

Nuqtaga oid grafik masalalar yechish.

Nuqtaning ikki o'zaro perpendikulyar tekisliklardagi proyeksiyalari

Biror buyumning tasviriga qarab uni o'qilishini ikkita o'zaro parallel bo'lmagan proyeksiyalar tekisligiga proyeksiyalash orqali ta'minlash mumkin.

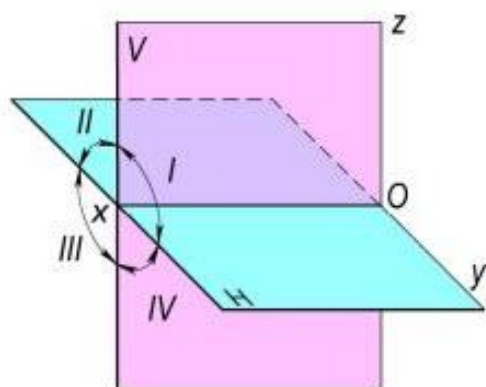
Proyeksiyalar tekisliklarini o'zaro perpendikulyar vaziyatda tanlab olinishi buyum tasvirini o'qilishini osonlashtiradi.

O'zaro perpendikulyar bo'lgan ikki tekislik bir-biri bilan kesishib fazoni to'rt qismga – kvadrantlarga (choraklarga) bo'ladi. Fazoda gorizontaal vaziyatda joylashgan (**H** tekislik *gorizontaal proyeksiyalar tekisligi*, vertikal joylashgan **V** tekislik *frontal proyeksiyalar tekisligi* deb ataladi. **H** va **V** proyeksiyalar tekisliklari o'zaro perpendikulyar bo'lib, ularning kesishgan **Ox** chizig'i *proyeksiyalar o'qi* deyiladi. Bunda **H** va **V** tekisliklar *proyeksiyalar tekisliklari sistemasini* hosil qiladi.

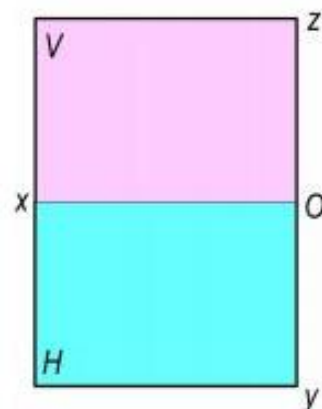
Proyeksiyalar tekisliklari sistemasining bunday fazoviy modelida turli geometrik shakllar, shuningdek, detallar, mashina va inshootlarni joylashtirib, so'ngra ularning chizmalarini yasash katta noqulayliklar tug'diradi va zaruriyati ham bo'lmaydi.

Buyumlarning chizmalarini bajarishda bu tekisliklarning bir tekislikka joylashtirilgan (jipslashtirilgan) tekis tasvirlaridan foydalaniladi. Shu maqsadda **V** proyeksiyalar tekisligi qo'zg'almasdan, **H** gorizontaal proyeksiyalar tekisligini **Ox** proyeksiyalar o'qi atrofida pastga 90° ga aylantirib, **V** tekislik bilan ustma-ust tushirib jipslashtiriladi (2.2–rasm). Natijada, **H** va **V** tekisliklarda bajarilgan barcha yasashlar asosiy chizma tekisligi sifatida qabul qilingan **V** frontal proyeksiyalar tekisligiga joylashtiriladi. Bunda nuqta yoki geometrik shaklning bitta tekislikda joylashtirilgan ikki – gorizontaal va frontal tasvirlari – *tekis chizma* yoki *kompleks chizma – epyur* hosil qilinadi. Bu usulni birinchi marta fransuz geometri Gaspar Monj (1746-1818) tavsiya etgan. Shuning uchun bu tekis chizmani Monj chizmasi deb ham yuritiladi.

Amalda geometrik shakllarning to'g'ri burchakli proyeksiyalarini yasashda asosan proyeksiyalar o'qlaridan foydalaniladi. Shuning uchun chizmada proyeksiyalar tekisliklarining konturini tasvirlash shart emas (2.3–rasm).



2.1-rasm



2.2-rasm



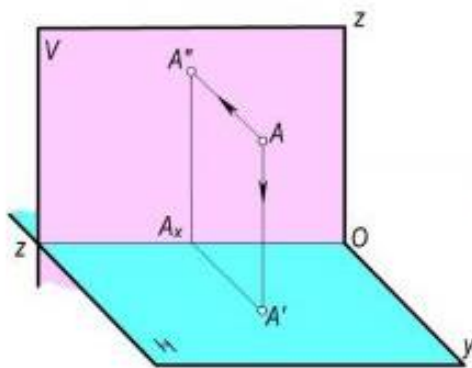
2.3-rasm

Ma'lumki, barcha buyumlar nuqtalar to'plamidan tashkil topgan. Shuning uchun proyeksiyalashni nuqtadan boshlash maqsadga muvofiq bo'ladi. Biror nuqta yoki geometrik shakl fazoning turli choraklarida joylashuvi mumkin.

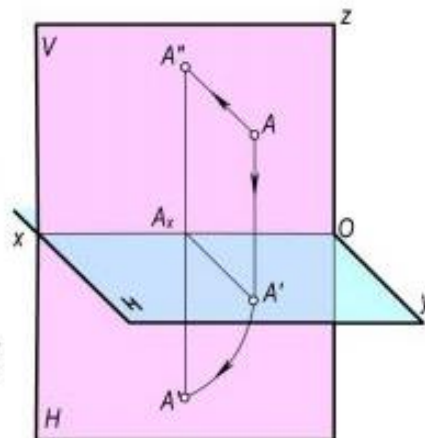
Birinchi chorakda joylashgan nuqtaning chizmasi. Fazodagi A nuqta birinchi chorakda joylashgan bo'lsin (2.4–rasm). Uning H va V tekisliklardagi proyeksiyalarini yasash uchun bu nuqtadan mazkur tekisliklarga perpendikulyarlar o'tkazamiz va ularning bu tekisliklar bilan kesishish nuqtalarini aniqlaymiz. Faraz qilaylik, A nuqtadan H tekislikka tushirilgan perpendikulyarning asosi A' bo'lsin. A nuqtadan V tekislikka tushirilgan perpendikulyarning asosi A'' ni aniqlash uchun A' dan Ox o'qiga perpendikulyar o'tkazamiz va A_x nuqtani aniqlaymiz. V tekislikka tushirilgan perpendikulyarlar bilan Ox o'qidagi A_x nuqtadan o'tkazilgan perpendikulyar bilan kesishtirib A'' nuqtasini topamiz.

A nuqtadan H va V tekisliklarga o'tkazilgan perpendikulyarlarning A' va A'' asoslari A nuqtaning *to'g'ri burchakli proyeksiyalari* deb yuritiladi. Bu yerda A' – A nuqtaning *gorizontal proyeksiyasi*, A'' – uning *frontal proyeksiyasi* deb ataladi va $A(A', A'')$ ko'rinishda yoziladi. Shakldagi AA' va AA'' chiziqlar *proyeksiyalovchi nurlar* yoki *proyeksiyalovchi chiziqlar* deyiladi.

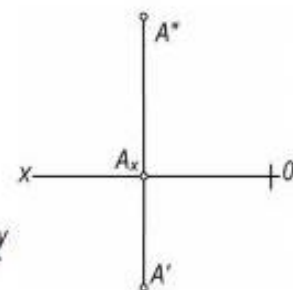
A nuqtaning chizmasini tuzish uchun tekisliklarning fazoviy modelini yuqorida qayd qilingan qoidaga muvofiq V tekislikka jipslashtiramiz (2.5–rasm). Bunda A nuqtaning A'' frontal proyeksiyasi V tekislikda bo'lgani uchun uning vaziyati o'zgarmay qoladi. Gorizontal A' proyeksiyasi H tekislik bilan Ox o'qi atrofida pastga 90° ga buriladi va V tekislikning davomida jipslashadi. Natijada, A nuqtaning A' gorizontal hamda A'' frontal proyeksiyalari Ox o'qiga perpendikulyar bo'lgan bitta chiziqda joylashadi (2.6–rasm). Bunda $A'A'' \perp Ox$ bo'lib, uni proyeksiyalarni bog'lovchi chiziq deb yuritiladi.



