

REJA

- Umumiy vaziyatdagi to‘g‘ri chiziq va uning ortogonal proyeksiyalari.
- Xususiy vaziyatdagi to‘g‘ri chiziq va uning ortogonal proyeksiyalari.
- To‘g‘ri chiziq kesmasini berilgan nisbatda bo‘lish.

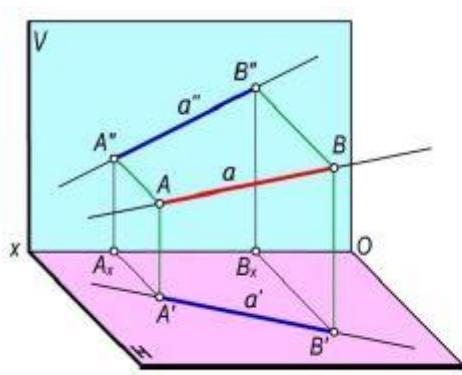
**Adabiyotlar:**

- Murodov Sh.K., Hakimov L.Q., Xolmurzayev A. Chizma geometriya. –T.: “Iqtisod-moliya”, 2006-2008. (18-35-betlar)
- Qulnazarov B.B. Chizma geometriya. –T.: “O‘zbekiston”, 2006. (10-16 betlar).
- Исматулаев Р. Чизма геометрия. –Т.: “ТДПУ ризографи”, 2003. (11-16 betlar).
- Rahmonov I., Qirg‘izboyeva N., Ashirboyev A., Valiyev A., Nigmanov B. Chizmachilik. –T.: “Voris nashriyot”, 2016. (136-141 betlar).

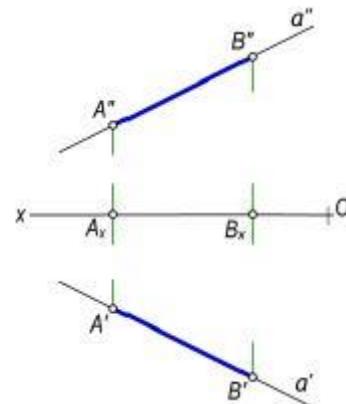
**1. Umumiy vaziyatdagi to‘g‘ri chiziqning ortogonal proyeksiyalari**

To‘g‘ri chiziq eng oddiy geometrik shakl hisoblanadi. Bir-biridan farqli ikki nuqta orqali faqat bitta to‘g‘ri chiziq o‘tkazish mumkin. Agar fazodagi bir-biridan farqli ikkita  $A$  va  $B$  nuqtalarni o‘zaro tutashtirib, uni ikki qarama-qarshi tomonga cheksiz davom ettirilsa,  $a$  to‘g‘ri chiziq hosil bo‘ladi (3.1-rasm).

To‘g‘ri chiziqning ikki nuqta bilan chegaralangan qismi shu *to‘g‘ri chiziq kesmasi* deyiladi.



3.1-a rasm.



3.1- b rasm.

To‘g‘ri chiziqlar  $a$ ,  $b$ ,  $c$  kabi yozma harflar bilan belgilanadi. Agar to‘g‘ri chiziqlar chegaralangan bo‘lsa, u holda  $AB$ ,  $CD$ ,  $EF$ ,... tarzida belgilanadi. To‘g‘ri chiziqning proyeksiyalar tekisliklardagi proyeksiyalari holatini uning ikki ixtiyoriy nuqtasining proyeksiyalari aniqlaydi. Masalan, 3.1,a-rasmida berilgan  $a$  to‘g‘ri chiziqning ortogonal proyeksiyalarini yasash uchun bu chiziqqa tegishli ikki  $A$  va  $B$  nuqtalarning ortogonal  $A'$ ,  $A''$  va  $B'$ ,  $B''$  proyeksiyalarini yasaladi. Bu ikki

nuqtaning bir nomli proyeksiyalarini tutashtiruvchi  $a'$  va  $a''$  chiziqlar fazoda berilgan  $a$  to‘g‘ri chiziqning gorizontal va frontal proyeksiyalar bo‘ladi. Shuningdek,  $AB$  kesma va uning  $A'B'$  va  $A''B''$  proyeksiyalarini  $a$  to‘g‘ri chiziqning fazodagi vaziyatini va uning  $a'$ ,  $a''$  proyeksiyalarini aniqlaydi (3.1,b-rasm).

