O‘ZBEKISTON RESPUBLIKASI

OLIY VA O‘RTA MAXSUS TA’LIM VAZIRLIGI

NAVOIY DAVLAT PEDAGOGIKA INSTITUTI

INFORMATIKA O‘QITISH METODIKASI

KAFEDRASI

MATEMATIK VA KOMPYUTERLI MODELLASHTIRISH ASOSLARI

FANIDAN O‘QUV-USLUBIY MAJMUA

BILIM SOHASI	**100000 – GUMANITAR**
TA’LIM SOHASI	**110000 – PEDAGOGIKA**
TA’LIM YO‘NALISHI	**5110700- INFORMATIKA O‘QITISH METODIKASI**

Navoiy 2018 yil

Ushbu o‘quv uslubiy majmua 201_ yil __ __________da BD-5110700-____ bilan ro‘yxatdan o‘tkazilgan va O‘zbekiston Respublikasi Oliy va o‘rta maxsus ta’lim vazirligi tomonidan 201_ yil __ ___________da tasdiqlangan “Kompyuter grafikasi va web dizayn” namunaviy fan dasturi, namunaviy o‘quv rejaga muvofiq ishlab chiqildi.

Tuzuvchi:

Ro‘ziyev R.A.-NavDPI, “Informatika o‘qitish metodikasi” kafedrasi dotsenti, f.-m.f.n.
Djurayev D.D. – NavDPI, “Informatika o‘qitish metodikasi” kafedrasi o‘qituvchisi.

Taqrizchilar:

Ibragimov A.A.	- NavDPI, “Informatika o‘qitish metodikasi” kafedrasi dotsenti, f.-m.f.n.
Nosirova Sh.	- NavDPI, “Informatika o‘qitish metodikasi” kafedrasi dotsenti, t.f.n.

Fanning o‘quv uslubiy majmuasi “Informatika o‘qitish metodikasi” kafedrasining 2018-yil 27-avgustdagi 1- son yig‘ilishida muhokamadan o‘tgan va fakultet kengashida muhokama qilish uchun tavsiya etilgan.

Kafedra mudiri:_____________ f.-m.f.n. Yodgorov G‘.R.

Fanning o‘quv uslubiy majmuasi “Fizika-matematika” fakultet kengashida muhokama etilgan va foydalanishga tavsiya qilingan (2018 yil 28-avgustdagi 1-sonli bayonnoma).

Fakultet kengashi raisi: __________ dots. Kamolov I.R.

NavDPI 2018 yil 30-avgustdagi 1-sonli ilmiy uslubiy kengashida muhokama qilib tasdiqlangan.

Kelishildi: O‘quv uslubiy boshqarma boshlig‘i______________ Xolmirzayev N.A.

MUNDARIJA

I. KIRISH.

Rivojlanayotgan ko‘pgina mamlakatlar singari O‘zbekiston Respublikasida ham iqtisodiyotni yanada rivojlantirishning asosiy shartlaridan biri ta’limni ishlab chiqarish bilan chambarchas bog‘lashdir.

Shu singari iqtisodiyotni yanada rivojlantirishda ta’limda aniq fanlarsiz marraga erishish qiyinchiliklar tug‘diradi. Aniq fanlar tarkibiga kiruvchi matematik va kompyuterli modellashtirish asoslari fani iqtisodiyotning barcha sohalarda qo‘llasa bo‘ladigan zamonaviy fandir. Unda turli jarayonlarning matematik va kompyuterli modellarini tuzish usullari va yangi kompyuter texnologiyalariga asoslangan hisoblashlarni amalga oshirish asosda iqtisodiy yechimlar qabul qilishdan iboratdir.

Inson faoliyatining turli sohalarida shunday holatlar b o‘ladiki, mavjud bo‘lgan bir qancha variantlar ichidan birini tanlashga to‘g‘ri keladi. Agar variant yagona bo‘lsa, shubhasiz o‘sha tanlanadi. Biroq variantlar ko‘p bo‘lsa, ularning ixtiyoriysi tanlanmaydi, balki ma’lum ma’noda eng yaxshisi, eng samaralisini tanlash maqsadga muvofiq bo‘ladi. Odatda bunday variantlar optimal deb ataladi. Optimal so‘zi aslida lotincha bo‘lib, eng yaxshi (mavjud imkoniyatlar doirasida undan yaxshisi yo‘q) eng ma’qul, eng samarali kabi ma’noni anglatadi.