2.4-rasm



2.5-rasm
rasm



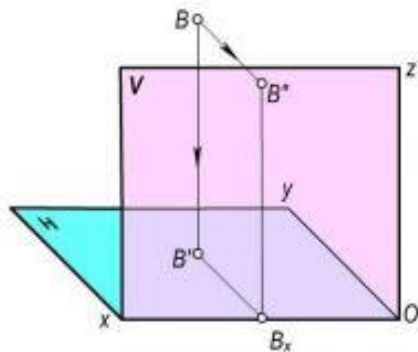
2.6-

Fazoning *I* choragida joylashgan har qanday nuqtaning gorizontal proyeksiyasi Ox o'qining ostida, frontal proyeksiyasi uning yuqorisida joylashgan bo'lib, ular Ox o'qiga perpendikulyar bo'lgan bitta proyeksiyalarni bog'lovchi chiziqda yotadi.

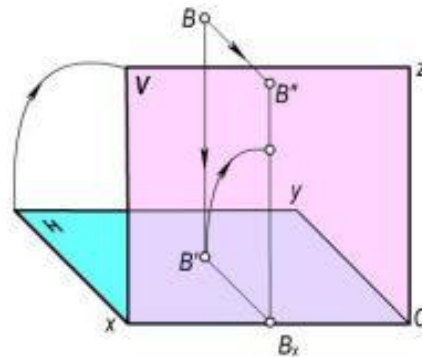
Ikkinchi chorakda joylashgan nuqtaning chizmasi. Fazodagi biror B nuqta II-chorakda joylashgan bo'lsin (2.7–rasm). Uning proyeksiyalarini yasash uchun bu nuqtadan H va V tekisliklarga perpendikulyarlar o'tkazamiz. Bu perpendikulyarlarning proyeksiyalar tekisliklari bilan kesishgan B' va B'' asoslari B nuqtaning gorizontal va frontal proyeksiyalari bo'ladi. B nuqtaning chizmasini tuzish uchun H tekislikni 2.8–rasmda ko'rsatilganidek V tekislikka

jipslashtiramiz. Bunda B nuqtaning B'' frontal proyeksiyasining vaziyati o'zgarmay qoladi. Uning H tekislikdagi B' gorizontaal proyeksiyasi esa V tekislikning yuqori qismi bilan jipslashadi va Ox o'qiga perpendikulyar bo'lgan $B''B_x$ proyeksiyalarni bog'lovchi chiziqda bo'ladi (2.9–rasm).

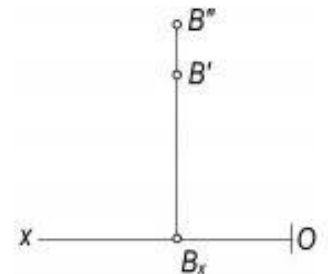
Fazoning *II-choragida joylashgan har qanday nuqtaning gorizontaal va frontal proyeksiyalari Ox o'qiga perpendikulyar bo'lgan bitta proyeksiyalarni bog'lovchi chiziqda va Ox o'qining yuqorisida joylashadi.*



2.7-rasm

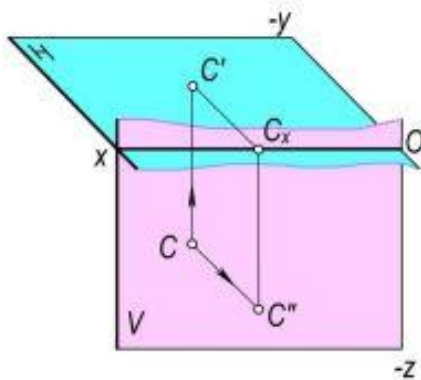


2.8-rasm
rasm

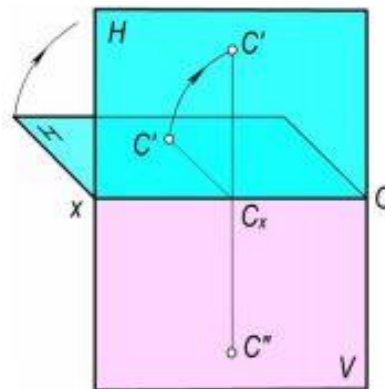


2.9-

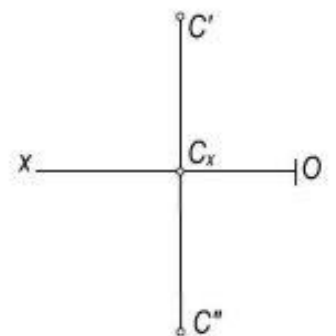
Uchinchi chorakda joylashgan nuqtaning chizmasi. Fazodagi biror C nuqta *III-chorakda* joylashgan bo'lsin (2.10–rasm). Bu nuqtaning gorizontaal va frontal proyeksiyalarini yasash uchun H va V tekisliklarga perpendikulyar tushiramiz. Bu perpendikulyarlarning H va V tekisliklardagi C' va C'' asoslari C nuqtaning gorizontaal va frontal proyeksiyalari bo'ladi. Nuqtaning chizmasini yasash uchun H tekislikni V tekislikning davomida jipslashtiramiz (2.11–rasm). Bunda C nuqtaning C'' frontal proyeksiyasi V tekislikda bo'lgani uchun o'z vaziyatini o'zgartirmaydi. Uning C' gorizontaal proyeksiyasi esa H tekislik bilan birga V tekislikning yuqori qismida jipslashadi va 2.12–rasmda ko'rsatilgan vaziyatni egallaydi.



2.10-rasm



2.11-rasm



2.12-rasm

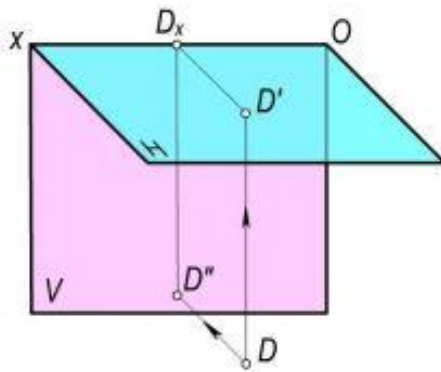
Fazoning *III-choragida joylashgan har qanday nuqtaning gorizontaal proyeksiyasi Ox o'qining yuqorisida, frontal proyeksiyasi esa uning ostida, Ox o'qiga perpendikulyar bo'lgan bitta proyeksiyalarni bog'lovchi chiziqda yotadi.*

To'rtinchi chorakda joylashgan nuqtaning chizmasi. Fazodagi biror D nuqta fazoda *IV-chorakda* joylashgan bo'lsin (2.13–rasm). Uning H va V tekisliklardagi proyeksiyalarini yasash uchun D nuqtadan bu tekisliklarga perpendikulyar o'tkazamiz.

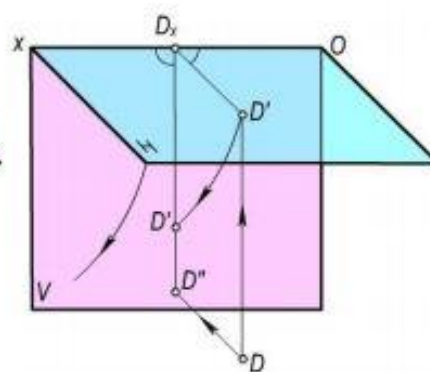
Perpendikulyarlarning H va V tekisliklar bilan kesishgan D' va D'' asoslari D nuqtaning gorizontaal va frontal proyeksiyalari bo'ladi.

D nuqtaning chizmasini tuzish uchun H tekislikni Ox o'qi atrofida pastga 90° ga aylantiramiz va V tekislik davomi bilan jipslashtiramiz (2.14–rasm). Bunda D nuqtaning D'' frontal proyeksiyasining vaziyati o'zgarmaydi. Gorizontal D' proyeksiyasi esa H tekislik bilan harakatlanib, Ox o'qiga perpendikulyar bo'lgan, D'' nuqta bilan bitta proyeksiyalarni bog'lovchi chiziqda yotadi (2.15–rasm).

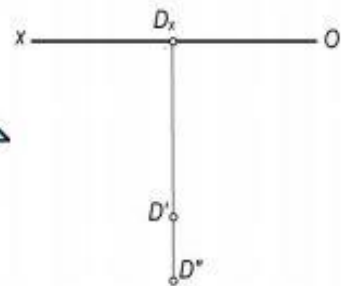
Fazodaning IV choragida joylashgan har qanday nuqtaning gorizontal va frontal proyeksiyalari Ox o'qiga perpendikulyar bo'lgan bitta proyeksiyalarni bog'lovchi chiziqda va Ox o'qining ostida bo'ladi.