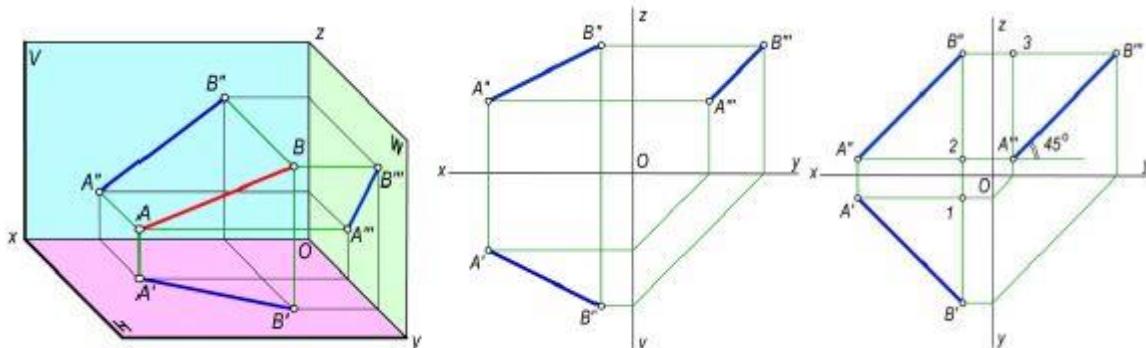
**Ta‘rif.** Proyeksiyalar tekisliklarining birortasiga parallel yoki perpendikulyar bo‘lgan to‘g‘ri chiziq umumiyligi to‘g‘ri chiziq deyiladi.

To‘g‘ri chiziqning gorizontal va frontal proyeksiyalariga asosan uning profil proyeksiyasini ham yasash mumkin. Buning uchun uning yuqorida tanlab olingan  $A$  va  $B$  nuqtalarning profil proyeksiyalarini yasaladi va ular o‘zaro tutashtiriladi (3.2-rasm).

To‘g‘ri chiziq proyeksiyalar faqat uning kesmasi proyeksiyalar orqaligina emas, balki ixtiyoriy qismi bilan ham berilishi mumkin. Umumiyligi vaziyatdagi to‘g‘ri chiziqning ortogonal proyeksiyalar to‘g‘ri chiziq bo‘ladi va ular proyeksiyalar o‘qlariga nisbatan ixtiyoriy burchaklarni tashkil etadi. Bu burchaklar  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\lambda$  harflari bilan belgilanadi.

Bu  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\lambda$  burchaklar  $AB$  kesmaning  $H$ ,  $V$ ,  $W$  proyeksiyalar tekisliklari bilan mos ravishda hosil qilgan burchaklaridir, ya’ni  $\alpha = AB^H$ ,  $\beta = AB^V$ ,  $\lambda = AB^W$ .

Umumiyligi vaziyatdagi to‘g‘ri chiziq kesmasi proyeksiyalar tekisliklariga qisqarib proyeksiyalanadi. Uning haqiqiy uzunligini aniqlash keyingi paragraflarda ko‘riladi.



3.2-rasm.

**Proyeksiya tekisliklari bilan bir xil burchak tashkil qilgan to‘g‘ri chiziqlar.** Agar biror to‘g‘ri chiziq fazoda  $H$ ,  $V$  va  $W$  lar bilan bir xil burchak hosil qilib joylashgan bo‘lsa, uning  $AB$  kesmasining uchala proyeksiyalar o‘zaro teng, ya’ni  $AB^H=AB^V=AB^W$  bo‘lsa,  $A'B'=A''B''=A'''B'''$  bo‘ladi. Bunda  $A'B'=B'A''$  teng yonli trapesiyadan  $1B'=2B''=3A'''$  va  $1B'=3B''$ , demak  $3A'''=3B''$  bo‘lgani uchun  $\angle 3A''B''=45^\circ$  bo‘ladi. Shu bilan birga  $A''B'' \parallel A'B'$  bo‘lib,  $\Delta x=\Delta y=\Delta z$  bo‘ladi.

