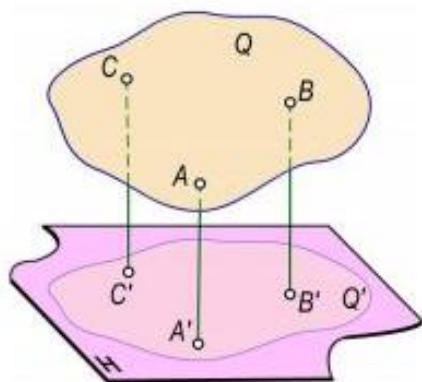


Tekislikning ortogonal proyeksiyalarini yasash. Nuqta, to'g'ri chiziq, tekisliklarning o'zaro vaziyatlarini tekshirishga oid grafik masalalar yechish.

4.1–§. Tekislikning berilishi

Tekislik birinchi tartibli sirt hisoblanadi. Chunki u birinchi darajali algebraik tenglama bilan

ifodalanadi, ya'ni $\frac{a}{x} + \frac{b}{y} + \frac{c}{z} = 1$.



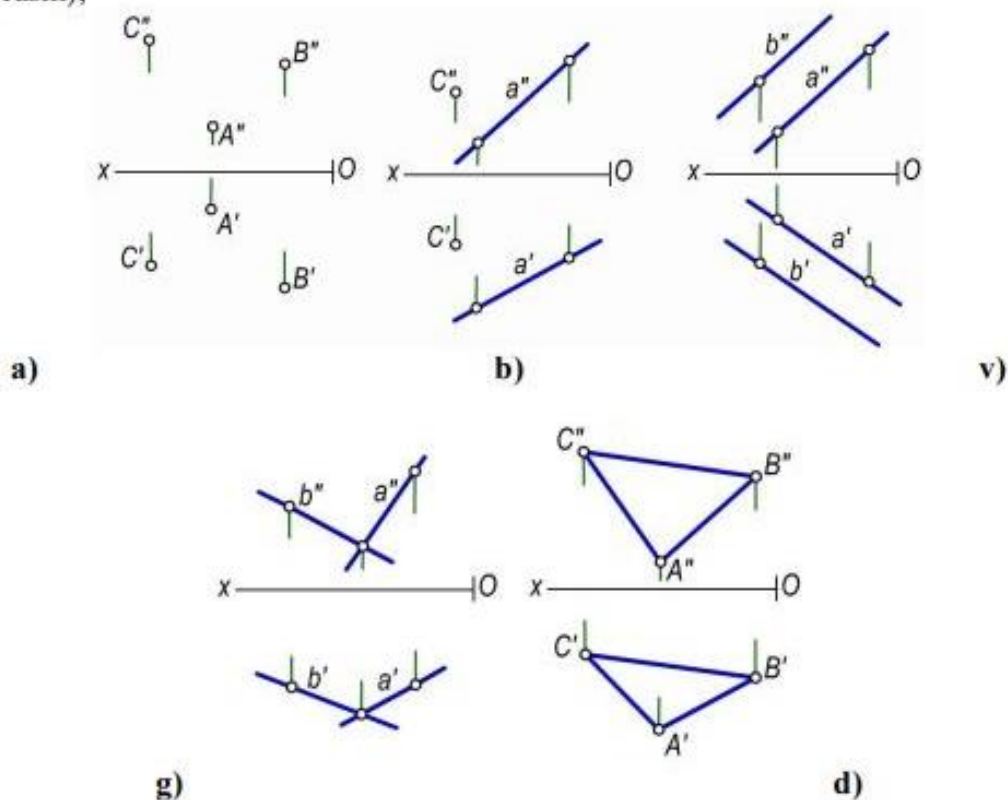
4.1-rasm

Ortogonal proyeksiyalarda tekislikning fazodagi vaziyati uni berilishini ta'minlovchi elementlarning proyeksiyalari orqali aniqlanadi. Umumiy holda tekislikning fazoviy vaziyatini bir to'g'ri chiziqqa tegishli bo'lmagan uchta nuqta aniqlaydi. Haqiqatdan, 4.1-rasmdagi *A*, *B* va *C* nuqtalar fazoda biror *Q* tekislikning vaziyatini aniqlaydi. Bu nuqtalardan har birining fazoviy o'rni o'zgarishi bilan tekislikning vaziyati ham fazoda o'zgaradi.

Uchta nuqtaning ikkitasi orqali hamma vaqt bir to'g'ri chiziq o'tkazish mumkin. Shuningdek, uchta nuqta yordamida ikki parallel va kesishuvchi chiziqlar o'tkazish yoki tekis geometrik shakl, (masalan, uchburchak) hosil qilish mumkin.

Chizma geometriyada tekisliklar qo'yidagi hollar bilan beriladi:

- bir to'g'ri chiziqqa tegishli bo'lmagan uchta nuqtaning proyeksiyalari bilan (4.2–a, rasm);

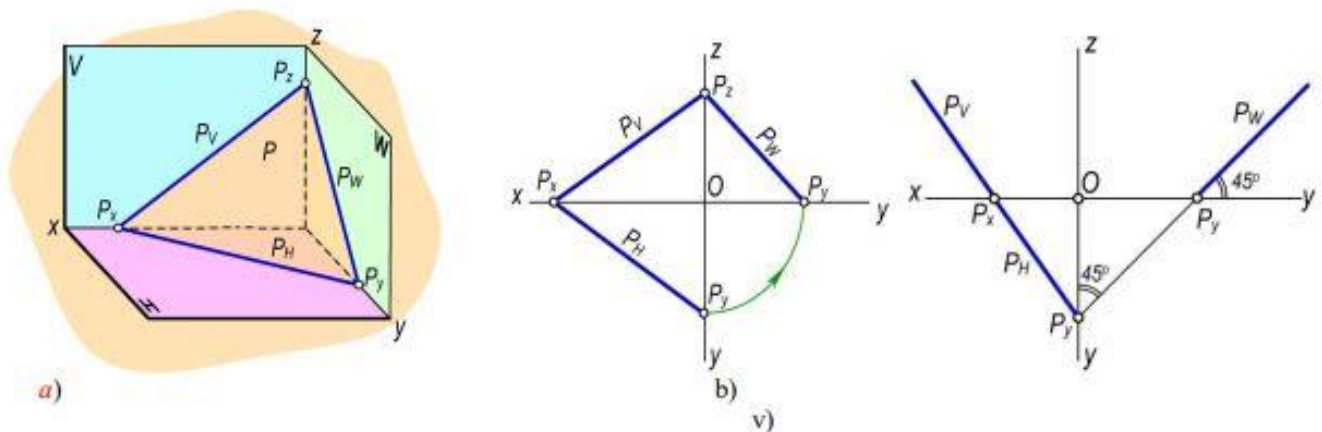


4.2-rasm

- bir to'g'ri chiziq va unga tegishli bo'lmagan nuqtaning proyeksiyalari bilan (4.2,b-rasm);
- ikki parallel to'g'ri chiziq proyeksiyalari bilan (4.2,v-rasm);
- ikki kesishuvchi to'g'ri chiziq proyeksiyalari bilan (4.2,g-rasm);
- tekis geometrik shakllarning ortogonal proyeksiyalari orqali berilishi ham mumkin (4.2,d-rasm).

Shuningdek, tekislik proyeksiyalar tekisliklari bilan kesishish chiziqlari orqali berilishi ham mumkin. Masalan 4.3-rasm, P tekislik H , V va W proyeksiyalar tekisliklari bilan kesishgan P_H , P_V , P_W chiziqlar orqali berilishi ko'rsatilgan.

Agar biror tekislik proyeksiyalar tekisliklari bilan bir xil og'ish burchak hosil qilsa, uning ikkita izi bir to'g'ri chiziqda yotadi. Uchinchi izi esa proyeksiyalarini o'qi bilan 45° burchak hosil qiladi (4.3,v-rasm).



4.3-rasm

4.2-§. Tekislikning izlarini yasash

Ta'rif. Tekislikning proyeksiyalar tekisliklari bilan kesishgan chiziqlari **tekislikning izlari** deyiladi.

P tekislikning H tekislik bilan kesishgan $P_H = P \cap H$ chizig'i uning gorizontali izi, V tekislik bilan kesishgan $P_V = P \cap V$ chizig'i frontal izi va W tekislik bilan kesishgan $P_W = P \cap W$ chizig'i **profil izi** deb ataladi.

Tekislik shu tarzda berilsa, uni izlari bilan berilgan tekislik deb yuritiladi va $P(P_H, P_V, P_W)$ tarzida yoziladi.

Tekislikni chizmada izlari bilan tasvirlash ancha qulay va afzaldir. Tekislikning Ox , Oy va Oz koordinata o'qlari bilan kesishgan nuqtalari P_x , P_y , P_z bilan belgilanadi, ya'ni $P_x = P \cap Ox$, $P_y = P \cap Oy$, $P_z = P \cap Oz$.

Bu nuqtalar tekislikning ikkita izining kesishishidan hosil bo'ladi.

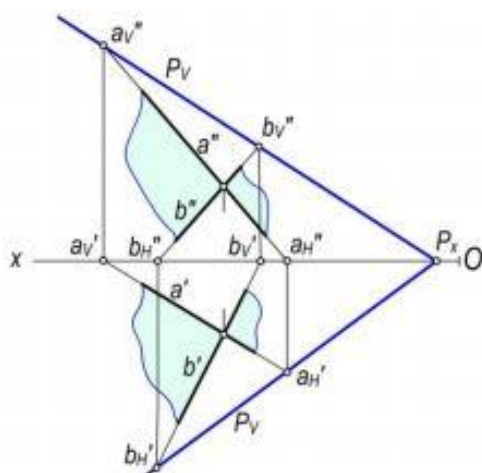
Tekislik qanday tarzda berilishidan qat'iy nazar, uning izlarini ortogonal proyeksiyalarda yasash mumkin.