2.13-rasm



2.14-rasm

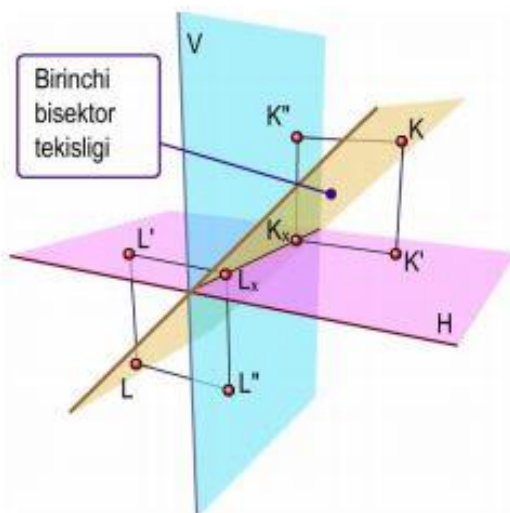


2.15-rasm

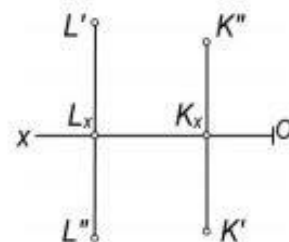
Bissektor tekisliklarda joylashgan nuqtalarning chizmalari. Fazoning birinchi va uchinchi choraklarini teng ikkiga bo'luvchi tekislik *birinchi bissektor tekisligi*, shuningdek, ikkinchi va to'rtinchi choraklarini teng ikkiga bo'luvchi tekislik *ikkinchi bissektor tekisligi* deb ataladi.

Agar fazodagi nuqtalar proyeksiyalar tekisliklaridan teng uzoqlikda joylashlshgan bo'lsa, bunday nuqtalar bissektor tekisliklarga tegishli nuqtalar bo'ladi. 2.16-rasmda birinchi bissektor tekislikda joylashgan K va L nuqtalarning, 2.18-rasmda esa ikkinchi bissektor tekislikda joylashgan E va F nuqtalarning fazodagi vaziyati va epyurlari ko'rsatilgan. Chizmada birinchi bissektor tekislikda joylashgan K va L nuqtalarning proyeksiyalari (K', K'' va L', L'') Ox o'qidan baravar uzoqlikda joylashadi (2.17-rasm). Ikkinchi bissektor tekislikda joylashgan E va F nuqtalarning proyeksiyalari (E', E'' va F', F'') chizmada ustma-ust tushadi (2.19-rasm).

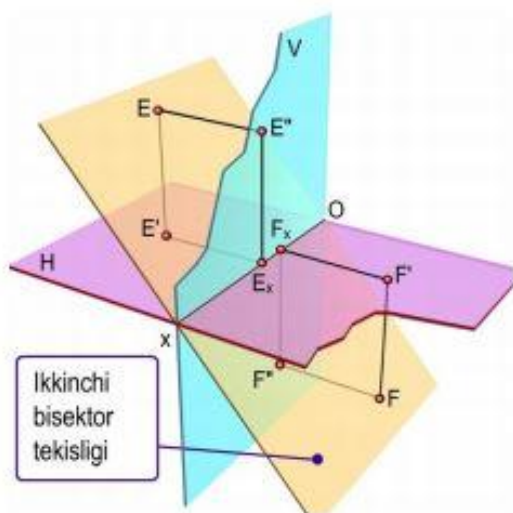
Proyeksiyalar tekisligida va koordinatlar o'qida joylashgan nuqtalarning chizmalari. Fazoda biror nuqta proyeksiyalar tekisligida yoki proyeksiyalar o'qida joylashishi mumkin. Masalan, $A \in H$ bo'lsin (2.20–rasm). Bunda A nuqtaning gorizontal proyeksiyasi A' nuqtaning o'ziga ($A \equiv A'$), frontal proyeksiyasi A'' esa Ox o'qiga proyeksiyalanadi (2.21–rasm). Shuningdek, nuqta Ox proyeksiyalar o'qida ham joylashishi mumkin. Masalan, $B \in Ox$ bo'lsa, bu nuqtaning B' gorizontal va B'' frontal proyeksiyalari shu B nuqtaning o'ziga proyeksiyalanadi, ya'ni $B' \equiv B'' \equiv B$ bo'ladi (2.21-rasm).



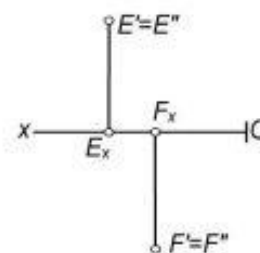
2.16-rasm



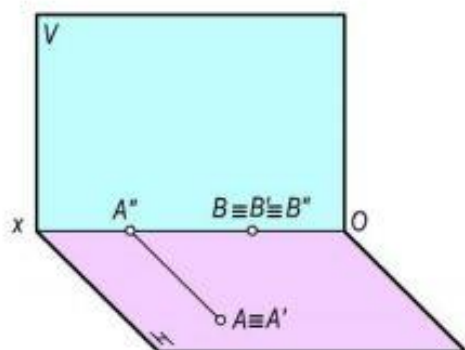
2.17-rasm



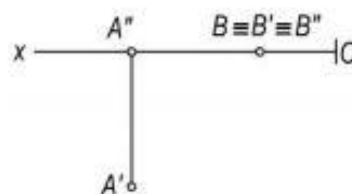
2.18-rasm



2.19-rasm



2.20-rasm



2.21-rasm

Turli choraklarda joylashgan nuqtalarni **H** va **V** proyeksiyalar tekisliklariga proyeksiyalash va ularning chizmalarini tuzishdan quyidagi xulosalarni chiqarish mumkin:

- Nuqtaning fazodagi vaziyatini uning ikki ortogonal proyeksiyasi to'la aniqlaydi. Haqiqatan ham, **A** nuqtaning berilgan **A'** gorizontal va **A''** frontal proyeksiyalaridan perpendikulyar chiqarilsa, ularning kesishish nuqtasi **A** nuqtaning fazodagi vaziyatini aniqlaydi (2.4-rasm).

- Fazodagi har qanday nuqtaning gorizontal va frontal proyeksiyalari Ox o'qiga perpendikulyar bo'lgan bir bog'lovchi chiziqda joylashadi. Masalan, A nuqtaning (2.6–rasm) chizmasini yasash uchun H tekislik V tekislik bilan jipslashtirilganda $A'A_x \perp Ox$ va $A''A_x \perp Ox$ bo'lgani uchun bu nuqtaning A' va A'' proyeksiyalari Ox o'qiga perpendikulyar bo'lgan bir to'g'ri chiziqda bo'lib qoladi.
- Fazodagi har qanday nuqtaning H va V proyeksiyalar tekisliklaridan uzoqliklarini nuqta gorizontal va frontal proyeksiyalarining Ox o'qigacha bo'lgan masofalari aniqlaydi. Haqiqatan, A nuqtadan H tekislikkacha bo'lgan masofa (2.4–rasm) $AA' = A''A_x$ va V tekislikkacha bo'lgan masofa $AA'' = A'A_x$. Demak, A nuqtaning H tekislikkacha bo'lgan masofasini $A''A_x$ va V tekislikkacha bo'lgan masofani $A'A_x$ masofalar aniqlaydi.

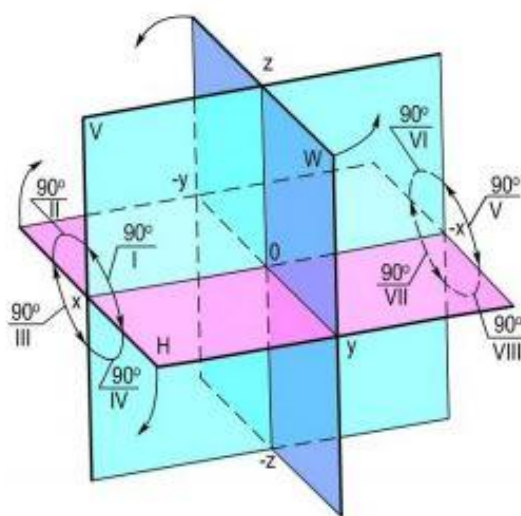
Nuqtaning uchta tekislikdagi proyeksiyalari

O'zaro perpendikulyar bo'lgan uchta proyeksiyalar tekisligi kesishib, fazoni 8 qismga – oktantlarga bo'ladi (2.22–rasm). Ma'lumki, H tekislik – gorizontal proyeksiyalar tekisligi, V – frontal proyeksiyalar tekisligi deyiladi. Tasvirdagi W tekislik *profil proyeksiyalar tekisligi* deb ataladi. Uchta proyeksiyalar tekisliklar o'zaro perpendikulyar joylashgan bo'ladilar, ya'ni $H \perp V \perp W$. Buni H , V va W proyeksiyalar tekisliklari sistemasi deb yuritiladi.

