

Sirtlar va ularning ortogonal proyeksiyalarini yasash.

Sirtlarning klassi va tartibi.

Umumiy ma'lumotlar

Sirtlarning tekislik bilan kesishish chizig'i to'g'ri chiziq, siniq chiziq va egri chiziq tarzidagi tekis shakllardan iborat bo'lishi mumkin. Bu xol tekislik bilan qanday sirtning kesishishiga va sirt bilan tekislikning o'zaro vaziyatiga bog'liqdir.

Sirt bilan tekislikni kesishish chizig'ining shaklini uni yasashdan oldin bilish mumkin. Ana shunga ko'ra uni yasashning biror usuli tanlanadi. Agar kesishish chizig'i to'g'ri chiziq bo'lsa, uning ikki nuqtasini, siniq chiziq bo'lsa, uning sinish nuqtalari (uchlari) ni, egri chiziq bo'lsa, uning tayanch (xarakterli) va bir necha ixtiyoriy nuqtalarini topib, ular o'zaro tutashtiriladi.

Egri chiziqli sirtlarning tekislik bilan kesishish chizig'i, umumiy holda, egri chiziqdan iborat bo'ladi. bu chiziqni yasash uning tayanch nuqtalarini topishdan boshlanadi. Tayanch nuqtalarga sirtlarning chetki yasovchilari – ocherklariga tegishli nuqtalar va proyeksiyalar tekisliklaridan eng uzoq va eng yaqin masofalarda bo'lgan nuqtalar kiradi. Qolgan nuqtalar oraliq nuqtalar hisoblanadi.

Yuqorida kayd qilingan nuqtalar sirtga tegishli bo'lganligi sababli bu nuqtalar shu sirtning yasovchilari, karkaslari, parallellari, meridianlari va x.k. chiziqlariga ham tegishli bo'ladi. Shuning uchun sirtning tekislik bilan kesishish chizig'ini yasash uchun sirtning shu chiziqlari bilan tekislikning kesishish nuqtalarini topishdan iborat bo'ladi.

Chiziqli sirtning tekislik bilan kesishish chizig'ini yasash uchun sirtning har bir yasovchisi bilan tekislikning kesishish nuqtalarini aniqlash lozim.

Demak, tekislikning ko'pyoqlik yoki egri chiziqli sirtlar bilan kesishish chizig'ini yasash to'g'ri chiziq yoki egri chiziqning tekislik bilan kesishish nuqtalarini topishga asoslanadi.

Sirtlarning proyeksiyalovchi tekisliklar bilan kesishishi

Odatda, kesim chizig'i konturining proyeksiyalarini yasash uning tayanch nuqtalarini topishdan boshlanadi.

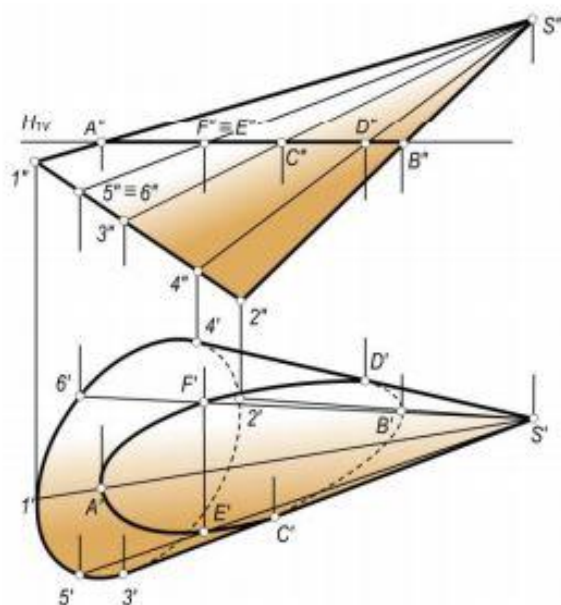
Agar sirtni kesuvchi tekislik proyeksiyalovchi bo'lsa, kesim chizig'ining proyeksiyalarini yasash soddalashadi, chunki bu holda kesishish chizig'ining proyeksiyalaridan biri to'g'ri chiziq kesmasidan iborat bo'ladi.

Quyida ba'zi sirtlarning proyeksiyalovchi tekisliklar bilan kesishishini ko'rib chiqamiz.