## 2. Xususiy vaziyatdagi to‘g‘ri chiziq va uning ortogonal proyeksiyaları.

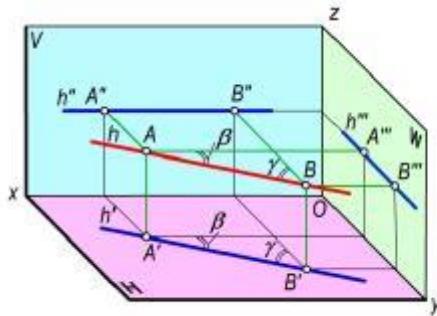
**Ta‘rif.** Proyeksiyalar tekisligiga parallel yoki perpendikulyar bo‘lgan to‘g‘ri chiziq xususiy vaziyatdagi to‘g‘ri chiziq deyiladi.

**Gorizontal to‘g‘ri chiziq.** Gorizontal proyeksiyalar tekisligi  $H$  ga parallel to‘g‘ri chiziq gorizontal chiziq (yoki gorizontal) deb ataladi (3.3-a,b rasm).

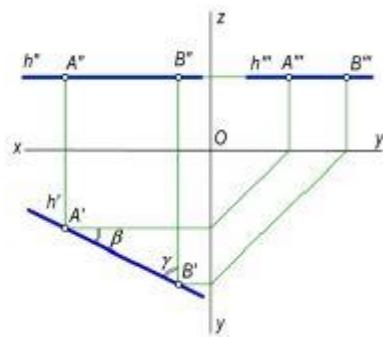
Gorizontalning barcha nuqtalari  $H$  tekislikdan baravar masofada ( $AA'=BB'$ ) bo‘lgani uchun chizmada uning  $h''$  frontal proyeksiyasi  $Ox$  o‘qiga,  $h''$  profil proyeksiyasi esa  $Oy$  o‘qiga parallel bo‘ladi. Gorizontalning  $h'$  gorizontal proyeksiyasi ixtiyoriy vaziyatda bo‘ladi. Bu chiziq kesmasining gorizontal proyeksiyasi o‘zining haqiqiy o‘lchamiga teng bo‘lib proyeksiyalanadi. Chizmadagi  $\beta$  va  $\lambda$

burchaklar  $h$  gorizontalning V va W tekisliklari bilan mos ravishda hosil qilgan burchaklarining haqiqiy kattaligi bo‘ladi, ya’ni:

$$h\|H \square h''\|Ox \text{ va } h'''\|Oy, A'B' = |AB|, \beta = h^V \text{ va } \gamma = h^W \text{ bo‘ladi.}$$

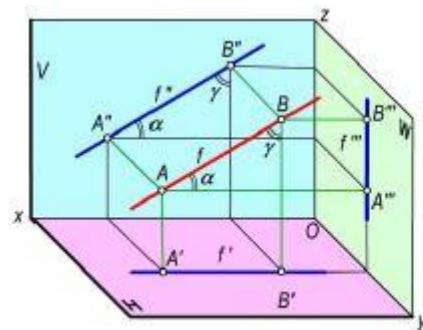


3.3-a rasm.

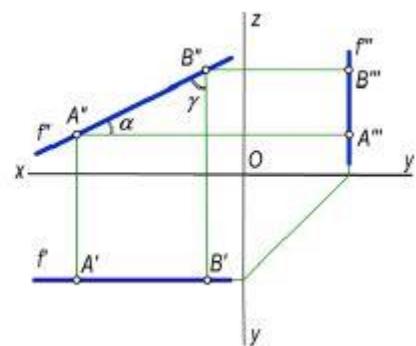


3.3- b rasm.

**Frontal to‘g‘ri chiziq.** Frontal proyeksiyalar tekisligi V ga parallel to‘g‘ri chiziq *frontal to‘g‘ri chiziq* (yoki *frontal*) (3.4,a,b-rasm) deb ataladi. Frontalning barcha nuqtalari V tekislikdan baravar masofada bo‘lgani uchun chizmada uning f‘ gorizontal proyeksiyasi Ox o‘qiga, f''' profil proyeksiyasi esa Oz o‘qiga parallel bo‘ladi. Frontalning frontal f'' proyeksiyasi ixtiyoriy vaziyatda bo‘ladi.



3.4-a rasm.

