqida tushuncha.***
2. ***Xodisalar algebrasi.***
3. ***Ehtimollik aksiomalari.***

### 1. *Ehtimollar nazariyasi predmeti. Tasodifiy xodisalar haqida tushuncha.*

Ehtimollar nazariyasi natijalari tasodifiy omillarga bog`liq tajribalar uchun qurilgan modellarni o’rganadi. Har qanday tasodifiy tajriba (eksperiment, kuzatish) qandaydir aniq shartlar to’plamini bajarilishidan va uning natijalarini kuzatishdan iboratdir. Ehtimollar nazariyasida bir xil shartlarda istalgancha marta takrorlanishi mumkin bo’lgan (ommaviy) tajribalargina qaraladi.

U yoki bu tajribada kuzatish predmeti bo’lib, biror jarayon, fizik holat, iqtisodiy samaradorlik, hosildorlik va shu kabilar olinishi mumkin. Tajribaning ro’y berishi mumkin bo’lgan natijasi odatda biror asbob bilan belgilanadi (eng sodda holda ko’z bilan). Tajriba o’tkazilganda ro’y berishi mumkin bo’lgan ixtiyoriy holat tasodifiy natija (tasodifiy xodisa) deyiladi. Demak, (tasodifiy) xodisa tajriba o’tkazilganda ro’y berishi ham, ro’y bermasligi ham mumkin ekan.

Tasodifiy tajribalar modelini matematik tilda bayon etish uchun elementlar hodisalar to’plami (fazosi) tushunchasini kiritish zarur. Tajribaning ixtiyoriy ikkitasi o’zaro bir vaqtda sodir bo’lishi mumkin bo’lmagan, tajriba o’tkazilganda esa albatta ulardan biri ro’y beradigan natijalar to’plami shu tajriba bilan bog`liq «elementar xodisalar to’plami» (fazosi) deyiladi. Elementar xodisalar fazosi $\Omega$ (omega) kabi belgilanadi. Elementar xodisalar fazosining ixtiyoriy to’plami ostisi (agar uni tajriba natijasida kuzatish mumkin bo’lsa) xodisa deb yuritiladi. $\Omega$ ning xodisa bo’ladigan to’plam ostilari to’plami mazkur tajribaga mos xodisalar maydoni deyiladi. Bundan buyon xodisalar maydoni kabi, unga tegishli xodisalar esa kabi belgilanadi. Agar kuzatish natijasida xodisaga tegishli elementar xodisa sodir so’lsa, xodisa ro’y berdi deymiz. Bo`sh to’plam ø ga mos kelgan xodisa mumkin bo’lmagan xodisa deyiladi. Elementar xodisalar to’plami $\Omega$ ga mos xodisa muqarrar xodisa deyiladi.

Tajriba natijasida ikkita A va B xodisalar bir vaqtda sodir bo’lishlari mumkin bo’lmasa, u xolda bu xodisalar o’zaro birgalikda emas deyiladi. Boshqacha qilib aytganda A va B xodisalar tarkibida birorta ham o’zaro umumiy bo’lgan elementar xodisaga kirmasa ular birgalikda emasdirlar.

Muayyan tajribaga mos kelgan elementar xodisalar to’plami diskret yoki uzluksiz bo’lishi mumkin. Birinchi xolda cheklita yoki sanoqlita elementga ega bo’ladi, ikkinchi xolda esa kontinuum tipidagi to’plam (masalan: interval, sonlar o’qi, tekislikdagi soha) bo’ladi.

Tasodifiy tajribalarga mos modellarni matematik tilda bayon qilish quyidagilardan iborat:

Elementar xodisalar to'plamini qurish;

mazkur tajribaga mos xodisalar maydonini tuzish;

$\Omega$ ga tegishli xodisalar uchun ehtimollik tushunchasini kiritish;

2 va 3 punktlarga taaluqli tushunchalar keyinchalik ehtimollar nazariyasini aksiomatik tarzda ko'rishda aniqlanadi.

Elementar xodisalar to'plami esa amalda qaralayotgan masala talablaridan kelib chiqqan xolda ko'riladi. Masalan, agar bizni tajriba natijasida sodir bo'lishi mumkin bo'lgan A, B, C xodisalar qiziqtirsa, u xolda shunday ko'rilishi kerakki uning tarkibida A, B, C larga ekvivalent to'plam ostilar mavjud bo'lsin.

Ehtimollar nazariyasida "elementar xodisa" boshlang`ich tushunchalardan biri bo'lib, aniq ta'riflanmaydi. Shuning uchun ham muayyan tajribaga mos elementar xodisalar to'plamini bir necha xil usul bilan tuzish mumkin.

## 2. Xodisalar algebrasi.

Xodisalarni qandaydir to'plamlar sifatida qarar ekanmiz, ular uchun ham to'plamlar ustida aniqlangan amallarni kiritish mumkin bo'ladi. Xususan, xodisalar uchun quyidagi amallar va munosabatlar aniqlangan:

- har safar A xodisaning ro'y berishidan B xodisaning ham ro'y berishi kelib chiqsa, A xodisa B xodisani ergashtiradi deyiladi va $A \subset B$ kabi belgilanadi (A to'plam B to'plamning to'plam ostisidir).

- agar bir paytda $A \subset B$ va $B \subset A$ munosabatlar o'rinli bo'lsa, u xolda A hodisa B hodisa bilan aynan bir xil deyiladi va A=B kabi belgilanadi (to'plamlar ekvivalentligi).

- A yoki B hodisalarning kamida bittasini ro'y berishidan iborat bo'lgan hodisa A va B hodisalar yig`indisi deyiladi va A+B kabi belgilanadi (to'plamlar birlashmasi).

- A va B hodisalarni bir paytda ro'y berishidan iborat bo'lgan hodisa A va B hodisalar ko'paytmasi deyiladi va AB kabi belgilanadi (to'plamlar kesishmasi).

- A hodisa ro'y berishi va B hodisani ro'y bermasligidan iborat bo'lgan hodisa A va B hodisalar ayirmasi deyiladi va A-B kabi belgilanadi (A ga tegishli B ga esa tegishli bo'lmagan elementlar to'plami).

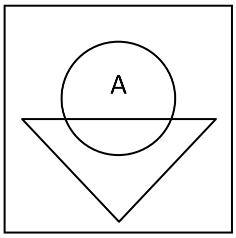
- A hodisani ro'y bermasligidan iborat bo'lgan hodisaga qarama-qarshi hodisa deyiladi va $\overline{A}$ kabi belgilanadi (A to'plamning to'ldiruvchisi).

Agar elementar hodisalar to'plami $\Omega$ ning to'plam ostilaridan tuzilgan biror $\Im$ sistema yuqorida kiritilgan qo'shish, ko'paytirish va ayirish amallariga nisbatan yopiq va $\Omega \in \Im$ bo'lsa, u xolda $\Im$ sistema **hodisalar algebrasi** deyiladi. Demak, hodisalar algebrasi $\Im$ uchun $A \in \Im$ va $B \in \Im$ bo'lsa, $A+B \in \Im$, $AB \in \Im$, $A-B \in \Im$ bo'lar ekan.

Tajriba natijasida kuzatilishi mumkin bo'lgan hodisa deyilganda biz $\Omega$ ning $\Im$ ga tegishli to'plam ostilarinigina tushunamiz.

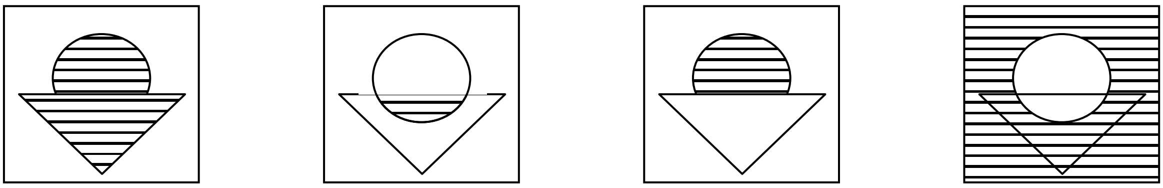
Ro’y berishi mumkin bo’lgan natijalari soni cheklita bo’lgan tajriba uchun elementar hodisalar to’plami $\Omega$ ning barcha to’plam ostilaridan tuzilgan $\Im$ sistema hodisalar algebrasi bo’ladi.

Hodisalar ustida bajariladigan algebraik amallarning geometrik talqini quyidagi Venn diagrammasida izohlaymiz. Faraz qilaylik, biror $\Omega$ sohaga




$\Omega$

nuqta tashlash tajribasi o`tkazilayotgan bo’lsin. A va B sohalar $\Omega$ gada to’laligicha etuvchi sohalar bo’lsin. Nuqtani A sohaga tushishini A hodisa, B sohaga tushishini B hodisa deb olaylik. U holda A+B, AB, A-B, $\overline{A}$ лар quyidagicha tasvirlanadi. Shaklda bu hodisalar shtrixlangan.



A+B AB A-B $\overline{A}$

3.Ehtimollik aksiomalari.

Ehtimollar nazariyasida tasodifiy hodisalarning ro’y berishini ob'ektiv imkoniyat darajasini miqdoriy baholash uchun maxsus sonli funktsiya P(.) kiritiladi va uning qiymatlari **ehtimollik** deb ataladi. Masalan, A hodisaning ehtimoli P(A) deb o’qiladi.

Ko’pgina tajribalarning natijalari, olimlarning kuzatishlari shunga olib keldiki, kiritilgan funktsiya P(A), ya'ni ehtimollik hodisalar algebrasi $\Im$ da aniqlangan bo’lib, quyidagi shartlarni (aksiomalarni) qanoatlantirishi zarur ekan:

1. ixtiyoriy A hodisa uchun $(A \in \Im)$ $\mathrm{P(A)} \geq 0$
2. elementar hodisalar to’plami $\Omega$ uchun $\mathrm{P}(\Omega) = 1$
3. ixtiyoriy ikkitasi o’zaro birgalikda bo’lmagan $A_1, A_2, \ldots, A_n$ – hodisalar uchun $\mathrm{P(A_1 + A_2 + \ldots + A_n) = P(A_1) + P(A_2) + \ldots + P(A_n)}$

Elementar hodisalar to’plami $\Omega$, hodisalar algebrasi $\Im$ va ehtimollik $\mathrm{P}(\cdot)$ birgalikda **ehtimollik fazosi** deb ataladi. Ehtimollik fazosini qurishda eng asosiy va qiyin bosqich hodisalar algebrasi $\Im$ da aniqlangan ehtimollik funktsiyasi P(.) ni to’g`ri aniqlashdan iborat. Umuman olganda, muayyan tasodifiy tajriba uchun yuqoridagi 1-,2-,3- shartlarni qanoatlantiruvchi ehtimollik funktsiyasini turlicha kiritish mumkin.

## 2.HODISA EHTIMOLINI ANIQLASH USULLARI, SHARTLI EHTIMOLLIK.

**1.Ehtimollikni hisoblashning klassik usuli.**
**2.Geometrik va statistik ehtimolliklar.**
**3.Shartli ehtimolliklar. Hodisalar bog`liqsizligi.**

## 1.Ehtimollikni hisoblashning klassik usuli.

Agar tasodifiy tajribaga mos elementlar hodisalar to'plami Ω ro'y berish imkoniyatlar o'zaro bir xil (teng imkoniyatli) bo'lgan, chekli sondagi $w_1, w_2, ..., w_n$ elementar natijalardan tashkil topgan bo'lsa, u holda bunday tajriba klassik ko'rinishdagi tajriba deyiladi. Bunda Ω ning elementlari cheklita bo'lganligi uchun uning barcha to'plam ostilaridan tashkil topgan to'plam hodisalari algebrasi $\Im$ бо'лади ва $\Im$ ga tegishli ixtiyoriy $A = \{w_{i_1}, w_{i_2}, ..., w_{i_k}\}$ hodisaning ehtimoli $P(A) = \dfrac{N(A)}{N(\Omega)} = \dfrac{k}{n}$ kabi topiladi. Bu erda $k$ – A hodisaning ro'y berishiga imkon beruvchi natijalar soni (A to'plam elementlarining soni), $n$ – tajribada ro'y berishi mumkin bo'lgan barcha elementar hodisalar soni ($\Omega$ ning elementlari soni).

Hodisalar ehtimolini aniqlashning bunday usuli klassik usul deyiladi va $P(A) = \dfrac{k}{n}$ formula klassik ehtimollik formulasidir.

Klassik ko'rinishdagi tajribalarda tajriba natijalari $w_1, w_2, ..., w_n$ cheklita bo'lib, tajriba shartlariga nisbatan, aniq bir simmetriyaga ega, ya'ni ularning ro'y berish imkoniyatlari bir xil

$$P(w_1) = P(w_2) = ... = P(w_n) = \frac{1}{n}$$

bo'ladi.

Klassik usul bilan ehtimollik hisoblanganda deyarli hamma vaqt biz tajriba natijasida ro'y berishi mumkin bo'lgan barcha natijalar soni $N(\Omega)$ va biror hodisaning ro'y berishiga imkon yaratuvchi natijalar sonlari $N$(A) topish masalasiga duch kelamiz. Bu $N(\Omega)$ va $N$(A) larni aniqlashda ko'pgina kombinatorikaning ma'lum formulalaridan foydalaniladi.

Malasan, quyidagi formulalalardan:

a) $n$ elementni $k$ donalar gruppalashlar soni

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!} = \frac{n(n-1)...(n-k+1)}{1 \cdot 2 \cdot ... \cdot k}$$

б) $n$ elementidan k donalar o'rinlashtirishlar soni

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!} = n(n-1)...(n-k+1).$$

## Geometrik va statistik ehtimolliklar.

Agar kuzatilayotgan tajribaga mos elementar hodisalar to'plami Ω uzluksiz to'plam (interval, soha v shu kabi) bo'lsa, tabiiyki hodisa ehtimolini hisoblash uchun ehtimollikni klassik usulidan foydalanish mumkin emas (N( $\Omega$ )-cheksiz). Bunday hollarda ehtimollik hisoblashning boshqa usullariga ehtiyoj tug`iladi.

Quyida geometrik ehtimollik tushunchasiga olib keladigan umumiy misol bilan tanishamiz.

Tekislikda o'lchovi mavjud biror $\Omega$ soha berilgan bo'lib, shu sohaga nuqta tashlash tajribasi o'tkazilayotgan bo'lsin. Hodisalar maydoni $\Im$ sifatida $\Omega$ ning barcha o'lchovli to'plam ostilaridan tuzilgan sistemani qaraymiz. Tashlangan nuqtani biror A, $A \in \Im$ sohaga tushish ehtimolini topish talab etilsin. Agar nuqtani A sohaga tushishi A soha $\Omega$ ning qaerida joylashganligiga bog`liq bo'lmasdan faqat A ning o'lchovigagina bog`liq bo'lsa, u xolda A hodisa ehtimoli P(A) uchun quyidagi geometrik ehtimollik formulasi o'rinli bo'ladi:

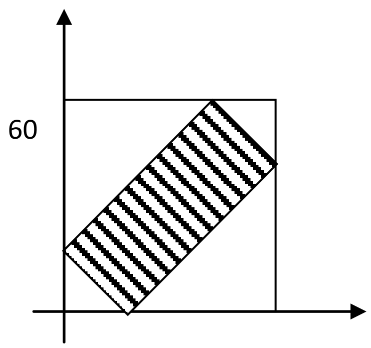
$$P(A) = \frac{S(A)}{S(\Omega)}$$

bu erda $S(A)$- A soha o'lchovi, $S(\Omega)$- $\Omega$ soha o`lchovidir.

Misol: **(uchrashuv haqida masala)**

A va B shaxslar kelishilgan joyda soat 12 dan 13 gacha bo'lgan oralig`ida uchrashishga kelishishdi. Bunda uchrashuv joyiga birinchi kelgan shaxs ikkinchisini 20 minut davomida kutadi, shundan so'ng ketadi. Agar A va B shaxslarning kelishilgan vaqt oralig`ida uchrashuv joyiga kelishlari tasodifiy va bir-birlariga bog`liqsiz bo'lsa, uchrashuv sodir bo'lish ehtimoli topilsin.

Echish: A shaxsning kelish vaqtini x orqali V shaxsning kelish vaqtini u orqali belgilaymiz. U xolda uchrashuv sodir bo'lishi uchun $|x - y| \le 20$ bo'lishi zarur va etarlidir. Dekart koordinatalar sistemasida bu soha quyidagicha tasvirlanadi:




Bu erda masshtab birligi 1 minut, mumkin bo'lgan barcha natijalar to'plami $\Omega$ esa tomonlari 60 bo'lgan kvadrat nuqtalaridir. Uchrashuv bo'lishiga imkon yaratuvchi soha shtrixlangan. Izlanayotgan ehtimollik shtrixlangan soha yuzi bilan butun kvadrat yuzi nisbatiga tengdir:

$$P = \frac{60^2 - 40^2}{60^2} = \frac{5}{9}$$

## 3.Shartli ehtimolliklar. Hodisalar bog`liqsizligi.

Yuqorida biz ehtimollik tushunchasini, qarayotgan tajriba uchun mos hodisalar maydonida aniqlangan va ma'lum aksiomalarga bo`ysunuvchi sonli funktsiya, sifatida kiritdik. Bunday aniqlangan ehtimollik, tajriba o'tkazish uchun zarur bo'lgan S shartlardan boshqa xech bir qo'shimcha shartga bog`liksiz bo'lganligi uchun shartsiz ehtimollik deb ataladi.

**Ta'rif.** A va B tajriba natijasida sodir bo'lishi mumkin bo'lgan qandaydir hodisalar bo'lsin, bunda P(A)>0. U xolda B hodisaning, tajriba A hodisa ro'y berganligi shartida, sodir bo'lishi **shartli ehtimoli** P(B/A) quyidagicha aniqlanadi:

$$P(B/A) = \frac{P(AB)}{P(A)} \qquad (*)$$

Bundan buyon qisqalik uchun P(B/A) shartli ehtimollik B hodisaning A shartidagi ehtimoli deb ataladi. P(A)=0 bo'lganda P(B/A) aniqlanmagan.

Shartli ehtimollikning bunday aksiomatik ta'rifini oydinlashtirish maqsadida quyidagi klassik ehtimollik sxemasini qaraymiz. Biror tajribaga mos elementar natijalar soni $N(\Omega) = n$ bo'lib ularning $m$ tasi A hodisa ro'y berishiga va $k$ tasi AB hodisa ro'y berishiga imkon yaratsin. Tajriba natijasida A hodisa ro'y berdi deb faraz qilaylik. U xolda mumkin bo'lgan barcha natijalar soni $n$ tadan $m$ tagacha kamayadi. Bu $m$ ta natijaning $k$ tasi B hodisani ro'y berishiga imkon yaratadi. Demak, klassik ehtimollik ta'rifiga ko'ra B hodisaning A hodisa ro'y berganlik shartidagi ehtimolli $\frac{k}{m}$ kabi topiladi, ya'ni

$$P(B/A) = \frac{k}{m} = \frac{k}{n} \cdot \frac{n}{m} = P(AB) \cdot \frac{1}{P(A)}$$

bu esa (*) formula bilan mos keladi.

**Ta'rif**: Agar A va V hodisalarning birini ro'y berishi ikkinchisini ehtimolini o'zgartirmasi, u xolda bu **hodisalar o'zaro bog`liqsiz** deyiladi. Boshqacha qilib aytganda $P(B/A) = P(B)$ yoki $P(A/B) = P(A)$ bo'lsa A va V hodisalar o'zaro bog`liqsiz deyiladi.

Izoh. Agar A va V hodisalar o'zaro bog`liqsiz bo'lsalar, u xolda A va B, A va $\overline{B}$, $\overline{A}$ va $\overline{B}$ lar ham o'zaro bog`liqsiz hodisalar bo'ladi. Haqiqatan ham A va B lar uchun

$$P(B/A) + P(\overline{B}/A) = 1$$

$$P(B/A) = P(B)$$

bundan

$$P(\overline{B}/A) = 1 - P(B/A) = 1 - P(B) = P(\overline{B})$$

ekanligi kelib chiqadi. Qolgan hollar ham shunga o'xshash ko'rsatiladi. Hodisalar bog`liqsizligi tushunchasi ehtimollar nazariyasi va uning tadbiqlarida katta ahamiyatga ega.

## 3.EHTIMOLLIK HISOBLASH FORMULALARI.

1. **Hodisalar ko'paytmasi va yig'indisining ehtimoli.**
2. **To'la ehtimollik formulasi.**
3. **Bayes formulalari.**

## 1. Hodisalar ko'paytmasi va yig'indisining ehtimoli.

Shartli ehtimollikning ta'rifidan bevosita quyidagi ehtimollikni ko'paytirish teoremasi kelib chiqadi.

**Teorema**: A va B tajriba natijasida kuzatilishi mumkin bo'lgan hodisalar bo'lib, P(A)>0 bo'lsin. U holda

$$P(AB) = P(A)P(B/A) \qquad (1)$$

formula o'rinli bo'ladi.

Agar A va B hodisalarning har ikkisini ham ehtimolliklari noldan farqli bo'lsa, (1) formulani quyidagi ikki hil ko'rinishda yozish mumkin:

$$P(AB) = P(A)P(B/A); \qquad P(AB) = P(B)P(A/B) \qquad (2)$$

Ko'pgina masalalarda qandaydir qo'shimcha shartlarga ko'ra P(A/B) yoki P(B/A) tipidagi shartli ehtimolliklar ma'lum bo'ladi. Ana shunday hollarda (2) formulaga ko'ra A va B hodisalarning birgalikda ro'y berish ehtimoli topiladi.

Ixtiyoriy chekli sondagi hodisalar uchun ehtimollikning ko'paytirish formulasi quyidagicha yoziladi:

$$P(A_1A_2,...,A_n) = P(A_1)\cdot P(A_2/A_1)\cdot P(A_3/A_1A_2)\cdot ...\cdot P(A_n/A_1A_2...A_{n-1}) \qquad (3)$$

bu erda tenglikning o'ng tomonidagi barcha shartli ehtimolliklar aniqlangan bo'lishi kerak.

Sodda xodislar ehtimolliklarini bilgan holda, shu hodisalardan algebraik amallar yordamida xosil qilingan yangi murakkabroq hodisalar ehtimolliklarini hisoblay bilish, ehtimollar nazariyasining tatbiqlari uchun muhim ahamiyatga ega. Yuqorida keltirilgan (1) va (3) formulalarda hodisalar ko'paytmasini ehtimolini hisoblash qoidalari berilgan bo'lsa, quyida biz hodisalar yig'indisining ehtimolini topish qoidalarini beramiz.

**Teorema**. A va B tajriba natijasida sodir bo'lishi mumkin bo'lgan ixtiyoriy hodisalar bo'lsin, u holda

$$P(A+B) = P(A) + P(B) - P(AB) \qquad (4)$$

**Isbot:**

$$A + B = A + (B - AB)$$

$$B = AB + (B - AB)$$

ekanligi ravshan. Bu tengliklarning o'ng tomonlaridagi qo'shiluvchilar o'zaro birgalikda bo'lmagan hodisalardir. Ehtimollikning 3-aksiomasiga ko'ra o'zaro birgalikda bo'lmagan hodisalar yig'indisining ehtimoli qo'shiluvchi hodisalar ehtimolliklari yig'indisiga teng. Shuning uchun

$$P(A+B) = P(A) + P(B - AB)$$

$$P(B) = P(AB) + P(B - AB)$$

bundan esa

$$P(A+B)-P(B)=P(A)-P(AB)$$

yoki

$$P(A+B)=P(A)+P(B)-P(AB)$$

kelib chiqadi.

A va B hodisalar o’zaro birgalikda bo’lmagan holda (4) formula

$$P(A+B)=P(A)+P(B)$$

ko’rinishda bo’ladi va odatda **qo’shish aksiomasi** deb yuritiladi.

Qo’shiluvchilik soni $n$ ta bo’lgan hol uchun (4) formula quyidagicha umumlashtiriladi:

$$P\left(\sum_{k=1}^{n}A_k\right)=\sum_{k=1}^{n}P(A_k)-\sum_{1<i\le n}^{n}P(A_iA_j)+\sum_{i<j<k\le n}^{n}P(A_iA_jA_k)+\ldots+$$

$$+(-1)^{n-1}P(A_1A_2\ldots A_n)$$

Masalan, $n=3$ bo’lgan xususiy holda:

$$P(A_1+A_2+A_3)=P(A_1)+P(A_2)+P(A_3)-P(A_1A_2)-$$

$$-P(A_1A_3)-P(A_2A_3)+P(A_1A_2A_3) \qquad (5)$$

formula o’rinli bo’ladi.

Agar $A_1, A_2, \ldots, A_n$ hodisalar birgalikda bog’liqsiz bo’lgan hodisalar bo’lsa u holda $A_1+A_2+\ldots+A_n$ yig’indi hodisa ehtimolini quyidagi formulaga ko’ra hisoblash qulaydir:

$$P(A_1+A_2+\ldots+A_n)=1-P(\overline{A_1+A_2+\ldots+A_n})=$$

$$=1-P(\overline{A}_1\overline{A}_2\ldots\overline{A}_n)=1-P(\overline{A}_1)P(\overline{A}_2)\ldots P(\overline{A}_n) \qquad (6)$$

## 2.To’la ehtimollik formulasi.

Faraz qilaylik, $A_1, A_2, \ldots, A_n$ lar kuzatilayotgan tajriba natijasida ro’y berishi mumkin bo’lgan, o’zaro birgalikda bo’lmagan hodisalar bo’lib,

$$A_1+A_2+\ldots+A_n=\Omega \qquad (7)$$

bo’lsin. U holad shu tajribada sodir bo’lishi mumkin bo’lgan ixtiyoriy B hodisa uchun quyidagi tenglik

$$B=B\Omega=BA_1+BA_2+\ldots+BA_n \qquad (8)$$

o’rinli bo’ladi. Ehtimollikning qo’shish teoremasiga ko’ra

$$P(B)=P(BA_1+BA_2+\ldots+BA_n)=\sum_{i=1}^{n}P(BA_i)$$

bo’ladi. $P(BA_i)$ qo’shiluvchilarning har biri uchun ehtimollikni ko’paytirish teoremasini qo’llasak

$$P(B)=\sum_{i=1}^{n}P(A_i)P(B/A_i) \qquad (9)$$

tenglikka kelamiz. Bu esa to’la ehtimollik formulasi deyiladi.

Misol. Sotuvga chiqarilgan televizorlarning 50 % birinchi zavodda 30 % ikkinchi zavodda va 20 % uchinchi zavodda tayyorlangan. Birinchi zavod televizorlarning 10 %, ikkinchi zavod televizorlarining 8 % va uchinchi zavod televizorlarining 5 % qandaydir nosozlikka ega. Sotuvdan tasodifiy tarzda olingan televizor kamchiliksiz bo'lish ehtimoli topilsin.

Echish: quyidagi hodisalarni belgilab olamiz:

$B = \{$sotuvdan olingan televizorlar kamchiliksiz $\}$

$A_i = \{$olingan televizor $i-$zavodda tayyorlangan $\}$

Tabiiyki $A_1, A_2, A_3$ hodisalar o'zaro birgalikda emas va

$$A_1 + A_2 + A_3 = \Omega$$

bo'ladi. Shuning uchun (9) formulaga ko'ra

Masala shartiga ko'ra

$P(A_1) = 0{,}5;$ $\quad P(A_2) = 0{,}3;$ $\quad P(A_3) = 0{,}2$

$P(B/A_1) = 1 - 0{,}1 = 0{,}90$ $\quad P(B/A_2) = 1 - 0{,}08 = 0{,}92$ $\quad P(B/A_3) = 1 - 0{,}05 = 0{,}95$

Demak

$$P(B) = 0{,}5 \cdot 0{,}9 + 0{,}3 \cdot 0{,}92 + 0{,}2 \cdot 0{,}95 = 0{,}934 .$$

### 3. Bayes formulalari.

Faraz qilaylik, $A_1, A_2, \ldots, A_n$ hodisa yuqoridagi kabi aniqlangan bo'lib, ular uchun (7) va (8) tengliklar o'rinli bo'lsin. Endi tajriba natijasida B hodisa ro'y berganligi ma'lum bo'lsa, $A_k$ hodisaning ehtimolini topish talab etilsin, ya'ni $P(A_k / B),\ k = 1, 2, \ldots, n$ shartli ehtimolliklarni topaylik.

Ehtimollikni ko'paytirish teoremasiga ko'ra ihtiyoriy $k$ uchun $l = 1,\ 2,\ \ldots,\ n$

$$P(A_k B) = P(A_k) \cdot P(B / A_k)$$

yoki

$$P(A_k B) = P(B) \cdot P(A_k / B)$$

bo'ladi.

Bu tengliklarni o'ng tomonlarini tenglab $P(A_k / B)$ ni topamiz:

$$P(A_k / B) = \frac{P(A_k) \cdot P(B / A_k)}{P(B)}$$

To'la ehtimollik formulasidan foydalansak quyidagi munosabat

$$P(A_k / B) = \frac{P(A_k) \cdot P(B / A_k)}{\sum_{i=1}^{n} P(A_i) \cdot P(B / A_i)}; \qquad k = 1,\ 2,\ \ldots,\ n$$

kelib chiqadi. Hosil qilingan bu formulalar **Bayes formulalari** deb ataladi.

Bayes formulalari $A_1, A_2, \ldots, A_n$ farazlarning tajribadan avvalgi $P(A_i)$ ehtimolliklari va $P(B / A_i)$ shartli ehtimolliklar yordamida uning tajriba natijasi B ma'lum bo'lganlik shartidagi $P(A_k / B)$ ehtimolliklarini hisoblash imkonini beradi.

Boshqacha qilib aytganda, bu formulalar $A_1, A_2, ..., A_n$ farazlarning ehtimolliklarini tajribadan so’ng qayta baholash imkonini yaratadi.

Misol. Yuqorida ko’rilgan misol shartida sotuvdan olingan televizor kamchiliksiz ekanligi ma'lum bo’lsa, uni birinchi zavod mahsuloti bo’lish ehtimoli topilsin.

Echish: Bayes formulasiga ko’ra

$$P(A_1 / B) = \frac{P(A_1) \cdot P(B / A_1)}{P(B)}$$

Ma'lumki

$P(B) = 0{,}934;$ $P(A_1) = 0{,}5;$ $P(B / A_1) = 0{,}9$

Demak,

$$P(A_1 / B) = \frac{0{,}5 \cdot 0{,}9}{0{,}934} = 0{,}48$$

## 4.BOG’LIQSIZ TAJRIBALAR KETMA-KETLIGI

**1.Bernulli sxemasi. Bernulli formulasi.**
**2.Laplasning lokal limit va integral limit teoremalari.**
**3.Nisbiy chastotani o’zgarmas ehtimoldan chetlanish ehtimoli.**

### 1.Bernulli sxemasi. Bernulli formulasi.

Faraz qilaylik biror tajriba o’zgarmas sharoitda ketma-ket takrorlanayotgan bo’lsin.

Agar $n-$chi tajriba natijalari avvalgi tajribalar natijalariga bog’liq bo’lmasa bunday tajribalar o’zaro bog’liqsiz tajribalar ketma-ketligi deyiladi.

Agar bog’liqsiz tajribalar ketma-ketligining har birida A yoki $\overline{A}$ hodisalardan biri mos ravishda $p = P(A)$ yoki $q = 1 - p = P(\overline{A})$ ehtimolliklar bilan ro’y berishi mumkin bo’lsa, u holda bunday tajribalar ketma-ketligi Bernulli sxemasi deyiladi.

Bernuli sxemasida tajribalar $n-$marta takrorlanganda $k$ marta A hodisa $(n-k)$ - marta $\overline{A}$ hodisa ro’y berishi ehtimolligi $P_n(k)$ kabi belgilanadi.

**Teorema** (Bernulli formulasi)

Bernulli sxemasida $P_n(k)$ ehtimollik uchun quyidagi munosabat o’rinlidir:

$$P_n(k) = C_n^k p^k q^{n-k} \qquad (1)$$

bu erda

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$P_n(k)$ - ehtimollikni $k$ ning funktsiyasi sifatida qarab uning xossalarini o’rganaylik:

$$\frac{P_n(k+1)}{P_n(k)} = \frac{n-k}{k+1} \cdot \frac{p}{q}$$

bundan esa $(n-k)p>(k+1)q$ yoki $np-q>k$ shartda

$P_n(k+1)>P_n(k)$

ekanligi kelib chiqadi.

Xuddi shuningdek, quyidagilarni

$$np-q=k \Rightarrow P_n(k+1)=P_n(k)$$

$$np-q<k \Rightarrow P_n(k+1)<P_n(k)$$

hosil qilamiz.

Demak, $P_n(k)$ funktsiya $k$ ning o'sib borishi bilan avval o'sib boradi va maksimum qiymatga erishadi va so'ngra kamayib boradi. Agar $np-q$ butun son bo'lsa, $P_n(k)$ o'zining maksimum qiymatiga $k=np-q$ va $k=np-q+1$ qiymatlarda erishadi. Agar $np-q$ butun son bo'lmasa maksimum qiymatga $k=[np-q]+1$ qiymatda erishadi.

Tajribalar soni $n$ etarlicha katta bo'lganda $(n>20)$ Bernulli formulasiga ko'ra $P_n(k)$ ehtimollikni hisoblash noqulaydir. Shuning uchun bunday holatlarda $P_n(k)$ ehtimollikni hisoblash uchun boshqa formulalarga ehtiyoj tug'iladi. Ana shunday formulalardan biri Laplasning Lokal limit teoremasidan kelib chiqadi.

**2.Laplasning lokal limit va integral limit teoremalari. Lokal limit teoremasi.**

**Teorema.** Bernulli sxemasida tajribalar soni etarlicha katta bo'lganda $P_n(k)$ ehtimollik uchun quyidagi asimptotik formula o'rinlidir.

$$P_n(k)\approx\frac{1}{\sqrt{npq}}\varphi(x)$$

bu erda

$$\varphi(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\ell^{-x^2/2}, \qquad x=\frac{k-np}{\sqrt{npq}}$$

$\varphi(x)$ funktsiya qiymatlari jadvallashtirilgan, juft funktsiya bo'lib, $\lim\limits_{x\to\infty}\varphi(x)=0$ dir.

Ko'pgina amaliy masalalarda Bernulli sxemasida bog'liqsiz tajribalar $n-$marta takrorlanganda A hodisaning ro'y berishlar soni $k_1$ tadan $k_2$ tagacha bo'lish ehtimolligini topish muhim bo'ladi. Bu ehtimollikni $P_n(k_1,k_2)$ kabi belgilaylik.

Agar tajribalar soni kichik bo'lsa, $P_n(k_1,k_2)$ ehtimollik

$$P_n(k_1,k_2)=P_n(k_1)+P_n(k_1+1)+...+P_n(k_2)$$

yig'indi ko'rinishida yozilib, $P_n(k)$ ehtimolliklarni hisoblash uchun Bernulli formulasidan foydalanish mumkin.

Tajribalar soni etarlicha katta bo'lganda esa $P_n(k_1,k_2)$ ehtimollikni hisoblash uchun quyidagi integral limit teoremasidan kelib chiqadigan asimptotik formuladan foydalanish mumkin.

**Teorema**. Bernulli sxemasida tajribalar soni $n$ - etarlicha katta bo'lganda $P_n(k_1,k_2)$ ehtimollik uchun quyidagi asimptotik formula o'rinlidir.

$$P_n(k_1,k_2) \approx \Phi_0(x_2) - \Phi_0(x_1)$$

bu erda

$$\Phi_0(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^x \ell^{-u^2/2}du$$

$$x_1 = \frac{k_1 - np}{\sqrt{npq}}; \qquad x_2 = \frac{k_2 - np}{\sqrt{npq}};$$

$\Phi_0(x)$-funktsiyasi Laplas funktsiyasi deb ham yuritiladi. Bu funktsiyaning ba'zi xossalarini keltiraylik.

1. $\Phi_0(x)$ -toq funktsiya.
2. $\Phi_0(x)$ - o'suvchi funktsiya.
3. $\lim\limits_{x\to\infty} \Phi_0(x) = 0{,}5$

**3.Nisbiy chastotani o'zgarmas ehtimoldan chetlanish ehtimoli.**

Integral limit teoremani tatbig'i sifatida

$$\left\{\left|\frac{k}{n} - p\right| < \varepsilon\right\}$$

hodisa ehtimolligini topaylik, bunda $n$ - Bernulli sxemasida takrorlanayotgan barcha tajribalar soni, $k$ esa A hodisa ro'y bergan tajribalar soni, $p$ bitta tajribada hodisaning ro'y berish ehtimolligi, $\varepsilon$ - ixtiyoriy musbat son. Quyidagi almashtirishlarni bajaramiz.

$$P\left(\left|\frac{k}{n} - p\right| < \varepsilon\right) = P\left(|k - np| < n\varepsilon\right) = P(np - n\varepsilon < k < np + n\varepsilon)$$

$$x_1 = \frac{np - n\varepsilon - np}{\sqrt{npq}} = -\varepsilon\sqrt{\frac{n}{pq}}$$

$$x_2 = \frac{np + n\varepsilon - np}{\sqrt{npq}} = \varepsilon\sqrt{\frac{n}{pq}}$$

Bulardan esa quyidagi tenglik kelib chiqadi

$$P\left(\left|\frac{k}{n} - p\right| < \varepsilon\right) = \Phi_0\left(\varepsilon\sqrt{\frac{n}{pq}}\right) - \Phi_0\left(-\varepsilon\sqrt{\frac{n}{pq}}\right) = 2\Phi_0\left(\varepsilon\sqrt{\frac{n}{pq}}\right)$$

Ushbu teorema isbot qilindi.

**Teorema.** Bernulli sxemasida A hodisaning ro'y berishlar nisbiy chastotasi $\frac{k}{n}$ ning o'zgarmas ehtimollik $p$ dan farqi absolyut qiymat bo'yicha $\varepsilon$ dan ortmaslik ehtimoli $2\Phi_0\left(\varepsilon\sqrt{\frac{n}{pq}}\right)$ ga teng.

## II BOB. TASODIFIY MIQDORLAR VA JARAYONLAR

## 1.TASODIFIY MIQDORLAR VA ULARNING TAQSIMOT QONUNLARI

1. **Tasodifiy miqdor tushunchasi. Iqtisodiy masalalarda tasodifiy miqdor tushunchasining ahamiyati.**
2. **Tasodifiy miqdor ehtimolliklarini taqsimot funktsiyasi va uning xossalari.**
3. **Diskret tasodifiy miqdorlar. Ularning taqsimot qonuni.**
4. **Uzluksiz tasodifiy miqdorlar. Ularning zichlik funktsiyasi**.

### 1.Tasodifiy miqdor tushunchasi. Iqtisodiy masalalarda tasodifiy miqdor tushunchasining ahamiyati.

Ma'lumki, ko'pgina tasodifiy tajribalarning natijalari miqdoriy kattaliklar bo'ladi. Masalan, uning soqqasini tashlash tajribasida tushgan ochko (1,2,3,4,5,6) kuzatilayotgan er maydonidan olingan hosildorlik, yog'ingarchilik miqdori, mehnat unumdorligi va h.k. Demak, ko'pgina tasodifiy tajribalarga mos elementlar xodisalar fazosi sonlar to'plamidan iborat bo'lar ekan.

Tasodifiy miqdor, qiymatlari tasodifiy bo'lgan funktsiya bo'lib, uning aniqlanish sohasi elementar xodisalar fazosi, qiymatlar sohasi esa biror sonlar to'plamidir.

Tasodifiy miqdorlar X,Y,Z kabi bosh xarflar bilan ularning qiymatlarini mos kichik xarflar x,y,z kabi belgilanadi.

Masalan: $\Omega = (w_1, w_2, w_3)$ bo'lsa,

$X(w_1) = x_1$, $\qquad X(w_2) = x_2$,

$X(w_3) = x_3$,

bo'ladi.

### 2.Tasodifiy miqdor ehtimolliklarini taqsimot funktsiyasi va uning xossalari.

$(X < x)$ xodisa ehtimoli deb $\{w : w \in \Omega/(w) < x\}$ xodisa ehtimoliga aytiladi. Ko'rinib turibdiki $(X < x)$ xodisa ehtimolligi x ning funktsiyasidir. Bu funktsiya tasodifiy miqdor ehtimolliklarining **taqsimot funktsiyasi** deyiladi va $F_x(x)$ kabi belgilanadi.

Taqsimot funktsiya quyidagi xossalarga ega.

1. Barcha haqiqiy $x$ lar uchun
$0 \le F_x(x) \le 1$
2. $F_x(x)$ – kamaymaydigan funktsiya.
3.Taqsimot funktsiya chapdan uzluksiz, ya'ni
$\lim\limits_{x \to -\infty} F_x(x) = 0; \qquad \lim\limits_{x \to +\infty} F_x(x) = 1;$

### 3.Diskret tasodifiy miqdorlar. Ularning taqsimot qonuni.

**Ta'rif.** Agar $X$ тasodifiy miqdor chekli yoki sanoqli sondagi $\{x_n\}$ qiymatlarni $\{p_k\}$ ehtimolliklar bilan qabul qilsa, $(\sum p_k = 1)$ uni **diskret tasodifiy miqdor** deyiladi.

Diskret tasodifiy miqdor qiymatlari va bu qiymatlarga mos ehtimolliklari yordamida tuzilgan quyidagi jadval:

| $X$ | $x_1$ | $x_2$ | ... | $x_n$ |
|---|---|---|---|---|
| $P$ | $p_1$ | $p_2$ | ... | $p_n$ |

(1)

diskret tasodifiy miqdorning **taqsimot qonuni** deyiladi.

Agar $p_k$ ehtimolliklarni hisoblashning umumiy qoidasi berilgan bo'lsa, u holda diskret tasodifiy miqdor taqsimot qonuni birgina formula bilan berilishi mumkin. Masalan:

$$p_k = P(x = k) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k} \qquad (2)$$

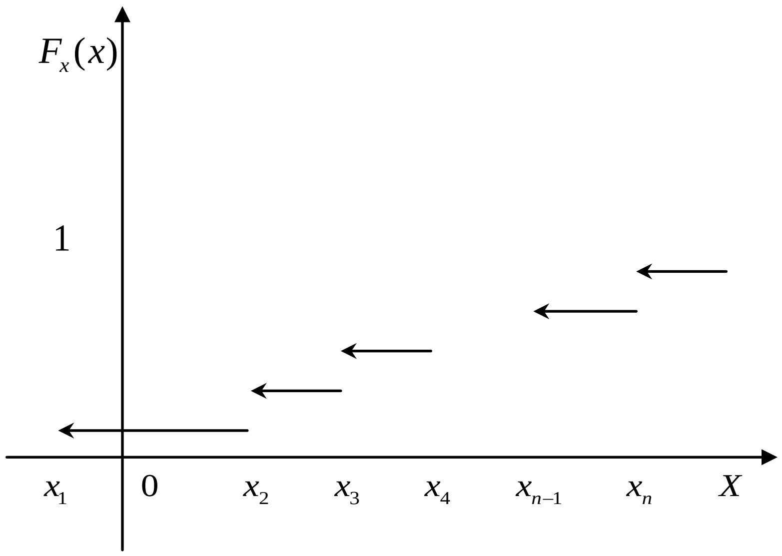
formula bilan berilgan $X$ tasodifiy miqdor $k = 0, 1, ..., n$ qiymatlarni (2) formulaga ko'ra hisoblab topiladigan $p_k$ ehtimolliklar bilan qabul qiladi. (2) formula bilan berilgan tasodifiy miqdor Binamial taqsiotli tasodifiy miqdor deyiladi va quyidagicha berligilanadi $X \in B(n, p)$ . Bernulli sxemasida A xodisaning ro'y berishlar soni binomial taqsimotli tasodifiy miqdor bo'ladi.

Diskret tasodifiy miqdorning taqsimot fnuktsiyasi

$$F_x(x) = \sum_{\{k: x_k < x\}} p_k \qquad (3)$$

formula bilan aniqlanadi.

$F_x(x)$ funktsiya $x_1, x_2, ..., x_n$ nuqtalarda sakrashlarga ega bo'lib, bu sakrashlar qiymati mos ravishda $p_1, p_2, ..., p_n$ larga teng, uning grafigi quyidagi ko'rinishda bo'ladi:




**4.Uzluksiz tasodifiy miqdorlar. Ularning zichlik funktsiyasi**.

**Ta'rif**. $X$ tasodifiy miqdor taqsimot funktsiyasini

$$F_x(x) = \int_{-\infty}^{x} f(\upsilon)du$$

ko'rinishda yozish mumkin bo'lsa, bu tasodifiy miqdor **uzluksiz taqsimlangan tasodifiy miqdor** deyiladi. Bu erda $f(x)$ funktsiya X tasodifiy miqdorning zichlik funktsiyasi deyiladi.

Yuqoridagi ta'rifga ko'ra $F_x^1(x) = f(x)$ bo'ladi.

Zichlik funktsiya quyidagi hossalarga ega:

1. Zichlik funktsiya manfiy emas:

$f(x) \geq 0$

2. Zichlik funktsiyadan $(-\infty;\infty)$ oraliq bo'yicha olingan integral 1 ga teng:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1$$

3. $X$ tasodifiy miqdor qiymatlarini $[a;b], [a;b), (a;b], (a;b)$ oraliqlardan birida etish ehtimolligi zichlik funktsiyadan $(a;b)$ oraliq bo'yicha olingan integralga teng:

$$P(a < X < b) = \int_{a}^{b} f(x)dx$$

Ba'zi uzluksiz tasodifiy miqdorlarning zichlik funktsiyalarini keltiramiz:

1. ixtiyoriy haqiqiy $x$ uchun zichlik funktsiyasi

2. $\varphi(x) = \dfrac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \ell^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$

ko'rinishda berilgan tasodifiy miqdor normal qonun bilan taqsimlangan tasodifiy miqdor deyiladi va quyidagicha belgilanadi. $X \in N(a;\ \delta)$ . Xususan $a = 0;\ \delta = 1$ bo'lganda

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\ell^{-\frac{x^2}{2}}$$

zichlik funktsiya bilan berilgan tasodifiy miqdor standart normal qonun bilan **taqsimlangan tasodifiy miqdor** deyiladi.

3. Agar $X$ tasodifiy miqdor zichlik funktsiyasi

$$f(x) = \begin{cases} 0;\ \overline{X \in}[a;\ b] \\ \dfrac{1}{b-a};\ x \in [a;\ b] \end{cases}$$

ko'rinishda berilgan bo'lsa, $X$ tasodifiy miqdor $[a;b]$ oraliqda **tekis taqsimlangan tasodifiy miqdor** deyiladi.

Bu tasodifiy miqdor taqsimot funktsiyasi quyidagi ko'rinishga ega:

$$f(x) = \begin{cases} 0;\ x < a \\ \dfrac{x-a}{b-a};\ a \le x < b \\ 1;\ x \ge b \end{cases}$$

3. $\lambda -$ parametrli ko'rsatkichli qonun bilan taqsimlangan tasodifiy miqdor zichlik funktsiyasi

$$f(x) = \begin{cases} 0;\ x < 0 \\ \lambda\ell^{-\lambda x};\ x \ge 0 \end{cases}$$

Ko'rinishga, taqsimot funktsiyasi esa

$$F(x) = \begin{cases} 0;\ x < 0 \\ 1 - \ell^{-\lambda x};\ x \ge 0 \end{cases}$$

ko'rinishga ega bo'ladi.

## 2.TASODIFIY MIQDORLARNING SONLI XARAKTERISTIKALARI.

1. **Matematik kutilma va uning xossalari.**
2. **Dispersiya va uning xossalari.**
3. **Yuqori tartibli momentlar.**
4. **Normal taqsimot va uning xossalari.**

### 1.Matematik kutilma va uning xossalari.

Tasodifiy miqdorlarning sonli xarakteristikalari deb, tasodifiy miqdorning biror xususiyatini xarakterlaydigan notasodifiy kattaliklarga aytiladi. Masalan: matematik kutilma, dispersiya, o'rta-kvadratik chetlanish, kvantil, kritik nuqtalar sonli xarakteristikalarga misollardir.

Matematik kutilma tasodifiy miqdorning o'rtacha qiymatini anglatadi va $MX$ kabi belgilanadi.

**Ta'rif.** Agar x diskret tasodifiy miqdor bo'lib

$P_k = P(X = x_k);\ k = 1,2,...,\sum p_x = 1$

bo'lsa, u holda

$$MX = \sum_{k=1}^{\infty} x_k p_k \qquad (1)$$

Agar $X$ - uzluksiz tasodifiy miqdor bo'lib, $f(x)-$ uning zichlik fuktsiyasi bo'lsa, u holda

$$MX = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx \qquad (2)$$

**Misol 1.** Binomial qonun bilan taqsimlangan tasodifiy miqdor matematik kutilmasi topilsin.

$$P(X = k) = C_n^k p^k q^{n-k}; \quad MX = \sum_{k=0}^{n} kP(X = k) = \sum_{k=0}^{n} k \cdot C_n^k p^k q^{n-k} =$$

$$= np\sum_{k=1}^{n} C_{n-1}^{k-1} p^{k-1} q^{n-k} = np(p+q)^{n-1} = np$$

**Misol 2**. Puasson qonuni bilan taqsimlangan tasodifiy miqdoring matematik kutilmasini toping.

$$P(X = k) = \frac{\lambda^k \cdot \ell^{-\lambda}}{k!}; \quad k = 0,1,...; \quad X > 0$$

tarifga ko'ra

$$MX = \sum_{k=0}^{\infty} k \cdot \frac{\lambda^k \cdot \ell^{-\lambda}}{k!} = \lambda \cdot \ell^{-\lambda} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\lambda^{k-1}}{(k-1)!} = \lambda \cdot \ell^{-\lambda} \cdot \ell^{\lambda} = \lambda$$

Matematik kutilma quyidagi **xossalar**ga ega:

1.O'zgarmas sonning matematik kutilmasi shu sonning o'ziga teng

$MC = C$

1. $|MX| \le M|X|$ tengsizlik o'rinli.

2. $M(X+Y) = MX + MY$ tenglik o'rinli.

3.O'zgarmas sonni matematik kutilma belgisidan tashqariga chiqarish mumkin.

$McX = cMX$

3. $X$ va $Y$ o'zaro bog'liqsiz tasodifiy miqdorlar bo'lsa, u holda

4. $M(XY) = MX \cdot MY$

Tasodifiy miqdor qiymatlarini uning o'rtacha qiymati atrofidagi o'rtacha tarqoqligini xarakterlovchi ko'rsatkich **dispersiya** deb ataladi.

$X$ – tasodifiy miqdor dispersiyasi deb,

$M(X - MX)^2$

kattalikka aytiladi va $DX$ kabi belgilanadi.

**Ta'rif**. Agar X tasodifiy miqdor diskret tipda bo'lib,

$$p = P(X = x_k); \quad k = 1,2,...; \quad \sum_{k=1}^{\infty} p_k = 1$$

bo'lsa uning dispersiyasi quyidagiga teng.

$$DX = \sum_{k=1}^{\infty} (x_k - MX)^2 p_k \tag{3}$$

Agar $X$ uzluksiz tasodifiy miqdor bo'lib, $f(x)$ - uning zichlik funktsiyasi bo'lsa, u holda $DX$ quyidagicha jhisoblanadi.

$$DX = \int_{-\infty}^{\infty} (x - MX)^2 f(x)dx$$

**Dispersiya xossalari** quyidagilardir:

1. $DX = MX^2 - (MX)^2$
2. $DC = 0$
3. $D(C \cdot X) = C^2 DX$
4. $X$ va $Y$ o'zaro bog'liqsiz tasodifiy miqdorlar bo'lsa, $D(X + Y) = DX + DY$

**Misollar**: 1. $X \in B(n, p)$ bo'lsin. U holda $DX = npq$ bo'ladi.

2. $X \in \Pi(\lambda)$ bo'lsin. U holda $DX = \lambda$ bo'ladi.

Sodda almashtirishlardan so'ng quyidagini hosil qilamiz.

$$DX = \sum_{k=0}^{\infty} k^2 \frac{\lambda^2 \ell^{-\lambda}}{k!} - \lambda^2 = \lambda \sum_{k=1}^{\infty} k \frac{\lambda^{k-1} \ell^{-\lambda}}{(k-1)!} - \lambda^2 =$$

$$= \lambda \left[ \sum_{m=0}^{\infty} m \frac{\lambda^m \ell^{-\lambda}}{k!} - \lambda^2 + \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\lambda^m \ell^{-\lambda}}{m!} \right] - \lambda^2 = \lambda(\lambda + 1) - \lambda^2 = \lambda$$

($k - 1 = m$ almashtirish qilindi).

**Ta'rif**. X tasodifiy miqdorning k-tartibli boshlang'ich momenti deb,

$$a_k = MX^k$$

miqdorga aytiladi.

$X$ - tasodifiy miqdorning $k$ - tartibli markaziy momenti deb,

$$\upsilon_k = M(X - MX)^k$$

miqdorga aytiladi.

Agar $MX = 0$ bo'lsa, $a_k = \upsilon_k$ tenglik o'rinli bo'ladi.

$a_1 = MX$; $\qquad \upsilon_2 = DX$

$X$ tasodifiy miqdor $F(x)$ taqsimot funktsiyasi bilan berilgan bo'lsin. $F(x) = p$ tenglama echimi $X$ tasodifiy miqdorning $p$ - **tartibli kvantili** deyiladi va $x_p$ kabi belgilanadi.

Agar $p=\frac{1}{2}$ bo’lsa, bunday kvantil taqsimotning medianasi deyiladi. Demak, mediana uchun

$F(x_{1/2}-0)\le 0{,}5\le F(x_{1/2}+0)$

tenglik o’rinli bo’lar ekan.

Uzluksiz taqsimot $X$ tasodifiy miqdorning modasi deb, $f(x)$ zichlik funktsiya maksimumga erishadigan nuqtalarga aytiladi va $x_{\mu}$ kabi belgilanadi. Agar aytilayotgan nuqtalar bitta bo’lsa, $f(x)$ funktsiyani unimodal ikkita bo’lsa, **bimodal**, agar bir nechta bo’lsa, **polimodal taqsimot** deyiladi.

Normal taqsimot va uning xossalari. X - tasodifiy miqdor zichlik funktsiyasi

$$\varphi_{a,\sigma}(x)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\ell^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$$

ko’rinishda bo’lsa, $X$ - parametrlari $(a,\,\sigma)$ bo’lgan normal tasodifiy miqdor deyiladi, $X\in N(a,\,\sigma)$ kabi belgilanadi.

**Normal taqsimot xossalari**

1. $X\in N(a,\,\sigma)$, бўлса $MX=a;\ DX=\sigma^2$

$$MX=\int_{-\infty}^{\infty}x\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\ell^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}dx=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty}(x-a)\ell^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}dx+$$

$$+\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty}\ell^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}dx=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty}z\ell^{-\frac{z^2}{2}}dz+a=a$$

$$\left(\int_{-\infty}^{\infty}z\ell^{-\frac{z^2}{2}}dz=0;\quad \int_{-\infty}^{\infty}\ell^{-\frac{x^2}{2}}dx=\sqrt{2\pi}\right)$$

2. $X\in N(a,\delta)$ $bo'ladi$ $\frac{x-a}{\delta}\in N(0;1)$ bo’ladi.

3. $X\in N(0,\,1)$ bo’lsa, uning taqsimot funktsiyasi $\Phi(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{x}\ell^{-u^2/2}du$

## 3.KO’P O’LCHOVLI TASODIFIY MIQDORLAR

**1. Tasodifiy vektor taqsimot funktsiyasi.**

**2. Ikki o’lchovli tasodifiy vektor taqsimot funktsiyasi va uning hossalari.**

**3. Kovariatsiya va korrelyatsiya koeffitsentlari.**

### 1.Tasodifiy vektor taqsimot funktsiyasi.

Faraz qilaylik, $\{\Omega,\Im,P\}$ ehtimollik fazosida $X_1,X_2,\dots,X_n$ tasodifiy miqdorlar berilgan bo’lsin. Ushbu

$X(w) = (X_1(w), X_2(w),..., X_n(w))$
vektorni qaraylik.
$X_1, X_2,..., X_n$ tasodifiy miqdorlar yordamida beriladigan
$X : \Omega \to R^n$
akslantirish tasodifiy vektor yoki ko'p o'lchovli tasodifiy miqdor deyiladi. Ushbu
$F(x_1, x_2,..., x_n) = P(X_1 < x_1, X_2 < x_2,..., X_n < x_n)$
funktsiya $(X_1, X_2,..., X_n)$ tasodifiy vektorning taqsimot funktsiyasi deyiladi. Ko'p o'lchovli taqsimot funktsiyaning muvofiqlik xossalari: $k = 1, 2,..., n$

1. $\lim\limits_{x_k \to \infty} F(x_1, x_2,..., x_n) = F(x_1,..., x_{k-1}, x_{k+1},...x_n)$
2. $\lim\limits_{x_k \to \infty} F(x_1, x_2,..., x_n) = 0$
3. $F(x_1, x_2,..., x_n)$ funktsiya har bir argumenti bo'yicha kamaymaydigan funktsiya.
4. $F(x_1, x_2,..., x_n)$ funktsiya har bir argument bo'yicha chapdan uzluksiz.
5. $F(+\infty, +\infty,..., +\infty) = 1$

Ushbu xossalarni $n = 2$ bo'lgan holda isboti o'quvchiga qoldiriladi.

### 2.Ikki o'lchovli tasodifiy vektor taqsimot funktsiyasi va uning hossalari.

$Z = (X, Y)$ ikki o'lchovli tasodifiy vektorni qaraylik. Agar chekli yoki sanoqli sondagi $(x_i, y_i)$ nuqtalar to'plami uchun

$P(X = x, \quad Y = y) = R \qquad \sum_i P_i = 1$

munosabatlar bajarilsa, u holda **Z diskret tipdagi tasodifiy vektor** deyiladi. Agar X tasodifiy miqdor qiymatlari $x_1,..., x_k$ va tasodifiy miqdor qiymatlari $y_1,..., y_m$ lar bo'lsa quyidagi jadval

| $x \quad y$ | $y_1$ | $y_2$ | $\dots$ | $y_j$ | $\dots$ | $y_m$ | $\sum_j P_{ij}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x_1$ | $P_{11}$ | $P_{12}$ | $\dots$ | $P_{1j}$ | $\dots$ | $P_{1m}$ | $P_1$ |
| $x_2$ | $P_{21}$ | $P_{22}$ | $\dots$ | $P_{2j}$ | $\dots$ | $P_{2m}$ | $P_2$ |
| $\vdots$ | $\vdots$ | $\vdots$ | $\vdots$ | $\vdots$ | $\vdots$ | $\vdots$ | $\vdots$ |
| $x_i$ | $P_{i1}$ | $P_{i2}$ | $\dots$ | $P_{ij}$ | $\dots$ | $P_{im}$ | $P_i$ |
| $\vdots$ | $\vdots$ | $\vdots$ | $\vdots$ | $\vdots$ | $\vdots$ | $\vdots$ | $\vdots$ |
| $x_k$ | $P_{k1}$ | $P_{k2}$ | $\dots$ | $P_{kj}$ | $\dots$ | $P_{km}$ | $P_k$ |
| $\sum_i P_{ij}$ | $P_1$ | $P_2$ | $\dots$ | $P_j$ | $\dots$ | $P_m$ | 1 |

$(X, Y)$ diskret tipdagi tasodifiy vektorning **taqsimot jadvali** deyiladi.

**3.Kovariatsiya va korrelyatsiya koeffitsentlari.**

$X$ va $Y$ tasodifiy miqdorlarning **kovariatsiyasi** deb, $K_{xy}$ $M\left[(X-MX)(Y-MX)\right]$ kattalikka aytiladi va $K_{xy}$ kabi belgilanadi. Taqsimoti 1-jadval bilan berilgan tasodifiy vektor uchun $K_{xy}$ quyidagiga teng:

$$K_{XY}=\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{m}(x_1-MX)(y_1-MY)P_{ij} \qquad (1)$$

Matematik kutilmaning ta'rifidan foydalanib, yuqoridagi tenglikni quyidagicha yozish mumkin:

$$K_{XY}=M(X\cdot Y)-MX\cdot MY$$

bundan esa quyidagilar kelib chiqadi:

$$K_{XX}=MX^2-(MX)^2=DX \qquad (2)$$

$$K_{YX}=K_{XY} \qquad (3)$$

Dispersiya ta'rifidan foydalanib

$$D(X+Y)=M\left[X-MX)^2+(Y-MY)^2\right]+$$
$$+2M\left[X-MX)(Y-MY)\right]$$

yoki

$$D(X+Y)=DX+DY+2K_{XY}$$

tenglikka ega bo'lamiz. Bundan ko'rinib turibdiki X va Y tasodifiy miqdorlar o'zaro bog'liqsiz bo'lishi uchun $K_{XY}=0$ bo'lishi zarur ekan. Shunday qilib, agar $K_{XY}\neq 0$ bo'lsa, $X$ va $Y$ tasodifiy miqdorlarning bog'liqlik darajasini miqdoriy jihatdan xarakterlash maqsadida quyidagi

$$R_{XY}=\frac{K_{XY}}{\sqrt{DX}\cdot\sqrt{DY}}=\frac{K_{XY}}{\sigma_x\cdot\sigma_y}$$

korrelyatsiya koeffitsentidan foydalaniladi (bu erda $\sigma_x=\sqrt{DX}$ )

**Korrelyatsiya koeffitsenti xossalari.**

1.O'zaro bog'liq bo'lmagan tasodifiy miqdorlarning korrelyatsiya koeffitsenti nolga teng: $R_{XY}=0$

2.$|R_{XY}|\leq 1$

Haqiqattan ham

$$0<D\left(\frac{X-MX}{\sigma_x}\pm\frac{Y-MY}{\sigma_y}\right)=M\left(\frac{X-MX}{\sigma_x}\pm\frac{Y-MY}{\sigma_y}\right)^2=2\pm 2R_{XY}$$

bundan esa $R_{XY}\geq -1$ va $R_{XY}\leq 1$ ekanligi kelib chiqadi.

3. $|R_{XY}|=1$ bajarilishi uchun shunday $a$ va $b$ sonlari mavjud bo'lib,

$$P(y=ax+b)=1$$

munosabat bajarilishi zarur va etarlidir.

# 4.TASODIFIY MIQDORLARDAN OLINGAN FUNKTSIYALAR.

**1.Tasodifiy miqdorlardan olingan funktsiyalar taqsimoti.**
**2.Tasodifiy miqdorlar yig'indisining taqsimoti.**
**3.Tasodifiy miqdorlar nisbatining taqsimoti.**

## 1.Tasodifiy miqdorlardan olingan funktsiyalar taqsimoti.

Aytaylik,

$$X_1, X_2, \dots, X_n \qquad (1)$$

tasodifiy miqdorlar berilgan bo'lsin, bu tasodifik miqdorlarni bilgan holda ushbu

$$Y_1 = g_1(x_1, x_2, \dots, x_n)$$
$$\dots \qquad (2)$$
$$Y_k = g_k(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

munosabatlar yordamida yangi tasodifiy miqdorlar tuzamiz, bu erda $g_1, g_2, \dots g_k$ - o'lchovli funktsiyalar. Bu punktda (1) tasodifiy miqdorlarning taqsimot funktsiyasini bilgan holda (2) tasodifiy miqdorlarning taqsimot funktsiyasini topishni maqsad qilib qo'yamiz. Faraz qilayli, (1) uzluksiz tipdagi tasodifiy miqdorlar bo'lib, $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ ularning birgalikdagi zichlik funktsiyasi bo'lsin, u holda

$$P(Y_1 < y_1,\, Y_2 < y_2,\, Y_k < y_k) =$$
$$= \int_D \dots \int f(x_1, x_2, \dots, x_n)dx_1 \dots dx_n \qquad (3)$$

bo'ladi, bu erda

$$D = \{(x_1, x_2, \dots, x_n) / g_i(x_1, x_2, \dots, x_n) \le y_i, \quad i = \overline{1,k}\}$$

Qo'yilgan masalaning bir nechta xususiy hollarini ko'raylik, $P(\eta < x) = \int_D \dots \int f(x_1, \dots, x_n)dx_1 \dots dx_n$

ga teng, bunda

$$D = \{(x_1, x_2, \dots, x_n) / \sum x_i \le x\}$$

Xususan, $n = 2$ bo'lgan holda

$$P(X_1 + X_2 < x) = \iint_D f(x_1, x_2)dx_1 dx_2 =$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \left( \int_{-\infty}^{x_1 - x_2} f(x_1, x_2)dx_1 \right) dx_2 = \int_{-\infty}^{x} \int_{-\infty}^{\infty} f(x_1, z - x)dx_1 dz$$

$$D = \{(x_1, x_2) / x_1 + x_2 \le x\}$$

Bundan $\eta$ tasodifiy miqdorning zichlik funktsiyasi

$$f(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x_1, x - x_1)dx_1 \qquad (4)$$

Agar $X_1$ va $X_2$ o'zaro boliq bo'lmagan tasodifiy miqdorlar bo'lsa, integralning xossasiga ko'ra

$$P(X_1 + X_2 < x) = \int_{-\infty}^{\infty} F_{x_1}(x-z)dF_{X_2}(x) = \int_{-\infty}^{\infty} F_{x_2}(x-z)dF_{X_1}(z)$$

Hosil bo'lgan munosabatni $F_{X_1}(x)$ va $F_{X_2}(x)$ taqsimot funktsiyalarning kompozitsiyasi deyiladi va $F_{X_1} * F_{X_2}$ kabi belgilanadi. Demak,

$$F_{X_1+X_2} = F_{X_1} * F_{X_2}$$

1-misol. Agar $X_1$ va $X_2$ o'zaro bog'liq bo'lmagan va $[0;1]$ da tekis taqsimlangan tasodifiy miqdorlar bo'lsa, u holda

$$f_{x_1+x_2}(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f_{x_1}(x_1) \cdot f_{x_2}(x-x_1)dx_1 =$$

$$= \int_0^1 f_{x_2}(x-x_1)dx_1 = \int_{x-1}^{x} f_{x_2}(y)dy = I$$

bo'ladi. Aytaylik, $0 < x \le 1$ bo'lsin, u holda

$$I = \int_{x-1}^{0} f_{x_2}(y)dy + \int_0^x f_{x_2}(y)dy = x$$

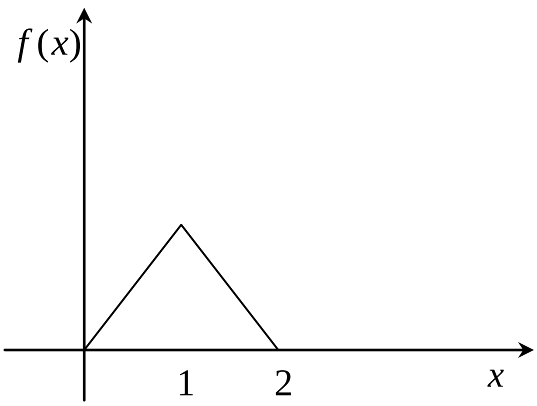
Agar $1 < x \le 2$ bo'lsa,

$$I = \int_{x-1}^{1} f_{x_2}(y)dy = \int_{x-1}^{1} dy = 2 - x$$

Shunday qilib,

$$f_{x_1-x_2}(x) = \begin{cases} 0, & x \le 0 \\ x, & 0 < x \le 1 \\ 2-x, & 1 < x \le 2 \\ 0, & x > 2 \end{cases}$$

Bu funktsiyaning grafigi 1-shaklda berilgan.




Demak, $X_1, X_2$ tekis taqsimlangan tasodifiy miqdorlar bo'lsa, ularning yig'indisi tekis taqsimlangan bo'lmas ekan. Bu zichlik funktsiyaga mos kelgan tasodifiy miqdor Simpson qonuni bo'yicha taqsimlangan tasodifiy miqdor deyiladi.

2-misol. $X_1, X_2$ o'zaro bog'liq bo'lmagan (0,1) parametrli normal qonun bo'yicha taqismlangan tasodifiy miqdorlar bo'lsin. Ular yig'indisining zichlik funktsiyasini topaylik. (1) ga ko'ra:

$$f(x) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \ell^{-\frac{x_1^2}{2}} \ell^{\frac{(x-x_1)^2}{2}} dx_1 = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \ell^{(-\frac{x_y^2}{2}-\frac{x_1^2}{2}+x_1x-\frac{x^2}{2})} dx_1 =$$

$$= \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \ell^{x_1^2-xx_1-\frac{x^2}{4}-\frac{x^2}{4}} dx_1 = \frac{\ell^{-\frac{x^2}{4}}}{2\pi\cdot 2}\int_{-\infty}^{\infty} \ell^{-\frac{z^2}{2}} dz$$

Agar

$\int_{-\infty}^{\infty} \ell^{-z^2/2} dz = 2\sqrt{2\pi}$ ekanligini e'tiborga olsak,

$$f(x) = \frac{1}{2\sqrt{\pi}}\ell^{-x^2/4} = \frac{q}{\sqrt{2\pi}\cdot\sqrt{2}}\ell^{-x^2/2\cdot 2}.$$

Demak, bog'liq bo'lmagan $X_1, X_2$ larning har biri (0,1) normal qonun bo'yicha taqsimlangan tasodifiy miqdor bo'lsa, ularning yig'indisi (0,2) normal qonun bo'yicha taqsimlangan tasodifiy miqdor bo'lar ekan.

3-misol. Bo'linmaning taqsimot funktsiyasi. Endi $\eta = \frac{X_1}{X_2}$ tasodifiy miqdorning $P(X_2 = 0) = 0$ taqsimot funktsiyasini topaylik. Aytaylik, $(X_1, X_2)$ tasodifiy vektorning zichlik funktsiyasi $f(x_1, x_2)$ bo'lsin, u holda

$$P(\eta < x) = F_\eta(x) = \int_0^{\infty}\int_{-\infty}^{x_2x} f(x_1, x_2)dx_1dx_2 - \int_{-\infty}^{0}\int_{x_2x}^{-\infty} f(x_1, x_2)dx_1dx_2$$

Agar $X_1$ va $X_2$ o'zaro bog'liq bo'lmagan tasodifiy miqdor bo'lsa, (5) dan quyidagi ifodaga ega bo'lamiz:

$$F_\eta(x) = \int_0^{\infty} F_{X_1}(x_1, x_2) f_{x_2}(x_2)dx_2 + \int_{-\infty}^{0}\left(1 - F_{X_1}(x_1, x_2)\right) f_{x_2}(x_2)dx_2 =$$

$$= \int_0^{\infty} F_{X_1}(xx_2)dF_{X_2}(x_2) + \int_{-\infty}^{0}\left(1 - F_{X_1}(xx_2)\right)dF_{X_2}(x_2)$$

## 5. TASODIFIY MIQDORLAR KETMA-KETLIGI.

**1.Tasodifiy miqdorlar ketma-ketligini yaqinlashish turlari.**
**2.Katta sonlar qonuni. Chebishev tengsizligi va teoremasi.**
**3.Markaziy limit haqida tushuncha.**

### 1.Tasodifiy miqdorlar ketma-ketligini yaqinlashish turlari.

1. Bizga $X_1, X_2, \ldots X_n$ tasodifiy miqdorlar ketma-ketligi berilgan bo'lsin. Agar ixtiyoriy $\varepsilon > 0$ son uchun:

$$\lim_{n\to\infty} P(|X_n - X| \geq \varepsilon) = 0 \qquad (1)$$

Munosabat bajarilsa, u holda $\{X_n\}$ tasodifiy miqdorlar ketma-ketligi $X$ tasodifiy miqdorlarga ehtimollik bo'yicha yaqinlashadi deyiladi va $X_n \xrightarrow{p} X$ kabi belgilanadi. Agar $F_n(x) = P(X_n < x)$ taqsimot funktsiyalar ketma-ketligi va $F(x) = P(X < x)$ taqsimot funktsiya uchun:

$$\lim_{n\to\infty} F_n(x) = F(x) \qquad (2)$$

Munosabat $F(x)$ funktsiyaning har bir uzluksizlik nuqtasida bajarilsa, u holda $\{X_n\}$ tasodifiy miqdorlar ketma-ketligi X tasodifiy miqdorga taqsimot bo'yicha yaqinlashadi deyiladi va $X_n \xrightarrow{D} X$ kabi belgilanadi.

Tasodifiy miqdorlarning ehtimollik bo'yicha yaqinlashuvidan ularning taqsimot bo'yicha yaqinlashuvi kelib chiqadi, aksi esa umuman olganda to'g'ri emas.