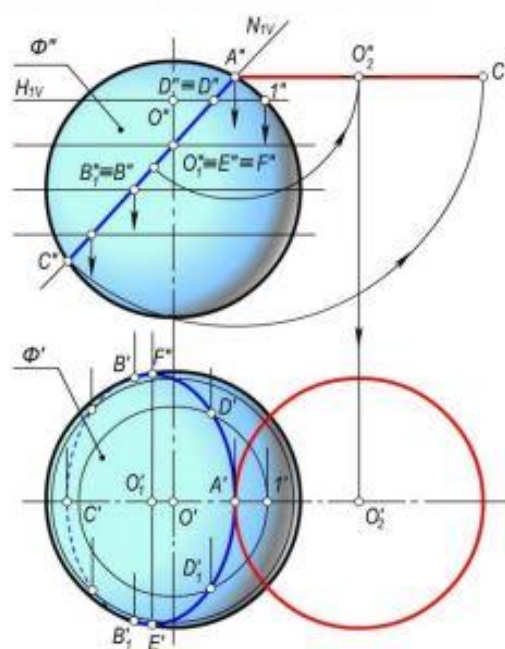
1-masala. Og'ma elliptik konusning $H_I(H_{IV})$ gorizontal tekislik bilan kesishish chizig'i yasalsin (9.1-rasm).

Echish. Konusning bir necha yasovchilari o'tkaziladi va ularning kesuvchi tekislik bilan kesishish nuqtalari belgilanadi.

Kesishish chizig'ining $A''B''$ frontal proyeksiyasi kesuvchi tekislikning frontal izi bilan ustma-ust tushadi. $A(A', A'')$ va $B(B', B'')$ nuqtalar kesimni o'ng va chap tomondan chegaralovchi nuqtalardir. Ularning A' va B' gorizontal proyeksiyasi ular orqali o'tuvchi S_1 va S_2 yasovchilarning gorizontal proyeksiyalari S'_1 va S'_2 larda bo'ladi. Konusning gorizontal ocherk yasovchilari S'_3 , S'_4 bilan H_I tekislikning kesishish nuqtalarini yasash uchun bu yasovchilarning frontal S''_3 va S''_4 proyeksiyalari bilan tekislikning H_{IV} izining kesishish nuqtalari C'' va D'' lar belgilab olinadi. Bu nuqtalardan proyeksion bog'lanish chiziqlari o'tkaziladi va ularning S'_3 , S'_4 yasovchilar bilan kesishgan nuqtalari C' va D' nuqtalar topiladi.



9.1-rasm.



9.2-rasm.

Kesimning oraliq nuqtalarini yasash uchun $A''B''$ kesmada ixtiyoriy $E'' \equiv F''$ nuqtalar belgilab olinadi. Bu nuqtalar orqali $S''5'' \equiv S''6''$ yasovchilarning frontal proyeksiyalari o'tkaziladi, so'ngra ularning $S'5'$ va $S'6'$ gorizontal proyeksiyalari ustida E' va F' belgilab olinadi. Shu tarzda yana bir necha nuqtalarning gorizontal proyeksiyalari yasaladi.

Gorizontal proyeksiyada kesimning ko'rinishligi quyidagicha aniqlanadi. Konusning $4'$, $6'$, $1'$, $5'$ va $3'$ nuqtalaridan o'tgan yasovchilarga tegishli D' , F' , A' , E' va C' nuqtalar ko'rinadi. Qolgan nuqtalar esa ko'rinmaydi. Shunga asosan kesimning D' , F' , A' , E' , C' qismi uzluksiz tutash chiziq bilan, D' , B' , C' qismi esa shtrix chiziq bilan tekis tutashtiriladi.

2-masala. Sferaning N frontal proyeksiyalovchi tekislik bilan kesishuv chizig'i proyeksiyalari yasalsin (9.2-rasm).

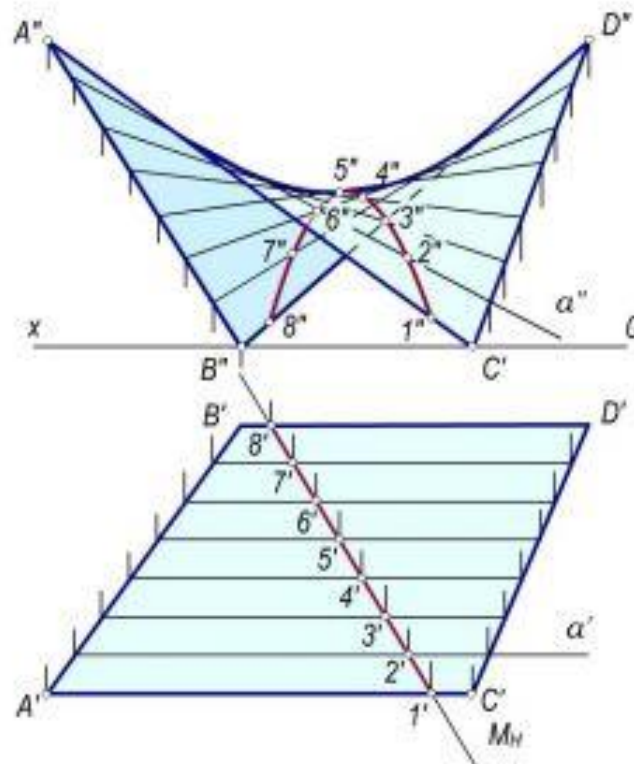
Echish. Kesimning $A''C''$ frontal proyeksiyasi tekislikning N_v frontal izi bilan ustma-ust tushadi. Kesimning gorizontal proyeksiyasi esa nuqtalarning sferaga tegishlilik shartiga ko'ra yasaladi. B va B_1 nuqtalar sferaning ekvatoriga tegishli bo'lganligi uchun ularning B' va B_1' gorizontal proyeksiyalari gorizontal proyeksiyaning ocherkida belgilab olinadi. A va C nuqtalarning