Har qanday geometrik shakllar orqali berilgan tekislikning izlarini yasash mazkur tekislikka tegishli bo'lgan to'g'ri chiziqlar izlarini yasash bilan bajariladi. Bunig uchun to'g'ri chiziqning tekislikka tegishlilik xususiyatidan foydalaniladi.

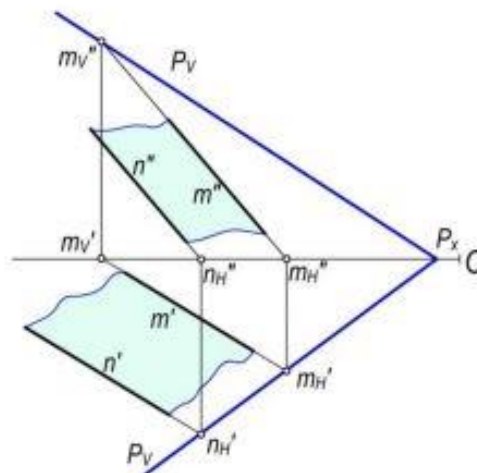
4.4-rasm, $a \cap b$ kesuvchi chiziqlar bilan berilgan tekislikning gorizontali izini yasash uchun to'g'ri chiziqlar gorizontali izlarining a'_H , a''_H , va b'_H , b''_H proyeksiyalarini topamiz. Agar to'g'ri chiziqlarning gorizontali izlarining gorizontali a'_H va b'_H proyeksiyalarini o'zaro tutashtirsak,

tekislikning P_H gorizontal izini hosil qilamiz. Xuddi shu tarzda tekislikning P_V frontal izini yasash uchun kesishuvchi to'g'ri chiziqlar frontal izlarining $a'va''$ va $b'vb''$ proyeksiyalarini yasaymiz. So'ngra to'g'ri chiziqlarning frontal izlarining frontal $a''v$ va $b''v$ proyeksiyalarini tutashtirsak, tekislikning P_V frontal izini hosil qilamiz. Tekislikning P_H va P_V izlarining P_x kesishish nuqtasi Ox o'qida bo'lishi shart.

Ikki $m||n$ parallel chiziqlar bilan berilgan tekislikning P_H va P_V izlari ham to'g'ri chiziqlarining izlarini yasash yo'li bilan aniqlanadi (4.5-rasm). Umuman, turli geometrik shakllar bilan berilgan tekisliklarning izlari mazkur shaklga tegishli bo'lgan ikki kesuvchi yoki parallel chiziqlarning izlarini yasash yo'li bilan aniqlanadi.



4.4-rasm



4.5-rasm

4.3–§. Tekisliklarning proyeksiyalar tekisliklariga nisbatan vaziyatlari

Tekislik fazoda proyeksiyalar tekisliklariga nisbatan umumiy va xususiy vaziyatlarda joylashishi mumkin.

Umumiy vaziyatdagi tekisliklar. Agar tekislik proyeksiyalar tekisliklarining birortasiga parallel yoki perpendikulyar bo'lmasa, uni *umumiy vaziyatdagi tekislik* deyiladi (4.3,a-rasm). Chizmada umumiy vaziyatdagi tekislikning izlari proyeksiyalar o'qlari bilan ixtiyoriy burchak hosil qiladi. Agar biror P tekislik proyeksiyalar tekisliklari bilan bir xil burchak hosil qilsa, uning P_H va P_V izlari Ox o'qi bilan bir xil burchak hosil qiladi.

Xususiy vaziyatdagi tekisliklar. Agar tekislik proyeksiyalar tekisligining biriga perpendikulyar yoki parallel bo'lsa, uni *xususiy vaziyatdagi tekislik* deb ataladi.

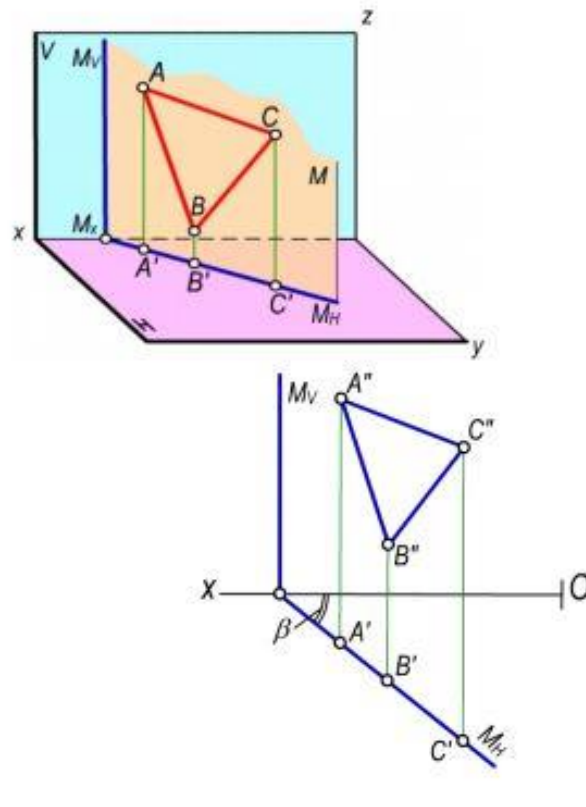
Proyeksiyalar tekisligiga perpendikulyar bo'lgan tekisliklar *proyeksiyalovchi tekisliklar* deyiladi.

Gorizontal proyeksiyalovchi tekislik

Ta'rif. Gorizontal proyeksiyalar tekisligiga perpendikulyar tekislik **gorizontal proyeksiyalovchi tekislik** deyiladi.

Gorizontal proyeksiyalovchi $M(M_H, M_V)$ tekislikning M_V frontal izi Ox o'qiga perpendikulyar bo'ladi (4.6,a,b-rasm), M_H gorizontal izi esa Ox o'qiga nisbatan ixtiyoriy burchakda joylashgan bo'ladi. Bu tekislik gorizontal izi M_H va Ox o'q orasidagi β burchak, M va V tekisliklar orasidagi burchakning haqiqiy qiymatiga teng bo'ladi.

Gorizontal proyeksiyalovchi tekislikka tegishli tekis geometrik shakllarning gorizontal proyeksiyalari to'g'ri chiziq bo'ladi va tekislikning gorizontal izi bilan ustma-ust tushadi (4.6-a, rasm).

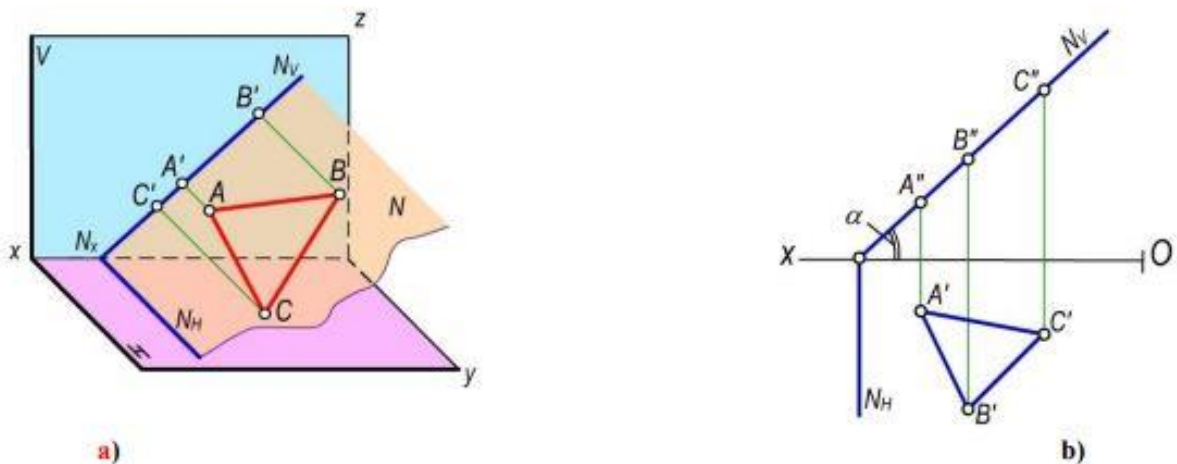


4.6-rasm

Frontal proyeksiyalovchi tekislik

Ta'rif. Frontal proyeksiyalar tekisligiga perpendikulyar bo'lgan tekislik **frontal proyeksiyalovchi tekislik** deyiladi.

Frontal proyeksiyalovchi $N(N_H, N_V)$ tekislikning gorizontal N_H izi Ox o'qiga perpendikulyar bo'ladi (4.7-a, rasm), frontal N_V izi esa ixtiyoriy burchakda joylashgan bo'ladi. Frontal proyeksiyalovchi tekislikning frontal N_V izining Ox o'qi bilan hosil qilgan α burchagi N va H tekisliklar orasidagi burchakning haqiqiy qiymatiga teng. Frontal proyeksiyalovchi tekislikka tegishli bo'lgan tekis shakllarning frontal proyeksiyalari to'g'ri chiziq bo'ladi va tekislikning frontal izi bilan ustma-ust tushadi (4.7-rasm).



