

Reja. Aylanish sirtlari. Ikkinchi tartibli aylanish sirtlari, tor sirti

8.3.1. Ikkinchi tartibli aylanish sirtlari

Ta'rif. Ikkinchi tartibli egri chiziqlarning o'z o'qlaridan biri atrofida aylanishidan hosil bo'lgan sirt **ikkinchi tartibli aylanish sirtlari** deyiladi.

Ikkinchi tartibli aylanish sirtlaridan quyidagilarni ko'rib chiqamiz.

Sfera

Ta'rif. Aylananing o'z diametrlaridan biri atrofida aylanishidan hosil bo'lgan sirt **sfera** deb ataladi.

8.11-rasmda tasvirlangan sfera ustidagi A nuqtaning A'' frontal va B nuqtaning B' gorizontal proyeksiyalari berilgan. A nuqtaning A_1' va A_2' gorizontal proyeksiyalarini yasash uchun u orqali $O_A''1''$ radiusli parallel o'tkaziladi. A nuqtaning gorizontal proyeksiyalari ana shu parallelning gorizontal proyeksiyasida yotadi. A nuqta sferaning oldingi yoki orka yarmida joylashgan bo'lishi mumkin. Shuning uchun uning gorizontal proyeksiyalari A_1' va A_2' nuqtalar parallelning gorizontal proyeksiyasida topiladi. B nuqta sfera ekvatorida yotganligi uchun uning B'' frontal proyeksiyasi bir qiymatli bo'lib, u ekvatorning frontal proyeksiyasida topiladi.

Markazi koordinatalar boshida bo'lgan sferaning kanonik tenglamasi quyidagi ko'rinishda yoziladi:

$$x^2 + u^2 + z^2 = R^2, R \neq 0$$

Markazi ixtiyoriy $A(x_1, y_1, z_1)$ nuqtada bo'lgan sfera tenglamasi

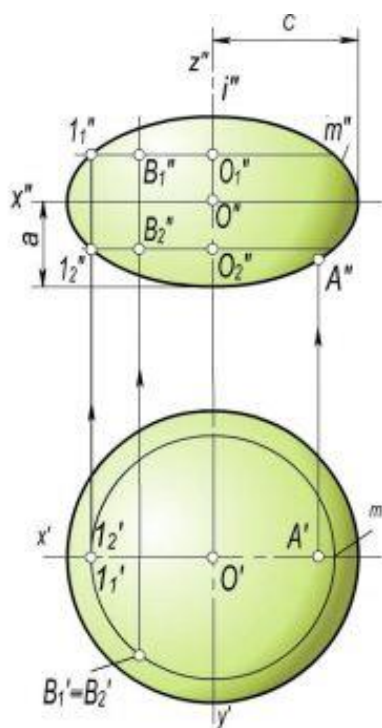
$$(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2 = R^2 \text{ bo'ladi.}$$

Aylanma ellipsoid sirt

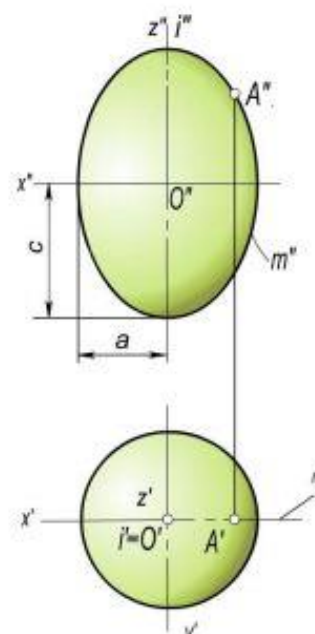
Ta'rif. Ellipsning o'z o'qlaridan biri atrofida aylanishidan hosil bo'lgan sirt **aylanma ellipsoid** deyiladi.

Bunda $m(m', m'')$ – ellips va $i(i', i'')$ aylanish o'qi y ellips o'qi bilan ustma-ust tushadi va sirt $\Phi(i, m)$ ko'rinishda yoziladi.

Ellipsning kichik o'qi atrofida aylanishidan *siqiq aylanma ellipsoid* (8.12-rasm), katta o'qi atrofida aylanishidan *cho'ziq aylanma ellipsoid* hosil bo'ladi (8.13-rasm). 8.12- va 8.13-rasmlarda ellipsoidlar ustida berilgan A va B nuqtalarning bitta proyeksiyasi bo'yicha ularning yetishmaydigan proyeksiyalarini yasash ko'rsatilgan. Nuqtalarning yetishmaydigan proyeksiyalari parallel, meridian va proyeksion bog'lanish chiziqlari yordamida aniqlangan.