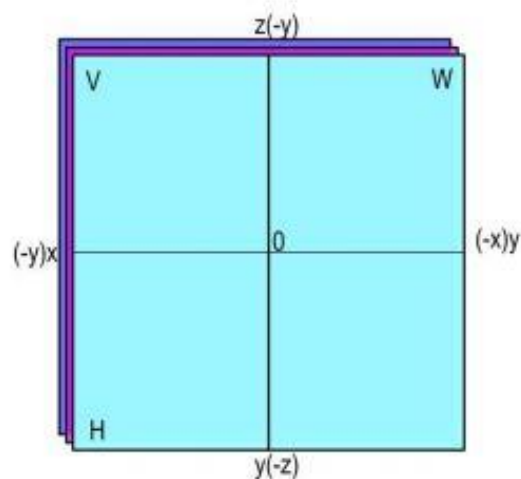
Tekisliklarning o'zaro kesishishi natijasida hosil bo'lgan to'g'ri chiziqlar proyeksiyalar yoki koordinata o'qlari deyiladi va Ox , Oy , Oz harflari bilan belgilanadi. Proyeksiyalar o'qlarini tashkil qiluvchi Ox – *absissalar o'qi*, Oy – *ordinatalar o'qi* va Oz – *applikatalar o'qi* deb ataladi. Buni H , V va W proyeksiyalar tekisliklari sistemasi deb yuritiladi.

Uchta proyeksiyalar tekisligining o'zaro kesishish nuqtasi O koordinatlar boshi deyiladi.

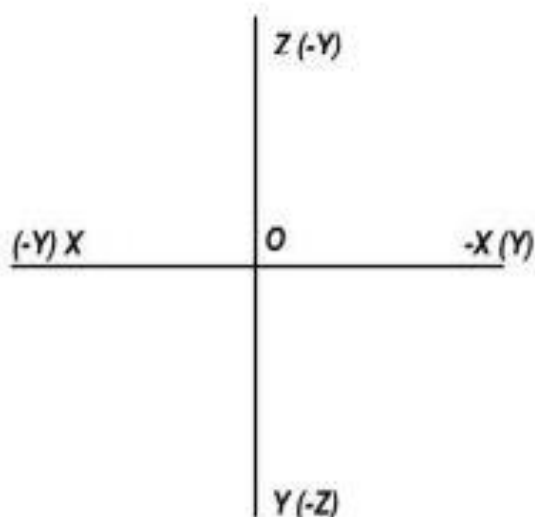
Bu sistemada musbat miqdor Ox o'qiga (2.22–rasm) koordinatlar boshi O dan chapga, Oy o'qiga kuzatuvchi tomonga va Oz o'qiga yuqoriga qaratib qo'yiladi. Bu o'qlarning qarama–qarshi tomonlari manfiy miqdorlar yo'nalishi bo'lib hisoblanadi.



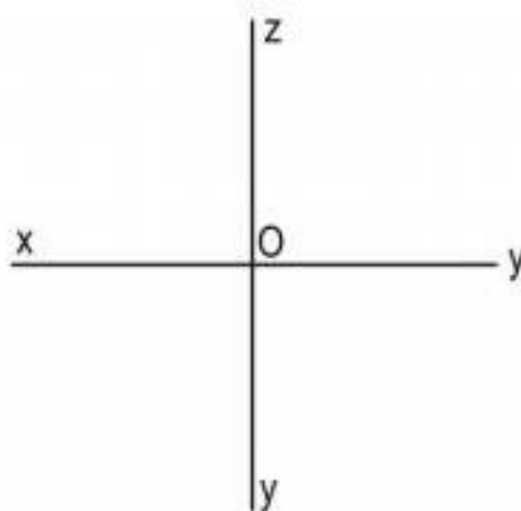
2.22-rasm.



2.23-rasm



2.24-rasm



2.25-rasm

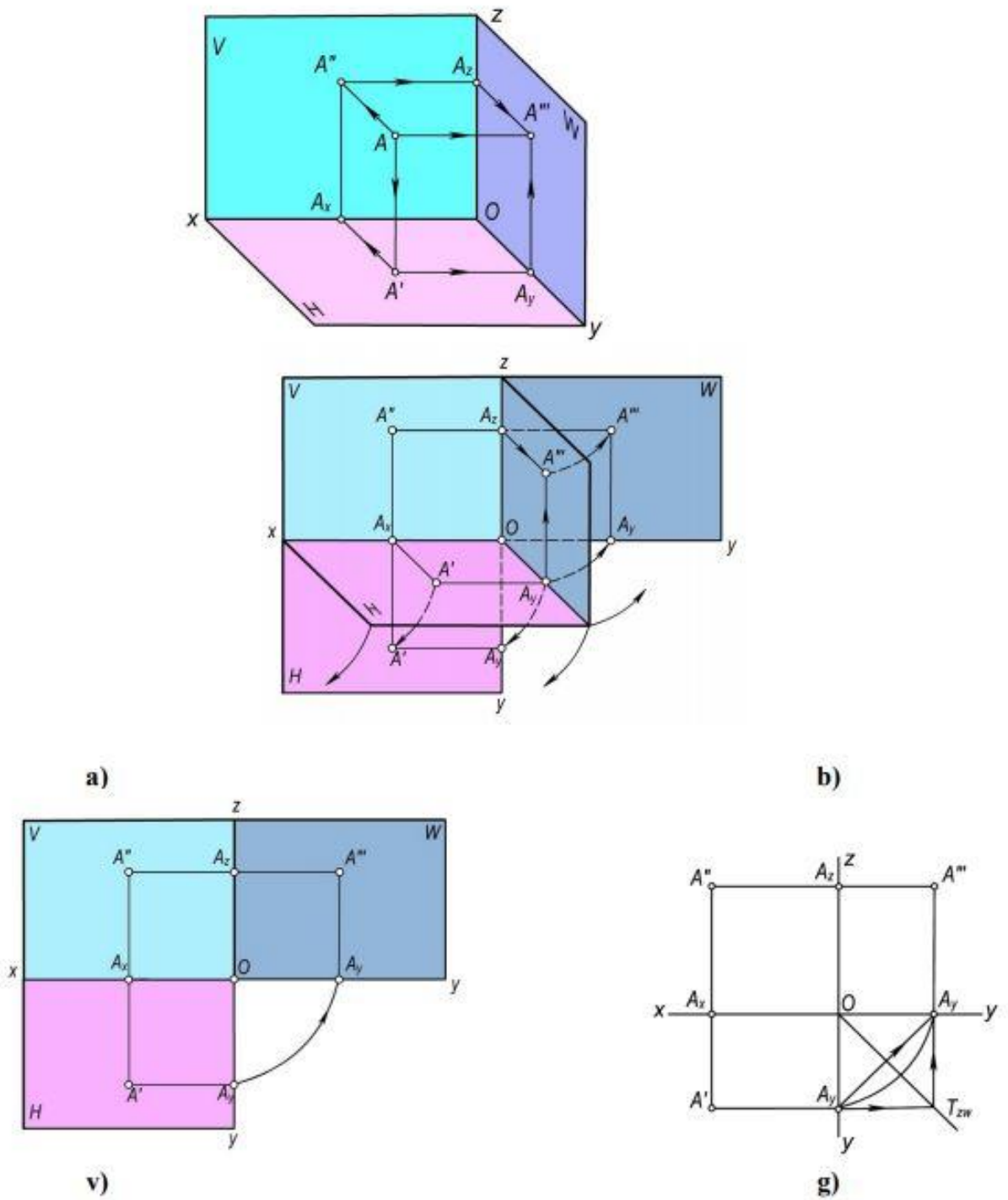
Proyeksiyalar tekisliklarida geometrik shakllarning ortogonal proyeksiyalarini yasashni osonlashtirish uchun, odatda, bu tekisliklarning bir tekislikka jipslashtirilgan tekis tasviridan foydalaniladi. Shu maqsadda H tekislikni Ox o'qi atrofida pastga 90° ga va W tekislikni Oz o'qi atrofida o'ngga 90° ga aylantirib, V tekislikka jipslashtiriladi (2.23–rasm). Bunda Ox va Oz proyeksiyalar o'qlarining vaziyati o'zgarmay qoladi (2.24–rasm). H tekislik V tekislikka jipslashtirilganda Oy o'qining musbat yo'nalishi Oz o'qining manfiy yo'nalishi bilan, Oy o'qining manfiy yo'nalishi esa Oz o'qining musbat yo'nalishi ustma–ust tushadi. Shuningdek, profil proyeksiyalar tekisligi W frontal proyeksiyalar tekisligi V bilan jipslashtirilganda Oy o'qining musbat yo'nalishi Ox o'qining manfiy yo'nalishi bilan, uning manfiy yo'nalishi Ox o'qining musbat yo'nalishi bilan ustma–ust joylashadi.