**2.Katta sonlar qonuni. Chebishev tengsizligi va teoremasi.**

$X_1, X_2, ..., X_n$ tasodifiy miqdor ketma-ketligi va $Z_n = Z(X_1, X_2, ...X_n)$ funktsiya berilgan bo'lsin. Agar shunday o'zgarmas sonlar ketma-ketligi $\{a_n\}$ mavjud bo'lsaki, ixtiyoriy $\varepsilon > 0$ son uchun

$$\lim_{a\to\infty} P(Z - a \geq \varepsilon) = 0 \qquad (3)$$

munosabat o'rinli bo'lsa, u holda $\{X_n\}$ tasodifiy miqdorlar ketma-ketligi katta sonlar qonuniga bo'ysunadi deyiladi. (3) munosabat $Z_n - a_n \longrightarrow 0$ ga teng kuchlidir.

**Teorema. (Chebishev teoremasi).**

Agar $X_1, X_2, ..., X_n$ o'zaro bog'liq bo'lmagan tasodifiy miqdorlar bo'lib, ularning dispersiyalari yuqoridan biror o'zgarmas C son bilan tekis chegaralanmagan bo'lsa, u holda ixtiyoriy $\varepsilon > 0$ son uchun quyidagi tenglik o'rinli bo'ladi:

$$\lim_{n\to\infty} P\left\{\left|\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i - \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} MX_i\right| \geq 0\right\} \qquad (4)$$

ya'ni $X_1, X_2, ..., X_n$ tasodifiy miqdorlar ketma-ketligi katta sonlar qonuniga bo'ysunadi. Ushbu teoremani isbotlashdan avval ehtimollar nazariyasida katta ahamiyatga ega bo'lgan Chebishev tengsizligini keltiramiz.

Teorema 2. (Chebishev tengsizligi)

Agar $X$ tasodifiy miqdor chekli dispersiyaga ega bo'lsa, u holda ixtiyoriy $\varepsilon > 0$ son uchun ushbu tengsizlik o'rinli bo'ladi:

$$P\{|X - MX| \geq \varepsilon\} \leq \frac{DX}{\varepsilon^2} \qquad (5)$$

Isboti: Isbotni diskret tipdagi tasodifiy miqdorlar uchun keltiramiz. $X$ tasodifiy miqdor qiymatlari $x_1, x_2, ..., x_n$ lar bo'lib, $P(X = x_1) = P_i \cdot \sum p_i = 1$ munosabatlar bajarilsin.

U holda

$$DX = \sum_{i=1}^{n} (x_i - MX)^2 p_i \qquad (6)$$

$\overline{J}$ bilan $|x_i - MX| < \varepsilon$ tengsizlikni qanoatlantiradigan $i$ indekslar to'plamini va $J$ bilan esa $|x_i - MX| \geq \varepsilon$ tengsizlikni qanoatlantiradigan $i$ indekslar to'plamini belgilaymiz, u holda $\overline{J} + J = \{1,2,...,n\}$ bo'ladi. (6) tenglikni o'ng tomonidagi qo'shiluvchilar uchun $i \in \overline{J}$ bo'lsa, bunday qo'shiluvchilarni tashlab yuboramiz. U holda

$$DX = \sum_{i \in \overline{J}} (x_1 - MX)^2 p_i + \sum_{i \in J} (x_i - MX)^2 p_i \geq$$

$$\geq \sum_{i \in J} (x_i - MX)^2 p_i \geq \varepsilon^2 \sum_{i \in J} p_i = \varepsilon^2 P(|X - MX| \geq \varepsilon)$$

munosabatni hosil qilamiz. Bundan esa (5) tengsizlik isboti kelib chiqadi.Chebishev teoremasini isbotlaymiz. Buning uchun

$$Z_n = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_1; \qquad a_n = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} MX_i$$

deb belgilaymiz. Chebishev tenglamasiga ko'ra

$$P(|Z_n - a_n| \geq \varepsilon) \leq \frac{1}{\varepsilon^2} DZ_n; \qquad DZ_n = D\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i\right) =$$

$$= \frac{1}{n^2} D\left(\sum_{i=1}^{n} X_i\right) = \frac{1}{n^2}\sum_{i=1}^{n} DX_i \leq \frac{c \cdot n}{n^2} = \frac{c}{n}$$

ekanligini hisobga olsak,

$$P(|Z_n - a_n| \geq \varepsilon) \leq \frac{1}{\varepsilon^2} \cdot \frac{c}{n}$$

tengsizlikka ega bo'lamiz. Bundan esa

$$\lim_{n \to \infty} P(|Z_n - a_n| \geq \varepsilon) = 0$$

kelib chiqadi.

O'zaro bog'liq bo'lmagan, bir xil taqsimlangan tasodifiy miqdorlar ketma-ketligi uchun katta sonlar qonuni A.Ya.Xinchin tomonidan birmunsa kuchsizroq shartlarda isbotlangan. Ushbu teoremani keltiramiz:

Teorema 3. (Xinchin teoremasi).

Agar $X_1, X_2, ..., X_n$ tasodifiy miqdorlar ketma-ketligi o'zaro bog'liq bo'lmagan, bir xil taqsimlangan bo'lib, matematik kutilmalari mavjud bo'lsa, bu tasodifiy miqdorlar ketma-ketligi uchun katta sonlar qonuni o'rinli bo'ladi, ya'ni $Mx_i = a$ deb olsak

$$\lim_{i \to \infty} P\left(\frac{1}{n}\sum x - a \geq \varepsilon\right) = 0$$

munosabat o'rinli bo'ladi.

**3.Markaziy limit haqida tushuncha.**

Markaziy limit teoremasi haqida tushuncha. Yuqorida keltirilgan katta sonlar qonunlarida tasodifiy miqdor yig'indisining ehtimollik bo'yicha yaqinlachlari qaraladi. Ko'p hollarda tasodifiy miqdorlar yig'indisining taqsimot qonunlarini aniqlashga yoki baholashga zarurat tug'iladi. Ayniqsa, matematik statistika masalalarida bu juda muximdir.

**Ta'rif.** $X_n$-tasodifiy miqdorlar ketma-ketligi berilgan bo'lsin. Agar qandaydir $A_n$ va $B_n$ sonlar ketma-ketligi mavjud bo'lib, $(B_n > 0)$

$$\lim_{n\to\infty} P\left(\frac{X_1 + X_2 + ... + X_n - A_n}{B_n} < x\right) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} \ell^{-u^2/2} du = \Phi(x)$$

munosabat barcha $X_n$ lar uchun bajarilsa, u holda $X_1, X_2, ..., X_n$ tasodifiy miqdorlar ketma-ketligi uchun markaziy limit teoremasi o'rinli deyiladi. Bu holda

$$\frac{X_1 + X_2 + ...X_n - A_n}{B_n}$$

tasodifiy miqdorga **asimptotik norlma taqsimlangan** deyiladi.

Endi bir xil taqsimlangan bog'liq bo'lmagan tasodifiy miqdorlar ketma-ketligi uchun markaziy limit teoremasini keltiramiz.

Teorema (**markaziy limit teoremasi**)

$X_1, X_2, ..., X_n$ - o'zaro bog'liq bo'lmagan bir xil taqsimlangan tasodifiy miqdorlar ketma-ketligi bo'lib, $Mx_1 = a;\ Dx_1 = \delta^2$ bo'lsin. U holda ixtiyoriy $x \in R$ uchun

$$\lim_{n\to\infty} P\left(\frac{X_1 + X_2 + ... + X_n - nd}{\delta\sqrt{\pi}} < x\right) = \Phi(x)$$

## 6. MARKAZIY LIMIT TEOREMASI.

**1. Markaziy limit teoremasi haqida tushuncha.**

**2. Bir xil taqsimlangan bog'liq bo'lmagan tasodifiy miqdorlar ketma-ketligi uchun markaziy limit teoremasi.**

### 1. Markaziy limit teoremasi haqida tushuncha.

Ko'p hollarda tasodifiy miqdorlar yig'indisining taqsimot qonunlarini aniqlashga to'g'ri keladi. Faraz qilaylik, o'zaro bog'liq bo'lmagan $X_1, X_2, ..., X_n$ tasodifiy miqdorlarning yig'indisi $S_n = X_1 + X_2 + ... + X_n$ berilgan bo'lsin va har bir $X_i$ $i = \overline{1,n}$ tasodifiy miqdor "0" yoki "1" qiymatni mos ravishda $q$ va $p$ ehimollik bilan qabul qilsin. U holda $S_n$ tasodifiy miqdor binominal qonun bo'yicha taqsimlangan tasodifiy miqdor bo'lib, uning matematik kutilishi $np$, dispersiyasi esa $npq$ ga teng bo'ladi. $S_n$ tasodifiy miqdor $0,1,...,n$ qiymatlarni qabul qila oladi va demak, $n$ ning ortishi bilan $S_n$ tasodifiy miqdorning qabul qiladigan qiymatlari istalgancha katta son bo'lishi mumkin, shuning uchun $S_n$ tasodifiy miqdor o'rniga

$$\eta_n = \frac{S_n - A_n}{B_n}$$

tasodifiy miqdorni qurish maqsadga muvofiqdir. Bu ifodada $A_{n,} B_n$ lar $n$ ga bog'liq bo'lgan sonlar. Xususan, $A_n$ va $B_n$ larni

$$A_n = MS_n = np, \qquad B_n = DS_n = npq$$

ko'rinishda tanlansa, u holda Muavr-Laplasning integral teoremasini quyidagi bayon etish mumkin: agar $0 < p < 1$ bo'lsa, $n \to \infty$ da ixtiyoriy $a, b \in (-\infty; \infty)$ da

$$P\left( a \le \frac{S_n - np}{\sqrt{npq}} < b \right) \to \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_a^b \ell^{-z^2/2} dz \qquad (1)$$

munosabat o'rinli bo'ladi.

Tabiiy bunday savol tug'iladi; (1) munosabat ixtiyoriy tasodifiy miqdorlar uchun ham o'rinli bo'ladimi; (1) o'rinli bo'lishi uchun $S_n$ dagi qo'shiluvchilarning taqsimot funktsiyalariga qanday shartlar qo'yish kerak?

Bu masalani hal qilishda P.L.Chebishev va uning shogirdlari A.A.Markov, A.M.Lyapunovning xizmatlari kattadir. Ularning tadqiqotlari shuni ko'rsatdiki, qo'shiluvchi tasodifiy miqdorlarga juda ham umumiy shartlar qo'yish mumkin ekan. Bu shartlarning ma'nosi ayrim olingan qo'shiluvchining umumiy yig'indiga sezilmaydigan ta'sir ko'rsatishini ta'minlashdir.

## 2. Bir xil taqsimlangan bog'liq bo'lmagan tasodifiy miqdorlar ketma-ketligi uchun markaziy limit teoremasi.

**Ta'rif.** $X_1, X_2, ..., X_n, ...$ тasodifiy miqdorlar ketma-ketligi berilgan bo'lsin. Agar shunday $\{A_n\}, \{B_n\}, B_n > 0$ sonlar ketma-ketligi mavjud bo'lsaki, $n \to \infty$ da

$$P\left( \frac{S_n - A_n}{B_n} < x \right) \to \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} \ell^{-u^2/2} du$$

Munosabat $x \in (-\infty; \infty)$ da bajarilsa, $X_1, X_2, ..., X_n, ...$ tasodifiy miqdorlar ketma-ketligi uchun markaziy limit teorema o'rinli deyiladi. Bu holda

$$\frac{S_n - A_n}{B_n}$$

тасодифий микдор $n \to \infty$ da asimptotik normal taqsimlangan deyiladi.

Matematik kutilishi $a$ va $\delta$ dispersiyasi bo'lgan bog'liq bo'lmagan, bir xil taqsimlangan $\{X_n\}$ tasodifiy miqdorlar ketma-ketligi berilgan bo'lsin. Umumiylikka zarar keltirmasdan, $a = 0, \delta^2 = 1$ deymiz. Quyidagi tasodifiy miqdorlarni kiritamiz:

$$S_n = X_1 + X_2 + ... + X_n, \qquad \eta_n = \frac{S_n}{\sqrt{n}}$$

**Teorema**. Yuqorida keltirilgan $\{X_n\}$ ketma-ketlik uchun $n \to \infty$ da

$$P(\eta_n < x) \to \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} \ell^{-z^2/2} dz$$

munosabat ixtiyoriy $x (x \in R)$ da bajariladi.

**Isbot.** Teoremani isbotlash uchun $n \to \infty$ da $\eta_n$ tasodifiy miqdorlarning xarakteristik funktsiyasi $\varphi_{\eta_n}(1)$ ning $\ell^{-i^2/2}$ ga intilishini ko'rsatish kifoya. $X_1, X_2, ..., X_n$ tasodifiy miqdorlar o'zaro bog'liq bo'lmaganligi uchun xarakteristik funktsiyaning xossasiga ko'ra

$$\varphi_{\eta_n}(t) = \varphi^n\left(\frac{t}{\sqrt{n}}\right) \qquad (1)$$

bu erda $\varphi(t) = \varphi_{x_1}(t)$

$X_i$ tasodifiy miqdorlar chekli dispersiyaga ega bo'lganligi uchun, xarakteristik funktsiyaning xossasiga ko'ra

$$\varphi(t) = 1 - \frac{t^2}{2} \cdot (1 + \varepsilon(t))$$

bu erda $t \to 0$ да $\varepsilon(t) \to 0$

Shuningdek,

$$\varphi(t/\sqrt{n}) = 1 - \frac{t^2}{2n} - \frac{t^2}{2n}\varepsilon\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right) \qquad (2)$$

$$\varphi(t/\sqrt{n}) = \left(1 - \frac{t^2}{2n} - \frac{t^2}{2n}\varepsilon\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right)\right)^n \approx \left(1 - \frac{t^2}{2n}\right)^n$$

Shuning uchun ixtiyoriy fiksirlangan $t \in R$ da $(1)$ va $(2)$ dan $n \to \infty$ da

$$\varphi_{\eta_n}(t) \to \ell^{-\frac{\sqrt{2}}{2}}$$

ekanligi kelib chiqadi. Shu bilan teorema isbotlandi.

## III BOB. Matematik statistika. Parametrlarni baholash va statistik kriteriyalar.

## 1. MATEMATIK STATISTIKA ELEMENTLARI.

1. **Matematik statistika predmeti.**
2. **Tasodifiy tanlanma. Matematik statistikaning asosiy masalalari.**
3. **Statistik baho va uning xossalari.**
4. **Tanlanma taqsimoti.**

### 1. Matematik statistika predmeti.

Statistika lotincha so`z bo`lib, holat, vaziyat degan ma'noni anglatadi. Statistika tabiatda va jamiyatda bo`ladigan ommaviy hodisalarni o`rganadi.

Matematik staistikaning vazifasi statistik malumotlar to`plami, ularni tahlil qilish va shu asosda ba'zi bir hulosalar chiqarishdan iboratdir.

Matematik statistika asosan ehtimollar nazariyasiga tayanib ish ko`radi va uning maqsadi kuzatilayotgan biror X belgisini yoki bir necha belgilar o`zaro bog`liqlik darajasini o`rganishdan iboratdir.

O`rganilayotgan X belgining barcha qiymatlar to`plami bosh to`plam deyiladi. Matematik statistikada bosh to`plamdan biror chekli qismi ajratib olinadi. Buning uchun tasodifiy miqdor ustida kuzatishlar o`tkaziladi. Aytaylik, biror kuzatishlar natijasida

$$X_1, X_2, ..., X_n \qquad (1)$$

qiymatlar olingan bo`lsin. Bu to`plam tanlama to`plam deyiladi. Matematik statistikada qilinadigan hulosalar tanlama to`plam yordamida beriladi. Masalan: “X tasodifiy miqdorning matematik kutilmasining bahosi deb $\theta(X_1, X_2,..., X_n)$ ifoda olinsin”. Bunda $\theta(X_1, X_2,..., X_n)$ ifodaning MX uchun baho bo`lishligi faqat birgina $X_1$,$X_2$,,,,$X_n$ tanlama uchun emas, balki ihtiyoriy shunday ko`rinishdagi tanlamalar uchun ham to`g`ri bo`lishi kerak. Demak, matematik statistikada chiqariladigan xulosalar umumiy holda isbotlanib, xar bir muayyan holatda ularni to`g`riligi kafolatlanagn bo`lishi lozim. Shuning uchun matematik statistikada olinadigan xulosalar umumiy holda, ya'ni tasodifiy tanlama to`plamlar uchun olinadi.

Ta'rif. n - xajmli tasodifiy tanlanma deb, o`rganilayotgan X tasodifiy miqdor bilan bir xil taqsimlangan o`zaro bog`liqsiz $X_1$, $X_2$, …, $X_n$ tasodifiy miqdorlar to`plamiga aytiladi.Boshqacha qilib aytganda, n - hajmli tanlama bu X tasodifiy miqdorning n ta nusxasi deb qarasak bo`ladi.

## 2.Tasodifiy tanlanma. Matematik statistikaning asosiy masalalari.

Matematik statistikada olinadigan hulosalarning ishonchliligi yoki aniqligi muayyan bir tanlama to`plamga qarab emas, balki umumiy holda $X_1$, $X_2$, ..., $X_n$ tasodifiy tanlanma asosida qaraladi.

Quyidagi uch masala matematik statistikaning asosiy masalalari hisoblanadi.

1. O`rganilayotgan X tasodifiy miqdorning noma'lum taqsimot funktsiyasi yoki noma'lum parametrlarini tasodifiy tanlanma asosida baholash;

2. Noma'lum taqsimot funktsiya yoki noma'lum parametrlar haqidagi statistik farazlarni tasodifiy tanlama asosida tekshirish;

3. Bir necha tasodifiy miqdorlar bog`liqlik darajasini tasodifiy tanlama asosida o`rganish .

## 3. Statistik baho va uning xossalari.

**Ta'rif.** Agar tasodifiy tanlamaga bogliq $\theta_n = \theta(X_1, X_2,..., X_n)$ funktsiya noma'lum $\theta$ parametrga biror ma'noda yaqin bo`lsa, u holda $\theta_n$ funktsiya $\theta$ parametrning **statistik baho**si deyiladi.

Statistik bahoning ba'zi hossalarini ta'riflaymiz:

1. Agar $M\theta_n = \theta$ munosabat o`rinli bo`lsa, u holda $\theta_n$ funktsiya $\theta$ parametr uchun siljimagan baho deyiladi.

2. Agar ixtiyoriy $\varepsilon > 0$ son uchun

$$\lim_{n \to \infty} P(|\theta_n - \theta| \geq \varepsilon) = 0$$

bo`lsa, $\theta_n$ funktsiya $\theta$ parametr uchun asosli baho deyiladi

3. Agar $\theta_n$ funktsiya $\theta$ parametrning barcha siljimagan baholari orasidagi eng kichik dispersiyalisi bo`lsa, u holda $\theta_n$ baho $\theta$ parametrning effektiv bahosi deyiladi.

Noma'lum parametrlarni baholashda bahoning yuqorida keltirilgan sifatlarga ega bo`lganini topish ahamiyatlidir.

**4.Tanlanma taqsimoti.**

Bizga X tasodifiy miqdor ustida o`tkazilgan muayyan n ta kuzatish natijalari

$\chi_1, \chi_2, ... \chi_n$ (1)

berilgan bo`lsin. Bu kuzatish natijalari orasida bir hil qiymatlar ham uchrashi mumkin. Biz bunday qiymatlarni chastotalarini aniqlab (1) to`plamni quyidagi ko`rinishda yozamiz:

$$\begin{array}{llll} X_i & \chi_1 \; \chi_2 & \cdots & \chi_k \\ n_i & n_1 \; n_2 & \ldots & n_k \end{array}$$

Bu erda $\chi_1, \chi_2, ... \chi_n$ o`zaro farq qiladigan qiymatlar, $n_1, n_2, ..., n_k$ mos ravishda ularning chastotasi, $\sum_{i=1}^{n} n_i = n$, $\frac{n_i}{n}$ - nisbatlar $X_i$ qiymatlarning nisbiy chastotasi deyiladi va Wi kabi belgilanadi. Tabiiyki, $W_1+W_2+\ldots+W_k=1$. Demak, $W_1,W_2,...,W_k$ larni qiymatlari $\chi_1, \chi_2, ... \chi_n$

bo`lgan diskret $X^*$ tasodifiy miqdorning ehtimolliklari deb, quyidagi

$$\begin{array}{llll} X^* & \chi_1 \; \chi_2 & \cdots & \chi_k \\ P & W_1 \; W_2 & \ldots & W_k \end{array} \qquad (2)$$

jadvalni esa bu **tasodifiy miqdorning taqsimot qonuni** deb qarasak bo`ladi.

(2) jadval (1) tanlama to`plamning taqsimoti deyiladi.

Taqsimoti (2) jadval bilan berilgan $X^*$ tasodifiy miqdorning matematik kutilmasi va dispersiyani topaylik

$$MX^* = \chi_1 W_1 + \chi_2 W_2 + \ldots + \chi_k W_k = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} \chi_i n_i$$

$$DX^* = (\chi_1 - MX^*)^2 W_1 + \ldots + (\chi_k - MX^*)^2 W_k = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} (\chi_i - MX^*) n_i$$

MX* va DX*ifodalardagi $\chi_1, \chi_2, ... \chi_n$ lar o`rniga $X_1, X_2, \ldots X_k$ tasodifiy tanlamalarni qo`ysak

$$MX^* = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} X_i n_i = \overline{X} \quad \text{ва} \quad DX^* = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} (X_i - \overline{X})^2 n_i = S_n^2$$

larga ega bo`lamiz. $\bar{X}$ va $S_n^2$ lar tanlanma taqsimotiga ko`ra bosh to`plamning matematik kutilmasi va dispersiya uchun ko`rilgan statistik baholar bo`ladi.

## 2. NOMA'LUM PARAMETRLARNI BAHOLASH USULLARI.

1. **Momentlar usuli.**
2. **«haqiqatga ega mos» usul.**
3. **Normal taqsimot parametrlarini baholash.**

### 1. Momentlar usuli.

Avvalgi mavzuda biz tanlanma taqsimotiga ko`ra bosh to`plamning matematik kutilmasi va dispersiyasini baholadik. Endi ihtiyoriy S uchun tanlanma taqsimotiga ko`ra hisoblangan S tartibli

$$a_n^s = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} X_i^s n_i$$

boshlangich momentni olaylik. Katta sonlar qonuniga ko`ra $a_n^s$ ketma-ketlik bosh to`plamninng mos tartibli boshlangich momenti

$$\alpha_n^{(s)} = MX^s \qquad\qquad a_n^{(s)} \approx \alpha^{(s)} \qquad (1)$$

munosabat bajariladi.

Parametrlarni baholashning momentlar usuli aynan shu (1) munosabatga asoslangandir.

Aytaylik, X – bosh to`plam ikkita $\theta_1, \theta_2$ noma'lum parametrlarga bog`liq, ya'ni X ning zichlik funktsiyasi $f(\chi, \theta_1, \theta_2)$ ko`rinishda bo`lsin. Ta'rifga ko`ra

$$MX = \alpha^{(1)}(\theta_1, \theta_2) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x, \theta_1, \theta_2) dx$$

$$MX^2 = \alpha^{(2)}(\theta_1, \theta_2) = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x, \theta_1, \theta_2) dx$$

larni topamiz. Bunda $\alpha^{(1)}$ va $\alpha^{(2)}$ lar parametrlariga bog`liq bo`ladi. Ularga mos

$$a_n^{(1)} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} X_i n_i \qquad\qquad a_n^{(2)} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} X_i^2 n_i$$

tanlanma momentlarni olamiz va quyidagi

$$\alpha^{(1)}(\theta_1, \theta_2) = \frac{1}{n}\sum x_i n_i$$

$$\alpha^{(2)}(\theta_1, \theta_2) = \frac{1}{n}\sum x_i^2 n_i$$

ikki noma'lumli ikkita tenglamalar sistemasini echib,

$$\theta_{1n} = \theta_1(x_1, x_2, ..., x_n) \text{ ва } \theta_{2n} = \theta_2(x_1, x_2, ..., x_n)$$

statistik baholarni hosil qilamiz. Bunday usul bilan topilgan baholar momentlar usuli bilan topilgan baholar deyiladi.

Misol: Parametrlari m va $\sigma^2$ bo`lgan normal bosh to`plamni olaylik. U holda ravshanki,

$$f\left(x,m,\sigma^2\right)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}}$$

va

$$MX=\alpha^{(1)}=m$$
$$MX^2=\alpha^{(2)}=\sigma^2+m^2$$

Bularni mos ravishda

$$a_n^{(1)}=\frac{1}{n}\sum x_i n_i \quad \text{va} \quad a_n^{(2)}=\frac{1}{n}\sum x_i n_i$$

larga tenglab

$$m=\frac{1}{n}\sum x_i n_i \quad \text{va} \quad \sigma^2+m^2=\frac{1}{n}\sum x_i^2 n_i$$

larga ega bo`lamiz. Bundan esa $\overline{m}=\frac{1}{n}\sum x_i n_i=\overline{X}$ va $\overline{\sigma}^2=\frac{1}{n}\sum x_i^2 n_i-\left(\frac{1}{n}\sum x_i n_i\right)^2=\frac{1}{n}\sum(x_i-\overline{x})^2 n_i=S_n^2$

lar kelib chiqadi. Demak, $\overline{m}=\overline{x}$ va $\overline{\sigma}^2=S_n^2$ ekan.

## 2. «haqiqatga eng mos» usul.

Endi statistik baho qurishning yana bir usuli "haqiqatga eng mos" baho qurish usuli bilan tanishaylik.

Bizga taqsimoti $(\theta_1,\theta_2,...,\theta_s)=\theta$ noma'lum parametrga bogliq bo`lgan X – bosh to`plam va

$$X_1,X_2,...,X_n \qquad (1)$$

tasodifiy tanlama berilgan bo`lsin, $f(x,\theta)$– bosh to`plamning taqsimot qonuni bo`lsin, bunda agar X diskret bo`lsa, $f(x,\theta)=p(X=x)$ ва agar X uzluksiz bo`lsa, $f(x,\theta)$– zichlik funktsiya deb olamiz.

Tasodifiy tanlanmaning taqsimotini $L(\theta)$– kabi belgilaylik.

U holda

$$L(\theta)=f(x_1,\theta)f(x_2,\theta)...f(x_n,\theta) \qquad (2)$$

tenglik o`rinlidir.

$\theta$ ning har hil qiymatlariga $L(\theta)$ ning ham har hil qiymatlari mos keladi. Biz $L(\theta)$ funktsiyaga maksimum qiymat beruvchi $\theta$ ning ko`rinishini topamiz. $\theta$ ning bunday ko`rinishi $X_1,X_2,...,X_n$ tanlanma qiymatlariga "eng mos" bo`lib, **"haqiqatga eng mos"** baho deyiladi. $L(\theta)$ va $\ln L(\theta)$ funktsiyalarning maksimum nuqtalari bir hil bo`lganligi sababli biz $\ln(\theta)=\ln L(\theta)$ funktsiyani qaraymiz. Ekstremumning zaruriy shartiga ko`ra $\ln(\theta)$ funktsiya maksimum nuqtasida

$$\frac{\partial\ln(\theta)}{\partial\theta_i}=0,\quad i=1,2,...s \qquad (3)$$

tengliklar bajariladi. (s parametrlar soni)

(3) tenglamalar sictemasining echimlari $\theta_{kn} = \theta_k(x_1, x_2, ..., x_n)$ ko`rinishda bo`lib, ular $\theta_k$ parametrlar uchun «haqiqatga eng mos» baholar deyiladi.

Misol. X parametrlari $\theta_1 = m,\ \theta_2 = \sigma^2$ bo`lgan normal bosh to`plam bo`lsin, u holda

$$L(\theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\theta_2}} e^{-\frac{(x_1-\theta_1)^2}{2\theta_2}} \ldots \frac{1}{\sqrt{2\pi\theta_2}} e^{-\frac{(x_n-\theta_1)^2}{2\theta_i}}$$

$$\ln(\theta) = -\frac{n}{2}\ln 2\pi - \frac{n}{2}\ln\theta_2 - \sum_{i=1}^{n}\frac{(x_i-\theta_1)^2}{2\theta_2} \qquad (4)$$

(4) tenglikdan $\theta_1$ bo`yicha hosila olamiz va nolga tenglaymiz.

$$\frac{\partial \ln(\theta)}{\partial\theta_1} = \frac{1}{2\theta_2}\sum_{i=1}^{n} 2(x_i - \theta_1) = 0$$

yoki

$$\sum(x_i - \theta_1) = 0; \quad \sum x_i - n\theta_1 = 0.$$

Demak,

$$\theta_1 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \qquad (5)$$

Endi (4) tenglikda $\theta_2$ bo`yicha hosila olamiz:

$$\frac{\partial \ln(\theta)}{\partial\theta_2} = -\frac{n}{2}\cdot\frac{1}{\theta_2} + \frac{1}{2\theta_2^2}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \theta_1)^2 = 0$$

yoki

$$\sum(x_i - \theta_1)^2 - n\theta_2 = 0.$$

Demak,

$$\theta_2 = \frac{1}{n}\sum(x_i - \theta)^2 \qquad (6)$$

(5) va (6) tengliklarda quyidagilarni yozamiz

$$\theta_{1n} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i = \bar{x}$$

$$\theta_{2n} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 = S_n^2.$$

## 3.NOMA'LUM PARAMETRLARNI ORALIQLI BAHOLASH.

1. ***Oraliqli baho. Oraliqli baho qurishning umumiy usuli.***
2. ***Matematik kutilma uchun oraliqli baholar.***
3. ***Dispersiya uchun oraliqli baholar.***

### 1. *Oraliqli baho. Oraliqli baho qurishning umumiy usuli.*

Avvalgi mashg`ulotlarimizda biz noma'lum $\theta$ parametr bahosi sifatida tasodifiy tanlanmaga bog`liq $\theta(X_1, X_2, ..., X_n)$ funktsiyalarni qaradik. Noma'lum parametrni bunday baholanishi parametrlarni nuqtaviy baholash deyiladi. Endi parametrlarni oraliqli baholash masalisini qaraylik.

**Ta'rif.** Agar $\theta$ *noma'lum parametr uchun avvaldan berilgan* $0 \prec \gamma \prec 1$ *ehtimollikka mos* $\theta_{1n}(X_1, X_2,..., X_n) = \theta_{1n}$ *va* $\theta_2(X_1, X_2,..., X_n) = \theta_{2n}$ *statistikalar mavjud bo`lib,* $(\theta_{1n} < \theta_{2n})$

$P(\theta_{1n} \le \theta \le \theta_{2n}) = \gamma$ *munosabat bajarilsa, u holda* $(\theta_{1n}, \theta_{2n})$ *oraliq* $\theta$ *parametr uchun* $\gamma$ *ishonchli oraliqli baho deyiladi.*

**Oraliqli baholashning umumiy g`oyasi quyidagichadir.**

1. $X_1, X_2,..., X_n$ va $\theta$ parametrga bog`liq shunday $Z_n = Z(X_1, X_2,..., X_n, \theta)$ statistika ko`riladiki, bu statistika uchun $Z_0$ tasodifiy miqdor mavjud bo`lib, $Z_n \xrightarrow{D} Z_0$ munosabat bajarilsin va $Z_0$ taqsimoti $\theta$ parametrga bog`liq bo`lmasin.

2. $Z_0$ taqsimoti ko`rinishidan foydalanib, shunday a va в $(a < b)$ sonlar topiladiki $P(a \le Z_0 \le b) = \gamma$ shart bajarilsin.

U holda $P(a \le Z_n \le b) \approx \gamma$ deb olsak bo`ladi.

3. $(a \le Z_n \le b)$ tengsizlikni $\theta$ ga nisbatan echamiz va $\theta_{1n} \le \theta \le \theta_{2n}$ ko`rinishdagi tengsizlikni hosil qilamiz. Demak, $P(\theta_{1n} \le \theta \le \theta_{2n}) = \gamma$.

## 2. *Matematik kutilma uchun oraliqli baholar.*

Bosh to`plam X ning matematik kutilmasi noma'lum va dispersiyasi ma'lum bo`lsin. $MX = m,\ DX = \delta^2$ deb olaylik. $MX = m$ uchun $0 < \gamma < 1$ ishonchni oraliq qurish masalasini qaraylik:

1. $Z_n = \dfrac{\overline{X} - m}{\sigma/\sqrt{n}}$ statistikani qaraylik. Markaziy limit teoremasiga ko`ra

$$P(Z_n < x) = P\left(\frac{\overline{X} - m}{\sigma/\sqrt{n}} < x\right) \to \Phi(x) \qquad (1)$$

bu erda $\Phi(x) = \dfrac{1}{\sqrt{2\pi}} \displaystyle\int_{-\infty}^{x} e^{-u^2/2} du$ (0.1)–parametrli normal taqsimot funktsiyasidir.

2. $u_\gamma$ qiymat uchun $\Phi(u_\gamma) - \Phi(-u_\gamma) = \gamma;\ (u_\gamma > 0)$ (2)

tenglik bajarilsin.

U holda

$$\gamma = \Phi(u_\gamma) - \Phi(-u_\gamma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\left(\int_{-\infty}^{u_\gamma} e^{-x^2/2} dx - \int_{-\infty}^{-u_\gamma} e^{-x^2/2} dx\right) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-u_\gamma}^{u_\gamma} e^{-x^2/2} dx =$$

$$= 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{0}^{u_\gamma} e^{-x^2/2} dx = 2\Phi_0(u_\gamma)$$

bu erda $\Phi_0(u_\gamma) = \dfrac{1}{\sqrt{2\pi}} \displaystyle\int_{0}^{u_\gamma} e^{-x^2/2} dx$ -Laplas funktsiyasi deyiladi.

$\Phi_0(x)$ funktsiyaning qiymatlar jadvali berilgan.

$$\Phi_0(u_\gamma)=\frac{\gamma}{2} \qquad (3)$$

tenglikdan hamda $\Phi_0(x)$ funktsiya qiymatlar jadvalidan foydalanib, $u_\gamma$ ni topamiz.

***3. Dispersiya uchun oraliqli baholar.***

Demak, berilgan $\gamma$ uchun (2) va(3) tengliklarni qanoatlantiradigan $u_\gamma$ topiladi. (1) munosabatga ko`ra

$$P\left(-u_\gamma \le \frac{\overline{X}-m}{\sigma/\sqrt{n}} \le u_\gamma\right) \approx \gamma$$

munosabat o`rinlidir.

$$\left(-u_\gamma \le \frac{\overline{X}-m}{\sigma/\sqrt{n}} \le u_\gamma\right)$$

ni $m$ ga nisbatan echamiz. U holda $\overline{X}-u_\gamma\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \le m \le \overline{X}+u_\gamma\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ tengsizlik hosil bo`ladi.

$$\left[\overline{X}-u_\gamma\frac{\sigma}{\sqrt{n}};\quad \overline{X}+u_\gamma\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right]$$

oraliq $MX=m$ parametr uchun $\gamma$ **ishonchli oraliqli baho** deyiladi.

Agar bosh to`plamning dispersiyasi ham noma'lum bo`lsin, $Z_n$ statistika sifatida

$$Z_n=\frac{\overline{X}-m}{S/\sqrt{n}}$$

statistika olinadi. Bu erda

$$S^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(X_i-\overline{X}\right)^2$$

$Z_n$ statistika taqsimoti $n\to\infty$ da ozodlik darajasi $(n-1)$ bo`lgan Styudent taqsimotiga yaqinlashadi, ya'ni

$$Z_n \xrightarrow{D} T(n-1).$$

U holda $P\left(-t_\gamma \le T(n-1) \le t_\gamma\right)=\gamma$ bo`lsa, $-t_\gamma \le \frac{\overline{X}-m}{S/\sqrt{n}} \le t_\gamma$ ni $m$ ga nisbatan echib,

$\overline{X}-t_\gamma\frac{S}{\sqrt{n}} \le m \le \overline{X}+t_\gamma\frac{S}{\sqrt{n}}$ munosabatni olamiz.

X normal bosh to`plam uchun $MX=m$ ma'lum $DX=\sigma^2$ noma'lum bo`lsin. Bizga ma'lumki, dispersiya bahosi

$$S_0^2 = \frac{1}{n}\sum\left(X_i - a\right)^2$$

bo`ladi. Quyidagi statistikani qaraylik

$$\frac{S_0^2}{\sigma^2} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{X_i - a}{\sigma}\right)^2 \qquad (4)$$

$\frac{X_i - a}{\sigma}$ - qo`shiluvchilarning har biri (0,1) parametrli normal tasodifiy miqdor bo`ladi. Bunday tasodifiy miqdorlar kvadratlarining yig`indisi xi-kvadrat taqsimotli tasodifiy miqdordir.

xi-kvadrat taqsimoti uchun qiymatlar jadvali mavjud.

(4) tenglikdan

$$\frac{nS_0^2}{\sigma^2} \approx \chi^2(n)$$ ekanligi kelib chiqadi.

Agar $\chi^2(n)$ tasodifiy miqdor uchun jadvaldan foydalanib

$$P\left(\chi_p^2(n) \le \chi^2(n) \le \chi_q^2(n)\right) = q - p = \gamma$$

tenglikni qanoatlantiruvchi $\chi_p^2$ va $\chi_q^2$ lar topilgan bo`lsa, u holda

$$\chi_p^2 \le \frac{nS_0^2}{\sigma^2} \le \chi_q^2$$

Ni $\sigma^2$ ga nisbatan echamiz va $\frac{1}{\chi_q^2} \le \frac{\sigma^2}{nS_0^2} \le \frac{1}{\chi_p^2}$ yoki $\frac{nS_0^2}{\chi_q^2} \le \sigma^2 \le \frac{nS_0^2}{\chi_p^2}$ ko`rinishidagi oraliqli baho hosil qilamiz.

Agar bosh to`plamning matematik kutilmasi noma'lum bo`lsa, u holda

$$\frac{nS^2}{\chi_q^2(n-1)} \le \sigma^2 \le \frac{nS^2}{\chi_p^2(n-1)} \qquad \left( S^2 = \frac{1}{n-1}\sum\left(X_i - \overline{X}\right)^2 \right)$$

ko`rinishidagi oraliqli baho hosil qilinadi.

**4. KORRELYATSIYA NAZARIYASI ELEMENTLARI.**

**1. Korrelyatsion bogliqlik haqida tushuncha. Korrelyatsion jadval.**

**2. Tanlanma korrelyatsiya koeffitsienti.**

**3. Regressiya tenglamasi. Eng kichik kvadratlar metodi bilan chiziqli regressiya parametrlarini baholash.**

## 1. Korrelyatsion bogliqlik haqida tushuncha. Korrelyatsion jadval.

Ko`pincha X tasodifiy miqdor ustida kuzatish olib borish natijasida hosil qilingan $x_1, x_2, \dots, x_n$ miqdorlarga boshqa tasodifiy miqdorning ta'sirini o`rganishga to`g`ri keladi. Agar X tasodifiy miqdorning bitta qiymatiga U tasodifiy miqdorning bir necha qimati mos kelsa, bunday bog`lanish korrelyatsion bog`lanish deyiladi.

X va Y tasodifiy miqdor bogliqligini o`rganish uchun odatda (X,У) - ikki o`lchovli tasodifiy vektor kuzatiladi, aytaylik kuzatish natijasida

$$(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$$

juftliklar olingan bo`lsin.

Agar kuzatishlar natijasida hosil bo`lgan $(x_i, y_i)$ juftlarning soni katta bo`lsa va ayrim juftlar takrorlanadigan bo`lsa, u holda kuzatish natijalarini quyidagi jadval ko`rinishida berish qulaydir:

| X/У | $У_1$ $У_2$ … $У_s$ | $\sum$ |
|---|---|---|
| $X_1$ | $n_{11}$ $n_{12}$ … $n_{1s}$ | $n_{1.}$ |
| $X_2$ | $n_{21}$ $n_{22}$ … $n_{2s}$ | $n_{2.}$ |
| . | | . |
| . | - - - - - | . |
| . | | . |
| $X_к$ | $n_{к1}$ $n_{к2}$ … $n_{кs}$ | $n_{к.}$ |
| $\sum$ | $n_{.1}$ $n_{.2}$ … $n_{.s}$ | N |

***1 – jadval***

$(x_i, y_i)$ juftlikning takrorlanishlar soni $n_{ij}$ kabi belgilangan.

$$n_i = \sum_{j=1}^{S} n_{ij}, \quad n_j = \sum_{i=1}^{k} n_{ij}, \quad \sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{S} n_{ij} = \sum_{i=1}^{k} n_{i\cdot} = \sum_{j=1}^{S} n_{.j} = n$$

**2. Tanlanma korrelyatsiya koeffitsienti.**

Bizga ma'lumki X va У tasodifiy miqdorlar uchun korrelyatsiya koeffitsienti

$$r_{xy} = \frac{k_{xy}}{\sigma_x \sigma_y} = \frac{M(X - MX)(Y - MY)}{\sigma_x \cdot \sigma_y}$$

tenglik bilan aniqlanadi. Agar 1-jadvalda $n_{ij}$ lar o`rniga $W_{ij} = {n_{ij}}/{n}$ larni olsak quyidagi jadvalga ega bo`lamiz:

| X,У | $У_1$ $У_2$ … $У_s$ | $\sum$ |
|---|---|---|
| $X_1$ | $w_{11}$ $w_{12}$ … $w_{1s}$ | $w_{1.}$ |
| $X_2$ | $w_{21}$ $w_{22}$ … $w_{2s}$ | $w_{2.}$ |
| . | | . |
| . | - - - - - | . |
| . | | . |
| $X_к$ | $w_{к1}$ $w_{к2}$ … $w_{кs}$ | $w_{к.}$ |
| $\sum$ | $w_{.1}$ $w_{.2}$ … $w_{.s}$ | 1 |

Bu jadval esa (X,U) - diskret tipdagi tasodifiy vektor taqsimot jadvali deb olsak bo`ladi. Bu jadvalga ko`ra korrelyatsiya koeffitsientini topaylik:

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^{k} x_i w_{i.} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} x_i n_{i.}, \qquad \bar{y} = \sum_{j=1}^{s} y_i w_{.j} = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{s} y_j n_{.j}$$

$$\overline{xy} = \sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{s} x_i y_j w_{ij} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{s} x_{i=1} y_j n_{ij}$$

$$\bar{x}^2 = \sum_{i=1}^{k} x_i^2 w_i = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} x_i^2 n_{i.}, \qquad \sigma_x = \sqrt{\overline{x^2} - \bar{x}^2}$$

belgilarni kiritsak

$$\bar{r}_{xy} = \frac{\sum\sum(x_i - \bar{x})(y_j - \bar{y})w_{ij}}{\sqrt{\sum_{i=1}^{k} x_i^2 w_i - \bar{x}^2} \cdot \sqrt{\sum_{j=1}^{s} y_j^2 w_{.j} - \bar{y}^2}} = \frac{\overline{xy} - \bar{x}\cdot\bar{y}}{\sqrt{\overline{x^2} - \bar{x}^2}\sqrt{\overline{y^2} - \bar{y}^2}} = \frac{\overline{xy} - \bar{x}\cdot\bar{y}}{\sigma_x \cdot \sigma_y},$$

tenglikni hosil qilamiz. Demak, tanlama korrelyatsiya koeffitsienti uchun

$$\bar{r}_{xy} == \frac{\overline{xy} - \bar{x}\cdot\bar{y}}{\sigma_x \cdot \sigma_y}, \qquad (1)$$

munosabatni keltirib chiqardik. Endi $x = x_j$ deb fiksirlab olib $\bar{y}$ ni hisoblaymiz (1-jadval asosida)

$$\bar{y}_{xi} = \frac{1}{n_i}(y_1 \cdot n_{i1} + y_2 \cdot n_{i2} + \ldots + y_s \cdot n_{is})$$

Ko`rinib turibdiki $\bar{y}$ kattalik x ning funktsiyasidir.

### 3. Regressiya tenglamasi. Eng kichik kvadratlar metodi bilan chiziqli regressiya parametrlarini baholash.

$$\bar{y}_x = \varphi(x) \qquad (2)$$

(2) tenglama Y ning X ga regressiya tenglamasi deyiladi.

$$\varphi(x) = ax + b$$

ko`rinishda bo`lsin.

Tanlanma to`plam asosida a va b parametrlarni baholaylik. Buning eng kichik kvadratlar usulidan foydalanamiz:

$$F(a,b) = \sum_{i=1}^{n}(\bar{y}_{x_i} - y_i)^2$$

yoki

$$F(a,b) = \sum_{i=1}^{n}(ax_i - b - y_i)^2$$

funktsiyaning minimumga erishtirish shartida

$$\frac{\partial F(a,b)}{\partial a} = 2\sum(ax_i + b - y_i)x_i = 0$$

yoki

$$\begin{cases} a\sum x_i^2 + b\sum x_i = \sum x_i y_i \\ a\sum x_i + nb = \sum y_i \end{cases}$$

tengliklar bajarilishi kerak. Bu sistemani echimi quyidagicha bo`ladi

$$a = \frac{n\sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{n\sum x_i^2 - \left(\sum x_i\right)^2} = R_{xy}\frac{\sigma_y}{\sigma_x}$$

$$b = \frac{\sum x_i^2 \sum y_i + \sum x_i \sum x_i y_i}{n\sum x_i^2 - \left(\sum x_i\right)^2} = \bar{y} - a\bar{x}$$

Demak,

$\bar{y}_x = ax + b$

tenglamaning tanlanma baholar yordamida yozsak

$$\bar{y}_x = \bar{R}_{xy}\frac{\sigma_y}{\sigma_x}x + \bar{y} - \bar{R}_{xy}\frac{\sigma_y}{\sigma_x}\bar{x}$$

yoki

$$\bar{y}_x - \bar{y} = \bar{R}_{xy}\frac{\sigma_y}{\sigma_x}\left(x - \bar{x}\right)$$

ko`rinishga keladi. Bu esa Y ning X ga tanlanma regressiya tenglamasi deyiladi. X ning Y ga tanlanma regressiya tenglamasi

$$\bar{X}_y - \bar{X} = \bar{R}_{xy}\frac{\sigma_x}{\sigma_y}\left(y - \bar{y}\right)$$

ko`rinishda bo`ladi.

## 5. STATISTIK FARAZ VA KRITERIYALAR HAQIDA TUSHUNCHA

1. **Statistik farazlar.**
2. **Statistik kriteriyalar. Kritik soha.**
3. **Muhimlik kriteriyalarini qurish algoritmi.**
4. **Normal bosh to`plamning o`rtachasi haqida muhimlik kriteriyasi**

### 1. Statistik farazlar.

Matematik statistikaning asosiy masalaridan biri bu tanlanma to`plam asosida bosh to`plam xarakteristikalari haqidagi farazlarni tekshirishdan iboratdir.

X - diskret yoki uzuluksiz tipdagi tasodifiy miqdor bo`lsin.

H - statistik faraz deb X tasodifiy miqdorning parametrlari yoki taqsimot qonunining ko`rinishi haqidagi taxminlarga aytiladi. Agar statistik faraz X tasodifiy miqdor taqsimotini yoki parametrlari qiymatini bir qiymatli aniqlasa, u holda bunday faraz sodda faraz deyiladi, aksincha faraz murakkab faraz deyiladi. Tekshiralayotgan tahmin boshlangich faraz deyiladi va $H_0$ bilan belgilanadi. Boshlang`ich faraz bilan birga unga muqobil faraz ham qaralishi mumkin. Muqobil faraz $H_1$ kabi belgilanadi. Aytaylik boshlang`ich faraz nomalum $\theta$ parametr qiymatini $\theta_0$ ga tengligini ta'kidlasa, ya'ni $H_0 \div \theta = \theta_0$ unga muqobil faraz quyidagilardan biri bo`lishi mumkin:

$H_0 \div \theta > \theta_0;\ H_1 \div \theta < \theta_0;\ H_1 \div \theta \neq \theta_0;\ H_1 \div \theta = \theta_1;\ \left(\theta_1 \neq \theta_0\right)$

Qaysi muqobil farazni olish masalaning qo`yilishiga bogliq.

**2.Statistik kriteriyalar. Kritik soha.**

Tanlanma to`plamni tahlil qilish asosida shunday qoidalar ko`riladiki, bu qoidalarga ko`ra boshlang`ich $H_0$ faraz to`g`ri deb topiladi yoki rad etiladi. (to`g`ri deyishga asos bo`lmaydi). Ana shunday qoidalar to`plami statistik kriteriyalar deyiladi. Statistik kriteriya qurish uchun avvalo qo`yilgan boshlang`ich farazga mos biror $Z_n$ - statistika olinadi. Odatda ilgari surilgan faraz qaysi parametr haqida bo`lsa, $Z_n$ sifatida shu parametr bahosi olinadi.

Statistik farazlarni tekshirishda kichik ehtimolli hodisalarni mumkin bo`lmagan hodisalar deb olish printsipiga asoslanadi. Aytaylik, $Z_n$ statistikaning qiymatlar to`plami V bo`lib, uning biror qismi uchun $H_0$ faraz to`g`ri deb hisoblanganda

$$P(Z_n \in V_k / H_0) = \alpha$$

bo`lsin. Bu erda $\alpha$ avvaldan berilgan biror kichik ehtimollik.

**3.Muhimlik kriteriyalarini qurish algoritmi.**

Olingan $Z_n$ statistikaning kuzatish natijalari asosida hisoblangan qiymati $\overline{Z}_n$ bo`lsin. U xolda kriteriya quyidagicha ko`riladi: agar $\overline{Z}_n \in V_k$ bo`lsa, $H_0$ faraz rad etilsin; agar $\overline{Z}_n \in V - V_k$ bo`lsa, $H_0$ faraz qabul qilinsin (to`g`ri deb topilsin).

Bunday avvaldan berilgan $\alpha$ - kichik ehtimollikka ko`ra ko`rilgan kriteriyalar muhimlik kriteriyalari deyiladi. $V_k$ -to`plam kritik soha, $V - V_k$ esa $H_0$ farazni qabul qilinish sohasi deyiladi. $\alpha$ -esa muhimlik darajasi deyiladi. $V_k$ ning kattaligi $\alpha$ ning qiymatiga bogliq bo`ladi. $Z_n$ statistikaning qiymatlar to`plamidan $V_k$ ni ajratib olish $H_1$ muqobil farazning ko`rinishiga bogliqdir.

Aytaylik, $H_0 : \theta = \theta_0$ boshlang`ich farazni tekshirishda $H_1 : \theta > \theta_0$ muqobil faraz olinsa, $V_k$ soha qiymatlarining o`ng tomondan olinadi, ya'ni $(Z_{1-\alpha}, +\infty)$ ko`rinishida bo`ladi. Bu erda $Z_{1-\alpha} \in R$

$$P(Z_n < Z_{1-\alpha} / H_0) = 1 - \alpha$$

Agar $H_1 : \theta > \theta_0$ muqobil faraz olinsa, $V_k$ - soha chap tomondan olinib, $(-\infty; Z_\alpha)$ ko`rinishida bo`ladi.

Agar $H_1 : \theta \neq \theta_0$ ko`rinishida bo`lsa, $V_k$ ikki tomonlama olinib $V_k = (-\infty; Z_{a/2}) \cup (Z_{1-a/2}; \infty)$ ko`rinishda bo`ladi.

Quyidagi o`ng, chap va ikki tomonlama kritik sohalar chizmada tasvirlangan.

**4.Normal bosh to`plamning o`rtachasi haqida muhimlik kriteriyasi**

Shunday qilib bosh to`plamning parametrlari haqidagi muhimlik kriteriyalari quyidagi tartibda qurilishi mimkin ekan:

1. Boshlang`ich $H_0$ va muqobil $H_1$ farazlarni yozish;
2. Muhimlik darajasi $\alpha$ ni belgilash;
3. $H_0$ farazni tekshirish uchun mos $Z_n$ statistika tanlab olish;
4. $H_0$ faraz to`g`ri deb hisoblanganda $Z_n$ statistika taqsimotini o`rnatish;
5. Muqobil farazning mazmuniga ko`ra mos kritik sohani ajratish.
6. Bosh to`plamni kuzatish natijasida tanlanma to`plamni olish va uning asosida $Z_n$ statistikaning tanlanma qiymati $\overline{Z}_n$ ni hisoblash;
7. Agar $\overline{Z}_n \in V_k$ bo`lsa, $H_0$ rad etish;

Agar $\overline{Z}_n \overline{\in} V$ bo`lsa, $H_0$ qabul etish.

**Misol 1.** Avtomobilning yoqilgi sarfi 10 litr bo`lsin. Bu avtomobil dvigatelni o`zgartirish hisobiga yoqilgi sarfi kamayishi kutilmoqda. Bu tasdiqni tekshirish uchun 25 avtomobil kuzatuvdan o`tkazildi. Natijada $\overline{X} = 9{,}3$ bo`ldi. Avtomobil yoqilgi sarfi X tasodifiy miqdor parametrlari $MX = m$ ва $DX = \sigma^2 = 4$ bo`lgan normal tasodifiy miqdor bo`lsin. Muhimlik kriteriyasidan foydalanib dvigatelning yoqilgi sarfi o`zgarmagan degan tahminni tekshiraylik:

1. $H_0 : m = 10; \quad H_1 : m < 10$

2.Muhimlik darajasini $\alpha = 0{,}05$ deb olaylik;

3. $Z_n = \overline{X}$ statistikani olamiz;

4. $m = 10$ bo`lganda $\dfrac{\overline{X} - 10}{2/5}$ statistika (0;1) parametrli normal taqsimotga ega;

5. $\Phi(x) = \dfrac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \int\limits_{-\infty}^{x} e^{-u^2/2} du$ funktsiya qiymatlar jadvalidan foydalanib quyidagini topamiz:

$$u_{0,05} = -u_{0,95} = -1{,}645, \text{ яъни } \Phi(-1{,}645) = 0{,}05 \text{ былади.}$$

$\dfrac{\overline{X} - 10}{2/5} \le -1{,}645$ tengsizlikni $\overline{X}$ ga nisbatan echamiz, u holda $\overline{X} \le 9{,}342$ hosil bo`ladi. Demak, $V_k = (-\infty; 9{,}342\ ]$ ekan.

6. $\overline{X}$ statistikaning tanlanma qiymati $X_T = 9{,}3$ berilgan.

7. Xulosa: $X_T \in V_k$ bo`lgani uchun $H_0$ faraz rad qilinadi.

**6. Xatolik turlari. Bosh to`plamning taqsimoti haqidagi kriteriyalar.**

1. **Birinchi va ikkinchi tur xatoliklar.**
2. **Birinchi va ikkinchi tur xatoliklarni hisoblash**
3. **Bosh to`plamning taqsimoti to`g`risidagi farazni kvadrat kriteriysi yordamida tekshirish.**

## 1.Birinchi va ikkinchi tur xatoliklar.

Statistik kriteriyalar yordamida xulosalar chiqarilganda ma'lum bir xatoliklarga yo`l qo`yiladi. Bunday xatoliklar ikki turga bo`linadi.

Agar $H_0$ faraz aslida noto`g`ri bo`lsayu, kriteriya asosida u qabul qilinsa, xulosa yana xato bo`ladi, bunday xatolik II – tur xatolik deyiladi. Demak, I – tur xatolik

$$P(Z_n \in V_k / H_0) = \alpha$$

II – tur xatolik esa,

$$P(Z_n \in V - V_k / H_1) = \beta \quad \text{bo`ladi.}$$

## 2.Birinchi va ikkinchi tur xatoliklarni hisoblash

1 – misol shartlarida (17 ma'ruzaga qaralsin) $H_0: m = 10;$ $H_1: m = 9$ deb olib, I va II tur xatoliklarni topaylik. Kritik soha $\overline{X} < 9{,}44$ tengsizlik bilan berilgan bo`lsin.

$$\alpha = P(\overline{X} < 9{,}44 / H_0) = P\left(\frac{\overline{X} - m}{\sigma/\sqrt{n}} < \frac{9{,}44 - m}{2/5} / m = 10\right) =$$

$$P\left(\frac{\overline{X} - 10}{2/\sqrt{n}} < \frac{9{,}44 - 10}{2/5}\right) = \Phi(-1{,}4) = 1 - \Phi(1{,}4) = 0{,}08$$

Demak, bu kriteriya asosida 8 foiz avtomobillar 10 l benzin sarf qilgani taqdirda, 9 l benzin sarf qiladi deb hulosa chiqariladi.

II – tur xatolikni hisoblaylik:

$$\beta = P\left(\overline{X} \ge 9{,}44 / H_1\right) = P\left(\frac{\overline{X} - m}{\sigma / \sqrt{n}} \ge \frac{9{,}44 - m}{2/5} / m = 9\right) =$$

$$P\left(\frac{\overline{X} - 10}{\sigma / \sqrt{n}} \ge \frac{9{,}44 - 9}{2/5}\right) = 1 - \Phi(1{,}1) \approx 0{,}136$$

Demak, kriteriya asosida xulosa chiqarilganda 13 foiz avtomobillar 9 l benzin sarf qilgani holda, 10 l benzin sarf qiladi deb topiladi.

### 3.Bosh to`plamning taqsimoti to`g`risidagi farazni kvadrat kriteriysi yordamida tekshirish.

Endi bosh to`plamning taqsimoti haqidagi farazni xu kvadrat kriteriysi orqali tekshiraylik:

X tasodifiy miqdor taqsimoti haqida $H_0 : P(X < x) = F(x)$ faraz berilgan bo`lsin. X tasodifiy miqdor ustida kuzatish o`tkazilab $x_1, x_2, ..., x_n$ (1) natijalarga ega bo`laylik.

1. Agar F(x) taqsimot noma'lum parametrlarga bog`liq bo`lsa, (1) tanlanma yordamida bu parametrlar baholandi.

2. X tasodifiy miqdor qiymatlar sohasini o`zaro kesishmaydagan $(\Delta_1, \Delta_2, ..., \Delta_r)$ r – ta oraliqqa bo`lib, (1) tanlanma elementlarini bu oraliqlar bo`yicha guruhlaymiz va oraliqlarning $n_1, n_2, ..., n_r$ chastotalarni aniqlaymiz.

3. X tasodifiy miqdorning $H_0$ faraz bo`yicha berilgan taqsimotiga ko`ra

1. $P_k = P(X \in \Delta_k), \quad k = 1,2,...,r$ ehtimolliklar topiladi.

Kriteriya statistikasi sifatida quo`idagi $Z_n^2 = \sum_{k=1}^{r} \frac{(n_k - np_k)^2}{np_k}$ statistika olinadi.

Pirson teoremasiga ko`ra $H_0$ faraz to`g`ri bo`lib, $n \to \infty$ da

2. $P(Z_n^2 < x) \to P(\chi^2_{r-l-1} < x)$ munosabat o`rinli bo`ladi, bu erda $(\chi^2_{r-l-1})$ - ozodlik darajasi r-l-1 bo`lgan xu – kvadrat taqsimotli tasodifiy miqdordir (l parametrlar soni).

3. xu – kvadrat tiaqsimotining qiymatlar jadvaliga ko`ra, berilgan $\alpha$ ehtimollik uchun:

4. $P(\chi^2_{r-l-1} < x_{1-\alpha}) = 1 - \alpha$

munosabat to`g`ri bo`ladigan $x_{1-\alpha}$ ни topamiz. U holda kritik soha $V_k = (x_{1-\alpha}; \infty)$ kabi bo`ladi.

6. $Z_n^2$ statistikaning 2 va 3 punktlarda hisoblangan $n_k$ va $p_k$ lar yordamida tanlanma qiymati $\overline{Z}_n^2$ ni topamiz.

7. Agar $\overline{Z}_n^2 \le x_{1-\alpha}$ bajarilsa, $H_0$ faraz qabul qilinadi va aksincha $H_0$ faraz rad etiladi.

## AMALIY MASHG'ULOT

## I qism. Ehtimollar nazariyasi

*1.Ehtimolning klassik va statistik ta'riflari*

Sinash natijasida hodisalarning to'la gruppasini tashkil etuvchi va teng imkoniyatli n ta elementar hodisalar ro'y berishi mumkin bo'lsin. Biror A hodisaning ro'y berishi uchun elementar hodisalardan m tasi qulaylik tug'dirsin. U holda, klassik ta'rif bo'yicha A hodisaning ehtimoli $P(A)=\frac{m}{n}$ tenglik bilan aniqlanadi.

Hodisaning nisbiy chastotasi deb hodisa ro'y bergan sinovlar sonining o'tkazilgan barcha sinovlar soniga nisbatiga aytiladi:

$$W(A)=\frac{m}{n}$$

bu yerda m – A hodisaning ro'y berishlari soni, n – sinovlarning umumiy soni.

Sinovlar soni yetarlicha katta bo'lganda hodisaning statistik ehtimoli sifatida nisbiy chastota yoki unga yaqinroq son tanlanadi.

Klassik ta'rifdan foydalanib, masalalar yechishda kombinatorika formulalari keng qo'llaniladi. Shuni e'tiborga olib, ba'zi kombinatorika formulalarini keltiramiz.

O'rin almashtirishlar deb n ta turli elementlarning o'rin almash-tirishlari soni $P_n=n!(n!=1\cdot 2\cdot 3\cdots n)$ ga aytiladi.

O'rinlashtirishlar n ta turli elementdan m tadan tuzilgan kombinatsiyalar bo'lib, ular bir-biridan elementlarning tarkibi yoki ularning tartibi bilan farq qiladi. Ularning soni $A_n^m=\frac{n!}{(n-m)!}$ yoki $A_n^m=n(n-1)(n-2)\cdots(n-m+1)$ formulalari bilan topiladi.

Gruppalashlar – bir-biridan hech bo'lmaganda bitta elementi bilan farq qiluvchi n ta elementdan m tadan tuzilgan kombinatsiyalardir. Ularning soni $C_n^m=\frac{n!}{m!(n-m)!}$ ga teng.

**1-misol.** Qutida 7 ta oq, 3 ta qora shar bor. Undan tavakkaliga olingan sharning oq bo'lishi ehtimolini toping.

Yechish: A – olingan shar oq ekanligi hodisasi bo'lsin. Bu sinov 10 ta teng imkoniyatli elementar hodisalardan iborat bo'lib, ularning 7 tasi A hodisaga qulaylik tug'diruvchidir. Demak,

$$P(A)=\frac{7}{10}=0,7$$

**2-misol.** Telefonda nomer terayotgan abonent oxirgi ikki raqamni esdan chiqarib qo'yadi va faqat bu raqamlar har xil ekanligini eslab qolgan holda ularni tavakkaliga terdi. Kerakli raqamlar terilganligi ehtimolini toping.

Yechish: B – ikkita kerakli raqam terilganlik hodisasi bo'lsin, hammasi bo'lib, o'nta raqamdan ikkitadan nechta o'rinlashtirishlar tuzish mumkin bo'lsa, shuncha , ya'ni $A_{10}^2=10\cdot 9=90$ ta turli raqamlarni terish mumkin. Demak,

$$P(B) = \frac{1}{A_{10}^2} = \frac{1}{90}.$$

**3-misol.** Qurilma 5 ta elementdan iborat bo'lib, ularning 2 tasi eskirgan. Qurilma ishga tushirilganda tasodifiy ravishda 2 ta element ulanadi. Ishga tushirishda eskirmagan elementlar ulangan bo'lish ehtimolini toping.

Yechish: Sinovning barcha mumkin bo'lgan elementar hodisalari soni $C_5^2$ ga teng. Bularning ichidan $C_3^2$ tasi eskirmagan elementlar ulangan bo'lishi hodisasi (A) uchun qulaylik tug'diradi.

Shuning uchun $P(A) = \frac{C_3^2}{C_5^2} = \frac{3}{10} = 0.3$

**4-misol.** Texnik nazorat bo'limi tasodifan ajratib olingan 100 ta kitobdan iborat partiyada 5 ta yaroqsiz kitob topdi. Yaroqsiz kitoblar chiqishining nisbiy chastotasini toping. Yechish:

$W(A) = \frac{5}{100} = 0.05$

**5-misol.** Nishonga 20 ta o'q uzilgan. Shundan 18 ta o'q nishonga tekkani qayd qilingan. Nishonga tegishlar nisbiy chastotasini toping. Yechish:

$$W(A) = \frac{18}{20} = 0.9$$

**6.** Qutida 5 ta bir xil buyum bo'lib, ularning 3 tasi bo'yalgan. Tavakkaliga 2 ta buyum olinganda ular orasida:

A) bitta bo'yalgan bo'lishi;
B) ikkita bo'yalgan bo'lishi;
C) hech bo'lmaganda bitta bo'yalgan bo'lishi ehtimolini toping.

**7.** Tavakkaliga 20 dan katta bo'lmagan natural son tanlanganda, uning 5 ga karrali bo'lish ehtimolini toping.

**8.** Kartochkalarga 1,2,3,4,5,6,7,8,9 raqamlari yozilgan. Tavak-kaliga 4 ta kartochka olinib, ular qator qilib terilganda juft son bo'lishi ehtimolini toping.

**9.** Ikkita o'yin soqqasi baravar tashlanganda quyidagi hodisa-larning ro'y berish ehtimolini toping:

A) Tushgan ochkolar yig'indisi 8 ga teng.
B) Tushgan ochkolar ko'paytmasi 8 ga teng.
C) Tushgan ochkolar yig'indisi ularning ko'paytmasidan katta.

**10.** Tanga 2 marta tashlanganda aqalli bir marta gerbli tomoni tushishi ehtimolini toping.

**11.** Qutichada 6 ta bir xil (nomerlangan) kubik bor. Tavakkaliga bitta–bittadan barcha kubiklar olinganda kubiklarning nomerlari o'sib borish tartibida chiqishi ehtimolini toping.

**12.** Qutida 12 ta oq va 8 ta qizil shar bor. Tavakkaliga

A) bitta shar olinganda uning oq bo'lishi ehtimolini toping;
B) bitta shar olinganda uning qizil bo'lishi ehtimolini toping;
C) 2 ta shar olinganda ularning turli rangda bo'lishi ehtimolini toping;

D) 8 ta shar olinganda ularning 3 tasi qizil rangli bo‘lishi ehtimolini toping.

**13.** Qutida 100 ta lampochka bo‘lib, ularning 10 tasi yaroqsiz. Tavakkaliga 4 ta lampochka olinadi. Olingan lampochkalar ichida:

A) yaroqsizlar yo‘q bo‘lishi;

B) yaroqlilari yo‘q bo‘lishi ehtimolini toping.

**14.** Yashikda 31 ta birinchi nav va 6 ta ikkinchi nav detal bor. Tavakkaliga 3 ta detal olinadi:

A) Olingan uchala detal birinchi nav bo‘lishi ehtimolini toping.

B) Olingan detallarning hech bo‘lmaganda bittasi birinchi nav bo‘lishi ehtimolini toping.

**15.** Ikkita o‘yin soqqasi tashlanadi. Chiqqan ochkolar yig‘indisi-ning 7 ga teng bo‘lishi ehtimolini toping.

**16.** N ta buyumdan iborat partiyada M ta standart buyum bor. Partiyadan tavakkaliga n ta buyum olinadi. Bu n ta buyum ichida rosa m ta standart buyum borligini ehtimolini toping.

**17.** Yashikda 15 ta detal bo‘lib, ulardan 10 tasi bo‘yalgan. Yig‘uvchi tavakkaliga 3 ta detal oladi. Olingan detallarning bo‘yalgan bo‘lishi ehtimolini toping.

**18.** Xaltachada 5 ta bir xil kub bor. Har bir kubning barcha tomonlariga quyidagi harflardan biri yozilgan: o, p, r, s, t. Bittalab olingan va “bir qator qilib” terilgan kublarda “sport” so‘zini o‘qish mumkinligi ehtimolini toping.

**19.** Oltita bir xil kartochkaning har biriga quyidagi harflardan biri yozilgan – a, t,m,r,s,o. Kartochkalar yaxshilab aralashtirilgan. Bittalab olingan va “bir qator qilib” terilgan to‘rtta kartochkada “soat” so‘zini o‘qish mumkinligi ehtimolini toping.

**20.** Hamma tomoni bo‘yalgan kub mingta bir xil o‘lchamli kubchalarga bo‘lingan va yaxshilab aralashtirilgan. Tavakkaliga olingan kubchaning a) bitta; b) ikkita; c) uchta tomoni bo‘yalgan bo‘lish ehtimolini toping.

**21.** Aralashtirilgan 36 talik kartalar dastasidan tavakkaliga bittasi olinadi. Olingan kartaning a) “tuz” bo‘lishini b) rasmli (ya’ni “korol”, “dama” yoki “valet”) bo‘lishini ehtimoli qanday?

**22.** Qutida m ta oq va n ta qora sharlar bor. Qutidan tavakkaliga bitta shar olinadi. Olingan sharning oq bo‘lishi ehtimolini toping.

**23.** Bitta shashqoltosh (kubik, o‘yin soqqasi) tashlangan. Quyidagi ehtimollarni toping.

a) juft ochko tushishi;

b) 5 ochkodan kam bo‘lmagan ochko tushishi.

**24.** Ikkita tanga tashlangan. Agar A – tangalar bir xil tomonlar bilan tushishi hodisasi, B – turli tomonlar bilan tushishi hodisasi bo‘lsa, qaysi hodisaning ehtimoli kattaroq?

**25.** Uchta tanga tashlangan. Ikki marta “gerb” tomoni bilan tushishi ehtimolini toping.

**26.** 52 talik kartalar dastasidan tavakkaliga uchtasi olinadi. Ularning “3”, “7” va “tuz” karta bo‘lishi ehtimoli qanday?

**27.** Telefon raqami 6 ta raqamdan iborat. Telefon nomerining: a) raqamlari turli xil bo‘lishi; b) raqamlari 3 ga karrali bo‘lishi ehtimol-larini toping.

**28.** Qutida faqat ranglari bilan farqlanuvchi 22 ta shar bor: 9 ta ko‘k, 5 ta sariq va 8 ta oq. Qaysi hodisaning ehtimoli kattaroq: qutidan sariq sharning chiqishimi yoki shashqoltosh tashlanganda 5 ochko tushishimi?

**29.** O‘nta biletdan ikkitasi yutuqli. Tavakkaliga olingan 5 ta bilet orasida bittasi yutuqli bo‘lish ehtimolini toping.

**30.** 100 ta detal orasida 10 tasi yaroqsiz. Shu partiyadan tanlangan 5 ta detal orasida kamida bittasi yaroqsiz bo‘lish ehtimolini toping.

**31.** 25 kishidan, jumladan, ular orasida 5 ta ayoldan iborat yig‘ilish 3 kishilik delegatsiyani saylaydi. Agar yig‘ilishning har bir a’zosi bir xil ehtimollik bilan saylanishi mumkin bo‘lsa, delegatsiyaga ikkita ayol va bir erkak saylanishi ehtimolini toping.

**32.** Uchta shashqoltosh tashlangan. Quyidagi hodisalar ehtimollarini toping.

a) ixtiyoriy ikkita toshda bir ochko, uchinchisida esa bir bo‘lmagan ochko tushishi;

b) ixtiyoriy ikkita toshda bir xildagi ochko tushishi, uchin-chisida esa boshqa ochko;

c) barcha toshlarda turli sondagi ochko tushishi.

**33.** “B”, “O”, “K”, “I”, “T” harflarining har biri 5 ta kartoch-kalardan biriga yozilgan. Kartochkalar tasodifan bir qatorga teriladi. “KITOB” so‘zining hosil bo‘lishi ehtimoli qanday?

**34.** 60 ta imtihon savollaridan talaba 50 tasini biladi. Talabaning unga berilgan uchta savolga javob berish ehtimolini toping.

**35.** O‘qishni bilmaydigan bola alifbening kesilgan “A”, “A”, “A”, “N”, “N”, “S” harflarini ixtiyoriy ravishda terib chiqdi. Bunda “ANANAS” so‘zining hosil bo‘lish ehtimoli qanday?

**36.** Alohida kartochkalarga 1,2,3,4,5,6,7,8,9 raqamlar yozilgan. Kartochkalar yaxshilab aralashtirilgach, tavakkaliga to‘rttasi olinadi va ketma-ket qator qilib teriladi. Hosil bo‘lgan son 1,2,3,4 bo‘lishi ehti-molini toping.

**37.** Buyumlar partiyasini sinashda yaroqli buyumlar nisbiy chastotasi 0,9 ga teng bo‘ldi. Agar hammasi bo‘lib, 200 ta buyum tekshirilgan bo‘lsa, yaroqli buyumlar sonini toping.

**38.** Nishonga qarata 40 ta o‘q uzilgan, shundan 36 ta o‘qning nishonga tekkani qayd qilingan. Nishonga tegishlar nisbiy chastotasini toping.

**39.** O‘qning nishonga tegish nisbiy chastotasi 0,6 ga teng. Agar 12 ta o‘q nishonga tegmagan bo‘lsa, hammasi bo‘lib nechta o‘q otilgan?

**40.** Yashikda 3 ta oq va 7 ta qora shar bor. Yashikdan tavakkaliga 2 ta shar olinadi. Olingan 2 ta sharning ham qora bo‘lish ehtimolini toping.