8.12-rasm.



8.13-rasm.

Markazi koordinatalar boshida bo'lgan va katta o'qi aylanish o'qi bo'lgan ellipsning aylanishidan hosil bo'lgan aylanish ellipsoidining kanonik tenglamasi quyidagi ko'rinishda yoziladi: $\frac{x^2 + y^2}{a^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$. Bunda $c \neq a$ bo'ladi.

Er sharining shakli siqilgan ellipsoid – geoidni eslatadi.

Aylanma paraboloid sirt

Ta'rif. Parabolaning o'z o'qi atrofida aylanishidan hosil bo'lgan sirt aylanma paraboloid deyiladi.

8.14–rasmda $m(m', m'')$ parabolani $i(i', i'')$ o'qi atrofida aylanishidan hosil bo'lgan $\Phi(i', m)$ aylanma paraboloidning proyeksiyalari berilgan va uning ustida nuqta tanlash ko'rsatilgan.

Uchi koordinatalar boshida bo'lgan va o'qi Oz bo'lgan aylanma paraboloidning kanonik tenglamasi quyidagi ko'rinishda yoziladi:

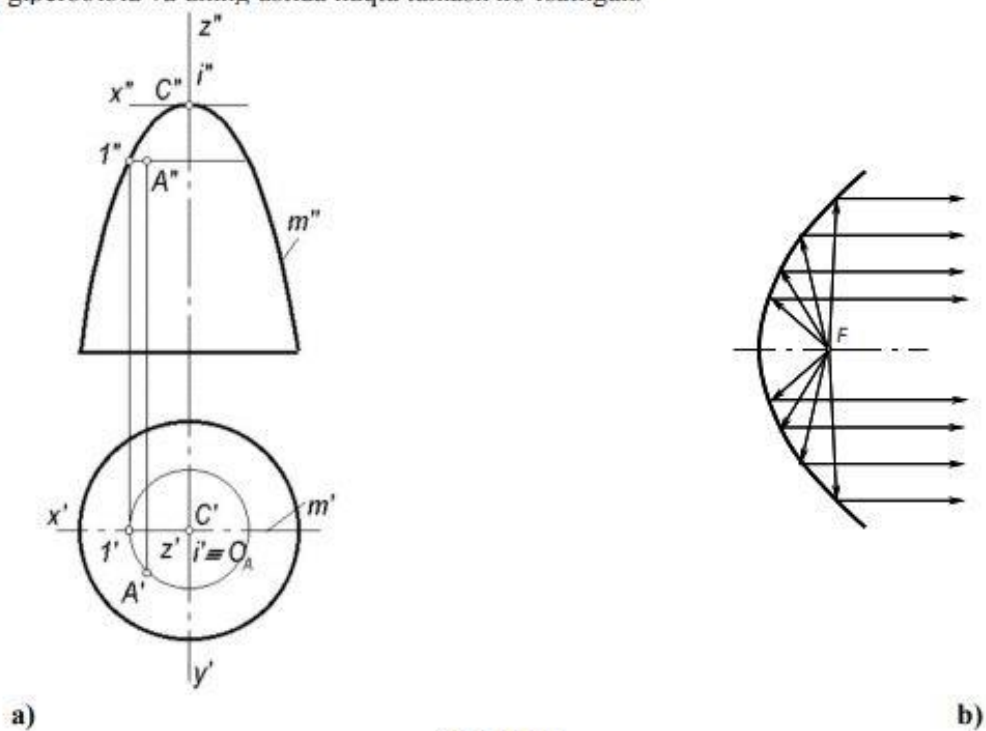
$$x^2 + u^2 = -2pz, \quad \text{bunda } p \neq 0.$$

Aylanma paraboloid parabolik oynalar sirti hisoblanib, projektorlar, parabolik antennalar va avtomobil faralari uchun ishlatiladi. Bunda parabolaning fokal xossasiga asosan parabola fokusida o'rnatilgan nur manbaidan chiquvchi nurlar parabola sirtida sinib, o'zaro parallel bo'lib qaytadi (8.14,b-rasm). Parabolaning ushbu xossasiga nur yig'ish sirlari, tovush ushlagichlar, radiolokatorlarni konstruksiyalash ham asoslangan.