Profil proyeksiyalovchi tekislik

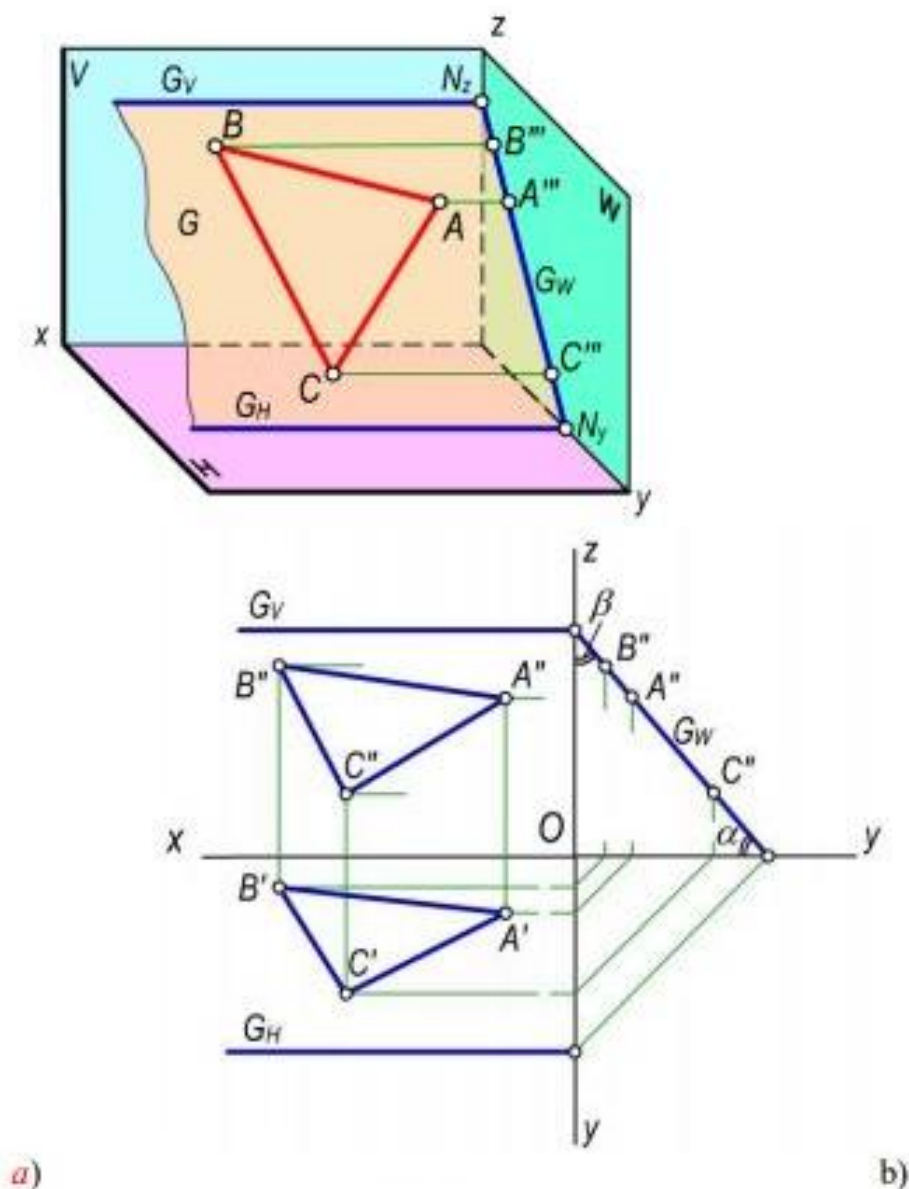
Ta'rif. Profil proyeksiyalar tekisligiga perpendikulyar tekislik **profil proyeksiyalovchi tekislik** deb ataladi.

Bu tekislikning gorizontaal G_H va frontal G_V izlari Ox o'qiga parallel bo'ladi (4.8-a, rasm).

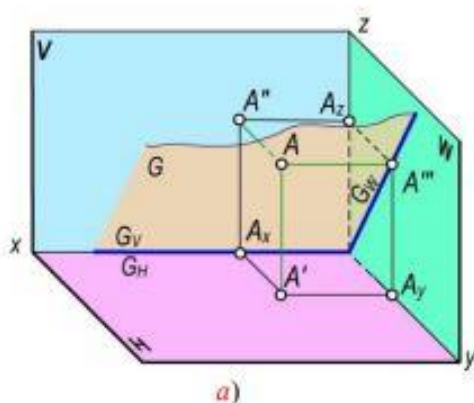
G profil proyeksiyalovchi tekislikning H va V tekisliklar bilan hosil qilgan α va β burchaklari 4.8-b, rasmda ko'rsatilganidek haqiqiy kattalikda proyeksiyalanadi.

Shuningdek, profil proyeksiyalovchi tekislik proyeksiyalar o'qi Ox dan ham o'tishi mumkin (4.9, a-rasm). U holda G tekislikning gorizontaal G_H va frontal G_V izlari Ox o'qida bo'ladi va tekislikning fazoviy vaziyatini aniqlab bo'lmaydi. Shuning uchun bunday hollarda mazkur tekislikning profil izi yoki shu tekislikka tegishli bo'lgan biror $A(A', A'')$ nuqtaning ikki proyeksiyasi beriladi (4.9-b rasm). Bu nuqtaning A''' proyeksiyasi orqali tekislikning profil izini yasash mumkin (4.10-rasm).

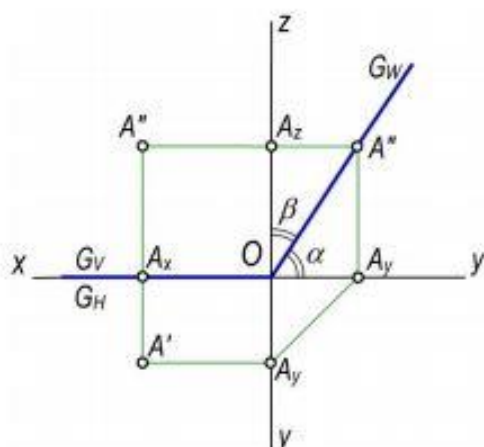
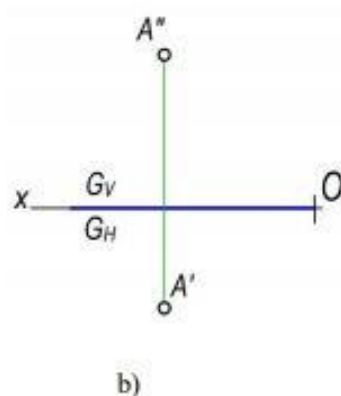
Proyeksiyalovchi tekislikning ikkita izini chizmada tasvirlash shart emas. Tekislikning bitta izi, aynan gorizontaal proyeksiyalovchi tekislikning gorizontaal izi M_H , frontal proyeksiyalovchi tekislikning frontal izi N_V , profil proyeksiyalovchi tekislikning profil izi G_W , orqali ham ularning vaziyatini aniqlash mumkin (4.11-rasm).



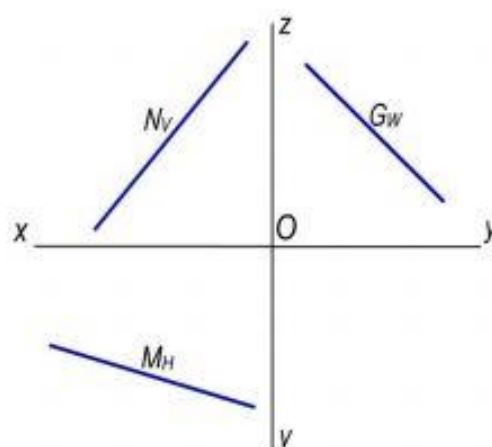
4.8-rasm



4.9-rasm



4.10-rasm



4.11-rasm

Proyeksiyalar tekisligiga parallel tekisliklar

Horizontal tekislik

Ta'rif. Horizontal proyeksiyalar tekisligiga parallel tekislik **horizontal tekislik** deyiladi.

Bu tekislik bir vaqtda V va W tekisliklarga perpendikulyar bo'ladi. Tekislikning vaziyatini uning frontal H_{IV} izi aniqlaydi (4.12-a,b, rasm).

Frontal tekislik

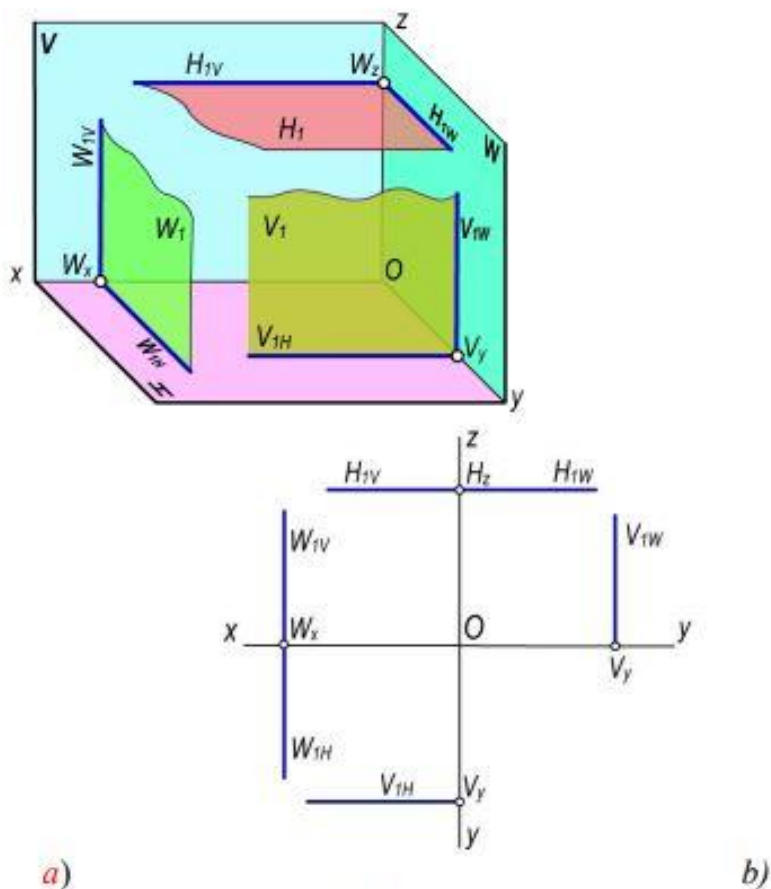
Ta'rif. Frontal proyeksiyalar tekisligiga parallel tekislik **frontal tekislik** deyiladi.