## 2. Geometrik ehtimollar

$D_1$ soha D sohaning qismi ( bo‘lagi ) bo‘lsin. Agar sohaning o‘lchamini ( uzunligi, yuzi, hajmi ) mes orqali belgilasak, tavakkaliga D sohaga tashlangan nuqtaning $D_1$ sohaga tushish ehtimoli

$$P(A) = \frac{mesD_1}{mesD}$$

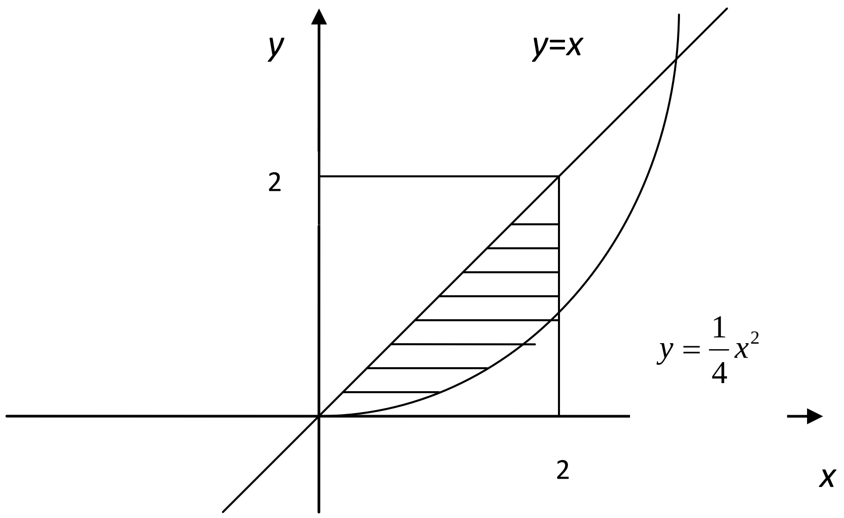
tenglik bilan aniqlanadi.

**41-misol.** [0; 2] kesmadan tavakkaliga ikkita $x$ va $y$ sonlari tanlangan. Bu sonlar $y \le x$ va $y \ge \frac{1}{4}x^2$ tengsizliklarni qanoatlantirishi ehtimolini toping.

Yechish: Masalaning shartidan ( $x$ ; $y$ ) nuqtaning koordinatalari

$$\begin{cases} 0 \le x \le 2 \\ 0 \le y \le 2 \end{cases}$$

tengsizliklar sistemasini qanoatlantiradi. Bizni qiziqtirayotgan A hodisa tanlanadigan ( $x$ ; $y$ ) nuqta shtrixlangan figuraga tegishli bo‘lgan hol-da va faqat shu holda ro‘y beradi. (1-rasm).




Bu figura koordinatalari $x^2 \le 4y \le 4x$ tengsizlikni qanoat-lantiradigan nuqtalarning to‘plami sifatida hosil qilingan.

Demak, izlanayotgan ehtimol shtrixlangan figura yuzining kvadrat yuziga nisbatiga teng, ya’ni

$$P(A) = \frac{\int_0^2 \left(x - \frac{x^2}{4}\right)dx}{4} = \frac{1}{3}$$

**42.** Sharga kub ichki chizilgan. Nuqta tavakkaliga sharga tashlanadi. Nuqtaning kubga tushish ehtimolini toping.

**43.** R radiusli doiraga nuqta tashlanadi. Bu nuqta doiraga ichki chizilgan kvadrat ichiga tushish ehtimolini toping.

**44.** R radiusli doiraga nuqta tavakkaliga tashlangan. Tashlangan nuqtaning doiraga ichki chizilgan muntazam uchburchak ichiga tushishi ehtimolini toping.

**45.** Tavakkaliga har biri 2 dan katta bo‘lmagan ikkita x va y musbat son olinganda, bu sonlarning ko‘paytmasi xy birdan katta bo‘lmasligi, $\frac{y}{x}$ bo‘linma esa ikkidan katta bo‘lmasligi ehtimolini toping.

**46.** Kvadratga ichki doira chizilgan. Kvadratga tavakkaliga tash-langan nuqtaning doira ichiga tushishi ehtimolini toping.

**47.** Ikkita x va y haqiqiy son $x \leq 1$, $0 \leq y \leq 1$ tengsizliklarni qanoatlantiradigan qilib, tavakkaliga tanlanadi. $x^2 < y$ shartning bajari-lish ehtimolini toping.

**48.** Parabola kvadratning pastki asosiga urinadi va uning yuqori uchlari orqali o‘tadi. Kvadratga tavakkaliga tashlangan nuqtaning kvadratning yuqori tomoni va parabola bilan chegaralangan sohaga tushish ehtimolini toping.

**49.** R radiusli doiraga muntazam oltiburchak ichki chizilgan. Doira ichiga tavakkaliga tashlangan nuqtaning oltiburchak ichiga tushish ehtimolini toping.

**50-misol.** Uzunligi 12 sm bo‘lgan AB kesmaga tavakkaliga C nuq-ta qo‘yiladi. AC kesmaga qurilgan kvadrat yuzi 36 sm$^2$ va 81 sm$^2$ lar orasida bo‘lish ehtimolini toping.

## 3. Ehtimollarni qo‘shish va ko‘paytirish teoremalari

**1-teorema.** Ikkita birgalikda bo‘lmagan hodisadan istalgan birining ro‘y berish ehtimoli bu hodisalar ehtimollarining yig‘indisiga teng:

$$P(A+B) = P(A) + P(B).$$

NATIJA. Har ikkitasi birgalikda bo‘lmagan bir nechta hodisalar-dan istalgan birining ro‘y berishi ehtimoli bu hodisalar ehtimollarining yig‘indisiga teng:

$$P(A_1+A_2+\ldots+A_n) = P(A_1) + P(A_2)+\ldots +P(A_n)$$

**2-teorema.** Ikkita erkli hodisalarning birgalikda ro‘y berish ehti-moli, bu hodisalar ehtimollarining ko‘paytmasiga teng:

$$P(AB)=P(A)\,P(B)$$

NATIJA. Bir nechta erkli hodisalarning birgalikda ro‘y berish ehtimoli, bu hodisalar ehtimollarini ko‘paytmasiga teng:

$$P(A_1A_2\ldots A_n)=P(A_1)P(A_2)\ldots P(A_n)$$

**3-teorema.** Ikkita bog‘liq hodisalarning birgalikda ro‘y berish ehti-moli ulardan birining ehtimolini ikkinchisining shartli ehtimoliga ko‘paytmasiga teng.

$$P(AB)=P(A)\,P(B/A) = P(B)\,P(A/B)$$

NATIJA: Bir nechta bog‘liq hodisalarning birgalikda ro‘y berish ehtimoli ulardan birining ehtimolini qolganlarining shartli ehtimollariga ko‘paytirilganligiga teng, shu bilan birga, har bir keyingi hodisaning ehtimoli oldingi hamma hodisalar ro‘y berdi degan farazda hisoblanadi:

$$P(A_1A_2\ldots A_n) = P(A_1)\cdot P(A_2/A_1)\cdot P(A_3/A_1A_2)\ldots P(A_n/A_1A_2\ldots A_{n-1})$$

**4-teorema.** Ikkita birgalikda bo‘lgan hodisadan kamida bittasining ro‘y berish ehtimoli bu hodisalarning ehtimollari yig‘indisidan ularning birgalikda ro‘y berish ehtimolining ayirmasiga teng:

$$P(A+B) = P(A) + P(B) - P(AB)$$

Agar A va B hodisalar bog‘liq bo‘lsa , P(A+B) = P(A) + P(B) –P(B)P(A/B) bog‘liq bo‘lmasa P(A+B)= P(A) + P(B) – P(A) · P(B) for-mulalaridan foydalanamiz.

**5-teorema.** Birgalikda bog‘liq bo‘lmagan $A_1, A_2, \ldots A_n$ hodisalaridan kamida bittasining ro‘y berishidan iborat A hodisaning ehtimoli 1dan $\overline{A_1}$ , $\overline{A_2}$ , … $\overline{A_n}$ qarama-qarshi hodisalar ehtimollari ko‘paytmasining ayir-masiga teng:

$$P(A) = 1 - P(\overline{A_1})P(\overline{A_2})\ldots P(\overline{A_n})$$

**51-misol.** Sexda bir necha stanok ishlaydi. Smena davomida bitta stanok sozlashni talab etish ehtimoli 0,2 ga teng, ikkita stanokni sozlashni talab etish ehtimoli 0,13 ga teng. Smena davomida ikkitadan ortiq stanokni sozlashni talab etish ehtimoli esa 0,07 ga teng. Smena davomida stanoklarni sozlashni talab etilishini ehtimolini toping.

Yechish: Quyidagi hodisalardan qaraymiz.

A – Smena davomida bitta stanokni sozlash talab etiladi.

B – Smena davomida ikkita stanokni sozlash talab etiladi.

C – Smena davomida ikkitadan ortiq stanokni sozlash talab etiladi.

A, B va C hodisalar o‘zaro birgalikda emas. Bizni quyidagi hodisa qiziqtiradi: (A+B+C) – smena davomida sozlash uchun zarur bo‘la-digan stanoklar:

$$P(A+B+C) = P(A) + P(B) + P(C) = 0{,}2+0{,}13+0{,}07=0{,}4$$

**52-misol.** Yashikda 10 ta qizil va 6 ta ko‘k shar bor. Tavakkaliga 2 ta shar olinadi. Olingan ikkala sharning bir xil rangli bo‘lish ehtimolini toping.

Yechish: A hodisa olingan ikkala shar qizil bo‘lishi, B hodisa esa olingan ikkala sharning ko‘k bo‘lish hodisasi bo‘lsin. Ko‘rinib turibdiki, A va B hodisalar birgalikda bo‘lmagan hodisalar. Demak,

$$P(A+B)=P(A)+P(B)$$

A hodisaning ro‘y berishiga $C^2_{10}$ ta natija imkoniyat yaratadi. B hodisaning ro‘y berishiga esa $C^2_6$ ta natija imkoniyat yaratadi. Umumiy ro‘y berishi mumkin bo‘lgan natijalar soni esa $C^2_{16}$ ga teng.

U holda:

$$P(A+B) = \frac{C_{10}^2 + C_6^2}{C_{16}^2} = \frac{\frac{10\cdot 9}{2} + \frac{6\cdot 5}{2}}{\frac{16\cdot 15}{2}} = \frac{60}{120} = \frac{1}{2}.$$

**53-misol.** Ikki ovchi bo‘riga qarata bittadan o‘q uzishdi. Birinchi ovchining bo‘riga tekkizish ehtimoli 0,7 ga, ikkinchisiniki 0,8 ga teng. Hech bo‘lmaganda bitta o‘qning bo‘riga tegish ehtimolini toping.

Yechish. A hodisa birinchi ovchining bo‘riga o‘qni tekkizishi, B hodisa esa ikkinchi ovchining bo‘riga o‘qni tekkizishi bo‘lsin. Ko‘rinib turibdiki, A va B hodisalar birgalikda bo‘lgan, ammo bir-biriga bog‘liq bo‘lmagan hodisalar. U holda

$$P(A+B)=P(A)+P(B) - P(AB)= P(A)+P(B)- P(A)\cdot P(B)=0{,}7+0{,}8-0{,}7\cdot 0{,}8=0{,}94$$

**54-misol.** Tanga va kubik bir vaqtda tashlangan. “Gerb tushishi “ va “3” ochko tushishi hodisalarining birgalikda ro‘y berish ehtimolini toping.

Yechish: A hodisa tanganing “gerb” tushishi, B hodisa esa kubik tashlanganda “3” ochko tushishi bo‘lsin. A va B hodisalar bog‘liq bo‘l-magan hodisalar. U holda:

$$P(A\cdot B)=P(A)\cdot P(B)=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{6}=\frac{1}{12}$$

**55-misol.** Sexda 7 ta erkak va 3 ta ayol ishchi ishlaydi. Tabel nomerlari bo‘yicha tavakkaliga 3 kishi ajratildi. Barcha ajratib olingan kishilar erkaklar bo‘lish ehtimolini toping.

Yechish: Hodisalarni quyidagicha belgilaylik: A hodisa birinchi ajratilgan erkak kishi, B ikkinchi ajratilgan C uchinchi ajratilgan erkak kishi.

Birinchi ajratilgan kishining erkak bo‘lishi ehtimoli:

$$P(A)=\frac{7}{10}$$

Birinchi ajratilgan kishining erkak kishi bo‘lganligi shartida ikkin-chi kishining erkak bo‘lishi ehtimoli, ya’ni B hodisaning shartli ehtimoli:

$$P(B/A)=\frac{6}{9}=\frac{2}{3}$$

Oldin ikki erkak kishi ajratib olinganligi shartida uchinchi ajratilgan kishi erkak bo‘lishi ehtimoli, ya’ni C hodisaning shartli ehtimoli:

$$\mathrm{P(C/AB)}=\frac{5}{8}$$

Ajratib olingan kishilarning hammasi erkak ishchilar bo‘lishi ehti-moli:

$$P(ABC)=P(A)\cdot P(B/A)\cdot P(C/AB)=\frac{7}{10}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{5}{8}=\frac{7}{24}$$

**56-misol.** Ko‘prik yakson bo‘lishi uchun bitta aviatsion bombaning kelib tushishi kifoya. Agar ko‘prikka tushish ehtimollari mos ravishda 0,3; 0,4; 0,6; 0,7 bo‘lgan 4 ta bomba tashlansa, ko‘prikni yakson bo‘-lish ehtimolini toping.

Yeshish: Demak, kamida bitta bombaning ko‘prikka tushishi, uni yakson bo‘lishi uchun yetarli (A hodisa). U holda, izlanayotgan ehtimol

$$\mathrm{P(A)} = 1 – 0{,}7\cdot 0{,}6\cdot 0{,}4\cdot 0{,}3\approx 0{,}95$$

**57.** Yashikda 6 ta yashil va 5 ta qizil tugmalar bor. Tavakkaliga 2 ta tugma olinadi. Olingan ikkala tugmaning ham bir xil rangli bo‘lish ehtimolini toping.

**58.** Tanga va o‘yin soqqasi bir vaqtda tashlanadi. “Raqam tushish” va “4” ochko tushishi hodisalarining birgalikda ro‘y berish ehtimolini toping.

**59.** Qutida 3 ta oq va 8 ta qizil shar bor. Qutidan tavakkaliga bitta shar, keyin yana bitta shar olindi. Olingan sharlardan birinchisi oq, ikkinchisi qizil bo‘lish ehtimolini toping.

**60.** Birinchi yashikda 6 ta oq va 14 ta qizil shar bor. Ikkinchi yashikda esa 4 ta oq va 6 ta qizil shar bor. Agar har bir yashikdan bittadan shar olinsa, hech bo‘lmaganda bitta sharning oq bo‘lish ehtimolini toping.

**61.** Uchta to‘pdan otishda nishonga tekkizish ehtimoli mos ravishda $P_1=0{,}9$; $P_2=0{,}7$; $P_3=0{,}8$. Nishon yakson qilinishi uchun bitta o‘qning nishonga tegishi kifoya qilsa, uchala to‘pdan biryo‘la otishda nishonning yakson qilinishi ehtimolini toping.

**62.** Merganni bitta o‘q uzishda nishonga tekkizish ehtimoli P=0,8. Mergan uchta o‘q uzdi. Uchala o‘qning ham nishonga tegish ehtimolini toping.

**63.** Yashikda 7 ta oq, 4 ta qora va 4 ta ko‘k shar bor. Har bir tajriba qutidan 1 ta shar olishdan iborat. Olingan shar qaytib qo‘yilmaydi. Birinchi sinashda oq shar (A), ikkinchisida qora (B), uchinchisida ko‘k shar chiqish ehtimolini toping.

**64.** Qutida 5 ta oq va 5 ta qora shar bor. Tavakkaliga 3 ta shar olinadi. Olingan uchala sharning ham bir xil rangli bo‘lish ehtimolini toping.

**65.** Uchta merganning nishonga tekkizish ehtimoli mos ravishda 0,6; 0,8 va 0,9 ga teng. Uchta mergan baravariga o‘q uzganda nishonga hech bo‘lmaganda bitta o‘qning tegishi ehtimolini toping.

**66.** Birinchi qutida 3 ta oq va 7 ta qora shar bor. Ikkinchi qutida esa 6 ta oq va 4 ta qora shar bor. Agar har bir qutidan bittadan shar olinsa, hech bo‘lmaganda bitta sharning oq bo‘lish ehtimolini toping.

**67-misol.** Texnik nazorat bo‘limi buyumlarning yaroqliligini tekshiradi. Buyumning yaroqli bo‘lish ehtimoli 0,9 ga teng. Tekshirilgan ikkita buyumdan faqat bittasi yaroqli bo‘lish ehtimolini toping.

**68-misol.** Talabaga kerakli formulani uchta spravochnikda bo‘lish ehtimoli mos ravishda 0,6; 0,7; 0,8 ga teng. Formula: a) faqat bitta spravochnikda; b) faqat ikkita spravochnikda; c) formula uchala spravochnikda bo‘lish ehtimolini toping.

**69.** Talaba programmadagi 25 ta savoldan 20 tasini biladi. Talabaning imtihon oluvchi taklif etgan uchta savolni bilish ehtimolini toping.

**70.** Yashikda 1dan 10gacha nomerlangan 10 ta bir xil kubik bor. Tavakkaliga bittadan 3 ta kubik olinadi. Birin-ketin 1,2,3 nomerli kubiklar chiqish ehtimolini quyidagi hollarda toping:

a) kubiklar olingach, yashikka qaytarib solinmaydi;
b) olingan kubik yashikka qaytarib solinadi.

**71.** Biror joy uchun iyul oyida bulutli kunlarning o‘rtacha soni oltiga teng. Birinchi va ikkinchi iyulda havo ochiq bo‘lish ehtimolini toping.

**72.** Guruhda 10 ta talaba bo‘lib, ularning 7 nafari a’lochilar. 4 ta talaba dekanatga chaqirtirildi. Ularning barchasi a’lochi bo‘lish ehtimolini toping.

**73.** Buyumlar partiyasidan tovarshunos oliy nav buyumlarni ajrat-moqda. Tavakkaliga olingan buyumning oliy nav bo‘lish ehtimoli 0,8 ga teng. Tekshirilgan uchta buyumdan faqat ikkitasi oliy nav bo‘lish ehti-molini toping.

**74.** Birinchi yashikda 4 ta oq va 8 ta qora shar bor. Ikkinchi ya-shikda 10 ta oq va 6 ta qora shar bor. Har qaysi yashikdan bittadan shar olinadi. Ikkala sharning ham oq chiqish ehtimolini toping.

**75.** Sexda 7 ta erkak va 8 ta ayol ishchi ishlaydi. Tabel tartib son-lari bo‘yicha tavakkaliga 3 kishi tanlangan. Tanlanganlarning hammasi ayol kishi bo‘lish ehtimolini toping.

**76.** Birinchi yashikda 5 ta oq va 10 ta qizil shar bor. Ikkinchi ya-shikda esa 10 ta oq va 5 ta qizil shar bor. Agar har bir yashikdan bittadan shar olinsa, hech bo‘lmaganda bitta sharning oq bo‘lish ehtimolini toping.

**77.** Bitta smenada stanokning ishlamay qolishi ehtimoli 0,05 ga teng. Uchta smenada stanokning ishlab turish ehtimolini toping.

**78.** Tanga birinchi marta “gerb” tomoni bilan tushguncha tash-lanadi. Tashlashlar sonining juft son bo‘lish ehtimolini toping.

**79.** A,B,C hodisalarning juft-juft bog‘liq emasligidan, ularning birgalikda bog‘liq emasligi kelib chiqmasligini ko‘rsatadigan masala tuzing.

**80.** Otilgan torpedoning kemani cho‘ktirib yuborish ehtimoli 0,5 ga teng. Agar kemani cho‘ktirib yuborish uchun bitta torpedoning mo‘ljalga tegishi yetarli bo‘lsa, 4 ta torpedoning kemani cho‘ktirib yuborish ehtimolini toping.

**81.** Elektr zanjiriga erkli ishlaydigan 3 ta element ketma–ket ulan-gan. Birinchi, ikkinchi va uchinchi elementlarning buzilish ehtimollari mos ravishda quyidagiga teng. $P_1=0,1$; $P_2=0,15$; $P_3=0,2$
Zanjirda tok bo‘lmasligi ehtimolini toping.

**82.** Ikki sportchidan har birining mashqni muvaffaqiyatli bajarish ehti-moli 0,5 ga teng. Sportchilar mashqni navbat bilan bajaradilar, bunda har bir sportchi o‘z kuchini ikki marta sinab ko‘radi. Mashqni birinchi bo‘lib bajargan sportchi mukofot oladi. Sportchilarning mukofotni olishlari ehti-molini toping.

**83.** Merganning uchta o‘q uzishda kamida bitta o‘qni nishonga tek-kizish ehtimoli 0,875 ga teng. Uning bitta o‘q uzishda nishonga tekkizish ehtimolini toping.

**84.** To‘rtta o‘q uzishda kamida bitta o‘qni nishonga tegish ehtimoli 0,9984 ga teng. Bitta o‘q uzishda nishonga tegish ehtimolini toping.

**85.** Ikki mergandan har birining o‘qni nishonga tekkizish ehtimoli 0,3 ga teng. Merganlar navbat bilan o‘q uzadilar, lekin har biri ikkitadan o‘q uzadi. Birinchi bo‘lib o‘q tekkizgan mergan mukofot oladi. Merganlarning mukofot olishlari ehtimollarini toping.

**86.** Qurilma o‘zaro erkli ishlaydigan ikkita elementni o‘z ichiga oladi. Elementlarning buzilish ehtimollari mos ravishda 0,05 ga va 0,08 ga teng. Qurilmaning buzilishi uchun kamida bitta elementning buzilishi yetarli bo‘lsa, qurilmaning ishlamay qolish ehtimolini toping.

**87.** Uchta to‘pdan otishda nishonga tekkizish ehtimolligi mos ra-vishda $P_1=0,3$; $P_2=05$; $P_3=0,8$. Nishon yakson qilinishi uchun bitta o‘qning tegishi kifoya bo‘lsa, uchala to‘pdan biryo‘la otishda nishonning yakson qilinish ehtimolini toping.

**88.** Kutubxona stellajida tasodifiy tartibda 15 ta darslik terib qo‘yilgan bo‘lib, ulardan 5 tasi muqovalidir. Kutubxonachi ayol tavakkaliga 3 ta darslik oladi. Olingan darsliklarning hech bo‘lmaganda bittasi muqovali bo‘lish ehtimolini toping.

**89.** Ikkita birgalikda bo‘lmagan $A_1$ va $A_2$ hodisalarning har birining ro‘y berishi ehtimoli mos ravishda 0,3 va 0,8 ga teng. Bu hodisalardan faqat bittasining ro‘y berish ehtimolini toping.

**90.** Biror yashikda 14 ta qizil va 6 ta ko‘k tugma bor. Tavakkaliga 2 ta tugma olinadi. Olingan ikkala tugmaning bir xil rangli bo‘lish ehtimoli nimaga teng?

## 4. To‘la ehtimol formulasi. Bayes formulalari

Biror A hodisa hodisalarning to‘la guruhini tashkil etadigan $B_1$, $B_2$, … $B_n$ hodisalarning (ular gipotezalar deb ataladi) biri bilan ro‘y berishi mumkin bo‘lsin. Bu gipotezalarning ehtimollari ma’lum, ya’ni $P(B_1)$, $P(B_2)$, …$P(B_n)$ berilgan. Bu gipotezalarning har biri amalga oshganida A hodi-saning ro‘y berish shartli ehtimollari ham ma’lum, ya’ni $P(A/B_1)$, $P(A/B_2)$, …$P(A/B_n)$ ehtimollar berilgan. U holda A hodisaning ehtimoli “to‘la ehtimol” formulasi deb ataluvchi quyidagi formula bilan aniqlanadi.

$$P(A)=P(B_1)P(A/B_1)+P(B_2)P(A/B_2)+...+P(B_n)P(A/B_n)=\sum_{k=1}^{n}P(B_k)P(A/B_k)$$

Birgalikda bo‘lmagan, hodisalarning to‘la guruhini tashkil etadigan $B_1$, $B_2$, … $B_n$ hodisalar berilgan va ularning $P(B_1)$,$P(B_2)$,…$P(B_n)$ ehti-mollari ma’lum bo‘lsin. Tajriba o‘tkaziladi va uning natijasida A hodisa ro‘y beradi deylik, bu hodisaning har bir gipoteza bo‘yicha shartli ehtimoli, ya’ni $P(A/B_1)$, $P(A/B_2)$,… $P(A/B_n)$ ma’lum. A hodisa ro‘y berishi munosabati bilan gipotezalarning ehtimollarini qayta baholash uchun, boshqacha aytganda, $P(B_1/A)$, $P(B_2/A)$, …$P(B_n/A)$ shartli ehtimolini topish uchun

$$P(B_i/A)=\frac{P(B_i)\cdot P(A/B_i)}{\sum_{k=1}^{n}P(B_k)\cdot P(A/B_k)} \qquad (i=1,2,...n)$$

Bayes formulalaridan foydalaniladi.

**91-misol.** Birinchi qutida 2 ta oq , 6 ta qora, ikkinchi qutida esa 4 ta oq, 2 ta qora shar bor.

Birinchi qutidan tavakkaliga 2 ta shar olib, ikkinchi qutiga solindi, shun-dan keyin ikkinchi qutidan tavakkaliga bitta shar olindi.

a) Olingan sharning oq bo‘lish ehtimolini toping.

b) Ikkinchi qutidan olingan shar oq bo‘lib chiqdi. Birinchi qutidan olib ikkinchi qutiga solingan 2 ta shar oq shar bo‘lishi ehtimolini toping.

Yechish:

a) quyidagi belgilashlarni kiritamiz:

A – ikkinchi qutidan olingan shar oq.

$B_1$ – birinchi qutidan ikkinchi qutiga 2 ta oq shar solingan.

$B_2$ – birinchi qutidan ikkinchi qutiga 2 ta turli rangdagi shar solingan.

$B_3$ – birinchi qutidan ikkinchi qutiga 2 ta qora shar solingan.

$B_1$, $B_2$ , $B_3$ – hodisalar hodisalarning to‘la guruhini tashkil etadi.

U holda, to‘la ehtimol formulasiga ko‘ra:

$$P(A)=P(B_1)\cdot P(A/B_1)+P(B_2)\cdot P(A/B_2)+P(B_3)\cdot P(A/B_3)$$

Bunda:

$$P(B_1)=\frac{C_2^2}{C_8^2}=\frac{1}{28}; \qquad P(B_2)=\frac{C_2^1C_6^1}{C_8^2}=\frac{12}{28}$$

$$P(B_3)=\frac{C_6^2}{C_8^2}=\frac{15}{28}; \qquad P(A/B_1)=\frac{3}{4}$$

$$P(A/B_2)=\frac{5}{8}; \qquad P(A/B_3)=\frac{1}{2}$$

U holda:

$$P(A)=\frac{1}{28}\cdot\frac{3}{4}+\frac{12}{28}\cdot\frac{5}{8}+\frac{15}{28}\cdot\frac{1}{2}=\frac{9}{16}$$

b) $P(B_1/A)$ ehtimolni Bayes formulasidan foydalanib topamiz.

$$P(B_1/A)=\frac{P(B_1)P(A/B_1)}{P(A)}=\frac{\frac{1}{28}\cdot\frac{3}{4}}{\frac{9}{16}}=\frac{1}{21}$$

**92-misol.** Ikkita avtomat bir xil detallar ishlab chiqaradi, bu detallar keyin umumiy konveyerga o‘tadi. Birinchi avtomatning unum-dorligi ikkinchi avtomatning unumdorligidan ikki marta ko‘p. Birinchi avtomat o‘rta hisobda detallarning 60% ini, ikkinchi avtomat esa o‘rta-cha hisobda detallarning 84% ini a’lo sifat bilan ishlab chiqaradi. Kon-veyerda tavakkaliga olingan detal a’lo sifatli bo‘lib chiqdi. Bu detalni birinchi avtomat ishlab chiqargan bo‘lish ehtimolini toping.

Yechish: A – detal a’lo sifatli bo‘lish hodisasi bo‘lsin. Bu yerda ikkita taxmin (gipoteza) qilish mumkin:

$B_1$ – detalni birinchi avtomat ishlab chiqargan, shu bilan birga:

$$P(B_1)=\frac{2}{3}$$

(Chunki birinchi avtomat ikkinchi avtomatga qaraganda ikki marta ko‘p detal ishlab chiqaradi);

$B_2$ – detalni ikkinchi avtomat ishlab chiqargan, shu bilan birga:

$$P(B_2)=\frac{1}{3}$$

Agar detalni birinchi avtomat ishlab chiqargan bo‘lsa, detal a’lo sifatli bo‘lishining shartli ehtimoli

$$P(A/B_1)=0{,}6$$

Xuddi shunga o‘xshash:

$$P(A/B_2)=0{,}84$$

Tavakkaliga olingan detalning a’lo sifatli bo‘lish ehtimoli to‘la ehtimol formulasiga ko‘ra.

$$P(A)=P(B_1)P(A/B_1)+P(B_2)\cdot P(A/B_2)=\frac{2}{3}\cdot 0.6+\frac{1}{3}\cdot 0.84=0.68$$

Olingan a’lo sifatli detalni birinchi avtomat ishlab chiqargan bo‘lish ehtimoli Bayes formulasiga ko‘ra

$$P(B_1/A)=\frac{P(B_1)P(A/B_1)}{P(A)}=\frac{\frac{2}{3}\cdot 0.6}{0.68}=\frac{10}{17}$$

**93.** Yashikda 1-zavodda tayyorlangan 12 ta detal, 2-zavodda tay-yorlangan 20 ta detal va 3-zavodda tayyorlangan 18 ta detal bor. 1-zavodda tayyorlangan detalning a’lo sifatli bo‘lishi ehtimoli 0,9ga teng, 2-zavodda va 3-zavodda mos ravishda 0,6 va 0,9 ga teng. Tavakkaliga olingan detalning a’lo sifatli bo‘lishi ehtimolini toping.

**94.** Birinchi idishda 10 ta shar bo‘lib, ularning 8 tasi oq, ikkinchi idishda 20 ta shar bo‘lib, ularning 4 tasi oq. Har bir idishdan tavakkaliga bittadan shar olinib, keyin bu ikki shardan yana bitta shar tavakkaliga olindi. Oq shar olinganlik ehtimolini toping.

**95.** Uchta idishning har birida 6 tadan qora shar va 4 tadan oq shar bor. Birinchi idishdan tavakkaliga bitta shar olinib, uchinchi idishga so-lindi. Uchinchi idishdan tavakkaliga olingan sharning oq bo‘lish ehtimolini toping.

**96.** Elektron raqamli mashinaning ishlash vaqtida arifmetik quril-mada, operativ xotira qurilmasida, qolgan qurilmalarda buzilish yuz berish ehtimollari 3:2:5 kabi nisbatda. Arifmetik qurilmada, operativ xotira qurilmasida va boshqa qurilmalardagi buzilishning topilish ehtimoli mos ravishda 0,8; 0,9; 0,9 ga teng. Mashinada yuz bergan buzilishning topilishi ehtimolini toping.

**97.** Qutida 10 ta miltiq bo‘lib, ularning 4 tasi optik nishon bi-lan ta’minlangan. Merganning optik nishonli miltiqdan o‘q uzganda nishonga tekkizish ehtimoli 0,95 ga teng. Optik nishon o‘rnatilmagan miltiq uchun bu ehtimol 0,8 ga teng. Mergan tavakkaliga olingan miltiqdan nishonga o‘q tekkizdi. Qaysi birining ehtimoli katta? Mergan optik nishonli miltiqdan o‘q uzganiningmi yoki optik nishon o‘rnatil-magan miltiqdan o‘q uzganiningmi?

**98.** Benzokolonka joylashgan shossedan o‘tadigan yuk mashinalari sonining o‘sha shossedan o‘tadigan yengil mashinalar soniga nisbati 3:2 kabi. Yuk mashinaning benzin olish ehtimoli 0,1 ga teng, yengil mashina uchun bu ehtimol 0,2 teng. Benzokolonka yoniga benzin olish uchun mashina kelib to‘xtadi. Uning yuk mashina bo‘lish ehtimolini toping.

**99.** Ixtisoslashtirilgan kasalxonaga bemorlarning o‘rta hisobda 30% K kasallik bilan, 50% i L kasallik bilan 20% i M kasallik bilan qabul qilindi. K kasallikni to‘liq davolash ehtimoli 0,7 ga teng, L va M kasalliklar uchun bu ehtimol mos ravishda 0,8 ga va 0,9 ga teng. Kasal-likka qabul qilingan bemor butunlay sog‘ayib ketdi. Bu bemor K kasallik bilan og‘rigan bo‘lish ehtimolini toping.

**100.** Sharlar solingan 2 ta bir xil yashik bor. Birinchi yashikda 2 ta oq va 1 ta qora shar, ikkinchi yashikda esa 1 ta oq va 4 ta qora shar bor. Tavakkaliga bitta yashik tanlanadi va undan bitta shar olinadi. Olingan sharning oq bo‘lish ehtimolini toping.

**101.** Qutidagi 20 ta sharni (12 ta oq va 8 ta qora) aralashtirish jarayonida bitta shar yo‘qotib qo‘yildi. Qolgan 19 ta shardan tavakkaliga bitta shar olindi. Olingan sharning oq bo‘lish ehtimolini toping.

**102.** Sharlar solingan 2 ta bir xil yashik bor. Birinchi yashikda 3 ta oq va 2 ta qora, ikkinchi yashikda esa 4 ta oq va 4 ta qora shar bor. Birinchi yashikdan ikkinchi yashikka 2 ta shar tashlandi. Shundan keyin ikkinchi yashikdan bitta shar olindi. Olingan sharning oq bo‘lish ehtimolini toping.

**103.** Ikki mergan bir-biriga bog‘liqmas ravishda, nishonga qarata bittadan o‘q uzishdi. Birinchi merganning nishonga o‘q tekkizish ehti-moli 0,8 ga teng, ikkinchi merganniki esa 0,4 ga teng. O‘qlar otilgandan keyin bitta o‘qning nishonga tekkani ma’lum bo‘ldi. O‘qni birinchi mergan nishonga tekkizgan bo‘lishi ehtimolini toping.

**104.** Uchta zavod soat ishlab chiqaradi va magazinga jo‘natadi. Bi-rinchi zavod butun mahsulotning 40% ini, ikkinchi zavod 45% ini, uchinchi zavod esa 15% ini tayyorlaydi. Birinchi zavod chiqargan soat-larning 80% i, ikkinchi zavod chiqargan soatlarning 70% i, uchinchi za-vod chiqargan soatlarning 90% i ilgarilab ketadi. Sotib olingan soat-ning ilgarilab ketishi ehtimolini toping.

**105.** Samolyotga qarata uchta o‘q otildi. Birinchi o‘qning nishonga tegish ehtimoli 0,5 ga, ikkinchisiniki 0,6 ga, uchinchisiniki esa 0,8 ga teng. Bitta o‘q tekkanda samolyotning urib tushirilish ehtimoli 0,3 ga, ikkita o‘q tekkanda 0,6 ga teng. Uchta o‘q tekkanda, samolyot urib tu-shiriladi. Samolyotning urib tushirilish ehtimolini toping.

**106.** Sexda tayyorlanadigan detallar 2 ta nazoratchi tomonidan tek-shiriladi. Detallarning nazorat uchun birinchi nazoratchiga tushish ehti-moli 0,6 ga teng, ikkinchi nazoratchiga tushishi 0,4 ga teng. Yaroqli de-talning birinchi nazoratchi tomonidan yaroqsiz deb topilish ehtimoli 0,06 ga, ikkinchi nazoratchi uchun esa 0,02 ga teng. Yaroqsiz deb topilgan detallar tekshirilganda ular ichidan yaroqli detal chiqib qoldi. Bu detalni birinchi nazoratchi tekshirganligi ehtimolini toping.

**107.** Yig‘uv sexiga 1-sexdan 600 ta, 2-sexdan 500 ta, 3-sexdan 500 ta detal kelib tushadi. 1- sexning yaroqsiz detallari 5% ni, 2-sexniki 8% ni, 3-sexniki 3% ni tashkil etadi. Tavakkaliga olingan detalning yaroqsiz bo‘lishi ehtimolini toping.

**108.** Yig‘ish uchun detallar ikkita stanokda tayyorlanib, ularning birinchisi ikkinchisiga nisbatan 3 marta ko‘p detal ishlab chiqaradi. Bun-da birinchi stanok ishlab chiqaradigan detallarning yaroqsiz bo‘lish ehti-moli 0,025, ikkinchi stanok uchun 0,015 ga teng. Tavakkaliga yig‘ish uchun olingan bitta detal yaroqli bo‘lib chiqdi. Bu detalning ikkinchi stanokda tayyorlangan bo‘lish ehtimolini toping.

**109.** Elektr lampochkalari partiyasining 10% i 1-zavodda, 40% i 2-zavodda, 50% i 3-zavodda tayyorlangan. Yaroqsiz lampochka ishlab chiqarish ehtimoli 1-zavod uchun 0,02 , 2-zavod uchun 0,008, 3-zavod uchun 0,006. Tavakkaliga olingan lampochkaning yaroqsiz bo‘lish ehtimolini toping.

**110.** Plastmassa buyumlari uchta avtomatda tayyorlanadi. 1-avto-mat mahsulotning 30% i, 2-avtomat mahsulotning 40% i, 3-avtomat esa 30% ini ishlab chiqaradi. Bunda I avtomatning 0,13 , II 0,25 , III 0,025 qismi yaroqsiz buyumlardir. Tanlangan yaroqli buyum III avtomatda tayyorlanganligining ehtimolini toping.

## 5. Erkli sinovlar ketma-ketligi. Bernulli formulasi. Eng ehtimolli son

Agar bir nechta sinov o‘tkazilayotgan bo‘lib, har bir sinashda A hodisaning ro‘y berish ehtimoli boshqa sinov natijalariga bog‘liq bo‘l-masa, u holda, bunday sinovlar A hodisaga nisbatan erkli sinovlar de-yiladi.

Faraz qilaylik, n ta erkli takroriy sinovning har birida A hodisaning ro‘y berish ehtimoli p, ro‘y bermaslik ehtimoli $q=1-p$ bo‘lsin. Shu n ta sinovdan A hodisaning (qaysi tartibda bo‘lishidan qat’iy nazar) rosa k marta ro‘y berish ehtimoli $P_n(k)$ ushbu Bernulli formulasi bilan hisoblanadi.

$$P_n(k) = C_n^k P^k q^{n-k} = \frac{n!}{k!(n-k)!} P^k q^{n-k}$$

A hodisaning o‘tkazilayotgan n ta erkli takroriy sinov davomida kamida k marta ro‘y berish ehtimoli

$$P_n(k)+P_n(k+1)+\ldots+P_n(n)$$

ko‘pi bilan k marta ro‘y berishi ehtimoli esa

$$P_n(0)+ P_n(1)+\ldots+ P_n(k)$$

formulalar bilan hisoblanadi.

Agar n ta erkli sinovda hodisaning $k_0$ marta ro‘y berish ehtimoli sinovning boshqa mumkin bo‘lgan natijalari ehtimollaridan kichik bo‘l-masa, u holda $k_0$ soni eng ehtimolli son deb ataladi va u quyidagi qo‘sh tengsizlik bilan aniqlanadi:

$$np - q \le k_0 \le np + p.$$

Eng ehtimolli son $k_0$ ushbu shartlarni qanoatlantiradi:

a) agar np–q kasr son bo‘lsa, u holda bitta eng ehtimolli $k_0$ son mavjud bo‘ladi;
b) agar np–q butun son bo‘lsa, u holda ikkita $k_0$ va $k_0$ +1 eng ehtimolli sonlar mavjud bo‘ladi;
c) agar np butun son bo‘lsa, u holda eng ehtimolli son $k_0$ =np bo‘ladi.

**111-misol.** Har bir otilgan o‘qning nishonga tegish ehtimoli p=$\frac{2}{3}$ Otilgan 10 ta o‘qdan uchtasining nishonga tegish ehtimolini toping.

Yechish: n=10; k=3; p=$\frac{2}{3}$; q=$\frac{1}{3}$. U holda Bernulli formulasiga asosan:

$$P_{10}(3) = C_{10}^3 \left(\frac{2}{3}\right)^3 \left(\frac{1}{3}\right)^7$$

**112-misol.** Tanga 6 marta tashlandi. Gerbli tomon tushishlarning eng ehtimolli sonini toping.

Yechish: Berilgan masalaning shartlariga ko‘ra n=6, p=q=1/2. U holda gerbli tomon tushishining eng ehtimolli soni $k_0$ ni

$$k_0 = np = 6 \cdot \frac{1}{2} = 3$$

yuqoridagi formuladan foydalanib topamiz.
Demak, eng ehtimolli son $k_0$=3 bo‘ladi.

**113.** Savdo do‘koniga kirgan 8 ta xaridordan har birining xarid qilish ehtimoli 0,7 ga teng. Xaridorlardan beshtasining xarid qilish ehtimolini toping.

**114.** Biror mergan uchun bitta o‘q uzishda nishonga tegish ehtimoli 0,8 ga teng va o‘q uzish tartibiga (nomeriga) bog‘liq emas. 5 marta o‘q uzilganda nishonga rosa 2 marta tegish ehtimolini toping.

**115.** Tanga 10 marta tashlanganda gerbli tomon:

a) 4 tadan 6 martagacha tushish ehtimolini toping.
b) Hech bo‘lmaganda bir marta tushish ehtimolini toping.

**116.** Birorta qurilmaning 15 ta elementidan har biri sinab ko‘riladi. Elementlarning sinovga bardosh berish ehtimolli sonini toping.

**117.** Qaysi hodisaning ehtimoli katta?

a) Teng kuchli raqib bilan o‘ynab, to‘rtta partiyadan uchtasini yutib olishmi yoki sakkizta partiyadan beshtasini yutib olishmi?

b) To‘rtta partiyaning kamida uchtasini yutib olishmi yoki sakkizta partiyaning kamida beshtasini yutib olishmi?

**118.** Tanga tashlanadi. Tanga 11 marta tashlanganda gerbli tomon 3 marta tushish ehtimolini toping.

**119.** Qaysi birining ehtimoli kattaroq: tanga 4 marta tashlanganda “gerb”ning 2 marta tushishimi yoki 8 marta tashlanganda “gerb”ning 4 marta tushishimi?

**120.** Ishlab chiqarilgan buyumlarning 5% i yaroqsiz, tavakkaliga tanlangan 5 ta buyumdan ikkitasini yaroqsiz bo‘lish ehtimoli nimaga teng?

**121.** Tanga 5 marta tashlanadi. Tanganing 1 marta “gerb” tomoni bilan tushish ehtimolini toping.

**122.** Merganning nishonga urish ehtimoli 0,3 ga teng. Merganning 6 ta o‘qdan to‘rttasini nishonga urish ehtimolini toping.

**123.** Merganning nishonga urish ehtimoli 0,25 ga teng. Mergan nishonga qarata 8 ta o‘q uzadi. Quyidagi ehtimollarni toping:

a) Kamida 7 ta o‘q nishonga tegadi.

b) Kamida 1 ta o‘q nishonga tegadi.

**124.** Firma mahsulotlarining 5% i yaroqsiz. 5 ta mahsulot tanlanganda:

a) 1 ta ham yaroqsiz mahsulot yo‘q bo‘lishi;

b) 2 ta yaroqsiz mahsulot bo‘lish ehtimoli nimaga teng.

**125.** Tanga 20 marta tashlanadi. “Gerb” tomon bilan tushishlar sonining eng ehtimolli sonini toping.

**126.** O‘yin soqqasi 16 marta tashlanadi. 3 ga karrali ochkolarning eng ehtimolli sonini toping.

**127.** O‘qning nishonga tegish ehtimoli p=0,35. Nishonga qarata 10 ta o‘q uziladi. Nishonga tegishlarning eng ehtimolli sonini toping.

**128.** Oilada 10 ta farzand bor. O‘g‘il bola va qiz bola tug‘lish ehti-moli $P=\frac{1}{2}$ bo‘lsa, ularning 5 tasi o‘gil bola va 5 tasi qiz bola bo‘lish ehti-molini toping.

**129.** Tanga 7 marta tashlanadi. Tanganing 2 marta “raqam” tomoni bilan tushish ehtimolini toping.

**130.** O‘qning nishonga tegish ehtimoli p=0,7. Nishonga otilgan 5 ta o‘qdan 2 tasining nishonga tegish ehtimolini toping.

## 6. Muavr-Laplasning lokal va integral teoremalari. Puasson formulasi

Bernulli formulasini n ning katta qiymatlarida qo‘llash qiyin, chun-ki formula katta sonlar ustida amallar bajarishni talab qiladi. Bizni qi-ziqtirayotgan ehtimolni Bernulli formulasini qo‘llamasdan ham hisob-lanishi mumkin ekan.

**Teorema.** Agar har bir sinashda A hodisaning ro‘y berish ehtimoli P o‘zgarmas bo‘lib, nol va birdan farqli bo‘lsa, u holda n ta sinashda A hodisaning rosa k marta ro‘y berish ehtimoli (n qancha katta bo‘lsa, shuncha aniq)

$$P_n(k) \approx \frac{1}{\sqrt{npq}}\varphi\left(\frac{k-np}{\sqrt{npq}}\right)$$

ga teng. Bu yerda:

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x^2}{2}}$$

$\varphi$ (x) funksiya juft bo‘lib, funksiyaning x argumentining musbat qiymatlariga mos qiymatlaridan tuzilgan jadvallar ehtimollar nazariya-siga oid ko‘pgina adabiyotlarda keltirilgan.

Agar n ta sinashda hodisaning kamida $k_1$ marta va ko‘pi bilan $k_2$ marta ro‘y berish ehtimoli $P_n(k_1;k_2)$ ni topish talab qilinsa, sinashlar soni katta bo‘lganda, Muavr-Laplasning integral teoremasi qo‘llaniladi.

**Teorema.** Har birida hodisaning ro‘y berish ehtimoli P(0<P<1) ga teng bo‘lgan n ta sinovda hodisaning kamida $k_1$ marta va ko‘pi bilan $k_2$ marta ro‘y berish ehtimoli

$$P_n(k_1;k_2) \approx \phi\left(\frac{k_2-np}{\sqrt{npq}}\right) - \phi\left(\frac{k_1-np}{npq}\right)$$

ga teng. Bu yerda:

$$\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^x e^{-\frac{z^2}{2}}dz$$

ko‘rinishda bo‘lib, u Laplas funksiyasi deb ataladi. Bu funksiya toq funksiya bo‘lib, uning qiymatlari jadvallashtirilgan va x≥5 da $\phi$(x)=0,5 deb olinadi.

**Eslatma**: Laplasning taqribiy formulalaridan npq≥9 bo‘lgan hollarda foydalangan ma’qul. Agar sinovlar soni katta bo‘lib, har bir sinovda hodisaning ro‘y berish ehtimoli p juda kichik bo‘lsa, u holda:

$$P_n(k) \approx \frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}$$

formuladan foydalaniladi, bu yerda k hodisaning n ta erkli sinovda ro‘y berish soni, $\lambda$=np (hodisaning n ta erkli sinovda ro‘y berishlari o‘rtacha soni)

**131.** Bitta o‘q uzilganda nishonga tegish ehtimoli 0,8 ga teng. 100 ta o‘q uzilganda rosa 75 ta o‘qning nishonga tegish ehtimolini toping.

Yechish: n=100; k=75; p=0,8; q=0,2

U holda,

$$\frac{k-np}{\sqrt{npq}} = \frac{75-100*0.8}{\sqrt{100*0.8*0.2}} = -1.25$$

jadvaldan

$$\varphi(-1,25) = 0,1826$$

Demak,

$$P_{100}(75) = \frac{0.1826}{4} = 0.04565$$

**132-misol.** Agar biror hodisaning ro‘y berish ehtimoli 0,4 ga teng bo‘lsa, bu hodisaning 100 ta sinovdan

a) rosa 50 marta ro‘y berish ehtimolini;

b) kami bilan 30 marta, ko‘pi bilan 45 marta ro‘y berish ehti-molini toping.

Yechish: a) shartga ko‘ra n=100; p=0,4; q=0,6. Sinovlar soni n katta bo‘lganligi uchun, masalani lokal teoremaga ko‘ra yechamiz:

$$\frac{k-np}{\sqrt{npq}} = \frac{50-100*0.4}{\sqrt{100*0.4*0.6}} = \frac{10}{\sqrt{24}} \approx 2.04$$

$\varphi(\underline{x})$ -funksiyaning qiymatlar jadvalidan

$\varphi(2.04)$=0,0498

ekanligini topamiz.

Topilganlarni formulaga qo‘yib, izlanayotgan ehtimolni topamiz:

$$\mathrm{P}_{100}(50) \approx \frac{1}{\sqrt{100\cdot 0.4\cdot 0.6}}\varphi(2.04) = \frac{0.0498}{\sqrt{24}} = 0.0102$$

b) Laplasning integral teoremasini qo‘llaymiz. n=100; $k_1$=30; $k_2$=45; p=0,4 va q=0,6 ekanligiga asosan:

$$\frac{k_1-np}{\sqrt{npq}} = \frac{30-100\cdot 0.4}{\sqrt{100\cdot 0.4\cdot 0.6}} = \frac{-10}{\sqrt{24}} \approx -2.04$$

$$\frac{k_2-np}{\sqrt{npq}} = \frac{45-100\cdot 0.4}{\sqrt{100\cdot 0.4\cdot 0.6}} = \frac{5}{\sqrt{24}} \approx 1.02$$

$\phi(x)$ ning qiymatlar jadvalidan

$\phi$ (-2,04)= - $\phi$ (2,04)= - 0,4793

$\phi$(1,02)=0,3461

Topilganlarni formulaga qo‘yib, talab qilingan ehtimollikni topamiz.

$P_{100}$(30;45) $\approx \phi$(1,02)-$\phi$(-2,04)=$\phi$(1,02)+$\phi$(2,04)=0,3461+0,4793=0,8254

**133-misol.** A hodisaning 900 ta bog‘liqmas sinovning har birida ro‘y berish ehtimoli p=0,8 ga teng. A hodisa :

a) 750 marta ;

b) 710 dan 740 martagacha ro‘y berish ehtimolini toping.

Yechish: a) n=900; k=750; p=0,8; q=0,2

U holda:

$$\frac{k-np}{\sqrt{npq}} = \frac{750-900\cdot 0.8}{\sqrt{900\cdot 0.8\cdot 0.2}} = 2.5$$

jadvaldan

$$\varphi(2.5) \approx 0.0175$$

Demak, $\mathrm{P}_{900}(750) \approx \frac{1}{12}0{,}0175 \approx 0{,}00146$

b) $\frac{k_1-np}{\sqrt{npq}}=\frac{710-720}{12}\approx-0.83$, $\frac{k_2-np}{\sqrt{npq}}=\frac{740-720}{12}\approx1.67$

jadvaldan

$\phi$(-0,83)=- $\phi$(0,83) $\approx$-0,2967;

$\phi$(1,67) $\approx$0,4525

Demak,

$P_{900}(710;740)\approx0{,}4525+0{,}2967=0{,}7492$

**134-misol.** Telefon stansiyasi 400 abonentga xizmat ko‘rsatadi. Agar har bir abonent uchun uning bir soat ichida stansiyaga qo‘ng‘iroq qilish ehtimoli 0,01 ga teng bo‘lsa, quyidagi hodisalarning ehtimolini toping:

a) bir soat davomida 5 abonent stansiyaga qo‘ng‘iroq qiladi;

b) bir soat davomida 4 tadan ko‘p bo‘lmagan abonent qo‘ng‘iroq qiladi;

c) bir soat davomida kamida 3 abonent stansiyaga qo‘ng‘iroq qiladi.

Yechish: p=0,01 juda kichik, n= 400 esa katta bo‘lgani uchun $\lambda=400\cdot0.01=4$ da Puassonning taqribiy formulasidan foydalanamiz:

a) $P_{400}(5)\approx\frac{4^5}{5}e^{-4}\approx0.156293.$

$b)P_{400}(0\le k\le4)=P_{400}(0)+P_{400}(1)+P_{400}(2)+P_{400}(3)+P_{400}(4)=$

$0.018316+0.073263+0.146525+0.195367+0.195367=0.628838$

c) $P_{400}(3\le k\le400)=1-P_{400}(0\le k\le2)=1-0.018316-0.0732263-0.146525=0.761896$

**135.** Korxonada ishlab chiqarilgan buyumning 20% i yaroqsizdir. 400 ta buyum ichidan yaroqsizlari sonining 50 bilan 100 orasida bo‘lish ehtimolini toping.

**136.** Maktabning birinchi sinfiga 260 ta bola qabul qilindi. Agar o‘g‘il yoki qiz tug‘ilish ehtimollari bir-biriga teng bo‘lsa, qabul qilinganlarning rosa 100 tasi qiz bola bo‘lish ehtimolini toping.

**137.** Avtomat qurolidan otilgan har bir o‘qning nishonga tegish ehtimoli 0,7 ga teng. Otilgan 60 ta o‘qdan nishonga tekkanlari soni kamida 30 ta va ko‘pi bilan 50 ta bo‘lish ehtimolini toping.

**138.** Kassirning vedomostda ko‘rsatilgan pulni birinchi sanashda adashish ehtimoli 0,04 ga teng. Uning 25 ta vedomostdagi pullarni sanaganda ko‘pi bilan ikkita vedomostda adashish ehtimolini toping.

**139.** O‘yin soqqasi 800 marta tashlanganda uchga karrali ochko 267 marta tushish ehtimolini toping.

**140.** Zavod omborga 5000 ta sifatli buyumlar yubordi. Har bir buyumning yo‘lda shikastlanish ehtimoli 0,0002 ga teng. 5000 ta buyum ichidan yo‘lda:

a) rosa 3 tasi shikastlanishi ehtimolini;

b) 3 tadan ko‘p bo‘lmagani shikastlanish ehtimolini;

v) 3 tadan ko‘pining shikastlanish ehtimolini toping.

**141.** O‘yin soqqasi 10 marta tashlanganda uchga karrali ochko-lar kamida 2 marta, ko‘pi bilan besh marta tushish ehtimolini toping.

**142.** Bitta o‘q uzilganda nishonga tegish ehtimoli 0,8 ga teng. 100 marta o‘q uzilganda nishonga rosa 75 marta tegish ehtimolini toping.

**143.** **t** vaqt ichida bitta kondensatorning ishdan chiqish ehtimoli 0,2 teng. **t** vaqt ichida 100 ta bir-biriga bog'liqsiz ishlovchi kondensator-dan:

a) kamida 20 tasining ishdan chiqishi;

b) 14 tadan 28 tagachasining ishdan chiqishi ehtimolini toping.

**144.** Do'kon 1000 shisha ma'danli suv oldi. Tashib keltirishda 1 ta shishaning sinib qolish ehtimoli 0,003 ga teng. Do'konga keltirilgan shisha idishlarning:

a)rosa 2 tasi;

b)2 tadan kami;

c)2 tadan ko'pi;

g) hech bo'lmaganda bittasi singan bo'lishi ehtimolini toping.

**145.** Avtomat telefon stansiyasi 1000 ta telefon abonentiga xizmat ko'rsatadi. 5 minut davomida ATSga abonentdan chaqiriq kelish ehtimoli 0,005 ga teng.

a) 5 minut davomida ATSga hech bo'lmaganda bitta chaqiriq kelish ehtimoli qanday?

b) 5 minut davomida ATSga 4 tadan ko'p chaqiriq kelish ehtimoli qanday?

**146.** Yangi tug'ilgan 70 ta chaqaloqni kamida 40 va ko'pi bilan 65 nafari o'g'il bola bo'lish ehtimolini toping.

**147.** O'yin soqqasi 50 marta tashlanganda «oltilik» kamida 10, ko'pi bilan 25 marta tushishi ehtimolini toping.

**148.** Partiyada 30% yaroqsiz detallar bor. 50 ta detalning ichida 10 tadan ko'pi yaroqsiz bo'lib chiqishi ehtimolini toping.

**149.** P(A)=0,7 bo'lsin. A hodisa 50 ta sinovdan 10 dan 25 martagacha ro'y berish ehtimolini toping.

**150.** O'yin soqqasi 60 marta tashlanganda «uchlik» 15 dan kam marta tushish ehtimolini toping.

**151.** Yangi tug'ilgan 50 ta chaqaloq orasida o'g'il bolalar kami bilan 25 va ko'pi bilan 35 tani tashkil etish ehtimolini toping.

**152**. Darslik 100000 nusxada chop etilgan. Darslikning noto'g'ri muqovalangan bo'lishi ehtimoli 0,0001ga teng. Hamma kitoblar orasidagi yaroqsizlari soni 100 tadan 1000 tagacha bo'lishi ehtimolini toping.

**153**. Aloqa kanallari orqali 1000 ta belgi yuboriladi. Bitta belgini bu-zilishi ehtimoli 0,005ga teng, rosa 50 ta belgini buzilish ehtimolini toping.

**154.** Tanga 80 marta tashlan ganda rosa 50 marta «gerb» tushish ehtimolini toping.

**155.** O'yin soqqasini 90 marta tashlashda 3 ga karrali sonning kamida 100, ko'pi bilan 170 marta chiqish ehtimolini toping.

**156.** P(A)=0,7 bo'lsin. A hodisaning 2100 ta sinovda 1000 marta ro'y berish ehtimolini toping.

**157.** O'yin soqqasi 70 marta tashlanganda toq ochkolar 50 dan 65 martagacha tushish ehtimolini toping.

**158.** P(A)=0,8 ekanligi ma'lum, A hodisaning 100 ta sinovda kamida 75 marta tushish ehtimolini toping.

**159.** Tanga 45 marta tashlanganda «gerb» 15 marta tushish ehtimolini toping.

**160.** Yangi tug‘ilgan 200 ta chaqaloqning kamida 90 tasi o‘g‘il bolalar bo‘lish ehtimolini toping

**161.** O‘yin soqqasi 960 marta tashlanganda 3 ga karrali sonning 600 marta chiqish ehtimolini toping.

**162.** Bitta o‘q uzishda nishonga tegish ehtimoli 0,8 ga teng, 100 ta o‘q uzganda rosa 75 marta nishonga tegish ehtimolini toping.

**163.** O‘yin soqqasi 100 marta tashlanganda toq ochkolar rosa 70 marta tushish ehtimolini toping.

**164.** Agar P(A)=0,8 bo‘lsa, A hodisaning 100 ta sinovda rosa 80 marta ro‘y berish ehtimolini toping.

**165.** Korxonada ishlab chiqarilgan buyumlarning 20 % i yaroqsiz. 400 ta buyum ichida yaroqsizlari sonining 40 bilan 90 orasida bo‘lish ehtimolini toping.

**166.** Detalning yaroqli bo‘lish ehtimoli 0,97 ga teng. Olingan 200 ta detal orasidan rosa 100 tasining yaroqli bo‘lish ehtimolini toping.

**167.** Avtomat qurolidan otilgan har bir o‘qning nishonga tegish ehtimoli 0,7 ga teng. Otilgan 60 ta o‘qdan nishonga tekkanlari soni kamida 20 ta va ko‘pi bilan 40 ta bo‘lish ehtimolini toping.

**168.** P(A)=0,9. A hodisaning 100 ta sinovda rosa 60 marta ro‘y berish ehtimolini toping.

**169.** Texnologik jarayonga ko‘ra kalava ipining 1 soat davomida uzili-shi ehtimoli 0,2 teng. Yigiruvchi ayol 100 ta kalavaga xizmat qiladi. Uning bir soat davomida ko‘pi bilan 30 ta ipni ulash ehtimolini toping.

**170.** P(A)= 0,8 bo‘lsin. A hodisaning 200 ta sinovda rosa 125 marta ro‘y berish ehtimolini toping.

## 7. Tasodifiy miqdorlar. Diskret tasodifiy miqdorlarning taqsimot qonuni

Tasodifiy miqdor tushunchasi ehtimollar nazariyasining asosiy tushunchalaridan biridir. Masalan, o‘yin soqqasini tashlaganda tushishi mumkin bo‘lgan ochkolar soni, ishga kech qoluvchi xizmatchilar soni va hokazolar tasodifiy miqdorga misol bo‘la oladi.

**1-ta’rif.** Tasodifiy miqdor deb avvaldan noma’lum bo‘lgan va oldin-dan inobatga olib bo‘lmaydigan tasodifiy sabablarga bog‘liq bo‘lgan hamda sinash natijasida bitta mumkin bo‘lgan qiymatni qabul qiluvchi miqdorga aytiladi.

Odatda, tasodifiy miqdorlar lotin alifbosining katta harflari X, Y, Z ... va h.k. uning mumkin bo‘lgan qiymatlari kichik x,y,z... va h.k. harflar bilan belgilanadi.

Tasodifiy miqdorlar diskret yoki uzluksiz bo‘lishi mumkin.

**2-ta’rif**. Diskret tasodifiy miqdor deb ayrim, ajralgan qiymatlarni ma’lum ehtimollar bilan qabul qiluvchi miqdorga aytiladi.

Diskret tasodifiy miqdorning mumkin bo‘lgan qiymatlari soni chekli yoki cheksiz bo‘lishi mumkin.

**3-ta’rif.** Uzluksiz tasodifiy miqdor deb chekli yoki cheksiz oraliqda-gi barcha qiymatlarni qabul qilishi mumkin bo‘lgan miqdorlarga aytiladi.

Uzluksiz tasodifiy miqdorning mumkin bo‘lgan qiymatlari soni cheksizdir.

**4-ta'rif.** Diskret tasodifiy miqdorning taqsimot qonuni deb mum-in bo'lgan qiymatlar bilan ularning ehtimollari orasidagi moslikka aytiladi.

Diskret tasodifiy miqdorning taqsimot qonuni quyidagi usullar bilan berilishi mumkin:

a) Birinchi satri mumkin bo'lgan $X_k$ qiymatlardan, ikkinchi satri $P_k$ ehtimollardan iborat jadval yordamida, yani:

$$X : x_1 \quad x_2 \ldots x_n$$
$$P : p_1 \quad p_2 \ldots p_n$$

bu yerda $$p_1 + p_2 + \ldots + p_n = \sum_{k=1}^{n} p_k = 1$$

b) Grafik usulda - buning uchun to'g'ri burchakli koordinatalar sistemasida ($x_k$ $p_k$) nuqtalar yasaladi, so'ngra ularni to'g'ri chiziq kesmalari bilan tutashtirib, taqsimot ko'pburchagi deb ataluvchi figura hosil qilinadi.

c) Analitik usulda (formula ko'rinishida).

Diskret tasodifiy miqdorning mumkin bo'lgan qiymatlariga mos ehtimollar

$$P_n(k) = C_n^k P^k q^{n-k}$$

Bernulli formulasi bilan aniqlanadigan bo'lsa, tasodifiy miqdor binomial taqsimot qonuniga bo'ysunadin deyiladi.

Agar diskret tasodifiy miqdorning mumkin bo'lgan qiymatlariga mos ehtimollar:

$$P_n(k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}, \lambda = np$$

formula bilan aniqlanadigan bo'lsa, bunday tasodifiy miqdor «Puasson taqsimot qonuniga bo'ysunadi» deyiladi.

Agar diskret tasodifiy miqdorning mumkin bo'lgan qiymatlariga mos ehtimollar:

$$P_k = q^{k-1} p, \qquad k=1,2, \ldots$$

formula bilan aniqlanadigan bo'lsa, bunday diskret tasodifiy miqdor "Geometrik taqsimot qonuniga bo'ysunadi" deyiladi.

**171- misol.** Talabaning imtihon biletidagi savollarning har biriga javob berish ehtimoli 0,7 ga teng. Imtihon biletidagi 4 ta savolga bergan javoblari sonining taqsimot qonunini tuzing.

Yechish: X tasodifiy miqdor orqali talabaning javoblari sonini belgilasak, uning qabul qiladigan qiymatlari $x_1=0$; $x_2=1$; $x_3=2$; $x_4=3$; $x_5=4$. Ko'rinib turibdiki, n=4; p=0,7; q=0,3. X ning yuqoridagi qiymatlarni qabul qilish ehtimollari Bernulli formulasi orqali topiladi.

$$P_1 = P_4(0) = C_4^0 (0.7)^0 (0.3)^4 = 0{,}0081$$
$$P_2 = P_4(1) = C_4^1 (0.7)^1 (0.3)^3 = 0{,}0756$$
$$P_3 = P_4(2) = C_4^2 (0.7)^2 (0.3)^2 = 0{,}2646$$
$$P_4 = P_4(3) = C_4^3 (0.7)^3 (0.3)^1 = 0{,}4116$$
$$P_5 = P_4(4) = C_4^4 (0.7)^4 (0.3)^0 = 0{,}2401$$

U holda X tasodifiy miqdorning taqsimot qonuni quyidagicha bo‘ladi:

| X | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| P | 0,0081 | 0,0756 | 0,2646 | 0,4116 | 0,2401 |

Tekshirish: 0,0081 +0,0756 + 0,2646 +0,4116+0,2401 = 1

**172-misol.** Qurilma bir-biridan erkli ishlaydigan uchta elementdan iborat. Har bir elementning bitta tajribada ishdan chiqish ehtimoli 0,1ga teng. Bitta tajribada ishdan chiqqan elementlar sonining taqsimot qonunini tuzing.

Yechish: X diskret tasodifiy miqdor orqali bitta tajribada ishdan chiqqan elementlar sonini belgilasak, u ushbu qiymatlarga ega:
$X_1=0$; $X_2=1$; $X_3=2$; $X_4=3$.
Bundan tashqari, n=3; p=0,1; q=0,9 ekanligini hisobga olsak,

$$P_1 = P_3(0) = C_3^0(0.1)^0(0.9)^3 = 0.729$$
$$P_2 = P_3(1) = C_3^1(0.1)^1(0.9)^2 = 0.243$$
$$P_3 = P_3(2) = C_3^2(0.1)^2(0.9)^1 = 0.027$$
$$P_4 = P_3(3) = C_3^3(0,1)^3(0,9)^0 = 0,001$$

U holda, taqsimot qonuni quyidagi ko‘rinishda bo‘ladi:

| X | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|
| P | 0,729 | 0,243 | 0,027 | 0,001 |

**173-misol.** Nishonga qarata 4 ta o‘q uziladi, bunda har qaysi o‘q uzishda nishonga tegish ehtimoli p=0,8 ga teng.
Quyidagilarni toping:

a) Nishonga tegishlar soniga teng bo‘lgan X diskret tasodifiy miqdorning taqsimot qonunini;

b) $1\le X\le 3$ va $X>3$ hodisalarning ehtimolini;

v) Taqsimot ko‘pburchagini chizing.

Yechish: a) X tasodifiy miqdorning mumkin bo‘lgan qiymatlari: 0, 1, 2, 3, 4.

Ehtimollarni Bernulli formulasi bo‘yicha hisoblaymiz:

$$P_1= P(X=0) = C_4^0\, 0,8^0 \bullet 0,2^4= 0,0016$$
$$P_2= P(X=1) = C_4^1\, 0,8^1 \bullet 0,2^3= 0,0256$$
$$P_3= P(X=2) = C_4^2\, 0,8^2 \bullet 0,2^2= 0,1536$$
$$P_4= P(X=3) = C_4^3\, 0,8^3 \bullet 0,2^1= 0,4096$$
$$P_5= P(X=4) = C_4^4\, 0,8^4 \bullet 0,2^0 = 0,4096$$

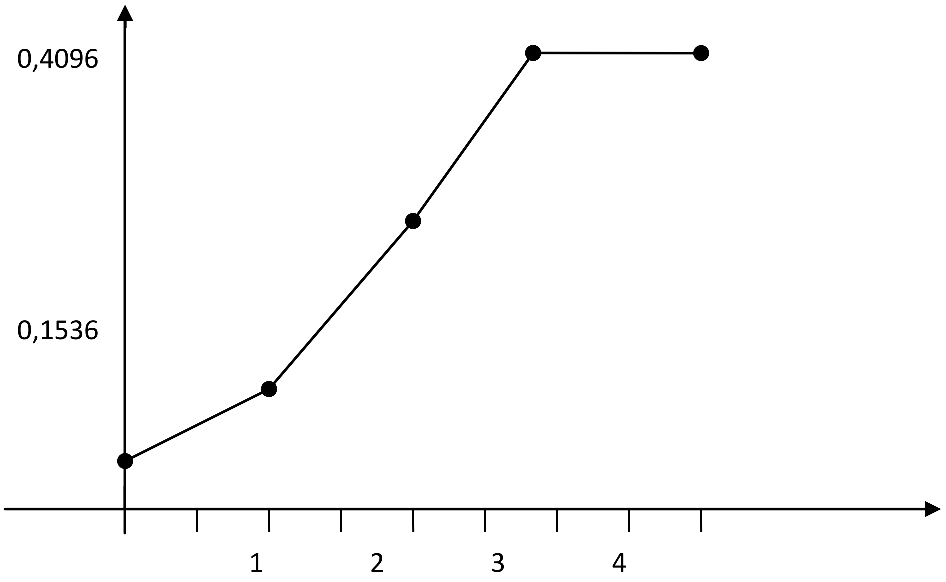
U holda, X diskret tasodifiy miqdorning taqsimot qonuni:

| X | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| P | 0,0016 | 0,0256 | 0,1536 | 0,4096 | 0,4096 |

Tekshirish:

0,0016+0,0256+0,1536+0,4096+0,4096=1

b) $P(1 \leq X \leq 3) = P(X=1) + P(X=2) + P(X=3) = 0{,}0256 + 0{,}1536 + 0{,}4096 =$
$= 0{,}5888$
$P(X>3) = P(X=4) = 0{,}4096$;
c) Taqsimot ko‘pburchagini yasaymiz:




**174.** X tasodifiy miqdor quyidagi taqsimot qonuni bilan berilgan.

| X | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|---|---|
| P | 0,1 | 0,2 | 0,2 | 0,4 | 0,1 |

Taqsimot ko‘pburchagini yasang.

**175.** Yashikda 5 ta oq va 25 ta qora shar bor. Yashikdan 1 ta shar olindi. X tasodifiy miqdor - olingan oq sharlar soni bo‘lsa, uning taqsimot qonunini tuzing.

**176.** 10 ta detal solingan yashikda 8 ta yaroqli detal bor. Tavakkaliga 2 ta detal olingan. Olingan detallar orasidagi yaroqli detallar sonining taqsimot qonunini tuzing.

**177.** X diskret tasodifiy miqdor ushbu taqsimot qonuni bilan berilgan:

a) X: 2 4 5 6
P: 0,3 0,1 0,2 0,4

b) X: 10 15 20
P: 0,1 0,7 0,2

Taqsimot ko‘pburchagini yasang.

**178.** X diskret tasodifiy miqdor tangani ikki marta tashlashda «gerbli» tomon tushish sonining binomial taqsimot qonunini yozing.

**179.** Ikkita o‘yin soqqasi birgalikda ikki marta tashlandi:

a) Ikkala o‘yin soqqasida juft ochkolar tushishi sonidan iborat X diskret tasodifiy miqdorning binomial taqsimot qonunini toping;

b) Taqsimot ko‘pburchagini yasang.

**180.** Ikki mergan bitta nishonga baravariga bittadan o‘q uzadi. Bitta o‘q uzishda birinchi mergan uchun nishonga tegish ehtimoli 0,5 ga, ikkinchi mergan uchun 0,4 ga teng. Diskret tasodifiy miqdor nishonga tegishlar soni.

a) X diskret tasodifiy miqdorning taqsimot qonunini toping;

b) Taqsimot ko‘pburchagini yasang.

**181.** Ma’lum bir partiyada yaroqsiz detallar 10% ni tashkil etadi. Tavakkaliga 4 ta detal tanlab olinadi. Bu 4 ta detal orasida yaroqsiz detallar sonidan iborat bo‘lgan X diskret tasodifiy miqdorning binomial taqsimot qonunini toping.

**182.** Miltiqdan otilgan har bir o‘qning samolyotga tegish ehtimoli 0,001 ga teng. 3000 ta o‘q uziladi. Otilgan o‘qlarning samolyotga tekkanlari sonidan iborat X tasodifiy miqdorning taqsimot qonunini toping:

**183.** Ikkita mergan galma-galdan nishonga qarata o‘q uzishadi. Bitta o‘q uzishda xato ketish ehtimoli birinchi mergan uchun 0,2 ga, ikkinchisi uchun 0,4 ga teng. Agar 4 tadan ortiq o‘q uzilmagan bo‘lsa, nishonga tekkuncha otilgan o‘qlar sonidan iborat bo‘lgan X diskret tasodifiy miqdorning taqsimot qonunini toping.