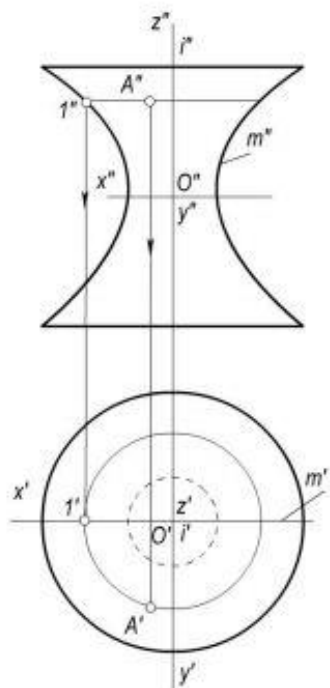
Aylanma giperboloid sirt

Ta'rif. Giperbolaning o'z mavhum yoki haqiqiy o'qi atrofida aylanishidan hosil bo'lgan sirt aylanma giperboloid deyiladi.

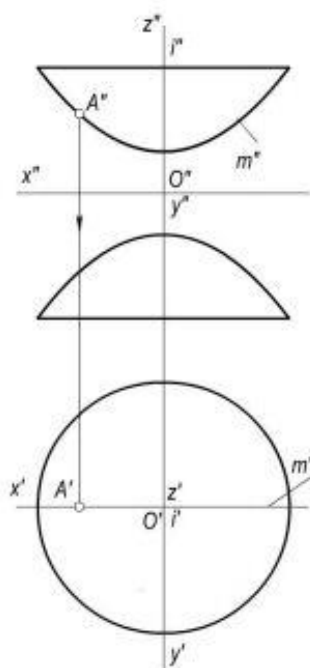
Giperbolaning mavhum o'q atrofida aylanishidan **bir pallali aylanma giperboloid** hosil bo'ladi. 8.15-rasmda $i(i', i'')$ o'qi atrofida $m(m', m'')$ giperbolaning aylanishidan hosil bo'lgan bir pallali $\Phi(i, m)$ giperboloid va uning ustida nuqta tanlash ko'rsatilgan.



8.14-rasm



8.15-rasm



8.16-rasm

Markazi koordinatalar boshida bo'lgan bir pallali aylanma giperboloidning kanonik tenglamasi quyidagi ko'rinishda bo'ladi: $\frac{x^2 + y^2}{a^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$. Bunda $c \neq a$ bo'ladi.

Giperbolaning o'z haqiqiy o'qi atrofida aylanishidan *ikki pallali aylanma giperboloid* hosil bo'ladi. Bu sirt qabariq tubi bilan bir-biriga qaratilgan qozonlarni eslatadi. Bunday sirt 8.16-rasmدا tasvirlangan. $\Phi(i, m)$ ikki pallali giperboloid ustida A nuqtaning proyeksiyalari ko'rsatilgan. Ikki pallali aylanma giperboloidning tenglamasi quyidagi ko'rinishda yoziladi:

$$\frac{x^2 + y^2}{a^2} - \frac{z^2}{c^2} = -1. \text{ Bunda } c \neq a \text{ bo'ladi.}$$

8.3.2. To'g'ri chiziqning aylanishidan hosil bo'lgan ikkinchi tartibli aylanish sirtlari

To'g'ri chiziqni biror to'g'ri chiziq atrofida aylanishidan ham 2-tartibli aylanish sirti hosil bo'lishi mumkin.

1. Aylanish o'qi $i(i', i'')$ atrofida u bilan ayqash $a(a', a'')$ to'g'ri chiziqning aylanishi natijasida bir pallali aylanma giperboloid sirti $\Phi(i, a)$ hosil bo'ladi (8.17-rasm).

2. Yasovchi a to'g'ri chiziq aylanish o'qi i bilan kesishsa, ikkinchi tartibli aylanma konus sirti $\Phi(i, a)$ hosil bo'ladi (8.18-rasm).