Geometrik shaklning ortogonal proyeksiyalari yasashda asosan H , V va W proyeksiyalar tekisliklari sistemasining koordinatalar o'qlaridan foydalaniladi. Shuning uchun chizmada proyeksiyalar tekisliklarini tasvirlash shart emas (2.24–rasm). Shuningdek, tasvirni soddalashtirish uchun koordinata o'qlarining manfiy yo'nalishlarini chizmada hamma vaqt ham ko'rsatilmaydi (2.25-rasm). Koordinata o'qlarining manfiy yo'nalishlari nuqtaning qaysi oktantga tegishligiga qarab belgilanadi.

Amaliyotda nuqta va geometrik shakllarning fazoviy vaziyati va ularning ortogonal proyeksiyalariga oid masalalarni asosan I–IV oktantlarda yechish bilan chegaralaniladi. Nuqtaning proyeksiyalari, uning fazoni qaysi oktantida joylashuviga qarab, proyeksiyalar o'qlariga nisbatan turlicha joylashadi.

Birinchi oktantda joylashgan nuqtaning chizmasi. Fazodaning I oktantida joylashgan A nuqta va o'zaro perpendikulyar H , V va W proyeksiyalar tekisliklari sistemasi berilgan (2.26, a–rasm). A nuqtaning ortogonal proyeksiyalarini yasash uchun bu nuqtadan proyeksiyalar tekisliklariga perpendikulyarlar o'tkazamiz.

Faraz qilaylik, A nuqtadan H tekislikka tushirilgan perpendikulyarning asosi A' bo'lsin. Mazkur nuqtadan V tekislikka tushirilgan perpendikulyarning asosini aniqlash uchun A' dan Ox ga perpendikulyar o'tkazamiz va bu o'qda A_x ni topamiz. So'ngra A_x dan Ox ga perpendikulyar qilib o'tkazilgan chiziqning A nuqtadan V tekislikka tushirilgan perpendikulyar bilan kesishgan A'' nuqtasini topamiz.



2.26-rasm

A nuqtadan W tekislikka tushirilgan perpendikulyarning asosini (2.26,a-rasm) aniqlash uchun A' dan Oy o'qiga tushirilgan perpendikulyar o'tkazamiz va A_y ni belgilaymiz. So'ngra A_y dan Oy ga perpendikulyar qilib o'tkazilgan chiziqning A nuqtadan W ga tushirilgan perpendikulyar bilan kesishgan A''' nuqtasini topamiz. A nuqtadan W tekislikka tushirilgan perpendikulyarning asosi A''' ni A'' dan Oz o'qigacha o'tkazilgan perpendikulyar orqali ham aniqlash mumkin.

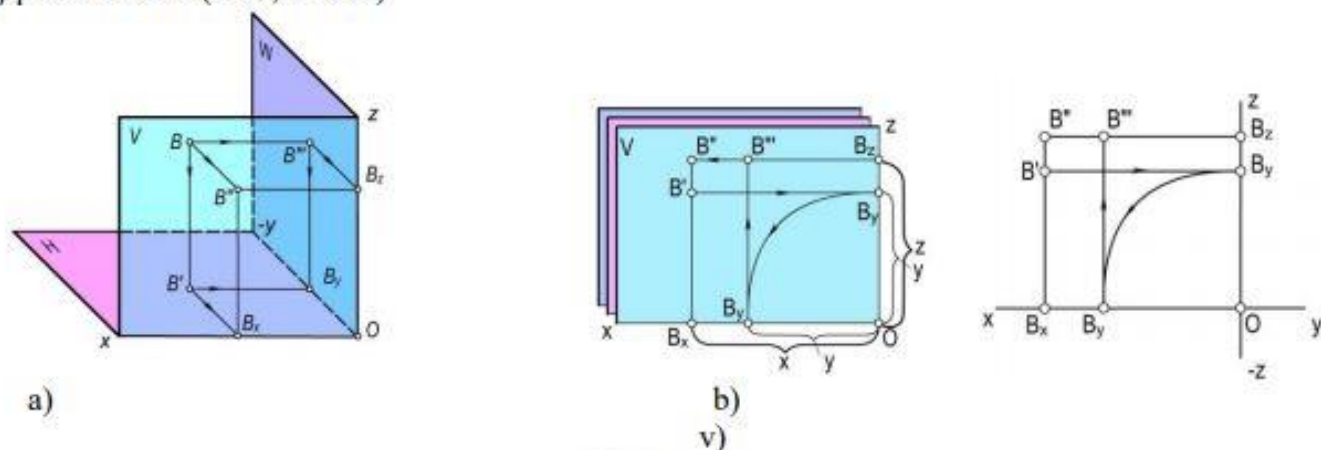
A nuqtadan H , V va W tekisliklariga o'tkazilgan perpendikulyarlarning asoslari A' , A'' va A''' nuqtaning ortogonal proyeksiyalari deyiladi. Bunda A' – nuqtaning gorizontal proyeksiyasi, A'' – frontal proyeksiyasi va A''' – profil proyeksiyasi deyiladi va $A(A', A'', A''')$ ko'rinishida yoziladi. A nuqtaning chizmasini tuzish uchun V tekislikni qo'zg'atmasdan H va W proyeksiyalar tekisliklarini V tekislikka jiplashtiramiz (2.26,b-rasm). A nuqtaning A'' frontal proyeksiyasi V tekislikka tegishli bo'lgani uchun uning vaziyati o'zgarmay qoladi. Gorizontal A' va profil A'''

proyeksiyalar H va W tekisliklariga mos ravishda tegishli bo'lgani uchun bu tekisliklar Ox va Oz o'qlar atrofida pastga va o'ngga 90° ga buriladi va 2.26,b,v-rasmda ko'rsatilgan vaziyatni egallaydi. A nuqtaning hosil qilingan chizmasida uning A' va A'' proyeksiyalari Ox ga perpendikulyar bo'lgan bir proyeksion chiziqda, frontal A'' va A''' profil proyeksiyalari esa Oz o'qiga perpendikulyar bo'lgan ikkinchi proyeksion chiziqda joylashadi.

Har qanday nuqtaning frontal va profil proyeksiyalari Oz o'qiga perpendikulyar bo'lgan bitta proyeksion bog'lovchi chiziqda yotadi.

Shuningdek, 2.26-rasmdan $A_x A' = OA_y = A_z A''$ ekanligini aniqlash mumkin. Demak, chizmada A nuqtaning A' gorizontal va A''' profil proyeksiyalari orasidagi proyeksion bog'lanish chizig'i, markazi O nuqtada bo'lgan radiusi OA_u ga teng yoy yoki A_u nuqtadan 45° da o'tkazilgan chiziq yordamida hosil qilinadi. Shuningdek, A' va A''' proyeksiyalar orasidagi proyeksion bog'lanishni chizmaning doimiy chizig'i $A_y O A_y$ burchak A_y bissektrisasi T_{zW} chiziq yordami bilan $A' A_0 A'''$ to'g'ri burchak orqali ham hosil qilish mumkin.