Bu tekislik bir vaqtda H va W tekisliklarga perpendikulyar bo'ladi. Tekislikning vaziyatini uning frontal V_{IH} izi aniqlaydi (4.12-a,b, rasm).

Profil tekislik

Ta'rif. Profil proyeksiyalar tekisligiga parallel tekislik **profil tekislik** deyiladi.

Profil W_1 tekislik bir vaqtda H gorizontal va V frontal proyeksiyalar tekisligiga perpendikulyar bo'ladi. Tekislikning fazoviy vaziyatini uning W_{1H} gorizontal va W_{1V} frontal izlari aniqlaydi (4.12-a, b, rasm).



4.12-rasm

4.4-§. Tekislik va to'g'ri chiziqning o'zaro vaziyatlari

To'g'ri chiziq va tekislik fazoda o'zaro quyidagi vaziyatlarda bo'lishi mumkin:

- to'g'ri chiziq tekislikka tegishli ($a \subset P$);
- to'g'ri chiziq tekislik bilan kesishadi ($a \cap P$);
- to'g'ri chiziq tekislikka parallel ($a \parallel P$);
- to'g'ri chiziq tekislikka perpendikulyar ($a \perp P$).

Tekislikka tegishli to'g'ri chiziq va nuqta. Quyidagi xollarda to'g'ri chiziq tekislikka tegishli bo'ladi:

- agar to'g'ri chiziqning ikki nuqtasi tekislikka tegishli bo'lsa, bu to'g'ri chiziq tekislikka tegishli bo'ladi. Masalan, a to'g'ri chiziqning A va B nuqtalari (4.13 -rasm) Q tekislikka tegishli bo'lganligi uchun a to'g'ri chiziq Q tekislikka tegishli bo'ladi;
- agar m to'g'ri chiziqning bir nuqtasi tekislikka tegishli bo'lib, mazkur tekislikka tegishli yoki unga parallel biror to'g'ri chiziqqa parallel bo'lsa, bu to'g'ri chiziq tekislikka tegishli bo'ladi. Masalan, m to'g'ri chiziqning C nuqtasi Q tekislikka tegishli va bu to'g'ri chiziq mazkur tekislikka tegishli to'g'ri chiziqqa parallel bo'lsa, u holda m to'g'ri chiziq Q tekislikka tegishli bo'ladi.

4.5–§. Tekislikning bosh chiziqlari

Tekislikning bosh chiziqlariga uning gorizontali, frontali va eng katta og‘ish chiziqlari kiradi.

Tekislikning gorizontali

Ta’rif. Tekislikka tegishli to‘g‘ri chiziq H tekisligiga parallel bo‘lsa, bu to‘g‘ri chiziq **tekislikning gorizontali** deyiladi.

Bunda $h \in P$ hamda $h \parallel H$ bo‘lsa, h to‘g‘ri chiziq P tekislikning gorizontali chizig‘i bo‘ladi.

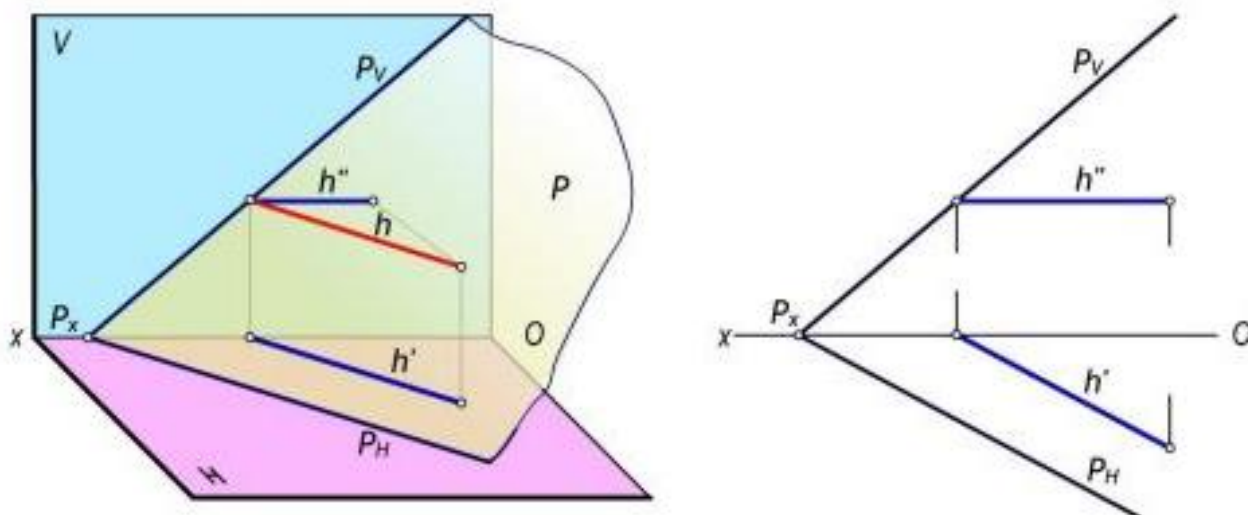
Chizmada tekislik gorizontalinining frontal proyeksiyasi Ox ga parallel, ya’ni $h'' \parallel Ox$ bo‘ladi, tekislik gorizontalinining gorizontali proyeksiyasi esa tekislikning P_H iziga parallel, ya’ni $h' \parallel P_H$ bo‘ladi (4.17-rasm).

Tekislikning frontali

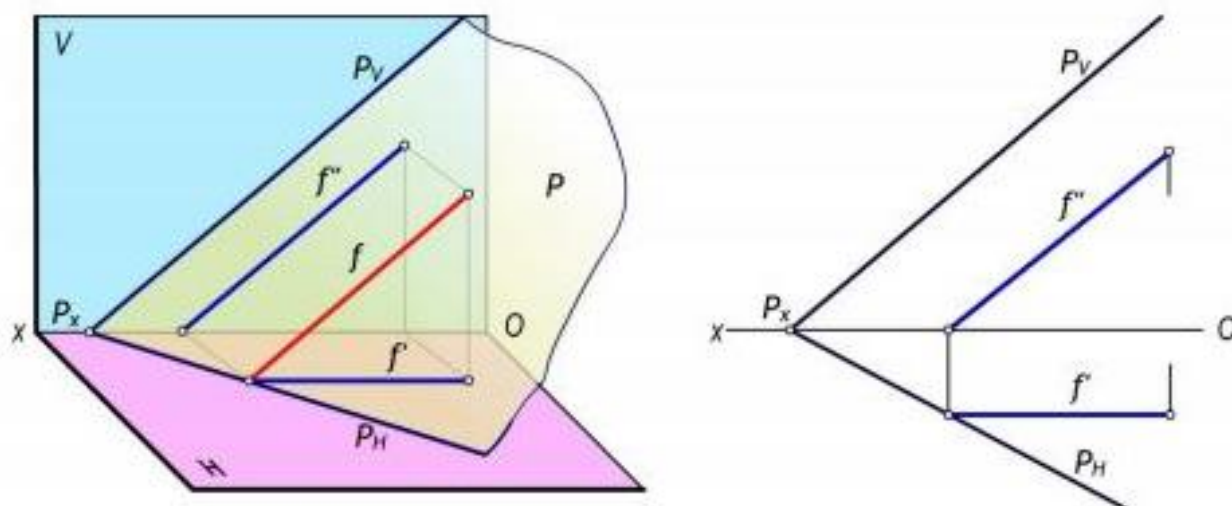
Ta’rif. Tekislikka tegishli to‘g‘ri chiziq V tekisligiga parallel bo‘lsa, bu to‘g‘ri chiziq **tekislikning frontali** deyiladi.

Bunda $f \in P$ hamda $f \parallel V$ bo‘lsa, f to‘g‘ri chiziq P tekislikning frontal chizig‘i bo‘ladi.

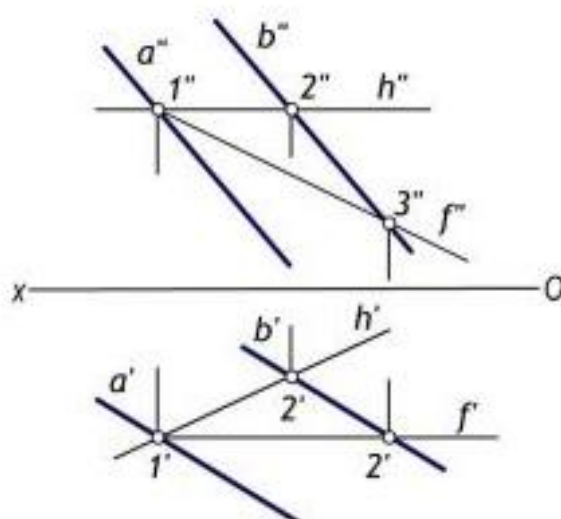
Chizmada tekislik frontalining gorizontali proyeksiyasi proyeksiyalar o‘qi Ox ga parallel bo‘ladi, ya’ni $f' \parallel Ox$, tekislik frontalining frontal proyeksiyasi esa tekislikning P_H iziga parallel, ya’ni $f'' \parallel P_V$ bo‘ladi (4.18-rasm).



4.17-rasm



4.18-rasm.



4.19-rasm.

4.19-rasmda $a \cap b$ chiziqlar bilan berilgan tekislikning h gorizont va f frontallarini yasash tasvirlangan.