**184.** Ikkita bombardimonchi samolyot nishonga tekkuncha galma-galdan bomba tashlaydi. Birinchi samolyotning nishonni aniq mo‘ljalga olish ehtimoli 0,7 ga, ikkinchisiniki esa 0,8 ga teng. Agar samolyot-larning har birida 2 tadan bomba bo‘lsa, tashlangan bombalar sonidan iborat X diskret tasodifiy miqdorning taqsimot qonunini toping.

**185.** Qiz va o‘g‘il bolalarning tug‘ilish ehtimollari teng deb faraz qilinadi. To‘rt bolali oiladagi o‘g‘il bolalar sonidan iborat bo‘lgan X tasodifiy miqdorning taqsimot qonunini toping.

**186.** Uchta mergan bitta nishonga qarata o‘q uzishadi. Nishonga tekkizish ehtimoli birinchi mergan uchun 0,8 ga, ikkinchisi uchun 0,6 ga, uchinchisi uchun 0,5 ga teng. Nishonga tekkan o‘qlar sonidan iborat bo‘lgan X tasodifiy miqdorning taqsimot qonunini toping.

**187.** Ichida 5 ta oq va 7 qora shar bo‘lgan idishdan 4 ta shar olinadi. Olingan oq sharlar sonidan iborat bo‘lgan X tasodifiy miqdor-ning taqsimot qonunini toping.

**188.** Ikkita tanga 3 martadan tashlanadi. «Gerbli» tomon tushishlar sonidan iborat bo‘lgan X tasodifiy miqdorning taqsimot qonunini toping.

**189.** Agar bitta o‘q uzishda nishonga tegish ehtimoli 3/4 ga teng bo‘lsa, 3 ta o‘q uzishda nishonga tegishlar sonidan iborat bo‘lgan X tasodifiy miqdorning taqsimot qonunini toping.

**190.** Ichida 4 ta oq va 6 ta qora shar bo‘lgan idishdan 5 ta shar olinadi. Chiqqan oq sharlar sonidan iborat bo‘lgan X tasodifiy miq-dorning taqsimot qonunini toping.

## 8. Diskret tasodifiy miqdorning matematik kutilishi, dispersiyasi, o‘rtacha kvadratik chetlanishi va ularning xossalari

Diskret tasodifiy miqdorning o‘rtacha qiymati xarakteristikasi bo‘lib matematik kutilish xizmat qiladi.

**1-ta’rif.** Diskret tasodifiy miqdorning matematik kutilishi deb uning mumkin bo‘lgan barcha qiymatlarini bu qiymatlarning mos ehtimollariga ko‘paytmalari yig‘indisiga aytiladi, ya’ni:

$$\mathrm{M}(\mathrm{X}) = x_1 p_1 + x_2 p_2 + \ldots\ldots + x_n p_n = \sum_{k=1}^{n} x_k p_k$$

Agar tasodifiy miqdorning mumkin bo‘lgan qiymatlari sanoqli to‘plam bo‘lsa, u holda:

$$M(X) = \sum_{k=1}^{\infty} x_k p_k$$

bunda tenglikning o‘ng tomonida turgan qator absolut yaqinlashuvchi deb faraz qilinadi va

$$P_1 + P_2 + \ldots\ldots\ldots \ldots + P_к + \ldots = \sum_{k=1}^{\infty} P_К = 1$$

***Matematik kutilish quyidagi xossalarga ega:***

**1-xossa.** O‘zgarmas miqdorning matematik kutilishi uning o‘ziga teng, ya’ni:

$$M(C)=C$$

**2-xossa.** O‘zgarmas sonni matematik kutilish belgisidan tashqariga chiqarish mumkin, ya’ni:

$$M(CX) = CM(X)$$

**3-xossa.** Tasodifiy miqdorlar yig‘indisining matematik kutilishi qo‘shiluvchilarning matematik kutilishlari yig‘indisiga teng:

$$M(X_1+X_2+\ldots+X_n)=M(X_1)+M(X_2)+\ldots+M(X_n)$$

**4-xossa.** O‘zaro bog‘liq bo‘lmagan tasodifiy miqdorlar ko‘payt-masining matematik kutilishi ko‘paytuvchilar matematik kutilishlarining ko‘paytmasiga teng:

$$M(X_1 \cdot X_2 \ldots\ldots X_n) = M(X_1) \cdot M(X_2) \ldots\ldots M(X_n)$$

**2-ta’rif.** X tasodifiy miqdorning dispersiyasi deb chetlanish kvad-ratining matematik kutilishiga aytiladi, ya’ni:

$$D(X)=M[X - M(X)]^2$$

Dispersiyani

$$D(X)=M(X^2)-[M(X)]^2$$

formuladan foydalanib hisoblagan ma’qul.

***Dispersiya quyidagi xossalarga ega:***

**1-xossa.** O‘zgarmas sonning dispersiyasi nolga teng:

$$D(C) = O$$

**2-xossa.** O‘zgarmas ko‘paytuvchini avval kvadratga oshirib, dispersiya belgisidan tashqariga chiqarish mumkin:

$$D(CX)=C^2D(X)$$

**3-xossa.** Bog‘liq bo‘lmagan tasodifiy miqdorlar yig‘indisi (ayir-masi) ning dispersiyasi qo‘shiluvchilar dispersiyalarining yig‘indisiga teng:

$$D(X \pm Y) = D(X) + D(Y)$$

**3-ta'rif.** Tasodifiy miqdorning o'rtacha kvadratik chetlanishi deb dispersiyadan olingan kvadrat ildizga aytiladi:

$$\sigma(X) = \sqrt{D(X)}$$

**191-misol.** Quyidagi taqsimot qonuni bilan berilgan X diskret taso-difiy miqdorning matematik kutilishini toping:

| | | | |
|---|---|---|---|
| X: | -0,4 | 6 | 10 |
| P: | 0,2 | 0,3 | 0,5 |

Yechish:

$$M(X) = -0{,}4\cdot 0{,}2 + 6\cdot 0{,}3 + 10{,}0{,}5 = 6$$

**192-misol.** Yashikda 5 ta oq va 25 ta qora shar bor. Yashikdan ta-vakkaliga 1 ta shar olingan. X tasodifiy miqdor olingan oq sharlar soni bo'lsa, uning taqsimot qonunini tuzing va matematik kutilishini hisob-lang.

Yechish: Bitta shar olinsa, bu shar qora yoki oq bo'lishi mumkin. Demak, X tasodifiy miqdorning mumkin bo'lgan qiymatlari 0 yoki 1. U holda, uning taqsimot qonuni quyidagicha:

| X | 0 | 1 |
|---|---|---|
| P | 5/6 | 1/6 |

U holda ta'rifga ko'ra:

$$M(X) = 0\cdot\frac{5}{6} + 1\cdot\frac{1}{6} = \frac{1}{6}$$

**193-misol.** X diskret tasodifiy miqdor ushbu taqsimot qonuni bilan berilgan:

| X | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| P | 0,2 | 0,4 | 0,3 | 0,08 | 0,02 |

M(X), D(X) va $\sigma$(X) larni toping.

Yechish:

$$M(X) = 0\cdot 0{,}2 + 1\cdot 0{,}4 + 2\cdot 0{,}3 + 3\cdot 0{,}08 + 4\cdot 0{,}02 = 1{,}32$$

$X^2$ tasodifiy miqdorning taqsimot qonuni quyidagicha bo'ladi:

| $X^2$ | 0 | 1 | 4 | 9 | 16 |
|---|---|---|---|---|---|
| P | 0,2 | 0,4 | 0,3 | 0,08 | 0,02 |

$$M(X^2) = 0\cdot 0{,}2 + 1\cdot 0{,}4 + 2\cdot 0{,}3 + 9\cdot 0{,}08 + 16\cdot 0{,}02 = 1{,}64$$

U holda:

$$D(X) = M(X^2) - [M(X)]^2 = 2{,}64 - (1{,}32)^2 = 2{,}64 - 1{,}7424 = 1{,}8976$$

$$\sigma(X) = \sqrt{D(X)} = \sqrt{1.8976} = 1.3775$$

**194-misol.** X va Y tasodifiy miqdorlar erkli. Agar D(X)=5, D(Y) =6 ekanligi ma'lum bo'lsa, Z=3X+2Y tasodifiy miqdorning disper-siyasini toping.

Yechish: $D(Z) = D(3X+2Y) = D(3X) + D(2Y) = 9D(X) + 4D(Y) = 9\cdot 5 + 4\cdot 6 = 69$

**195.** Ushbu:

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| X: | -5 | 2 | 3 | 4 |
| P: | 0,4 | 0,3 | 0,1 | 0,2 |

taqsimot qonuni bilan berilgan X diskret tasodifiy miqdorning dispersi-yasini va o‘rtacha kvadratik chetlanishini toping.

**196.** X tasodifiy miqdor – o‘yin soqqasi bir marta tashlanganda tushadigan ochkolar soni. M(X), D(X) va $\sigma$ (X) larni toping.

**197.** Qutida 7 ta shar bo‘lib, ularning to‘rttasi oq qolganlari qora. Qutidan tavakkaliga 3 ta shar olinadi. X – olingan oq sharlar soni. M(X)ni toping.

**198.** Ikkita o‘yin soqqasi baravariga 2 marta tashlanadi. X – ikkala o‘yin soqqasidagi tushgan juft ochkolar soni. M(X), D(X) va $\sigma$ (X) larni toping.

**199.** 10 ta detaldan iborat partiyada 3 ta yaroqsiz detal bor. Tavakkaliga 2 ta detal olingan. X – diskret tasodifiy miqdor olingan 2 ta detal orasidagi yaroqsiz detallar soni bo‘lsa, uning matematik kutilishini toping.

**200.** Tanga 5 marta tashlanadi. Raqam tomonining tushishlari soni-ning taqsimot qonunini va dispersiyasini hisoblang.

**201.** Ovchi nishonga qarata to birinchi marta tekkuncha otadi, lekin otgan o‘qlarning soni 4 tadan ortmaydi. Ovchining nishonga tekkizish ehtimoli 0,8 ga teng. Otilgan o‘qlar sonining taqsimot qonunini tuzing va uning dispersiyasini hisoblang.

**202.** O‘yin soqqasi 4 marta tashlanadi. Soqqa 4 marta tashlanganda 6 ochkoning tushish sonidan iborat bo‘lgan X tasodifiy miqdorning taqsimot qonunini, M(X), D(X) va $\sigma$ (X) larni toping.

**203.** Agar bitta o‘q uzishda nishonga tegish ehtimoli $\frac{3}{4}$ ga teng bo‘lsa, 3 ta o‘q uzishda nishonga tegishlar sonidan iborat X tasodifiy miqdorning taqsimot qonunini, M(X), D(X) va $\sigma$ (X) larni toping.

**204.** X va Y tasodifiy miqdorlar erkli. Agar D(X)=4, D(Y)=5 ekanligi ma’lum bo‘lsa, Z=2X+3Y tasodifiy miqdorning dispersiyasini toping.

**205.** X tasodifiy miqdorning matematik kutilishi va dispersiyasi mos ravishda 2 va 10 ga teng. Z=2X+5 tasodifiy miqdorning matematik kutilishi va dispersiyasini toping.

**206.** Quyidagi taqsimot qonuni bilan berilgan tasodifiy miqdorning o‘rtacha kvadratik chetlanishini toping.

| X | 3 | 5 | 7 | 9 |
|---|---|---|---|---|
| P | 0,4 | 0,3 | 0,2 | 0,1 |

**207.** X tasodifiy miqdor:

P {X=k}=$C_n^k P^k q^{n-k}$, k=0, 1, 2, …n

binomial taqsimot qonuniga ega bo‘lsa, M(X) va D(X) ni toping.

**208.** Mergan o‘q nishonga tekkuncha otadi, (Geometrik taqsimot) o‘qning nishonga tegish ehtimoli P ga teng. Otilgan o‘qlar sonining matematik kutilishi va dispersiyasini toping.

**209.** Ichida 4 ta oq va 6 ta qora shar bo‘lgan idishdan 5 ta shar olinadi. X tasodifiy miqdor – chiqqan oq sharlar soni. M(X), D(X) va $\sigma$ (X) larni toping.

**210.** To‘pdan uzilgan bitta o‘q bilan nishonni mo‘ljalga olish ehtimoli 0,4 ga teng. Uchta o‘q uzilganda nishonga tekkizishlar sonidan iborat bo‘lgan X tasodifiy miqdorning matematik kutilishini toping.

**211.** Ovchi parrandaga qarata o‘q tekkuncha otadi, lekin to‘rttadan ko‘p bo‘lmagan o‘q uzishga ulguradi, xolos. Agar bitta o‘q uzishda nishonga tekkizish ehtimoli 0,7 ga teng bo‘lsa, uzilgan o‘qlar sonidan iborat bo‘lgan X tasodifiy miqdorning taqsimot qonunini va M(X), D(X) va $\sigma$ (X) larni toping.

**212.** A hodisaning bitta sinovda ro‘y berish sonining matematik kutilishi A hodisaning ro‘y berish ehtimoli P ga tengligini isbot qiling.

**213.** Diskret tasodifiy miqdorning matematik kutilishi uning mumkin bo‘lgan eng kichik va eng katta qiymatlari orasida yotishini isbot qiling.

**214.** Ushbu taqsimot qonuni bilan berilgan X diskret tasodifiy miqdorning dispersiyasini va o‘rtacha kvadratik chetlanishini toping.

| X | 4.3 | 5.1 | 10,6 |
|---|---|---|---|
| P | 0,2 | 0,3 | 0,5 |

**215.** A hodisaning har bir sinovda ro‘y berish ehtimoli 0,2 ga teng. X diskret tasodifiy miqdor – A hodisaning 5 ta erkli sinovda ro‘y berish sonining dispersiyasini toping.

**216.** Diskret tasodifiy miqdor X Puasson taqsimot qonuniga bo‘ysunadi, ya’ni:

$$P(X=k)=\frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda},\quad k=0,\ 1,\ 2,\ \ldots$$

M(X) va D(X) ni toping.

**217.** X diskret tasodifiy miqdor faqat ikkita mumkin bo‘lgan $x_1$va $x_2$ qiymatga ega bo‘lib, $x_2 > x_1$ ˙X ning $x_1$ qiymatni qabul qilish ehtimoli 0,6 ga teng. M(X)=1,4, D(X)=0,24. X tasodifiy miqdorning taqsimot qonunini toping.

**218.** X diskret tasodifiy miqdor ikkita $x_1< x_2$ qiymatga ega. X ning $x_1$ qiymatni qabul qilish ehtimoli 0,2 teng. M(X)=2,6, $\sigma$=0,8 bo‘lsa, X ning taqsimot qonunini toping.

**219.** Biror qurilmadagi elementning har bir tajribada ishdan chiqish ehtimoli 0,9 ga teng. X diskret tasodifiy miqdor – elementning o‘nta erkli tajribada ishdan chiqish sonining dispersiyasini toping.

**220.** X diskret tasodifiy miqdor – ikkita erkli sinovda A hodisaning ro‘y berish sonining dispersiyasini toping. A hodisaning bu sinovlarda ro‘y berish ehtimoli bir xil va M(X)=1,2 ekanligi ma’lum.

## 9. Uzluksiz tasodifiy miqdorlar. Ehtimollar taqsimotining zichlik funksiyasi

Tasodifiy miqdorning taqsimot qonuni har doim ham jadval ko‘ri-nishida berilavermaydi. Masalan, uzluksiz tasodifiy miqdor uchun uning barcha mumkin bo‘lgan qiymatlarini sanab chiqish mumkin emas.

**1-ta’rif.** Har bir $x \in$ R uchun X tasodifiy miqdorning *x* dan kichik qandaydir qiymat qabul qilish ehtimolini beradigan

$$F(x) = P(X< x)$$

funksiya X tasodifiy miqdorning taqsimot funksiyasi yoki integral taqsimot funksiyasi deyiladi.

Agar X diskret tasodifiy miqdor bo‘lib $x_1$ $x_2$ ... qiymatlarini $p_1$, $p_2$ ... ehtimollar bilan qabul qilsa, uning taqsimot funksiyasi quyidagicha bo‘ladi:

$$P(X < x) = \sum_{x_i < x} P_i$$

Taqsimot funksiyasi quyidagi xossalarga ega.

1. $0 \le F(x) \le 1$;
2. P(a <X<b)= F (b) – F (a);
3. Agar $x_1 < x_2$ bo‘lsa, F ($x_1$) $\le$ F ($x_2$);
4. $F(-\infty) = 0, F(+\infty) = 1.$

**2-ta’rif.** X uzluksiz tasodifiy miqdor taqsimot funksiyasining differensial funksiyasi yoki zichlik funksiyasi deb:

$$f(x) = F'(x)$$

funksiyaga aytiladi.

Agar X uzluksiz tasodifiy miqdor f(x) zichlik funksiyaga ega bo‘lsa, uning taqsimot funksiyasi quyidagiga teng:

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(t)dt$$

Zichlik funksiya quyidagi xossalarga ega:

1. $f(x) \ge 0$;
2. $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1;$
3. $P(a < x < b) = \int_{a}^{b} f(x)dx.$

Agar uzluksiz tasodifiy miqdorning mumkin bo‘lgan barcha qiymatlari tegishli bo‘lgan (a,b) oraliqda

$$f(x) = \begin{cases} 0, agar, x \le a, bo'lsa \\ \dfrac{1}{b-a}, agar, a < x \le bo'lsa \\ 0, agar, x > b, bo'lsa \end{cases}$$

zichlik funksiyaga ega bo‘lsa, bunday tasodifiy miqdor (a,b) oraliqda tekis taqsimlangan tasodifiy miqdor deyiladi.

Agar X uzluksiz tasodifiy miqdorning zichlik funksiyasi:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$$

ko‘rinishda berilgan bo‘lsa, X tasodifiy miqdor normal taqsimot qonuniga bo‘ysunadi deyiladi.

Normal taqsimlangan X uzluksiz tasodifiy miqdorning ($\alpha$, $\beta$) oraliqqa tushish ehtimoli:

$$P(\alpha < X < \beta) = \Phi(\frac{\beta - a}{\sigma}) - \Phi(\frac{\alpha - a}{\sigma})$$

formula bo‘yicha hisoblanadi, bu yerda

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{z^2}{2}} dz$$

Laplas funksiyasi.

Agar zichlik funksiyasi

$$f(x) = \begin{cases} 0, agar, x < 0, bo'lsa \\ \lambda e^{-\lambda x}, agar, x \ge 0, bo'lsa \end{cases}$$

ko‘rinishda berilgan bo‘lsa, X uzluksiz tasodifiy miqdorning taqsimoti ko‘rsatkichli taqsimot deyiladi.

**221-misol.** X – diskret tasodifiy miqdor quyidagi taqsimot qonuni bilan berilgan.

| X | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|---|---|
| P | 0,1 | 0,2 | 0,2 | 0,4 | 0,1 |

Uning taqsimot funksiyasini toping.

Yechish: Ko‘rinib turibdiki, $x \in$ (- ∞ ; -2] uchun X < $x$ hodisa mumkin bo‘lmagan hodisa bo‘ladi, ya’ni:

F($x$)=0

Endi $x \in$(-2;1] bo‘lsin. U holda:

F($x$)=P(X<$x$)=P(X=-1)=0,1

Agar $x \in$ (-1;0] bo‘lsa,

F($x$)=P(X<$x$)=P(X=-1)+P(X=0)=0,1+0,2=0,3

Huddi shuningdek, $x \in$ (0; 1] bo‘lsa,

F ($x$)= 0,1 +0,2 + 0,2 = 0,5.

Agar $x \in$ (1; 2] bo‘lsa,

F ($x$)= 0,1 + 0,2 + 0,2+0, 4= 0,9

Agar $x > 2$ bo‘lsa, F ($x$)= P(X< $x$) =1,

chunki ixtiyoriy $x > 2$ uchun X< $x$ hodisa muqarrar hodisa bo‘ladi.

Shunday qilib, F($x$) taqsimot funksiyaning analitik ifodasini quyidagi ko‘rinishda yozamiz.

$$F(x) = \begin{cases} 0, agar, x \le -2, bo'lsa, \\ 0.1, agar -2 < x \le -1, bo'lsa, \\ 0.3, agar -1 < x \le 0, bo'lsa, \\ 0.5, agar, 0 < x \le 1, bo'lsa, \\ 0.9, agar, 1 < x \le 2, bo'lsa, \\ 1, agar, x > 2, bo'lsa, \end{cases}$$

**222-misol.** X tasodifiy miqdor quyidagi taqsimot funksiya bilan berilgan.

$$F(x)=\begin{cases}0, agar, x\le -1, bo'lsa\\ \frac{3}{4}x+\frac{3}{4}, agar -1<x\le\frac{1}{3}, bo'lsa\\ 1, agar, x>\frac{1}{3}, bo'lsa\end{cases}$$

Sinov natijasida X tasodifiy miqdorning ( 0; $\frac{1}{3}$) intervalda yotgan qiymatni qabul qilish ehtimolini toping.

Yechish: Taqsimot funksiyaning 2-xossasiga asosan:

$$P ( a < X < b)=F ( b ) – F ( a ).$$

Bu formulaga a = 0, b=$\frac{1}{3}$ ni qo‘yib, quyidagini hosil qilamiz:

$$P(0<X<\frac{1}{3})=F\left(\frac{1}{3}\right)-F(0)=\left[\frac{3}{4}x+\frac{3}{4}\right]_{x=\frac{1}{3}}-\left[\frac{3}{4}x+\frac{3}{4}\right]_{x=0}=\frac{1}{4}$$

**223-misol.** X uzluksiz tasodifiy miqdorning

$$F(x)=\begin{cases}0, agar, x\le 0 bo'lsa\\ \sin 2x, agar 0<x\le\frac{\pi}{4} bo'lsa\\ 1, agar, x>\frac{\pi}{4} bo'lsa\end{cases}$$

taqsimot funksiyasi berilgan, f($x$) zichlik funksiyani toping.

Yechish: Zichlik funksiya taqsimot funksiyadan olingan birinchi tartibli hosilaga teng:

$$f(x)=F'(x)=\begin{cases}0, agar, x\le 0, bo'lsa\\ 2\cos 2x, agar, 0<x\le\frac{\pi}{2} bo'lsa\\ 0, agar, x>\frac{\pi}{4} bo'lsa,\end{cases}$$

**224-misol.** X uzluksiz tasodifiy miqdorning zichlik funksiyasi berilgan:

$$f(x)=\begin{cases}0, agar, x\le 0, bo'lsa\\ \cos x, agar, 0<x\le\frac{\pi}{2} bo'lsa\\ 0, agar, x>\frac{\pi}{2} bo'lsa\end{cases}$$

F(x) taqsimot funksiyani toping.

Yechish: $$F(x)=\int_{-\infty}^{x} f(z)dz$$

formuladan foydalanamiz. Agar $x\le 0$ bo‘lsa, F($x$)=0

Demak,

$$F(x)=\int_{-\infty}^{x}0dz=0$$

Agar $0< x\le\frac{\pi}{2}$ bo‘lsa,

$$F(x)=\int_{-\infty}^{0}0dz+\int_{0}^{x}\cos zdz=\sin x$$

Agar $x>\frac{\pi}{2}$ bo‘lsa

$$F(x)=\int_{-\infty}^{0}0dz+\int_{0}^{\pi/2}\cos zdz+\int_{\pi/2}^{x}0dx=\sin z\Big|_{0}^{\pi/2}=1$$

Demak, izlanayotgan taqsimot funksiya quyidagi ko‘rinishga ega bo‘ladi:

$$F(x)=\begin{cases}0, agar, x\le 0, bo\text{'}lsa\\ \sin x, agar, 0<x\le\frac{\pi}{2} bo\text{'}lsa\\ 1, agar, x>\frac{\pi}{2} bo\text{'}lsa,\end{cases}$$

**225-misol.** X uzluksiz tasodifiy miqdor quyidagi zichlik funksiyaga ega.

$$f(x)=\begin{cases}0, agar, x\le 0, bo\text{'}lsa\\ \frac{2}{3}\sin 3x, agar, 0<x\le\frac{\pi}{3} bo\text{'}lsa\\ 0, agar, x>\frac{\pi}{3} bo\text{'}lsa,\end{cases}$$

X tasodifiy miqdorning $\left(\frac{\pi}{6};\frac{\pi}{4}\right)$ intervalga tegishli qiymatni qabul qilish ehtimolini toping.

Yechish: P (a < X <b ) = $\int_{a}^{b}f(x)dx$

formuladan foydalanamiz.

$$P\left(\frac{\pi}{6}<x<\frac{\pi}{4}\right)=\frac{2}{3}\int_{\pi/6}^{\pi/4}\sin 3xdx=\frac{\sqrt{2}}{9}$$

**226.** X uzluksiz tasodifiy miqdorning

$$F(x)=\begin{cases}0, agar, x\le 0, bo\text{'}lsa,\\ \sin x, agar, 0<x\le\frac{\pi}{2} bo\text{'}lsa,\\ 1, agar, x>\frac{\pi}{2} bo\text{'}lsa,\end{cases}$$

taqsimot funksiyasi berilgan. f($x$) zichlik funksiyani toping.

**227.** X uzluksiz tasodifiy miqdorning

$$f(x)=\begin{cases} 0, x\le 0, bo'lsa \\ \sin x, 0<x\le \frac{\pi}{2} bo'lsa \\ 0, agar, x>\frac{\pi}{2} bo'lsa \end{cases}$$

zichlik funksiyasi berilgan F (x) taqsimot funksiyasini toping.

**228.** X uzluksiz tasodifiy miqdorning

$$f(x)=\begin{cases} 0, x\le \frac{\pi}{6}, bo'sa \\ 3\sin 3x, \frac{\pi}{6}<x\le \frac{\pi}{3} bo'lsa \\ 0, x>\frac{\pi}{3} bo'lsa, \end{cases}$$

zichlik funksiyasi berilgan. F (x) taqsimot funksiyani toping.

**229.** X uzluksiz tasodifiy miqdorning

$$f(x)=\begin{cases} 0, x\le 1, bo'lsa \\ x-\frac{1}{2}, 1<x\le 2 bo'lsa \\ 0, x>2 bo'lsa, \end{cases}$$

zichlik funksiyasi berilgan. F (x) taqsimot funksiyani toping.

**230.** X uzluksiz tasodifiy miqdorning differensial funksiyasi butun Ox o‘qida:

$$f(x)=\frac{4c}{e^{x}+e^{-x}}$$

tenglik bilan berilgan. ***c*** o‘zgarmas parametrini toping.

**231.** X uzluksiz tasodifiy miqdorning zichlik funksiyasi butun Ox o‘qida:

$$f(x)=\frac{2c}{1+x^{2}}$$

tenglik bilan berilgan. ***c*** o‘zgarmas parametrini toping.

**232.** X uzluksiz tasodifiy miqdorning zichlik funksiyasi (0; 1) intervalda f(x) = C *arctgx* tenglik bilan berilgan; bu intervaldan tashqarida f(x) =0, C o‘zgarmas parametrini toping.

**233.** X tasodifiy miqdor quyidagi taqsimot funksiya bilan berilgan.

$$F(x)=\begin{cases} 0, x\le 0, bo' lsa \\ x^{2}, 0\le x\le 1 bo' lsa \\ 1, agar, x>1, bo' lsa, \end{cases}$$

To‘rtta erkli sinov natijasida X tasodifiy miqdorning rosa 3 marta (0,25; 0,75) intervalda yotadigan qiymatni qabul qilish ehtimolini toping.

**234.** X uzluksiz tasodifiy miqdor quyidagicha qonun bo‘yicha taqsimlangan:

$$f(x)=\begin{cases}0, x\le 0, bo'lsa\\ 2e^{-2x}, x\ge 0, bo'lsa\end{cases}$$

Sinov natijasida X tasodifiy miqdorning (0,3; 1) oraliqqa tushish ehtimolini toping.

**235.** X tasodifiy miqdor ehtimollar taqsimotining a=0, $\sigma$=2 parametrli normal qonuniga bo‘ysunsin. X tasodifiy miqdorning (-2; 3) oraliqqa tushish ehtimolini aniqlang.

**236.** X tasodifiy miqdorning

$$f(x)=\begin{cases}0, x\le 0, bo'lsa\\ A\sin x, 0<x\le\pi, bo'lsa,\\ 0, x>\pi, bo'lsa,\end{cases}$$

zichlik funksiyasi berilgan.

a) A ni aniqlang;
b) Taqsimot funksiyasi F($x$) ni toping;
c) f($x$) va F($x$) funksiyalarning grafigini chizing.

**237.** X uzluksiz tasodifiy miqdor parametrlari a=20, $\sigma$=5 bo‘lgan normal taqsimot qonuniga bo‘ysunsin. Sinov natijasida X tasodifiy miqdorning (15;25) oraliqda joylashgan qiymat qabul qilish ehtimolini toping.

**238.** X tasodifiy miqdor [0;2] kesmada tekis taqsimot qonuniga ega.

a) 0<X<0,5 hodisaning ehtimolini toping;
b) f($x$) va F($x$) funksiyalarning grafiklarini chizing.

**239.** X tasodifiy miqdor parametrlari a=30, $\sigma$=10 bo‘lgan normal taqsimot qonuniga bo‘ysunadi. X tasodifiy miqdor (10;50) oraliqda qiymat qabul qilish ehtimolini toping.

**240.** X tasodifiy miqdor normal taqsimlangan. Bu miqdorning o‘rtacha kvadratik chetlanishi 0,4ga teng. Tasodifiy miqdorning absolut qiymati bo‘yicha a dan chetlanishi 0,3 dan kichik bo‘lishi ehtimolini toping.

## 10. Uzluksiz tasodifiy miqdorlarning matematik kutilishi, dispersiyasi va o‘rtacha kvadratik chetlanishi

Uzluksiz tasodifiy miqdor mumkin bo‘lgan qiymatlarini butun son o‘qida qabul qilsin, $f(x)$ funksiya uning zichlik funksiyasi bo‘lsin.

Agar

$$\int_{-\infty}^{\infty}|x|f(x)dx$$

integral mavjud bo‘lsa,

$$\int_{-\infty}^{\infty}xf(x)dx$$

integral X uzluksiz tasodifiy miqdorning matematik kutilishi deyiladi, ya’ni,

$$M(X)=\int_{-\infty}^{\infty}xf(x)dx$$

Agar X uzluksiz tasodifiy miqdorning mumkin bo‘lgan barcha qiymatlari (a; b) oraliqqa tegishli bo‘lsa, u holda

$$M(X)=\int_a^b xf(x)dx$$

Agar uzluksiz tasodifiy miqdorning mumkin bo‘lgan qiymatlari O$x$ o‘qida yotsa, uning dispersiyasi quyidagi tenglik orqali aniqlanadi

$$Д(X)=\int_{-\infty}^{\infty}[x-M(X)]^2 f(x)dx$$

yoki

$$Д(X)=\int_{-\infty}^{\infty}x^2 f(x)dx-[\int_{-\infty}^{\infty}xf(x)dx]^2$$

Agar X uzluksiz tasodifiy miqdorning mumkin bo‘lgan qiymatlari (a; b) oraliqqa tegishli bo‘lsa, u holda:

$$Д(X)=\int_a^b x^2 f(x)dx-[\int_a^b xf(x)dx]^2$$

***Eslatma:*** Matematik kutilish va dispersiyaning diskret tasodifiy miqdorlar uchun keltirilgan xossalari uzluksiz tasodifiy miqdorlar uchun ham o‘rinli.

Tasodifiy miqdorning o‘rtacha kvadratik chetlanishi deb dispersiyadan olingan kvadrat ildizga aytiladi:

$$\sigma(x)=\sqrt{Д(X)}.$$

**241-misol.** Ko‘rsatkichli (eksponensial) taqsimot qonuni bilan taqsimlangan:

$$F(x)=\begin{Bmatrix}0,\ x<0 bo'lsa, \\ 1-e^{-\lambda x},\ x\geq 0,\ \lambda>0\end{Bmatrix}$$

X uzluksiz tasodifiy miqdorning:

a) zichlik funksiyasini;

b) matematik kutilishini;

v) dispersiyasini toping.

Yechish:

a) Ta’rifga asosan

$$f(x)=F'(x)=\begin{cases}0,\ x<0 bo'lsa, \\ \lambda e^{\lambda x},\ x\geq 0,\ \lambda>0\end{cases}$$

b) Matematik kutilish ta’rifiga asosan:

$$M(X)=\lambda\int_0^{\infty}xe^{\lambda x}dx=\begin{Bmatrix}x=u,\ du=dx \\ \upsilon=\int e^{-\lambda x}dx=-\frac{1}{\lambda}e^{-\lambda x}\end{Bmatrix}=\lambda\left[-\frac{x}{\lambda}e^{-\lambda x}\Big/_0^{\infty}+\frac{1}{\lambda}\int_0^{\infty}e^{-\lambda x}dx\right]=$$

$$=\int_0^{\infty}e^{-\lambda x}dx=\frac{1}{\lambda}\cdot e^{-\lambda\cdot 0}=\frac{1}{\lambda}$$

v) Dispersiyaning ta’rifiga asosan:

$$Д(X)=\lambda\int_0^{\infty}x^2e^{\lambda x}dx-\left(\frac{1}{\lambda}\right)^2=\begin{Bmatrix}x^2=u,\ du=2xdx \\ \upsilon=\int e^{-\lambda x}dx=-\frac{1}{\lambda}e^{-\lambda x}\end{Bmatrix}=$$

$$\lambda\left[-\frac{x^2}{\lambda}e^{-\lambda x}\Big/_0^{\infty}+\int_0^{\infty}\frac{2}{\lambda}xe^{-\lambda x}\right]-\frac{1}{\lambda^2}=\frac{2}{\lambda^2}-\frac{1}{\lambda^2}=\frac{1}{\lambda^2}$$

**242-misol.** Normal taqsimlangan tasodifiy miqdorning matematik kutilishi, dispersiyasi va o‘rtacha kvadratik chetlanishini toping.

Yechish: Uzluksiz tasodifiy miqdorning matematik kutilishi ta’rifiga ko‘ra:

$$M(X)=\int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty} xe^{-\frac{(x-a)^2}{2a^2}}dx$$

yangi $Z=\frac{x-a}{\sigma}$ o‘zgaruvchi kiritamiz.

U holda

$$x=\sigma Z+a, dx=\sigma dZ.$$

yangi integrallash chegaralari oldingisiga tengligini hisobga olib, quyi-dagini hosil qilamiz.

$$M(X)=\frac{\sigma}{\sigma\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty}(\sigma z+a)e^{-\frac{z^2}{2}}dz=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty}\sigma ze^{-\frac{z^2}{2}}dz+\frac{a}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty}e^{-\frac{z^2}{2}}dz$$

Qo‘shiluvchilardan birinchisini nolga teng (integral belgisi ostida toq funksiya, integrallash chegaralari koordinatalar boshiga nisbatan simmetrik). Qo‘shiluvchilardan ikkinchisi Puasson integralining qiymati

$$\int_{-\infty}^{\infty}e^{-\frac{z^2}{2}}dz=\sqrt{2\pi}$$

ekanligini hisobga olsak, uning qiymati $a$ ga teng.

Demak,

$$\text{M(X)}=a$$

Uzluksiz tasodifiy miqdor dispersiyasi ta’rifiga ko‘ra va M(X)=$a$ ekanligini e’tiborga olib, quyidagiga ega bo‘lamiz.

$$\text{D(X)}=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty}(x-\alpha)^2e^{-\frac{(\chi-\alpha)^2}{2\sigma^2}}dx$$

Yuqoridagiga o‘xshash, Z=$\frac{x-a}{\sigma}$ yangi o‘zgaruvchi kiritamiz. Bundan

$$x-a=\sigma Z,\quad dx=\sigma dz$$

U holda

$$\text{D(X)}=\frac{\sigma^2}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty}z^2e^{-\frac{z^2}{2}}dz$$

ni hosil qilamiz: Bo‘laklab integrallash natijasida D(X)=$\sigma^2$ ni topamiz.

Demak, $\sigma(X)=\sqrt{D(X)}=\sigma$

Shunday qilib, normal taqsimlangan tasodifiy miqdorda qatnasha-yotgan **a** va $\sigma$ parametrlarining ehtimoliy ma’nosi quyidagicha:

$$\text{M(X)=a},\quad \text{D(X)}=\sigma^2$$

**243-misol.** Ushbu taqsimot funksiya bilan berilgan X tasodifiy miqdorning matematik kutilishi va dispersiyasini toping.

$$F(x)=\begin{cases}0, x\le 0, bo'lsa\\ x^2, agar, 0<x\le 1, bo'lsa\\ 1, agar, x>1, bo'lsa,\end{cases}$$

Yechish: zichlik funksiyasini topamiz.

$$f(x)=F'(x)=\begin{cases}0, x\le 0, bo'lsa,\\ 2x, 0<x\le 1\\ 0, x>1\end{cases}$$

Matematik kutilishini topamiz.

$$M(X)=\int_0^1 2x^2dx=\frac{2x^3}{3}\Big/_0^1=\frac{2}{3}$$

Dispersiyasini topamiz.

$$D(X)=2\int_0^1 x^3dx-\left(\tfrac{2}{3}\right)^2=\frac{1}{2}-\frac{4}{9}=\frac{1}{5}$$

**244.** X tasodifiy miqdorning zichlik funksiyasi berilgan.

$$f(x)=\begin{cases}0, x\le 0, bo'lsa\\ \dfrac{3x^2}{8}, 0<x\le 2, bo'lsa,\\ 0, x>2, bo'lsa\end{cases}$$

Matematik kutilish va dispersiyani hisoblang.

**245.** X uzluksiz tasodifiy miqdorning zichlik funksiyasi berilgan.

$$f(x)=\begin{cases}0, x\le \dfrac{\pi}{6} bo'lsa,\\ 3\sin 3x, \dfrac{\pi}{6}<x\le\dfrac{\pi}{3} bo'lsa\\ 0, x>\dfrac{\pi}{3} bo'lsa,\end{cases}$$

X tasodifiy miqdorning sonli xarakteristikalari M(X), D(X) va $\sigma$ (X) larni toping.

**246.** Zichlik funksiyasi $f(x)=10e^{-10x}(x\ge 0)$ bilan berilgan ko‘rsatki-chli taqsimotning matematik kutilishi, dispersiyasi, o‘rtacha kvadratik chetlanishini toping.

**247.** X uzluksiz tasodifiy miqdorning zichlik funksiyasi berilgan

$$f(x)=\begin{cases}0, agar, x\le \dfrac{\pi}{2} bo'lsa,\\ 0.5\cos x, agar, -\dfrac{\pi}{2}<x\le\dfrac{\pi}{2} bo'lsa,\\ 0, agar, x>\dfrac{\pi}{2} bo'lsa,\end{cases}$$

M(X), D(X) va $\sigma$ (X) larni toping.

**248.** X uzluksiz tasodifiy miqdorning zichlik funksiyasi berilgan.

$$f(x)=\begin{cases}0, agar, x\le 2, bo'lsa,\\ 0.5, agar, 2<x\le 4, bo'lsa,\\ 0, agar, x>4, bo'lsa,\end{cases}$$

M(X), D(X) va $\sigma$ (X) larni toping.

**249. X** Uzluksiz tasodifiy miqdorning zichlik funksiyasi berilgan.

$$f(x)=\begin{cases}0, agar, x<0, bo'lsa,\\ 5e^{-5x}, agar, x\ge 0, bo'lsa\end{cases}$$

M(X), D(X) va $\sigma$ (X) larni toping.

**250.** Agar M(X)=3, D(X)=16 ekanligi ma’lum bo‘lsa, normal taqsimlangan X tasodifiy miqdorning zichlik funksiyasini toping.

**251-misol.** X Uzluksiz tasodifiy miqdor zichlik funksiyasi bilan berilgan.

$$f(x)=\begin{cases}0, agar, x\le 0, bo'lsa,\\ 2x, agar, 0<x\le 1, bo'lsa\\ 0, agar, x>1, bo'lsa,\end{cases}$$

M(X), D(X) va $\sigma$ (X) larni toping.

**252.** (2; 8) oraliqda tekis taqsimlangan X tasodifiy miqdorning M(X), D(X) va $\sigma$ (X)larini toping.

**253.** X Uzluksiz tasodifiy miqdor zichlik funksiyasi

$$f(x)=\begin{cases}0, agar, x<0, bo'lsa,\\ 0{,}04e^{-0.04x}, agar, x\ge 0, bo'lsa\end{cases}$$

bilan berilgan M(X), D(X) va $\sigma$ (X) larni toping.

**254.** Normal taqsimlangan X tasodifiy miqdor zichlik funksiyasi

$$f(x)=\frac{1}{5\sqrt{2\pi}}\,\mathrm{e}^{-\frac{(x-l)^2}{50}}$$

bilan berilgan M(X), D(X) larni toping.

**255.** X Uzluksiz tasodifiy miqdorning zichlik funksiyasi quyida-gicha

$$f(x)=\frac{2}{\pi\left(1+x^2\right)}\quad(-\infty<x<\infty)$$

X ning matematik kutilishini toping.

**256.** X tasodifiy miqdor quyidagicha taqsimot funksiyasi bilan berilgan

$$F(x)=\begin{cases}0, agar\ \ x\le 0, bo'lsa,\\ x^2, agar\ \ 0<x\le 1, bo'lsa,\\ 1, agar\ \ x>1, bo'lsa,\end{cases}$$

X tasodifiy miqdorning M(X), D(X) va $\sigma$ (X) sonli xarakteristi-kalarini toping.

**257.** X tasodifiy miqdor zichlik funksiyasi

$$f(x)=\begin{cases}e^{x}, agar\ \ x\le 0, bo'lsa,\\ 0, agar\ \ x>0, bo'lsa,\end{cases}$$

bilan berilgan M(X) va D(X) sonli xarakteristikalarini toping.

**258.** X tasodifiy miqdor

$$f(x) = Ax^2 \ \mathrm{e}^{-\lambda x} \ \ (\lambda > 0, 0 \le x < \infty)$$

zichlik funksiyasi bilan berilgan. Taqsimot funksiyasi F(x) ni toping.

**259.** X tasodifiy miqdor

$$F(x) = A + B arctg x (-\infty < x < \infty)$$

taqsimot funksiyaga ega.

a) A va B o‘zgarmas sonlarni toping;
b) *f(x)* zichlik funksiyasini toping;
c) M(X) ni toping.

**260.** X tasodifiy miqdor

$$f(x) = \begin{cases} A\cos x, agar \ \ -\frac{\pi}{2} < x \le \frac{\pi}{2} \\ 0, agar \ \ |x| > \frac{\pi}{2} bo'lsa, \end{cases}$$

a) A koeffitsiyentni toping;
b) F (x) taqsimot funksiyasini toping;
v) M(X) va D(X)ni toping.

**261.** X tasodifiy miqdor

$$f(x) = \begin{cases} 0, x < -\frac{\pi}{2}, \\ \frac{\pi}{2}\cos^2 x, -\frac{\pi}{2} < x \le \frac{\pi}{2}, \\ 0, x > \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

zichlik funksiyasi bilan berilgan. M(X) va D(X)ni toping.

**262.** X tasodifiy miqdor tekis taqsimot qonuniga bo‘ysunadi. M(X)=4, D(X)=3. X tasodifiy miqdorning zichlik funksiyasini toping.

**263.** X tasodifiy miqdor quyidagi taqsimot qonuniga bo‘ysunadi.

$$F(x) = \begin{cases} 0, x \le 0 \\ \frac{x^2}{4}, 0 < x \le 2 \\ 1, x > 2 \end{cases}$$

M(X)ni toping.

**264.** X tasodifiy miqdor quyidagi zichlik funksiya bilan berilgan

$$f(x) = \begin{cases} 0, x \le 0 \\ 3x^2, 0 < x \le 1 \\ 0, x > 1 \end{cases}$$

M(X)ni toping.

**265.** X tasodifiy miqdor quyidagi zichlik funksiya bilan berilgan.

$$f(x) = \begin{cases} Ae^{-x}, x \ge 0 \\ 0, x < 0 \end{cases}$$

a) A koeffitsiyentini toping.
b) M(X)ni toping.

**266-misol.** X tasodifiy miqdor Laplas taqsimot qonuniga bo‘ysunadi, ya’ni

$$f(x)=\frac{1}{\alpha}e^{\frac{|x-\alpha|}{\alpha}}\quad \alpha>0$$

zichlik funksiyaga ega. $\alpha$ - ixtiyoriy haqiqiy son. M(X) va D(X)ni toping.

**267-misol.** X tasodifiy miqdor

$$f(x)=\begin{cases}0, x\le 0\\ Axe^{-x^2h^2}, x>0\end{cases}$$

zichlik funksiyaga ega.

a) A koeffitsiyentini toping;
b) M(X) va D(X) ni toping.

**268-misol.** X tasodifiy miqdor quyidagi zichlik funksiyaga ega.

$$f(x)\begin{cases}0, x\le 0\\ \frac{3}{4}x^2+6x-\frac{45}{4}, 0<x\le 5\\ 0, x>5\end{cases}$$

M(X)ni toping.

**269-misol.** X tasodifiy miqdor quyidagi zichlik funksiyaga ega.

$$f(x)\begin{cases}0, x\le 2\\ \frac{3}{4}x^2+\frac{9}{2}x-6, 2<x\le 4\\ 0, x>4\end{cases}$$

M(X)ni toping.

**270-misol.** X tasodifiy miqdor (-a, a) intervalda

$$f(x)=\frac{1}{\pi\sqrt{c^2-x^2}}$$

zichlik funksiyasi bilan berilgan, bu intervaldan tashqarida f($x$)=0, X tasodifiy miqdorning dispersiyasini toping.

11. Katta sonlar qonuni

Tajriba natijasida X tasodifiy miqdorning qabul qiladigan qiymati-ni oldindan aytish mumkin emas, ya’ni u tasodifan qiymat qabul qiladi. Lekin soni katta bo‘lgan tasodifiy miqdorlar yig‘indisi o‘zining tasodifiylik xususiyatini yo‘qotar ekan. Amaliyot uchun juda ko‘p taso-difiy sabablarning birgalikdagi ta’siri tasodifga deyarli bog‘liq bo‘lmay-digan natijaga olib keladigan shartlarni bilish juda muhimdir, chunki bu tasodifiy hodisalarning qanday rivojlanishini oldindan ko‘ra bilishga imkon beradi.

Faraz qilaylik, $X_1, X_2,...X_n$ tasodifiy miqdorlar ketma-ketligi berilgan bo‘lsin va bu tasodifiy miqdorlarning matematik kutilishlari mavjud bo‘lib, ular mos ravishda $a_1, a_2,...a_n$ bo‘lsin.

Ta’rif. Agar har qanday kichik $\varepsilon > 0$ soni uchun

$$\lim_{n\to\infty} P\left\{\left|\frac{X_1 + X_2 + ... + X_n}{n} - \frac{a_1 + a_2 + ... + a_n}{n}\right| < \varepsilon\right\} = 1$$

munosabat bajarilsa, $X_1, X_2, ...X_n$ tasodifiy miqdorlar ketma-ketligi uchun katta sonlar qonuni o‘rinli deyiladi.

Bu ta’rifning ma’nosi quyidagicha: *n* ning yetarlicha katta qiymatlarida

X=$\frac{1}{n}(X_1 + X_2 + ... + X_n)$

tasodifiy miqdorni tasodifiy bo‘lmagan

a=$\frac{1}{n}(a_1 + a_2 + ... + a_n)$

son bilan almashtirgan bo‘lamiz.

Katta sonlar qonuni qachon o‘rinli bo‘ladi? degan savolga quyidagi teorema javob beradi.

*Chebishev teoremasi* $X_1, X_2, ...X_n$ tasodifiy miqdorlar o‘zaro bog‘liq bo‘lmay, ularning har biri C soni bilan chegaralangan dispersiyaga ega bo‘lsa, u holda berilgan ketma-ketlik uchun katta sonlar qonuni o‘rinli bo‘ladi.

*Bernulli teoremasi. n* ta erkli tajribada A hodisaning ro‘y berishlari soni $\mu$ bo‘lsin, har bir tajribada A hodisa o‘zgarmas P ehtimol bilan ro‘y bersin. U holda, ixtiyoriy $\varepsilon > 0$ soni uchun

$$\lim_{n\to\infty} P\left\{\left|\frac{\mu}{n} - P\right| < \varepsilon\right\} = 1$$

munosabat o‘rinli bo‘ladi.

Bu teoremaning ma’nosi quyidagicha: n yetarlicha katta bo‘lganda $\frac{\mu}{n}$ ni istalgan aniqlik bilan P ga teng deb olish mumkin. Ya’ni $\frac{\mu}{n}$ ning qiymatlari P ehtimol atrofida joylashgan bo‘ladi. Bundan tashqari, bu teorema sinashlar soni yetarlicha katta bo‘lganda nisbiy chastota nima uchun turg‘unlik xossasiga ega bo‘lishini tushuntiradi va ehtimolning statistik ta’rifini asoslaydi.

Yuqoridagi teoremalarni isbotlashda Chebishev tengsizligi muhim ahamiyatga ega:

*Chebishev* tengsizligi. Birinchi forma: agar X tasodifiy miqdor musbat bo‘lib, M(X) matematik kutilishiga ega bo‘lsa,

P{X>$\alpha$}$< \frac{M(X)}{\alpha}$

Ikkinchi forma: agar D(X)$< +\infty$ bo‘lsa, u holda ixtiyoriy $\varepsilon > 0$ son uchun

$$P(|X - M(X)| > \varepsilon) < \frac{D(X)}{\varepsilon^2}$$

271-misol. $X_1, X_2, ...X_n$ tasodifiy miqdorlar ketma-ketligi berilgan bo‘lib, $X_n$ tasodifiy miqdor *–n,o,n* qiymatlarini mos ravishda $\frac{1}{n^2}, 1 - \frac{2}{n^2}, \frac{1}{n^2} (n > 1)$ ehtimollar bilan qabul qiladi. Shu tasodifiy miqdorlar ketma-ketligi uchun katta sonlar qonuni o‘rinli bo‘ladimi?

Yechish: Chebishev teoremasidan foydalanamiz.

$$M(X_n) = -n \cdot \frac{1}{n^2} + 0 \cdot (1 - \frac{2}{n^2}) + n \cdot \frac{1}{n^2} = 0$$

$$D(X_n) = M(X_n^2) - [M(X_n)]^2 = n^2 \cdot \frac{1}{n^2} + 0^2 \cdot (1 - \frac{2}{n^2}) + n^2 \cdot \frac{1}{n^2} = 2$$

Ko‘rinib turibdiki, hamma tasodifiy miqdorlarning dispersiyasi bir xil. U holda, ular yagona son bilan chegaralangan bo‘ladi. Chebishev teoremasining shartlari bajarilganligi sababli, bu ketma-ketlikka katta sonlar qonunini tatbiq qilsa bo‘ladi.

272-misol. A hodisaning har bir sinovda ro‘y berish ehtimoli $\frac{1}{2}$ ga teng. Agar 100 ta erkli sinov o‘tkaziladigan bo‘lsa, A hodisaning ro‘y berishlari soni 40 dan 60 gacha bo‘lgan oraliqda yotish ehtimolini Chebishev tengsizligidan foydalanib baholang.

Yechish: X-tasodifiy miqdor qaralayotgan A hodisaning 100 ta erkli sinovda ro‘y berishi sonining matematik kutilishini va dispersiyasi-ni topamiz:

$$M(X) = n \cdot p = 100 \cdot \frac{1}{2} = 50$$

$$D(X) = npq = 100 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = 25$$

Hodisa ro‘y berishining berilgan soni bilan M(X)=50 matematik kutilish orasidagi maksimal ayirmani topamiz.

$$\varepsilon = 60 - 50 = 10$$

Ushbu shakldagi Chebishev tengsizligidan foydalanamiz:

$$P(|X - M(X)| < \varepsilon) \geq 1 - \frac{D(X)}{\varepsilon^2}$$

Bunga M(X)=50, D(X)=25, $\varepsilon = 10$ ni qo‘yib quyidagini hosil qilamiz.

$$P(|x - 50| < 10) \geq 1 - \frac{25}{10^2} = 0.75$$

273. Agar D(X)=0,001 bo‘lsa, |X-M(X)|<0,1 ning ehtimolini Chebishev tengsizligi bo‘yicha baholang.

274. Quyidagilar berilgan: P(|X-M(X)|< $\varepsilon$ )≥0,9,D(X)=0,004. Chebishev tengsizligidan foydalanib $\varepsilon$ ni toping.

275. Biror punktda shamolning o‘rtacha tezligi 16 km/s. Bitta kuzatishda shamolning tezligi 80 km/s dan oshmasligini baholang.

276. Toshkent shahrining bitta rayonida elektroenergiyaning o‘rta-cha sarfi may oyida 360000 kvt/s. May oyida elektroenergiya sarfining 1000000 kvt/s dan oshmasligini baholang.

277. Aholi punktida 1 kunda suvning o‘rtacha sarfi 50000 litr. Bir kunda suv sarfining 150000 litrdan oshmasligini baholang.

278. X tasodifiy miqdor uchun M(X)=1 va $\sigma(X) = 0.2$ ga teng. Chebishev tengsizligidan foydalanib, 0,5<X<1.5 tengsizlikni baholang.

279. X tasodifiy miqdorning o‘z matematik kutilish chetlanishi uchlangan o‘rtacha kvadratik chetlanishdan kichik bo‘lish ehtimolini Chebishev tengsizligidan foydalanib baholang (“uch sigma” qoidasi).

280. Agar D(X)=0,004 bo‘lsa, Chebishev tengsizligidan foydalanib |X-M(X)| <0,2 ning ehtimolini baholang.

281. X diskret tasodifiy miqdor ushbu taqsimot qonuni bilan berilgan.

| | | |
|---|---|---|
| X: | 0,3 | 0,6 |
| P: | 0,2 | 0,8 |

||X-M(X)| <0,2 ni baholang.

282. Erkli tasodifiy miqdorlar ketma-ketligi $X_1, X_2,...X_n$, ushbu taqsimot qonuni bilan berilgan.

| | | | |
|---|---|---|---|
| $X_n:$ | $-n\alpha$ | $0$ | $n\alpha$ |
| P : | $\frac{1}{2n^2}$ | $1-\frac{1}{n^2}$ | $\frac{1}{2n^2}$ |

Bu ketma-ketlikka Chebishev teoremasini qo‘llash mumkinmi?

283. Erkli tasodifiy miqdorlar ketma-ketligi $X_1, X_2,...X_n$, ushbu taqsimot qonuni bilan berilgan:

| | | |
|---|---|---|
| $X_n:$ | a | -a |
| P : | $\frac{n}{2n+1}$ | $\frac{n+1}{2n\ +1}$ |

Bu ketma-ketlikka Chebishev teoremasini qo‘llash mumkinmi?

284. Erkli tasodifiy miqdorlar ketma-ketligi $X_1, X_2,...X_n$, ushbu taq-simot qonuni bilan berilgan.

| | | | |
|---|---|---|---|
| $X_n:$ | $-n\alpha$ | $0$ | $n\alpha$ |
| P : | $\frac{1}{2^n}$ | $1-\frac{1}{2^{n-1}}$ | $\frac{1}{2^n}$ |

Bu ketma-ketlikka Chebishev teoremasini qo‘llash mumkinmi?

285. Erkli tasodifiy miqdorlar ketma-ketligi $X_1, X_2,...X_n$, ushbu taqsimot qonuni bilan berilgan.

| | | | |
|---|---|---|---|
| $X_n:$ | $-\sqrt{3}$ | $0$ | $\sqrt{3}$ |
| $P_n:$ | $\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{3}$ |

Bu ketma-ketlikka Chebishev teoremasini qo‘llash mumkinmi?

286. X diskret tasodifiy miqdor ushbu taqsimot qonuni bilan berilgan:

| | | |
|---|---|---|
| X: | 3 | 5 |
| P: | 0,6 | 0,4 |

||X-M(X)| <0,3 ni baholang.

287. Agar D(X)=0,002 bo‘lsa, |X-M(X)|<0,2 ning ehtimolini Chebishev tengsizligidan foydalanib baholang.

288. Quyidagilar berilgan: $P($ |X-M(X)|< $\varepsilon$ )≥0,9,D(X)=0,006. Chebishev tengsizligidan foydalanib $\varepsilon$ ni toping.

289. Biror punktda shamolning o‘rtacha tezligi 20 km/s. Bitta kuzatishda shamolning tezligi 100 km/s dan oshmasligini baholang.

290. Ma’lum bir joyda bir yilda o‘rtacha 75 kun quyoshli bo‘ladi. Bu joyda bir yilda quyoshli kunlarning 200 kundan ko‘p bo‘lmaslik ehtimolini baholang.

## II qism. Matematik statistika elementlari.

### 1. Tanlamaning statistik taqsimoti. Empirik taqsimot funksiyasi. Poligon va gistogramma

Tasodifiy hodisalar ustida o‘tkaziladigan kuzatish natijalariga asos-lanib, ommaviy tasodifiy hodisalar bo‘ysunadigan qonuniyatlarni aniq-lash mumkin. Matematik statistikaning asosiy vazifasi kuzatish natijala-rini (statistik ma’lumotlarni) to‘plash, ularni guruhlarga ajratish va qo‘-yilgan masalaga muvofiq ravishda bu natijalarni tahlil qilish usullarini ko‘rsatishdan iborat.

Biror X tasodifiy miqdor F($x$) taqsimot funksiyasiga ega deylik. X tasodifiy miqdor ustida o‘tkazilgan n ta tajriba (kuzatish) natijasida olin-gan $x_1, x_2, \ldots x_n$ qiymatlar to‘plamiga n hajmli tanlanma deyiladi, $x_1, x_2, \ldots x_n$ qiymatlarni bir-biriga bog‘liq bo‘lmagan va X tasodifiy miqdor bilan bir xil taqsimlangan tasodifiy miqdorlar deb qarash mumkin. Ba’zan $x_1, x_2, \ldots x_n$ tanlanma F($x$) nazariy taqsimot funksiyaga ega bo‘lgan X bosh to‘plamdan olingan deb ham ataladi.

Bosh to‘plamdan tanlanma olingan bo‘lsin. Birorta $x_1$ qiymat $n_1$ marta, $x_2$ qiymat $n_2$ marta va hokazo kuzatilgan hamda

$$\sum n_1 = n$$

bo‘lsin. Kuzatilgan $x_i$ qiymatlar variantalar, kuzatishlar soni $n_i$ chasto-talar deyiladi. Kuzatishlar sonining tanlanma hajmiga nisbatini

$$W_i = \frac{n_i}{n}$$

nisbiy chastotalar deyiladi.

Tanlanmaning statistik taqsimoti deb variantalar va ularga mos chastotalar yoki nisbiy chastotalar ro‘yxatiga aytiladi.

Shunday qilib, taqsimot deyilganda ehtimollar nazariyasida tasodi-fiy miqdorning mumkin bo‘lgan qiymatlari va ularning ehtimollari orasi-dagi moslik, matematik statistikada esa kuzatilgan variantalar va ular-ning chastotalari yoki nisbiy chastotalari orasidagi moslik tushuniladi.

Aytaylik, $X$ son belgi chastotalarining statistik taqsimoti ma’lum bo‘lsin. Quyidagi belgilashlar kiritamiz: $n_x$ -belgining $x$ dan kichik qiy-mati kuzatilgan kuzatishlar soni; $n$ – kuzatishlarning umumiy soni.

Taqsimotning empirik funksiyasi (tanlanmaning taqsimot funksiyasi) deb har bir $x$ qiymati uchun (X<x) hodisaning ehtimolini aniqlaydigan $F_n^*(x)$ funksiyaga aytiladi. Shunday qilib, ta’rifga ko‘ra:

$F_n^*(x) = \frac{n_x}{n}$

Bu yerda: $n_x$ – x dan kichik variantalar soni, n – tanlanma hajmi.

Tanlanmaning statistik taqsimotini ko‘rgazmali tasvirlash hamda kuzatilayotgan X belgining taqsimot qonuni haqida xulosalar qilish uchun poligon va gistogrammadan foydalaniladi.

Chastotalar poligoni deb kesmalari $(x_1, n_1), (x_2, n_2)$ , … ( $x_k, n_k$) nuqta-larni tutashtiradigan siniq chiziqqa aytiladi. Bu yerda $x_i$ – tanlanma variantalari, $n_i$ – mos chastotalar.

Nisbiy chastotalar poligoni deb kesmalari $(x_1, w_1), (x_2, w_2)$, … $(x_k, w_k)$ nuqtalarni tutashtiradigan chiziqqa aytiladi, bu yerda $x_i$ – tanlanma variantalari, $W_i$ –ularga mos nisbiy chastotalar.

Chastotalar gistogrammasi deb asoslari *h* uzunlikdagi oraliqlar, balandliklari esa $\frac{n_i}{h}$ (chastota zichligi) nisbatlarga teng bo‘lgan to‘g‘ri to‘rtburchaklardan iborat pog‘onali figuraga aytiladi.

Nisbiy chastotalar gistogrammasi deb asoslari *h* uzunlikdagi oraliqlar balandliklari esa $\frac{w_i}{h}$ (nisbiy chastota zichligi) nisbatlarga teng bo‘lgan to‘g‘ri to‘rtburchaklardan iborat pog‘onali figuraga aytiladi.

291-misol. Hajmi 30 bo‘lgan tanlanmaning chastotalari taqsimoti berilgan.

| | | | |
|---|---|---|---|
| $x_i$ | 2 | 8 | 16 |
| $n_i$ | 10 | 15 | 5 |

Nisbiy chastotalar taqsimotini tuzing.

Yechish: Nisbiy chastotalarni topamiz. Buning uchun chastotalarni tanlama hajmiga bo‘lamiz.

$W_1 = \frac{10}{30} = \frac{1}{3}$, $W_2 = \frac{15}{30} = \frac{1}{2}$, $W_3 = \frac{5}{30} = \frac{1}{6}$.

u holda, nisbiy chastotalar taqsimoti

| | | | |
|---|---|---|---|
| $x_i$ | 2 | 8 | 16 |
| $w_i$ | $\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{6}$ |

292-misol. Quyidagi taqsimot qatori bilan berilgan tanlanmaning empirik taqsimot funksiyasini tuzing va grafigini chizing.

| | | | |
|---|---|---|---|
| $x_i$ | 1 | 4 | 6 |
| $n_i$ | 10 | 15 | 25 |

Yechish:

$n = n_1 + n_2 + n_3 = 10 + 15 + 25 = 50$

$W_t = \frac{10}{50} = \frac{1}{5} = 0.2;$ $W_2 = \frac{15}{20} = \frac{3}{10} = 0.3;$ $W_3 = \frac{25}{50} = \frac{1}{2} = 0.5$

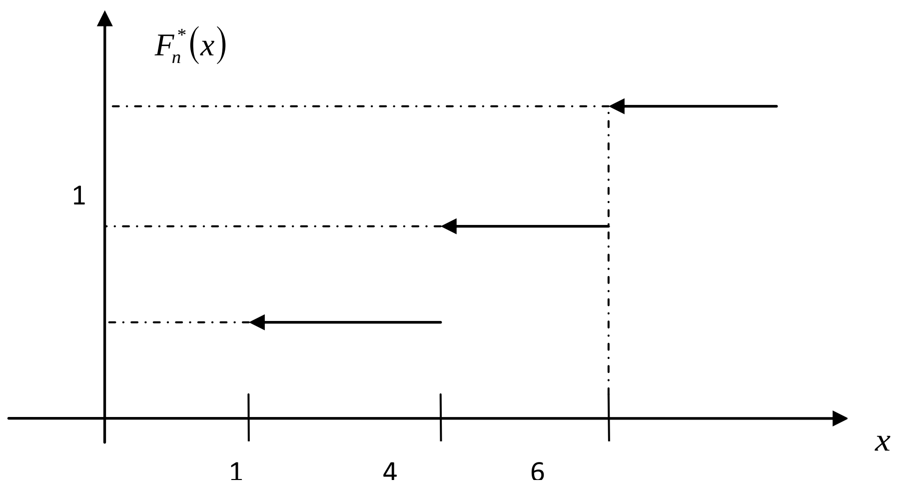
U holda, nisbiy chastotalar empirik taqsimoti

| | | | |
|---|---|---|---|
| $x_i$ | 1 | 4 | 6 |
| $w_i$ | 0.2 | 0.3 | 0.5 |
| | | | |

Empirik taqsimot funksiya quyidagi ko‘rinishda bo‘ladi.

$$F_n^*(x)=\begin{cases}0_i, agar, x\le 1, bo'lsa\\ 0.2, agar, 1<x\le 4, bo'lsa\\ 0.5, agar, 4<x\le 6, bo'lsa\\ 1, agar, x>6, bo'lsa\end{cases}$$

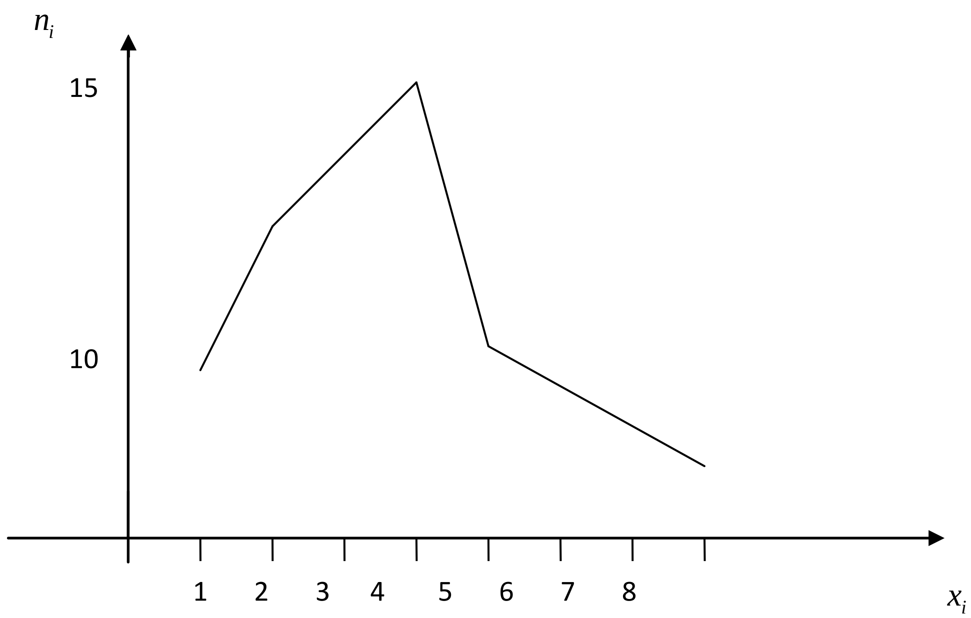
Topilgan qiymatlar asosida grafikni yasaymiz.




293-misol. Berilgan tanlanma taqsimoti bo‘yicha chastotalar va nisbiy chastotalar poligonlarini chizing.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $x_i$ | 1 | 2 | 4 | 5 | 8 |
| $n_i$ | 5 | 10 | 15 | 7 | 3 |

Yechish: n=5+10+15+7+3=40 tanlanma hajmi. Chastotalar poligoni quyidagi ko‘rinishda bo‘ladi.

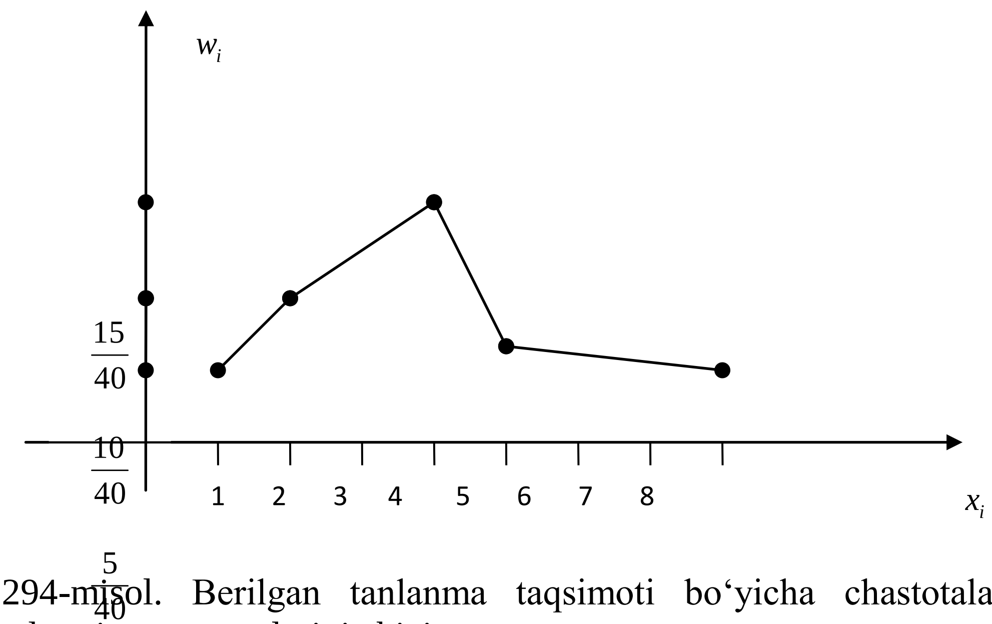



Nisbiy chastotalarni topamiz.

$W_t = \frac{5}{40};$ $\quad W_2 = \frac{10}{40};$ $\quad W_3 = \frac{15}{40};$ $\quad W_4 = \frac{7}{40};$ $\quad W_5 = \frac{3}{40};$

| $x_i$ | 1 | 2 | 4 | 5 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|
| $w_i$ | $\frac{5}{40}$ | $\frac{10}{40}$ | $\frac{15}{40}$ | $\frac{7}{40}$ | $\frac{3}{40}$ |

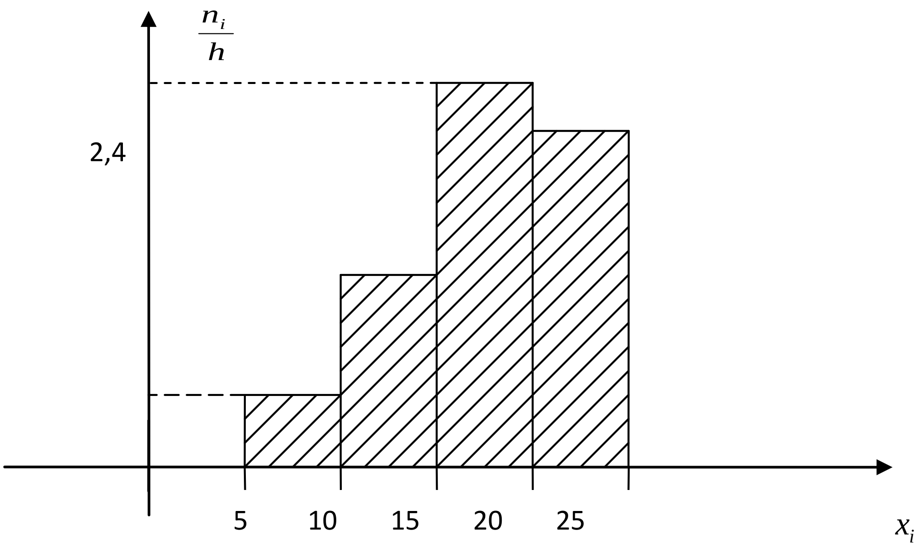
U holda, nisbiy chastotalarni poligoni quyidagi ko‘rinishda bo‘ladi.



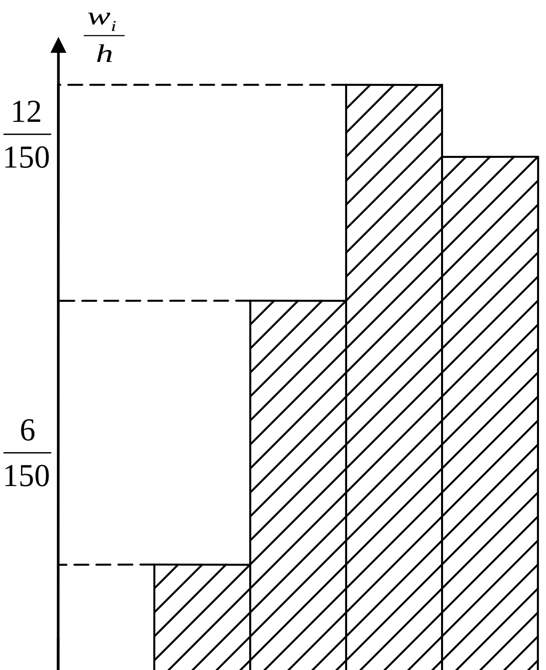

294-misol. Berilgan tanlanma taqsimoti bo‘yicha chastotalar va nisbiy chastotalar gistogrammalarini chizing.

| Interval nomeri | Qism interval | Intervaldagi variantalar chastotalari yig'indisi | Chastotalar zichligi | Nisbiy chastotalar | Nisbiy chastotalar zichligi |
|---|---|---|---|---|---|
| I | $x_i - x_{i+1}$ | $n_i$ | $n_i/\text{h}$ | $w_i$ | $w_i/\text{h}$ |
| 1 | 5–10 | 2 | 0.4 | $\frac{1}{15}$ | $\frac{2}{150}$ |
| 2 | 10–15 | 6 | 1.2 | $\frac{1}{5}$ | $\frac{6}{150}$ |
| 3 | 15–20 | 12 | 2.4 | $\frac{2}{5}$ | $\frac{12}{150}$ |
| 4 | 20–25 | 10 | 2 | $\frac{1}{3}$ | $\frac{10}{150}$ |

Chastotalar gistogrammasi quyidagi ko'rinishda bo'ladi.