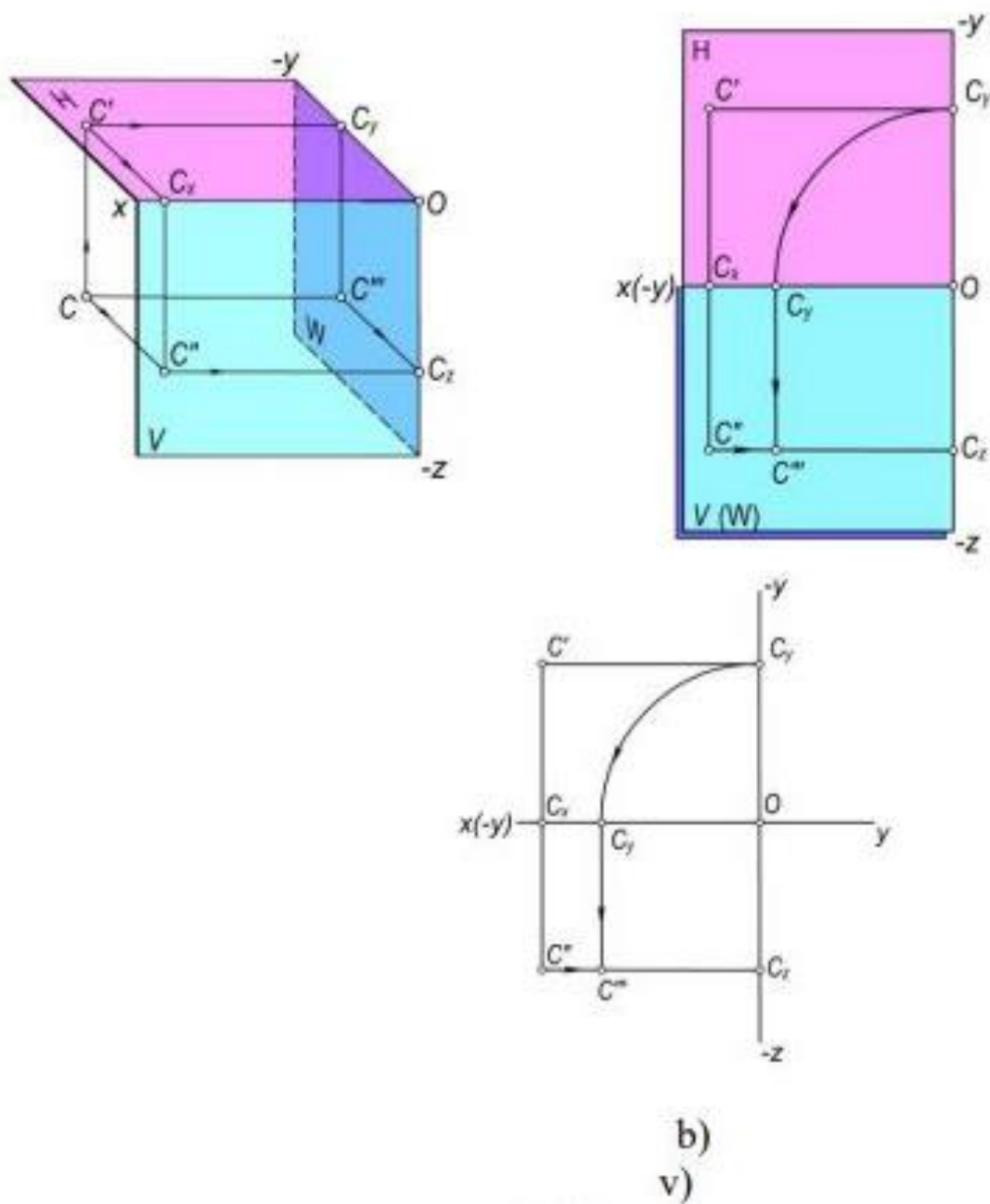
Ikkinchi oktantda joylashgan nuqtaning chizmasi. Fazodagi B nuqta II-oktantda joylashgan bo'lsin. Nuqtaning proyeksiyalarini yasash uchun bu nuqtadan H , V va W proyeksiyalar tekisliklariga perpendikulyarlar o'tkazamiz (2.27,a-rasm). Bu perpendikulyarlarning proyeksiyalar tekisliklari bilan kesishgan B' , B'' va B''' asoslari B nuqtaning gorizontal, frontal va profil proyeksiyalari bo'ladi. B nuqtaning chizmasini tuzish uchun H va W tekisliklarni V tekislikka jipslashtiramiz (2.27,b-rasm).



2.27-rasm.

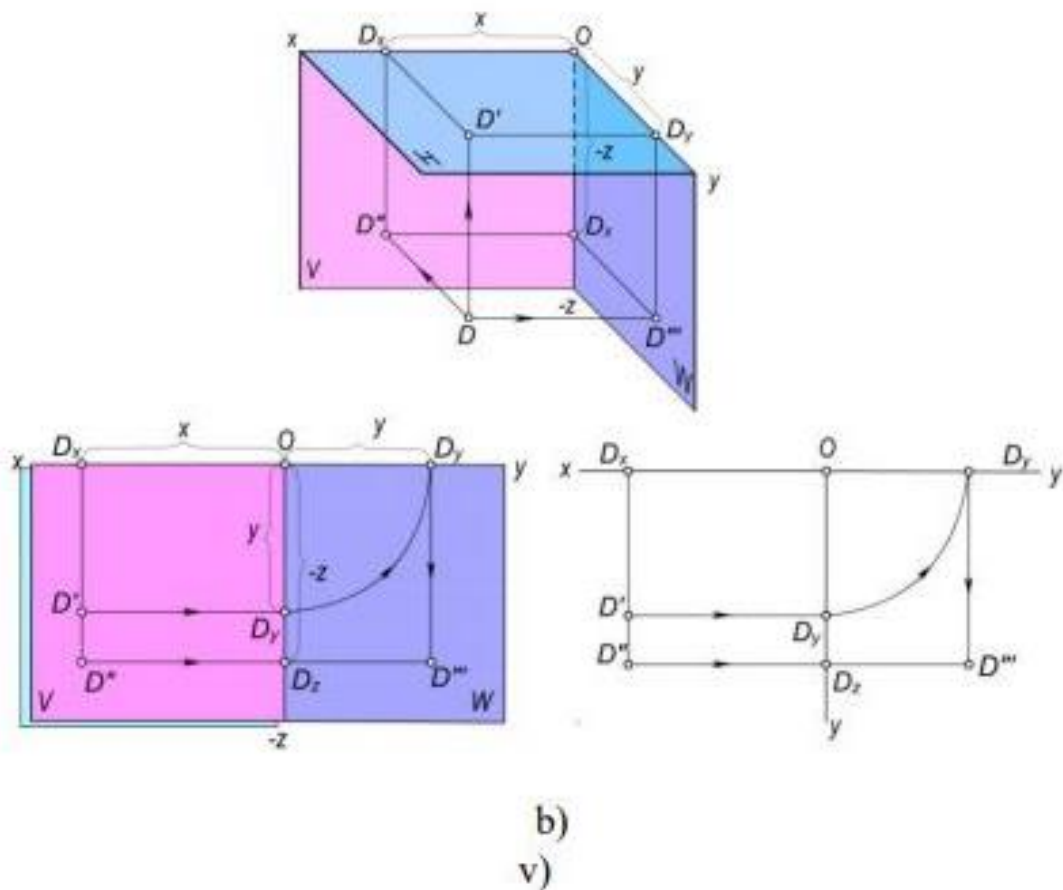
B nuqtaning B'' frontal proyeksiyasi V tekislikda bo'lgani uchun uning vaziyati o'zgarmay qoladi. Bu nuqtaning B' gorizontal va B''' profil proyeksiyalari H va W tekisliklariga tegishli bo'lgani uchun Ox va Oz o'qlari atrofida 90° ga harakatlanib, 2.27,v-rasmda ko'rsatilgan vaziyatni egallaydi.

Uchinchi oktantda joylashgan nuqtaning chizmasi. Fazodagi C nuqta III-oktantda joylashgan bo'lsin (2.28,a-rasm). Bu nuqtaning H , V va W tekisliklardagi proyeksiyalari C' , C'' va C''' bo'ladi. Nuqtaning chizmasini yasash uchun H va W proyeksiyalar tekisliklarini V tekislik bilan jipslashtiramiz. Bunda H tekislik 90° yuqoriga, W tekislik esa Oz o'qi atrofida 90° ga soat strelkasi yo'nalishiga teskari yo'nalishda harakatlantirilib, V tekislikka jipslashtiriladi (2.28,b-rasm). C nuqtaning C'' frontal proyeksiyasi V tekislikda bo'lgani uchun uning vaziyati o'zgarmaydi. Gorizontal C' va profil C''' proyeksiyalari Ox va Oz o'qlari atrofida harakatlanib, 2.28,v-rasmda ko'rsatilgan vaziyatni egallaydi.



2.28–rasm.