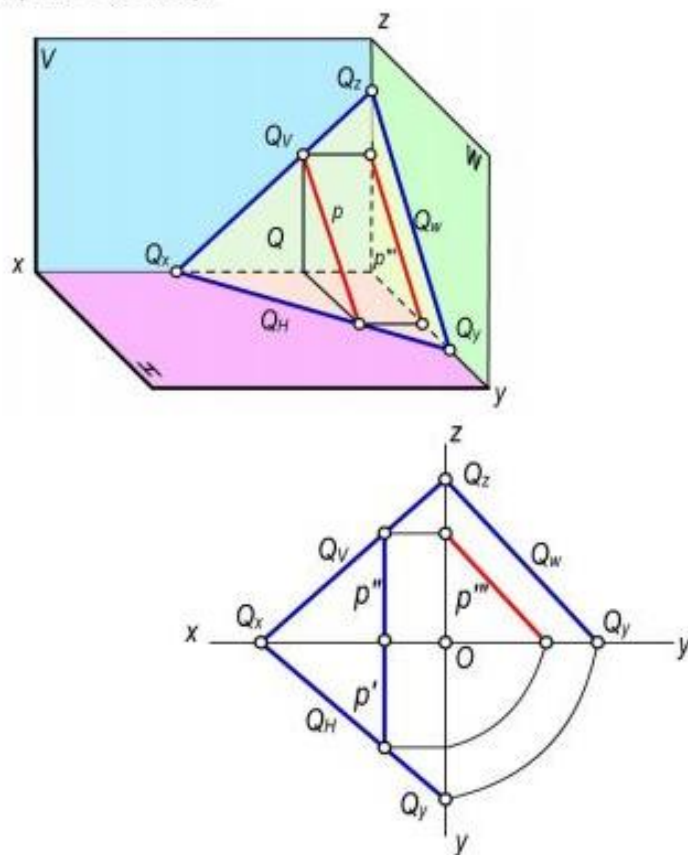
Umuman, chizmada tekislikning cheksiz ko'p bosh chiziqlarini o'tkazish mumkin. Tekislikning bir nomli bosh chiziqlari (masalan, gorizontallari) hamma vaqt bir-biriga parallel bo'ladi. Ammo proyeksiyalar tekisligidan talab qilingan masofada tekislikning faqat bitta bosh chizig'ini o'tkazish mumkin.

Tekislikning profil chizig'i

Ta'rif. Agar tekislikka tegishli to'g'ri chiziq profil proyeksiyalar tekisligiga parallel bo'lsa, bu to'g'ri chiziq tekislikning **profil chizig'i** yoki **profili** deyiladi.

Bunda $p \in Q$ bo'lib va $p \parallel W$ bo'lsa, p to'g'ri chiziq Q tekislikning profili bo'ladi (4.20,a,b-rasm).

Chizmada tekislik profil chizig'ining gorizontal va frontal proyeksiyasi Ox o'qiga perpendikulyar bo'ladi. Profil proyeksiyasi esa, proyeksiyalar o'qlariga nisbatan turlicha joylashuvi mumkin. Agar tekislik izlari bilan berilgan bo'lsa, profilning profil proyeksiyasi tekislikning profil iziga parallel bo'ladi (4.20-b, rasm).



a)

b)

4.20-rasm

Chizmada tekislikning cheksiz ko'p asosiy chiziqlarini o'tkazish mumkin. Tekislikning bir nomli bosh chiziqlari doimo o'zaro parallel bo'ladi. Ammo proyeksiyalar tekisligidan talab qilingan masofada tekislikning faqat bitta bosh chizig'ini o'tkazish mumkin.

Tekislikning eng katta og'ma chizig'i

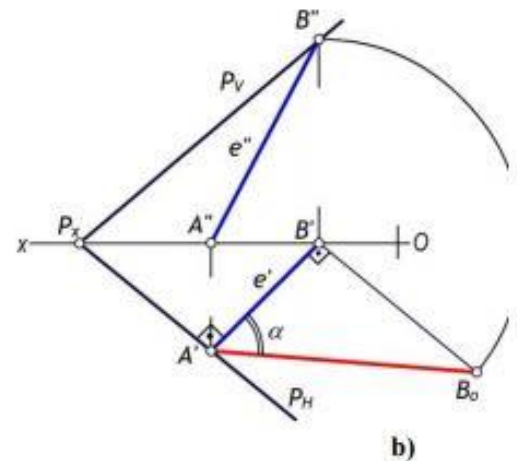
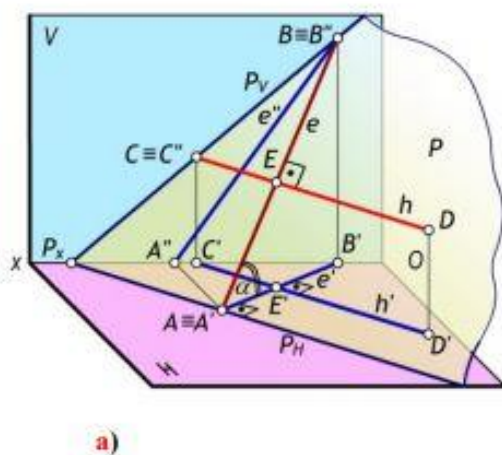
Ta'rif. Tekislikka tegishli va tekislikning bosh chiziqlaridan biri (gorizontal yoki frontal)ga perpendikulyar to'g'ri chiziq **tekislikning eng katta og'ma chizig'i** deb ataladi.

Agar P tekislikka tegishli e to'g'ri chiziq tekislikning gorizontaliga perpendikulyar bo'lsa, u holda e to'g'ri chiziqni P tekislikning H tekislikka nisbatan eng katta og'ma chizig'i deyiladi.

4.21-rasmda P tekislikning H tekislikka eng katta og'ma chizig'i tasvirlangan. Bu yerda $h \subset P$ va $h \parallel H$. To'g'ri burchakning proyeksiyalanish xususiyatidan: $\angle BED = 90^\circ$ va $ED \parallel H$ bo'lgani uchun $\angle B'ED' = 90^\circ$ bo'ladi.

Tekislikning eng katta og'ma chizig'i orqali uning proyeksiyalar tekisligi bilan hosil qilgan ikki yoqli burchagi aniqlanadi (4.21,b-rasm). P tekislikning H tekislikka nisbatan eng katta og'ma

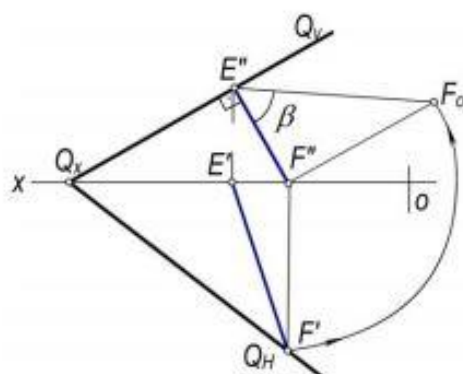
chizig'i P va H tekisliklar orasidagi $\angle B_0A'B'$ chiziqli burchakni ifodalaydi. Chunki $AB \perp P_H$ va $A'B' \perp P_H$ bo'lgani uchun bu ikki yoqli α burchakning qiymatini aniqlaydi.



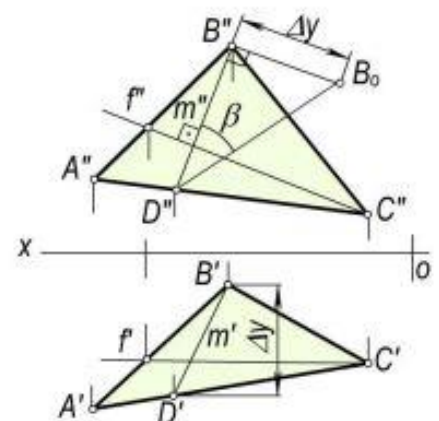
4.21-rasm

P tekislikning H proyeksiyalar tekisligiga nisbatan eng katta og'ma chizig'ini yasash uchun P_H gorizontl izida ixtiyoriy A nuqta tanlab olinadi. Bu nuqtadan $e \in P$ to'g'ri chiziqlarning gorizontl proyeksiyasini $e' \perp P_H$ qilib, P tekislikning H tekislikka eng katta og'ma chizig'ining gorizontl proyeksiyasini o'tkaziladi va Ox o'qida $e' \cap Ox = B'$ nuqtani aniqlanadi. So'ngra bu chiziqlarning frontal e'' proyeksiyasi A'' va B'' nuqtalar yordamida yasaladi. Hosil bo'lgan $e \in P$ to'g'ri chiziqlarning e' va e'' proyeksiyalari P tekislikning H tekislikka nisbatan eng katta og'ma chizig'ining proyeksiyalari bo'ladi. Bu chiziqlarning H tekislik bilan hosil qilgan α burchagi aniqlanadi. Buning uchun to'g'ri burchakli uchburchak $\triangle A'B'B_0$ dan foydalanilgan (4.21, b-rasm).

Xuddi shunday $Q(Q_H, Q_V)$ tekislikning V tekislik bilan hosil etgan β burchagini yasash uchun (4.22-rasm) Q tekislikning frontal Q_V izida ixtiyoriy $E'' \in Q_V$ nuqta tanlab olinadi. Bu nuqta orqali Q_V ga perpendikulyar qilib tekislikning V tekislikka nisbatan eng katta og'ma chizig'ining frontal proyeksiyasi $E''F'' \perp Q_V$ o'tkaziladi va uning $E'F'$ gorizontl proyeksiyasi yasaladi. Bu chiziqlarning V tekislik bilan hosil qilgan β burchagi to'g'ri burchakli $\triangle E''F''F_0$ orqali aniqlanadi. Bu burchak Q va V tekisliklar orasidagi ikki yoqli burchakning haqiqiy qiymatiga teng bo'ladi: $\beta = Q \wedge V$.