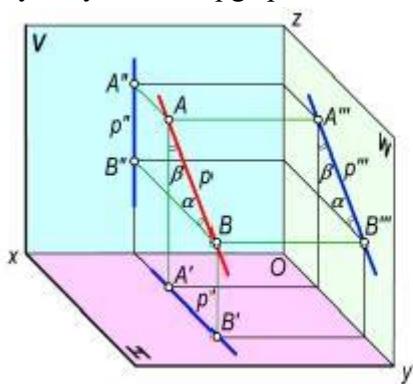


3.4-b rasm

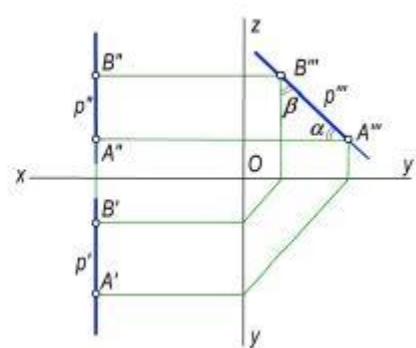
Mazkur chiziq kesmasining frontal proyeksiyasi uning haqiqiy o‘lchamiga teng bo‘lib proyeksiyalanadi. Chizmadagi  $\alpha$  va  $\beta$  burchaklar f frontalni H va W proyeksiyalar tekisliklari bilan mos ravishda hosil etgan burchaklarning haqiqiy kattaligi bo‘ladi, ya’ni:

$$f\|V \square f'\|Ox \text{ va } f'''\|Oz, A''B'' = |AB|, \alpha = f^H \text{ va } \beta = f^W \text{ bo‘ladi.}$$

**Profil to‘g‘ri chiziq.** Profil proyeksiyalar tekisligi W ga parallel bo‘lgan to‘g‘ri chiziq *profil to‘g‘ri chiziq* (yoki *profil*) deb ataladi (3.5,a,b-rasm). Profilning barcha nuqtalari W tekislikdan baravar masofada bo‘lgani uchun chizmada uning gorizontal proyeksiyasi Oy o‘qiga parallel, frontal proyeksiyasi Oz o‘qiga parallel bo‘ladi.



3.5-a rasm



3.5-b rasm

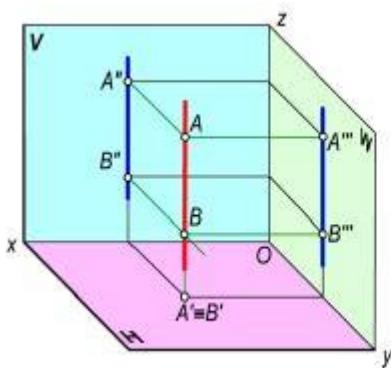
Profilning profil proyeksiyasi ixtiyoriy vaziyatda joylashgan bo‘ladi. Mazkur, chiziq kesmasining profil proyeksiyasi o‘zining haqiqiy o‘lchamiga teng bo‘lib proyeksiyalanadi.

Chizmadagi  $\alpha$  va  $\beta$  burchaklar profil chiziqlarning H va V tekisliklar bilan mos ravishda tashkil etgan burchaklarining haqiqiy kattaligi bo‘ladi, ya’ni:

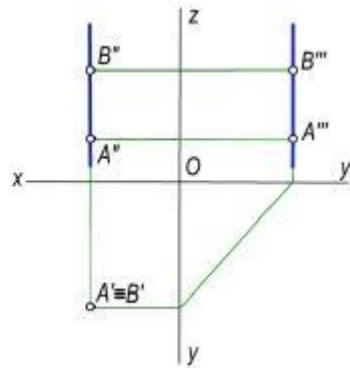
$$p \parallel W \square p' \parallel Oy \text{ va } p'' \parallel Oz, A''B'' = |AB|, \alpha = p^H \text{ va } \beta = p^V \text{ bo‘ladi.}$$

**Proyeksiyalar tekisligiga perpendikulyar to‘g‘ri chiziqlar.** Proyeksiyalar tekisligiga perpendikulyar to‘g‘ri chiziqlar *proyeksiyalovchi to‘g‘ri chiziqlar* deb ataladi.