To‘rtinchi oktantda joylashgan nuqtaning chizmasi. Fazodagi D nuqta IV -oktantda joylashgan bo‘lsin (2.29,a–rasm). Mazkur nuqtaning H , V va W tekisliklardagi proyeksiyalari D' , D'' va D''' bo‘ladi. Nuqtaning chizmasini yasash uchun H va W tekisliklarini V tekislik bilan jiplashtiramiz (2.29,b–rasm). H tekislik Ox o‘qi atrofida 90° yuqoriga ko‘tarilganda V tekislik bilan jiplashadi, W tekislik Oz o‘qi atrofida 90° ga soat strelkasi yo‘nalishiga teskari yo‘nalishda harakatlantirib, V tekislik vaziyatiga keladi. D nuqtaning D'' frontal proyeksiyasi V tekislikda bo‘lgani uchun uning vaziyati o‘zgarmay qoladi, uning D' gorizontal va D''' profil proyeksiyalari Ox va Oz o‘qlari bo‘yicha harakatlanib, 2.29,b–rasmda tasvirlangan vaziyatni egallaydi. IV oktantda joylashgan D nuqta proyeksiyalarining koordinata o‘qlari sistemasiga nisbatan joylashuvi 2.29,b–rasmda tasvirlangan.



2.29–rasm.

Proyeksiyalar tekisliklar va koordinata o‘qlarida joylashgan nuqtalarning chizmalari. Biror E nuqta H proyeksiyalar tekisligiga tegishli bo‘lsin (2.30,a–rasm). Bu nuqtaning gorizontaal proyeksiyasi mazkur nuqtada ($E' \equiv E$), qolgan ikkita proyeksiyasi esa proyeksiyalar o‘qlariga proyeksiyalanadi (2.30,a,b–rasmlar)

Shuningdek, nuqta koordinata o‘qlaridan birida, masalan, E nuqta Oz koordinatlar o‘qida joylashgan bo‘lsa, chizmada uning frontal va profil proyeksiyalari shu nuqtaning o‘zida, gorizontaal proyeksiyasi esa koordinata boshida bo‘ladi (2.30,a,b–rasmlar)

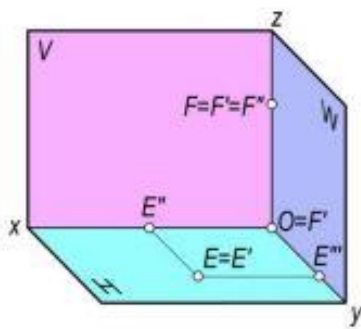
Shunday qilib, nuqtani H , V va W proyeksiyalar tekisliklariga proyeksiyalash va uning tekis chizmasini tuzishdan quyidagi xulosalarga kelish mumkin:

Fazoda berilgan har qanday nuqtaning:

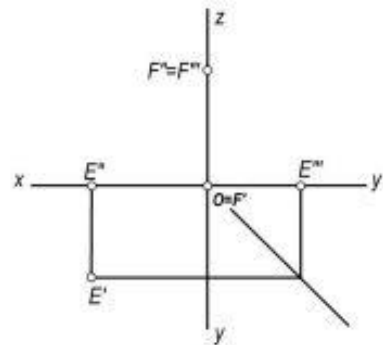
- gorizontaal va frontal proyeksiyalari Ox o‘qiga perpendikulyar bo‘lgan bir proyeksiyalarni bog‘lovchi chiziqda joylashadi;
- gorizontaal va profil proyeksiyalari Oy o‘qiga perpendikulyar bo‘lgan bir proyeksiyalarni bog‘lovchi chiziqda joylashadi;
- frontal va profil proyeksiyalari Oz o‘qiga perpendikulyar bo‘lgan bir proyeksiyalarni bog‘lovchi chiziqda joylashadi;
- Nuqtaning berilgan har qanday ikki ortogonal proyeksiyasi orqali uning uchinchi proyeksiyasini yasash mumkin.

Masalani biror $A (A', A'')$ nuqtaning (2.31.a,b-rasm) A''' proyeksiyasini yasash uchun:

- Nuqtaning gorizontaal proyeksiyasidan Ox –ga parallel qilib chiziq o‘tqiziladi va uni Oy o‘qi bilan kesishgan A_y nuqtasi aniqlanadi.
- OA_y ni radius qilib A_y nuqtasi W tekislikni aylanish xarakteriga mos ravishda 90° ga buriladi va hosil bo‘lgan, A_y ning yangi vaziyatidan Oz ga parallel chiziq chiqariladi.
- A'' nuqtadan Oz ga perpendikulyar chiqarilib, ularning o‘zaro kesishuvi A''' nuqta belgilanadi.

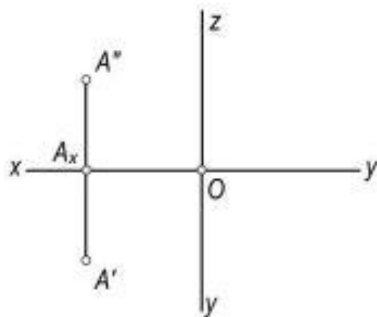


a)

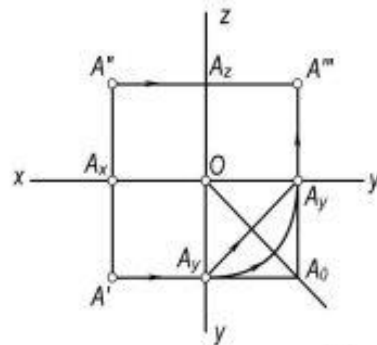


b)

2.30–rasm.

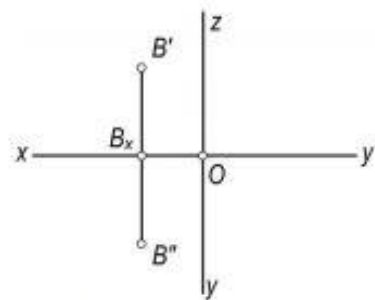


a)

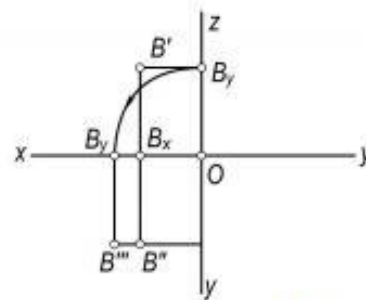


b)

2.31–rasm.



a)



b)

2.32–rasm.

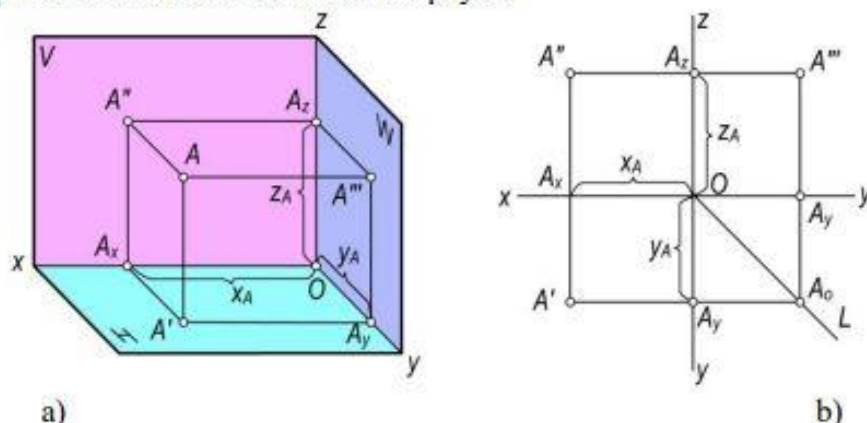
Nuqtaning to'g'ri burchakli koordinatalari va proyeksiyalari orasidagi bog'lanish

Geometriyada har qanday nuqta va shakllarning fazodagi vaziyatini o'zaro perpendikulyar uchta koordinatalar tekisliklari sistemasiga nisbatan aniqlash qabul qilingan. Bu metodni fransuz matematigi va faylasufi Rene Dekart (1506–1650 yy) ixtiro qilgani uchun **dekart koordinatalar sistemasi** deb yuritiladi.

Bu sistemada nuqtaning fazodagi vaziyatini uning x , y va z koordinatalari aniqlaydi. Masalan, fazoda berilgan biror A nuqtaning koordinatalari x_A , y_A va z_A bo'ladi (2.33,a–rasm). Ammo Dekart koordinatalar sistemasida stereometrik masalalarni geometrik yasashlar fikran bajariladi va chizma asboblari yordamida konkret geometrik shakllarni yasash va ularni grafik usullar bilan tahlil qilish imkoniyatini bermaydi.

Fransuz geometri va muxandisi G.Monj dekart koordinatalar sistemasi asosida fazodagi har qanday nuqtaning uchta koordinatasini proyeksiyalar tekisliklari sistemasida ortogonal proyeksiyalari bilan o'zaro grafik bog'ladi.