4.22-rasm



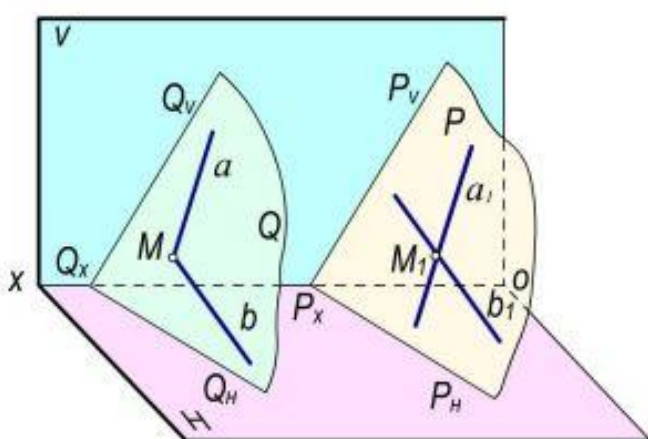
4.23-rasm

4.23-rasmda $\triangle ABC$ ($\triangle A'B'C'$, $\triangle A''B''C''$) orqali berilgan tekislikning V tekislik bilan hosil qilgan burchagi aniqlangan. Buning uchun ABC tekislikning $f(f', f'')$ frontalini olamiz va unga perpendikulyar qilib berilgan tekislikning V tekislikka nisbatan eng katta og'ma chizig'i $m(m', m'')$ dan foydalanamiz.

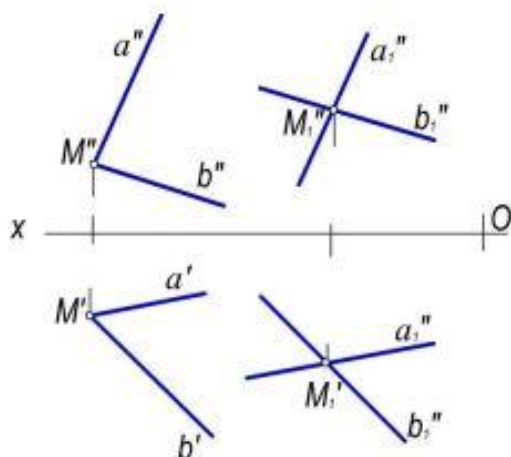
4.7-§. Tekisliklarning o'zaro parallelligi

Ta'rif. Agar bir tekislikka tegishli o'zaro kesishuvchi ikki to'g'ri chiziqlar ikkinchi tekislikka tegishli o'zaro kesishuvchi ikki to'g'ri chiziq'larga mos ravishda parallel bo'lsa, bu tekisliklar ham o'zaro parallel bo'ladilar.

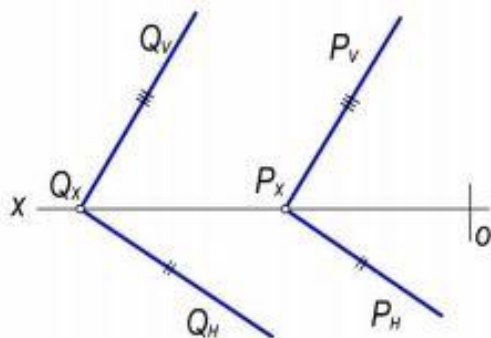
Agar Q tekislikka tegishli $a \cap b$ kesishuvchi to'g'ri chiziqlar ikkinchi P tekislikka tegishli $a_1 \cap b_1$ kesishuvchi to'g'ri chiziq'larga mos ravishda o'zaro parallel bo'lsa, bu tekisliklar ham o'zaro parallel bo'ladi. Ya'ni $a \subset Q$, $b \subset Q$ bo'lib, $a \cap b$ bo'lsa va $a_1 \subset P$ va $b_1 \subset P$ bo'lib $a_1 \cap b_1$ bo'lsa hamda $a \parallel a_1$, $b \parallel b_1$ bo'lganda $Q \parallel P$ bo'ladi (4.28-rasm).



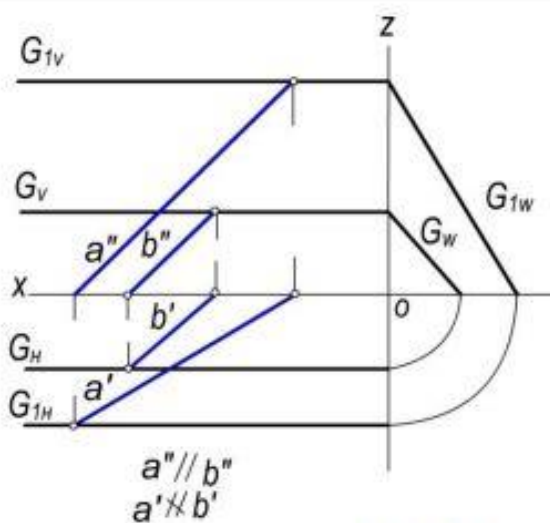
4.28-rasm



Agar fazodagi ikki tekislik bir-biriga parallel bo'lsa, chizmada bu tekisliklarning bir nomli izlari ham o'zaro parallel bo'ladi, ya'ni: $Q \parallel P$ bo'lsa $Q_H \parallel P_H$, $Q_V \parallel P_V$ va $Q_W \parallel P_W$ bo'ladi (4.29-rasm).



4.29-rasm



4.30-rasm

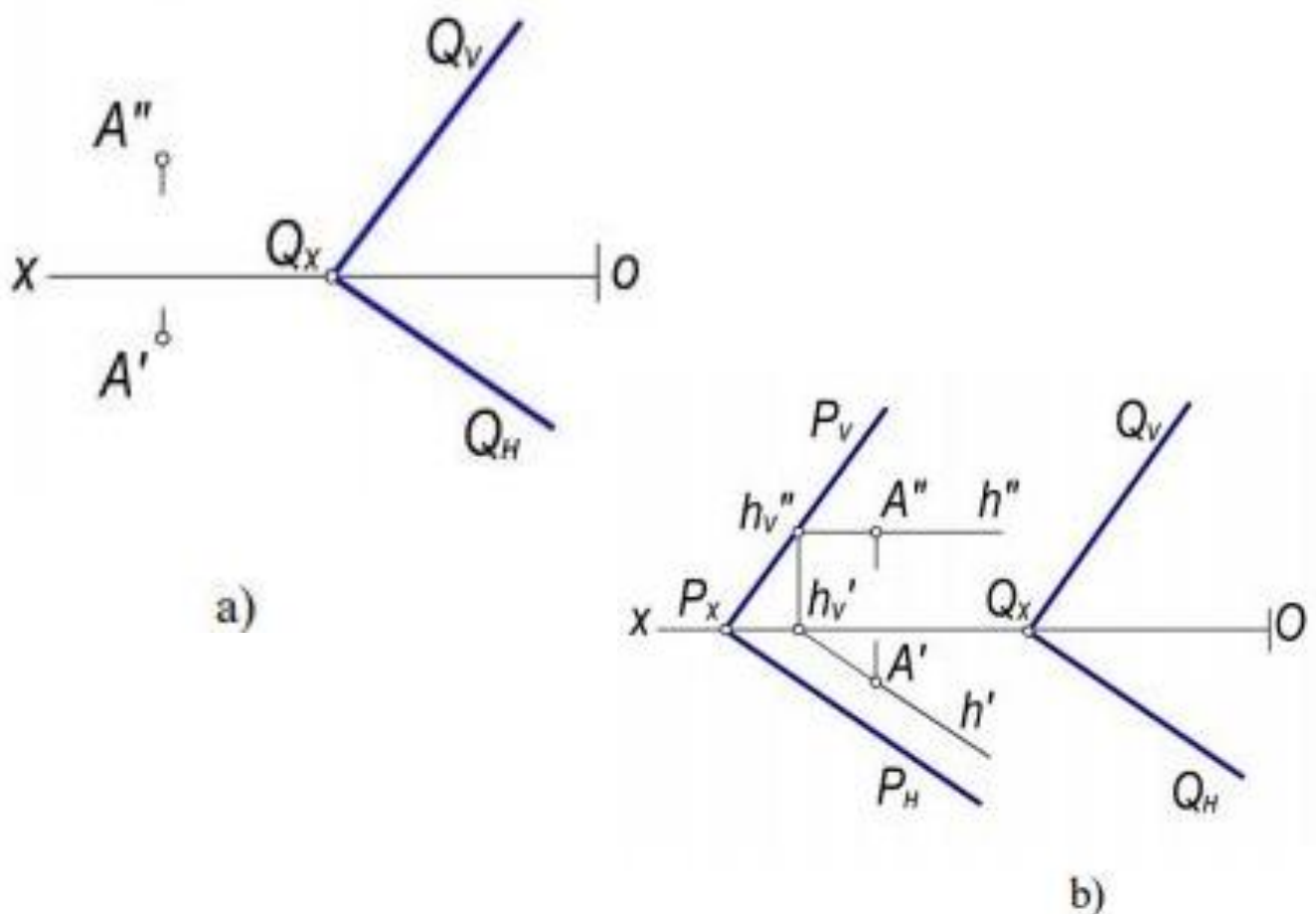
Chizmada profil proyeksiyalovchi tekisliklar uchun ularning gorizontaal va frontal izlari parallel bo'lishi yetarli bo'lmaydi. Masalan, 4.30-rasmida berilgan G va G_1 tekisliklarda $G_H \parallel G_{1H}$ va

$G_V \parallel G_{1V}$ bo'lib, $G_W \nparallel G_{1W}$ bo'lgani uchun $G \nparallel G_1$ bo'ladi. Bu tekisliklarning o'zaro vaziyatini tekisliklarga tegishli a va b to'g'ri chiziqlar yordami bilan ham aniqlash mumkin, bunda $a \subset G_1$ va $b \subset G$ bo'lgan holda $a'' \parallel b''$ bo'lsa, $a' \nparallel b'$ bo'lgani uchun $a \nparallel b$ va $G \nparallel G_1$ bo'ladi.