Nisbiy chastotalar gistogrammasi esa quyidagi ko'rinishda bo'ladi.



295. Quyidagi tanlanma berilgan.
2, 1, 3, 3, 4, 4, 3, 3, 3, 2, 3, 1, 1, 2, 3, 3, 4, 2, 2, 3.

a) Variatsion qatorni tuzing.
b) Chastotalar jadvalini tuzing.
v) Nisbiy chastotalar poligonini chizing.

296. Korxona ishchilaridan tavakkaliga 20 tasi tanlanib, ularning tarif razryadlari haqida quyidagi ma'lumotlar olingan.
1, 2, 4, 6, 3, 4, 4, 2, 6, 3, 5, 3, 3, 1, 5, 4, 2, 5, 4, 3.
Shu ma'lumotlarga asoslangan holda:

a) Tanlanmaning statistik taqsimotini tuzing va chastotalar poligonini yasang.
b) Empirik taqsimot funksiyasini tuzing.

297. Tanlanma

| $x_i$ | 4 | 7 | 8 | 12 |
|---|---|---|---|---|
| $n_i$ | 5 | 2 | 3 | 10 |

chastotalar taqsimoti ko'rinishda berilgan. Nisbiy chastotalar taqsimo-tini toping.

298. Tanlanmaning quyidagi berilgan taqsimoti bo'yicha uning empirik funksiyasini toping.

| $x_i$ | 1 | 4 | 6 |
|---|---|---|---|
| $n_i$ | 10 | 15 | 25 |

299. Tanlanmaning quyidagi berilgan taqsimoti bo'yicha chastota-lar poligonini yasang.

| $x_i$ | 2 | 3 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|
| $n_i$ | 10 | 15 | 5 | 20 |

300. Tanlanmaning quyidagi berilgan taqsimoti bo'yicha nisbiy chastotalar poligonini yasang.

| $x_i$ | 2 | 4 | 5 | 7 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|
| $w_2$ | 0.15 | 0.2 | 0.1 | 0.1 | 0.45 |

301. Quyidagi ma'lumotlar asosida empirik funksiyasini toping.

| $x_i$ | 4 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|
| $n_i$ | 5 | 2 | 3 |

302. Chastotalar poligonini yasang.

| $x_i$ | 15 | 20 | 25 | 30 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|
| $n_i$ | 10 | 15 | 30 | 20 | 25 |

303. Nisbiy chastotalar poligonini yasang.

| $x_i$ | 20 | 40 | 65 | 80 |
|---|---|---|---|---|
| $w_2$ | 0.1 | 0.2 | 0.3 | 0.4 |

304. Tanlanmaning quyidagi berilgan taqsimoti bo‘yicha chastotalar gistogrammasini yasang.

| Interval ro‘yxati | Qism interval | Intervaldagi variantalar chastotalarining yig‘indisi | Chastota zichligi |
|---|---|---|---|
| I | $x_i - x_{i+1}$ | $n_i$ | $n_i / h$ |
| 1 | 2–7 | 5 | |
| 2 | 7–12 | 10 | |
| 3 | 12–17 | 25 | |
| 4 | 17–22 | 6 | |
| 5 | 22–27 | 4 | |

305. Tanlanmaning quyidagi berilgan taqsimoti bo‘yicha chastotalar gistogrammasini yasang.

| Interval ro‘yxati | Qism interval | Qism intervaldagi variantalar chastotalarining yig‘indisi |
|---|---|---|
| I | $x_i - x_{i+1}$ | $n_i$ |
| 1 | 0–2 | 20 |
| 2 | 2–4 | 30 |
| 3 | 4–6 | 50 |
| $n = \sum n_i = 100$ | | |

306.Tanlanmaning quyidagi berilgan taqsimoti bo‘yicha chastotalar gistogrammasini yasang.

| Interval ro‘yxati | Qism interval | Qism intervaldagi variantalar chastotalarining yig‘indisi |
|---|---|---|
| I | $x_i - x_{i+1}$ | $n_i$ |
| 1 | 2–5 | 6 |
| 2 | 5–8 | 10 |
| 3 | 8–11 | 4 |
| 4 | 11–14 | 5 |
| $n = \sum n_i = 25$ | | |

307. Tanlanmaning quyidagi berilgan taqsimoti bo‘yicha chastota-lar poligonini yasang.

| $x_i$ | 1 | 4 | 5 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|
| $w_i$ | 0.15 | 0.25 | 0.3 | 0.2 | 0.1 |

308. Quyidagi ma’lumotlar asosida empirik funksiyani toping.

| $x_i$ | 2 | 5 | 7 |
|---|---|---|---|
| $n_i$ | 3 | 2 | 5 |

309. Nisbiy chastotalar poligonini yasang.

| $x_i$ | 5 | 10 | 12 | 20 |
|---|---|---|---|---|
| $w_i$ | 0.1 | 0.2 | 0.3 | 0.4 |

310. Tanlanma

| $x_i$ | 3 | 7 | 8 | 10 |
|---|---|---|---|---|
| $n_i$ | 5 | 2 | 3 | 10 |

chastotalar taqsimotini ko‘rinishida berilgan. Empirik taqsimot funksiya-ni toping va grafigini chizing.

2. Taqsimot parametrlarining statistik baholari.
Tanlanmaning asosiy sonli xarakteristikalari

X belgili bosh to‘plamning taqsimot funksiyasi $F(x,\theta)$ bo‘lib, $\theta$ noma’lum parametr bo‘lsin, $x_1, x_2,...x_n$ esa bosh to‘plamdan olingan tanlanma bo‘lsin. Tanlanmaning ixtiyoriy funksiyasi $L(x_1, x_2,...x_n)$ statistika deyiladi.

Statistikaning kuzatilgan qiymati $L= L(x_1, x_2,...x_n)$ $\theta$ parametrning taqribiy qiymati sifatida olinadi. Bu holda $L(x_1, x_2,...x_n)$ statistika $\theta$ parametrning bahosi deyiladi.

$$\bar{x}_{\text{T}} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$$

Tanlanmaning o‘rta qiymati,

$$D_T = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x}_T)^2$$

tanlanmaning dispersiyasi deyiladi.

Agar

ML($x_1, x_2,...x_n$)=$\theta$

shart bajarilsa, $L$ baho $\theta$ parametr uchun siljimagan baho deyiladi.

Agar $L$ baho va har qanday $\varepsilon > 0$ uchun

$$\lim_{n\to\infty} P(|L-\theta| \le \varepsilon) = 1$$

munosabat bajarilsa, $L$ baho $\theta$ parametr uchun asosli baho deyiladi.
Agar L baho uchun

$$\lim_{n\to\infty} D(L) = 0$$

$L$ baho $\theta$ parametr uchun asosli baho bo‘ladi.

Agar $\theta$ parametrning $L_1 va L_2$ siljimagan baholari berilgan bo‘lib, $D(L_1) < D(L_2)$ bo‘lsa, $L_1$ baho $L_2$ bahoga nisbatan samarali baho deyiladi.

Berilgan n hajmli tanlanmada eng kichik dispersiyali baho samarali baho bo‘ladi.

$\overline{x}_T$ –tanlanma o‘rtacha bosh to‘plam o‘rta qiymati uchun siljimagan, asosli va samarali baho bo‘ladi.

$D_T$ -tanlanma dispersiya bosh to‘plam dispersiyasi uchun asosli baho bo‘ladi.

$S = \dfrac{n}{n-1} D_T$ – bosh to‘plam dispersiyasi uchun siljimagan, asosli baho bo‘ladi.

Tanlanma o‘rtacha va tanlanma dispersiyalarni hisoblashni soddalashtirish uchun ba’zan quyidagi formulalardan foydalaniladi:

$$u_i = \frac{x_i - c}{h}, \qquad i = \overline{l,n}$$

$$\overline{u} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} u_i, \qquad \overline{x}_T = \overline{u}\cdot h + c,$$

$$D_T^u = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(u_i - \overline{u})^2, \qquad D_T^x = h^2 \cdot D_T^u$$

bu yerda c va h sonlari hisoblashni yengillashtiradigan qilib tanlanadi.

311-misol. Sterjenning uzunligi 5 marta o‘lchanganda quyidagi natijalar olingan: 92, 94, 103, 105, 106.

a) Sterjen uzunligining tanlanma o‘rta qiymatini toping.

b) Yo‘l qo‘yilgan xatolarning tanlanma dispersiyasini toping.

Yechish: a)Tanlanma o‘rtacha $\overline{x}_T$ ni topish uchun shartli variantalardan foydalanamiz, chunki dastlabki variantalar katta sonlardir. $u_i = x_i - 92$

$$\overline{x}_T = 92 + \frac{0+2+11+13+14}{5} = 92 + 8 = 100$$

b) Tanlanma dispersiyani topamiz.

$$D_T = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - x_T)^2}{n} = \frac{(92-100)^2 + (94-100)^2 + (103-100)^2 + (105-100)^2 + (106-100)^2}{5} = 34$$

312-misol. Bosh to‘plamdan n=60 hajmli tanlanma olingan.

| $x_i$ | 1 | 3 | 6 | 26 |
|---|---|---|---|---|
| $n_i$ | 8 | 40 | 10 | 2 |

Bosh o‘rtacha qiymatning siljimagan bahosini toping.

Yechish: Bosh o‘rtacha qiymatning siljimagan bahosi tanlanma o‘rtacha bo‘ladi.

$$\overline{x_T} = \frac{\sum n_i x_i}{n} = \frac{1\cdot 8 + 3\cdot 40 + 6\cdot 10 + 26\cdot 2}{60} = \frac{240}{60} = 4$$

313-misol. Ushbu n=10 hajmli tanlanma taqsimoti bo‘yicha tanlanma o‘rtachani va tanlanma dispersiyani toping.

| $x_i$ | 0.01 | 0.04 | 0.08 |
|---|---|---|---|
| $n_i$ | 5 | 3 | 2 |

Yechish: $u_i = 100x_i$ , $(h = 1/100)$ shartli variantalarga o‘tamiz va natijada quyidagi taqsimotni hosil qilamiz.

| $u_i$ | 1 | 4 | 8 |
|---|---|---|---|
| $n_i$ | 5 | 3 | 2 |

$$\bar{u} = \frac{\sum n_i u_i}{n} = \frac{1}{10}(1\cdot 5 + 4\cdot 3 + 8\cdot 2) = 3.3$$

$$\bar{x}_T = \frac{\bar{u}}{100} = 0{,}033$$

$$D_T^u = \frac{\sum n_i u_i^2}{n} - \left[\frac{\sum n_i u_i}{n}\right]^2 = \frac{5\cdot 1^2 + 3\cdot 4^2 + 2\cdot 8^2}{10} - \left[\frac{5\cdot 1 + 3\cdot 4 + 2\cdot 8}{10}\right]^2 = 7.21$$

$$D_T^x = h^2 D_T^u = \frac{1}{100^2}\cdot 7.21 \approx 0.0007$$

314. Ushbu n=10 hajmli tanlanma taqsimoti bo‘yicha tanlanma dispersiyasini toping.

| $x_i$ | 186 | 192 | 194 |
|---|---|---|---|
| $n_i$ | 2 | 5 | 3 |

315. n=10 hajmli tanlanmaning ushbu taqsimoti bo‘yicha tanlanma o‘rtachani toping.

| $x_i$ | 1250 | 1270 | 1280 |
|---|---|---|---|
| $n_i$ | 2 | 5 | 3 |

316. Bosh to‘plamdan n=50 hajmdagi tanlanma ajratilgan

| $x_i$ | 2 | 5 | 7 | 10 |
|---|---|---|---|---|
| $n_i$ | 16 | 12 | 8 | 14 |

Bosh to‘plam o‘rta qiymatining siljimagan bahosini toping.

317. Guruhdagi 40 ta talabaning yozma ishlari baholarining chastotalari jadvali berilgan.

| $x_i$ | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|
| $n_i$ | 3 | 8 | 25 | 4 |

Tanlanmaning o‘rtacha va tanlanma dispersiyasini toping.

318. n=10 hajmli tanlanmaning berilgan taqsimoti bo‘yicha tanlanma dispersiyasini toping.

| $x_i$ | 2502 | 2804 | 2903 | 3028 |
|---|---|---|---|---|
| $n_i$ | 8 | 30 | 60 | 2 |

319. n=50 hajmli tanlanmaning berilgan taqsimoti bo‘yicha tanlanma dispersiyasini toping.

| $x_i$ | 0.1 | 0.5 | 0.6 | 0.8 |
|---|---|---|---|---|
| $n_i$ | 5 | 15 | 20 | 10 |

320. n=50 hajmli tanlanmaning berilgan taqsimoti bo‘yicha tanlanma dispersiyani toping.

| $x_i$ | 18.4 | 18.9 | 19.3 | 19.6 |
|---|---|---|---|---|
| $n_i$ | 5 | 10 | 20 | 15 |

321. n=41 hajmli tanlanma bo‘yicha bosh dispersiyaning $D_T$=3 siljigan bahosi topilgan. Bosh to‘plam dispersiyasining siljimagan bahosini toping.

322. n=10 hajmli tanlanmaning berilgan taqsimoti bo‘yicha tuzatilgan tanlanma dispersiyani toping.

| $x_i$ | 102 | 104 | 108 |
|---|---|---|---|
| $n_i$ | 2 | 3 | 5 |

323. Ushbu n=100 hajmli tanlanmaning berilgan taqsimoti bo‘yicha tanlanma dispersiyasini toping.

| $x_i$ | 340 | 360 | 375 | 380 |
|---|---|---|---|---|
| $n_i$ | 20 | 50 | 18 | 12 |

324. Ushbu n=10 hajmli tanlanmaning berilgan taqsimoti bo‘yicha tanlanma dispersiyasini toping.

| $x_i$ | 23.5 | 26.1 | 28.2 | 30.4 |
|---|---|---|---|---|
| $n_i$ | 2 | 3 | 4 | 1 |

325. Ushbu n=100 hajmli tanlanmaning berilgan taqsimoti bo‘yicha tanlanma dispersiyasini toping.

| $x_i$ | 156 | 160 | 164 | 168 | 172 | 176 | 180 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $n_i$ | 10 | 14 | 26 | 28 | 12 | 8 | 2 |

## 3.Matematik kutilish va dispersiya uchun ishonchli oraliqlar

Faraz qilaylik, $x_1, x_2, \ldots\ldots x_n$ tanlanma berilgan bo‘lib, uning taqsimot funksiyasi $F(x,\theta)$bo‘lsin. $L(x_1, x_2, \ldots\ldots x_n)$ statistika $\theta$ parametr uchun statistik baho bo‘lsin.

Agar ixtiyoriy $\alpha>0$ son uchun shunday $\delta>0$ son topish mumkin bo‘lsa va uning uchun

$$P(|L-\theta|)<\delta)=1-\alpha$$

bo‘lsa, u holda (L$-\delta$ ; L$+\delta$ ) oraliq $\theta$ parametrning $1-\alpha$ ishonchlilik darajali ishonchli oralig‘i deyiladi.

X belgisi normal taqsimlangan bosh to‘plamning matematik kutilishi $a$ uchun quyidagi ishonchli oraliqdan foydalaniladi:

a) $\overline{x_T} - t_a \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < a < \overline{x_T} + t_a \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

bu yerda $\sigma$ – o‘rtacha kvadratik chetlanish, $t_\alpha$ – Laplas funksiyasi $\phi(t)$ ning $\phi(t_\alpha)=\frac{\alpha}{2}$ bo‘ladigan qiymati.

b) $\sigma$ – noma’lum bo‘lib, tanlanma hajmi n>30 bo‘lganda:

$$\overline{x_T} - t_{n-1;\alpha} \frac{S}{\sqrt{n}} < a < \overline{x_T} + t_{n-1;\alpha} \frac{S}{\sqrt{n}}$$

Bu yerda $S^2$ – tuzatilgan tanlanma dispersiya, $t_{n-1;\alpha}$ – Styudent taqsimoti jadvalidan berilgan n va $\alpha$ lar bo‘yicha topiladi.

Eslatma: $\delta = t\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ baho aniqligi deyiladi.

X belgisi normal taqsimlangan taqsimot funksiyasining dispersiyasi $\sigma^2$ uchun quyidagi ishonchli oraliqlardan foydalaniladi:

$S^2(1-q)^2 < \sigma^2 < S^2(1+q)^2$, $q<1$ bo‘lganda, yoki

$S(1-q) < \sigma < S(1+q)$

$0 < \sigma^2 < S^2(1+q)^2$, $q>1$ bo‘lganda, yoki $0 < \sigma < S(1+q)$

326-misol. Bosh to‘plamning normal taqsimlangan X belgisining noma’lum matematik kutilishi $a$ ni $v=0,95$ ishonchlilik bilan baholash uchun ishonchli oraliqni toping. Bunda $\sigma = 5$, tanlanma o‘rtacha $\overline{x_T} = 14$ va tanlanma hajmi n=25 berilgan.

Yechish: $\phi(t)=\frac{1}{2}v$ munosabatdan $\phi(t)=\frac{0,95}{2}$ =0,475 jadvaldan t=1,96 ni topamiz. Topilganlarni

$\overline{x_T} - t\frac{\sigma}{\sqrt{n}} < a < \overline{x_T} + t\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ formulaga qo‘yib,

$$\left(14 - 1,96\cdot\frac{5}{\sqrt{25}}; 14 + 1,96\cdot\frac{5}{\sqrt{25}}\right)$$

yoki

(12,04; 15,96)

ishonchli oraliqni topamiz.

327-misol. Bosh to‘plamning X belgisi normal taqsimlangan. n = 16 hajmli tanlanma bo‘yicha tanlanma o‘rtacha $\overline{x_T} = 20,2$ va tanlanma o‘rtacha kvadratik chetlanish S=0,8 topilgan. Noma’lum matematik kutilishni ishonchli oraliq yordamida $v$=0,95 ishonchlilik bilan baholang.

Yechish: $t_{n-1;v}$ ni jadvaldan topamiz. $v$=0,95; $n=16$; $t_{n-1;v}$ =2,13

Bu qiymatlarni $\overline{x_T} - t_{n-1;v}\frac{S}{\sqrt{n}} < a < \overline{x_T} + t_{n-1;v}\frac{S}{\sqrt{n}}$ formulaga qo‘ysak,

$(20,2 - 2,13\cdot\frac{0,8}{\sqrt{16}}; 20,2 + 2,13\cdot\frac{0,8}{\sqrt{16}})$ *yoki* (19,774;20,626)

τ

hosil bo‘ladi. Demak, noma’lum a parametr 0,95 ishonchlilik bilan (19,774; 20,626) ishonchli oraliqda yotadi.

328-misol. Bosh to‘plamning X belgisi normal taqsimlangan. n = 16 hajmli tanlanma bo‘yicha tanlanma o‘rtacha kvadratik chetlanish S=1 topilgan. Bosh to‘plam o‘rtacha kvadratik chetlanishi $\sigma$ ni 0,95 ishonchlilik bilan qoplaydigan ishonchli oraliqni toping.

Yechish: Berilganlar $v=0,95$ va n=16 bo‘yicha jadvaldan q=0,44<1 ekanligini topamiz. Topilganlarni $S(1-q)<\sigma<S(1+q)$ formulaga qo‘yamiz va $1\cdot(1-0.44)<\sigma<1\cdot(1+0.44)$ yoki $0,56<\sigma<1,44$ ishonchli oraliqni hosil qilamiz.

329. Tasodifiy miqdor $\tau$=2 parametr bilan normal qonun bo‘yicha taqsimlangan. n=25 hajmli tanlanma olingan. Bu taqsimotning noma’lum $a$ parametri uchun $v=0,95$ ishonchlilik bilan ishonchli oraliqni toping. $\overline{x_t}=20$

330. Fizik kattalikni to‘qqizta bir xil, bog‘liq bo‘lmagan o‘lchash natijasida olingan natijalarning o‘rta arifmetigi $x_1$=42,319 va tanlanma o‘rtacha kvadratik chetlanish S=5 topilgan. O‘lchanayotgan kattalikning haqiqiy qiymatini $v=0,95$ ishonchlilik bilan aniqlash talab qilinadi.

331. Agar 10 ta bog‘liq bo‘lmagan o‘lchashlar natijasida obyektgacha bo‘lgan masofa (m) uchun 25025, 24970, 24780, 25315, 24097, 24646, 24717, 25354, 24912, 25374 natijalar olingan bo‘lsa, obyektgacha bo‘lgan masofaning matematik kutilishi uchun $v=0,9$ ishonchlilik bilan ishonchli oraliqni toping. Bunda o‘lchash xatoligi $\sigma$ =100 o‘rtacha kvadratik chetlanish bilan normal taqsimlangan deb faraz qilinadi.

332. 10 ta erkli o‘lchashlar natijasida sterjen uzunligi (mm) uchun quyidagi ma’lumotlar olingan: 23, 24, 23, 25, 25, 26, 26, 25, 24, 25. O‘lchash xatoligi normal taqsimlangan deb faraz qilib, sterjen uzunligining matematik kutilishi uchun $v=0,95$ ishonchlilik bilan ishonchli oraliqni toping.

333. Bosh to‘plamning miqdoriy belgisi normal taqsimlangan. n hajmli tanlanma bo‘yicha tuzatilgan o‘rtacha kvadratik chetlanish S topilgan.

a) o‘rtacha kvadratik chetlanish $\sigma$ ni;

b) dispersiyasini 0,99 ishonchlilik bilan qoplaydigan ishonchli oraliqni toping, bunda n=10, S=5,1

334. Biror fizik kattalikni bog‘liq bo‘lmagan bir xil aniqlikdagi 9 ta o‘lchash ma’lumotlari bo‘yicha o‘lchashlarning o‘rta arifmetik qiymati $x_T=30,1$ va o‘rtacha kvadratik chetlanishi S=6 topilgan. O‘lchanayotgan kattalikning haqiqiy qiymatini ishonchli oraliq yordamida $v=0,95$ ishonchlilik bilan baholang.

335. Bosh to‘plamning normal taqsimlangan X son belgisining noma’lum matematik kutilishi $a$ ni 0,95 ishonchlilik bilan baholash uchun ishonchli oraliqni toping, bunda o‘rtacha kvadratik chetlanish $\sigma$=4 tanlanma o‘rtacha $\overline{x_t}=10,2$ va tanlanma hajmi n=16.

336. Bosh to‘plamning normal taqsimlangan X belgisining matematik kutilishini tanlanma o‘rta qiymat bo‘yicha bahosining 0,925 ishonchlilik bilan aniqligi 0,2 ga teng bo‘ladigan tanlanmaning minimal hajmini toping. O‘rtacha kvadratik chetlanishini $\sigma$=1,5 ga teng deb oling.

337. Tanlanmaning shunday minimal hajmini topingki, bosh to‘plam $a$ matematik kutilishining tanlanma o‘rtacha qiymat bo‘yicha 0,975 ishonchlilik bilan bahosining aniqligi $\delta$=0,3 ga teng bo‘lsin. Normal taqsimlangan bosh to‘plamning o‘rtacha kvadratik chetlanishi $\sigma$=1,2 ga teng.

338. Bosh to‘plamdan n=10 hajmli tanlanma olingan.

| $x_i$ | -2 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $n_i$ | 2 | 1 | 2 | 2 | 2 | 1 |

Bosh to‘plamning normal taqsimlangan X belgisining $a$ mate-matik kutilishini tanlanma o‘rtacha qiymat bo‘yicha 0,95 ishonchlilik bilan ishonchli interval yordamida baholang.

339. Tanlanmaning shunday minimal hajmini topingki, normal taq-simlangan bosh to‘plam matematik kutilishining tanlanma o‘rtacha qiy-mat bo‘yicha bahosining aniqligi 0,925 ishonchlilik bilan 0,2 ga teng bo‘lsin. Bosh to‘plam o‘rtacha kvadratik chetlanishi $\sigma$=1,5 ga teng.

340. Bosh to‘plamdan n=12 hajmli tanlanma olingan:

| $x_i$ | -0.5 | -0.4 | -0.2 | 0 | 0.2 | 0.6 | 0.8 | 1 | 1.2 | 1.5 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $n_i$ | 1 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 1 |
| | | | | | | | | | | |

Bosh to‘plamning normal taqsimlangan belgisining $a$ matematik kutilishini 0,95 ishonchlilk bilan ishonchli oraliq yordamida baholang.

## 4.Shartli o‘rtacha qiymatlar. Korrelatsion jadval. Regressiya tenglamasi. Chiziqli korrelatsiya

Agar X va Y tasodifiy miqdorlar (belgilar) ustida kuzatishlar otkazilgan bo‘lib, kuzatishlar natijalari mos ravishda $(x_1;y_1)$, $(x_2;y_2)$,……$(x_k;y_k)$lardan iborat bo‘lsa, u holda X va Y orasidagi bog‘lanishni ushbu jadval ko‘rinishida tasvirlash mumkin.

| $x_i$ | $x_1$ | $x_2$ | … | $x_k$ |
|---|---|---|---|---|
| $y_i$ | $y_1$ | $y_2$ | … | $y_k$ |

Agar kuzatishlar natijasida hosil bo‘lgan ($x_i$; $y_i$) juftlarining soni katta bo‘lsa, hamda ularning ayrimlari takrorlanadigan bo‘lsa, u holda yuqoridagi jadval o‘rniga quyidagi ikki o‘lchovli jadvalni keltirish mumkin.

| Y X | $y_1$ | $y_2$ | … | $y_s$ | $M_x$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $x_1$ | $m_{11}$ | $m_{12}$ | … | $m_{1S}$ | $M_{x1}$ |
| $x_2$ | $m_{21}$ | $m_{22}$ | … | $m_{2S}$ | $M_{x2}$ |
| .<br>.<br>.<br>. | .<br>.<br>.<br>. | .<br>.<br>.<br>. | .<br>.<br>.<br>. | .<br>.<br>.<br>. | .<br>.<br>.<br>. |
| $x_k$ | $m_{k1}$ | $m_{k2}$ | … | $m_{ks}$ | $M_{xk}$ |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $M_y$ | $M_{y1}$ | $M_{y2}$ | … | $M_{ys}$ | n |

Bu jadval korrelatsion jadval yoki korrelatsion panjara deb ataladi.

Aytaylik, X va Y belgilar orasidagi bog‘lanish o‘rganilayotgan bo‘lsin, X ning har bir qiymatiga Y ning bir necha qiymati mos kelsin. Masalan, $x_1$=8 da $y_1$=2; $y_2$ =3; $y_3$=7 qiymatlar olgan bo‘lsin. Bularning arifmetik o‘rtachasini topsak:

$$\bar{y}_8 = \frac{2+3+7}{3} = 4$$

U holda, $\bar{y}_8$ – shartli o‘rtacha qiymat deb ataladi.

$\bar{y}_8$– shartli o‘rtacha qiymat deb Y ning X=*x* qiymatga mos qiymatlarining arifmetik o‘rtachasiga aytiladi.

Y ning X ga korrelatsion bog‘liqligi deb $\overline{y_x}$ shartli o‘rtachaning *x* ga funksional bog‘liqligiga aytiladi:

$$\overline{y_x} = f(x)$$

Bu tenglama Y ning X ga regressiya tenglamasi deb ataladi. Bu tenglama grafigi esa Y ning X ga regressiya chizig‘i deb ataladi.

X ning regressiya tenglamasi va regressiya chizig‘i ham yuqoridagiga o‘xshash aniqlanadi.

$$\overline{x_y} = \varphi(y)$$

Agar Y ning X ga va Xning Y ga regressiya chizig‘ining ikkalasi ham to‘g‘ri chiziqlar bo‘lsa, u holda korrelatsiya chiziqli korrelatsiya deyiladi.

Y ning X ga regressiya to‘g‘ri chizig‘ining tanlanma tenglamasi:

$$\overline{y_x} - y = r_T \frac{\sigma_y}{\sigma_x}(x - \bar{x})$$

ko‘rinishida bo‘ladi. Bu yerda $\overline{y_x}$ – shartli o‘rtacha qiymat, $\bar{x}$ va $\bar{y}$ tekshirilayotgan X va Y belgilarining tanlanma o‘rtacha qiymatlari, $\sigma_x$ va $\sigma_y$ lar esa mos ravishda X va Y belgilarining o‘rtacha kvadratik chetlanishlari, $r_T$ tanlanma korrelatsiya koeffitsiyenti bo‘lib,

$$r_T = \frac{\sum n_{xy} x_i y_i - n\overline{xy}}{n\sigma_x\sigma_y} \quad \text{yoki} \quad r_T = \frac{\sum x_i y_i - n\overline{xy}}{n\sigma_x\sigma_y}$$

formula bo‘yicha hisoblanadi.

Tanlanma korrelatsiya koeffitsiyenti alohida muhim ahamiyatga ega bo‘lib, u belgilar orasidagi chiziqli korrelatsion bog‘lanishning zichligini baholash uchun xizmat qiladi. Tanlanma korrelatsiya koeffitsiyenti uchun $|r_T \le 1|$ munosabat har doim o‘rinli bo‘lib, $r_T$ kattalik birga qancha yaqin bo‘lsa, bog‘lanish shuncha kuchli, 0 ga qancha yaqin bo‘lsa, bog‘lanishi shuncha kuchsiz bo‘ladi.

X ning Y ga regressiya to‘g‘ri chizig‘ining tanlanma tenglamasi quyidagi ko‘rinishga ega:

$$\bar{x}_y - \bar{x} = r_T \frac{\sigma_x}{\sigma_y}(\bar{y} - y)$$

341-misol. Tanlanmaning quyidagi jadvali yordamida tanlanma shartli o‘rta qiymat $\overline{x_y}$ ni toping.

| Y \ X | 4 | 5 | 6 | 7 | $n_y$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 3 | 1 | - | 3 | 7 |
| 2 | – | 2 | 4 | 1 | 7 |
| 3 | 5 | 1 | 5 | – | 11 |
| $n_x$ | 8 | 4 | 9 | 1 | n=25 |

Yechish:

$$\overline{x_1} = \frac{4\cdot 3+5\cdot 1+6\cdot 0+7\cdot 3}{7} = \frac{38}{7}$$

$$\overline{x_2} = \frac{4\cdot 0+2\cdot 5+6\cdot 4+7\cdot 1}{7} = \frac{41}{7}$$

$$\overline{x_3} = \frac{4\cdot 5+5\cdot 1+6\cdot 5+7\cdot 0}{11} = \frac{55}{11}$$

342-misol. Bir xil turdagi mahsulot ishlab chiqaruvchi 5 ta sanoat korxonalari bo‘yicha quyidagi mahsulotlar olingan.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Mehnatni elektr energiya bilan ta’minlanganligi– X (kvt/soat) | 7,1 | 8,3 | 8,5 | 9 | 10,5 |
| Mehnat unumdorligi – Y (dona) | 14 | 16 | 14 | 15 | 17 |

Bu ma’lumotlardan foydalanib, mehnat unumdorligining (Y) elektr energiya bilan ta’minlanganlik darajasiga ( X ga) bog‘liqligi regressiya to‘g‘ri chiziqlarining tanlanma tenglamasini toping.

Yechish: Dastlab

$$r_T = \frac{\sum x_i y_i - n\overline{xy}}{n\sigma_x\sigma_y}$$

formuladagi zarur hisoblashlarni bajaramiz:

$$\overline{x} = \frac{7.1+8.3+8.5+9+10.5}{5} = 8.68$$

$$\overline{y} = \frac{14+16+14+15+17}{5} = \frac{76}{5} = 15.2$$

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{n} - (\overline{x})^2} = \sqrt{\frac{7.1^2+8.3^2+8.5^2+9^2+10.5^2}{5} - 8.68^2} \approx 1.1$$

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{\sum y_i^2}{n} - (\overline{y})^2} = \sqrt{\frac{14^2+16^2+14^2+15^2+17^2}{5} - 15.2^2} \approx 1.16$$

$$\sum x_i y_i = 7.1\cdot 14+8.3\cdot 16+8.5\cdot 14+9\cdot 15+10.5\cdot 17 = 664.7$$

Bu topilganlarni formulaga qo‘ysak:

$$r_T = \frac{664.7-5\cdot 8.68\cdot 15.2}{5\cdot 1.1\cdot 1.6} = \frac{5.02}{6.38} \approx 0.79$$

Tanlanma korrelatsiya koeffitsiyentining topilgan bu qiymati X va Y belgilar orasidagi chiziqli bog‘liqlik kuchli ekanligini ko‘rsatadi.

Endi yuqoridagi hisoblanganlarni

$$\bar{y}_x - \bar{y} = r_T \frac{\sigma_y}{\sigma_x}(x - \bar{x})$$

regressiya tenglamasiga qo‘yib,

$$\bar{y}_x - 15.2 = 0.79 \cdot \frac{1.16}{1.1}(x - 8.68)$$

Sodda almashtirishlardan so‘ng, regressiya tenglamasini

$$\bar{y}_x - 0.82x + 8.08$$

ko‘rinishda topamiz. Bu tenglama mehnat unumdorligini (Y ni) mehnat-ni elektr energiya bilan ta’minlanganlik darajasiga (X ga) korrelatsion bog‘liqligini ifodalaydi.

343-misol. Y ning X ga regressiya to‘g‘ri chizig‘ining tanlanma tenglamasini quyidagi korrelatsion jadvalda keltirilgan ma’lumotlar bo‘yicha toping.

| Y \ X | 3 | 4 | 5 | 6 | $n_y$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 2 | 5 | – | 1 | 4 | 10 |
| 3 | 1 | 2 | – | – | 3 |
| 4 | – | 4 | 5 | 3 | 12 |
| $n_x$ | 6 | 6 | 6 | 7 | n=25 |

Yechish:

$$\bar{x} = \frac{6\cdot 3 + 6\cdot 4 + 6\cdot 5 + 7\cdot 6}{25} - \frac{18 + 24 + 30 + 42}{25} = 4.56$$

$$\bar{y} = \frac{10\cdot 2 + 3\cdot 3 + 12\cdot 4}{25} = \frac{20 + 9 + 48}{25} = 3.08$$

$$x^2 = \frac{9\cdot 6 + 16\cdot 6 + 25\cdot 6 + 36\cdot 7}{25} = \frac{54 + 96 + 150 + 252}{25} = 22.08$$

$$\overline{y^2} = \frac{4\cdot 10 + 9\cdot 3 + 16\cdot 12}{25} = \frac{40 + 27 + 192}{25} = 10.36$$

Yuqoridagilardan foydalanib $\sigma_x$ va $\sigma_y$ ni topamiz.

$$\sigma_x = \sqrt{\overline{x^2} - (\bar{x})^2} = \sqrt{22.08 - 4.56^2} \approx 1.18$$

$$\sigma_y = \sqrt{\overline{y^2} - (\bar{y})^2} = \sqrt{10.36 - (3.08)^2} \approx 0.87$$

$\sum n_{xy} x_i y_i$ ni topish uchun quyidagi hisoblash jadvalini tuzamiz.

| Y \ X | 3 | 4 | 5 | 6 | $U = \sum n_{xy} x$ | $y \cdot U$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 2 | | | | | 44 | 88 |
| 3 | | | | | 11 | 33 |

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 4 | – | | | | 59 | 236 |
| $V = \sum n_{xy} y$ | 13 | 22 | 22 | 20 | | $\sum_y y \cdot U = 357$ ↑ |
| $x \cdot V$ | 39 | 88 | 110 | 120 | $\sum_x x \cdot V = 357$ ← | Tekshirish |

Ikkala yig‘indining bir xilga 357 ga teng ekanligi hisoblashlarning to‘g‘ri bajarilganligini ko‘rsatadi. Jadval quyidagicha to‘ldirilgan.

1. $n_{xy}$ chastotaning x variantga ko‘paytmasini, ya’ni $n_{xy} \cdot x$ ni , bu chastotani o‘z ichiga olgan katakning yuqori o‘ng burchagiga yoziladi. Masalan, birinchi satr kataklarining yuqori o‘ng burchaklarida 5*3=15; 1*5=5; 4*6=24 ko‘paytmalar yozilgan.

2. Bir satr kataklarning yuqori o‘ng burchaklarida joylashgan barcha sonlarni qo‘shiladi va ularning yig‘indisi “U ustun”ning shu satrdagi katagiga yoziladi. Masalan, birinchi satr uchun U=15+5+14=44

3. Nihoyat $y$ variantani U ga ko‘paytiriladi va hosil bo‘lgan ko‘paytma “*y* U ustunning” tegishli katagiga yoziladi. Masalan, jadvalning birinchi satrida *y*=2, U=44, demak:

$y \cdot U = 2 \cdot 44 = 88$

4. “*y*U ustunning” barcha sonlarini qo‘shib, $\sum_y yU$ yig‘indi hosil qilinadi, Y izlanayotgan $\sum n_{xy} x_i \cdot y_i$ yig‘indiga teng bo‘ladi. Masalan, yuqoridagi jadvalda $\sum n_{xy} x_i \cdot y_i$ =357

Tekshirish maqsadida shunga o‘xshash hisoblashlar ustunlar bo‘yicha ham o‘tkaziladi.

Izlanayotgan tanlanmaning korrelatsiya koeffitsiyentini topamiz:

$$r_T \frac{\sum n_{xy} xy - n\overline{xy}}{n\sigma_x \sigma_y} = \frac{357 - 25 \cdot 4.56 \cdot 3.08}{25 \cdot 1.18 \cdot 0.87} = \frac{5.58}{25.665} \approx 0.23$$

yuqorida topilgan qiymatlarni $\overline{y}_x - \overline{y} = r_T \frac{\sigma_y}{\sigma_x}(x - \overline{x})$ regressiya tenglamasiga qo‘yib

$$y_x - 3.08 = 0.23 \cdot \frac{0.87}{1.18} \cdot (x - 4.56)$$

Sodda almashtirishlardan so‘ng regressiya tenglamasini $\overline{y}_x = 0.17x + 2.3$ ko‘rinishda topamiz.

344. Berilgan jadval bo‘yicha X va Y tasodifiy miqdor tanlanma korrelatsiya koeffitsiyenti topilsin.

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| X | – 1 | 3 | 4 | 0 | 2 | 3 | 1 | 4 |
| Y | 2 | 0 | 1 | – 1 | 1 | 1 | 2 | 0 |

345. Tanlanmaning quyidagi jadvali yordamida Y ning X ga chiziqli tanlanma regressiya tenglamasini tuzing.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| X | 10 | 2 | 7 | 5 |
| Y | 8 | 2 | 6 | 4 |

346. Tanlanmaning quyidagi jadvali yordamida tanlanmaning shartli o‘rta qiymati $\overline{x}_y$ ni toping.

| Y \ X | 3 | 4 | 5 | 6 | $n_y$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 2 | 5 | – | 1 | 4 | 10 |
| 3 | 1 | 2 | – | – | 3 |
| 4 | – | 4 | 5 | 3 | 12 |
| $n_x$ | 6 | 6 | 6 | 7 | n=25 |

347. Berilgan jadvaldan foydalanib tanlanmaning shartli o‘rta qiymati $\overline{y}_x$ ni toping.

| Y \ X | 3 | 3.5 | 4 | 4.5 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| 7 | 5 | 3 | – | – | – |
| 9 | 2 | 3 | 5 | 3 | 1 |
| 13 | – | 1 | 1 | 2 | 2 |

348. Agar

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| X | 3 | 5 | 1 | – 2 | 4 | 2 | 1 | 0 | 3 |
| Y | – 2 | 0 | 1 | 5 | 1 | 2 | 3 | 1 | 1 |

bo‘lsa, korrelatsiya koeffitsiyenti topilsin.

349. Tanlanmaning quyidagi jadvali yordamida Y ning X ga chiziqli tanlanma regressiya tenglamasini tuzing.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| X | 10 | 2 | 7 | 5 |
| Y | 8 | 2 | 6 | 4 |

350. Tanlanmaning quyidagi jadvali yordamida tanlanmaning shartli o‘rta qiymati $x_y$ ni toping.

| Y \ X | 6 | 30 | 50 | $n_y$ |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 15 | – | – | 15 |
| 3 | 1 | 14 | – | 15 |
| 4 | – | 2 | 18 | 20 |
| $n_x$ | 16 | 16 | 18 | n=50 |

351. Tanlanmaning quyidagi jadvali yordamida tanlanmaning shartli o‘rta qiymati $y_x$ ni toping.

| Y \ X | 1 | 9 | 19 | $n_y$ |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 13 | – | – | 13 |
| 2 | 2 | 10 | – | 12 |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 3 | 1 | 1 | 23 | 25 |
| $n_x$ | 16 | 11 | 23 | n=50 |

352. Y ning X ga regressiya to‘g‘ri chizig‘ining tanlanma tenglamasini quyidagi jadvalda keltirilgan ma’lumotlar bo‘yicha toping.

| X / Y | 20 | 25 | 30 | 35 | 40 | $n_y$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 16 | 4 | 6 | – | – | – | 10 |
| 26 | – | 8 | 10 | – | – | 18 |
| 36 | – | – | 32 | 3 | 9 | 44 |
| 46 | – | – | 4 | 12 | 6 | 22 |
| 56 | – | – | – | 1 | 5 | 6 |
| $n_x$ | 4 | 14 | 46 | 16 | 20 | n=100 |

353. Quyidagi korrelatsion jadvalda keltirilgan ma’lumotlar bo‘yicha Y ning X ga va X ning Yga regressiya to‘g‘ri chiziqlarining tanlanma tenglamalarini toping.

| X / Y | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | 35 | 40 | $n_y$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 100 | 2 | 1 | – | – | – | – | – | – | 8 |
| 120 | 3 | 4 | 3 | – | – | – | – | – | 10 |
| 140 | – | – | 5 | 10 | 8 | – | – | – | 23 |
| 160 | – | – | – | 1 | – | 6 | 1 | 1 | 9 |
| 180 | – | – | – | – | – | – | 4 | 1 | 5 |
| $n_x$ | 5 | 5 | 8 | 11 | 8 | 6 | 5 | 2 | n=50 |

354. Quyidagi jadvalda keltirilgan ma’lumotlar bo‘yicha Y ning X ga va X ning Yga regressiya to‘g‘ri chiziqlarining tanlanma tenglama- larini toping.

| X / Y | 18 | 23 | 28 | 33 | 38 | 43 | 48 | $n_y$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 125 | – | 1 | – | – | – | – | – | 1 |
| 150 | 1 | 2 | 5 | – | – | – | – | 8 |
| 175 | – | 3 | 2 | 12 | – | – | – | 17 |
| 200 | – | – | 1 | 8 | 7 | – | – | 16 |
| 225 | – | – | – | – | 3 | 3 | – | 6 |
| 250 | – | – | – | – | – | 1 | 1 | 2 |
| $n_x$ | 1 | 6 | 8 | 20 | 10 | 4 | 1 | n=50 |

355. Rayondagi 10 ta oziq-ovqat magazini bo‘yicha bir oylik tovar ayirboshlash hajmi (X) va shu davr mobaynidagi muomala xarajatlari (Y) hajmi o‘rganilgan. Y ning X ga regressiyasi tenglamasini toping.

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| X (mln so‘m) | 200 | 300 | 320 | 410 | 304 | 500 | 540 | 600 | 650 | 700 |
| Y (mln so‘m) | 20 | 27 | 30 | 36 | 38 | 44 | 50 | 56 | 58 | 60 |

356. Quyidagi berilgan ma'lumotlar bo'yicha arpa boshog'idagi donlar sonining (Y) boshoqning uzunligiga (X) bog'liqligi chiziqli regressiya tanlanma tenglamasini tuzing.

| | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| X | 6 | 6,8 | 7 | 8 | 8,5 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| Y | 11 | 14 | 16 | 20 | 22 | 24 | 24 | 28 | 28 | 30 | 31 | 33 |

357. Quyidagi berilgan ma'lumotlar bo'yicha 1 gektar yerdan olingan hosil miqdorning (Y) sarflangan o'g'it miqdoriga (X) bog'liqligi chiziqli regressiya tanlanma tenglamasini toping.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| X(s) | 6 | 7 | 7,5 | 8 | 9 | 9,5 | 10 |
| Y(s) | 25 | 27 | 26 | 30 | 32 | 35 | 38 |

358. Quyidagi jadvalda keltirilgan ma'lumotlar bo'yicha Y ning X ga va X ning Yga regressiya to'g'ri chiziqlarining tanlanma tenglama-larini toping.

| Y \ X | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | 35 | $n_y$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 100 | – | – | – | – | – | 6 | 1 | 7 |
| 120 | – | – | – | – | – | 4 | 2 | 6 |
| 140 | – | – | 8 | 10 | 5 | – | – | 23 |
| 160 | 3 | 4 | 3 | – | – | – | – | 10 |
| 180 | 2 | 1 | – | 1 | – | – | – | 4 |
| $n_x$ | 5 | 5 | 11 | 11 | 5 | 10 | 3 | n=50 |

359. Quyidagi ma'lumotlar bo'yicha shakar zavodlari fondlari hajmiga (X) lavlagining zavodlardagi bir sutkalik sarfining (Y) bog'liqligi chiziqli regressiya tanlanma tenglamani toping.

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| X(mln so'm) | 120 | 150 | 250 | 270 | 350 | 370 | 400 | 420 |
| Y(mln so'm) | 4 | 6 | 6 | 7 | 8 | 8 | 8 | 10 |

360. Bir oylik ish haqi fondining (Y) ishlab chiqarilgan jami mahsulot hajmiga (X) bog'liqligini o'rganish maqsadida 10 ta sanoat korxonasi bo'yicha quyidagi ma'lumotlar olingan. Y ning X ga regres-siya tanlanma tenglamasini toping.

| Korxonalar | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| X(mln so'm) | 500 | 570 | 600 | 650 | 700 | 720 | 800 | 860 | 900 | 920 |
| Y(mln so'm) | 110 | 120 | 130 | 135 | 138 | 145 | 150 | 154 | 160 | 164 |

## 5. Tanlanma korrelatsion nisbat. Egri chiziqli va to'plamiy korrelatsiya

Tanlanma korrelatsiya koeffitsiyenti belgilar orasidagi chiziqli bog'liqlik miqdorini xarakterlash bilan muhim ahamiyatga ega. Chiziqli bo'lmagan yoki umuman, istalgan korrelatsion bog'lanish zichligini qanday baholash mumkin, degan savol paydo bo'lishi tabiiy. Istalgan korrelatsion bog'lanish uchun korrelatsion nisbat deb ataluvchi quyidagi xarakteristika ishlatiladi. Y ning X ga tanlanma korrelatsion nisbati deb

$$\eta_{yx}=\frac{\sigma_{yx}}{\sigma_y}$$

nisbat bilan aniqlanuvchi kattalikka aytiladi.

Bu yerda:

$\sigma_{\bar{y}_x}=\dfrac{\sum n_x(\bar{y}_x-\bar{y})^2}{n}$ – shartli o‘rtachaning o‘rtacha kvadratik chetlanishi;

$\sigma_y=\dfrac{\sum n_y(y-\bar{y})^2}{n}$ – umumiy o‘rtacha kvadratik chetlanishi;

n – tanlanma hajmi;

$n_x$ – X belgi $x$ qiymati chastotasi;

$n_y$ – Y belgi $y$ qiymati chastotasi;

$\bar{y}$ – Y belginig umumiy o‘rtacha qiymati;

$\bar{y}_x$ – Y belgining shartli o‘rtacha qiymati.

X belgining Y ga tanlanma korrelatsion nisbati ham shu kabi aniqlanadi:

$$\eta_{yx}=\frac{\sigma_{\bar{x}_y}}{\sigma_x} \qquad (1)$$

Agar X va Y orasidagi korrelatsion bog‘lanish o‘rganilayotgan bo‘lib, $\bar{y}_x=f(x)$ yoki $\bar{x}_y=\varphi(y)$ regressiya funksiyalarining grafiklari egri chiziq bilan tasvirlanadigan bo‘lsa, korrelatsiya egri chiziqli deyiladi. Egri chiziqli korrelatsiya zichligini baholash uchun tanlanma korrelatsion nisbatlar xizmat qiladi.

Ba’zi amaliy masalalarda ikkita emas, balki undan ko‘p belgilar orasidagi bog‘lanishni o‘rganish zarurati tug‘iladi. Bunday holdagi korrelatsion bog‘lanish to‘plam (yoki ko‘plik) korrelatsiya deb ataladi. To‘plam korrelatsiyaning eng sodda holi bo‘lgan chiziqli korrelatsiyada X, Y va Z belgilar orasidagi korrelatsion munosabat

$Z=aX+bY+C$

tenglama ko‘rinishida ifodalanadi.

Z belgining X va Y belgilar bilan bog‘liqligining zichligi quyidagi to‘la korrelatsiya koeffitsiyenti bilan baholanadi:

$$R=\sqrt{\frac{r_{xz}^2-2r_{xy}r_{xz}r_{yz}+r_{yz}^2}{1-r_{xz}^2}} \quad (2)$$

shuningdek, Y ning tayin fiksirlangan qiymatida Z va X orasidagi bog‘lanish zichligi

$$r_{xz}(y)=\frac{r_{xz}-r_{xy}r_{yz}}{\sqrt{(1-r_{xz}^2)\cdot(1-r_{yz}^2)}},$$

X ning tayin fiksirlangan qiymatida Z va Y orasidagi bog‘lanish zichligi

$$r_{xz}(y)=\frac{r_{xz}-r_{xy}r_{yz}}{\sqrt{(1-r_{xz}^2)\cdot(1-r_{yz}^2)}} \quad (3)$$

Xususiy korrelatsiya koeffitsiyentlari bilan baholanadi.

Agar regressiya grafigi egri chiziq bilan ifodalansa, xususan, ikkinchi tartibli parabolik korrelyatiya bo‘lgan holda, Y ning X ga regressiyaning tanlanma tenglamasi

$$\overline{y}_x = Ax^2 + Bx + C \qquad (4)$$

ko‘rinishda bo‘ladi. Noma’lum A, B va C parametrlari quyidagi tenglamalar sistemasidan topiladi:

$$\begin{cases} \left(\sum n_x x^4\right)A + \left(\sum n_x x^3\right)B + \left(\sum n_x x^2\right)c = \sum n_x \overline{y}_x x^2 \\ \left(\sum n_x x^3\right)A + \left(\sum n_x x^2\right)B + \left(\sum n_x x\right)c = \sum n_x \overline{y}_x x \\ \left(\sum n_x x^2\right)A + \left(\sum n_x x\right)B + nc = \sum n_x \overline{y}_x \end{cases} \qquad (5)$$

X ning Y ga regressiyaning tanlanma tenglamasi

$$x_y = A_1 y^2 + B_1 y + C_1$$

ham shunga o‘xshash topiladi.

361. n=50 hajmli quyidagi korrelatsion jadval bo‘yicha Y belgining X belgiga korrelatsion nisbati $\eta_{yx}$ ni toping.

| Y \ X | 10 | 20 | 30 | $n_y$ |
|---|---|---|---|---|
| 15 | 4 | 28 | 6 | 38 |
| 25 | 6 | – | 6 | 12 |
| $n_x$ | 10 | 28 | 12 | n=50 |
| $y_x$ | 21 | 15 | 20 | |

Yechish: $\overline{y}$ – umumiy o‘rtachani topamiz.

$$\overline{y} = \frac{\sum n_i y_i}{n} = \frac{38 \cdot 15 + 12 \cdot 25}{50} = \frac{870}{50} = 17.4$$

umumiy o‘rtacha kvadratik chetlanishni topamiz:

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{\sum n_y (y - \overline{y})^2}{n}} = \sqrt{\frac{38(15 - 17.4)^2 + 12(25 - 17.4)^2}{50}} = 4{,}27$$

shartli o‘rtachaning o‘rtacha kvadratik chetlanishini topamiz.

$$\sigma_{\overline{y}_{x0}} = \sqrt{\frac{\sum n_x (y_x - y)^2}{n}} = \sqrt{\frac{10(21 - 17{,}4)^2 + 28(15 - 17{,}4)^2 + 12(20 - 17{,}4)^2}{50}} = 2{,}73$$

Topilganlarni formulaga qo‘ysak,

$$n_{yx} = \frac{\sigma_{y_x}}{\sigma_y} = \frac{2{,}73}{4{,}27} = 0{,}64$$

362-misol. Quyidagi korrelatsion jadvaldagi ma’lumotlar bo‘yicha

$$\overline{y}_x = Ax^2 + Bx + C$$

regressiya tanlanma tenglamasini toping.

| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | $n_y$ |
|---|---|---|---|---|---|---|

| X \ Y | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 18 | 1 | 1 | – | – | 20 |
| 3 | 1 | 20 | – | – | – | 21 |
| 5 | 3 | 5 | 10 | 2 | – | 20 |
| 10 | – | – | 7 | 12 | – | 19 |
| 17 | – | – | – | – | 20 | 20 |
| $n_x$ | 22 | 26 | 18 | 14 | 20 | n=100 |

Yechish: Quyidagi hisoblash jadvalini tuzamiz.

| $x$ | $n_x$ | $\bar{y}_x$ | $n_x \cdot x$ | $n_x \cdot x^2$ | $n_x \cdot x^3$ | $n_x \cdot x^4$ | $n_x \bar{y}_x$ | $n_x \bar{y}_x x$ | $n_x \bar{y}_x x^2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 22 | 0,8 | 0 | 0 | 0 | 0 | 17,6 | 0 | 0 |
| 1 | 26 | 3,27 | 26 | 26 | 26 | 26 | 85,02 | 85,02 | 85,02 |
| 2 | 18 | 6,67 | 36 | 72 | 144 | 288 | 120,06 | 240,12 | 480,24 |
| 3 | 14 | 9,3 | 42 | 126 | 378 | 1134 | 130 | 390 | 1170 |
| 4 | 20 | 17 | 80 | 320 | 1280 | 5120 | 340 | 1360 | 5440 |
| $\sum$ | 100 | | 184 | 544 | 1828 | 6568 | 692,68 | 2075,14 | 7175,26 |

Jadvalning oxirgi satrida turgan sonlarni (5) ga qo‘yib, quyidagi tenglamalar sistemasini hosil qilamiz.

6568A+1828B+544C=7175,26

1828A+544B+184C=2075,14

544A+184B+100C=692,68

Bu sistemani yechib, A=0,66 B=1,23 va C=1,07 ekanligini topamiz. Topilgan bu koeffitsiyentlarni regressiya tenglamasi

$$\bar{y}_x = Ax^2 + Bx + c$$

ga qo‘yib,

$$\bar{y}_x = 0{,}66x^2 + 1{,}23x + 1{,}07$$

ni hosil qilamiz.

363. Quyidagi jadvaldagi ma’lumotlar bo‘yicha $\bar{y}_x = Ax^2 + Bx + c$ regressiya tanlanma tenglamasini va $\eta_{yx}$ tanlanma korrelatsion nisbatni toping.

| X \ Y | 0 | 4 | 6 | 7 | 10 | $n_y$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 7 | 19 | 1 | 1 | – | – | 21 |
| 13 | 2 | 14 | – | – | – | 16 |
| 40 | – | 3 | 22 | 2 | – | 27 |
| 80 | – | – | – | 15 | – | 15 |
| 200 | – | – | – | – | 21 | 21 |
| $n_x$ | 21 | 18 | 23 | 17 | 21 | n=100 |

364. Korrelatsion jadvalda keltirilgan ma’lumotlar bo‘yicha $x_y = Ay^2 + By + c$ regressiya tanlanma tenglamasini va $\eta_{yx}$ tanlanma korrelatsion nisbatni aniqlang.

| X / Y | 6 | 30 | 50 | $n_y$ |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 15 | – | – | 15 |
| 3 | 1 | 14 | – | 15 |
| 4 | – | 2 | 18 | 20 |
| $n_x$ | 16 | 16 | 18 | n=50 |

365. Quyidagi ma’lumotlar bo‘yicha $\overline{x}_y = Ay^2 + By + c$ regressiya tanlanma tenglamasini va $\eta_{yx}$ tanlanma korrelatsion nisbatni aniqlang.

| X / Y | 1 | 9 | 19 | $n_y$ |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 13 | – | – | 13 |
| 2 | 2 | 10 | – | 12 |
| 3 | 1 | 1 | 23 | 25 |
| $n_x$ | 16 | 11 | 23 | n=50 |

## 6. Matematik statistikada ko‘p ishlatiladigan taqsimotlar. Statistik gipotezalarni tekshirish. Gipotezalarni Pirsonning muvofiqlik kriteriysi bo‘yicha tekshirish

1. $\chi^2$ taqsimot

Agar k ta o‘zaro bog‘liq bo‘lmagan normalangan $X_i (i = l, k)$ tasodifiy miqdorlar normal taqsimotga ega bo‘lsa, u holda ularning kvadratlari yig‘indisi

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{k} X_i^2$$

ning taqsimoti ozodlik darajalari k bo‘lgan $\chi^2$ (Xu – kvadrat) taqsimot deyiladi. $\chi^2$ taqsimotning zichlik funksiyasi quyidagicha:

$$P_k(x) = \begin{cases} 0, agar, x \le 0, bo'lsa, \\ \dfrac{1}{2^{\frac{k}{2}}\Gamma\left(\dfrac{k}{2}\right)} e^{\frac{x}{2}} \cdot x^{\frac{k}{2}-1}, agar \;\; x > 0, bo'lsa \end{cases}$$

Bu yerda $\Gamma(x) = \int_0^{\infty} t^{x-1} \cdot e^{-t} dt$ – gamma funksiya.

$x^2$ taqsimotning ozodlik darajalari $k \leq 30$ bo‘lsa, uning qiymatlari jadvaldan topiladi, agar ozodlik darajalari $k>30$ bo‘lsa, uni normal qonun bilan yetarlicha aniqlikda almashtirish mumkin.

2. Styudent taqsimoti.

X – normalangan normal taqsimlangan tasodifiy miqdor, Y – esa ozodlik darajalari k bo‘lgan $\chi^2$ taqsimotga ega tasodifiy miqdorlar bo‘lsa, u holda

$$T = \frac{X}{\sqrt{\frac{Y}{k}}}$$

tasodifiy miqdor t – taqsimot (yoki k ozodlik darajali Styudent taqsimoti) ga ega deyiladi.

Styudent taqsimoti $k \to \infty$ da asimtotik normaldir. Bu taqsimotning zichlik funksiyasi quyidagicha:

$$P_k(x) = \frac{\Gamma(k+\frac{1}{2})}{\sqrt{\pi k}\,\Gamma(\frac{k}{2})} \cdot (1+\frac{x^2}{k})^{\frac{k+1}{2}}$$

3.Fisher taqsimoti

Agar X va Y bog‘liq bo‘lmagan tasodifiy miqdorlar bo‘lib, ular $k_1$ va $k_2$ ozodlik darajali $\chi^2$ qonun bo‘yicha taqsimlangan bo‘lsa, u holda

$$F = \frac{X/k_1}{Y/k_2}$$

tasodifiy miqdor F taqsimotga (yoki $k_1$ va $k_2$ ozodlik darajali Fisher taqsimotiga) ega deyiladi.

Statistik gipoteza deb noma’lum taqsimotning ko‘rinishi haqidagi yoki ma’lum taqsimotning noma’lum parametrlari haqidagi gipotezaga aytiladi. Nolinchi (asosiy) gipoteza deb ilgari surilgan $H_0$ gipotezaga, konkurent (zid) gipoteza deb esa nolinchi gipotezaga zid bo‘lgan $H_1$ gipotezaga aytiladi.

Statistik kriteriy deb nolinchi (asosiy) gipotezani qabul qilsh yoki qabul qilinmaslik haqidagi qoidaga aytiladi. Bu qoida quyidagidan ibo-rat. Buning uchun qandaydir $Z(x_1,x_2\dots x_n)$ statistika olinib, uning (aniq yoki taqribiy) taqsimoti asosiy gipoteza o‘rinli bo‘lganda topiladi. So‘ngra statistikaning qiymatlar sohasi ikkiga ajratiladi. Agar stati-stikaning kuzatilgan $Z(x_1,x_2\dots x_n)$ qiymati bu sohalarning birinchisiga tushsa, $H_0$ gipoteza qabul qilinish sohasi, ikkinchisiga esa kritik soha deyiladi. $Z(x_1,x_2\dots x_n)$ statistikaning qabul qilish mumkin bo‘lgan barcha qiymatlari biror intervalga tegishli bo‘ladi. Shu sababli kritik soha va gipotezaning qabul qilinish sohasi ham intervallar bo‘ladi. Ularni nuqta-lar ajratib turadi. Bu nuqtalar kritik nuqtalar deyiladi.

Kritik sohalar quyidagicha bo‘lishi mumkin.

a) o‘ng tomonlama kritik soha:

$$Z > Z_{kp}$$

b) chap tomonlama kritik soha:

$Z < Z_{kp}$

v) ikki tomonlama kritik soha:

$|Z| > Z_{kp}$

$Z(x_1,x_2...x_n)$ statistikaning kritik sohaga tushish ehtimoli $\alpha$ uning aniqlilik darajasi deyiladi.

Gipotezani statistik tekshirish natijasida ikki xil xatoga yo'l qo'yish mumkin.

Birinchi tur xato shuki, bunda to'g'ri gipoteza rad etiladi.

Ikkinchi tur xato shuki, bunda noto'g'ri gipoteza qabul qilinadi.

Kriteriyning quvvati deb konkurent gipoteza o'rinli bo'lish shartida $Z$ kriteriyning kritik sohaga tushish ehtimoliga aytiladi. Kriteriyning quvvati qancha katta bo'lsa, ikkinchi tur xatoga yo'l qo'yish ehtimoli shuncha kichik bo'ladi.

X=$(x_1,x_2...x_n)$tanlanma berilgan bo'lib, uning asosida bosh to'plamning F($x$) taqsimot funksiyasini aniqlash kerak bo'lsin.

Muvofiqlik kriteriysi deb taqsimot funksiyaning umumiy ko'rinishi haqidagi $H_0$ gipotezani qabul qilish yoki rad etishga imkon beradigan kriteriyga aytiladi.

Muvofiqlik kriteriylaridan biri Pirson kriteriysini qurish uchun X belgi qiymatlarining o'zgarish sohasini $\Delta_1, \Delta_2, ...\Delta_k$ intervallarga bo'lamiz.

$P_i$ – tasodifiy miqdor X ning $\Delta_i$ intervalga tushishining nazariy ehtimoli bo'lsin: $P_i=P(X \in \Delta_i)$. Bu ehtimol $H_0$ gipotezadan kelib chiq-qan holda hisoblanadi, ya'ni X tasodifiy miqdor F($x$) taqsimot funk-siyaga ega deb faraz qilinadi.

$n_i$ – hajmi n bo'lgan $(x_1,x_2...x_n)$ tanlanmada X belgining $\Delta_i$ intervalga tushgan qiymatlarining soni bo'lsin. Bunda

$$P_1+P_2+.......+P_k=1$$

$$n_1+n_2+.......+n_k=n$$

Agar tanlanmaning hajmi yetarlicha katta (n>30) bo'lsa, taqsimot-ni taqriban normal taqsimot deb olish mumkin.

Ushbu

$$\xi_i = \frac{n_i - np_i}{\sqrt{np_i}} \qquad i = \overline{1,k}$$

tasodifiy miqdorlarni qaraymiz.

**Teorema.** Agar $H_0$ gipoteza to'g'ri bo'lsa va $np_i$>5 bo'lsa, u holda

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{k} \xi_i^2$$

tasodifiy miqdor k–1 ozodlik darajali $\chi^2$ taqsimot bo'yicha taqsimlangan hisoblanadi.

$n \to \infty$ da $\chi^2$ taqsimot statistika assimptotik normaldir.

U holda, Pirsonning muvofiqlik kriteriysini quyidagicha ta'riflash mumkin.

Berilgan $\alpha$ aniqlilik darajasi va $\chi^2$ taqsimot uchun jadvallardan $x_a$ ning

$$P(\chi^2 > x_\alpha) = \alpha$$

bo‘ladigan kritik qiymatlari topiladi. Tanlanma ma’lumotlariga ko‘ra $\chi^2$ kriteriyning kuzatilgan qiymati hisoblanadi, agar u qiymat qabul qilish sohasiga tushsa, ya’ni $\chi^2 > x_\alpha$ bo‘lsa, $H_0$ gipoteza qabul qilinadi va bosh to‘plam F(x) taqsimot funksiyaga ega deb hisoblanadi, agar $\chi^2 > x_\alpha$ bo‘lsa, u holda $H_0$ gipoteza rad etiladi.

Agar nazariy chastotalarni hisoblashda $a$ va $\sigma^2$ o‘rniga ularning $\overline{x}_T$ va $S^2$ baholaridan foydalaniladigan bo‘lsa, u holda

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(n_i - np_i)^2}{np_i}$$

statistika taqriban k–3 ozodlik darajali $\chi^2$ taqsimot bo‘yicha taqsimlanadi.

**366-misol.** X belgili bosh to‘plamdan olingan tanlanmaning statistik taqsimoti berilgan

| $\Delta_i$ | [0;5) | [5;10) | [10;15) | [15;20) | [20;25) | [25;30) | [30;35) | [35;40) | [40;45) | [0;5) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $n_i$ | 2 | 12 | 8 | 4 | 14 | 6 | 10 | 2 | 1 | 11 |

X belgining taqsimot funksiyasi tekis taqsimotga muvofiq yoki muvofiq emasligini 0,05 aniqlik darajasi bilan Pirsonning muvofiqlik kriteriysi yordamida tekshiring.

Yechish:

$$n = \sum_{i=1}^{10} n_i = 70$$

Quyidagi jadvalni topamiz:

| X | 2,5 | 7,5 | 12,5 | 17,5 | 22,5 | 27,5 | 32,5 | 37,5 | 42,5 | 47,5 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| W | 0,029 | 0,171 | 0,114 | 0,057 | 0,2 | 0,086 | 0,143 | 0,029 | 0,014 | 0,157 |

U holda

$$\boldsymbol{X} = \sum_{i=1}^{10} w_i x_i = 24.43$$

$$X^2 = \sum_{i=1}^{10} w_i x_i^2 = 782.67$$

$$S^2 = \overline{X}^2 - \overline{X}^2 = 185.92$$

$$S = \sqrt{185.92} \approx 13.63$$

X belgi tekis taqsimot qonuniga ega bo‘lgani uchun

$$M(X) = \frac{a+b}{2}; \qquad D(X) = \frac{(b-a)^2}{12}; \qquad \sigma(X) = \frac{b-a}{2\sqrt{3}}$$

$a$ va $b$ ni aniqlash uchun quyidagi sistemani tuzamiz:

$$\begin{cases} \dfrac{a+b}{2} = 24.43 \\ \dfrac{b-a}{2\sqrt{3}} = 13.63 \end{cases}$$

Bundan

$$a=0{,}85 \qquad b=48{,}01$$

$$\frac{1}{b-a} = \frac{1}{47.16} = 0.0212$$

Shunday qilib, X belgi zichlik funksiyasi

$$f(x) = \begin{cases} 0, agar, x < 0{,}85, bo'lsa, \\ 0{,}0212, agar, 0{,}85 \le x \le 48{,}01, bo'lsa, \\ 0, agar x > 48{,}01, bo'lsa \end{cases}$$

Endi tekis taqsimot bo‘yicha X belgining [0;5), [5;10) …… [45;50) oraliqlarga tushish ehtimolliklarini topamiz.

$$P_1 = P(0 < X < 5) = P(0{,}85 < X < 5) = \int_{0{,}85}^{5} 0{,}0212dx = 0{,}0212x \Big/_{0{,}85}^{5} = 0{,}088$$

$$P_2 = P(5 < X < 10) = \int^{10} 0{,}0212dx = 0{,}106$$

$$P_{10} = P(45 < X < 50) = \int_{45}^{48{,}01} 0{,}0212dx = 0{,}064$$

Topilgan qiymatlarni jadval ko‘rinishda yozsak:

| $\Delta_i$ | [– 5;0) | [0;5) | [5;10) | [10;15) | [15;20) | [20;25) |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $P_1$ | 0 | 0,088 | 0,106 | 0,106 | 0,106 | 0,106 |

| $\Delta_i$ | [25;30) | [30;35) | [35;40) | [40;45) | [45;50) | [50;55) |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $P_1$ | 0,106 | 0,106 | 0,106 | 0,106 | 0,064 | 0 |

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(n_i - np_i)^2}{np_i} = n\sum_{i=1}^{k} \frac{(\frac{n_i}{n} - p_i)^2}{p_i} = n \cdot \sum_{i=1}^{k} \frac{(w_i - p_i)^2}{p_i} = n \cdot Y^2$$

$Y^2$ ni hisoblash uchun quyidagi jadvalni tuzamiz:

| $W_i$ | $P_i$ | $W_i - P_i$ | $(W_i - P_i)^2$ | $\dfrac{(W_i - P_i)^2}{P_i}$ |
|---|---|---|---|---|
| 0,029 | 0,088 | – 0,059 | 0,003 | 0,034 |
| 0,171 | 0,106 | 0,065 | 0,004 | 0,038 |
| 0,114 | 0,106 | 0,008 | 0,006 | 0,057 |
| 0,057 | 0,106 | – 0,049 | 0,002 | 0,019 |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 0,2 | 0,106 | 0,094 | 0,009 | 0,085 |
| 0,086 | 0,106 | – 0,020 | 0,000 | 0,000 |
| 0,143 | 0,106 | 0,037 | 0,001 | 0,009 |
| 0,029 | 0,106 | – 0,077 | 0,006 | 0,057 |
| 0,014 | 0,106 | – 0,092 | 0,008 | 0,075 |
| 0,157 | 0,064 | 0,093 | 0,009 | 0,141 |
| | | | | 0,515 |

Shunday qilib,

$$\chi^2 = 70 \cdot 0{,}515 = 36{,}05$$

$\chi^2$ taqsimot jadvalidan

$$\chi_{10-2-1;0,05} = \chi_{7;0,05} = 14{,}1$$

Demak, $\chi^2 > 14{,}1$ bo‘lgani uchun bosh to‘plamning taqsimot funksiyasi 0,05 aniqlik daraja bilan tekis taqsimotga mos kelmaydi degan xulosaga ega bo‘lamiz.

**367-misol.** X belgili bosh to‘plamdan olingan tanlanmaning statistik taqsimoti berilgan;

| $\Delta_i$ | [0;3) | [3;6) | [6;9) | [9;12) | [12;15) | [15;18) | [18;21) | [21;24) | [24;27) | [27;30) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $n_i$ | 1 | 3 | 4 | 6 | 11 | 10 | 7 | 5 | 2 | 1 |

X belgining taqsimot funksiyasi normal taqsimotga muvofiq yoki muvofiq emasligini 0,05 aniqlilik darajasi bilan Pirsonning muvofiqlik kriteriysi yordamida aniqlang.