Haqiqatan, ortogonal proyeksiyalar sistemasida biror nuqtaning berilgan koordinatalari orqali uning proyeksiyalar tekisliklaridan uzoqligini aniqlash mumkin. Masalan biror A nuqtaning (2.33,a,b–rasmlar) W profil proyeksiyalar tekisligidan uzoqligini z_A absissasi, V frontal proyeksiyalar tekisligidan uzoqligini y_A ordinatasi va H gorizontal proyeksiyalari tekisligidan uzoqligini x_A appilikatasi kabi koordinatalari aniqlaydi.



2.33–rasm.

Biror nuqta berilgan koordinatalariga asosan fazoning turli oktantlaridan birida joylashgan bo'lishi mumkin. Buni aniqlash uchun koordinata o'qlarining yo'nalishi (2.22-rasm) ishoralariga asosan quyidagi 1-jadvalni keltiramiz.

1-jadval

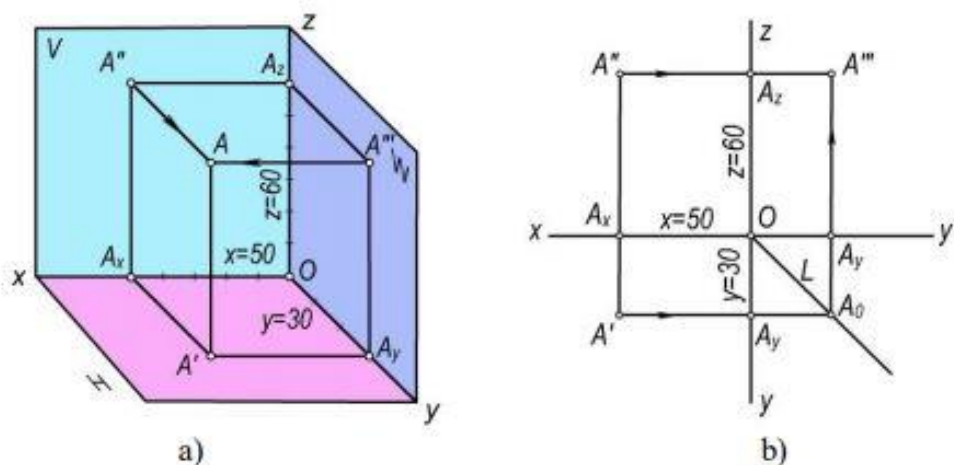
Oktantlar	Koordinatalar		
	x	y	z
I	+	+	+
II	+	-	+
III	+	-	-
IV	+	+	-
V	-	+	+
VI	-	-	+
VII	-	-	-
VIII	-	+	-

Bu jadvaldan foydalanib, nuqtaning berilgan koordinatalarining ishoralari orqali uning qaysi oktantda joylashganligini aniqlash mumkin. Quyida koordinatalari bilan berilgan nuqtalarning fazodagi vaziyati va chizmasini yasashni ko'rib chiqamiz.

1–masala. $A(50,30,60)$ nuqtaning berilgan koordinatalari bo'yicha uning fazoviy vaziyati va chizmasi yasalsin.

Echish. A nuqta koordinatalari ishoralariga asosan u I oktantda joylashgan (1-jadvalga qarang). Shuning uchun I oktantning proyeksiyalar tekisliklarining fazoviy modelini va proyeksiyalar o'qlari sistemasini chizamiz (2.34,a–rasm). Koordinata boshi O dan Ox o'qiga $x_a=50$ mm, Oy o'qiga $y_a=30$ mm va Oz o'qiga $z_a=60$ mm o'lchab qo'yamiz va A_x , A_y va A_z nuqtalarni belgilaymiz. A nuqtaning gorizontal A' proyeksiyasini yasash uchun A_x va A_y nuqtalardan Ox va Oy o'qlarga perpendikulyarlar o'tkazamiz. Bu perpendikulyarlarning kesishish nuqtasi A nuqtaning gorizontal proyeksiyasi A' bo'ladi. Xuddi shuningdek, A_x va A_z nuqtalardan Ox va Oz o'qlariga o'tkazilgan perpendikulyarlarning kesishish nuqtasi A'' uning frontal proyeksiyasi A_y va A_z nuqtalardan Oy va Oz o'qlarga o'tkazilgan. Perpendikulyarlarning kesishish nuqtasi A nuqtaning profil proyeksiyasi A''' bo'ladi. A nuqtaning fazodagi vaziyatini aniqlash uchun uning A' , A'' va A''' proyeksiyalaridan H , V va W tekisliklariga perpendikulyarlar o'tkazamiz. Bu perpendikulyarlarning kesishish nuqtasi A nuqtaning fazodagi o'rni bo'ladi. Umuman, A nuqtaning

har qanday ikki proyeksiyasidan o'tkazilgan perpendikulyarlarning kesishish nuqtasi **A** nuqtaning fazoviy o'rnini aniqlaydi.

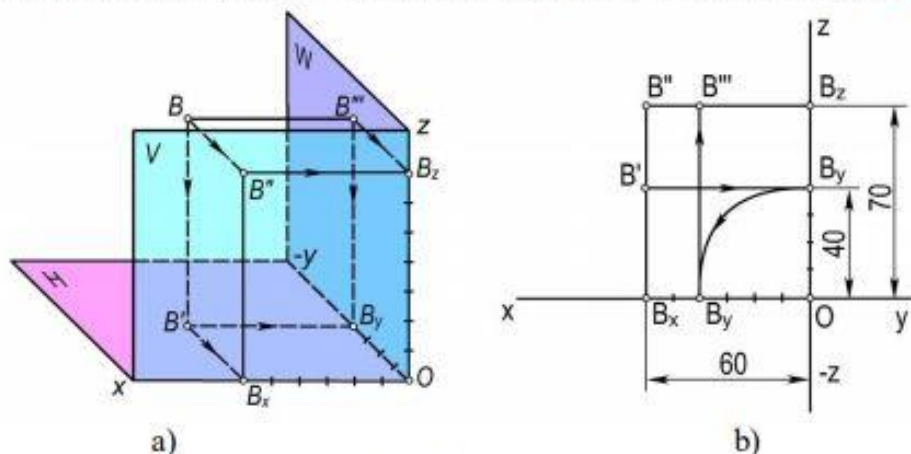


2.34–rasm.

A nuqtaning chizmasini yasash uchun proyeksiyalar o'qlari sistemasida (2.34,b–rasm) Ox o'qiga 40 mm, Oy o'qiga 30 mm va Oz o'qiga 60 mm o'lchamlarni qo'yamiz va A_x , A_y va A_z nuqtalarga ega bo'lamiz. Bu nuqtalardan Ox , Oy va Oz proyeksiyalar o'qlariga o'tkazilgan perpendikulyarlarning kesishish nuqtalari **A** nuqtaning A' , A'' va A''' proyeksiyalarini beradi, ya'ni $A(A', A'', A''')$.

2–masala. $B(60, -40, 70)$ nuqtaning berilgan koordinatalari bo'yicha fazoviy vaziyati va chizmasi yasalsin.

Echish. **B** nuqta koordinatalari ishoralariga asosan II oktantda joylashgan. Nuqtaning proyeksiyalarini yasash uchun proyeksiyalar tekisliklarining fazoviy modelida (2.35,a–rasm) koordinata o'qlariga berilgan $x_B=60$, $y_B=-40$, $z_B=70$ qiymatlarini qo'yamiz va hosil bo'lgan nuqtalarni B_x , B_y va B_z bilan belgilaymiz. So'ngra B_x va B_y nuqtalardan Ox va Oy o'qlarga, B_x va B_z dan Ox va Oz o'qlarga, B_y va B_z dan Oy va Oz o'qlarga perpendikulyarlar o'tkazamiz va ularning kesishgan B' , B'' va B''' proyeksiyalaridan tegishli H , V va W tekisliklarga perpendikulyarlar o'tkazamiz. Bu perpendikulyarlarning kesishish nuqtasi izlangan **B** nuqta bo'ladi.



2.35–rasm.

Nuqtaning chizmasini yasash uchun proyeksiyalar o'qlari sistemasini (koordinatalarning ishoralarini nazarda tutgan holda) chizamiz (2.35,b–rasm). Koordinata boshi O nuqtadan Ox o'qi bo'ylab $x_B=60$ mm, Oy o'qi bo'ylab $y_B=-40$ mm va Oz o'qi bo'ylab $z_B=70$ mm masofalarni o'lchab qo'yib, B_x , B_y va B_z nuqtalarga ega bo'lamiz. So'ngra yuqorida qayd qilingan tartibda, B_x va B_y dan