Fazodagi ixtiyoriy nuqta orqali berilgan tekislikka faqat bitta parallel tekislik o'tkazish mumkin.

1-masala. $A (A', A'')$ nuqtadan $Q (Q_H, Q_V)$ tekislikka parallel $P (P_H, P_V)$ tekislik o'tkazish talab qilinsin (4.31-a, rasm).

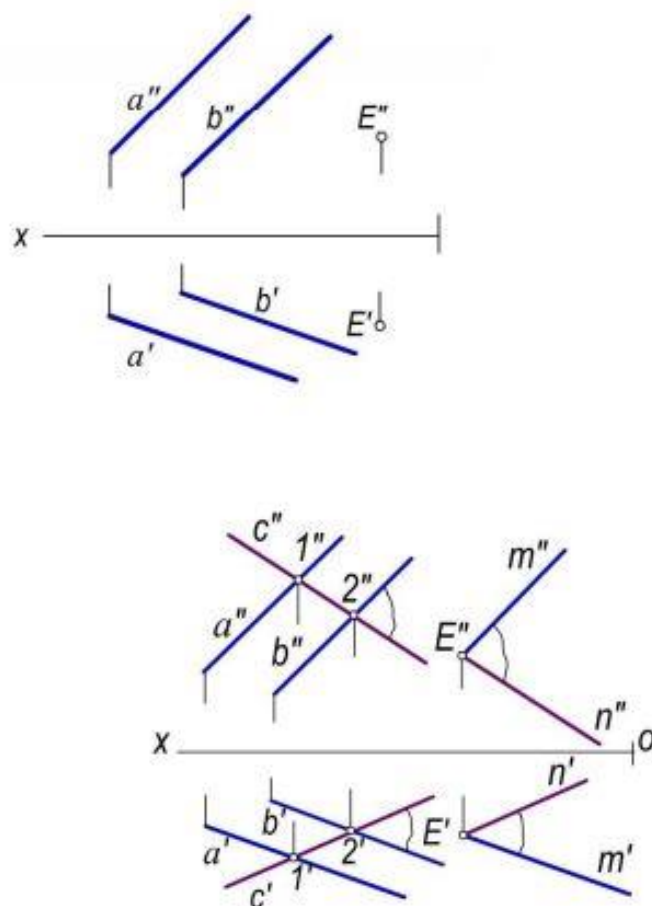
Echish. Tekisliklarning parallellik xususiyatlariga ko'ra P tekislikning izlari $P_H \parallel Q_H$ va $P_V \parallel Q_V$ bo'lishi shart. Misolni yechish uchun to'g'ri chiziq va tekislikning parallellik shartlaridan foydalanib, A nuqtaning A' va A'' proyeksiyalaridan Q tekislikka parallel qilib ixtiyoriy to'g'ri chiziq, jumladan $h (h', h'')$ gorizontali o'tkaziladi (4.31-b, rasm).



4.31-rasm

Bu gorizontaling frontal izi h''_V yasalib, undan izlangan P tekislikning P_V izini berilgan tekislikning Q_V iziga parallel qilib o'tkaziladi. So'ngra $P_V \cap OX = P_X$ nuqtasidan Q tekislikning Q_H iziga parallel qilib izlangan tekislikning P_H izi o'tkaziladi.

2-masala. $E (E', E'')$ nuqtadan $a (a', a'')$ va $b (b', b'')$ parallel chiziqlar bilan berilgan tekislikka parallel tekislik o'tkazish talab qilinsin (4.32-a, rasm).



a)

b)

4.32-rasm

Echish. Berilgan $(a \parallel b)$ tekislikka tegishli ixtiyoriy $c(c', c'')$ to'g'ri chiziqni o'tkazib, so'ngra E nuqtaning E' va E'' proyeksiyalaridan a va b chiziqlar proyeksiyalariga mos ravishda parallel qilib o'tkazilgan $m' \cap n'$, $m'' \cap n''$ kesishuvchi chiziqlar proyeksiyalari izlangan tekislik proyeksiyasi bo'ladi.

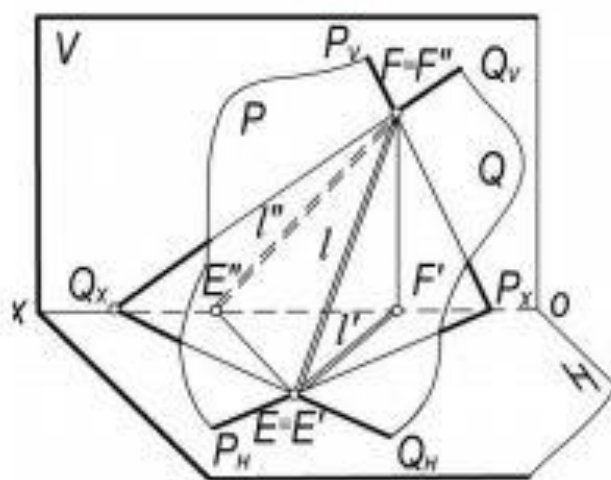
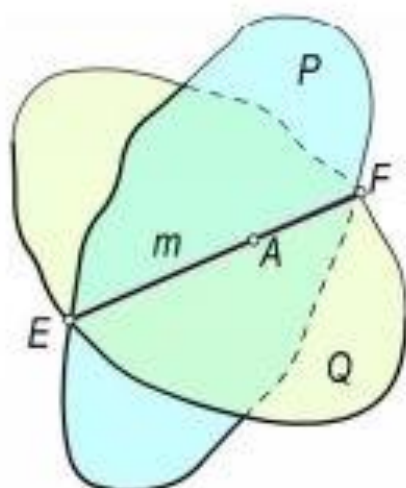
Tekislikka tegishli bo'lmagan nuqtadan mazkur tekislikka parallel bo'lgan cheksiz ko'p to'g'ri chiziqlar o'tkazish mumkin. Bunday to'g'ri chiziqlar to'plami berilgan tekislikka parallel bo'lgan tekislikni ifodalaydi.

4.8-§. Tekisliklarning o'zaro kesishuvi

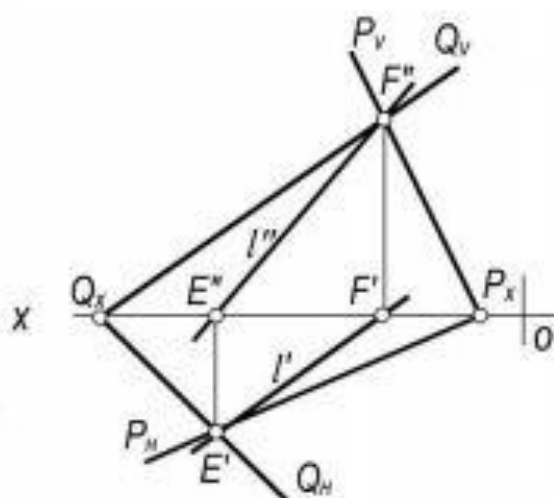
Ta'rif. Agar ikki tekislik umumiy umumiy to'g'ri chiziqqa ega bo'lsa, bu tekisliklar **o'zaro kesishuvchi tekisliklar** deyiladi.

Ikki P va Q tekisliklar m to'g'ri chiziq bo'yicha kesishadi, ya'ni $Q \cap P = m$. Demak tekisliklarning o'zaro kesishish chizig'ini yasash uchun har ikkala tekislikka tegishli bo'lgan ikki E va F umumiy nuqtalarini aniqlash kifoya qiladi (4.33-rasm).

4.34-a,b rasmda P va Q kesishuvchi tekisliklar berilgan. Tasvirdan yaqqol ko'rinib turibdiki, bu tekisliklarga umumiy bo'lgan E va F nuqtalar tekisliklarning bir nomli izlarining kesishish nuqtalari bo'ladi: $E = Q_H \cap P_H$ va $F = Q_V \cap P_V$.



a)



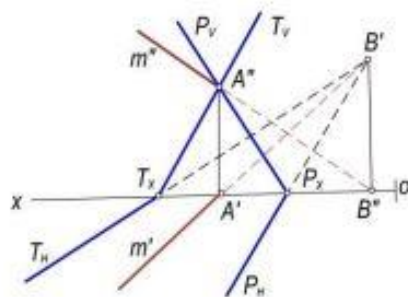
b)

Bu nuqtalar o'zaro tutashtirilsa Q va P tekisliklarning l kesishuv chizig'i hosil bo'ladi: $l = Q \cap P$.

Chizmada (4.34-b,rasm) bu tekisliklarning kesishish chizig'ining proyeksiyalarini yasash uchun tekisliklarning bir nomli izlarining kesishish E va F nuqtalarining E' , E'' va F' , F'' proyeksiyalari aniqlanadi va nuqtalarning bir nomli proyeksiyalari o'zaro tutashtiriladi. Natijada, hosil bo'lgan l' va l'' to'g'ri chiziqlar Q va P tekisliklarning kesishish chizig'ining proyeksiyalari bo'ladi. Agar tekisliklarning izlari birinchi oktantda kesishmasa u holda bir nomli izlarini davom ettirib ularning kesishuv nuqtasini boshqa oktantda topish bilan kesishuv chizig'i nuqtalarining proyeksiyalarini yasash mumkin.