gorizontal proyeksiyalari A' va C' nuqtalar esa sfera bosh meridianining gorizontal proyeksiyasida yotadi.

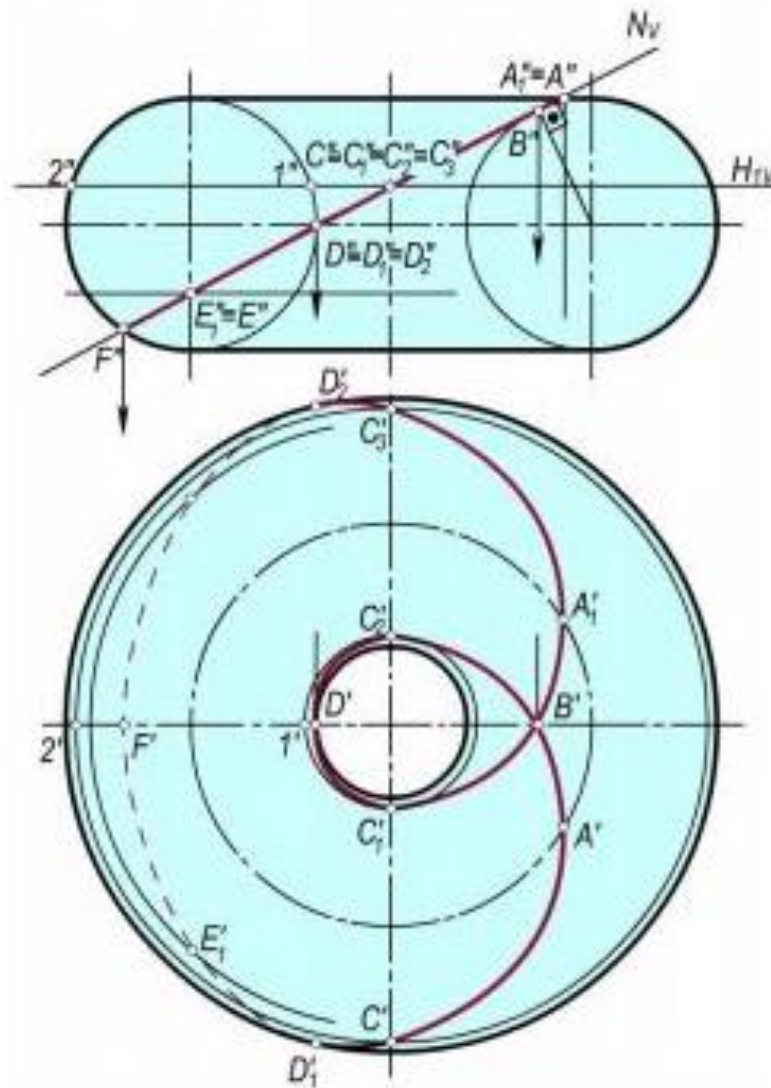
Kesimga tegishli ixtiyoriy D va D_1 nuqtalarning D' va D_1' gorizontal proyeksiyalarini yasash uchun $D'' \equiv D_1''$ nuqta orqali gorizontal tekislikning H_{IV} frontal izi o'tkaziladi. Bu tekislik sferani radiusi $0''1''$ ga teng bo'lgan aylana bo'yicha kesadi. Bu aylanani gorizontal proyeksiyasida D' va D_1' nuqta xosil qilinadi. Oraliqdagi boshqa ixtiyoriy nuqtalarning gorizontal proyeksiyalari ham xuddi shunday yasaladi. Gorizontal proyeksiyada sferaning ekvatoridan yuqorida joylashgan hamma nuqtalar ko'rinadi, ekvatoridan pastki qismida joylashgan nuqtalar esa ko'rinmaydi. Shunga ko'ra ekvatoridan yuqorida joylashgan A, D, D_1, E, F, B va B_1 nuqtalarning gorizontal proyeksiyalari A', D', D_1', E', F', B' va B_1' nuqtalar ko'rinadi. Qolgan nuqtalar esa ekvatorning pastki qismida yotganligi uchun ko'rinmaydi. Bu yerda A, B, B_1 va C lar tayanch nuqtalar bo'ladi. Rasmda kesim yuzining haqiqiy kattaligini yasash aylantirish usulida bajarib ko'rsatilgan.