**Gorizontal proyeksiyalovchi to‘g‘ri chiziqlar.** Gorizontal proyeksiyalar tekisligiga perependikulyar to‘g‘ri chiziq *gorizontal proyeksiyalovchi to‘g‘ri chiziq* deb ataladi (3.6,a,b-rasm). Bu to‘g‘ri chiziq H tekislikka nuqta bo‘lib proyeksiyalanadi. Uning frontal va profil proyeksiyalari Oz o‘qiga parallel bo‘ladi. Bu to‘g‘ri chiziq kesmasi V va W ga o‘zining haqiqiy o‘lchami bo‘yicha proyeksiyalanadi.

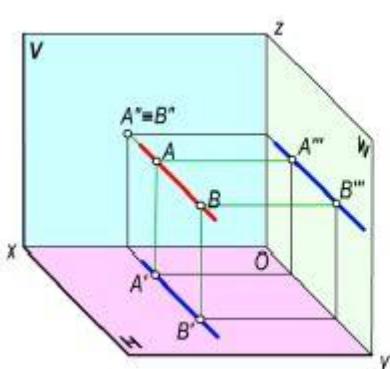


3.6-a rasm

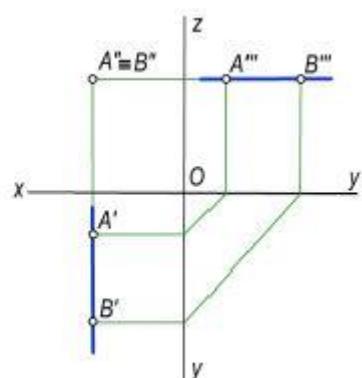


3.6-b rasm

**Frontal proyeksiyalovchi to‘g‘ri chiziqlar.** Frontal proyeksiyalar tekisligiga perependikulyar to‘g‘ri chiziqlar *frontal proyeksiyalovchi to‘g‘ri chiziqlar* deb ataladi (3.7,a,b-rasm). Bunday to‘g‘ri chiziq V tekisligiga nuqta bo‘lib proyeksiyalanadi. Uning gorizontal va profil proyeksiyalari Oy o‘qiga parallel bo‘ladi. Bu to‘g‘ri chiziq kesmasi H va W proyeksiyalar tekisliklariga o‘zining haqiqiy o‘lchami bo‘yicha proyeksiyalanadi.

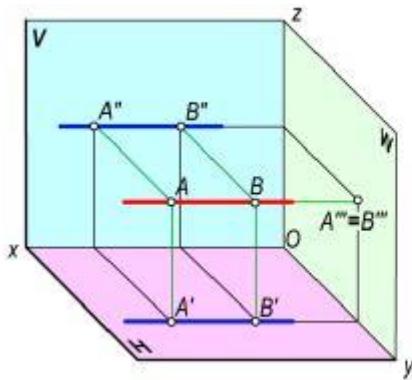


3.7-a rasm

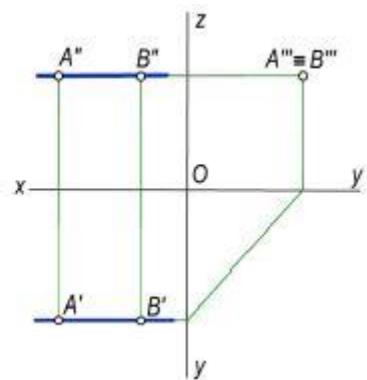


3.7-b rasm

**Profil proyeksiyalovchi to‘g‘ri chiziq.** Profil proyeksiyalar tekisligiga perpendikulyar to‘g‘ri chiziqlar *profil proyeksiyalovchi to‘g‘ri chiziqlar* deb ataladi (3.8,a,b-rasm). Bu to‘g‘ri chiziqlar profil tekisligiga nuqta bo‘lib proyeksiyalanadi. Uning gorizontal va frontal proyeksiyalari Ox o‘qiga parallel bo‘ladi. Bu to‘g‘ri chiziq kesmasi H va V ga o‘zining haqiqiy o‘lchami bo‘yicha proyeksiyalanadi.