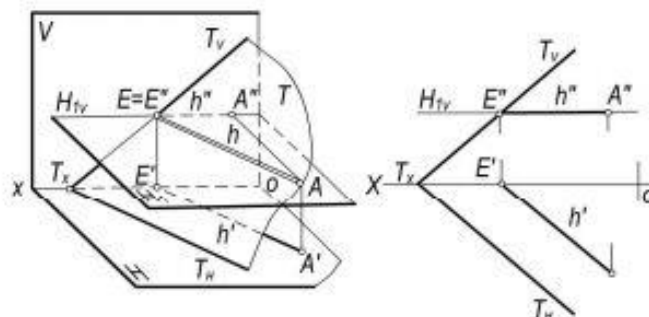
Masalan, T (T_H , T_V) va P (P_H , P_V) tekisliklarning (4.35-rasm) gorizonttal izlari T_H va P_H ikkinchi oktantda kesishadi.

Kesishuvchi tekisliklarning biri gorizonttal tekislik bo'lsa, bu tekisliklar gorizonttal chiziq bo'yicha kesishadi.



a)

4.35-rasm



b)

4.36-rasm

4.36-a,b-rasmda umumiy vaziyatdagi T tekislik bilan H_1 gorizontal tekislikning kesishish chizig'i h gorizontal bo'ladi. haqiqatdan, H_1 gorizontal tekislikning har bir nuqtasi H tekislikdan baravar uzoqlikda joylashgani uchun, tekisliklarning kesishuvchi chizig'i $h \parallel H$ bo'ladi. Agar umumiy vaziyatdagi tekislik frontal tekislik bilan kesishgan bo'lsa, bu tekisliklar frontal bo'yicha kesishadi.

Ammo kesishuvchi tekisliklarning biri proyeksiyalovchi tekislik bo'lsa, proyeksiyalovchi tekislikning xossasiga muvofiq, ularning kesishish chizig'ining proyeksiyalaridan biri proyeksiyalovchi tekislikning izida bo'ladi (4.37-rasm).

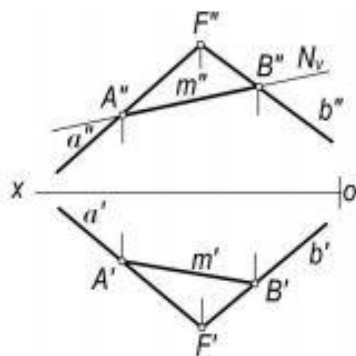
Kesishuvchi tekisliklarning bir nomli izlari chizma chegarasida kesishmasa, ularning kesishish chizig'ini yordamchi tekisliklar vositasida aniqlash mumkin. Masalan, umumiy vaziyatdagi $P(P_H, P_V)$ va $T(T_H, T_V)$ tekisliklarning kesishish chizig'ini yasash uchun H_1 gorizontal va V_1 frontal tekisliklardan foydalaniladi (4.38-rasm).

H_1 gorizontal tekislikning frontal izini $H_{1V} \parallel H$ qilib o'tkaziladi. Bu tekislik P tekislikni $h_1(h_1', h_1'')$, T tekislikni $h_2(h_2', h_2'')$ gorizontallar bo'yicha kesadi. Bu gorizontallarning kesishgan $E(E', E'')$ nuqtasi $E' = h_1' \cap h_2'$ va $E'' = h_1'' \cap h_2''$ P va T tekisliklarning kesishish chizig'ining umumiy nuqtalaridan biri bo'ladi.

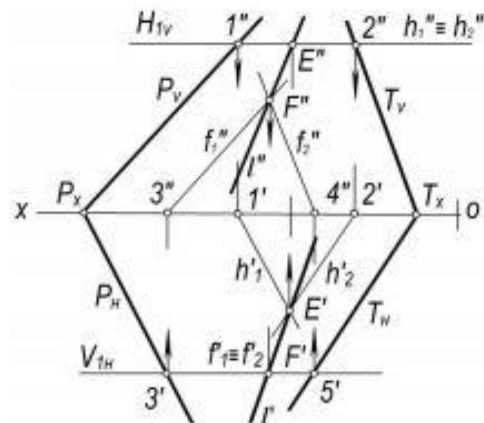
Frontal tekislikni $V_{1H} \parallel V$ qilib o'tkaziladi. Bu tekislik P va T tekisliklarni $f_1(f_1', f_1'')$ va $f_2(f_2', f_2'')$ frontallar bo'yicha kesadi. Bu frontallarning kesishish $F(F', F'')$ nuqtasi P va T tekisliklarning kesishish chizig'ining umumiy nuqtalaridan ikkinchisi bo'ladi: $F'' = f_1'' \cap f_2''$ va $F' = f_1' \cap f_2'$ bo'ladi. Natijada, E va F nuqtalarning E', F' va E'', F'' proyeksiyalarini o'zaro tutashtirsa P va T tekisliklarning l kesishish chizig'ining l' va l'' proyeksiyalari hosil bo'ladi.

4.39-a,b-rasmdagi umumiy vaziyatdagi $a \parallel b$ va $c \cap d$ chiziqlar bilan berilgan Q va P tekisliklarning kesishish chizig'ini yasash uchun gorizontal H_1 va H_2 tekisliklar o'tkazilgan.

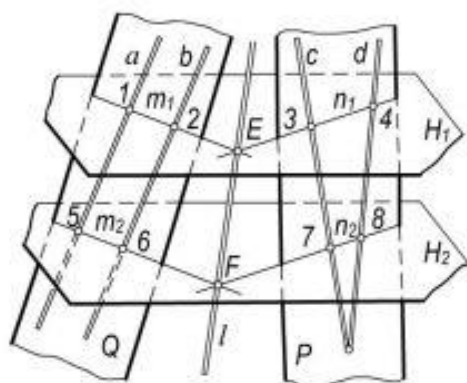
Dastlab H_1 tekislikning Q va P tekisliklar bilan kesishish chiziqlarini aniqlash uchun tekisliklarni a, b va c, d , chiziqlarini 1, 2 va 3, 4 nuqtalarda kesganligi belgilanadi. Bu nuqtalarni o'zaro tutashtirganda, m_1 va n_1 chiziqlar hosil bo'ladi, ya'ni: $H_1 \cap Q = m_1$ va $H_1 \cap P = n_1$ bo'ladi. m_1 va n_1 to'g'ri chiziqlarning kesishish nuqtasi $E = m_1 \cap n_1$ Q va P tekisliklarga umumiy bo'lgan birinchi nuqtadir.



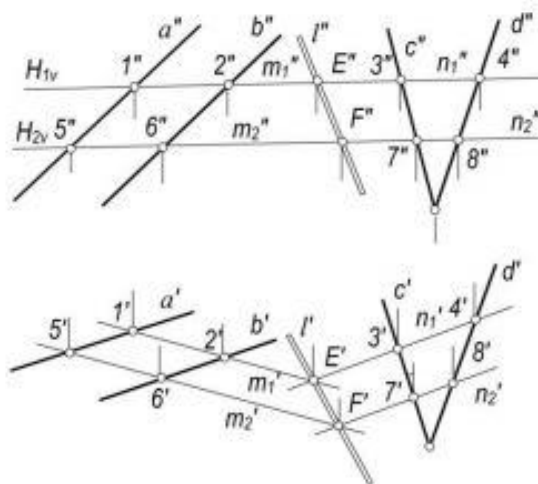
4.37-rasm



4.38-rasm



a)



b)

4.39-rasm

Xuddi shu tartibda Q va P tekisliklarning H_2 gorizontal tekislik bilan kesishish chizig'ini aniqlanadi. Chizmada H_2 tekislik a, b va c, d chiziqlarni 5, 6 va 7, 8 nuqtalarda kesadi. Natijada: $H_2 \cap Q = m_2$ va $H_2 \cap P = n_2$ hosil bo'ladi. Rasmda $H_2 \parallel H_1$ bo'lgani uchun $m_2 \parallel m_1$ va $n_2 \parallel n_1$ bo'ladi. Q va P tekisliklarning ikkinchi umumiy F nuqtasi bo'lib u m_1 va n_2 chiziqlarning o'zaro kesishish nuqtasi bo'ladi: $F = m_2 \cap n_2$.

Har ikkala P va Q tekisliklar uchun umumiy bo'lgan E va F nuqtalarni o'zaro tutashtirsak, tekisliklarning kesishish chizig'i hosil bo'ladi.

Chizmada (4.39-b, rasm) Q va P tekisliklarning kesishish chizig'ini yasash uchun H_1 gorizontal tekislikning H_{1v} izini o'tkazib uni a'', b'' va s'', d'' chiziqlarning frontal proyeksiyalarini kesuvchi $1'', 2''$ va $3'', 4''$ nuqtalar belgilanadi. Bu nuqtalarning gorizontal $1', 2'$ va $3', 4'$ proyeksiyalarini aniqlab o'zaro tutashtiriladi. m_1' va n_1' chiziqlar Q va P tekisliklarning H_1 tekislik bilan kesishgan chiziqlarning gorizontal proyeksiyalari bo'ladi. Kesishuvchi chiziqlarning frontal m_1'' va n_1'' proyeksiyalari H_1 tekislikning H_{1v} izida bo'ladi. hosil bo'lgan m_1' va n_1' chiziqlarning kesishgan E' nuqtasi Q va P tekisliklarining kesishuv chizig'iga tegishli E nuqtaning gorizontal proyeksiyasi $E' = m_1' \cap n_1'$ bo'ladi. Bu nuqtaning E'' frontal proyeksiyasi esa H_1 tekislikning H_{1v} izida bo'ladi: $E'' \in H_{1v}$.

Xuddi shu tartibda Q va P tekisliklarning kesishish chizig'iga tegishli, ikkinchi F nuqtasining F' va F'' proyeksiyalarini H_2 gorizontal tekislikning H_{2v} izini H_{1v} ga parallel qilib o'tkazib aniqlanadi.

Chizmadagi E', F' va E'', F'' proyeksiyalarni o'zaro tutashtiruvchi l' va l'' chiziqlar Q va P tekisliklar kesishish chizig'ining proyeksiyalari bo'ladi.