Ushbu uslubiy majmuamada sonli differensiallash va ularga olib keladigan masalalar, aniq integralni taqribiy hisoblash va dasturini tuzish, differensial tenglamalarni yechish usullari va kompyuterdagi dasturi, matematika statistika elementlari, kuzatish natijalari hamda, iqtisodiy masalalar va ularni yechish usullari, transport masalalari ularning turlari va ularga matematik modellar tuzish turli usullar orqali optimal yechimlarini topish texnologiyalari keltirilgan.

II. ASOSIY QISM

2.1. Ma’ruza mashg‘ulotlari

1-2-Ma’ruza: MODELLASHTIRISH ASOSLARI VA AMALIY MASALALAR VA ULARNI KOMPYUTERDA YECHISH BOSQICHLARI

Reja:

1. Kibernetika haqida tushuncha
2. Optimal boshqarish
3. Teskari aloqa

Jamiyat taraqqiy etgan sari boshqariladigan obyektlar soni ko‘payib, boshqarish muammolari murakkablashib boradi. Murakkab mashina va dastgohlar, korxona va muassasalar, hatto odamning o‘zi ham, jamiyat ham boshqarish obyekti hisoblanadi. Bunday obyektlarni kibernetikada murakkab dinamik (harakatdagi) tizimlar deb ataladi. Ana shunday tizimlarni boshqarishga oid umumiy qonunlarni o‘rganish, odam qo‘liga boshqarish sirlari kalitini topib berish hozirgi kunda eng dolzarb masalalardan biriga aylanadi. Natijada boshqarish fani, ya’ni kibernetika paydo bo‘ladi.

«Kibernetika» yunoncha so‘z bo‘lib, o‘zbek tilida «darg‘a» ya’ni «kema boshqaruvchi» degan ma’noni anglatadi. Boshqarish haqidagi fanning endilikda «kibernetika» deb atalishi ham ana shundan.

Hozirgi zamon kibernetikasining paydo bo‘lishi Amerika olimi Norbert Viner (1894-1964) nomi bilan bog‘liq. Norbert Viner texnik tizimlarda ham, jonli tizimlarda ham axborotlarni boshqarish qonunlari mavjud degan fikrga keladi va 1948-yilda chop etilgan «Kibernetika yoki jonzot va mashinalarda boshqarish hamda aloqa» kitobi bilan bu fanga asos solgan.

Jonli organizmni boshqarish sohasidagi muhim kashfiyotlar sizga ma’lum. Mashina mexanizmlarining harakati asosida mexanika qonunlari yotadi. Demak, bir tomondan har xil tizimlar (tabiat, xalq xo‘jaligi, jonli organism, mashina mexanizmlar va h.k.) o‘ziga xos qonunlarga asosan harakatda bo‘ladi, ya’ni har qaysi tizimning o‘ziga xos harakat qonunlari bor. Bu tizimlarning har qaysisiga xos qonunlarni fizika, matematika, kimyo, biologiya, meditsina, siyosat, iqtisodiyot kabi mustaqil fanlar o‘rganadi. Ikkinchi tomondan, kibernetika fani barcha tizimlarda boshqarish jarayonlarini o‘rganishni o‘z zimmasiga oladi.

Ishlab chiqarish kunlari yuksak taraqqiy etgan jamiyatda faqat jismoniy mehnatgina emas, balki miya vazifalarini axborot miqdori ishlab chiqarish kuchlariga nisbatan yuqori darajada ko‘payadi. Natijada, eski usullar bu qadar ko‘p axborotni yig‘ish va qayta ishlashni ta’minlashga imkon bermaydi. Shu sababli XX asr o‘rtalarida kibernetika fani hamda axborotni qayta ishlash quroli bo‘lgan elektron hisoblash mashinalari dunyoga keldi.

Hozirgi kunda kibernetikaning nazariy asoslari yaratilmoqda va ularni xalq xo‘jaligida, fan-texnikada, ta’lim sohalarida qo‘llash ishlari olib borilmoqda, elektron hisoblash mashinalari kun sayin takomillashtirilmoqda.

Kibernetikaning asosiy tushunchalaridan biri axborotdir. Havo bo‘lmasa, odam yashay olmaydi, energiyasiz zavod ishlamaydi, axborotsiz boshqarish bo‘lmaydi. Boshqarish uchun axborot yig‘ish, uni aloqa kanallarida bir joydan ikkinchi joyga yetkazib berish, qayta ishlash kerak. Kibernetikada sezgi a’zolari (quloq, ko‘z, og‘iz, teri) yordamida bevosita yoki asboblar vositasida qabul qilingan har qanday ma’lumotga axborot sifatida qaraladi.