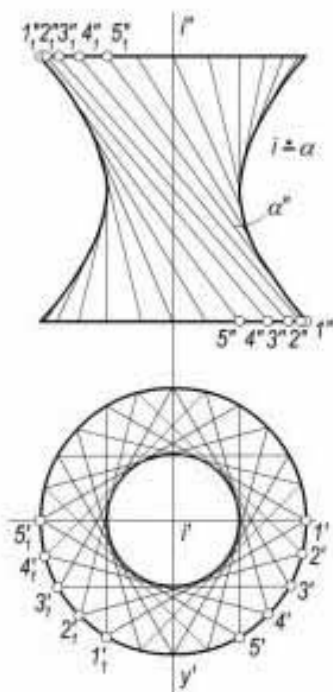
Uchi koordinata boshida bo'lgan aylanma konus sirtining kanonik tenglamasi quyidagi ko'rinishda yoziladi:

$$\frac{x^2 + y^2}{a^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0.$$

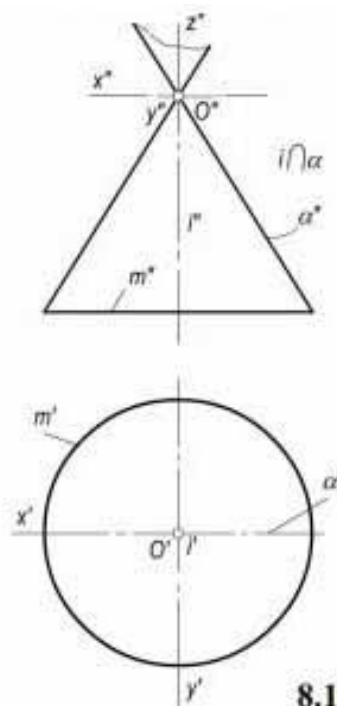
3. $a(a', a'')$ yasovchi to'g'ri chiziq $l(l', l'')$ o'qqa parallel bo'lsa, ikkinchi tartibli aylanma silindr sirti $\Phi(i, a)$ hosil bo'ladi (8.19-rasm).

Bu silindrning tenglamasi $x^2 + y^2 = R^2$ bo'ladi. R miqdor a va i to'g'ri chiziq orasidagi masofadir.

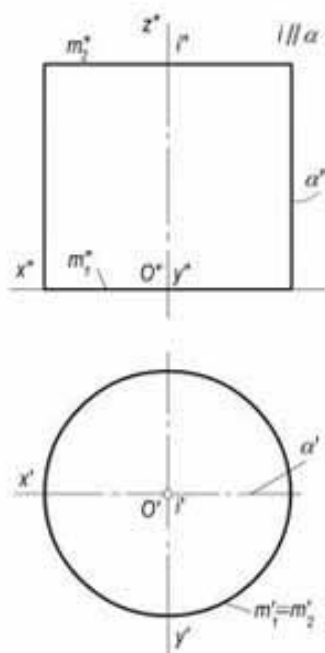
Bir pallali giperboloid, konus, silindr sirtlari ham aylanish, ham chizikli sirtlar turiga kiradi.



8.17-rasm



8.18-rasm
rasm



8.19- rasm

- $r < R$ bo'lganda yasovchi $m(m', m'')$ aylana aylanish o'qi $i(i', i'')$ ni kesmaydi va hosil bo'lgan tor ochiq tor yoki halqa deyiladi (8.20,a-rasm).
- $r = R$ bo'lganda yasovchi $m(m', m'')$ aylana aylanish o'qi $i(i', i'')$ ga urinadi. Bunday tor yopiq tor deb ataladi (8.20,b-rasm).
- $r > R$ bo'lganda yasovchi $m(m', m'')$ aylana aylanish o'qi $i(i', i'')$ ni kesadi. Bu holda xosil bo'lgan tor ham yopiq tor deyiladi (8.20,v-rasm).

Tor sirtning aniqlovchilari i aylanish o'qi va m yasovchi aylana bo'ladi va $\Phi(i, a)$ tarzida yoziladi.

Ixtiyoriy tekislik torni 4-tartibli egri chiziq bo'yicha kesadi, shuning uchun tor 4-tartibli sirtidir.

Markazi koordinatalar boshida va $r = R$ bo'lgan tor sirtining tenglamasi quyidagi ko'rinishda yoziladi:

$$(z^2 + x^2 + y^2)^2 - 4R^2(x^2 + y^2) = 0.$$



Nazorat savollari

1. Aylanish sirlari nima va ularga misollar keltiring.
2. Aylanish sirtlarining xarakterli chiziqlari nimalar?