3-masala. V parallellizm tekisligiga ega bo'lgan giperbolik paraboloidning $M(M_H)$ gorizontal proyeksiyalovchi tekislik bilan kesishish chizig'i proyeksiyalari yasalsin (9.3-rasm).

Yechish. Kesishish chizig'ining gorizontal proyeksiyasi tekislikning M_H izi bilan ustma-ust tushadi. Uning frontal proyeksiyasini yasash uchun giperbolik paraboloid (qiyshiq tekislik) ning bir necha yasovchilari o'tkazilib, ularning M tekislik bilan kesishish nuqtalari belgilanadi. Masalan, qiyshiq tekislik $a(a', a'')$ yasovchisining M tekislik bilan kesishish nuqtasini yasash uchun a' yasovchi va kesuvchi tekislikning M_H gorizontal izining kesishish nuqtasi $2'$ belgilab olinadi. So'ngra $2'$ nuqtadan proyeksion bog'lanish chizig'i chiqarilib a'' dagi frontal proyeksiyasi $2''$ aniqlanadi. Kesimning $3(3', 3'') \dots 7(7', 7'')$ nuqtalarini yasash $2(2', 2'')$ nuqtani yasash kabi bajariladi.



9.3-rasm.



9.4-rasm.

4-masala. Torning frontal proyeksiyalovchi $N(N_v)$ tekislik bilan kesishish chizig'i proyeksiyalari yasalsin (9.4-rasm).

Yechish. Kesishish chizig'ining frontal proyeksiyasi tekislikning frontal izi N_v bilan ustma-ust tushgan. Uning gorizontal proyeksiyasini yasash uchun frontal proyeksiyada tayanch nuqtalarning $A'' \equiv A_1'', B'', D'' \equiv D_1'' \equiv D_2''$ va F'' frontal proyeksiyalari belgilab olinadi. Bu nuqtalar torga tegishli bo'lganligi uchun ularning gorizontal proyeksiyalarini yasash qiyin emas. Oraliqdagi ixtiyoriy nuqtalarning proyeksiyalari esa quyidagicha yasaladi. Kesimning frontal proyeksiyasida ixtiyoriy $C'' \equiv C_1'' \equiv C_2'' \equiv C_3''$ nuqtalar belgilanadi. Keyin ular orqali yordamchi gorizontal H_1 tekislikning H_{1v} izi o'tkaziladi. Bu tekislik torni radiuslari $0''1''$ va $0''2''$ kesmalarga teng bo'lgan aylanalar (parallellar) bo'yicha kesadi. Bu aylanalarning gorizontal proyeksiyalarini yasab, $C'' \equiv C_1'' \equiv C_2'' \equiv C_3''$ nuqtalardan tushirilgan proyeksion bog'lovchi chiziq bilan kesishish nuqtalari C', C_1', C_2' va C_3' lar belgilab olinadi. Xuddi shuningdek boshqa oraliq nuqtalar ham yasaladi. Hosil bo'lgan nuqtalarning

ko'rinishligini torning ekvatoriga nisbatan aniqlab, ularni tekis egri chiziq bilan tutashtirsak, bu holda **Paskal chig'anog'i** deb nomlangan egri chiziq hosil bo'ladi.