Yechish: $n = \sum_{i=1}^{10} n_i = 50$

$w_i = \dfrac{n_i}{n}, i = \overline{1,10}$ deb olib, quyidagi jadvalni tuzamiz:

| $X_i$ | 1,5 | 4,5 | 7,5 | 10,5 | 13,5 | 16,5 | 19,5 | 22,5 | 25,5 | 28,5 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $W_i$ | 0,02 | 0,06 | 0,08 | 0,12 | 0,22 | 0,20 | 0,14 | 0,10 | 0,04 | 0,02 |

U holda

$$\overline{X} = \sum_{i=1}^{10} X_i W_i = 15$$

$$S^2 = \overline{X^2} - (\overline{X})^2 = 34{,}65$$

$$S = 5{,}9$$

Endi $P_i = P(x \in \Delta_i), i = \overline{1,10}$ ehtimollarni hisoblaymiz.

$$P_1 = P(0 < X < 3) = P\left(\frac{0-15}{5{,}9} < \frac{X - M(X)}{Д(X)} < \frac{3-15}{5{,}9}\right) =$$

$$= \Phi(-2{,}03) - \Phi(-2{,}5) = \Phi(2{,}5) - \Phi(2{,}03) =$$

$$= 0{,}4938 - 0.4784 = 0.0154 \approx 0.02$$

Bu yerda $\Phi(x)=\frac{1}{2\pi}\int_0^x e^{-\frac{Z^2}{2}dz}$

Xuddi shunga o‘xshash tarzda qolganlarini hisoblab, quyidagi jadvalni hosil qilamiz.

| $\Delta_i$ | [0;3) | [3;6) | [6;9) | [9;12) | [12;15) | [15;18) | [18;21) | [21;24) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $P_i$ | 0,02 | 0,04 | 0,09 | 0,15 | 0,19 | 0,19 | 0,15 | 0,09 |

| $\Delta_i$ | [24;27) | [27;30) |
|---|---|---|
| $P_i$ | 0,04 | 0,02 |

Yuqoridagilardan foydalanib $x^2$ ni hisoblash uchun jadval tuzamiz.

| $W_j$ | $P_j$ | $W_j - P_j$ | $(W_j - P_j)^2$ | $\frac{(W_i-P_i)^2}{P_i}$ |
|---|---|---|---|---|
| 0,02 | 0,02 | 0 | 0,0000 | 0,00 |
| 0,06 | 0,04 | 0,02 | 0,0004 | 0,01 |
| 0,08 | 0,09 | – 0,01 | 0,0001 | 0,001 |
| 0,12 | 0,15 | – 0,03 | 0,0009 | 0,006 |
| 0,22 | 0,20 | 0,02 | 0,0004 | 0,006 |
| 0,20 | 0,20 | 0,00 | 0,0000 | 0,02 |
| 0,14 | 0,15 | – 0,01 | 0,0001 | 0,00 |
| 0,10 | 0,09 | 0,01 | 0,0001 | 0,0007 |
| 0,04 | 0,04 | 0 | 0,0000 | 0,00 |
| 0,02 | 0,02 | 0 | 0,0000 | 0,00 |
| | | | | 0,0387 |

$\chi^2 = 50 \bullet 0{,}0387 = 1{,}935$

$x^2 < 14{,}1$ bo‘lgani uchun bosh to‘plamning taqsimot funksiyasi normal taqsimotga mos keladi degan xulosaga ega bo‘lamiz.

368. X belgili bosh to‘plamidan olingan tanlanmaning statistik taqsimoti berilgan.

| $\Delta_i$ | [4,1;4,2<br>) | 4,2;4,3<br>) | [4,3;4,4<br>) | [4,4;4,5<br>) | [4,5;4,6<br>) | [4,6;4,7<br>) | [4,7;4,8<br>) | 4,8;4,9<br>) | 4,<br>9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $n_j$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |

X belgining taqsimot funksiyasi normal taqsimotga muvofiq yoki muvofiq emasligi 0,05 aniqlik daraja bilan Pirsonning muvofiqlik kriteriysi yordamida aniqlang.

369. X belgili bosh to‘plamidan olingan tanlanmaning statistik taqsimoti berilgan.

| $\Delta_i$ | [0;10) | [10;20) | [20;30) | [30;40 | [40;50) | [50;60) |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $n_j$ | 11 | 14 | 15 | 10 | 14 | 16 |

X belgining taqsimot funksiyasi tekis taqsimotga muvofiq emasligini 0,05 aniqlilik darajasi bilan Pirsonning muvofiqlik kriteriysi yordamida aniqlang.

370. Pirson kriteriysidan foydalanib 0,05 qiymatdorlik darajasida X bosh to‘plamning normal taqsimlanganligi haqidagi gipotezaning n=200 hajmli tanlanmaning ushbu taqsimoti bilan muvofiq kelish-kelmasligini tekshiring.

| $x_j$ | 0,3 | 0,5 | 0,7 | 0,9 | 1,1 | 1,3 | 1,5 | 1,7 | 1,9 | 2,1 | 2,3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $n_j$ | 6 | 9 | 26 | 25 | 30 | 26 | 21 | 24 | 20 | 8 | 5 |

371. Pirson kriteriysidan foydalanib 0,01 qiymatdorlik darajasida $n_i$ empirik va $n_i'$ nazariy chastotalar orasidagi farq tasodifiy yoki muhimligini aniqlang. Nazariy chastotalar X bosh to‘plamning normal taqsimlanganligi haqidagi gipotezaga asoslanib hisoblangan.

| $n_i$ | 8 | 16 | 40 | 72 | 36 | 18 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $n_i'$ | 6 | 18 | 36 | 76 | 39 | 18 | 7 |

372. Ikki tanga bir vaqtda 20 marta tashlanganida “GERB” hodisasining yuz berishlari soni quyidagi jadvalda keltirilgan.

| Har ikkala tangada gerb tushishlari soni | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|
| Hodisa yuz bergan tashlashlar soni | 4 | 8 | 8 |

Pirsonning muvofiqlik kriteriysi yordamida ikkala tangani ham simmetrik deb hisoblash mumkinmi? $a$=0,05 deb qabul qiling.
(jadvaldan $\chi^2_{0.95}(2)$=5,99)

373. Shashqol o‘yin toshi 120 marta tashlanganida 40 marta olti soni tushdi. Pirsonning muvofiqlik kriteriysi yordamida tashlanayotgan shashqolni to‘g‘ri shashqol deb hisoblash mumkinmi? $a$=0,05 deb qabul qiling. (jadvaldan $\chi^2_{0.95}$(1)=3.84 ekanligi aniqlangan).

374. Pirson kriteriysidan foydalanib 0,05 qiymatdorlik darajasida $n_i$ empirik chastotalar bilan X bosh to‘plamning normal taqsimlanganligi haqidagi gipotezaga asoslanib hisoblangan $n_i'$ nazariy chastotalar orasidagi farqning tasodifiy yoki muhimligini aniqlang.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $n_i$ | 5 | 10 | 20 | 8 | 7 |
| $n_i'$ | 6 | 14 | 18 | 7 | 5 |

375. Tanga 50 marta tashlanganida 20 marta "gerb" hodisasi yuz berdi. Pirsonning muvofiqlik kriteriysi yordamida tashlangan tangani simmetrik $a$=0,1 deb qabul qiling. Bu yerda noma'lum parametr yo'q, chunki $P=\frac{1}{2}$ deb faraz qilinadi. Jadvaldan $\chi_{0.99(1)=2.71}$ ekanligi topilgan.

7. Barcha mavzularga oid turli masalalar

376. Qutida 6 ta oq, 4 ta qora, 3 ta qizil shar bor. Tavakkaliga olingan 3 ta sharning hammasi turli rangda bo'lish ehtimolini toping.

377. Kitob tokchasida algebradan 4 ta, geometriyadan 3 ta kitob tavakkaliga terib chiqilgan. Har qaysi fanga doir kitoblar yonma-yon tushishi ehtimolini toping.

378. Yashikda 15 ta detal bo'lib, ularning 5 tasi bo'yalgan. Tavakkaliga olingan 5 detalning 4 tasi bo'yalgan, bittasi bo'yalmagan bo'lib chiqishi ehtimolini toping.

379. Talaba o'quv dasturidagi 40 ta savoldan 30 tasini biladi. Har bir imtihon biletida 2 tadan savol bo'lsa, talabaning har ikkala savolni bilishi ehtimolini toping.

380. 10 ta har xil kitobning 5 tasi har biri 400 so'mdan, uchtasi 100 so'mdan, 2 tasi 300 so'mdan sotilyapti. Tavakkaliga olingan ikkita kitob birgalikda 500 so'm bo'lishi ehtimolini toping.

381. Sakkizta har xil kitob bitta tokchaga tavakkaliga terib qo'yil-ganda, ikkita ma'lum kitob yonma-yon turib qolish ehtimolini toping.

382. Yashikda 40 ta yaroqli va 6 ta yaroqsiz saqlagichlar bor. Yashikdan 3 saqlagich olingan. Barcha saqlagichlar yaroqli bo'lish ehtimolini toping.

383. Ikki o'rtoq ma'lum bir joyda soat $14^{00}$ bilan $15^{00}$ orasida uchrashishga kelishdilar. Har qaysi o'rtoq 20 minut kutib, keyin ketadi. Uchrashuv ro'y berishi ehtimolini toping.

384. R radiusli doiraga muntazam oltiburchak ichki chizilgan. Doira ichiga tavakkaliga tashlangan nuqtaning oltiburchak ichiga tushish ehtimolini toping.

385. R radiusli doiraga tavakkaliga tashlangan nuqtaning ichki chizilgan kvadratga tushish ehtimolini toping.

386. R radiusli doiraga tashlangan nuqtaning doiraga ichki chizilgan muntazam uchburchakka tushish ehtimolini toping.

387. Partiyadagi 10 ta detalning 8 tasi yaroqli. Tavakkaliga olingan 2 ta detalning aqalli bittasi yaroqli bo'lishi ehtimolini toping.

388. Yashikda 10 ta detal bo'lib, ularning 2 tasi yaroqsiz. Tavakkaliga olingan 6 ta detal ichida bittadan ko'p bo'lmagan yaroqsiz detal bo'lish ehtimolini toping.

389. Yashikda 8 ta oq va 12 ta qizil bir xil sharlar bor. Tavakkaliga 3 ta shar olinadi. Ularning aqalli bittasi oq bo'lishi ehtimolini toping.

390. Yashikda 9 ta oq va 14 ta qizil shar bor. Tavakkaliga 6 ta shar oli-nadi. Ularning ichida kamida ikkitasi oq shar bo‘lishi ehtimolini toping.

391. Yashikda 8 ta qizil, 10 ta yashil va 12 ta ko‘k rangdagi bir xil shar bor. Tavakkaliga uchta shar olinadi. Ularning aqalli ikkitasi bir xil rangda bo‘lish ehtimolini toping.

392. Ustahonada uchta stanok ishlab turibdi. Smena davomida birinchi stanokning buzilishi ehtimoli 0.15 ga, ikkinchi stanokniki 0.1 ga, uchinchi stanokniki 0.12 ga teng. Stanoklar bir paytda buzilmaydi deb faraz qilib, smena davomida aqalli bitta stanokning buzilishi ehtimolini toping.

393. Imtihon biletida 3 ta savol bor. Talabaning birinchi va ikkinchi savolga javob berish ehtimoli 0.9 ga, uchinchi savolga esa 0.8 ga teng. Agar imtihonni topshirish uchun hamma savollarga javob berish kerak bo‘lsa, talabaning imtihonni topshirish ehtimolini toping.

394. Qutida 10 ta oq, 15 ta qora, 20 ta yashil va 25 ta qizil shar bor. Bitta shar olinadi. Olingan shar qizil, oq yoki qora bo‘lishi ehtimolini toping.

395. Tanga to‘rt marta tashlanganida, gerbli tomon rosa ikki marta tushishi ehtimolini toping.

396. Birinchi qutida 5 ta oq, 11 ta qora va 8 ta qizil shar ikkinchi qutida esa 10 ta oq, 8 ta qora va 6 ta qizil sharlar bor. Har ikkala qutidan tavakkaliga bittadan shar olinadi. Olingan sharlar bir hil rangda bo‘lishi ehtimolini toping.

397. Tayyorlanayotgan detallarning o‘rtacha 3 foizi yaroqsiz. Sinash uchun olingan 5 ta detalning orasida birorta ham yaroqsizi bo‘lmasligi ehtimolini toping.

398. 12 ta o‘g‘il bola va 18 ta qiz bola bor guruhdan 2 kishi tavakkaliga tanlandi, ularning ikkalasi ham o‘g‘il bola bo‘lish ehtimolini toping.

399. Ikkita yashikda radiolampalar bor. Birinchi yashikda 12 ta lampa bo‘lib, 1tasi yaroqsiz, ikkinchi yashikda 10 ta lampa bo‘lib ularning bittasi yaroqsiz. Birinchi yashikdan bitta lampa olinib, ikkinchi yashikka solinadi. Ikkinchi yashikdan tavakkaliga olingan lampaning yaroqsiz bo‘lishi ehtimolini toping.

400. Agar urug‘ning unib chiqish ehtimoli 0.75 ga teng bo‘lsa, ekilgan 500 ta urug‘ning 130 tasi unib chiqmaslik ehtimolini toping.

401. 1000 ta bog‘liqsiz sinovlarning har birida A hodisa 0,1 ehtimol bilan ro‘y beradi. A hodisaning kamida 100 ta ko‘pi bilan 125 marta ro‘y berish ehtimolini toping.

402. O‘yin soqqasi 300 marta tashlanadi. Bir ochko kamida 60 marta va ortig‘i bilan 70 marta tushish ehtimolini toping.

403. Quyida X diskret tasodifiy miqdor taqsimot qonuni bilan berilgan.

| X | 52 | 56 | 57 | 60 |
|---|---|---|---|---|
| P | 0.1 | 0.3 | 0.4 | 0.2 |

a) Taqsimot funksiyasi F($x$) ni toping va uning grafigini chizing.
b) X tasodifiy miqdorning sonli xarakteristkalari M(X), D(X) va $\sigma$(X)larni hisoblang.

404. X tasodifiy miqdor F($x$) taqsimot funksiyasi bilan berilgan:

$$F(x)=\begin{cases}0, agar, x\le -30, bo'lsa\\ \dfrac{x+30}{60}, agar\ -30<x\le 30, bo'lsa\\ 1, agar, x>30, bo'lsa\end{cases}$$

a) Zichlik funksiya f(x)ni toping.

b) M(X), D(X), $\sigma$(X) va P(0.3<X<0.7) larni toping.

405. Normal taqsimotning matematik kutilishi $\alpha$ ni v=0.95 ishonchlilik bilan baholash uchun ishonchli oraliqni toping. $(\overline{X}=74.94; n=841; \sigma=29)$

406. X tasodifiy miqdor taqsimot funksiyasi F($x$) bilan berilgan.

$$F(x)=\begin{cases}0, agar\ x\le -1, bo'lsa\\ \dfrac{1}{2}(x+1)\ agar\ -1<x\le 1, bo'lsa\\ 1, agar\ \ x>1, bo'lsa\end{cases}$$

Zichlik funksiyasi f($x$) hamda M(X), D(X) va $\sigma$(X) larni toping. F ($x$) va f($x$) funksiyalarning grafiklarini chizing.

407. Bosh to‘plamning X belgisi normal taqsimlangan. n =16 hajmli tanlanma bo‘yicha tanlanma o‘rta kvadratik chetlanishi S=1 topilgan. Bosh to‘plam o‘rtacha kvadratik chetlanishi $\sigma$ ni 0.95 ishonchlilik bilan qoplaydigan ishonchli oraliqni toping.

408. Ushbu n=100 hajmli tanlanma taqsimoti bo‘yicha tanlanma dispersiyani toping.

| $x_i$ | 340 | 360 | 375 | 380 |
|---|---|---|---|---|
| $n_i$ | 20 | 50 | 18 | 12 |

409. Biror diskret tasodifiy miqdorni o‘rganish chog‘ida 40 ta bog‘liqmas sinovlar natijasida quyidagi tanlanma hosil qilingan.

10, 13, 10, 9.9, 12, 12, 6, 7, 9, 8,
9, 11, 9, 14, 13, 9, 8, 8, 7, 10,
10, 11, 11, 11, 12, 8, 7, 9, 10, 13,
3, 8, 8, 9, 10, 11, 11, 12, 12, 10.

a) Variatsion qatorni tuzing. b) Nisbiy chastotalar jadvalini tuzing.

c) Nisbiy chastotalr poligonini tuzing.

## MUSTAQIL ISHLAR UCHUN KO'RSATMALAR

### 1-§. Ehtimolning klassik ta`rifi

1-masala. 10 ta detaldan iborat partiyada 6 ta yaroqli detal bor. Tavakkaliga olingan 4 ta detallar orasida 3 ta yaroqli detallar bo`lishi ehtimoli topilsin.

Javob: $p = \frac{2}{7}$

2-masala. Lotereya biletlarining umumiy soni 12 ta. Ulardan 5 tasi yutuqli. Tasodifan olingan 4 ta lotereyadan bittasiga ham yutug chiqmaslik ehtimoli topilsin.

Javob: $\boldsymbol{P = 0{,}07}$

3-masala. Ombordagi 25 ta televisorlardan 15 tasi rangli, golganlari oq-qora tasvirli ekanligi ma`lum. Tavakkaliga olingan 3 ta televisorlar orasida 2 ta-sining rangli bo`lishi ehtimoli topilsin.

Javob: $P = \frac{21}{46}$

4-masala. Guruhda 16 talaba bor. Ularning 10 tasi qiz bolalar. Tasodifan ajratilgan 6 ta talaba orasida 4 tasi qiz bola bo`lishi ehtimoli topilsin.

Javob: $\boldsymbol{P = 0{,}4.}$

5-masala. Idishda 9 ta yaroqli va 1 ta yaroqsiz detallar bor. Idishdan tavakkaliga 3 ta detal olindi. Bu detallardan 2 tasining yaroqli bo`lishi ehtimoli topilsin.

Javob: $P = \frac{3}{20}$.

6-masala. 8 ta bir xil shakldagi kartochkalarga mos ravishda 2,4,6,7,8,11,12,13 raqamlari yozilgan. Tavakkaliga 2 ta kartochka tanlandi. Shu tanlangan raqamlardan tuzilgan kasrni qisqartirish mumkin bo`lishi ehtimoli topilsin.

Javob: $P = \frac{5}{14}$.

7-masala. 10 ta biletlar orasida 2 ta yutuqlisi bor. Tavakkaliga 5 ta bilet tanlab olindi. Olingan biletlar orasida: a) 1 ta yutuqli bilet; b) 2 ta yutuqli bilet bo`lishi ehtimoli topilsin.

Javob: $\boldsymbol{a)\ P = \frac{5}{9};\ b)\ P = \frac{2}{9}.}$

8-masala. «N» ta biletlar orasida «n» ta yutuqlisi bor. Ulardan «k» tasi tasodifan olingan. Shu olingan «k» ta biletlar ichida «m» tasi yutuqli bo`lishi ehtimoli topilsin.

9-masala. Uzunliklari mos ravishda 9,7,5,3,1 sm bo`lgan kesmalardan Tavakkaliga 3 ta kesmalar olingan. Olingan shu 3 ta kesmalardan uchburchak yasash mumkin bo`lishi ehtimoli topilsin.

Javob: $\boldsymbol{P = 0{,}3}$

10-masala. Tavakkaliga tanlangan bir xonali, butun sonni kvadratga ko`targanda oxirgi raqami: a) bir bo`lishi ehtimoli topilsin, b) shu tanlangan sonni to`rtinchi darajaga ko`targanda oxirgi raqami bir bo`lishi ehtimoli topilsin.

Javob: $\boldsymbol{a)\ P = 0{,}2,\ b)\ P = 0{,}4.}$

11-masala. 28 ta domino to`plamidan bittasi tavakkaliga tanlandi. Agar bu domino dubl domino bo`lmasa, ikkinchi tavakkaliga tanlangan dominoni birinchisiga ulash mumkin bo`lishi ehtimoli topilsin.

Javob: $P=\frac{4}{9}$..

12-masala. Ikkita o`yin kubigi tavakkaliga tashlandi. Kubik chiqqan raqamlar yig`indisi shu raqamlar ko`paytmasidan katta bo`lishi ehtimoli topilsin.

Javob: $P=\frac{11}{36}$.

13-masala. 9 ta bir xil kartochkalarda 0,1,2,3,4,5,6,7,8 raqamlari yozilgan. Shu kartochkalardan 2 tasi tavakkaliga tanlanib, yonma-yon qo`yildi. Hosil bo`lgan sonning juft son bo`lishi ehtimoli topilsin.

Javob: $P=\frac{5}{9}$.

14-masala. Idishda 10 ta mahsulot bo`lib, ulardan 4 tasi sifatlidir. Tasodifan ajratilgan 3 ta mahsulotlar orasida 2 tasi sifatli mahsulot bo`lishi ehtimoli topilsin.

Javob: $P= 0,3$.

15-masala. Idishda 9 ta yaroqli va 1 ta yaroqsiz detallar bor. Idishdan tavakkaliga 3 ta detal olindi. Bu detallarning 3 lasi ham yaroqli bo`lishi ehtimoli topilsin.

Javob: $P= 0,7$.

16-masala. Abonent telefon raqamlarini terayotib, oxirgi 2 ta raqamni eslay olmadi. Bu raqamlar turli ekanligini bilgan holda, ularni tavakkaliga terdi. Abonent kerakli raqamlarni tergan bo`lishi ehtimoli topilsin.

Javob: $P=\frac{1}{90}$.

17-masala. Idishda «a» ta oq va «b» ta qora sharlar bor. Tavakkaliga idishdan 2 ta shar olindi. Bu sharlar turli xil rangda bo`lishi ehtimoli topilsin.

Javob: $P=\frac{2ab}{(a+b)(a+b-2)}$.

18-masala. Kitob 90 betdan iborat. Tavakkaliga ochilgan betning tartibida 4 raqami bo`lishi ehtimoli topilsin.

Javob: $P=0,2$

19-masala. Hamma tomoni bo`yalgan kub teng 64 ta kubikchalarga ajratilgan. Tavakkaliga olingan kubikchaning: a) bitta tomoni b) ikkita tomoni c) uchta tomoni bo`yalgan bo`lishi ehtimoli topilsin.

Javob: $a)\ P=\frac{3}{8}$, $b)\ P=\frac{3}{8}$, $c)\ P=\frac{1}{8}$.

20-masala. 2 ta o`yin kubigi tavakkaliga tashlandi. Kubiklarning yoqlarida chiqqan raqamlar ko`paytmasi shu raqamlar yiq`indisidan katta bo`lishi ehtimoli topilsin.

Javob: $P=\frac{2}{3}$.

21-masala. Guruhda 15 ta talaba bo`lib, ulardan 5 tasi a`lochi talabalardir. Tavakkaliga ajratilgan 2 ta talabadan 1 tasi a`lochi bo`lishi ehtimoli topilsin.

Javob: $P=\frac{10}{21}$

22-masala. O`yin kubigi 2 marta tashlangan. Chiqqan raqamlar ayirmasi 4 dan kam bol`maslik ehtimoli topilsin.

Javob: $P=\frac{1}{6}$.

23-masala. O`yin kubigi 2 marta tashlangan. Chiqqan ragamlar ayirmasi 3 dan kam bol`maslik ehtimoli topilsin.

Javob: $P=\frac{1}{3}$.

24-masala. 10 ta bir xil kartochkalarda 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9 raqamlar yozilgan. Tavakkaliga 2 ta kartochka olinib terilganda, hosil bo`lgan ikki xonali sonning 12 ga bo`linish ehtimoli topilsin.

Javob: $P=\frac{4}{45}$.

25-masala. 10 ta bir xil kartochkalarda 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9 raqamlar yozilgan. Tavakkaliga 2 ta kartochka olinib terilganda, hosil bo`lgan ikki xonali sonning 18 ga bo`linish ehtimoli topilsin.

Javob: $P=\frac{1}{18}$.

26-masala. Hamma tomon bo`yalgan kub teng 1000 ta kubikchalarga ajratilgan. Yaxshilab aralashtirib, tavakkaliga olingan kubikchaning 1 ta tomoni bo`yalgan bo`lishi ehtimoli topilsin.

Javob: $P=0,384$

27-masala. Hamma tomon bo`yalgan kub teng 1000 ta kubikchalarga ajratilgan. Yaxshilab aralashtirib, tavakkaliga olingan kubikchaning 2 ta tomoni bo`yalgan bo`lishi ehtimoli topilsin.

Javob: $P=0,096$.

28-masala. Idishda 5 ta oq va 3 ta qora sharlar bor. Ulardan 4 tasi tavakkaliga olingan. Oq sharlar soni qora sharlar sonidan ko`p bo`lishi ehtimoli topilsin.

Javob: $P=0,5$.

29-masala. 2 ta o`yin kubigi tavakkaliga tashlangan. Kubiklarning tomonlarida chiqqan raqamlar ayirmasi 3 dan kam bo`lishi ehtimoli topilsin.

Javob: $P=\frac{2}{3}$.

30-masala. 6 ta bir xil kartochkalarda quyidagi harflar: a,sh,t,o,b,s yozilgan. Yaxshilab aralashtirib, tavakkaliga 4 ta harf tanlangan. Shu harflar yonma-yon qo`yib, o`qilganda «shtab» so`zining hosil bo`lishi ehtimoli topilsin.

Javob: $P=\frac{1}{360}$.

## 2-§. Ehtimollarni qo`shish va ko`paytirish teoremalari
### Kamida bitta hodisaning ro`y berish ehtimoli

1-masala. Bemor o`ziga kerakli dorini 3 ta dorixonadan izlamoqda. Dorining 1-, 2-, 3- dorixonalarda bor bo`lishi ehtimoli mos ravishda 0,9, 0,8, 0,5 ga teng. Izlanayotgan dorining: a)faqat 1 ta dorixonada, b) faqat 2 ta dorixonada bor bo`lishi ehtimolini toping.

Javob: $a)\ P=0{,}14;\ \ b)\ P=0{,}49$

2-masala. 10 ta bo`lak metall mavjud bo`lib, ular orasida 4 tasi qizg`ish rangda. Tavakkaliga 3 ta bo`lak metal tanlandi. Ulardan hech bo`lmaganda 1tasi qizg`ish rangli metall bo`lishi ehtimoli topilsin.

Javob: $P=\frac{5}{6}.$

3-masala. 15 kishidan iborat ishchilar orasida 5 ta ayol kishi bor. Saylov komissiyada ishlash uchun ishchilar ro`yxatidan tavakkaliga 3 kishi tanlandi. Ular ichida kamida 1 ta ayol kishi bo`lishi ehtimoli topilsin.

Javob: $P=\frac{67}{91}.$

4-masala. Guruhda 10 ta talaba bo`lib, ulardan 3 tasi a`lochidir. Tavakkaliga ajratilgan 3 ta talabaning ham a`lochi bo`lmasligi ehtimoli topilsin.

Javob: $P=\frac{7}{24}.$

5-masala. Ikki mergan nishonga qarata o`q uzmoqda. Bitta o`q uzganda nishonga tekkizish ehtimoli birinchi mergan uchun 0,9 ga, ikkinchi mergan uchun esa 0,6 ga teng bo`lsa, bir yo`la o`q uzganda merganlardan faqat bittasining nishonga tekkizish ehtimoli topilsin.

Javob: $P=0{,}42.$

6-masala. 200 ta detaldan iborat idishda 150 tasi birinchi nav, 30 tasi ikkinchi nav, 16 tasi uchinchi nav va 4 tasi yaroqsizdir. Tavakkaliga olingan detalning 1-yoki 2-nav bo`lishi ehtimoli topilsin.

Javob: $P=0{,}9.$

7-masala. Ikki mergan nishonga qarata o`q uzmoqda. 1 ta o`q uzganda nishonga tekkizish ehtimoli birinchi mergan uchun 0,7 ga, ikkinchi mergan uchun 0,8 ga teng bo`lsa, bir yo`la o`q uzishganda merganlardan kamida bittasining nishonga tekkizish ehtimoli topilsin.

Javob: $P=0{,}94.$

8-masala. Tovarshunos tekshirayotgan 15 ta mahsulot orasida 5 ta sifatsiz mahsulot bor. Tavakkaliga ajratilgan 3 ta mahsulotdan kamida 1tasining sifatli bo`lishi ehtimoli topilsin.

Javob: $P=\frac{89}{91}.$

9-masala. 2 ta erkli sinovlarda A hodisaning kamida bir marta ro`y berish ehtimoli 0,75 ga teng. Agar A hodisa ikkala sinovlarda ham bir xil ehtimol bilan ro`y bersa, A hodisaning bitta sinovda ro`y berish ehtimolini toping.

Javob: $\boldsymbol{P = 0{,}5.}$

10-masala. 1-idishda 10 ta shar bo`lib, ulardan 8 tasi qizil va 2 tasi qora rangda. 2-idishda esa 10 ta sharlardan 7 tasi qizil 3 tasi qora rangda. Ikkala idishdan tavakkaliga bittadan shar olindi. Shu olingan 2 ta sharlardan kamida 1tasii qizil rangli bo`lishi ehtimoli topilsin.

Javob: $\boldsymbol{P = 0{,}94.}$

11-masala. 20 ta bilet ichida 2 ta yutuqlisi bor. Agar tavakkaliga 5 ta bilet olingan bo`lsa, ulardan kamida bittasi yutuqli bo`lishi ehtimoli topilsin.

Javob: $\boldsymbol{P = \frac{17}{38}.}$

12-masala. Idishda 12 ta oq va 8 ta qora sharlar bor. Tavakkaliga 2 ta shar olindi. Bu sharlar turli rangda bo`lishi ehtimoli topilsin.

Javob: $\boldsymbol{P=\frac{45}{98}.}$

13-masala. 10 ta detallar orasida 2 tasi nostandartdir. Tavakkaliga olingan 2 ta detallardan kamida 1tasining standart detal bo`lishi ehtimolini toping.

Javob: $\boldsymbol{\frac{44}{45}}$.

14-masala. Idishda 5 ta mahsulot bo`lib, ulardan 3 tasi yaroqli. Tavakkaliga 2 ta mahsulot tanlandi. Tanlangan mahsulotlardan hech bo`lmaganda 1 tasi yaroqli bo`lishi ehtimolini toping.

Javob: $\boldsymbol{P = 0{,}9.}$

15-masala. Buyumlar orasidan tovarshunos oliy nav buyumlarni ajratmoqda. Tavakkaliga olingan buyumning oliy nav bo`lishi ehtimoli 0,9 ga teng. Tekshirilgan uchta buyumdan faqat bittasining oliy nav bol`ishi ehtimolini toping.

Javob: $\boldsymbol{P = 0{,}027.}$

16-masala. Talaba o`ziga kerakli kitobni 3 ta magazindan izlamoqda. Kitobning 1-, 2-, 3- kitob magazinida bo`lishi ehtimollari mos ravishda 0,7, 0,8, 0,9 ga teng bo`lsa, kitobning faqat ikki magazinda bo`lishi ehtimolini toping.

Javob: $\boldsymbol{P = 0{,}398.}$

17-masala. Agar tavakkaliga tanlangan simning yaroqsiz bo`lishi ehtimoli 0,1 ga teng bo`lsa, telefon stansiyasida tekshirilayotgan 3 ta aloqa simlaridan faqat bittasining yaroqsiz bo`lishi ehtimoli topilsin.

Javob: $\boldsymbol{P = 0{,}027.}$

18-masala. Agar merganning nishonga tekkizish ehtimoli 0,9 ga teng bo`lsa, mergan otgan 3 ta o`qning ham nishonga tekkan bo`lishi ehtimoli topilsin.

Javob: $\boldsymbol{P = 0{,}729.}$

19-masala. Uchta o`yin kubigi tavakkaliga tashlandi. Kamida bitta kubikda 5 raqami chiqish hodisasining ehtimoli topilsin.

Javob: $P=\frac{91}{216}$.

20-masala. 1-idishda 1-navli mahsulotlar 40%ni, 2-idishda esa 1-navli mahsulotlar 50% ni tashkil etadi. Har bir idishdan 1tadan tavakkaliga mahsulot olindi. Olingan ikkala mahsulotning ham 1-navli bo`lmaslik ehtimoli topilsin.

Javob: $P=\frac{3}{10}$,

21-masala. Taxta yashikda 6 ta detallar bo`lib, ulardan 4 tasi yaroqli. Shu yashikdan tavakkaliga 2 ta detal olindi. Olingan ikkala detalning ham yaroqsiz bo`lishi ehtimolini toping.

Javob: $P=\frac{1}{15}$.

22-masala. Hamshira o`ziga kerakli dorini 3 ta tokchadan izlamoqda. Dorining 1-, 2-, 3- tokchalarda bor bo`lishi ehtimollari mos ravishda 0,5, 0,8, 0,9 ga teng bo`lsa, izlanayotgan dorining faqat bitta tokchada bor bo`lish ehtimolini toping.

Javob: $P=0,14$

23-masala. Haridor o`ziga kerakli oyoq kiyimni 3 ta do`kondan izlamoqda. Poyafzalning 1-, 2-, 3- do`konlarda bor bo`lish ehtimoli mos ravishda 0,7, 0,8, 0,9 ga teng. Izlanayotgan oyoq kiyimning faqat 2 ta do`konlarda bor bo`lishi ehtimoli topilsin.

Javob: $P=0,452$.

24-masala. 10 ta mahsulot ichida 3 tasi yaroqsizdir. Tavakkaliga ular orasidan 2 ta mahsulot ajratildi. Shu ajratilgan mahsulotlardan hech bo`lmaganda bittasi yaroqsiz bo`lishi ehtimoli topilsin.

Javob: $P=\frac{8}{15}$.

25-masala. Idishda 6 ta oq, 5 ta qizil va 9 ta ko`k rangli, bir xil o`lchovli sharlar bor. Idishdan tavakkaliga olingan sharning rangli bo`lishi ehtimoli topilsin.

Javob: $P=0,7$.

26-masala. 3 ta o`q uzishda kamida bitta o`qning nishonga tegish ehtimoli 0,936 ga teng bo`lsa, bitta o`q uzishda nishonga tegish ehtimolini toping.

Javob: $P=0,6$.

27-masala. Tavakkaliga tanlangan musbat, ikki xonali, butun sonning 2 ga ham, 3 ga ham bo`linmaslik ehtimolini toping.

Javob: $P=\frac{1}{3}$.

28-masala. Tavakkaliga tanlangan musbat, butun sonning 2 ga yoki 3 ga bo`linmaslik ehtimoli topilsin.

Javob: $P=\frac{5}{6}$.

29-masala. Birinchi idishda 5 ta o`q, 11 ta qora, 8 ta qizil rangli sharlar bor. Ikkinchi idishda esa 10 ta oq, 8 ta qora, 6 ta qizil sharlar bor. Ikkala idishdan tavakkaliga 1 tadan sharlar olindi. Olingan ikkala sharning ham bir xil rangli bo`lishi ehtimoli topilsin.

Javob: $\boldsymbol{P=0{,}323.}$

30-masala. Ikki idishda 10 tadan sharlar bo`lib, 1-idishda 8 ta qizil 2 ta qora, 2-sida esa, 7 ta qizil 3 ta qora sharlar bor. Ikkala idishdan tavakkaliga 1 ta dan shar olindi. Shu 2 ta shardan kamida baittasining qizil rangli bo`lish ehtimoli topilsin.

Javob: $\boldsymbol{P=\ 0{,}94.}$

## 3-§. To`la ehtimollik va Beyes formulasi

1-masala. Korxonaga keladigan mahsulotlarning 50% ini 1-zavod, 40% ini 2-zavod, 10% ini esa 3-zavodda ishlab chiqariladi. Shu mahsulotlarning yaroqsiz bo`lishi 1-zavod uchun 5% ini, 2-zavod uchun 3% ini, 3-zavod uchun esa 2% ni tashkil etadi. Tavakkaliga tanlangan mahsulotning yaroqsiz bo`lishi ehtimoli topilsin.

Javob: $\boldsymbol{P=0{,}039.}$

2-masala. 1-idishda 8 ta oq, 2 ta qora sharlar,2-idishda 6 ta oq, 4 ta qora sharlar mavjud. 1-idishdan tavakkaliga bitta shar olinib, 2-idishga solingan. So`ngra 2-idishdan tavakkaliga 1 ta shar olingan. Shu olingan sharning oq rangli bo`lish ehtimolini toping.

Javob: $\boldsymbol{P=\frac{34}{55}.}$

3-masala. Yashikdagi detallardan 12 tasi 1-zavodga, 20 tasi 2-zavodga, 18 tasi esa 3-zavodga tegishli bo`lgan detallardir. Tanlangan detalning sifatli (yaroqli) bo`lish ehtimoli 1- zavodda ishlab chiqarilgan detallar uchun 0,9 ga, 2- -va 3-zavodlar uchun esa bu ehtimol mos ravishda 0,6 va 0,9 ga teng. Yashikdan tavakkaliga 1ta detal tanlandi. Shu detalning yaroqli bo`lish ehtimolini toping.

Javob: $\boldsymbol{P=0{,}78.}$

4-masala. Dominoning to`liq to`plamidan (28 dona) tavakkaliga 1 tasi olindi. 2-tavakkaliga olingan dominoni 1-tanlangan dominoga ulash mumkin bo`lish ehtimoli topilsin.

Javob: $\boldsymbol{P=\frac{7}{18}.}$

5-masala. Yig`uv sexiga 1-avtomatdan 20%, 2-avtomatdan 30% 3- avtomatdan esa 50% detallar kelib tushadi. 1-avtomatda tayyorlangan detallarning 0,2% yaroqsiz, 2-avtomatda tayyorlangan detallarning 0,3% yaroqsiz va 3-avtomatda tayyorlangan detallarning 0,1% yaroqsiz bo`lsa, tavakkaliga olingan detalning yaroqsiz bo`lish ehtimoli topilsin.

Javob: $\boldsymbol{P=0{,}0018.}$

6-masala. 1-idishda 8 ta lampa bo`lib, ulardan 2 tasi yaroqsiz, 2-idishda 10 ta lampa bo`lib, ulardan 4 tasi yaroqsizdir. Har bir idishdan tavakkaliga bittadan lampa olindi. Keyin shu tanlangan lampadan yana biri ixtiyoriy ravishda tanlandi. Olingan lampaning yaroqsiz bo`lish ehtimoli topilsin.

Javob: $P=\frac{13}{40}$.

7-masala. Guruhda 10 ta mergan bo`lib, ulardan 5 tasi uchun nishonga tekkizish ehtimoli 0,8 ga teng, boshqa 3 tasi uchun 0,5 ga va qolgan 2 ta mergan uchun esa 0,25 ga teng. Tavakkaliga otilgan o`qning nishonga tekkan bo`lish ehtimolini toping.

Javob: $P=\frac{3}{5}$.

8-masala. Armiya safiga chaqiriluvchi o`smirlardan 50% i 1-viloyatga, 30% i 2-viloyatga va 20% i esa 3-viloyatga tegishlidir. 1-viloyatdagi har bir 100 ta o`smirdan 10 tasi qandaydir kasallik bilan, 2-viloyatda 15 tasi, va 3-viloyatda esa 20 tasi kasallangan. Tavakkaliga tanlangan o`smirlardan biri tibbiy ko`rikdan o`tkazilganda sog`lom bo`lish ehtimoli topilsin.

Javob: $P=0,865$

9-masala. Ichida 3 ta bir xil detali bor idishga 1 ta standart detal tashlangan, so`ngra tavakkaliga shu idishdan 1 ta detal olingan. Olingan detalning standart bo`lishi ehtimoli topilsin. Idishdagi detallarning dastlabki tarkibi (standart yoki nostandart) haqidagi barcha mumkin bo`lgan taxminlar teng imkoniyatli deb faraz qilinadi.

Javob: $P=\ 0,625$.

10-masala. Birinchi idishda 40 ta detallar bo`lib, ulardan 36 tasi standartdir. Ikkinchi idishda 20 ta detallar bo`lib, ulardan 16 tasi standartdir. Ikkinchi idishdan tavakkaliga bitta detal olinib, birinchi idishga solingan., so`ngra birinchi idishdan tavakkaliga bitta detal olingan. Shu olingan detalning standart bo`lish ehtimoli topilsin.

Javob: $P=\ 0,9$.

11-masala. Sportchilar orasida 18 ta chang`ichi, 5 ta velosipedchi va 2 ta yuguruvchi sportchilar bor. Agar normativni bajara olish ehtimoli chang`ichi uchun 0,8 ga, velosipedchi uchun 0,7 ga va yuguruvchi sportchilar uchun esa 0,6 ga teng bo`lsa, tavakkaliga tanlangan sportchining normativni bajara olish ehtimoli topilsin.

Javob: $P=0,764$.

12-masala. 2 ta idishning har birida 10 ta qizil va 5 ta oq sharlar bor. Birinchi idishdan tavakkaliga bir shar olinib, ikkinchi idishga solindi. So`ngra ikkinchi idishdan tavakkaliga 1 ta shar olingan. Shu olingan sharning qizil rangli bo`lishi ehtimoli topilsin.

Javob: $P=\frac{2}{3}$.

13-masala. 3 ta idishlarda sharlar bo`lib, birinchi idishda 2 ta qizil, 6 ta oq sharlar bor. Ikkinchi idishda esa, 3 ta qizil va 8 ta oq sharlar, uchinchi idishda esa 6 ta qizil va 5 ta oq sharlar bor. Tavakkaliga birinchi idishdan bitta shar olinib, ikkinchi idishga solindi. So`ngra 2-idishdan ham tavakkaliga 1 ta shar olinib, uchinchi idishga solindi. Shu uchinchi idishdan ixtiyoriy ravishda olingan sharning qizil rangli bo`lishi ehtimoli topilsin.

Javob: $P = 0,45$

14-masala. Ichida 4 ta shar bo`lgan idishga 1 ta oq shar solingan, so`ngra tavakkaliga idishdan bitta shar olindi. Agar idishdagi sharlarning rangi haqidagi barcha mumkin bo`lgan taxminlar teng imkoniyatli bo`lsa, idishdan olingan sharning oq bo`lishi ehtimoli topilsin.

Javob: $P = 0,6.$

15-masala. 8-masala shartlari bajarilganda sog`lom bo`lgan o`smir 1- viloyatdan bo`lishi ehtimoli topilsin.

Javob: $P = \frac{90}{173}.$

16-masala. 3 ta bir xil idishlarda detallar mavjud bo`lib, 1-idishdagi detallarning $\frac{1}{3}$ qismi yaroqsizdir. Qolgan 2 ta idishlarda esa yaroqsiz detallar yoq. Tekshiruvchi tavakkaliga ixtiyoriy idishdan bitta detal olgan. Shu olingan detalning yaroqsiz bo`lishi ehtimoli topilsin.

Javob: $P = \frac{1}{9}.$

17-masala. 20 ta mergandan 6 tasining o`q uzganda nishonga tekkizish ehtimoli 0,8 ga, 8 tasiniki 0,7 ga, 4 tasiniki ehtimoli 0,6 ga va qolgan 2 tasiniki 0,5 ga teng. Tavakkaliga tanlangan merganning nishonga tekkizish ehtimoli topilsin.

Javob: $P = 0,64.$

18-masala. Yerga ekiladigan o`simliklarning 50% ini A turdagi o`simliklar, 30% ini B turdagi va 20 % ni C turdagi o`simliklar tashkil etadi. A turdagi o`simliklarning unib chiqish ehtimoli 0,8 ga teng, B turdagi o`simliklarniki 0,7 ga va C turdagi o`simliklarniki unib chiqish ehtimoli 0,6 ga teng. Tavakkaliga tanlanib, ekilgan o`simlikning unib chiqish ehtimoli topilsin.

Javob: $P = 0,73.$

19-masala. 1-qutidagi 20 ta lampadan 18 tasi yaroqli. 2-qutidagi 10 ta lampadan 9 tasi yaroqli. Tavakkaliga 2-qutidan 1 ta lampa olinib, 1-qutiga solingan. 1-qutidan tavakkaliga 1 ta olingan lampaning yaroqli bo`lish ehtimoli topilsin.

Javob: $P = 0,9.$

20-masala. Korxonaga 3 ta zavoddan maxsulotlar keltirilgan. 1- zavodning mahsuloti 30% ni, 2-zavodning mahsuloti 36% ni, 3-zavodning mahsuloti 34% ni tashkil etadi. 1-, 2-, 3- zavodlarning mahsulotlaridan mos ravishda 4% i, 3% i, 2% i yaroqsizdir. Korxonadan tavakkaliga olingan mahsulot yaroqsiz bo`lib chiqdi. Shu yaroqsiz mahsulot birinchi zavodga tegishli bo`lishi ehtimoli topilsin.

Javob: $P = \frac{15}{37}.$

21-masala. 26-masala shartlari bajarilganda terma komanda safiga olingan talaba 1-guruh talabasi bo`lishi ehtimoli topilsin.

Javob: $P = \frac{18}{59}.$

22-masala. Ishlab chiqarilayotgan mahsulotning talabga muvofiqligini 2 ta tovarshunos tekshiradi. Mahsulotlarning 1-tovarshunosga kelib tushish ehtimoli 0,55 ga, 2-tovarshunosga kelib tushish ehtimoli 0,45 ga teng. Mahsulotni talabga muvofiq deb qabul qilish ehtimoli 1-tovarshunos uchun 0,9 ga teng, 2- tovarshunos uchun esa bu ehtimol 0,98 ga teng. Tekshirishda mahsulot talabga muvofiq deb qabul qilindi. Bu tovarni 2-tovarshunos tekshirgan bo`lish ehtimolini toping.

Javob: $\boldsymbol{P = 0,47}$

23-masala. Zavod sexida tayyorlanadigan detallar ularning standartligini tekshirish uchun 2 ta tekshiruvchiga kelib tushadi. Detalning 1-nazoratchiga tushish ehtimoli 0,6 ga, 2-nazoratchiga tushish ehtimoli esa 0,4 ga teng. Yaroqli detalni standart deb tan olish ehtimoli 1-nazoratchi uchun 0,94 ga , 2-uchun esa 0,98 ga teng. Tekshirish vaqtida yaroqli detal standart deb qabul qilindi. Shu detalni 1-nazoratchi tekshirgan bo`lishi ehtimoli topilsin.

Javob: $\boldsymbol{P = 0,59.}$

24-masala. Yig`ish sexiga 1-dastgohdan barcha detallarning 40%, 2-va 3-dastgohdan ham 30% kelib tushadi. Har bir dastgoh uchun yaroqsiz detal ishlab chiqarish ehtimollari mos ravishda 0,01, 0,03 va 0,05 ga teng. Tavakkaliga olingan detal yaroqsiz ekanligi ma`lum bo`ldi. Bu detal 1-dastgohda ishlab chiqarilganligi ehtimoli topilsin.

Javob: $\boldsymbol{P = \frac{1}{7}.}$

25-masala. 10 ta bir xil idishlardan 9 tasida 2 ta oq va 2 ta qora sharlar bor. Qolgan 1 ta idishda esa 5 ta oq va 1 ta qora shar bor. Tavakkaliga olingan idishdan oq shar olindi. Shu shar 5 ta oq va 1 ta qora shar bor bo`lgan idishdan olingan bo`lishi ehtimoli topilsin.

Javob: $\boldsymbol{P = \frac{5}{32},}$

26-masala. Talabalarning saralash sport musobaqalarida qatnashish uchun 1-guruhdan 4 ta talaba, 2-guruhdan 6 ta talaba va 3-guruhdan 5 ta talaba ajratilgan. 1-guruh talabasining institut terma komandasiga kirish ehtimoli 0,9 ga, 2-va 3-guruh talabalari uchun esa bu ehtimol 0,7 va 0,8 ga teng. Tavakkaliga olingan talaba musobaqa natijasida terma komanda safiga olindi. Shu talaba 2-guruh talabasi bo`lishi ehtimoli topilsin.

Javob: $\boldsymbol{P = \frac{21}{59}.}$

27-masala. 18 ta mergandan iborat 4 ta guruh bo`lib, 1-guruhdagi 5 ta merganning nishonga tekkizish ehtimoli 0,8 ga, 2-guruhdagi 7 ta merganning nishonga tekkizish ehtimoli 0,7 ga teng. 3-guruhdagi 4 ta mergan uchun bu ehtimol 0,6 ga, qolgan 4-guruhdagi 2 ta merganning nishonga tekkizish ehtimoli 0,5 ga teng. Tavakkaliga tanlangan mergan nishonga qarata o`q uzdi, lekin nishonga tegmadi. Qaysi guruhga tegishli mergan uchun bu ehtimol kattadir?

Javob: 2-guruh uchun.

28-masala. 3 ta bir xil xaltalarning har birida 4 tadan oq va 6 tadan qo`ra sharlar bor. 1-xaltadan tavakkaliga bitta shar olinib, 2-xaltaga solindi, so`ngra 2-xaltadan 1 ta shar olinib, 3-xaltaga solindi. Shu 3-xaltadan tavakkaliga olingan sharning oq rangli bo`lishi ehtimoli topilsin.

Javob: P= 0,4.

29-masala. 3 ta bir xil turdagi qutilar bor. 1-qutida 20 ta yaroqli detallar, 2-qutida esa 10 yaroqli va 10 yaroqsiz detallar, 3-qutida 20 ta yaroqsiz detallar bor ekanligi ma`lum. Tasodifan tanlangan qutidan 1 ta yaroqli detal olindi. Bu detalning 1-qutidan olingan bo`lishi ehtimoli topilsin.

Javob: $P=\frac{2}{3}$.

30-masala. 29-masala shartlari bajarilganda tanlangan yaroqli detalning 2-qutidan olingan bo`lishi ehtimoli topilsin.

Javob: $P=\frac{1}{3}$.

## 4-§. Bernulli formulasi.

1-masala. Tanga 4 marta tashlandi. «Gerbli» tomon ko`pi bilan 2 marta tushish ehtimolini toping.

Javob: $P=\frac{11}{16}$,

2-masala. 2 marta o`q otishda hech bo`lmaganda bir marta mo`ljalga o`q tekkizish ehtimoli 0,96 ga teng. 4 marta o`q otishda, 3 marta mo`ljalga tekkizish ehtimoli topilsin.

Javob: P= 0,4096.

3-masala. Talaba dasturning 60 ta savolidan 50 tasini biladi. Imtihon bileti 3 ta savoldan iborat quyidagi hodisalarning ehtimolini toping:

a) Talaba faqat 2 ta savolga javobni biladi;

b) Talaba 3 ta savolga ham javobni biladi.

Javob: $a)\ P=\frac{75}{216}:\ b)\ P=\frac{125}{216}$.

4-masala. Agar 1 ta sinashda biror hodisaning ro`y berish ehtimoli 0,3 ga teng bo`lsa, u holda 3 ta erkli sinashda shu hodisaning kamida 2 marta ro`y berish ehtimolini toping.

Javob: P= 0,216.

5-masala. O`yin kubigi 3 marta tashlandi. Bunda 6 raqamining 2 marta tushish ehtimolini toping.

Javob: $P=\frac{5}{72}$.

6-masala. Tanga tavakkaliga 8 marta tashlangan. Bunda «Gerbli» tomoni 6 marta tushish ehtimolini toping.

Javob: $P=\frac{7}{64}$.

7-masala. Agar har bir sinashda A hodisaning ro`y berish ehtimoli 0,4 ga teng bo`lsa, 5 ta erkli sinashda hodisaning ko`pi bilan bir marta ro`y berish ehtimolini toping.

Javob: P= 0,337.

8-masala. 7-masala shartlari bajarilganda 5 ta erkli sinashda hodisaning kamida 2 marta ro`y berish ehtimolini toping.

Javob: P = 0,663.

9-masala. Tanga 3 marta tashlangan. «Gerbli» tomoni kamida 2 marta tushish ehtimolini toping.

Javob: P = 0,5.

10-masala. Agar merganning 1 ta o`q uzganda nishonga tekkizish ehtimoli 0,9 ga teng bo`lsa, ketma-ket tavakkaliga uchta o`q uzganda ko`pi bilan ikki marta nishonga tekkizish ehtimoli topilsin.

Javob: P= 0,271.

11-masala. 2 teng kuchli shaxmatchi shaxmat o`ynamoqda. Qaysi birida yutish ehtimoli kattaroq, 4 partiyadan 3 tasini yutishmi yoki 5 partiyadan 4 tasini yutishmi?

Javob: 4 partiyadan 3 tasi.

12-masala. Tanga 4 marta tashlandi. «Gerbli» tomoni kamida 3 marta tushish ehtimolini topilsin.

Javob: $P = \frac{5}{16}$,

13-masala. Agar yaroqsiz detal ishlab chiqarish ehtimoli 0,01 ga teng bo`lsa, tavakkaliga olingan 3 ta detaldan 2 tasining yaroqli bo`lishi ehtimoli topilsin.

Javob: P= 0,03.

14-masala. O`yin kubigi tavakkaliga 3 marta tashlanganda 2 raqamining kamida 1 marta chiqish ehtimoli topilsin.

Javob: P = 0,42.

15-masala. Do`konga kelgan mahsulotlar orasida yaroqsiz mahsulotlar 10% ni tashkil etadi. Tavakkaliga tanlangan 3 ta mahsulotdan kamida 1 tasining yaroqli bo`lishi ehtimoli topilsin.

Javob: P= 0,999.

16-masala. Nishonga qarata o`q uzilganda, o`qning nishonga tegish ehtimoli 0,9 ga teng bo`lsa, 3 marta o`q uzilganda uchala o`qning ham nishonga tegmaslik ehtimoli topilsin.

Javob: P= 0,001.

17-masala. Yaroqsiz detalni ishlab chiqarish ehtimoli 0,05 ga teng bo`lsa, tavakkaliga olingan 5 ta detallar orasida 4 tasining yaroqli bo`lishi ehtimoli topilsin.

Javob: P= 0,2.

18-masala. Ma`lum o`simlik urug'ining unib chiqishi 70% ni tashkil etadi. 5 ta ekilgan urug`dan kamida 4 tasining unib chiqish ehtimoli topilsin.

Javob: P= 0,528.

19-masala. 1 ta lotereya bileti bor bo`lgan kishining yutish ehtimoli 0,01 ga teng bo`lsa, sotib olingan 6 ta biletdan 2 tasiga yutuq chiqishi ehtimoli topilsin.

Javob: P= 0,0014.

20-masala. Tanga 6 marta tavakkaliga tashlangan. «Gerbli» tomonining kamida 2 marta tushish ehtimoli topilsin.

Javob: $P = \frac{57}{64}$,

21-masala. Tanga 4 marta tavakkaliga tashlangan. «Gerbli» tomonining ko`pi bilan bir marta tushish ehtimoli topilsin.

Javob: $P = \frac{5}{16}$,

22-masala. 16-masala shartlari bajarilganda uchchala o`qning ham nishonga tegish ehtimoli topilsin.

Javob: P= 0,729.

23-masala. Mergan nishonga qarata 4 ta o`q uzdi. Agar har bir otishda o'qning nishonga tegish ehtimoli 0,4 ga teng bo`lsa, u holda kamida 1 ta o`qning nishonga tegish ehtimoli topilsin.

Javob: P = 0,8704 .

24-masala. Tanga 6 marta tashlangan. «Gerbli» tomonining ko`pi bilan ikki marta tushish ehtimoli topilsin.

Javob: $P = \frac{11}{32}$.

25-masala. Erkli sinashlarning har birida biror A hodisaning ro`y berish ehtimoli 0,1, ga teng bo`lsa, 5 ta erkli sinashlarda A hodisaning kamida 2 marta ro`y berish ehtimolini toping.

Javob: P = 0,0814.

26-masala. Basketbolchi jarima to`pini 3 marta otmoqda. Har bir otishda to`pning to`rga tushish ehtimoli 0,8 ga teng bo`lsa, to`pning biror marta ham to`rga tushmaslik ehtimoli topilsin.

Javob: P = 0,008

27-masala. 26- masala shartlari bajarilganda to`pning kamida 1 marta to`rga tushish ehtimoli topilsin.

Javob: P= 0,992.

28-masala. Zavoddan kelayotgan detallar partiyasida yaroqsiz detallar bo`lishi ehtimoli 0,1ga teng bo`lsa, tavakkaliga tanlangan 3 ta detal ichida ko`pi bilan 1 ta yaroqsiz detal bo`lishi ehtimoli topilsin.

Javob: P= 0,972.

29-masala. Uskuna «N» ta elementlardan iborat bo`lib, biror T vaqt ichida shu elementlarning ishdan chiqmaslik ehtimoli P ga teng. Elementlar bir biriga bog`liq bo`lmagan holda ishdan chiqadi. Shu elementlardan T vaqt ichida 2 tadan kam bo`lmaganini ishdan chiqish ehtimoli topilsin.

30-masala. Ishchi 6 ta bir xil dastgohga xizmat ko`rsatadi. T vaqt davomida ishchining dastgohga e`tibor qilish ehtimoli P= $\frac{1}{3}$ ga teng bo`lsa, T vaqt davomida ishchining 4 ta dastgohga xizmat qilishi ehtimolini toping.

Javob: P = 0,08.

## 5-§. Laplasning lokal va integral teoremalari

1-masala. Ma`lum o`simlik urug`ining unib chiqish ehtimoli 0,75 ga teng, 500 ta ekilgan urug`dan 130 tasining unib chiqmaslik ehtimoli topilsin.

Javob: P = 0,036.

2-masala. 1 ta o`q uzishda nishonga tekkizish ehtimoli 0,4 ga teng bo`lsa, 320 ta o`q uzishda aniq 100 tasining nishonga tegish ehtimolini toping.

Javob: P = 0,00028.

3-masala. Detalning texnikaviy kontrol bo`limi (OTK) tekshirmagan bo`lish ehtimoli P = 0,2 ga teng. Tasodifan olingan 400 ta detaldan 70 tadan 100 tagachasining texnikaviy kontrol bo`limi tekshirmagan bo`lishi ehtimolini toping.

Javob: P = 0,8882.

4-masala. Agar biror A hodisaning har bir erkli sinovlarda ro`y berish ehtimoli 0,25 ga teng bo`lsa, bu hodisaning 243 ta sinovda rosa 70 marta ro`y berish ehtimolini toping.

Javob: P =0,0231.

5-masala. Agar o`g`il bolaning tug`ilish ehtimoli 0,516 ga teng bo`lsa, 200 ta bir vaqtda tug`ilgan bolalardan o`qil va qiz bolalar sonining teng bo`lishi ehtimolini toping.

Javob: P= 0,05.

6-masala. Tajriba o`tkazilayotgan davrda mahsulotning ishdan chiqish ehtimoli 0,05 ga teng bo`lsa, tasodifan tanlangan 100 ta mahsulotdan tajriba natijasida kamida 5 ta mahsulotning ishdan chiqish ehtimolini toping.

Javob: P= 0,5.

7-masala. 6-masala shartlari bajarilganda 100 ta mahsulotdan ko`pi bilan 4 ta mahsulotning ishdan chiqish ehtimolini toping.

Javob: P = 0,312.

8-masala. Xaridorga 41-o`lchovli poyabzal zarurligi ehtimoli 0,2 ga teng. 750 ta sotib oluvchidan 120 tasidan ko`p bo`lmagani shu o`lchovli oyoq kiyimni talab qilishi ehtimoli topilsin.

Javob: P = 0,003.

9-masala. Darslik 2000 nusxada bosib chiqarilgan. Darslikning varaqlari noto`g'ri terilgan bo`lishi ehtimoli P= 0,01 bo`lsa, butun nusxada rosa 5 ta yaroqsiz kitob bo`lishi ehtimolini toping. (Masalani Puasson formulasi yordamida yeching).

Javob: P =0,0003.

10-masala. Agar chapaqaylar aholining 1% ini tashkil etsa, 200 ta tavakkaliga tanlangan kishilar orasida 4 ta chapaqaylar bo`lishi ehtimolini toping (Masalani Puasson formulasi yordamida yeching).

Javob: P = 0,1039.

11-masala. Zavod do`konga 500 ta sifatli mahsulotlar jo`natdi. Mahsulotlarning yo`lda shikastlanish ehtimoli 0,002 ga teng. Do`konga 3 ta yaroqsiz mahsulot kelgan bo`lishi ehtimolini toping (Masalani Puasson formulasi yordamida yeching).

Javob: P = 0,06.

12-masala. Avvalgi masala shartlari bajarilganda do`konga 3 tadan kam yaroqsiz mahsulot kelgan bo`lishi ehtimoli topilsin.

Javob: P= 0,9195.

13-masala. Agar merganning 1 ta o`q uzganda nishonga tekkizish ehtimoli 0,75 ga teng bo`lsa, uning 100 ta o`q uzganda kamida 70 marta va ko`pi bilan 80 marta nishonga o`q tekkizish ehtimoli topilsin.

Javob: P = 0,7498.

14-masala. Avvalgi masala shartlarida 100 ta o`q uzilganda nishonga ko`pi bilan 70 ta o`q tekkan bo`lishi ehtimoli topilsin.

Javob: P = 0,1251.

15-masala. Tanga 1000 marta tashlandi. «Gerbli» tomoni rosa 500 marta tushishi ehtimolini toping.

Javob: P = 0,025.

16-masala. Tanga 400 marta tashlangan. Uning «Gerbli» tomonining 196 tadan kam bo`lmagan va 206 tadan ko`p bo`lmagan sonda tushish ehtimoli topilsin.

Javob: $P \approx 0{,}3811$.

17-masala. O`yin kubigi 12000 marta tashlandi. Bir raqamining kamida 1900 va k`opi bilan 2150 marta chiqish ehtimoli topilsin.

Javob: $P \approx 0{,}99$.

18-masala. Agar bitta lotereya biletining yutuqli chiqish ehtimoli P=0,6 bo`lsa, 2400 ta lotereya bileti orasida 1400 tasining yutuqli bo`lishi ehtimoli topilsin.

Javob: $P \approx 0{,}0041$.

19-masala. Agar zavodda ishlab chiqarilgan detalning yaroqsiz chiqishi ehtimoli 0,5 ga teng bo`lsa, 400 ta detaldan iborat partiyadagi yaroqsiz detallar soni 200 ta bo`lish ehtimolini toping.

Javob: $P \approx 0{,}039$.

20-masala. Urug`lik bug`doy orasidan begona o`t urug`ining chiqish ehtimoli P= 0,36 bo`lsa, tavakkaliga olingan 10000 dona urug`lik orasida 3600 ta begona o`t urug`i bo`lishi ehtimoli topilsin.

Javob: $P \approx 0{,}00829$.

21-masala. Birinchi sinfga 200 ta o`quvchi qabul qilinishi kerak. Agar o`g`il bola tug`ilish ehtimoli 0,515 ga teng bo`lsa, birinchi sinfga qabul qilinganlar orasida 100 ta qiz bola bo`lishining ehtimoli topilsin.

Javob: $P \approx 0{,}051$.

22-masala. Bir xil va bog`liq bo`lmagan sinashlarning har birida A hodisaning ro`y berish ehtimoli 0,04 ga teng bo`lsa, 2400 ta erkli sinashlarda A hodisaning 110 marta ro`y berish ehtimoli topilsin.

Javob: $P \approx 0,014$.

23-masala. Bir xil va bog`liq bo`lmagan sinashlarning har birida A hodisaning ro`y berish ehtimoli 0,2 ga teng bo`lsa, 100 ta erkli sinashlarda A hodisaning:

a)20 marta; b) kamida 20 marta ro`y berish ehtimoli topilsin.

Javob: a) $P \approx 0,099$; b) $P \approx 0,5$.

24-masala. Tajriba vaqtida uskunaning ishdan chiqish ehtimoli 0,8 ga teng. 100 ta tajriba o`tkazilganda:

a) kamida 70 ta uskunaning,

b) ko`pi bilan 74 ta uskunaning ishdan chiqish ehtimoli topilsin.

Javob: a) $P \approx 0,88$, b) $P \approx 0,066$.

25-masala. Avvalgi masala shartlarida 75 tadan 90 tagacha bo`lgan uskunaning ishdan chiqishi ehtimoli topilsin.

Javob: $P \approx 0,88$.

26-masala. Agar hodisaning har bir tajribada ro`y berish ehtimoli 0,2 ga teng bo`lsa, 400 ta tajriba o`tkazilganda hodisaning rosa 104 marta ro`y berish ehtimoli topilsin.

Javob: $P \approx 0,00055$.

27-masala. Bir xil va bog`liqsiz tajribalarning har birida A hodisaning ro`y berish ehtimoli 0,8 ga teng bo`lsa, A hodisaning 160 ta tajribada 120 marta ro`y berish ehtimoli topilsin.

Javob: $P \approx 0,02$.

28-masala. Bog`liqsiz tajribalarning har birida hodisaning ro`y berish ehtimoli 0,8 ga teng. 100 ta tajriba o`tkazilganda shu hodisaning 70 tadan kam bo`lmagan va 80 tadan ko`p bo`lmaganda ro`y berish ehtimolini toping.

Javob: $P \approx 0,4938$.

29-masala. Biror shaharda 3% aholi sil bilan kasallangan. Tekshirish uchun tavakkaliga 500 ta kishi tanlangan. Shu kishilar orasida sil bilan kasallanganlar soni 14 ta bo`lishi ehtimoli topilsin.

Javob: $P \approx 0,1$.

30-masala. Tanga 400 marta tashlangan. «Gerbli» tomonning tushish soni 190 va 210 sonlari orasida bo`lishi ehtimoli topilsin.

Javob: $P \approx 0,6826$.

## 6-§. Diskret tasodifiy miqdorlar va ularning sonli xarakteristikalari

1-masala. Ikkita o`yin kubigi 1 marta tashlanganda chiqadigan raqamlar yig`indisining matematik kutilishi topilsin.

Javob: $M(x) = 7$.

2-masala. Sakkista detallardan iborat idishda 3 ta nostandart detallar bor. Tavakkaliga ikkita detal olindi. X-diskret tasodifiy miqdor olingan ikkita detallar orasidagi nostandart detallar soning matematik kutilishi topilsin.

Javob: M(x)=0,75.

3-masala. 2 ta o`yin kubigi 1 marta tashlanganda chiqadigan raqamlar ko`paytmasining matematik kutilishi topilsin.

Javob : M(x)=12,25.

4-masala. 1 ta o`q uzganda nishonga tekkizish ehtimoli p= $\frac{1}{3}$ a teng bo`lsa, 4 ta o`q uzganda X-diskret tasodifiy miqdor nishonga tegish sonining matematik kutilishi topilsin.

Javob: M(x)= $\frac{4}{3}$.

5-masala. X-tasodifiy miqdor ikkita $x_1=1, x_2=-1$ qiymatlarni 0,5 ehtimol bilan qabul qiladi. Shu tasodifiy miqdorning dispersiyasi topilsin.

Javob: D(x)=1.

6-masala. X-diskret tasodifiy miqdor 3 ta erkli sinovlarda biror A hodisaning ro`y berishlar sonining matematik kutilishi M(x) = 6 ga teng bo`lsa, shu tasodifiy miqdorning dispersiyasi topilsin.

Javob: D(x)= $\frac{3}{4}$.

7-masala. Agar biror A hodisaning har bir sinovda ro`y berish ehtimoli 0,3 ga teng bo`lsa, X-tasodifiy miqdor A hodisaning 6 ta erkli sinovlarda ro`y berish sonining dispersiyasini toping.

Javob: D(x)= 1,26.

8-masala. Idishda 5 ta sharlar bo`lib, ulardan 2 tasi qora, 3 tasi oq rangli. Tavakkaliga idishdan 2 ta shar olindi. X-tasodifiy miqdor shu olingan 2 ta sharlar orasida qora sharlar sonining matematik kutilishi toplisin.

Javob: M(x)= $\frac{4}{5}$.

9-masala. Avvalgi masala shartlari bajarilganda X-tasodifiy miqdor shu olingan 2 ta sharlar orasidagi qora sharlar sonining dispersiyasi topilsin.

Javob: D(x)= $\frac{9}{25}$.

10-masala. Tanga 4 marta tashlandi. X-tasodifiy miqdor tanganinig raqamli tomonining tushish sonining matematik kutilishi topilsin.

Javob: M(x)= 2.

11-masala. Diskret tasodifiy miqdor X faqat ikkita $X_1$ va $X_2$ qiymat qabul qiladi. ($x_1 < x_2$) X ning $x_1$ qiymatini qabul qilish ehtimoli 0,2 ga ten. Agar X ning matematik kutilishi M(x) = 2,8 va dispersiyasi D(x) = 0,16 ga teng bo`lsa, bu tasodifiy miqdorning taqsimot qonunini toping.

Javob:

| x | 2 | 3 |
|---|---|---|
| P | 0,2 | 0,8 |

12-masala. Avvalgi masala shartlarida $P_1$=0,6 bo`lib, X ning matematik kutilishi M(x) =3,4 va dispersiyasi D(x) = 0,24 ga teng bo`lsa, X-tasodifiy miqdorning taqsimot qonuni topilsin.

Javob:

| x | 3 | 4 |
|---|---|---|
| P | 0,6 | 0,4 |

13-masala. Aspirant tajriba maydonidan 6 ta namuna olib keldi. Shulardan 4 tasida izlanayotgan temir qorishmasi bor. Tavakkaliga 3 ta namuna ajratildi. X-diskret tasodifiy miqdor ajratilgan namunalar orasida izlanayotgan temir qorishmasi borligi soni taqsimotining o`rtacha kvadratik chetlanishi topilsin.

Javob: $\sigma$(x) =0,63.

14-masala. Futbol bo‘yicha institut terma komandasi 12 kishidan iborat bo`lib, ulardan 5 tasi 1-razryadlidir. Tavakkaliga shu komandadan 3 kishi tanlab olindi. Shu tanlanganlar orasidagi 1-razryadlilar soni X-diskret tasodifiy miqdorning matematik kutilishi topilsin.

Javob: M(x) = 1,25.

15-masala. Idishda 2 ta oq va 1 ta qora sharlar bor. Shu idishdan ketma-ket 3 marta shar olindi. Har bir keyingi shar olinishidan avval oldingi shar idishga qaytariladi. Olingan sharlar orasidagi o`q sharlar soni X-diskret tasodifiy miqdorning matematik kutilishi va dispersiyasi topilsin.

Javob: M(x) =2; D(x) =$\frac{2}{3}$ .

16-masala. X-diskret tasodifiy miqdor faqat 2 ta $X_1$ va $X_2$ ($X_1 > X_2$) qiymatlarni qabul qiladi. Agar bu tasodifiy miqdorning $X_1$ qiymat qabul qilish ehtimoli $P_1$ = 0,6 bo`lib, matematik kutilishi M(x) = 2,6 va dispersiyasi D(x) = 0,24 ga teng bo`lsa, X ning taqsimot qonuni topilsin.

Javob:

| x | 3 | 2 |
|---|---|---|
| P | 0,6 | 0,4 |

17-masala. Diskret erkli tasodifiy miqdorlar quyidagi taqsimot qonunlari orqali berilgan. XY-ko`paytmaning matematik kutilishi topilsin.

| x | 1 | 2 |
|---|---|---|
| P | 0,2 | 0,8 |

| y | 0,5 | 1 |
|---|---|---|
| P | 0,3 | 0,7 |

Javob: 1,53.

18-masala. Idishda 10ta bir xil mahsulotlar bo`lib, ulardan 3 tasi sifatsizdir. Shu idishdan tavakkaliga 2 ta mahsulot tanlandi. X-diskret tasodifiy miqdor tanlangan 2 ta mahsulotlar orasidagi sifatsiz mahsulotlar sonining matematik kutilishi topilsin.

Javob: M(x) = 0,6.

19-masala. X-diskret tasodifiy miqdor faqat 2 ta $X_1$ va $X_2$ ($X_1 > X_2$) qiymatlarni qabul qiladi. $P_1$=0,5, M(x) =3,5. D(x) = 0,25 berilgan bo`lsa, X-diskret tasodifiy miqdorning taqsimot qonuni yozilsin.

Javob:

| x | 4 | 3 |
|---|---|---|
| P | 0,5 | 0,5 |

20-masala. Agar X-diskret tasodifiy miqdorning taqsimot qonuni berilgan bo`lsa, uning dispersiyasi topilsin.

| x | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|
| P | 0,3 | 0,2 | 0,5 |

Javob: D(x) = 0,76.

21-masala. Agar 1 ta otishda nishonga tekkizish ehtimoli 0,4 ga teng bo`lsa, 3 ta o`q uzishda X-diskret tasodifiy miqdor nishonga tekkizish sonining matematik kutilishi topilsin.

Javob: M(x) = 1,2.

22-masala. Agar X-diskret tasodifiy miqdorning taqsimot qonuni berilgan bo`lsa, uning o`rtacha kvadratik chetlanishi topilsin.

| x | 1 | 3 | 5 |
|---|---|---|---|
| P | 0,3 | 0,4 | 0,3 |

Javob: $\sigma$(x) ≈ 1,55.

23-masala. Avvalgi masala shartlari bajarilgan X-tasodifiy miqdorning matematik kutilishi topilsin.

Javob: M(x) = 3.

24-masala. Quyidagi jadval ko`rinishida berilgan X-diskret tasodifiy miqdor taqsimotining dispersiyasi topilsin.

| x | 2 | 3 | 5 |
|---|---|---|---|
| P | 0,1 | 0,6 | 0,3 |

Javob: D(x) =1,05.

25-masala. Nishonga qarab 3 ta o`q otilgan bo`lib, har bir o`qning nishonga tegish ehtimoli 0,8 ga teng. X-tasodifiy miqdor o`qning nishonga tekkizish sonining taqsimot qonunini va matematik kutilishini toping.

Javob: M(x)=2,4.

26-masala. Nishonga qarab otilgan o`qning nishonga tekkizish ehtimoli p=0,4 ga teng. Agar 10 ta o`q otilgan bo`lsa, nishonga tegish sonini ifodalovchi tasodifiy miqdorning matematik kutilishi topilsin.

Javob: M(x)=4.

27-masala. 2000 ta mahsulotlardan iborat to`plamdan olingan har bir mahsulotning yaroqsiz bo`lish ehtimoli 0,03 ga teng. X-diskret tasodifiy miqdor to`plamdagi yaroqsiz mahsulotlar sonining matematik kutilishi topilsin.