3.8-a rasm



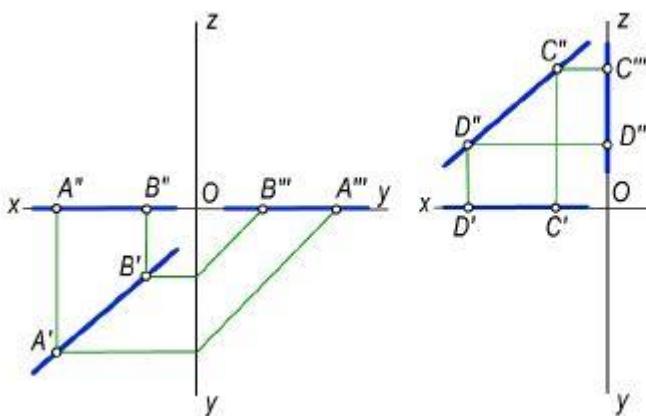
3.8-b rasm

**Proyeksiyalar tekisliklari va koordinata o‘qlariga tegishli to‘g‘ri chiziqlar.** To‘g‘ri chiziqlar H, V va W proyeksiyalar tekisliklariga va Ox, Oy, Oz proyeksiyalar o‘qlariga tegishli bo‘lishi mumkin.

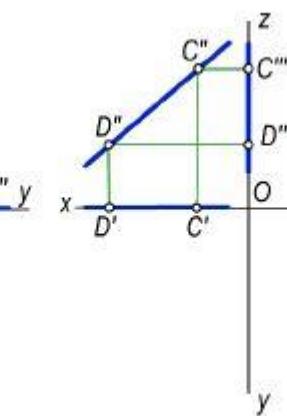
Agar to‘g‘ri chiziq biror proyeksiyalar tekisligiga tegishli bo‘lsa, bu to‘g‘ri chiziqning bir proyeksiyasi bevosita to‘g‘ri chiziqning o‘ziga, qolgan ikki proyeksiyasi esa koordinatalar o‘qiga proyeksiyalanadi. Masalan, CD(C'D', C''D'') to‘g‘ri chiziq frontal proyeksiyalar tekisligi V ga tegishli bo‘lgani uchun (3.9,b- rasm), uning C''D'' frontal proyeksiyasi mazkur to‘g‘ri chiziqqa, gorizontal C'D' proyeksiyasi Ox o‘qiga, profil C''D'' proyeksiyasi esa Oz o‘qiga proyeksiyalanadi.

Shuningdek, 3.9,a-rasmida H tekislikka tegishli AB(A'B',A''B'') to‘g‘ri chiziqning, va 3.9,v-rasmida esa W tekislikka tegishli EF(E'F',E''F'') to‘g‘ri chiziqlar proyeksiyalarining joylashishi ko‘rsatilgan.

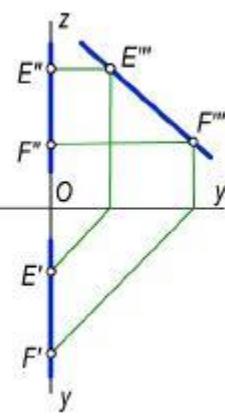
To‘g‘ri chiziq koordinata o‘qlariga tegishli bo‘lsa, uning ikki proyeksiyasi shu o‘qning o‘ziga proyeksiyalanadi, bir proyeksiyasi esa koordinata boshi O ga nuqta bo‘lib proyeksiyalanadi. Masalan,  $\ell \in Ox$  to‘g‘ri chiziqning  $\ell'$  gorizontal  $\ell''$  frontal proyeksiyalari Ox o‘qida, uning  $\ell'''$  profil proyeksiyasi esa koordinata boshi O ga proyeksiyalanadi (3.10- rasm).