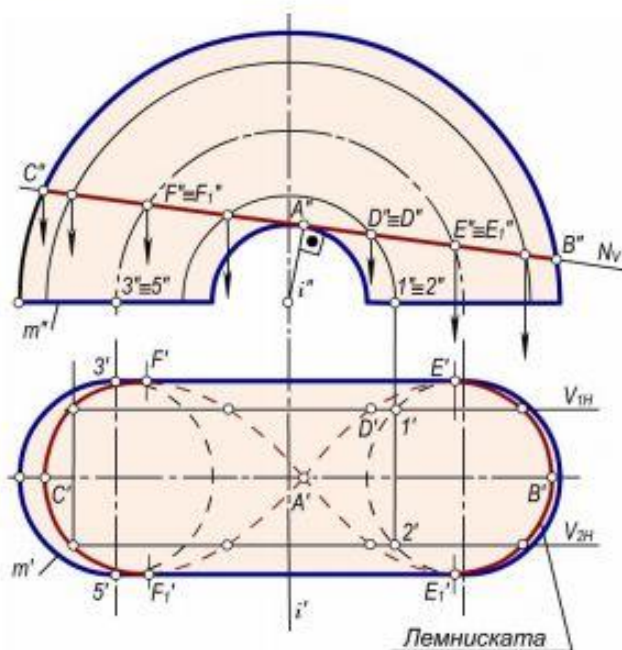
5-masala. Berilgan tor sirtining $N(N_V)$ tekislik bilan kesishish chizig'i proyeksiyalari yasalsin (9.5-rasm).

Yechish. Chizmadan ko'rinib turibdiki, kesuvchi tekislik torning ichki konturiga urinma vaziyatda o'tkazilgan. Bu holda torning bunday kesimi **lemniskata** egri chizig'i deb yuritiladi.

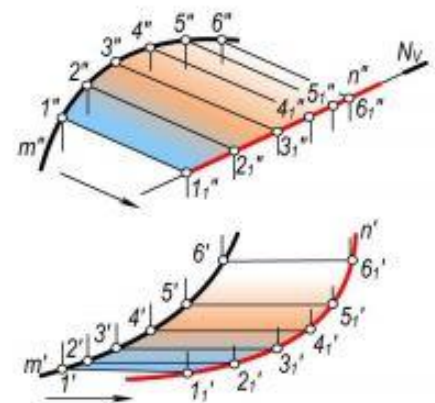
Kesishish chizig'ining frontal proyeksiyasi kesuvchi tekislikning N_V frontal izi bilan ustma-ust tushadi. Uning gorizontal proyeksiyasini yasash uchun torni V_1, V_2 yordamchi frontal tekisliklar bilan kesiladi. Hosil bo'lgan parallellarni $N(N_V)$ tekislik bilan kesishish nuqtalari A'', B'', C'', D'', E'' va F'' lar belgilanadi. So'ngra bu nuqtalarning gorizontal proyeksiyalari tegishli tekisliklar izlarida topiladi va o'zaro silliq chiziq bilan tutashtiriladi. Gorizontal proyeksiyada kesishuv chizig'ining ko'rinishligi aniqlanadi. Bu lemniskata deb nomlangan egri chiziqdir. Bunda tor yasovchisi $m(m', m'')$ ning m' gorizontal proyeksiyasiga tegishli $3', 4', 5' \dots$ nuqtalardan o'tgan parallellardagi F_1', C', F' va E_1', B', E' nuqtalar ko'rinadi. Qolgan nuqtalar esa ko'rinmaydi.

6-masala. Ixtiyoriy silindrik sirtning $m(m', m'')$ yo'naltiruvchisi va yasovchilarining yo'nalishi bilan berilgan. Mazkur sirtning $N(N_V)$ frontal proyeksiyalovchi tekislik bilan kesishish chizig'i proyeksiyalari yasalsin (9.6-rasm).

Yechish. Bu sirtning $N(N_V)$ tekislik bilan kesishish chizig'ining proyeksiyalarini yasash uchun $m(m', m'')$ yo'naltiruvchi chiziqda ixtiyoriy $1(1', 1''), 2(2', 2''), 3(3', 3'') \dots$ nuqtalarni belgilab, ular orqali silindrning yasovchilari o'tkazilib, bu yasovchilarning berilgan $N(N_V)$ tekislik bilan kesishish nuqtalari $1_1(1_1', 1_1''), 2_1(2_1', 2_1''), 3_1(3_1', 3_1'') \dots$ lar belgilab olinadi va ular $n(n', n'')$ tekis egri chiziq bilan tutashtiriladi.



9.5-shakl.



9.6-shakl.

Konus kesimlari

Doiraviy konus sirtning tekislik bilan kesishishidan hosil bo'lgan chiziqlar konus kesimlari yoki ikkinchi tartibli chiziqlar deyiladi. Bu chiziqlar oilasiga o'zaro kesuvchi ikki to'g'ri chiziqlar aylana parabola, giperbola, ellips kiradi. Bu oilaga mansub chiziqlarning hosil bo'lishi kesuvchi tekislikning konus o'qiga va uning yasovchilariga nisbatan vaziyatiga bog'liq bo'ladi.

Kesuvchi tekislik konusning uchidan o'tib, yasovchilardan birortasi bilan kesishmasa, u holda kesimda nuqta hosil bo'ladi (9.7-rasm).