Javob: M(x) = 60.

28-masala. 4 ta o`zaro bog`liq bo`lmagan tajribada A hodisaning ro`y berish soni X-diskret tasodifiy miqdorning matematik kutilishi M(x)=0,8 ga teng bo`lsa, shu tasodifiy miqdorning dispersiyasi topilsin.

Javob: D(x) = 0,64.

29-masala. X-tasodifiy miqdor 200 ta o`zaro bog`liq bo`lmagan tajribada A hodisaning ro`y berish sonini ifodalaydi. Har bir tajribada shu hodisaning ro`y berish ehtimoli 0,7 ga teng bo`lsa, X-diskret tasodifiy miqdorning dispersiyasi topilsin.

Javob: D(x) = 42.

30-masala. 10 ta detallardan iborat idishda 2 ta nostandart detal bor. Shu idishdan tavakkaliga 2 ta detal tanlab olindi. X-diskret tasodifiy miqdor olingan 2 ta detallar orasidagi nostandart detallar sonining dispersiyasi topilsin.

Javob: D(x) = $\frac{64}{225}$.

## 7-§. Tasodifiy miqdor ehtimollari taqsimotining integral va differensial funksiyalari

X-uzluksiz tasodifiy miqdorning integral funksiyasi F(x) berilgan. Shu tasodifiy miqdorning:

1) differensial fuksiyasini,
2) matematik kutilishi va dispersiyasini,
3) berilgan (α, β) oraliqqa tegishli qiymat qabul qilish ehtimolini toping,
4) integral va differensial funksiyalarning grafiklari yasalsin.

1-masala. $F(x) = \begin{cases} 0, agar \ x \le 0, \\ 4x, agar \ 0 < x \le 0,25, \\ 1, agar \ x > 0,25. \end{cases}$ α=0, β=0,2.

2-masala. $F(x) = \begin{cases} 0, agar \ x \le 0, \\ 4x, agar \ 0 < x \le \frac{1}{3}, \\ 1, agar \ x > \frac{1}{3}. \end{cases}$ α=0, β=0,25.

3-masala. $F(x) = \begin{cases} 0, agar \ x \le 0, \\ x^2, agar \ 0 < x \le 1, \\ 1, agar \ x > 1. \end{cases}$ α=0, β=0,8.

4-masala. $F(x) = \begin{cases} 0, agar \ x \le 0, \\ 2x, agar \ 0 < x \le 0,5 \\ 1, agar \ x > 0,5 \end{cases}$ α=0, β=0,25.

5-masala. $F(x)=\begin{cases} 0, \ agar \ \ x \le 0, \\ 3x^2+2x \ agar \ 0<x\le \dfrac{1}{3}, \\ 1, agar \ x>\dfrac{1}{3}. \end{cases}$ α=0, β=0,25.

6-masala. $F(x)=\begin{cases} 0, agar \ \ x \le 0, \\ 6x, agar \ 0<x\le \dfrac{1}{6}, \\ 1, agar \ x>\dfrac{1}{6}. \end{cases}$ α=0, β= $1/7$.

7-masala. $F(x)=\begin{cases} 0, agar \ \ x \le 2, \\ \dfrac{x}{2}-1, agar \ 2<x\le 4, \\ 1, agar \ x>4. \end{cases}$ α=3 , β=4.

8-masala. $F(x)=\begin{cases} 0, agar \ \ x \le 0, \\ 1-\cos x, agar \ 0<x\le \dfrac{\pi}{2}, \\ 1, agar \ x>\dfrac{\pi}{2}. \end{cases}$ α=0 , β= $\frac{\pi}{4}$.

9-masala. $F(x)=\begin{cases} 0, agar \ \ x \le 0, \\ \sin x \ \ , agar \ 0<x\le \dfrac{\pi}{2}, \\ 1, agar \ x>\dfrac{\pi}{2}. \end{cases}$ α=0 , β= $\frac{\pi}{3}$.

10-masala. $F(x)=\begin{cases} 0, agar \ \ x \le 0, \\ 2\sin x, agar \ 0<x\le \dfrac{\pi}{6}, \\ 1, agar \ x>\dfrac{\pi}{6}. \end{cases}$ α=0 , β= $\frac{\pi}{6}$.

11-masala. $F(x)=\begin{cases} 0, agar\ x\le 0, \\ \dfrac{x^2}{9}, agar\ 0<x\le 3, \\ 1, agar\ x>3. \end{cases}$ α=0 , β= 2.

12-masala. $F(x)=\begin{cases} 0, agar\ x\le 0, \\ \sin x, agar\ 0<x\le \dfrac{\pi}{2}, \\ 1, agar\ x>\dfrac{\pi}{2}. \end{cases}$ α=0 , β= $\frac{\pi}{4}$.

13-masala. $F(x)=\begin{cases} 0, agar\ x\le 0, \\ \dfrac{x^2+x}{2}, agar\ 0<x\le 1,, \\ 1, agar\ x>1. \end{cases}$ α=0 , β= 0,5.

14-masala. $F(x)=\begin{cases} 0, agar\ x\le -2, \\ \dfrac{x}{4}+\dfrac{1}{2}, agar\ -2<x\le 2,, \\ 1, agar\ x>2. \end{cases}$ α=-1, β= 1.

15-masala. $F(x)=\begin{cases} 0, agar\ x\le 0, \\ \dfrac{1-\cos x}{2}, agar\ 0<x\le \pi, \\ 1, agar\ x>\pi. \end{cases}$ α=0,5 $\pi$, β= $\pi$.

16-masala. $F(x)=\begin{cases} 0, agar\ x\le 0, \\ x^3, agar\ 0<x\le 1,, \\ 1, agar\ x>1. \end{cases}$ α=0,5, β=1.

17-masala. $F(x)=\begin{cases} 0, agar\ x\le 1, \\ \dfrac{x-1}{2}, agar\ 1<x\le 3, \\ 1, agar\ x>3. \end{cases}$ α=2, β=3.

18-masala. $F(x) = \begin{cases} 0, agar \ \ x \le 2, \\ \dfrac{x^2 - 2x}{3}, agar \ 2 < x \le 3, \\ 1, agar \ x > 3. \end{cases}$ α= 2,5, β=3.

19-masala. $F(x) = \begin{cases} 0, agar \ \ x \le 0, \\ \dfrac{x^3 - 2x}{4}, agar \ 0 < x \le 2, \\ 1, agar \ x > 2. \end{cases}$ α= 1, β=2.

.

20-masala. $F(x) = \begin{cases} 0, agar \ \ x \le 0, \\ \dfrac{x^2}{4}, agar \ 0 < x \le 2, \\ 1, agar \ x > 2. \end{cases}$ α= 1, β=2.

21-masala. $F(x) = \begin{cases} 0, agar \ \ x \le \dfrac{3\pi}{4}, \\ \cos 2x, agar \ \dfrac{3\pi}{4} < x \le \pi, \\ 1, agar \ x > \pi. \end{cases}$ α=$\frac{5\pi}{6}$, β=$\pi$.

22-masala. $F(x) = \begin{cases} 0, agar \ \ x \le 3, \\ \ln\dfrac{x}{3}, agar \ 3 < x \le 3e, \\ 1, agar \ x > 3e. \end{cases}$ α=2$e$, β=3$e$.

23-masala. $F(x) = \begin{cases} 0, agar \ \ x \le -1, \\ \sqrt{x+1}, agar \ -1 < x \le 0, \\ 1, agar \ x > 0. \end{cases}$ α=-0,5, β=0.

24-masala. $F(x) = \begin{cases} 0, agar \ \ x \le \dfrac{1}{3}, \\ \dfrac{3x-1}{5}, agar \ \dfrac{1}{3} < x \le 2,, \\ 1, agar \ x > 2. \end{cases}$ α=0,5, β=1.

25-masala. $F(x) = \begin{cases} 0, agar \ \ x \le 1, \\ \dfrac{x^2+3x-4}{6}, agar \ 1 < x \le 2, \\ 1, agar \ x > 2. \end{cases}$ , $\alpha=1{,}5$, $\beta=2$.

26-masala. $F(x) = \begin{cases} 0, agar \ \ x \le 0, \\ \dfrac{x^3+x}{2}, agar \ 0 < x \le 1, \\ 1, agar \ x > 1. \end{cases}$ $\alpha=0{,}5$, $\beta=1$.

27-masala. $F(x) = \begin{cases} 0, agar \ \ x \le 0, \\ \dfrac{2x^2+x}{3}, agar \ 0 < x \le 1, \\ 1, agar \ x > 1. \end{cases}$ $\alpha=0{,}5$, $\beta=1$.

28-masala. $F(x) = \begin{cases} 0, agar \ \ x \le 4, \\ ln\dfrac{x}{4}, agar \ 4 < x \le 4e,, \\ 1, agar \ x > 4e. \end{cases}$ $\alpha=2e$, $\beta=3e$.

29-masala. $F(x) = \begin{cases} 0, agar \ \ x \le 0, \\ \dfrac{\sqrt{x}}{2}, agar \ 0 < x \le 4, \\ 1, agar \ x > 4. \end{cases}$ $\alpha=1$, $\beta=2$.

30-masala. $F(x) = \begin{cases} 0, agar \ \ x \le -0{,}2, \\ 5x+1, agar \ \text{-}0{,}2 < x \le 0, \\ 1, agar \ x > 0. \end{cases}$ $\alpha=-{}^{1}/_{6}$, $\beta=0$.

## 8-§. Normal taqsimot qonuni

Agar X-tasodifiy miqdor normal taqsimlangan bo`lib, uning matematik kutilishi «a» va o`tracha kvadratik chetlanishi «$\sigma$» berilgan bo`lsa:

1) X-tasodifiy miqdorning differensial funksiyasini;
2) X-tasodifiy miqdorning berilgan ($\alpha$, $\beta$) oraliqdagi qiymatni qabul qilish ehtimolini;
3) (x-a) ning absolyut qiymati berilgan «$\delta$» sonidan kichik bo`lish ehtimolini toping.

| | a | $\sigma$ | $\alpha$ | $\beta$ | $\delta$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 5 | 4 | 9 | 4 |
| 2 | 3 | 2 | 3 | 10 | 4 |
| 3 | 13 | 2 | 11 | 16 | 5 |
| 4 | 17 | 4 | 15 | 27 | 8 |
| 5 | 18 | 5 | 16 | 28 | 10 |
| 6 | 15 | 5 | 13 | 25 | 10 |
| 7 | 7 | 4 | 3 | 10 | 2 |
| 8 | 4 | 5 | 2 | 11 | 3 |
| 9 | 14 | 4 | 12 | 24 | 8 |
| 10 | 6 | 3 | 2 | 11 | 3 |
| 11 | 13 | 2 | 11 | 16 | 4 |
| 12 | 7 | 2 | 3 | 10 | 4 |
| 13 | 12 | 4 | 10 | 22 | 8 |
| 14 | 8 | 1 | 4 | 9 | 5 |
| 15 | 11 | 5 | 9 | 21 | 10 |
| 16 | 9 | 5 | 5 | 14 | 7 |
| 17 | 10 | 4 | 8 | 10 | 8 |
| 18 | 6 | 3 | 2 | 12 | 6 |
| 19 | 6 | 9 | 3 | 12 | 18 |
| 20 | 23 | 5 | 20 | 30 | 10 |
| 21 | 24 | 6 | 21 | 30 | 9 |
| 22 | 25 | 7 | 18 | 39 | 14 |
| 23 | 13 | 2 | 11 | 16 | 4 |
| 24 | 10 | 2 | 4 | 15 | 5 |
| 25 | 19 | 2 | 17 | 29 | 9 |
| 26 | 2 | 6 | 4 | 9 | 6 |
| 27 | 12 | 4 | 7 | 18 | 5 |
| 28 | 9 | 6 | 5 | 14 | 3 |
| 29 | 10 | 4 | 2 | 13 | 4 |
| 30 | 8 | 5 | 3 | 15 | 10 |

## GLOSSARIY

**I –tur xatolik-** qaror qabul qilish jarayonida to‘g‘ri gipotezaning inkor etilishi.

**II-tur xatolik-** qaror qabul qilish jarayonida noto‘g‘ri gipotezening qabul qilinishi.

**Alternativ gipoteza-** qaralayotgan asosiy gipotezadan boshqa gipotezalar

**Asosiy gipoteza-** to‘g‘ri yoki noto‘g‘riligi tekshirilayotgan gipoteza.

**Asosli baho-**tanlanma taqsimotining noma’lum parametrining bahosining noma’lum parametrga baho qiymatlarining yaqin bo‘lishi.

**Baho-** tanlanmaning har qanday sonli funksiyasi.

**Bernulli sxemasi-**ikki natijaga ega bo‘ladigan bog‘liqmas sinovlar ketma-ketligi.

**Birgalikda bo‘lmagan hodisa-**bir vaqtda ro‘y berishi mumkin bo‘lmagan hodisalar.

**Bog‘liq hodisalar-**birining ro‘y berishi, ikkinchisining ro‘y bergan yoki ro‘y bermaganligiga bog‘liq bo‘lgan hodisalar.

**Bog‘liqmas sinovlar-** qaror qabul qilish jarayonida.

**Bog‘liqmas hodisalar-**natijalari bog‘liqmas bo‘lgan sinovlar.

**Vaqtga bog‘liq qator-** sonli ketma- ketlik bo‘lib, uning elementlari vaqtga bog‘liq jarayonning qiymatlaridan iborat.

**Variatsion qator-**o‘sish tartibida joylashgan sonlar ketma-ketligi.

**Gistogramma-** interval variatsion qator berilishining grafik usuli.

**Diskret tasodifiy miqdor-**chekli yoki sanoqli sondagi turli qiymatlarni qabul qilishi mumkin bo‘lgan tasodifiy miqdor.

**Dispersion tahlil**-sifat omillarining o‘zgarishiga bog‘liq natijalarning statistik tahlil qilinishi.

**Dispersiya-**tsaodifiy miqdor qabul qiladigan qiymatlarning, shu tasodifiy miqdor matematik kutilishidan o‘tacha chetlanishini ko‘rsatuvchi kattalik.

**Zichlik funksiya-**uzluksiz tasodifiy miqdor taqsimot funksiyasining hosilasi.

**Intervalli baho**-baholanayotgan parametrni qoplaydigan intervalning uchlari bo‘lgan ikkita son bilan aniqlanadigan baho.

**Ishonchlilik oralig‘i-**baholanayotgan noma’lum parametr qiymatlari ma’lum bir ehtimollik bilan joylashishi mumkin bo‘lgan oraliq.

**Katta sonlar qonuni-**tasodifiy miqdorlar ketma-ketligining ma’lum shartlarda o‘zgarmas songa yaqinlashishi.

**Kovariatsion tahlil**- ($a_1$,$a_2$,...,$a_{L,}$□□□$^2$) modelning parametrlarini nuqtaviy va intervalli baholarini topish, ular haqidagi har xil gipotezalarni tekshirish imkoniyati.

**Korrelyatsion bog‘lanish-**bir tasodifiy miqdorning qiymatlari o‘zgarganda ikkinchi tasodifiy miqdor shartli o‘rta qiymatining o‘zgarishi.

**Korrelyatsion tahlil**-sifat belgilariga va miqdoriy belgilarga ega bo‘lgan nazariy-ehtimoliy modellarni o‘rganish bilan shug‘ullanadi, ya’ni regression va dispersion usullarni birlashtiradi.

**Kriteriyning quvvatini oshirish**-II –tur hatolikni kamaytirish.

**Lyapunov sharti-**bir xil taqsimlangan tasodifiy miqdorlar ketma –ketligi uchun markaziy limit teroremasining o‘rinli bo‘lish sharti.

**Markaziy limit teorema-**normal taqsimot funksiyasiga yaqinlashishni ifodalovchi har qanday limit teorema.

**Matematik kutilish-**tasodifiy miqdor qabul qilishi mumkin bo‘lgan o‘rtacha qiymat.

**Momentlar usuli-**tanlanma noma’lum parametrini baholashda nazariy momentlarni empirik momentlarga tenglash natijasida hosil bo‘ladigan tenglamalar sistemasini yechish natijasida hosil bo‘lgan bahoni tanlash.

**Muqarrar hodisa-**ma’lum shartlar kompleksi bajarilganda, har doim ro‘y beradigan hodisa.

**Murakkab gipoteza-**tarkibida ikki va undan ortiq taqsimot qonuniga ega bo‘lgan gipoteza.

**Poligon-**diskret variatsion qator berilishining grafik usuli.

**Reprezentativ tanlanma-** asosiy to‘plamning xususiyatlarini to‘la aks holda ettirish.

**Ro‘y bermaydigan hodisa-**ma’lum shartlar kompleksi bajarilganda ro‘y berishi mumkin bo‘lmagan hodisa.

**Siljimagan baho-**bahoning matematik kutilishi baholanayotgan parametrga teng bo‘lishi.

**Sodda gipoteza-**tarkibida bitta taqsimot qonuni bo‘lgan gipoteza.

**Statistik bog‘lanish-** bir tasodifiy miqdorning qiymatlari o‘zgarganda ikkinchi tasodifiy miqdor taqsimot qonunining o‘zgarishi.

**Statistik gipoteza-**tanlanma noma’lum taqsimot qonunining ko‘rinishi haqidagi har qanday gipoteza.

**Statistika-** tanlanma elementlaridan tashkil topgan har qanday sonli funksiya.

**Takrorlanuvchi tanlanma-** har bir tanlangan element asosiy to‘plamga tanlanma qaytarilishi.

**Taqsimot qonuni-**diskret tasodifiy miqdorlar qabul qiladigan qiymatlar va shu qiymatlarni qabul qilish ehtimollari.

**Taqsimot funksiya-**X tasodifiy miqdorning x qiymatdan kichik bo‘lish ehtimoli.

**Taqsimotning empirik funksiyasi-** har bir $x_i$ qiymat uchun $X<x$ hodisaning nisbiy chastotasini aniqlaydigan funksiya.

**Tanlanma-**bog‘liqmas va bir xil taqsimlangan tasodifiy miqdorlar ketma-ketligi.

**Tasodifiy miqdor-**elementar hodisalar fazosida aniqlangan har qanday sonli funksiya.

**Tasodifiy hodisa-**ma’lum shartlar kompleksi bajarilganda ro‘y berishi ham, bo‘y bermasligi ham mumkin bo‘lgan hodisa.

**Teng imkoniyatli hodisalar-**ro‘y berish imkoniyatlari bir xil bo‘lgan hodisalar.

**Trend-** doimo ta’sir etuvchi faktorlarni silliq o‘zgarishini ifodalovchi komponenta trend deb ataladi.

**Uzluksiz tasodifiy miqdor-**qabul qiladigan qiymatlari sonlar o‘qining birorta oralig‘ini to‘ldirishi mumkin bo‘lgan tasodifiy miqdor.

**O‘rtacha kvadratik chetlanish-**tasodifiy miqdor dispersiyasining kvadrat ildizdan chiqarilgan kattalik.

**Funksional bog‘lanish-**ikki nuqta orasida bir qiymatli moslik o‘rnatilishi.

**Haqiqatga eng yaqin baholash usuli-**tanlanmaning noma’lum parametrini baholashda, noma’lum parametrini tanlanmaning ro‘y berishi eng katta ehtimolga ega bo‘lishi shartida topish usuli.

**Hodisalarning to‘la guruhi -** juft–jufti bilan birgalikda bo‘lmagan va yig‘indisi muqarrar hodisaga teng bo‘lgan hodisalar guruhi.

**Hodisa-**elementar hodisalar fazosining har qanday qismi.

**Shartli ehtimol-** bir hodisaning ikkinchi ro‘y berganligi shartidagi ehtimollik.

**Elementar hodisalar fazosi-**har qanday bo‘sh bo‘lmagan to‘plam. Odatda elementar hodisalar fazosi sifatida tajribaning mumkin bo‘lgan barcha natijalaridan iborat bo‘lgan to‘plam qaraladi.

**Elementar hodisa-**elementar hodisalar fazosining elementi.

**Eng katta ehtimolli son**-bog‘liqmas tajribalar ketma-ketligida biror hodisaning eng katta ehtimollikka ega bo‘lgan ro‘y berishlari soni.

**Effektiv baho-**noma’lum parametr uchun baholarning eng kichik dispersiyaga ega bo‘lishi.

**Ehtimol-**hodisaning ro‘y berish imkoniyatini ko‘rsatuvchi kattalik.

# ILOVALAR

## TESTLAR

Agar X va Y erkli tasodifiy miqdorlar bo`lsa, u holda
*D(X+Y)=D(X)+D(Y);
D(X+Y)=D(X)*D(Y);
D(X+Y)=D(X)-D(Y);
D(X+Y)=D(X)+D(Y)+D(XY).
Agar C- o`zgarmas X tasodifiy miqdorlar bo`lsa , u holda:
*D(C+X)=D(X);
D(C+X)=C+D(X);
D(C+X)=C-D(X);
D(C+X)=C.
X: 2 3 10 P: 0,1 0,4 0,5 bo`lsin, G(X) - o`rtacha kvadratik og`ishini toping.
* $\sqrt{1{,}04}$
$\sqrt{54}$
$\sqrt{13{,}04}$
$\sqrt{6{,}4}$
X: 1 2 5 100 P: 0,6 0,2 0,19 0,01 bo`lsin, M(X)=?
*2,95
2
5
1
D(X) = 0,001 bo`lsa , $|X - M(X)| <$ 0,1 ning ehtimolini , Chebishev tengsizligi bo`yicha baholang.
*P$\geq$0,9
P$\geq$0,1
P$\geq$0,001
P< 9
Quyidagilar berilgan : P($|X - M(X)|$<ε) $\geq$ 0,9 ; D(X) = 0,004 Chebishev tengsizligidan foydalanib ε ni toping.
*0,2
0,004
0,9
0,904
X tasodifiy miqdorning taqsimot funksiyasi deb quyidagi ehtimollikka aytiladi:
*F(x) = P(X<x)
F(x) = P(X=x)
F(x) = P(X>x)
F(x) = P(X<x)+ P(X=1)
Taqsimot funksiyaning qiymatlar sohasi:
*[0;1]
[0;1)
(0,1)
(0,1]
P(a$\leq$ X<b) ehtimollik F(x) orqali quyidagicha topiladi:
*F(b)-F(a)
F(b)+F(a)
F(b-0)-F(a+0)
F(b-0)+F(a+0)
Sinash natijasida X miqdor (0;2) intervalga tegishli qiymat qabul qilish ehtimolini toping.
*0,5
0,2
0,25
0,75
X tasodifiy miqdorning mumkin bo`lgan qiymatlari (a;b) intervalga tegishli bo`lsa, u holda :
*x$\leq$a da F(x)=0;
x$\geq$ b da F(x)=1;
x$\leq$a da F(x)=1;
x$\geq$ b da F(x)=0,
X Uzluksiz tasodifiy miqdorning tayin 1ta qiymat qabul qilish ehtimoli:
*0 ga teng

1 ga teng
0.5 ga teng
0.25 ga teng
Agar uzluksiz tasodifiy miqdorning mumkin bo`lgan qiymatlari butun OX o`qda joylashgan bo`lsa u holda quyidagi limit munosabatlar o`rinli
* $\lim\limits_{x\to\infty} F(x)=0; \lim\limits_{x\to\infty} F(x)=1,$
$\lim\limits_{x\to+\infty} F(x)=0; \lim\limits_{x\to-\infty} F(x)=1,$
$\lim\limits_{x\to-\infty} F(x)=0;$
$\lim\limits_{x\to+\infty} F(x)=1,$
X tasodifiy miqdorning f(x) zichlik funksiyasi F(x) taqsimot funksiya yordamida quyidagicha toipladi;
*f(x)=F'(x)
$f(x)=\lim\limits_{t\to x} F(t)$
$f(x)=\int F(x)dx$
$f(x)=F(x+0).$
P(a<X<b) ehtimollik zichlik funksiya yordamida quyidagicha aniqlanadi:
* $\int_a^b f(x)dx$
$f(b)-f(a)$
$f(b)+f(a)$
$\int_a^b f(x)dx+f(a)$
f(x) zichlik funksiyani bilgan holda F(x) ni quyidagicha topish mumkin :
* $F(x)=\int_{-\infty}^{x} f(t)dt$
$F(x)=f'(x)$
F(x) = $\int_x^{\infty} f(t)dt$
F(x)= $\int_0^x f(t)dt$
f(x) zichlik funksiyaning qiymatlari :
*$[0,\infty)$ oraliqda
$(0,\infty)$ oraliqda
[0,1 ] oraliqda
[0, 1) oraliqda
Zichlik funksiyani quyidagi xosasi doimo to`g`ri:
* $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx=1$
f `(x)≥0
f `(x)≤ 0
$\int_a^b f(x)dx=1$
[a;b] da qiymatlari bo`lgan X uzluksiz tasodifiy miqdorning matematik kutilmasi quyidagicha aniqlansin:
*M(X)=$\int_a^b xf(x)dx$
M(X)=$\int_a^b x^2 f(x)dx$
M(X)= f(b)- f(a)
M(X)=$\dfrac{f(b)+f(a)}{2}$
X uzluksiz tasodifiy miqdorning ($x\in$ [a,b] ) dispersiyasi quyidagicha topiladi:
* D(X)= $\int_a^b (x-M(X))^2 f(x)dx$
D(X)= $\int_a^b (x-M(X))\ f(x)dx$
D(X)= $f^2(b)- f^2(a)$
D(X)= $(f^2(b)+ f^2(a))/2$
Agar F(x,y) 2 o`lchovli (X,Y) tasodifiy miqdorning taqsimot funksiyasi bo`lsa , u holda :
*$0\le F(x,y)\le 1$
$F(x,y)\le 1$
$F(x,y)\ge 0$
$0\prec F(x,y)\prec 1$

F(x,y)  (X,Y) ning taqsimot funksiyasi bo`lsa, u holda :
*har bir argument bo`yicha chapdan uzluksiz
kamayuvchi funksiyabo`ladi
qat`iy o`suvchi funksiya bo`ladi
qat`iy kamayuvchi funksiya bo`ladi
Agar f(x,y)  (X,Y) ning zichlik funksiyasi bo`lsa , u holda
* $f(x,y) \geq 0$
$f(x,y) \leq 1$
$f(x,y) \succ 0$
$0 \leq f(x,y) \leq 1$
Agar X va Y tasodifiy miqdorlar erkli bo`lsa, u holda;
* $F(x,y) = F_x(x) F_y(y)$
$F(x,y) = F_x(x) +_y(y)$
$F(x,y) = F_x(x)$
$F(x,y) = F_y(y)$
2 ta erkli tasodifiy miqdorlarning korrelyasion momenti:
*0 ga teng
1 ga teng
0.5 ga teng
0.25 ga teng
Emperik taqsimot f-ya:
*taqsimot f-ya ning baxosi bo`ladi,
zichlik f-ya ning bahosi bo`ladi,
matematik kutilmaning bahosi,
dispersiyaning bahosi.
Poligon va gistogramma:
*zichlik f-ya ning bahosi bo`ladi,
taqsimot f-ya ning baxosi bo`ladi,
matematik kutilmaning bahosi,
dispersiyaning bahosi.
Tanlama o`rta qiymat :
*matematik kutilmaning bahosi,
dispersiyaning bahosi.
taqsimot funktsiyaning baxosi bo`ladi,
zichlik funktsiyaning bahosi bo`ladi,,
Tanlama dispersiya :
*dispersiyaning bahosi.
matematik kutilmaning bahosi,
taqsimot funktsiyaning baxosi bo`ladi,
zichlik funktsiyaning bahosi bo`ladi,
Tanlama korrelyasiya koeffisentining qiymatlar sohasi:
*[0,1]
(0,1)
[0,1)
(0,1]
Agar korrelyasiya koeffisentiningabsolyut qiymati 1 ga teng bo`lsa u holda belgilarning kuzatilayotgan qiymatlari..
*chiziqli funksional bog`lanish bilan bog`langan
kvadratik funksional bog`lanish bilan bog`langan
umuman bog`lanmagan
qisman bog`langan
2 ta tanga 1 vaqtda tashlangan .2 marta gerbli tomon tushish hodisasini ehtimolini toping
*0.25
0.5
0.125
0
2 ta soqqa tashlanagan tushgan ochkolar yig`indisi 5 ga . ko`paytmasi 4 ga teng bo`lish hodisasi ehtimolini toping
*1/18
1/36
4/9
3/18
Radiusi 5 bo`lgan doiraga radiusi 2 bo`lgan kichik doira joylashtirilgan Katta doiraga tasodifan tashlangan nuqtaning kichik doiraga tushish hodisasi ehtimolini toping,
*4/25
2/5
7/2
1/3

Talaba kollokviumdagi 25 ta savoldan 20 tasini bilib keldi. Domla unga 3 ta savol berdi . talabani 3 chala savolni bilish ehtimolini toping.
*57/115
19/115
18/115
4/115
Chigitning unuvchanlik ehtimoli 0.7 bo`lsa ekilgan 5 ta chigitdan 3 tasining unub chiqish ehtimolini toping.
*0.3087
0.5
0.3
1
Tanga 1 marta tashlandi Agar gerb tushish hodisasi ehtimoli 0.5 bo`lsa, gerb tushishlar sonini matematik kutilmasi topilsin.
*0.5
0,25
0
0,75
Har bir sinovda 0.7 ehtimol bilan sodir bo`ladigan hodisaning 10 ta bog`liq bo`lmagan sinovda sodir bo`lishlar sonini matematik kutilmasi toping.
*7
70
0.7
0.07
Hodisa 20 ta bog`liq bo`lmagan sinovlarning har birida 0,5 ehtimol bilan ro`y bersa, ro`y berishlar sonining dispersiyasini toping.
*5
50
500
0,5
Agar X va Y tasodifiy miqdorlarning matematik kutilmalari mos ravishda 2 va 3 bo`lsa, X+2Y tasodifiy miqdorlarning matematik kutilmasini toping.
*8
6
5
14
Tasodifiy miqdor X ning zichlik funksiyasi berilgan :F(x) =
$\begin{cases} \frac{1}{2}x-5, x\in[10;12] \\ 0, x\notin[10;12] \end{cases}$ X ning matematik kutilmasini toping.
*34/3
1/3
0,526
3/34
X tasodifiy miqdorning taqsimot funksiyasi berilgan:F(x)=
$\begin{cases} 0, x\le -1 \\ \frac{3}{4}x+\frac{3}{4}, -1<x\le\frac{1}{3} \\ 1, x>\frac{1}{3.} \end{cases}$ $x\in(0;\frac{1}{3})$
hodisaning ehtimolini toping.
*1/4
1/2
1/3
0
Agar D(X)=0,001 bo`lsa, $|X-M(X)<0,1|$ ning ehtimoli (P) ni Chebishev tengsizligi bilan baholang.
* P>0,9
P<0,9
P>0,001
P>0,1
A- biror hodisa bo`lsin . A hodisaga … hodisa deb, A hodisaning yuz bermasligidan iborat bo`lgan hodisaga aytiladi. Nuqtalar o`rniga to`g`ri javobni qo`ying.
*qarama-qarshi

to`ldiruvchi
birgalikda
erkli
A va B hodisalardan birining yuz berishi 2-sining yuz berishini yoqqa chiqarsa, u holda A va B … hodisalar deyiladi. Nuqtalar o`rniga to`g`ri javobniqo`ying.
*birgalikda bo`lmagan
qarama-qarshi
muqarrar
mumkin bo`lmagan
Ehtimollikni klassik ta`rifi A hodisaning ehtimoli A hodisaning ro`y berishiga qulaylik tug`duruvchi hodisalar sonining … barcha elementar hodisalar soniga nisbatiga aytiladi. Nuqtalar o`rniga to`g`ri javobniqo`ying.
*teng imkoniyatli
birgalikda bo`lmagan
qarama-qarshi
muqarrar
Istalgan A hodisaning ehtimoli P(A) quyidagi shatrni qanoatlantiruvchi to`g`ri javobni toping.
*$0 \le P(A) \le 1$
$0<P(A)<1$
$P(A)=1$
$P(A)=0$
Agar A va $\vec{A}$ lar qarama - qarshi hodisalar bo`lsa, u holda quyidagilardan qaysi biri to`g`ri?
*$P(A)+P(\vec{A})=1$
$P(A)+P(\vec{A})=0$
$P(A)-P(\vec{A})=1$
$P(A)=1/2$, $P(\vec{A})=1/2$
Agar 2ta hodisadan birining ehtimoli 2- sining yuz berishi yoki yuz bermasligi natijasida o`zgarmasa , u holda bu hodisalar … hodisalar deyiladi. Nuqtalar o`rniga to`g`ri javobniqo`ying.
*erkli
erksiz
muhim
to`g`ri
2 ta birgalikda bo`lmagan hodisalardan istalgan birining ro`y berish ehtimoli bu hodisalar ehtimolligining … teng. Nuqtalar o`rniga to`g`ri javobniqo`ying.
*yig`indisiga
ayirmasiga
ko`paytmasiga
nisbatiga
2 ta bog`liq hodisaning birgalikda ro`y berish ehtimoli ulardan birining ehtimolining 2-sining 1- ro`y bergan shart ostidagi sharli ehtimolligi … teng. Nuqtalar o`rniga to`g`ri javobniqo`ying.
*ko`paytirilganiga
qo`shilganiga
ayrilganiga
bo`linganiga
Agar X tasodifiy miqdor 0,1,2,…,n qiymatlarni $P(X=k)= C^k_n p^k q^{n-k}$, k= 0,1,2,…,n ehtimol bilan qabul qilsa, bu tasodifiy miqdor … taqsimotga ega deyiladi. Nuqtalar o`rniga to`g`ri javobniqo`ying.
*binomial
Puasson
Geometrik
normal
Agar X tasodifiy miqdor 0,1,2,… qiymatlarni $P(X=k)=\frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}$, $\lambda>0$ , k= 0,1,2,… ehtimol bilan qabul qilsa, X tasodifiy miqdor … taqsimotiga ega deyiladi. Nuqtalar o`rniga to`g`ri javobniqo`ying.
*Puasson

binomial
Geometrik
normal
Diskret tasodifiy miqdorning matematik kutilishi deb, uning barcha qabul qilishi mumkin bo`lgan qiymatlarini mos ehtimollari ko`paytmalari … aytiladi.
*Yig`indisiga
Ayirmasiga
Ikkilangan yig`indisiga
Ikkilangan ayirmasiga
Diskret tasodifiy miqdorning dispersiyasi deb, tasodifiy miqdor bilan uning matematik kutilishi … kvadratining matematik kutilishiga aytiladi. Nuqtalar o`rniga to`g`ri javobni qo`ying.
*Ayirmasi
Yig`indisi
Ko`paytmasi
Nisbati
$F(x)= P(X \prec x)$ tenglik bilan aniqlangan funksiyaga X tasodifiy miqdorning funksiyasi deyiladi. Nuqtalar o`rniga to`g`ri javobni qo`ying.
*Taqsimot
Zichlik
Emperik
Ehtimol
$f(x)= F`(x)$ tenglik bilan aniqlangan funksiyaga X tasodifiy miqdorning funksiyasi deyiladi. Nuqtalar o`rniga to`g`ri javobni qo`ying.
*Zichlik
Taqsimot
Integral
Emperik
$X^k$, k = 1,2,3,… tasodifiy miqdorning matematik kutilmasi . X tasodifiy miqdorning k- tartibli … momenti deyiladi. Nuqtalar o`rniga to`g`ri javobni qo`ying.
*Boshlang`ich
Markaziy
Absolyut
Dispersion
F(x) X tasodifiy miqdorning taqsimot funksiyasi bo`lsin.
$\lim_{x\to\infty} F(x) = a;$ va $\lim_{x\to-\infty} F(x) = b;$
tengliklarda a va b lar nimaga teng ?
*a=1, b=0
a=0, b=1
a=0, b=0
a=1, b=1
Ehtimollar nazariyasi aksiomalarini asoschisi … hisoblanadi. Nuqtalar o`rniga to`g`ri javobni qo`ying.
*A. N. Kolmagorov
P . L. Chebishev
A. A. Markov
K . Gauss
Ehtimollar nazariyasi … tasodifiy hodisalarning umumiy qonuniyatlarni aniqlash bilan shug`ulllanadi. Nuqtalar o`rniga to`g`ri javobni qo`ying.
*ommaviy,
muqarrar
erkli,
erksiz.
Bir jinsli ob`ektlardan tasodifiy ravishda tanlab olingan ob`ektlar to`plami … deb ataladi. Nuqtalar o`rniga to`g`ri javobni qo`ying.
*tanlama,
bosh to`plam,
takroriy tanlama,
tipik tanlama
Tanlamadagi ob`ektlar soniga uning … deyiladi. Nuqtalar o`rniga to`g`ri javobni qo`ying.
*hajmi,
o`lchovi,

darajasi,
moduli.
Tanlama ajratiladigan ob`ektlar to`plamiga …to`plam deyiladi. Nuqtalar o`rniga to`g`ri javobni qo`ying.
*bosh,
tipik,
seriyali,
mehanik.
500 ta sondan iborat partiyadan tavakkaliga 50 ta detal tekshirish uchun olindi.N- bosh to`plam , n – tanlama hajmi bo`lsin. Qaysi javobda N va n to`g`ri ko`rsatilgan?
*N=500,n=50,
N=50,n=500,
N=n=500,
N=n=50,
Tanlama tuzishda ob`ekt tanlanib , uning ustida kuzatish o`tkazilgandan so`ng u bosh to`plamga qaytarilsa uni …tanlama deyiladi. Nuqtalar o`rniga to`g`ri javobni qo`ying.
*takroriy,
notakroriy,
reprezentativ,
tipik.
Tanlamaning … taqsimoti deb variantalar va ularga mos chastotalar yoki nisbiy chastotalar ro`yhatiga aytiladi. Nuqtalar o`rniga to`g`ri javobni qo`ying.
*Statistik
Ehtimoliy
Emperik
Zichlik
Aytaylik bosh to`plam son belgisini o`rganishi maqsadida quyidagi qiymatlar hosil qilingan : 6,12,8,16,25,1 Bu qiymatlar uchun variatsion qator qaysi javobda to`g`ri yozilgan.
*1,6,8,12,16,25
1,25,6,8,12,16
1,8,6,16,25,12
25,16,12,8,6,1
Tanlama hajmi qaysi javobda berilgan
*10
22
32
12
Hajmi n bo`lgan tanlamaning statistik taqsimoti berilgan bo`lsin: x: $x_1$, $x_2$ , … , $x_k$ n : $n_1$, $n_2$, …, $n_k$ $(x_1,n_1),(x_2,n_2)...,(x_k,n_k)$ nuqtalarni tutashtiruvchi siniq chiziqqa … deb ataladi. Nuqtalar o`rniga to`g`ri javobni qo`ying.
*chastotalar poligoni,
nisbiy chastotalar poligoni,
chastotalar gistogrammasi,
nisbiy chastotalar gistogrammasi,
Hajmi n bo`lgan qiymatlari uzunliklari H ga teng bo`lgan ketma ket qismiy intarvallarga joulashgan variantalar berilgan bo`lsin. Asoslari H uzunlikdagi intervallar balandliklari $\frac{n_i}{h}$ nisbatga teng bo`lgan to`g`ri to`rtburchaklardan iborat pog`onaviy figura …deb ataladi. Nuqtalar o`rniga to`g`ri javobni qo`ying.
*chastotalar gistogrammasi,
nisbiy chastotalar gistogrammasi,
chastotalar poligoni,
nisbiy chastotalar poligoni,
Bosh to`plamda n hajmli tanlama olingan bo`lsin .Agar n hajmli tanlama belgining barcha $x_1$, $x_2$ , … , $x_k$ qiymatlari mos ravishda $n_1$, $n_2$, …, $n_k$ chastotalarga ega bo`lsa( $n_1+n_2+$ …,+ $n_k$ =n), $\overline{X_T} = (n_1x_1 + ...n_kx_k)$ /n ifoda …

deyiladi. Nuqtalar o`rniga to`g`ri javobni qo`ying.
*o`rtacha tanlama qiymat ,
bosh o`rtachaqiymat,
bosh o`rtacha kvadratik chetlanish ,
bosh dispersiya.
Nazariy taqsimot noma`lun parametrining … deb, kuzatish natijalarining bir qiymatli ihtiyoriy funksiyasiga aytiladi. Nuqtalar o`rniga to`g`ri javobni qo`ying
*statistik bahosi,
nuqtaviy bahosi,
intervalli bahosi,
effektiv bahosi.
Bosh to`plamda n=60 hajmda tanlama olingan $X_i$: 1 3 6 26 $N_i$ :8 40 10 2
Bosh o`rtacha qiymatning siljimagan bahosini toping
*4
40
6
26
n=51 hajmli tanlama bo`yicha bosh dispersiyaning $D_T$=5 siljigan bahosi topilgan.Bosh to`plam dispersiyasining siljimagan bahosini toping
*5.1
5
10.2
51
Bosh top`lam normal taqsimlangan va bosh o`rtacha kvadratik chetlanish 5 ga , tanlama o`rtacha qiymat 14 ga , tanlama hajmi 25 ga teng bo`lganda nomalum a matematik kutilishiga 0.95 ishonchlilik darajasi bilan ishonchli interval tuzing.
*$12.04<a<15.96$
$12<a<15$
$0<a<1$
$12.4<a<15.9$
Nomalum taqsimotning ko`rinishi haqida yoki malum taqsimotning parametrlari haqida tahminlar … deb ataladi. Nuqtalar o`rniga to`g`ri javobni qo`ying.
*statistik gipoteza,
murakkab gipoteza,
oddiy gipoteza,
sodda gipoteza.
0- gipotezani tekshirish uchun ishlatiladigan tasodifiy miqdorga … deb ataladi. Nuqtalar o`rniga to`g`ri javobni qo`ying.
*statistik kriteri,
murakkab kriteri,
sodda kriteri,
uzluksiz kriteri.
Gipotezaning statistik tekshirishb natijasida to`g`ri gipoteza rad qilinsa qilingan hatolik… hato deyiladi. Nuqtalar o`rniga to`g`ri javobni qo`ying.
*1- tur
2-tur,
3-tur,
4-tur.
Gipotezaning statistik tekshirishb natijasida to`g`ri gipoteza o`rniga no`to`g`ri gipoteza qabul qilinsa, qilingan hatolik … hato deyiladi. Nuqtalar o`rniga to`g`ri javobni qo`ying.
*2-tur,
1-tur,
3-tur,
0-tur.
Bosh to`plamni normal taqsimlanganligi haqidagi gipotezani tekshirish … muvofiqlik kriterisi deyiladi Nuqtalar o`rniga to`g`ri javobni qo`ying.
*Pirsonning
Fisherning

Kolmogorovning
Bartletning.
“Tanga” tashlaganda gerbli tomon bilan tushdi degan hodisa :
*tasodifiyhodisa
muqarrar hodisa
mumkin bo`lmagan hodisa
shartli hodisa
“Tanga” tashlaganda gerbli tomon tushdi va yozuvli tomon tushdi degan hodisalar
*birgalikda emas
birgalikda
teng imkoniyatli
teng imkoniyatli emas
Muqarar hodisaning ehtimoli
*1 gateng
0 ga teng
0.5ga teng
0.25 ga teng
Mumkin bo`lmagan hodisaning ehtimoli
*0 ga
1 ga
0.5 ga
0.125 ga
Tasodifiy hodisaning ehtimoli
*0 va 1 orasida
0 va 0.5 orasida
0.5 va 1 orasida
0.5 teng
Tasidifiy tanlangan 80 ta detal partiyasidan 3 ta nostandart detal topdi . nostandart detal chiqish chastotasi
*3/80ga teng
80/3 ga teng
83 ga teng
77 ga teng
Nishonga qarata 24 ta o`q uzildi , bunda ularning 19 tasinishonga tekkanligi qayd qilindi Nishonga tegishning nisbiy tegishning chastotasi
*19/24 ga teng
24/19 ga teng
43 ga teng
5 ga teng
To`la gruppani tashkil etuvchi hodisalarning ehtimolligi yig`indisi
*1 ga teng
0 ga teng
1/5 ga teng
0.25 ga teng
Qarama qarshi hodisalarning ehtimolligi yig`indisi
* 1 ga teng
0 ga teng
0.125 ga teng
0.25 ga teng
Ikkita erkli hodisalarning birgalikda ro`y berish ehtimoli shu hodisalarning ehtimollari ..
*ko`paytmasiga teng
yig`indisiga teng
ayirmasiga teng
nisbatiga teng
X: 3 5 2 P:0.1 0.6 0.3 bo`lsa M(X)=?
*3.9
5
2
3
P(X=C)=1 bo`lsa u holda
*M( C)=C
M( C)=0
M( C)=$C^2$
M( C)=1
Y=CX bo`lsa u holda
*M(Y)=C(M(X)
M(Y)=$C^2$(M(X)
M(Y)=$C^3$(M(X)
M(Y)=(M(X)/C
Agar X va Y erkli tasodifiy miqdorlar bo`lsa , u holda:
*M(XY) = M(X)M(Y)
M(XY) = M(X)+M(Y)
M(XY) = M(X)/M(Y)
M(XY) = M(XY)+1

X va Y uhtiyoriy tasodifiy miqdorlar bo`lsin , u holda:
*M(X+Y) = M(X)+M(Y)
M(X+Y) = M(X)M(Y)
M(X+Y) = M(X)- M(Y)
M(X+Y) = M(X)/M(Y)
X-M(X) chetlanishning matematik kutilishi :
*0 ga teng
1 ga teng
0 dan farqli
5 ga teng
X: 2 3 5 P: 0,1 0,6 0,3 bo`lsa, D(X)=?
*1,05
13,3
3,5
0,6
P (X=C) = 1 bo`la, u holda :
*D(C)= 0
D(C)= $C^2$
D(C)= 1
D(C)= 1/4
Agar Y=CX (C- o`zgarmas) bo`lsa u nolda
*D(Y) = $C^2$D(X)
D(Y) = CD(X)
D(Y) = $\sqrt{C}$ D(X)
D(Y) = D(X).

Эхтимоллар назарияси фанидан тест саволлари

2 ta tanga 1 vaqtda tashlangan .2 marta gerbli tomon tushish hodisasini ehtimolini toping
*0.25
0.5
0.125
0
2 ta soqqa tashlanagan tushgan ochkolar yig`indisi 5 ga . ko`paytmasi 4 ga teng bo`lish hodisasi ehtimolini toping
*1/18
1/36
4/9
3/18
Radiusi 5 bo`lgan doiraga radiusi 2 bo`lgan kichik doira joylashtirilgan Katta doiraga tasodifan tashlangan nuqtaning kichik doiraga tushish hodisasi ehtimolini toping,
*4/25
2/5
7/2
1/3
Talaba kollokviumdagi 25 ta savoldan 20 tasini bilib keldi. Domla unga 3 ta savol berdi . talabani 3 chala savolni bilish ehtimolini toping.
*57/115
19/115
18/115
4/115
Chigitning unuvchanlik ehtimoli 0.7 bo`lsa ekilgan 5 ta chigitdan 3 tasining unub chiqish ehtimolini toping.
*0.3087
0.5
0.3
1
Tanga 1 marta tashlandi Agar gerb tushish hodisasi ehtimoli 0.5 bo`lsa, gerb tushishlar sonini matematik kutilmasi topilsin.
*0.5
0,25
0
0,75
Har bir sinovda 0.7 ehtimol bilan sodir bo`ladigan hodisaning 10 ta bog`liq bo`lmagan sinovda sodir bo`lishlar sonini matematik kutilmasi toping.

*7
70
0.7
0.07
Hodisa 20 ta bog`liq bo`lmagan sinovlarning har birida 0,5 ehtimol bilan ro`y bersa, ro`y berishlar sonining dispersiyasini toping.
*5
50
500
0,5
Agar X va Y tasodifiy miqdorlarning matematik kutilmalari mos ravishda 2 va 3 bo`lsa, X+2Y tasodifiy miqdorlarning matematik kutilmasini toping.
*8
6
5
14
Tasodifiy miqdor X ning zichlik funksiyasi berilgan :F(x) =
$\begin{cases} \frac{1}{2}x-5, x\in[10;12] \\ 0, x\notin[10;12] \end{cases}$ X ning matematik kutilmasini toping.
*34/3
1/3
0,526
3/34
X tasodifiy miqdorning taqsimot funksiyasi berilgan:F(x)=
$\begin{cases} 0, x\le -1 \\ \frac{3}{4}x+\frac{3}{4}, -1<x\le\frac{1}{3} \\ 1, x>\frac{1}{3}. \end{cases}$ $x\in(0;\frac{1}{3})$
hodisaning ehtimolini toping.
*1/4
1/2
1/3
0
Agar D(X)=0,001 bo`lsa, $|X-M(X)<0,1|$ ning ehtimoli (P) ni Chebishev tengsizligi bilan baholang.
* P>0,9
P<0,9
P>0,001
P>0,1
A- biror hodisa bo`lsin . A hodisaga … hodisa deb, A hodisaning yuz bermasligidan iborat bo`lgan hodisaga aytiladi. Nuqtalar o`rniga to`g`ri javobni qo`ying.
*qarama-qarshi
to`ldiruvchi
birgalikda
erkli
A va B hodisalardan birining yuz berishi 2-sining yuz berishini yoqqa chiqarsa, u holda A va B … hodisalar deyiladi. Nuqtalar o`rniga to`g`ri javobniqo`ying.
*birgalikda bo`lmagan
qarama-qarshi
muqarrar
mumkin bo`lmagan
Ehtimollikni klassik ta`rifi A hodisaning ehtimoli A hodisaning ro`y berishiga qulaylik tug`duruvchi hodisalar sonining … barcha elementar hodisalar soniga nisbatiga aytiladi. Nuqtalar o`rniga to`g`ri javobniqo`ying.
*teng imkoniyatli
birgalikda bo`lmagan
qarama-qarshi
muqarrar
Istalgan A hodisaning ehtimoli P(A) quyidagi shatrni qanoatlantiruvchi to`g`ri javobni toping.
*$0\le P(A)\le 1$

$0<P(A)<1$
$P(A)=1$
$P(A)=0$

Agar A va $\vec{A}$ lar qarama - qarshi hodisalar bo`lsa, u holda quyidagilardan qaysi biri to`g`ri?

*$P(A)+P(\vec{A})=1$

$P(A)+P(\vec{A})=0$

$P(A)-P(\vec{A})=1$

$P(A)=1/2$, $P(\vec{A})=1/2$

Agar 2ta hodisadan birining ehtimoli 2- sining yuz berishi yoki yuz bermasligi natijasida o`zgarmasa , u holda bu hodisalar … hodisalar deyiladi. Nuqtalar o`rniga to`g`ri javobniqo`ying.
*erkli
erksiz
muhim
to`g`ri

2 ta birgalikda bo`lmagan hodisalardan istalgan birining ro`y berish ehtimoli bu hodisalar ehtimolligining … teng. Nuqtalar o`rniga to`g`ri javobniqo`ying.
*yig`indisiga
ayirmasiga
ko`paytmasiga
nisbatiga

2 ta bog`liq hodisaning birgalikda ro`y berish ehtimoli ulardan birining ehtimolining 2-sining 1- ro`y bergan shart ostidagi sharli ehtimolligi … teng. Nuqtalar o`rniga to`g`ri javobniqo`ying.
*ko`paytirilganiga
qo`shilganiga
ayrilganiga
bo`linganiga

Agar X tasodifiy miqdor 0,1,2,…,n qiymatlarni $P(X=k)= C^k_n p^k q^{n-k}$ , k= 0,1,2,…,n ehtimol bilan qabul qilsa, bu tasodifiy miqdor … taqsimotga ega deyiladi. Nuqtalar o`rniga to`g`ri javobniqo`ying.
*binomial
Puasson
Geometrik
normal

Agar X tasodifiy miqdor 0,1,2,… qiymatlarni $P(X=k)=\frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}$, $\lambda>0$ , k= 0,1,2,… ehtimol bilan qabul qilsa, X tasodifiy miqdor … taqsimotiga ega deyiladi. Nuqtalar o`rniga to`g`ri javobniqo`ying.
*Puasson
binomial
Geometrik
normal

Diskret tasodifiy miqdorning matematik kutilishi deb, uning barcha qabul qilishi mumkin bo`lgan qiymatlarini mos ehtimollari ko`paytmalari … aytiladi.
*Yig`indisiga
Ayirmasiga
Ikkilangan yig`indisiga
Ikkilangan ayirmasiga

Diskret tasodifiy miqdorning dispersiyasi deb, tasodifiy miqdor bilan uning matematik kutilishi … kvadratining matematik kutilishiga aytiladi Nuqtalar o`rniga to`g`ri javobni qo`ying.
*Ayirmasi
Yig`indisi
Ko`paytmasi
Nisbati

$F(x)= P(X\prec x)$ tenglik bilan aniqlangan funksiyaga X tasodifiy miqdorning funksiyasi deyiladi. Nuqtalar o`rniga to`g`ri javobni qo`ying.

*Taqsimot
Zichlik
Emperik
Ehtimol
f(x)= F`(x) tenglik bilan aniqlangan funksiyaga X tasodifiy miqdorning funksiyasi deyiladi. Nuqtalar o`rniga to`g`ri javobni qo`ying.
*Zichlik
Taqsimot
Integral
Emperik
$X^k$ , k = 1,2,3,… tasodifiy miqdorning matematik kutilmasi . X tasodifiy miqdorning k- tartibli … momenti deyiladi. Nuqtalar o`rniga to`g`ri javobni qo`ying.
*Boshlang`ich
Markaziy
Absolyut
Dispersion
F(x) X tasodifiy miqdorning taqsimot funksiyasi bo`lsin.
$\lim_{x\to\infty} F(x) = a;$ va $\lim_{x\to-\infty} F(x) = b;$
tengliklarda a va b lar nimaga teng ?
*a=1, b=0
a=0, b=1
a=0, b=0
a=1, b=1
Ehtimollar nazariyasi aksiomalarini asoschisi … hisoblanadi. Nuqtalar o`rniga to`g`ri javobni qo`ying.
*A. N. Kolmagorov
P . L. Chebishev
A. A. Markov
K . Gauss
Ehtimollar nazariyasi … tasodifiy hodisalarning umumiy qonuniyatlarni aniqlash bilan shug`ulllanadi. Nuqtalar o`rniga to`g`ri javobni qo`ying.
*ommaviy,
muqarrar
erkli,
erksiz.
Bir jinsli ob`ektlardan tasodifiy ravishda tanlab olingan ob`ektlar to`plami … deb ataladi. Nuqtalar o`rniga to`g`ri javobni qo`ying.
*tanlama,
bosh to`plam,
takroriy tanlama,
tipik tanlama
Tanlamadagi ob`ektlar soniga uning … deyiladi. Nuqtalar o`rniga to`g`ri javobni qo`ying.
*hajmi,
o`lchovi,
darajasi,
moduli.
Tanlama ajratiladigan ob`ektlar to`plamiga …to`plam deyiladi. Nuqtalar o`rniga to`g`ri javobni qo`ying.
*bosh,
tipik,
seriyali,
mehanik.
500 ta sondan iborat partiyadan tavakkaliga 50 ta detal tekshirish uchun olindi.N- bosh to`plam , n – tanlama hajmi bo`lsin. Qaysi javobda N va n to`g`ri ko`rsatilgan?
*N=500,n=50,
N=50,n=500,
N=n=500,
N=n=50,
Tanlama tuzishda ob`ekt tanlanib , uning ustida kuzatish o`tkazilgandan so`ng u bosh to`plamga qaytarilsa uni …tanlama deyiladi. Nuqtalar o`rniga to`g`ri javobni qo`ying.
*takroriy,
notakroriy,
reprezentativ,
tipik.

Tanlamaning … taqsimoti deb variantalar va ularga mos chastotalar yoki nisbiy chastotalar ro`yhatiga aytiladi. Nuqtalar o`rniga to`g`ri javobni qo`ying.
*Statistik
Ehtimoliy
Emperik
Zichlik
Aytaylik bosh to`plam son belgisini o`rganishi maqsadida quyidagi qiymatlar hosil qilingan : 6,12,8,16,25,1 Bu qiymatlar uchun variatsion qator qaysi javobda to`g`ri yozilgan.
*1,6,8,12,16,25
1,25,6,8,12,16
1,8,6,16,25,12
25,16,12,8,6,1
Tanlama hajmi qaysi javobda berilgan.
*10
22
32
12
Hajmi n bo`lgan tanlamaning statistik taqsimoti berilgan bo`lsin: x: $x_1$, $x_2$ , … , $x_k$ n : $n_1$, $n_2$, …, $n_k$ $(x_1,n_1),(x_2,n_2)...,(x_k,n_k)$ nuqtalarni tutashtiruvchi siniq chiziqqa … deb ataladi. Nuqtalar o`rniga to`g`ri javobni qo`ying.
*chastotalar poligoni,
nisbiy chastotalar poligoni,
chastotalar gistogrammasi,
nisbiy chastotalar gistogrammasi,
Hajmi n bo`lgan qiymatlari uzunliklari H ga teng bo`lgan ketma ket qismiy intarvallarga joulashgan variantalar berilgan bo`lsin. Asoslari H uzunlikdagi intervallar balandliklari $\frac{n_i}{h}$ nisbatga teng bo`lgan to`g`ri to`rtburchaklardan iborat pog`onaviy figura …deb ataladi. Nuqtalar o`rniga to`g`ri javobni qo`ying.
*chastotalar gistogrammasi,
nisbiy chastotalar gistogrammasi,
chastotalar poligoni,
nisbiy chastotalar poligoni,
Bosh to`plamda n hajmli tanlama olingan bo`lsin .Agar n hajmli tanlama belgining barcha $x_1$, $x_2$ , … , $x_k$ qiymatlari mos ravishda $n_1$, $n_2$, …, $n_k$ chastotalarga ega bo`lsa( $n_1+n_2+ \dots +n_k = n$), $\overline{X_T} = (n_1x_1 + ...n_kx_k)$ /n ifoda … deyiladi. Nuqtalar o`rniga to`g`ri javobni qo`ying.
*o`rtacha tanlama qiymat ,
bosh o`rtachaqiymat,
bosh o`rtacha kvadratik chetlanish ,
bosh dispersiya.
Nazariy taqsimot noma`lun parametrining … deb, kuzatish natijalarining bir qiymatli ihtiyoriy funksiyasiga aytiladi. Nuqtalar o`rniga to`g`ri javobni qo`ying
*statistik bahosi,
nuqtaviy bahosi,
intervalli bahosi,
effektiv bahosi.
Bosh to`plamda n=60 hajmda tanlama olingan $X_i$: 1 3 6 26 $N_i$ :8 40 10 2
Bosh o`rtacha qiymatning siljimagan bahosini toping
*4
40
6
26
n=51 hajmli tanlama bo`yicha bosh dispersiyaning $D_T$=5 siljigan bahosi topilgan.Bosh to`plam dispersiyasining siljimagan bahosini toping
*5.1
5

10.2
51
Bosh top`lam normal  taqsimlangan va bosh o`rtacha kvadratik chetlanish 5 ga , tanlama o`rtacha qiymat 14 ga , tanlama hajmi 25 ga teng bo`lganda nomalum a matematik kutilishiga  0.95 ishonchlilik darajasi bilan ishonchli interval tuzing.
*12.04<a<15.96
12<a<15
0<a<1
12.4<a<15.9
Nomalum taqsimotning ko`rinishi haqida yoki malum taqsimotning parametrlari haqida tahminlar … deb ataladi. Nuqtalar  o`rniga  to`g`ri javobni  qo`ying.
*statistik gipoteza,
murakkab gipoteza,
oddiy gipoteza,
sodda gipoteza.
0- gipotezani tekshirish uchun ishlatiladigan tasodifiy miqdorga … deb ataladi. Nuqtalar  o`rniga  to`g`ri javobni  qo`ying.
*statistik kriteri,
murakkab kriteri,
sodda kriteri,
uzluksiz kriteri.
Gipotezaning statistik tekshirishb natijasida to`g`ri gipoteza rad qilinsa qilingan hatolik… hato deyiladi. Nuqtalar  o`rniga  to`g`ri  javobni qo`ying.
*1- tur
2-tur,
3-tur,
4-tur.
Gipotezaning statistik tekshirishb natijasida to`g`ri gipoteza o`rniga no`to`g`ri gipoteza qabul qilinsa, qilingan hatolik … hato  deyiladi. Nuqtalar  o`rniga  to`g`ri  javobni qo`ying.
*2-tur,
1-tur,
3-tur,
0-tur.
Bosh to`plamni normal taqsimlanganligi haqidagi gipotezani tekshirish …  muvofiqlik kriterisi deyiladi Nuqtalar  o`rniga  to`g`ri javobni  qo`ying.
*Pirsonning
Fisherning
Kolmogorovning
Bartletning.
“Tanga”  tashlaganda gerbli tomon bilan tushdi  degan hodisa :
*tasodifiyhodisa
muqarrar hodisa
mumkin bo`lmagan hodisa
shartli hodisa
“Tanga”  tashlaganda gerbli tomon tushdi va yozuvli tomon tushdi degan hodisalar
*birgalikda emas
birgalikda
teng imkoniyatli
teng imkoniyatli emas
Muqarar hodisaning ehtimoli
*1 gateng
0 ga teng
0.5ga teng
0.25 ga teng
Mumkin bo`lmagan hodisaning ehtimoli
*0 ga
1 ga
0.5 ga
0.125 ga
Tasodifiy hodisaning ehtimoli
*0 va 1 orasida
0 va 0.5 orasida
0.5 va 1 orasida

0.5 teng
Tasidifiy tanlangan 80 ta detal partiyasidan 3 ta nostandart detal topdi . nostandart detal chiqish chastotasi
*3/80ga teng
80/3 ga teng
83 ga teng
77 ga teng
Nishonga qarata 24 ta o`q uzildi , bunda ularning 19 tasinishonga tekkanligi qayd qilindi Nishonga tegishning nisbiy tegishning chastotasi
*19/24 ga teng
24/19 ga teng
43 ga teng
5 ga teng
To`la gruppani tashkil etuvchi hodisalarning ehtimolligi yig`indisi
*1 ga teng
0 ga teng
1/5 ga teng
0.25 ga teng
Qarama qarshi hodisalarning ehtimolligi yig`indisi
* 1 ga teng
0 ga teng
0.125 ga teng
0.25 ga teng
Ikkita erkli hodisalarning birgalikda ro`y berish ehtimoli shu hodisalarning ehtimollari ..
*ko`paytmasiga teng
yig`indisiga teng
ayirmasiga teng
nisbatiga teng
X: 3 5 2 P:0.1 0.6 0.3 bo`lsa M(X)=?
*3.9
5
2
3
P(X=C)=1 bo`lsa u holda
*M( C)=C
M( C)=0
M( C)=$C^2$
M( C)=1
Y=CX bo`lsa u holda
*M(Y)=C(M(X)
M(Y)=$C^2$(M(X)
M(Y)=$C^3$(M(X)
M(Y)=(M(X)/C
Agar X va Y erkli tasodifiy miqdorlar bo`lsa , u holda:
*M(XY) = M(X)M(Y)
M(XY) = M(X)+M(Y)
M(XY) = M(X)/M(Y)
M(XY) = M(XY)+1
X va Y uhtiyoriy tasodifiy miqdorlar bo`lsin , u holda:
*M(X+Y) = M(X)+M(Y)
M(X+Y) = M(X)M(Y)
M(X+Y) = M(X)- M(Y)
M(X+Y) = M(X)/M(Y)
X-M(X) chetlanishning matematik kutilishi :
*0 ga teng
1 ga teng
0 dan farqli
5 ga teng
X: 2 3 5 P: 0,1 0,6 0,3 bo`lsa, D(X)=?
*1,05
13,3
3,5
0,6
P (X=C) = 1 bo`la, u holda :
*D(C)= 0
D(C)= $C^2$
D(C)= 1
D(C)= 1/4
Agar Y=CX (C- o`zgarmas) bo`lsa u nolda
*D(Y) = $C^2$D(X)
D(Y) = CD(X)
D(Y) = $\sqrt{C}$ D(X)
D(Y) = D(X).