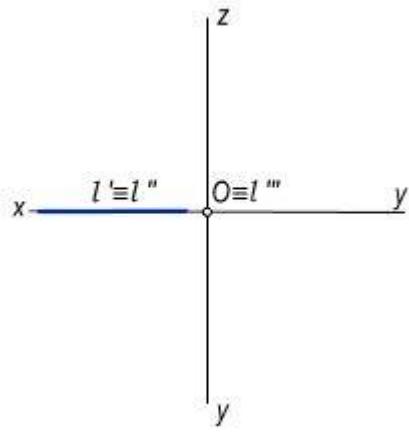
3.9-a rasm



3.9-b rasm



3.9-v rasm



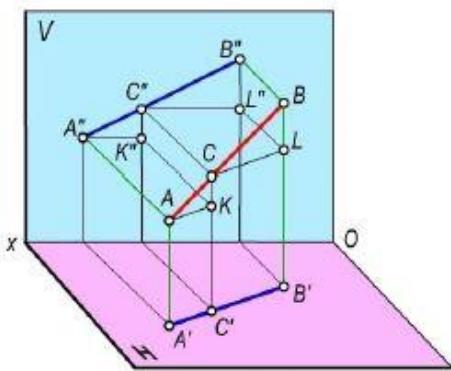
3.10- rasm

### To‘g‘ri chiziq kesmasini berilgan nisbatda bo‘lish

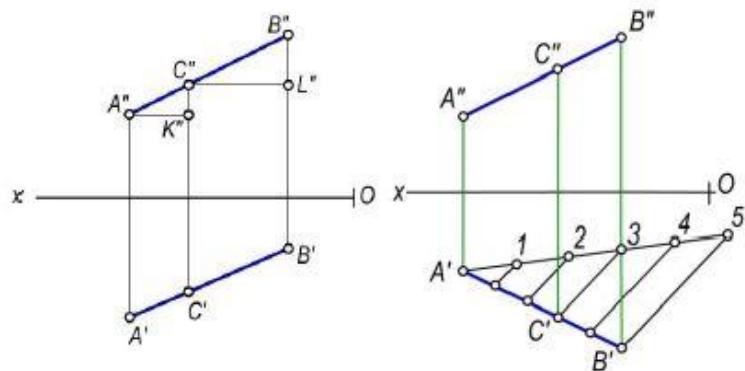
Parallel proyeksiyalashning xossasiga asosan biror nuqta fazodagi to‘g‘ri chiziq kesmasini qanday nisbatda bo‘lsa, uning bir nomli proyeksiyalari to‘g‘ri chiziq kesmasining proyeksiyalarini ham shunday nisbatlarga bo‘ladi.

3.11-rasmda berilgan chizmaga asosan C nuqta AB kesmani AC:CB nisbatda bo‘lgan deb qabul qilinsin. Yuqoridagi xossaga binoan, C nuqtani proyeksiyalari AB kesmaning proyeksiyalarini xuddi shunday nisbatlarda bo‘ladi, ya’ni  $AC:CB=A'C':C'B'=A''C'':C''B''$ .

To‘g‘ri chiziqqa tegishli nuqtaning bunday xususiyatidan foydalanib, har qanday to‘g‘ri chiziq kesmasini ixtiyoriy nisbatda proporsional bo‘laklarga bo‘lish mumkin. Masalan 3.12-rasmida berilgan  $AB(A'B', A''B'')$  to‘g‘ri chiziq kesmasini teng 5 bo‘lakka bo‘lish uchun kesmaning ixtiyoriy, masalan, gorizontal proyeksiyasining A' uchidan ixtiyoriy burchakda yordamchi  $a$  to‘g‘ri chiziq o‘tkaziladi. Bu to‘g‘ri chiziqqa ixtiyoriy o‘lchamli teng kesmalar besh marta qo‘yib chiqiladi. So‘ngra 5 va  $B'$  nuqtalarni o‘zaro tutashtirilib, 4, 3, 2 va 1 nuqtalardan  $5B'$  chiziqqa parallel chiziqlar o‘tkaziladi.



3.11- a rasm



3.11- b rasm.

3.12-rasm

Natijada,  $A'B'$  kesma 5 ta teng bo‘lakka bo‘linadi. To‘g‘ri chiziq kesmasining gorizontal  $A'B'$  proyeksiyasidagi bu nuqtalardan foydalanib kesmaning  $A''B''$  frontal proyeksiyasini proyeksiyon bog‘lanish chiziqlari yordamida teng 5 bo‘lakka bo‘lish qiyin emas. Chizmadagi C nuqta AB to‘g‘ri chiziq kesmasini  $AC:CB=3:2$  nisbatda bo‘ladi.

### **Hazorat savollari**

1. To‘g‘ri chiziqning proyeksiyalari qanday hosil bo‘ladi?
2. Umumiy vaziyatdagi to‘g‘ri chiziq nima?
3. Qanday xususiy vaziyatdagi to‘g‘ri chiziqlarni bilasiz?