Kibernetika jonli tabiat, jamiyat va ishlab chiqarishda hosil bo‘ladigan jarayonlarni o‘rganib, ularni ishlab chiqilgan maqsad va vazifalarga mos holda boshqarishni ta’minlaydi. Kibernetikaning o‘ziga xos xususiyatlaridan biri uning turli muhit, sharoit va odam faoliyatining turli sohalarida bo‘ladigan jarayonlarni boshqarish asosida yotuvchi qonuniyatlarining umumiyligiga asoslanganligidir. Kibernetika nuqtayi nazaridan barcha jarayonlar boshqarish obyektlaridan iborat murakkab dinamik tizimlarda ro‘y beradi. Ularda ro‘y berayotgan jarayonlar qanchalik murakkab bo‘lmasin, ularni bilish mumkin hamda ular aniq matematik va mantiqiy qonuniyatlarga bo‘ysunadi. Boshqariladigan dinamik tizimlarda ro‘y beradigan jarayonlar va ular bo‘ysunadigan qonuniyatlarni bilish boshqarishning texnik vositalari, boshqarish subyektlarini, boshqaruvchi tizimlarini yaratish imkonini beradi. Boshqarish subyektlari – boshqaruvchi tizimlar va boshqarish obyektlari – turli tabiatli murakkab dinamik tizimlar birgalikda boshqarish tizimini tashkil etadi. Bunday boshqarish tizimlariga koʻplab misollar keltirish mumkin. Jonli tabiatda – qon aylanishi, ovqat hazm boʻlishi; jamiyatda – rejalashtirish, ta'minot, mablagʻ ajratish tizimlari; sanoatda – alohida ishlab chiqarish jarayonlari, korxona, ishlab chiqarish tarmogʻini boshqarish tizimlari va h.k.

Shunday qilib, kibernetika fani murakkab boshqarish tizimlari bilan shugʻullanadi va bunday tizimlar kibernetik tizimlar deb ataladi.

Kinernetik tizimlar holatining oʻzgarishi ma'lum qonuniyatga boʻysunadi va bu qonuniyat oʻzgarishi kerak.

Oʻzaro bevosita yoki bilvosita bogʻliq boʻlgan elementlar toʻplamiga tizim deb qarash mumkin. Tizim tarkibidagi ixtiyoriy elementga koʻrsatilgan ta'sir unga bogʻliq boʻlgan boshqa elementlarga ham ta'sir etadi.

Tizimni tashkil etuvchi elementlarga nisbatan amalga oshirilgan maqsadga yoʻnaltirilgan ta'sir tizimni boshqarish deb ataladi.

Boshqarish masalasi juda qadimda yuzaga kelgan va u bilan odamning oʻzi shugʻullanib kelgan. Odam oʻz xulq-atvorini boshqarish oilada boshqarish vazifalarini bajarishi zarur edi. Tikuvchi, haydovchi, uchuvchi kasblarining barchasi mashina va mexanizmlarni boshqarish bilan bogʻliq ishlarni bajaradi. Jamiyat miqyosida esa odamning oʻzi xoʻjalik faoliyatini boshqarish sohasiga kiradi.

Dastgoh, robot, samolyot, magnitofon yoki yadro reaktori kabi qurilmalarni boshqarishni turlicha amalga oshirish mumkin. Masalan, biror amalni bajarish, natijasiga qaraladi, soʻngra boshqa amal bajariladi va shu tartibda toʻxtovsiz soʻnggi natijaga erishilguncha amallar ketma-ket bajariladi. Shu tartibda operatorlar yadro reaktorini, kapitanlar kemani, uchuvchilar samolyotni, kosmonavtlar kosmik kemalarni boshqaradi.

Ammo koʻp hollarda bunday noqulay, ba'zi hollarda esa, umuman, mumkin emas: bajariladigan ish – bajaruvchi (masalan, odam)dan juda uzoqda yoki inson organizmi uchun zararli muhitda (masalan, yadro nurlanishi) roʻy beradi. Inson reaksiyasi ishni bajarishi uchun yetarli boʻlmaydi: ishni bajarish tartibi bir xil va uzluksiz davom etishi, xatolarga sabab boʻlishi va h.k. bunday hollarda vaziyatni tahlil qilish va buni boshqarish ketma-ketligini oldindan rejalashtirish mumkin.