Agar X va Y erkli tasodifiy miqdorlar bo`lsa, u holda
*D(X+Y)=D(X)+D(Y);
D(X+Y)=D(X)*D(Y);
D(X+Y)=D(X)-D(Y);
D(X+Y)=D(X)+D(Y)+D(XY).
Agar C- o`zgarmas X tasodifiy miqdorlar bo`lsa , u holda:
*D(C+X)=D(X);
D(C+X)=C+D(X);
D(C+X)=C-D(X);
D(C+X)=C.
X: 2 3 10 P: 0,1 0,4 0,5 bo`lsin, G(X) - o`rtacha kvadratik og`ishini toping.
*$\sqrt{1,04}$
$\sqrt{54}$
$\sqrt{13,04}$
$\sqrt{6,4}$
X: 1 2 5 100 P: 0,6 0,2 0,19 0,01 bo`lsin, M(X)=?
*2,95
2
5
1
D(X) = 0,001 bo`lsa , $|X - M(X)|<$ 0,1 ning ehtimolini , Chebishev tengsizligi bo`yicha baholang.
*P$\geq$0,9
P$\geq$0,1
P$\geq$0,001
P< 9
Quyidagilar berilgan : P($|X - M(X)|$ <ε) ≥ 0,9 ; D(X) = 0,004 Chebishev tengsizligidan foydalanib ε ni toping.
*0,2
0,004
0,9
0,904
X tasodifiy miqdorning taqsimot funksiyasi deb quyidagi ehtimollikka aytiladi:
*F(x) = P(X<x)
F(x) = P(X=x)
F(x) = P(X>x)
F(x) = P(X<x)+ P(X=1)
Taqsimot funksiyaning qiymatlar sohasi:
*[0;1]
[0;1)
(0,1)
(0,1]
P(a$\leq$ X<b) ehtimollik F(x) orqali quyidagicha topiladi:
*F(b)-F(a)
F(b)+F(a)
F(b-0)-F(a+0)
F(b-0)+F(a+0)
Sinash natijasida X miqdor (0;2) intervalga tegishli qiymat qabul qilish ehtimolini toping.
*0,5
0,2
0,25
0,75
X tasodifiy miqdorning mumkin bo`lgan qiymatlari (a;b) intervalga tegishli bo`lsa, u holda :
*x$\leq$a da F(x)=0;
x$\geq$ b da F(x)=1;
x$\leq$a da F(x)=1;
x$\geq$ b da F(x)=0,
X Uzluksiz tasodifiy miqdorning tayin 1ta qiymat qabul qilish ehtimoli:
*0 ga teng
1 ga teng
0.5 ga teng
0.25 ga teng
Agar uzluksiz tasodifiy miqdorning mumkin bo`lgan qiymatlari butun OX o`qda joylashgan bo`lsa u holda quyidagi limit munosabatlar o`rinli

* $\lim\limits_{x\to\infty} F(x)=0; \lim\limits_{x\to\infty} F(x)=1,$

$\lim\limits_{x\to+\infty} F(x)=0; \lim\limits_{x\to-\infty} F(x)=1,$

$\lim\limits_{x\to-\infty} F(x)=0;$

$\lim\limits_{x\to+\infty} F(x)=1,$

X tasodifiy miqdorning f(x) zichlik funksiyasi F(x) taqsimot funksiya yordamida quyidagicha toipladi;

*f(x)=F'(x)

$f(x)=\lim\limits_{t\to x} F(t)$

$f(x)=\int F(x)dx$

$f(x)=F(x+0).$

P(a<X<b) ehtimollik zichlik funksiya yordamida quyidagicha aniqlanadi:

* $\int_a^b f(x)dx$

$f(b)-f(a)$

$f(b)+f(a)$

$\int_a^b f(x)dx+f(a)$

f(x) zichlik funksiyani bilgan holda F(x) ni quyidagicha topish mumkin :

* $F(x)=\int_{-\infty}^{x} f(t)dt$

$F(x)=f'(x)$

F(x) = $\int_x^{\infty} f(t)dt$

F(x)= $\int_0^x f(t)dt$

f(x) zichlik funksiyaning qiymatlari :

*[0,$\infty$ ) oraliqda

(0,$\infty$ ) oraliqda

[0,1 ] oraliqda

[0, 1) oraliqda

Zichlik funksiyani quyidagi xosasi doimo to`g`ri:

* $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx=1$

f `(x)$\geq$0

f `(x)$\leq$ 0

$\int_a^b f(x)dx=1$

[a;b] da qiymatlari bo`lgan X uzluksiz tasodifiy miqdorning matematik kutilmasi quyidagicha aniqlansin:

*M(X)=$\int_a^b xf(x)dx$

M(X)=$\int_a^b x^2 f(x)dx$

M(X)= f(b)- f(a)

M(X)=$\dfrac{f(b)+f(a)}{2}$

X uzluksiz tasodifiy miqdorning (x$\in$ [a,b] ) dispersiyasi quyidagicha topiladi:

* D(X)= $\int_a^b (x-M(X))^2 f(x)dx$

D(X)= $\int_a^b (x-M(X))\ f(x)dx$

D(X)= $f^2$(b)- $f^2$(a)

D(X)= ($f^2$(b)+ $f^2$(a))/2

Agar F(x,y) 2 o`lchovli (X,Y) tasodifiy miqdorning taqsimot funksiyasi bo`lsa , u holda :

*$0\leq F(x,y)\leq 1$

$F(x,y)\leq 1$

$F(x,y)\geq 0$

$0\prec F(x,y)\prec 1$

F(x,y) (X,Y) ning taqsimot funksiyasi bo`lsa, u holda :

*har bir argument bo`yicha chapdan uzluksiz

kamayuvchi funksiyabo`ladi

qat`iy o`suvchi funksiya bo`ladi

qat`iy kamayuvchi funksiya bo`ladi

Agar f(x,y) (X,Y) ning zichlik funksiyasi bo`lsa , u holda
* $f(x,y) \geq 0$
$f(x,y) \leq 1$
$f(x,y) \succ 0$
$0 \leq f(x,y) \leq 1$
Agar X va Y tasodifiy miqdorlar erkli bo`lsa, u holda;
* $F(x,y) = F_x(x) F_y(y)$
$F(x,y) = F_x(x) +_y(y)$
$F(x,y) = F_x(x)$
$F(x,y) = F_y(y)$
2 ta erkli tasodifiy miqdorlarning korrelyasion momenti:
*0 ga teng
1 ga teng
0.5 ga teng
0.25 ga teng
Emperik taqsimot f-ya:
*taqsimot f-ya ning baxosi bo`ladi,
zichlik f-ya ning bahosi bo`ladi,
matematik kutilmaning bahosi,
dispersiyaning bahosi.
Poligon va gistogramma:
*zichlik f-ya ning bahosi bo`ladi,
taqsimot f-ya ning baxosi bo`ladi,
matematik kutilmaning bahosi,
dispersiyaning bahosi.
Tanlama o`rta qiymat :
*matematik kutilmaning bahosi,
dispersiyaning bahosi.
taqsimot funktsiyaning baxosi bo`ladi,
zichlik funktsiyaning bahosi bo`ladi,,
Tanlama dispersiya :
*dispersiyaning bahosi.
matematik kutilmaning bahosi,
taqsimot funktsiyaning baxosi bo`ladi,
zichlik funktsiyaning bahosi bo`ladi,
Tanlama korrelyasiya koeffisentining qiymatlar sohasi:
*[0,1]
(0,1)
[0,1)
(0,1]
Agar korrelyasiya koeffisentiningabsolyut qiymati 1 ga teng bo`lsa u holda belgilarning kuzatilayotgan qiymatlari..
*chiziqli funksional bog`lanish bilan bog`langan
kvadratik funksional bog`lanish bilan bog`langan
umuman bog`lanmagan
qisman bog`langan

# JADVALLAR

## ПРИЛОЖЕНИЯ

*ПРИЛОЖЕНИЕ 1*

**Таблица значений функции** $\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2}$

| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0,0 | 0,3989 | 3989 | 3989 | 3988 | 3986 | 3984 | 3982 | 3980 | 3977 | 3973 |
| 0,1 | 3970 | 3965 | 3961 | 3956 | 3951 | 3945 | 3939 | 3932 | 3925 | 3918 |
| 0,2 | 3910 | 3902 | 3894 | 3885 | 3876 | 3867 | 3857 | 3847 | 3836 | 3825 |
| 0,3 | 3814 | 3802 | 3790 | 3778 | 3765 | 3752 | 3739 | 3726 | 3712 | 3697 |
| 0,4 | 3683 | 3668 | 3652 | 3637 | 3621 | 3605 | 3589 | 3572 | 3555 | 3538 |
| 0,5 | 3521 | 3503 | 3485 | 3467 | 3448 | 3429 | 3410 | 3391 | 3372 | 3352 |
| 0,6 | 3332 | 3312 | 3292 | 3271 | 3251 | 3230 | 3209 | 3187 | 3166 | 3144 |
| 0,7 | 3123 | 3101 | 3079 | 3056 | 3034 | 3011 | 2989 | 2966 | 2943 | 2920 |
| 0,8 | 2897 | 2874 | 2850 | 2827 | 2803 | 2780 | 2756 | 2732 | 2709 | 2685 |
| 0,9 | 2661 | 2637 | 2613 | 2589 | 2565 | 2541 | 2516 | 2492 | 2468 | 2444 |
| 1,0 | 0,2420 | 2396 | 2371 | 2347 | 2323 | 2299 | 2275 | 2251 | 2227 | 2203 |
| 1,1 | 2179 | 2155 | 2131 | 2107 | 2083 | 2059 | 2036 | 2012 | 1989 | 1965 |
| 1,2 | 1942 | 1919 | 1895 | 1872 | 1849 | 1826 | 1804 | 1781 | 1758 | 1736 |
| 1,3 | 1714 | 1691 | 1669 | 1647 | 1626 | 1604 | 1582 | 1561 | 1539 | 1518 |
| 1,4 | 1497 | 1476 | 1456 | 1435 | 1415 | 1394 | 1374 | 1354 | 1334 | 1315 |
| 1,5 | 1295 | 1276 | 1257 | 1238 | 1219 | 1200 | 1182 | 1163 | 1145 | 1127 |

*Продолжение прилож. 1*

| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1,6 | 1109 | 1092 | 1074 | 1057 | 1040 | 1023 | 1006 | 0989 | 0973 | 0957 |
| 1,7 | 0940 | 0925 | 0909 | 0893 | 0878 | 0863 | 0848 | 0833 | 0818 | 0804 |
| 1,8 | 0790 | 0775 | 0761 | 0748 | 0734 | 0721 | 0707 | 0694 | 0681 | 0669 |
| 1,9 | 0656 | 0644 | 0632 | 0620 | 0608 | 0596 | 0584 | 0573 | 0562 | 0551 |
| 2,0 | 0,0540 | 0529 | 0519 | 0508 | 0498 | 0488 | 0478 | 0468 | 0459 | 0449 |
| 2,1 | 0440 | 0431 | 0422 | 0413 | 0404 | 0396 | 0387 | 0379 | 0371 | 0363 |
| 2,2 | 0355 | 0347 | 0339 | 0332 | 0325 | 0317 | 0310 | 0303 | 0297 | 0290 |
| 2,3 | 0283 | 0277 | 0270 | 0264 | 0258 | 0252 | 0246 | 0241 | 0235 | 0229 |
| 2,4 | 0224 | 0219 | 0213 | 0208 | 0203 | 0198 | 0194 | 0189 | 0184 | 0180 |
| 2,5 | 0175 | 0171 | 0167 | 0163 | 0158 | 0154 | 0151 | 0147 | 0143 | 0139 |
| 2,6 | 0136 | 0132 | 0129 | 0126 | 0122 | 0119 | 0116 | 0113 | 0110 | 0107 |
| 2,7 | 0104 | 0101 | 0099 | 0096 | 0093 | 0091 | 0088 | 0086 | 0084 | 0081 |
| 2,8 | 0079 | 0077 | 0075 | 0073 | 0071 | 0069 | 0067 | 0065 | 0063 | 0061 |
| 2,9 | 0060 | 0058 | 0056 | 0055 | 0053 | 0051 | 0050 | 0048 | 0047 | 0046 |
| 3,0 | 0,0044 | 0043 | 0042 | 0040 | 0039 | 0038 | 0037 | 0036 | 0035 | 0034 |
| 3,1 | 0033 | 0032 | 0031 | 0030 | 0029 | 0028 | 0027 | 0026 | 0025 | 0025 |
| 3,2 | 0024 | 0023 | 0022 | 0022 | 0021 | 0020 | 0020 | 0019 | 0018 | 0018 |
| 3,3 | 0017 | 0017 | 0016 | 0016 | 0015 | 0015 | 0014 | 0014 | 0013 | 0013 |
| 3,4 | 0012 | 0012 | 0012 | 0011 | 0011 | 0010 | 0010 | 0010 | 0009 | 0009 |
| 3,5 | 0009 | 0008 | 0008 | 0008 | 0008 | 0007 | 0007 | 0007 | 0007 | 0006 |
| 3,6 | 0006 | 0006 | 0006 | 0005 | 0005 | 0005 | 0005 | 0005 | 0005 | 0004 |
| 3,7 | 0004 | 0004 | 0004 | 0004 | 0004 | 0004 | 0003 | 0003 | 0003 | 0003 |
| 3,8 | 0003 | 0003 | 0003 | 0003 | 0003 | 0002 | 0002 | 0002 | 0002 | 0002 |
| 3,9 | 0002 | 0002 | 0002 | 0002 | 0002 | 0002 | 0002 | 0002 | 0001 | 0001 |

*ПРИЛОЖЕНИЕ 2*

**Таблица значений функции** $\Phi(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^x e^{-z^2/2}\,dz$

| $x$ | $\Phi(x)$ | $x$ | $\Phi(x)$ | $x$ | $\Phi(x)$ | $x$ | $\Phi(x)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0,00 | 0,0000 | 0,32 | 0,1255 | 0,64 | 0,2389 | 0,96 | 0,3315 |
| 0,01 | 0,0040 | 0,33 | 0,1293 | 0,65 | 0,2422 | 0,97 | 0,3340 |
| 0,02 | 0,0080 | 0,34 | 0,1331 | 0,66 | 0,2454 | 0,98 | 0,3365 |
| 0,03 | 0,0120 | 0,35 | 0,1368 | 0,67 | 0,2486 | 0,99 | 0,3389 |
| 0,04 | 0,0160 | 0,36 | 0,1406 | 0,68 | 0,2517 | 1,00 | 0,3413 |
| 0,05 | 0,0199 | 0,37 | 0,1443 | 0,69 | 0,2549 | 1,01 | 0,3438 |
| 0,06 | 0,0239 | 0,38 | 0,1480 | 0,70 | 0,2580 | 1,02 | 0,3461 |
| 0,07 | 0,0279 | 0,39 | 0,1517 | 0,71 | 0,2611 | 1,03 | 0,3485 |
| 0,08 | 0,0319 | 0,40 | 0,1554 | 0,72 | 0,2642 | 1,04 | 0,3508 |
| 0,09 | 0,0359 | 0,41 | 0,1591 | 0,73 | 0,2673 | 1,05 | 0,3531 |
| 0,10 | 0,0398 | 0,42 | 0,1628 | 0,74 | 0,2703 | 1,06 | 0,3554 |
| 0,11 | 0,0438 | 0,43 | 0,1664 | 0,75 | 0,2734 | 1,07 | 0,3577 |
| 0,12 | 0,0478 | 0,44 | 0,1700 | 0,76 | 0,2764 | 1,08 | 0,3599 |
| 0,13 | 0,0517 | 0,45 | 0,1736 | 0,77 | 0,2794 | 1,09 | 0,3621 |
| 0,14 | 0,0557 | 0,46 | 0,1772 | 0,78 | 0,2823 | 1,10 | 0,3643 |
| 0,15 | 0,0596 | 0,47 | 0,1808 | 0,79 | 0,2852 | 1,11 | 0,3665 |
| 0,16 | 0,0636 | 0,48 | 0,1844 | 0,80 | 0,2881 | 1,12 | 0,3686 |
| 0,17 | 0,0675 | 0,49 | 0,1879 | 0,81 | 0,2910 | 1,13 | 0,3708 |
| 0,18 | 0,0714 | 0,50 | 0,1915 | 0,82 | 0,2939 | 1,14 | 0,3729 |
| 0,19 | 0,0753 | 0,51 | 0,1950 | 0,83 | 0,2967 | 1,15 | 0,3749 |
| 0,20 | 0,0793 | 0,52 | 0,1985 | 0,84 | 0,2995 | 1,16 | 0,3770 |
| 0,21 | 0,0832 | 0,53 | 0,2019 | 0,85 | 0,3023 | 1,17 | 0,3790 |
| 0,22 | 0,0871 | 0,54 | 0,2054 | 0,86 | 0,3051 | 1,18 | 0,3810 |
| 0,23 | 0,0910 | 0,55 | 0,2088 | 0,87 | 0,3078 | 1,19 | 0,3830 |
| 0,24 | 0,0948 | 0,56 | 0,2123 | 0,88 | 0,3106 | 1,20 | 0,3849 |
| 0,25 | 0,0987 | 0,57 | 0,2157 | 0,89 | 0,3133 | 1,21 | 0,3869 |
| 0,26 | 0,1026 | 0,58 | 0,2190 | 0,90 | 0,3159 | 1,22 | 0,3883 |
| 0,27 | 0,1064 | 0,59 | 0,2224 | 0,91 | 0,3186 | 1,23 | 0,3907 |
| 0,28 | 0,1103 | 0,60 | 0,2257 | 0,92 | 0,3212 | 1,24 | 0,3925 |
| 0,29 | 0,1141 | 0,61 | 0,2291 | 0,93 | 0,3238 | 1,25 | 0,3944 |
| 0,30 | 0,1179 | 0,62 | 0,2324 | 0,94 | 0,3264 | | |
| 0,31 | 0,1217 | 0,63 | 0,2357 | 0,95 | 0,3289 | | |

*Продолжение прилож. 2*

| x | Ф (x) | x | Ф (x) | x | Ф (x) | x | Ф (x) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1,26 | 0,3962 | 1,59 | 0,4441 | 1,92 | 0,4726 | 2,50 | 0,4938 |
| 1,27 | 0,3980 | 1,60 | 0,4452 | 1,93 | 0,4732 | 2,52 | 0,4941 |
| 1,28 | 0,3997 | 1,61 | 0,4463 | 1,94 | 0,4738 | 2,54 | 0,4945 |
| 1,29 | 0,4015 | 1,62 | 0,4474 | 1,95 | 0,4744 | 2,56 | 0,4948 |
| 1,30 | 0,4032 | 1,63 | 0,4484 | 1,96 | 0,4750 | 2,58 | 0,4951 |
| 1,31 | 0,4049 | 1,64 | 0,4495 | 1,97 | 0,4756 | 2,60 | 0,4953 |
| 1,32 | 0,4066 | 1,65 | 0,4505 | 1,98 | 0,4761 | 2,62 | 0,4956 |
| 1,33 | 0,4082 | 1,66 | 0,4515 | 1,99 | 0,4767 | 2,64 | 0,4959 |
| 1,34 | 0,4099 | 1,67 | 0,4525 | 2,00 | 0,4772 | 2,66 | 0,4961 |
| 1,35 | 0,4115 | 1,68 | 0,4535 | 2,02 | 0,4783 | 2,68 | 0,4963 |
| 1,36 | 0,4131 | 1,69 | 0,4545 | 2,04 | 0,4793 | 2,70 | 0,4965 |
| 1,37 | 0,4147 | 1,70 | 0,4554 | 2,06 | 0,4803 | 2,72 | 0,4967 |
| 1,38 | 0,4162 | 1,71 | 0,4564 | 2,08 | 0,4812 | 2,74 | 0,4969 |
| 1,39 | 0,4177 | 1,72 | 0,4573 | 2,10 | 0,4821 | 2,76 | 0,4971 |
| 1,40 | 0,4192 | 1,73 | 0,4582 | 2,12 | 0,4830 | 2,78 | 0,4973 |
| 1,41 | 0,4207 | 1,74 | 0,4591 | 2,14 | 0,4838 | 2,80 | 0,4974 |
| 1,42 | 0,4222 | 1,75 | 0,4599 | 2,16 | 0,4846 | 2,82 | 0,4976 |
| 1,43 | 0,4236 | 1,76 | 0,4608 | 2,18 | 0,4854 | 2,84 | 0,4977 |
| 1,44 | 0,4251 | 1,77 | 0,4616 | 2,20 | 0,4861 | 2,86 | 0,4979 |
| 1,45 | 0,4265 | 1,78 | 0,4625 | 2,22 | 0,4868 | 2,88 | 0,4980 |
| 1,46 | 0,4279 | 1,79 | 0,4633 | 2,24 | 0,4875 | 2,90 | 0,4981 |
| 1,47 | 0,4292 | 1,80 | 0,4641 | 2,26 | 0,4881 | 2,92 | 0,4982 |
| 1,48 | 0,4306 | 1,81 | 0,4649 | 2,28 | 0,4887 | 2,94 | 0,4984 |
| 1,49 | 0,4319 | 1,82 | 0,4656 | 2,30 | 0,4893 | 2,96 | 0,4985 |
| 1,50 | 0,4332 | 1,83 | 0,4664 | 2,32 | 0,4898 | 2,98 | 0,4986 |
| 1,51 | 0,4345 | 1,84 | 0,4671 | 2,34 | 0,4904 | 3,00 | 0,49865 |
| 1,52 | 0,4357 | 1,85 | 0,4678 | 2,36 | 0,4909 | 3,20 | 0,49931 |
| 1,53 | 0,4370 | 1,86 | 0,4686 | 2,38 | 0,4913 | 3,40 | 0,49966 |
| 1,54 | 0,4382 | 1,87 | 0,4693 | 2,40 | 0,4918 | 3,60 | 0,499841 |
| 1,55 | 0,4394 | 1,88 | 0,4699 | 2,42 | 0,4922 | 3,80 | 0,499928 |
| 1,56 | 0,4406 | 1,89 | 0,4706 | 2,44 | 0,4927 | 4,00 | 0,499968 |
| 1,57 | 0,4418 | 1,90 | 0,4713 | 2,46 | 0,4931 | 4,50 | 0,499997 |
| 1,58 | 0,4429 | 1,91 | 0,4719 | 2,48 | 0,4934 | 5,00 | 0,499999 |

*ПРИЛОЖЕНИЕ 3*

**Таблица значений $t_\gamma = t(\gamma, n)$**

| $n \backslash \gamma$ | 0,95 | 0,99 | 0,999 | $n \backslash \gamma$ | 0,95 | 0,99 | 0,999 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 5 | 2,78 | 4,60 | 8,61 | 20 | 2,093 | 2,861 | 3,883 |
| 6 | 2,57 | 4,03 | 6,86 | 25 | 2,064 | 2,797 | 3,745 |
| 7 | 2,45 | 3,71 | 5,96 | 30 | 2,045 | 2,756 | 3,659 |
| 8 | 2,37 | 3,50 | 5,41 | 35 | 2,032 | 2,720 | 3,600 |
| 9 | 2,31 | 3,36 | 5,04 | 40 | 2,023 | 2,708 | 3,558 |
| 10 | 2,26 | 3,25 | 4,78 | 45 | 2,016 | 2,692 | 3,527 |
| 11 | 2,23 | 3,17 | 4,59 | 50 | 2,009 | 2,679 | 3,502 |
| 12 | 2,20 | 3,11 | 4,44 | 60 | 2,001 | 2,662 | 3,464 |
| 13 | 2,18 | 3,06 | 4,32 | 70 | 1,996 | 2,649 | 3,439 |
| 14 | 2,16 | 3,01 | 4,22 | 80 | 1,991 | 2,640 | 3,418 |
| 15 | 2,15 | 2,98 | 4,14 | 90 | 1,987 | 2,633 | 3,403 |
| 16 | 2,13 | 2,95 | 4,07 | 100 | 1,984 | 2,627 | 3,392 |
| 17 | 2,12 | 2,92 | 4,02 | 120 | 1,980 | 2,617 | 3,374 |
| 18 | 2,11 | 2,90 | 3,97 | $\infty$ | 1,960 | 2,576 | 3,291 |
| 19 | 2,10 | 2,88 | 3,92 | | | | |

*ПРИЛОЖЕНИЕ 4*

**Таблица значений $q = q(\gamma, n)$**

| $n \backslash \gamma$ | 0,95 | 0,99 | 0,999 | $n \backslash \gamma$ | 0,95 | 0,99 | 0,999 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 5 | 1,37 | 2,67 | 5,64 | 20 | 0,37 | 0,58 | 0,88 |
| 6 | 1,09 | 2,01 | 3,88 | 25 | 0,32 | 0,49 | 0,73 |
| 7 | 0,92 | 1,62 | 2,98 | 30 | 0,28 | 0,43 | 0,63 |
| 8 | 0,80 | 1,38 | 2,42 | 35 | 0,26 | 0,38 | 0,56 |
| 9 | 0,71 | 1,20 | 2,06 | 40 | 0,24 | 0,35 | 0,50 |
| 10 | 0,65 | 1,08 | 1,80 | 45 | 0,22 | 0,32 | 0,46 |
| 11 | 0,59 | 0,98 | 1,60 | 50 | 0,21 | 0,30 | 0,43 |
| 12 | 0,55 | 0,90 | 1,45 | 60 | 0,188 | 0,269 | 0,38 |
| 13 | 0,52 | 0,83 | 1,33 | 70 | 0,174 | 0,245 | 0,34 |
| 14 | 0,48 | 0,78 | 1,23 | 80 | 0,161 | 0,226 | 0,31 |
| 15 | 0,46 | 0,73 | 1,15 | 90 | 0,151 | 0,211 | 0,29 |
| 16 | 0,44 | 0,70 | 1,07 | 100 | 0,143 | 0,198 | 0,27 |
| 17 | 0,42 | 0,66 | 1,01 | 150 | 0,115 | 0,160 | 0,211 |
| 18 | 0,40 | 0,63 | 0,96 | 200 | 0,099 | 0,136 | 0,185 |
| 19 | 0,39 | 0,60 | 0,92 | 250 | 0,089 | 0,120 | 0,162 |

*ПРИЛОЖЕНИЕ 5*

**Критические точки распределения $\chi^2$**

| Число степеней свободы $k$ | Уровень значимости $\alpha$ | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 0,01 | 0,025 | 0,05 | 0,95 | 0,975 | 0,99 |
| 1 | 6,6 | 5,0 | 3,8 | 0,0039 | 0,00098 | 0,00016 |
| 2 | 9,2 | 7,4 | 6,0 | 0,103 | 0,051 | 0,020 |
| 3 | 11,3 | 9,4 | 7,8 | 0,352 | 0,216 | 0,115 |
| 4 | 13,3 | 11,1 | 9,5 | 0,711 | 0,484 | 0,297 |
| 5 | 15,1 | 12,8 | 11,1 | 1,15 | 0,831 | 0,554 |
| 6 | 16,8 | 14,4 | 12,6 | 1,64 | 1,24 | 0,872 |
| 7 | 18,5 | 16,0 | 14,1 | 2,17 | 1,69 | 1,24 |
| 8 | 20,1 | 17,5 | 15,5 | 2,73 | 2,18 | 1,65 |
| 9 | 21,7 | 19,0 | 16,9 | 3,33 | 2,70 | 2,09 |
| 10 | 23,2 | 20,5 | 18,3 | 3,94 | 3,25 | 2,56 |
| 11 | 24,7 | 21,9 | 19,7 | 4,57 | 3,82 | 3,05 |
| 12 | 26,2 | 23,3 | 21,0 | 5,23 | 4,40 | 3,57 |
| 13 | 27,7 | 24,7 | 22,4 | 5,89 | 5,01 | 4,11 |
| 14 | 29,1 | 26,1 | 23,7 | 6,57 | 5,63 | 4,66 |
| 15 | 30,6 | 27,5 | 25,0 | 7,26 | 6,26 | 5,23 |
| 16 | 32,0 | 28,8 | 26,3 | 7,96 | 6,91 | 5,81 |
| 17 | 33,4 | 30,2 | 27,6 | 8,67 | 7,56 | 6,41 |
| 18 | 34,8 | 31,5 | 28,9 | 9,39 | 8,23 | 7,01 |
| 19 | 36,2 | 32,9 | 30,1 | 10,1 | 8,91 | 7,63 |
| 20 | 37,6 | 34,2 | 31,4 | 10,9 | 9,59 | 8,26 |
| 21 | 38,9 | 35,5 | 32,7 | 11,6 | 10,3 | 8,90 |
| 22 | 40,3 | 36,8 | 33,9 | 12,3 | 11,0 | 9,54 |
| 23 | 41,6 | 38,1 | 35,2 | 13,1 | 11,7 | 10,2 |
| 24 | 43,0 | 39,4 | 36,4 | 13,8 | 12,4 | 10,9 |
| 25 | 44,3 | 40,6 | 37,7 | 14,6 | 13,1 | 11,5 |
| 26 | 45,6 | 41,9 | 38,9 | 15,4 | 13,8 | 12,2 |
| 27 | 47,0 | 43,2 | 40,1 | 16,2 | 14,6 | 12,9 |
| 28 | 48,3 | 44,5 | 41,3 | 16,9 | 15,3 | 13,6 |
| 29 | 49,6 | 45,7 | 42,6 | 17,7 | 16,0 | 14,3 |
| 30 | 50,9 | 47,0 | 43,8 | 18,5 | 16,8 | 15,0 |

*ПРИЛОЖЕНИЕ 6*

**Критические точки распределения Стьюдента**

| Число степеней свободы $k$ | Уровень значимости $\alpha$ (двусторонняя критическая область) | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 0,10 | 0,05 | 0,02 | 0,01 | 0,002 | 0,001 |
| 1 | 6,31 | 12,7 | 31,82 | 63,7 | 318,3 | 637,0 |
| 2 | 2,92 | 4,30 | 6,97 | 9,92 | 22,33 | 31,6 |
| 3 | 2,35 | 3,18 | 4,54 | 5,84 | 10,22 | 12,9 |
| 4 | 2,13 | 2,78 | 3,75 | 4,60 | 7,17 | 8,61 |
| 5 | 2,01 | 2,57 | 3,37 | 4,03 | 5,89 | 6,86 |
| 6 | 1,94 | 2,45 | 3,14 | 3,71 | 5,21 | 5,96 |
| 7 | 1,89 | 2,36 | 3,00 | 3,50 | 4,79 | 5,40 |
| 8 | 1,86 | 2,31 | 2,90 | 3,36 | 4,50 | 5,04 |
| 9 | 1,83 | 2,26 | 2,82 | 3,25 | 4,30 | 4,78 |
| 10 | 1,81 | 2,23 | 2,76 | 3,17 | 4,14 | 4,59 |
| 11 | 1,80 | 2,20 | 2,72 | 3,11 | 4,03 | 4,44 |
| 12 | 1,78 | 2,18 | 2,68 | 3,05 | 3,93 | 4,32 |
| 13 | 1,77 | 2,16 | 2,65 | 3,01 | 3,85 | 4,22 |
| 14 | 1,76 | 2,14 | 2,62 | 2,98 | 3,79 | 4,14 |
| 15 | 1,75 | 2,13 | 2,60 | 2,95 | 3,73 | 4,07 |
| 16 | 1,75 | 2,12 | 2,58 | 2,92 | 3,69 | 4,01 |
| 17 | 1,74 | 2,11 | 2,57 | 2,90 | 3,65 | 3,96 |
| 18 | 1,73 | 2,10 | 2,55 | 2,88 | 3,61 | 3,92 |
| 19 | 1,73 | 2,09 | 2,54 | 2,86 | 3,58 | 3,88 |
| 20 | 1,73 | 2,09 | 2,53 | 2,85 | 3,55 | 3,85 |
| 21 | 1,72 | 2,08 | 2,52 | 2,83 | 3,53 | 3,82 |
| 22 | 1,72 | 2,07 | 2,51 | 2,82 | 3,51 | 3,79 |
| 23 | 1,71 | 2,07 | 2,50 | 2,81 | 3,49 | 3,77 |
| 24 | 1,71 | 2,06 | 2,49 | 2,80 | 3,47 | 3,74 |
| 25 | 1,71 | 2,06 | 2,49 | 2,79 | 3,45 | 3,72 |
| 26 | 1,71 | 2,06 | 2,48 | 2,78 | 3,44 | 3,71 |
| 27 | 1,71 | 2,05 | 2,47 | 2,77 | 3,42 | 3,69 |
| 28 | 1,70 | 2,05 | 2,46 | 2,76 | 3,40 | 3,66 |
| 29 | 1,70 | 2,05 | 2,46 | 2,76 | 3,40 | 3,66 |
| 30 | 1,70 | 2,04 | 2,46 | 2,75 | 3,39 | 3,65 |
| 40 | 1,68 | 2,02 | 2,42 | 2,70 | 3,31 | 3,55 |
| 60 | 1,67 | 2,00 | 2,39 | 2,66 | 3,23 | 3,46 |
| 120 | 1,66 | 1,98 | 2,36 | 2,62 | 3,17 | 3,37 |
| $\infty$ | 1,64 | 1,96 | 2,33 | 2,58 | 3,09 | 3,29 |
| | 0,05 | 0,025 | 0,01 | 0,005 | 0,001 | 0,0005 |
| | Уровень значимости $\alpha$ (односторонняя критическая область) | | | | | |

*ПРИЛОЖЕНИЕ 7*

**Критические точки распределения $F$ Фишера — Снедекора**

($k_1$ — число степеней свободы большей дисперсии,
$k_2$ — число степеней свободы меньшей дисперсии)

Уровень значимости $\alpha = 0,01$

| $k_2$ \ $k_1$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 4052 | 4999 | 5403 | 5625 | 5764 | 5889 | 5928 | 5981 | 6022 | 6056 | 6082 | 6106 |
| 2 | 98,49 | 99,01 | 99,17 | 99,25 | 99,30 | 99,33 | 99,34 | 99,36 | 99,38 | 99,40 | 99,41 | 99,42 |
| 3 | 34,12 | 30,81 | 29,46 | 28,71 | 28,24 | 27,91 | 27,67 | 27,49 | 27,34 | 27,23 | 27,13 | 27,05 |
| 4 | 21,20 | 18,00 | 16,69 | 15,98 | 15,52 | 15,21 | 14,98 | 14,80 | 14,66 | 14,54 | 14,45 | 14,37 |
| 5 | 16,26 | 13,27 | 12,06 | 11,39 | 10,97 | 10,67 | 10,45 | 10,27 | 10,15 | 10,05 | 9,96 | 9,89 |
| 6 | 13,74 | 10,92 | 9,78 | 9,15 | 8,75 | 8,47 | 8,26 | 8,10 | 7,98 | 7,87 | 7,79 | 7,72 |
| 7 | 12,25 | 9,55 | 8,45 | 7,85 | 7,46 | 7,19 | 7,00 | 6,84 | 6,71 | 6,62 | 6,54 | 6,47 |
| 8 | 11,26 | 8,65 | 7,59 | 7,01 | 6,63 | 6,37 | 6,19 | 6,03 | 5,91 | 5,82 | 5,74 | 5,67 |
| 9 | 10,56 | 8,02 | 6,99 | 6,42 | 6,06 | 5,80 | 5,62 | 5,47 | 5,35 | 5,26 | 5,18 | 5,11 |
| 10 | 10,04 | 7,56 | 6,55 | 5,99 | 5,64 | 5,39 | 5,21 | 5,06 | 4,95 | 4,85 | 4,78 | 4,71 |
| 11 | 9,86 | 7,20 | 6,22 | 5,67 | 5,32 | 5,07 | 4,88 | 4,74 | 4,63 | 4,54 | 4,46 | 4,40 |
| 12 | 9,33 | 6,93 | 5,95 | 5,41 | 5,06 | 4,82 | 4,65 | 4,50 | 4,39 | 4,30 | 4,22 | 4,16 |
| 13 | 9,07 | 6,70 | 5,74 | 5,20 | 4,86 | 4,62 | 4,44 | 4,30 | 4,19 | 4,10 | 4,02 | 3,96 |
| 14 | 8,86 | 6,51 | 5,56 | 5,03 | 4,69 | 4,46 | 4,28 | 4,14 | 4,03 | 3,94 | 3,86 | 3,80 |
| 15 | 8,68 | 6,36 | 5,42 | 4,89 | 4,56 | 4,32 | 4,14 | 4,00 | 3,89 | 3,80 | 3,73 | 3,67 |
| 16 | 8,53 | 6,23 | 5,29 | 4,77 | 4.44 | 4,20 | 4,03 | 3,89 | 3,78 | 3,69 | 3,61 | 3,55 |
| 17 | 8,40 | 6,11 | 5,18 | 4,67 | 4,34 | 4,10 | 3,93 | 3,79 | 3,68 | 3,59 | 3,52 | 3.45 |

Уровень значимости $\alpha = 0,05$

| $k_2$ \ $k_1$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 161 | 200 | 216 | 225 | 230 | 234 | 237 | 239 | 241 | 242 | 243 | 244 |
| 2 | 18,51 | 19,00 | 19,16 | 19,25 | 19,30 | 19,33 | 19,36 | 19,37 | 19,38 | 19,39 | 19,40 | 19,41 |
| 3 | 10,13 | 9,55 | 9,28 | 9,12 | 9,01 | 8,94 | 8,88 | 8,84 | 8,81 | 8,78 | 8,76 | 8,74 |
| 4 | 7,71 | 6,94 | 6,59 | 6,39 | 6,26 | 6,16 | 6,09 | 6,04 | 6,00 | 5,96 | 5,93 | 5,91 |
| 5 | 6,61 | 5,79 | 5,41 | 5,19 | 5,05 | 4,95 | 4,88 | 4,82 | 4,78 | 4,74 | 4,70 | 4,68 |
| 6 | 5,99 | 5,14 | 4,76 | 4,53 | 4,39 | 4,28 | 4,21 | 4,15 | 4,10 | 4,06 | 4,03 | 4,00 |
| 7 | 5,59 | 4,74 | 4,35 | 4,12 | 3,97 | 3,87 | 3,79 | 3,73 | 3,68 | 3,63 | 3,60 | 3,57 |
| 8 | 5,32 | 4,46 | 4,07 | 3,84 | 3,69 | 3,58 | 3,50 | 3,44 | 3,39 | 3,34 | 3,31 | 3,28 |
| 9 | 5,12 | 4,26 | 3,86 | 3,63 | 3,48 | 3,37 | 3,29 | 3,23 | 3,18 | 3,13 | 3,10 | 3,07 |
| 10 | 4,96 | 4,10 | 3,71 | 3,48 | 3,33 | 3,22 | 3,14 | 3,07 | 3,02 | 2,97 | 2,94 | 2,91 |
| 11 | 4,84 | 3,98 | 3,59 | 3,36 | 3,20 | 3,09 | 3,01 | 2,95 | 2,90 | 2,86 | 2,82 | 2,79 |
| 12 | 4,75 | 3,88 | 3,49 | 3,26 | 3,11 | 3,00 | 2,92 | 2,85 | 2,80 | 2,76 | 2,72 | 2,69 |
| 13 | 4,67 | 3,80 | 3,41 | 3,18 | 3,02 | 2,92 | 2,84 | 2,77 | 2,72 | 2,67 | 2,63 | 2,60 |
| 14 | 4,60 | 3,74 | 3,34 | 3,11 | 2,96 | 2,85 | 2,77 | 2,70 | 2,65 | 2,60 | 2,56 | 2,53 |
| 15 | 4,54 | 3,68 | 3,29 | 3,06 | 2,90 | 2,79 | 2,70 | 2,64 | 2,59 | 2,55 | 2,51 | 2,48 |
| 16 | 4,49 | 3,63 | 3,24 | 3,01 | 2,85 | 2,74 | 2,66 | 2,59 | 2,54 | 2,49 | 2,45 | 2,42 |
| 17 | 4,45 | 3,59 | 3,20 | 2,96 | 2,81 | 2,70 | 2,62 | 2,55 | 2,50 | 2,45 | 2,41 | 2,38 |

*ПРИЛОЖЕНИЕ 8*

**Критические точки распределения Кочрена**
**($k$—число степеней свободы, $l$—количество выборок)**

Уровень значимости $\alpha = 0,01$

| $l$ \ $k$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2 | 0,9999 | 0,9950 | 0,9794 | 0,9586 | 0,9373 | 0,9172 | 0,8988 |
| 3 | 9933 | 9423 | 8831 | 8335 | 7933 | 7606 | 7335 |
| 4 | 9676 | 8643 | 7814 | 7212 | 6761 | 6410 | 6129 |
| 5 | 0,9279 | 0,7885 | 0,6957 | 0,6329 | 0,5875 | 0,5531 | 0,5259 |
| 6 | 8828 | 7218 | 6258 | 5635 | 5195 | 4866 | 4608 |
| 7 | 8376 | 6644 | 5685 | 5080 | 4659 | 4347 | 4105 |
| 8 | 0,7945 | 0,6152 | 0,5209 | 0,4627 | 0,4226 | 0,3932 | 0,3704 |
| 9 | 7544 | 5727 | 4810 | 4251 | 3870 | 3592 | 3378 |
| 10 | 7175 | 5358 | 4469 | 3934 | 3572 | 3308 | 3106 |
| 12 | 0,6528 | 0,4751 | 0,3919 | 0,3428 | 0,3099 | 0,2861 | 0,2680 |
| 15 | 5747 | 4069 | 3317 | 2882 | 2593 | 2386 | 2228 |
| 20 | 4799 | 3297 | 2654 | 2288 | 2048 | 1877 | 1748 |
| 24 | 0,4247 | 0,2871 | 0,2295 | 0,1970 | 0,1759 | 0,1608 | 0,1495 |
| 30 | 3632 | 2412 | 1913 | 1635 | 1454 | 1327 | 1232 |
| 40 | 2940 | 1915 | 1508 | 1281 | 1135 | 1033 | 0957 |
| 60 | 0,2151 | 0,1371 | 0,1069 | 0,0902 | 0,0796 | 0,0722 | 0,0668 |
| 120 | 1225 | 0759 | 0585 | 0489 | 0429 | 0387 | 0357 |
| | 0000 | 0000 | 0000 | 0000 | 0000 | 0000 | 0000 |

Уровень значимости $\alpha = 0,01$

| $l$ \ $k$ | 8 | 9 | 10 | 16 | 36 | 144 | ∞ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2 | 0,8823 | 0,8674 | 0,8539 | 0,7949 | 0,7067 | 0,6062 | 0,5000 |
| 3 | 7107 | 6912 | 6743 | 6059 | 5153 | 4230 | 3333 |
| 4 | 5897 | 5702 | 5536 | 4884 | 4057 | 3251 | 2500 |
| 5 | 0,5037 | 0,4854 | 0,4697 | 0,4094 | 0,3351 | 0,2644 | 0,2000 |
| 6 | 4401 | 4229 | 4084 | 3529 | 2858 | 2229 | 1667 |
| 7 | 3911 | 3751 | 3616 | 3105 | 2494 | 1929 | 1429 |
| 8 | 0,3522 | 0,3373 | 0,3248 | 0,2779 | 0,2214 | 0,1700 | 0,1250 |
| 9 | 3207 | 3067 | 2950 | 2514 | 1992 | 1521 | 1111 |
| 10 | 2945 | 2813 | 2704 | 2297 | 1811 | 1376 | 1000 |
| 12 | 0,2535 | 0,2419 | 0,2320 | 0,1961 | 0,1535 | 0,1157 | 0,0833 |
| 15 | 2104 | 2002 | 1918 | 1612 | 1251 | 0934 | 0667 |
| 20 | 1646 | 1567 | 1501 | 1248 | 0960 | 0709 | 0500 |
| 24 | 0,1406 | 0,1338 | 0,1283 | 0,1060 | 0,0810 | 0,0595 | 0,0417 |
| 30 | 1157 | 1100 | 1054 | 0867 | 0658 | 0480 | 0333 |
| 40 | 0898 | 0853 | 0816 | 0668 | 0503 | 0363 | 0250 |
| 60 | 0,0625 | 0,0594 | 0,0567 | 0,0461 | 0,0344 | 0,0245 | 0,0167 |
| 120 | 0334 | 0316 | 0302 | 0242 | 0178 | 0125 | 0083 |
| ∞ | 0000 | 0000 | 0000 | 0000 | 0000 | 0000 | 0000 |

*Продолжение прилож. 8*

**Уровень значимости $\alpha = 0,05$**

| $l$ \ $k$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2 | 0,9985 | 0,9750 | 0,9392 | 0,9057 | 0,8772 | 0,8534 | 0,8332 |
| 3 | 9669 | 8709 | 7977 | 7457 | 7071 | 6771 | 6530 |
| 4 | 9065 | 7679 | 6841 | 6287 | 5895 | 5598 | 5365 |
| 5 | 0,8412 | 0,6338 | 0,5981 | 0,5440 | 0,5063 | 0,4783 | 0,4564 |
| 6 | 7808 | 6161 | 5321 | 4803 | 4447 | 4184 | 3980 |
| 7 | 7271 | 5612 | 4800 | 4307 | 3974 | 3726 | 3535 |
| 8 | 0,6798 | 0,5157 | 0,4377 | 0,3910 | 0,3595 | 0,3362 | 0,3185 |
| 9 | 6385 | 4775 | 4027 | 3584 | 3286 | 3067 | 2901 |
| 10 | 6020 | 4450 | 3733 | 3311 | 3029 | 2823 | 2666 |
| 12 | 0,5410 | 0,3924 | 0,3624 | 0,2880 | 0,2624 | 0,2439 | 0,2299 |
| 15 | 4709 | 3346 | 2758 | 2419 | 2195 | 2034 | 1911 |
| 20 | 3894 | 2705 | 2205 | 1921 | 1735 | 1602 | 1501 |
| 24 | 0,3434 | 0,2354 | 0,1907 | 0,1656 | 0,1493 | 0,1374 | 0,1286 |
| 30 | 2929 | 1980 | 1593 | 1377 | 1237 | 1137 | 1061 |
| 40 | 2370 | 1576 | 1259 | 1082 | 0968 | 0887 | 0827 |
| 60 | 0,1737 | 0,1131 | 0,0895 | 0,0765 | 0,0682 | 0,0623 | 0,0583 |
| 120 | 0998 | 0632 | 0495 | 0419 | 0371 | 0337 | 0312 |
| ∞ | 0000 | 0000 | 0000 | 0000 | 0000 | 0000 | 0000 |

**Уровень значимости $\alpha = 0,05$**

| $l$ \ $k$ | 8 | 9 | 10 | 16 | 36 | 144 | ∞ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2 | 0,8159 | 0,8010 | 0,7880 | 0,7341 | 0,6602 | 0,5813 | 0,5000 |
| 3 | 6333 | 6167 | 6025 | 5466 | 4748 | 4031 | 3333 |
| 4 | 5175 | 5017 | 4884 | 4366 | 3720 | 3093 | 2500 |
| 5 | 0,4387 | 0,4241 | 0,4118 | 0,3645 | 0,3066 | 0,2013 | 0,2000 |
| 6 | 3817 | 3682 | 3568 | 3135 | 2612 | 2119 | 1667 |
| 7 | 3384 | 3259 | 3154 | 2756 | 2278 | 1833 | 1429 |
| 8 | 0,3043 | 0,2926 | 0,2829 | 0,2462 | 0,2022 | 0,1616 | 0,1250 |
| 9 | 2768 | 2659 | 2558 | 2226 | 1820 | 1446 | 1111 |
| 10 | 2541 | 2439 | 2353 | 2032 | 1655 | 1308 | 1000 |
| 12 | 0,2187 | 0,2098 | 0,2020 | 0,1737 | 0,1403 | 0,1100 | 0,0833 |
| 15 | 1815 | 1736 | 1671 | 1429 | 1144 | 0889 | 0667 |
| 20 | 1422 | 1357 | 1303 | 1108 | 0879 | 0675 | 0500 |
| 24 | 0,1216 | 0,1160 | 0,1113 | 0,0942 | 0,0743 | 0,0567 | 0,0417 |
| 30 | 1002 | 0958 | 0921 | 0771 | 0604 | 0457 | 0333 |
| 40 | 0780 | 0745 | 0713 | 0595 | 0462 | 0347 | 0250 |
| 60 | 0,0552 | 0,0520 | 0,0497 | 0,0411 | 0,0316 | 0,0234 | 0,0167 |
| 120 | 0292 | 0279 | 0266 | 0218 | 0165 | 0120 | 0083 |
| ∞ | 0000 | 0000 | 0000 | 0000 | 0000 | 0000 | 0000 |

### *ПРИЛОЖЕНИЕ 9*

**Равномерно распределенные случайные числа**

| | | | |
|---|---|---|---|
| 10 09 73 25 33 | 76 52 01 35 86 | 34 67 35 48 76 | 80 95 90 91 17 |
| 37 54 20 48 05 | 64 89 47 42 96 | 24 80 52 40 37 | 20 63 61 04 02 |
| 08 42 26 89 53 | 19 64 50 93 03 | 23 20 90 25 60 | 15 95 33 47 64 |
| 99 01 90 25 29 | 09 37 67 07 15 | 38 31 13 11 65 | 88 67 67 43 97 |
| 12 80 79 99 70 | 80 15 73 61 47 | 64 03 23 66 53 | 98 95 11 68 77 |
| 66 06 57 47 17 | 34 07 27 68 50 | 36 69 73 61 70 | 65 81 33 98 85 |
| 31 06 01 08 05 | 45 57 18 24 06 | 35 30 34 26 14 | 86 79 90 74 39 |
| 85 26 97 76 02 | 02 05 16 56 92 | 68 66 57 48 18 | 73 05 38 52 47 |
| 63 57 33 21 35 | 05 32 54 70 48 | 90 55 35 75 48 | 28 46 82 87 09 |
| 73 79 64 57 53 | 03 52 96 47 78 | 35 80 83 42 82 | 60 93 52 03 44 |
| 98 52 01 77 67 | 14 90 56 86 07 | 22 10 94 05 58 | 60 97 09 34 33 |
| 11 80 50 54 31 | 39 80 82 77 32 | 50 72 56 82 48 | 29 40 52 42 01 |
| 83 45 29 96 34 | 06 28 89 80 83 | 13 74 67 00 78 | 18 47 54 06 10 |
| 88 68 54 02 00 | 86 50 75 84 01 | 36 76 66 79 51 | 90 36 47 64 93 |
| 99 59 46 73 48 | 87 51 76 49 69 | 91 82 60 89 28 | 93 78 56 13 68 |
| 65 48 11 76 74 | 17 46 85 09 50 | 58 04 77 69 74 | 73 03 95 71 86 |
| 80 12 43 56 35 | 17 72 70 80 15 | 45 31 82 23 74 | 21 11 57 82 53 |
| 74 35 09 98 17 | 77 40 27 72 14 | 43 23 60 02 10 | 45 52 16 42 37 |
| 69 91 62 68 03 | 66 25 22 91 48 | 36 93 68 72 03 | 76 62 11 39 90 |
| 09 89 32 05 05 | 14 22 56 85 14 | 46 42 75 67 88 | 96 29 77 88 22 |
| 91 49 91 45 23 | 68 47 92 76 86 | 46 16 28 35 54 | 94 75 08 99 23 |
| 80 33 69 45 98 | 26 94 03 68 58 | 70 29 73 41 35 | 53 14 03 33 40 |
| 44 10 48 19 49 | 85 15 74 79 54 | 32 97 92 65 75 | 57 60 04 08 81 |
| 12 55 07 37 42 | 11 10 00 20 40 | 12 86 07 46 97 | 96 64 48 94 39 |
| 63 60 64 93 29 | 16 50 53 44 84 | 40 21 95 25 63 | 43 65 17 70 82 |
| 61 19 69 04 46 | 26 45 74 77 74 | 51 92 43 37 29 | 65 39 45 95 93 |
| 15 47 44 52 66 | 95 27 07 99 53 | 59 36 78 38 48 | 82 39 61 01 18 |
| 94 55 72 85 73 | 67 89 75 43 87 | 54 62 24 44 31 | 91 19 04 25 92 |
| 42 48 11 62 13 | 97 34 40 87 21 | 16 86 84 87 67 | 03 07 11 20 59 |
| 23 52 37 83 17 | 73 20 88 98 37 | 68 93 59 14 16 | 26 25 22 96 63 |
| 04 49 35 24 94 | 75 24 63 38 24 | 45 86 25 10 25 | 61 96 27 93 35 |
| 00 54 99 76 54 | 64 05 18 81 59 | 96 11 96 38 96 | 54 69 28 23 91 |
| 35 96 31 53 07 | 26 89 80 93 54 | 33 35 13 54 62 | 77 97 45 00 24 |
| 59 80 80 83 91 | 45 42 72 68 42 | 83 60 94 97 00 | 13 02 12 48 92 |
| 46 05 88 52 36 | 01 39 09 22 86 | 77 28 14 40 77 | 93 91 08 36 47 |
| 32 17 90 05 97 | 87 37 92 52 41 | 05 56 70 70 07 | 86 74 31 71 57 |
| 69 23 46 14 06 | 20 11 74 52 04 | 15 95 66 00 00 | 18 74 39 24 23 |
| 19 56 54 14 30 | 01 75 87 53 79 | 40 41 92 15 85 | 66 67 43 68 06 |
| 45 15 51 49 38 | 19 47 60 72 46 | 43 66 79 45 43 | 59 04 79 00 33 |
| 94 86 43 19 94 | 36 16 81 08 51 | 34 88 88 15 53 | 01 54 03 54 56 |

*Продолжение прилож. 9*

| | | | |
|---|---|---|---|
| 98 08 62 48 26 | 45 24 02 84 04 | 44 99 90 88 96 | 39 09 47 34 07 |
| 33 18 51 62 32 | 41 94 15 09 49 | 89 43 54 85 81 | 88 69 54 19 94 |
| 80 95 10 04 06 | 96 38 27 07 74 | 20 15 12 33 87 | 25 01 62 52 98 |
| 79 75 24 91 40 | 71 96 12 82 96 | 69 86 10 25 91 | 74 85 22 05 39 |
| 18 63 33 25 37 | 98 14 50 65 71 | 31 01 02 46 74 | 05 45 56 14 27 |
| 74 02 94 39 02 | 77 55 73 22 70 | 97 79 01 71 19 | 52 52 75 80 21 |
| 54 17 84 56 11 | 80 99 33 71 43 | 05 33 51 29 69 | 56 12 71 92 55 |
| 11 66 44 98 83 | 52 07 98 48 27 | 59 38 17 15 39 | 09 97 33 34 40 |
| 48 32 47 79 28 | 31 24 96 47 10 | 02 29 53 68 70 | 32 30 75 75 46 |
| 69 07 49 41 38 | 87 63 79 19 76 | 35 58 40 44 01 | 10 51 82 16 15 |

*ПРИЛОЖЕНИЕ 10*

**Квантили нормального распределения $u_p$**
**(перед всеми значениями квантилей в этой части таблицы нужно поставить знак минус)**

| 100$Pl$ % | 0,0 | 0,1 | 0,2 | 0,3 | 0,4 | 0,5 | 0,6 | 0,7 | 0,8 | 0,9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | — | 3,090 | 2,878 | 2,748 | 2,652 | 2,576 | 2,512 | 2,457 | 2,409 | 2,366 |
| 1 | 2,326 | 2,290 | 2,257 | 2,226 | 2,197 | 2,170 | 2,144 | 2,120 | 2,097 | 2,075 |
| 2 | 2,054 | 2,034 | 2,014 | 1,995 | 1,977 | 1,960 | 1,943 | 1,927 | 1,911 | 1,896 |
| 3 | 1,881 | 1,866 | 1,852 | 1,838 | 1,825 | 1,812 | 1,799 | 1,787 | 1,774 | 1,762 |
| 4 | 1,751 | 1,739 | 1,728 | 1,717 | 1,706 | 1,695 | 1,685 | 1,675 | 1,665 | 1,655 |
| 5 | 1,645 | 1,635 | 1,626 | 1,616 | 1,607 | 1,598 | 1,589 | 1,580 | 1,572 | 1,563 |
| 6 | 1,555 | 1,546 | 1,538 | 1,530 | 1,522 | 1,514 | 1,506 | 1,499 | 1,491 | 1,483 |
| 7 | 1,476 | 1,468 | 1,461 | 1,454 | 1,447 | 1,440 | 1,433 | 1,426 | 1,419 | 1,412 |
| 8 | 1,405 | 1,398 | 1,392 | 1,385 | 1,379 | 1,372 | 1,366 | 1,359 | 1,353 | 1,347 |
| 9 | 1,341 | 1,335 | 1,329 | 1,323 | 1,317 | 1,311 | 1,305 | 1,299 | 1,293 | 1,287 |
| 10 | 1,282 | 1,276 | 1,270 | 1,265 | 1,259 | 1,254 | 1,248 | 1,243 | 1,237 | 1,232 |
| 11 | 1,227 | 1,221 | 1,216 | 1,211 | 1,206 | 1,200 | 1,195 | 1,190 | 1,185 | 1,180 |
| 12 | 1,175 | 1,170 | 1,165 | 1,160 | 1,155 | 1,150 | 1,146 | 1,141 | 1,136 | 1,131 |
| 13 | 1,126 | 1,122 | 1,117 | 1,112 | 1,108 | 1,103 | 1,098 | 1,094 | 0,089 | 1,085 |
| 14 | 1,080 | 1,076 | 1,071 | 1,067 | 1,063 | 1,058 | 1,054 | 1,049 | 1,045 | 1,041 |
| 15 | 1,036 | 1,032 | 1,028 | 1,024 | 1,019 | 1,015 | 1,011 | 1,007 | 1,003 | 0,999 |
| 16 | 0,994 | 0,990 | 0,986 | 0,982 | 0,978 | 0,974 | 0,970 | 0,966 | 0,962 | 0,958 |
| 17 | 0,954 | 0,950 | 0,946 | 0,942 | 0,938 | 0,935 | 0,931 | 0,927 | 0,923 | 0,919 |
| 18 | 0,915 | 0,912 | 0,908 | 0,904 | 0,900 | 0,896 | 0,893 | 0,889 | 0,885 | 0,882 |
| 19 | 0,878 | 0,874 | 0,871 | 0,867 | 0,863 | 0,860 | 0,856 | 0,852 | 0,849 | 0,845 |
| 20 | 0,842 | 0,838 | 0,834 | 0,831 | 0,827 | 0,824 | 0,820 | 0,817 | 0,813 | 0,810 |
| 21 | 806 | 803 | 800 | 796 | 793 | 789 | 786 | 782 | 779 | 776 |
| 22 | 772 | 769 | 765 | 762 | 759 | 755 | 752 | 749 | 745 | 742 |
| 23 | 739 | 736 | 732 | 729 | 726 | 722 | 719 | 716 | 713 | 710 |
| 24 | 706 | 703 | 700 | 697 | 693 | 690 | 687 | 684 | 681 | 678 |
| 25 | 674 | 671 | 668 | 665 | 662 | 659 | 656 | 653 | 650 | 646 |
| 26 | 643 | 640 | 637 | 634 | 631 | 628 | 625 | 622 | 619 | 616 |
| 27 | 613 | 610 | 607 | 604 | 601 | 598 | 595 | 592 | 589 | 586 |
| 28 | 583 | 580 | 577 | 574 | 571 | 568 | 565 | 562 | 559 | 556 |
| 29 | 553 | 550 | 548 | 545 | 542 | 539 | 536 | 533 | 530 | 527 |

*Продолжение прилож. 10*

| $100P_i$ % | 0,0 | 0,1 | 0,2 | 0,3 | 0,4 | 0,5 | 0,6 | 0,7 | 0,8 | 0,9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 30 | 0,524 | 0,522 | 0,519 | 0,516 | 0,513 | 0,510 | 0,507 | 0,504 | 0,502 | 0,499 |
| 31 | 496 | 493 | 490 | 487 | 485 | 482 | 479 | 476 | 473 | 470 |
| 32 | 468 | 465 | 462 | 459 | 457 | 454 | 451 | 448 | 445 | 443 |
| 33 | 440 | 437 | 434 | 432 | 429 | 426 | 423 | 421 | 418 | 415 |
| 34 | 412 | 410 | 407 | 404 | 402 | 399 | 396 | 393 | 391 | 388 |
| 35 | 385 | 383 | 380 | 377 | 375 | 372 | 369 | 366 | 364 | 361 |
| 36 | 358 | 356 | 353 | 350 | 348 | 345 | 342 | 340 | 337 | 335 |
| 37 | 332 | 329 | 327 | 324 | 321 | 319 | 316 | 313 | 311 | 308 |
| 38 | 305 | 303 | 300 | 298 | 295 | 292 | 290 | 287 | 285 | 282 |
| 39 | 279 | 277 | 274 | 272 | 269 | 266 | 264 | 261 | 259 | 256 |
| 40 | 0,253 | 0,251 | 0,248 | 0,246 | 0,243 | 0,240 | 0,238 | 0,235 | 0,233 | 0,230 |
| 41 | 228 | 225 | 222 | 220 | 217 | 215 | 212 | 210 | 207 | 204 |
| 42 | 202 | 199 | 197 | 194 | 192 | 189 | 187 | 184 | 181 | 179 |
| 43 | 176 | 174 | 171 | 169 | 166 | 164 | 161 | 159 | 156 | 154 |
| 44 | 151 | 148 | 146 | 143 | 141 | 138 | 136 | 133 | 131 | 128 |
| 45 | 126 | 123 | 121 | 118 | 116 | 113 | 111 | 108 | 105 | 103 |
| 46 | 100 | 098 | 095 | 093 | 090 | 088 | 085 | 083 | 080 | 078 |
| 47 | 075 | 073 | 070 | 068 | 065 | 063 | 060 | 058 | 055 | 053 |
| 48 | 050 | 048 | 045 | 043 | 040 | 038 | 035 | 033 | 030 | 028 |
| 49 | 025 | 023 | 020 | 018 | 015 | 013 | 010 | 008 | 005 | 003 |

**Квантили нормального распределения $u_p$**
**(все значения квантилей в этой части таблицы — положительные)**

| $100P_i$ % | 0,0 | 0,1 | 0,2 | 0,3 | 0,4 | 0,5 | 0,6 | 0,7 | 0,8 | 0,9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 50 | — | 0,003 | 0,005 | 0,008 | 0,010 | 0,013 | 0,015 | 0,018 | 0,020 | 0,023 |
| 51 | 0,025 | 028 | 030 | 033 | 035 | 038 | 040 | 043 | 045 | 048 |
| 52 | 050 | 053 | 055 | 058 | 060 | 063 | 065 | 068 | 070 | 073 |
| 53 | 075 | 078 | 080 | 083 | 085 | 088 | 090 | 093 | 095 | 098 |
| 54 | 100 | 103 | 105 | 108 | 111 | 113 | 116 | 118 | 121 | 123 |
| 55 | 126 | 128 | 131 | 133 | 136 | 138 | 141 | 143 | 146 | 148 |
| 56 | 151 | 154 | 156 | 159 | 161 | 164 | 166 | 169 | 171 | 174 |
| 57 | 176 | 179 | 181 | 184 | 187 | 189 | 192 | 194 | 197 | 199 |
| 58 | 202 | 204 | 207 | 210 | 212 | 215 | 217 | 220 | 222 | 225 |
| 59 | 228 | 230 | 233 | 235 | 238 | 240 | 243 | 246 | 248 | 251 |

*Продолжение прилож. 10*

| $100P_i$ % | 0,0 | 0,1 | 0,2 | 0,3 | 0,4 | 0,5 | 0,6 | 0,7 | 0,8 | 0,9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 60 | 0,253 | 0,256 | 0,259 | 0,261 | 0,264 | 0,266 | 0,269 | 0,272 | 0,274 | 0,277 |
| 61 | 279 | 282 | 285 | 287 | 290 | 292 | 295 | 298 | 300 | 303 |
| 62 | 305 | 308 | 311 | 313 | 316 | 319 | 321 | 324 | 327 | 329 |
| 63 | 332 | 335 | 337 | 340 | 342 | 345 | 348 | 350 | 353 | 356 |
| 64 | 358 | 361 | 364 | 366 | 369 | 372 | 375 | 377 | 380 | 383 |
| 65 | 385 | 388 | 391 | 393 | 396 | 399 | 402 | 404 | 407 | 410 |
| 66 | 412 | 415 | 418 | 421 | 423 | 426 | 429 | 432 | 434 | 437 |
| 67 | 440 | 443 | 445 | 448 | 451 | 454 | 457 | 459 | 462 | 465 |
| 68 | 468 | 470 | 473 | 476 | 479 | 482 | 485 | 487 | 490 | 493 |
| 69 | 496 | 499 | 502 | 504 | 507 | 510 | 513 | 516 | 519 | 522 |
| 70 | 0,524 | 0,527 | 0,530 | 0,533 | 0,536 | 0,539 | 0,542 | 0,545 | 0,548 | 0,550 |
| 71 | 553 | 556 | 559 | 562 | 565 | 568 | 571 | 574 | 577 | 580 |
| 72 | 583 | 586 | 589 | 592 | 595 | 598 | 601 | 604 | 607 | 610 |
| 73 | 613 | 616 | 619 | 622 | 625 | 628 | 631 | 634 | 637 | 640 |
| 74 | 643 | 646 | 650 | 653 | 656 | 659 | 662 | 665 | 668 | 671 |
| 75 | 674 | 678 | 681 | 684 | 687 | 690 | 693 | 697 | 700 | 703 |
| 76 | 706 | 710 | 713 | 716 | 719 | 722 | 726 | 729 | 732 | 736 |
| 77 | 739 | 742 | 745 | 749 | 752 | 755 | 759 | 762 | 765 | 769 |
| 78 | 772 | 776 | 779 | 782 | 786 | 789 | 793 | 796 | 800 | 803 |
| 79 | 806 | 810 | 813 | 817 | 820 | 824 | 827 | 831 | 834 | 838 |
| 80 | 0,842 | 0,845 | 0,849 | 0,852 | 0,856 | 0,860 | 0,863 | 0,867 | 0,871 | 0,874 |
| 81 | 0,878 | 0,882 | 0,885 | 0,889 | 0,893 | 0,896 | 0,900 | 0,904 | 0,908 | 0,912 |
| 82 | 0,915 | 0,919 | 0,923 | 0,927 | 0,931 | 0,935 | 0,938 | 0,942 | 0,946 | 0,950 |
| 83 | 0,954 | 0,958 | 0,962 | 0,966 | 0,970 | 0,974 | 0,978 | 0,982 | 0,986 | 0,990 |
| 84 | 0,994 | 0,999 | 1,003 | 1,007 | 1,011 | 1,015 | 1,019 | 1,024 | 1,028 | 1,032 |
| 85 | 1,036 | 1,041 | 1,045 | 1,049 | 1,054 | 1,058 | 1,063 | 1,067 | 1,071 | 1,076 |
| 86 | 1,080 | 1,085 | 1,089 | 1,094 | 1,098 | 1,103 | 1,108 | 1,112 | 1,117 | 1,122 |
| 87 | 1,126 | 1,131 | 1,136 | 1,141 | 1,146 | 1,150 | 1,155 | 1,160 | 1,165 | 1,170 |
| 88 | 1,175 | 1,180 | 1,185 | 1,190 | 1,195 | 1,200 | 1,206 | 1,211 | 1,216 | 1,221 |
| 89 | 1,227 | 1,232 | 1,237 | 1,243 | 1,248 | 1,254 | 1,259 | 1,265 | 1,270 | 1,276 |
| 90 | 1,282 | 1,287 | 1,293 | 1,299 | 1,305 | 1,311 | 1,317 | 1,323 | 1,329 | 1,335 |
| 91 | 1,341 | 1,347 | 1,353 | 1,359 | 1,366 | 1,372 | 1,379 | 1,385 | 1,392 | 1,398 |
| 92 | 1,405 | 1,412 | 1,419 | 1,426 | 1,433 | 1,440 | 1,447 | 1,454 | 1,461 | 1,468 |
| 93 | 1,476 | 1,483 | 1,491 | 1,499 | 1,506 | 1,514 | 1,522 | 1,530 | 1,538 | 1,546 |
| 94 | 1,555 | 1,563 | 1,572 | 1,580 | 1,589 | 1,598 | 1,607 | 1,616 | 1,626 | 1,635 |
| 95 | 1,645 | 1,655 | 1,665 | 1,675 | 1,685 | 1,695 | 1,706 | 1,717 | 1,728 | 1,739 |
| 96 | 1,751 | 1,762 | 1,774 | 1,787 | 1,799 | 1,812 | 1,825 | 1,838 | 1,852 | 1,866 |
| 97 | 1,881 | 1,896 | 1,911 | 1,927 | 1,943 | 1,960 | 1,977 | 1,995 | 2,014 | 2,034 |
| 98 | 2,054 | 2,075 | 2,097 | 2,120 | 2,144 | 2,170 | 2,197 | 2,226 | 2,257 | 2,290 |
| 99 | 2,326 | 2,366 | 2,409 | 2,457 | 2,512 | 2,576 | 2,652 | 2,748 | 2,878 | 3,090 |

*ПРИЛОЖЕНИЕ 11*

**Критические точки критерия Вилкоксона**

| Объемы выборок | | Q | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $n_1$ | $n_2$ | 0,005 | 0,01 | 0,025 | 0,05 |
| 6 | 6 | 23 | 24 | 26 | 28 |
| | 7 | 24 | 25 | 27 | 30 |
| | 8 | 25 | 27 | 29 | 31 |
| | 9 | 26 | 28 | 31 | 33 |
| | 10 | 27 | 29 | 32 | 35 |
| | 11 | 28 | 30 | 34 | 37 |
| | 12 | 30 | 32 | 35 | 38 |
| | 13 | 31 | 33 | 37 | 40 |
| | 14 | 32 | 34 | 38 | 42 |
| | 15 | 33 | 36 | 40 | 44 |
| | 16 | 34 | 37 | 42 | 46 |
| | 17 | 36 | 39 | 43 | 47 |
| | 18 | 37 | 40 | 45 | 49 |
| | 19 | 38 | 41 | 46 | 51 |
| | 20 | 39 | 43 | 48 | 53 |
| | 21 | 40 | 44 | 50 | 55 |
| | 22 | 42 | 45 | 51 | 57 |
| | 23 | 43 | 47 | 53 | 58 |
| | 24 | 44 | 48 | 54 | 60 |
| | 25 | 45 | 50 | 56 | 62 |
| 7 | 7 | 32 | 34 | 36 | 39 |
| | 8 | 34 | 35 | 38 | 41 |
| | 9 | 35 | 37 | 40 | 43 |
| | 10 | 37 | 39 | 42 | 45 |
| | 11 | 38 | 40 | 44 | 47 |
| | 12 | 40 | 42 | 46 | 49 |
| | 13 | 41 | 44 | 48 | 52 |
| | 14 | 43 | 45 | 50 | 54 |
| | 15 | 44 | 47 | 52 | 56 |
| | 16 | 46 | 49 | 54 | 58 |
| | 17 | 47 | 51 | 56 | 61 |
| | 18 | 49 | 52 | 58 | 63 |
| | 19 | 50 | 54 | 60 | 65 |
| | 20 | 52 | 56 | 62 | 67 |
| | 21 | 53 | 58 | 64 | 69 |
| | 22 | 55 | 59 | 66 | 72 |
| | 23 | 57 | 61 | 68 | 74 |
| | 24 | 58 | 63 | 70 | 76 |
| | 25 | 60 | 64 | 72 | 78 |
| 8 | 8 | 43 | 45 | 49 | 51 |
| | 9 | 45 | 47 | 51 | 54 |
| | 10 | 47 | 49 | 53 | 56 |
| | 11 | 49 | 51 | 55 | 59 |
| | 12 | 51 | 53 | 58 | 62 |
| | 13 | 53 | 56 | 60 | 64 |
| | 14 | 54 | 58 | 62 | 67 |
| | 15 | 56 | 60 | 65 | 69 |
| | 16 | 58 | 62 | 67 | 72 |
| | 17 | 60 | 64 | 70 | 75 |
| | 18 | 62 | 66 | 72 | 77 |
| | 19 | 64 | 68 | 74 | 80 |
| | 20 | 66 | 70 | 77 | 83 |
| | 21 | 68 | 72 | 79 | 85 |
| | 22 | 70 | 74 | 81 | 88 |
| | 23 | 71 | 76 | 84 | 90 |
| | 24 | 73 | 78 | 86 | 93 |
| | 25 | 75 | 81 | 89 | 96 |
| 9 | 9 | 56 | 59 | 62 | 66 |
| | 10 | 58 | 61 | 65 | 69 |
| | 11 | 61 | 63 | 68 | 72 |
| | 12 | 63 | 66 | 71 | 75 |
| | 13 | 65 | 68 | 73 | 78 |
| | 14 | 67 | 71 | 76 | 81 |
| | 15 | 69 | 73 | 79 | 84 |
| | 16 | 72 | 76 | 82 | 87 |
| | 17 | 74 | 78 | 84 | 90 |
| | 18 | 76 | 81 | 87 | 93 |
| | 19 | 78 | 83 | 90 | 96 |
| | 20 | 81 | 85 | 93 | 99 |
| | 21 | 83 | 88 | 95 | 102 |
| | 22 | 85 | 90 | 98 | 105 |
| | 23 | 88 | 93 | 101 | 108 |
| | 24 | 90 | 95 | 104 | 111 |
| | 25 | 92 | 98 | 107 | 114 |
| 10 | 10 | 71 | 74 | 78 | 82 |
| | 11 | 73 | 77 | 81 | 86 |
| | 12 | 76 | 79 | 84 | 89 |
| | 13 | 79 | 82 | 88 | 92 |
| | 14 | 81 | 85 | 91 | 96 |
| | 15 | 84 | 88 | 94 | 99 |
| | 16 | 86 | 91 | 97 | 103 |
| | 17 | 89 | 93 | 100 | 106 |
| | 18 | 92 | 96 | 103 | 110 |
| | 19 | 94 | 99 | 107 | 113 |
| | 20 | 97 | 102 | 110 | 117 |
| | 21 | 99 | 105 | 113 | 120 |
| | 22 | 102 | 108 | 116 | 123 |
| | 23 | 105 | 110 | 119 | 127 |
| | 24 | 107 | 113 | 122 | 130 |
| | 25 | 110 | 116 | 126 | 134 |
| 11 | 11 | 87 | 91 | 96 | 100 |
| | 12 | 90 | 94 | 99 | 104 |
| | 13 | 93 | 97 | 103 | 108 |
| | 14 | 96 | 100 | 106 | 112 |
| | 15 | 99 | 103 | 110 | 116 |
| | 16 | 102 | 107 | 113 | 120 |
| | 17 | 105 | 110 | 117 | 123 |
| | 18 | 108 | 113 | 121 | 127 |

*Продолжение прилож. 11*

| Объемы выборок | | Q | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $n_1$ | $n_2$ | 0,005 | 0,01 | 0,025 | 0,05 |
| | 19 | 111 | 116 | 124 | 131 |
| | 20 | 114 | 119 | 128 | 135 |
| | 21 | 117 | 123 | 131 | 139 |
| | 22 | 120 | 126 | 135 | 143 |
| | 23 | 123 | 129 | 139 | 147 |
| | 24 | 126 | 132 | 142 | 151 |
| | 25 | 129 | 136 | 146 | 155 |
| 12 | 12 | 105 | 109 | 115 | 120 |
| | 13 | 109 | 113 | 119 | 125 |
| | 14 | 112 | 116 | 123 | 129 |
| | 15 | 115 | 120 | 127 | 133 |
| | 16 | 119 | 124 | 131 | 138 |
| | 17 | 122 | 127 | 135 | 142 |
| | 18 | 125 | 131 | 139 | 146 |
| | 19 | 129 | 134 | 143 | 150 |
| | 20 | 132 | 138 | 147 | 155 |
| | 21 | 136 | 142 | 151 | 159 |
| | 22 | 139 | 145 | 155 | 163 |
| | 23 | 142 | 149 | 159 | 168 |
| | 24 | 146 | 153 | 163 | 172 |
| | 25 | 149 | 156 | 167 | 176 |
| 13 | 13 | 125 | 130 | 136 | 142 |
| | 14 | 129 | 134 | 141 | 147 |
| | 15 | 133 | 138 | 145 | 152 |
| | 16 | 136 | 142 | 150 | 156 |
| | 17 | 140 | 146 | 154 | 161 |
| | 18 | 144 | 150 | 158 | 166 |
| | 19 | 148 | 154 | 163 | 171 |
| | 20 | 151 | 158 | 167 | 175 |
| | 21 | 155 | 162 | 171 | 180 |
| | 22 | 159 | 166 | 176 | 185 |
| | 23 | 163 | 170 | 180 | 189 |
| | 24 | 166 | 174 | 185 | 194 |
| | 25 | 170 | 178 | 189 | 199 |
| 14 | 14 | 147 | 152 | 160 | 166 |
| | 15 | 151 | 156 | 164 | 171 |
| | 16 | 155 | 161 | 169 | 176 |
| | 17 | 159 | 165 | 174 | 182 |
| | 18 | 163 | 170 | 179 | 187 |
| | 19 | 168 | 174 | 183 | 192 |
| | 20 | 172 | 178 | 188 | 197 |
| | 21 | 176 | 183 | 193 | 202 |
| | 22 | 180 | 187 | 198 | 207 |
| | 23 | 184 | 192 | 203 | 212 |
| | 24 | 188 | 196 | 207 | 218 |
| | 25 | 192 | 200 | 212 | 223 |

| Объемы выборок | | Q | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $n_1$ | $n_2$ | 0,005 | 0,01 | 0,025 | 0,05 |
| 15 | 15 | 171 | 176 | 184 | 192 |
| | 16 | 175 | 181 | 190 | 197 |
| | 17 | 180 | 186 | 195 | 203 |
| | 18 | 184 | 190 | 200 | 208 |
| | 19 | 189 | 195 | 205 | 214 |
| | 20 | 193 | 200 | 210 | 220 |
| | 21 | 198 | 205 | 216 | 225 |
| | 22 | 202 | 210 | 221 | 231 |
| | 23 | 207 | 214 | 226 | 236 |
| | 24 | 211 | 219 | 231 | 242 |
| | 25 | 216 | 224 | 237 | 248 |
| 16 | 16 | 196 | 202 | 211 | 219 |
| | 17 | 201 | 207 | 217 | 225 |
| | 18 | 206 | 212 | 222 | 231 |
| | 19 | 210 | 218 | 228 | 237 |
| | 20 | 215 | 223 | 234 | 243 |
| | 21 | 220 | 228 | 239 | 249 |
| | 22 | 225 | 233 | 245 | 255 |
| | 23 | 230 | 238 | 251 | 261 |
| | 24 | 235 | 244 | 256 | 267 |
| | 25 | 240 | 249 | 262 | 273 |
| 17 | 17 | 223 | 230 | 240 | 249 |
| | 18 | 228 | 235 | 246 | 255 |
| | 19 | 234 | 241 | 252 | 262 |
| | 20 | 239 | 246 | 258 | 268 |
| | 21 | 244 | 252 | 264 | 274 |
| | 22 | 249 | 258 | 270 | 261 |
| | 23 | 255 | 263 | 276 | 287 |
| | 24 | 260 | 269 | 282 | 294 |
| | 25 | 265 | 275 | 288 | 300 |
| 18 | 18 | 252 | 259 | 270 | 280 |
| | 19 | 258 | 265 | 277 | 287 |
| | 20 | 263 | 271 | 283 | 294 |
| | 21 | 269 | 277 | 290 | 301 |
| | 22 | 275 | 283 | 296 | 307 |
| | 23 | 280 | 289 | 303 | 314 |
| | 24 | 286 | 295 | 309 | 321 |
| | 25 | 292 | 301 | 316 | 328 |
| 19 | 19 | 283 | 291 | 303 | 313 |
| | 20 | 289 | 297 | 309 | 320 |
| | 21 | 295 | 303 | 316 | 328 |
| | 22 | 301 | 310 | 323 | 335 |
| | 23 | 307 | 316 | 330 | 342 |
| | 24 | 313 | 323 | 337 | 350 |
| | 25 | 319 | 329 | 344 | 357 |

*Продолжение прилож. 11*

| Объемы выборок | | Q | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $n_1$ | $n_2$ | 0,005 | 0,01 | 0,025 | 0,05 |
| 20 | 20 | 315 | 324 | 337 | 348 |
| | 21 | 322 | 331 | 344 | 356 |
| | 22 | 328 | 337 | 351 | 364 |
| | 23 | 335 | 344 | 359 | 371 |
| | 24 | 341 | 351 | 366 | 379 |
| | 25 | 348 | 358 | 373 | 387 |
| 21 | 21 | 349 | 359 | 373 | 385 |
| | 22 | 356 | 366 | 381 | 393 |
| | 23 | 363 | 373 | 388 | 401 |
| | 24 | 370 | 381 | 396 | 410 |
| | 25 | 377 | 388 | 404 | 418 |
| 22 | 22 | 386 | 396 | 411 | 424 |
| | 23 | 393 | 403 | 419 | 432 |
| | 24 | 400 | 411 | 427 | 441 |
| | 25 | 408 | 419 | 435 | 450 |
| 23 | 23 | 424 | 434 | 451 | 465 |
| | 24 | 431 | 443 | 459 | 474 |
| | 25 | 439 | 451 | 468 | 483 |
| 24 | 24 | 464 | 475 | 492 | 507 |
| | 25 | 472 | 484 | 501 | 517 |
| 25 | 25 | 505 | 517 | 536 | 552 |