Kibernetik tizimlarni quyidagi uch sinfga ajratish mumkin:

1. Tabiiy tizim – boshqarish qurilmasi tabiat tomonidan yaratiladi. (masalan, DNK moddasi, odam niyasi).

2. Avtomatlashtirilgan tizim – boshqarish vazifalarining bir qismi avtomatga berilgan boʻlib, xulosani inson chiqaradi.

3. Avtomatik tizim – barcha boshqarish jarayonlari avtomatga berilgan.

Maqsadga yoʻnaltirilgan boshqarishning vazifasi tizimni bir holatdan boshqa – yangi holatga oʻtkazishdan iborat. Bu oʻtkazish koʻp vaqt, mehnat, modda yoki energiyani sarf qilish orqali amalga oshirilishi mumkin.

Boshqarish obyekti, ya'ni boshqariluvchi dinamik tizim sifatida turli tuman tabiatli toʻplamlar, jumladan, jonli mavjudot, oʻsimliklar toʻplamini oʻz ichiga olishi ham mumkin. Boshqarish obyektlari sifatida faoliyati ma'lum maqsadga erishishga moʻljallangan kishilar jamoasi olinishi mumkin. Masalan, rejalashtirish, ta'minot, moliya, transport, aloqa, savdo xizmatlarini yoʻlga qoʻyish tashkilotlari boshqarish obyektlaridir.

Boshqarish tizimlari ustaxona, dastgoh, zavod, sanoat korxonalari guruhi boʻlishi mumkin. Alohida texnologik jarayonlar yoki ularning birikmasi, avtomatik yoki dispetcher orqali boshqariladigan elektr uzatish tizimlari, keng koʻlamda sugʻorish, foydali qazilmalarni olish tizimlari, harbiy texnika va ularda xizmat qiladigan jamoadan iborat mudofaa obyektlari ham boshqarish tizimlari boʻlishi mumkin.

Boshqarish tizimlarining barchasida quyidagi vazifalar amalga oshiriladi:

boshqariladigan obyekt yoki undagi qismlarning holati haqida dastlabki axborot (ma’lumotlar) yig‘iladi;
keyinchalik foydalanish yoki aniq bir muddatga saqlab qo‘yish uchun bu axborot tizimlashtiriladi;
bir joydan ikkinchi joyga uzatish uchun axborotni qayta ishlash (kodlash, shifrlash, yozish, va h.k.) amalga oshiriladi;
kodlangan axborot mo‘ljallangan joyga jo‘natiladi va shifri ochiladi;
boshqaruv buyruqlari ishlab chiqiladi va ular amalga oshiriladi.
Optimal boshqarish

Texnologik jarayonlar faqat odam tomonidan boshqarilganda harakatda kechirish, xomashyoni ortiqcha sarflash hollari ro‘y berishi mumkin. Hozirgi zamon ishlab chiqarishida odam ishlab chiqarish jarayonlarining qoniqarli yoki qoniqarsiz ekanligini o‘z vaqtida baholashga, shuningdek, zarur aniqlikda kerakli parametrlar – temperatura, bosim va boshqalarni o‘lchashda ulgurmay qolishi tabiiy holat deb qaraladi.

Bu vaziyatdan chiqish uchun boshqarish jarayonini avtomatlashtirish zarur, boshqarishning avtomatlashtirishi esa masalani optimal (eng maqbul) hal etishga olib keladi. Boshqarishni texnik qurilmalarga (robor, kompyuter va h.k.) berish bilan masala hal bo‘lib qolmaydi. Chunki birorta ham texnik qurilma mantiqiy masalalarni o‘z-o‘zidan hal qilavermaydi. Unga bajariladigan harakatlarni ko‘rsatuvchi dastur kiritish talab etiladi. Ravshanki, ishlab chiqarish jarayoni aniq bo‘lishi uchun unga kiritiladigan dastur buyruqlari har tomonlama o‘ylangan bo‘lmog‘i lozim. Avtomat “yaxshiroq bajar” “po‘latni erit”, “gaykani qotmaguncha bura” kabi buyruqlarni tushunmaydi, shuning uchun ushbu talablarning mazmuni aniq ko‘rsatilishi kerak. Buning uchun jarayonni boshqarish bilan bog‘liq miqdoriy nazariya zarur. Aniq boshqarish jarayonni boshqarish bilan bog‘liq miqdoriy qanday holatda ham bir xil prinsipga asoslanadigan umumiy boshqarish nazariyasi zarur bo‘ladi.

Bunday nazariyani yaratish zaruriyati 50-yillarda paydo bo‘ldi. Buning sababi elektron hisoblash mashinalarining keskin rivojlanishi va ularni ishlab chiqarish, transport, tibbiyot, iqtisodiyot va boshqa sohalarda boshqarish maqsadida joriy etilganligidadir.

N. Vinerning boshqarish masalalarini o‘rganishi kibernetikaning paydo bo‘lishiga olib keladi. R. Bellman va uning xodimlaridan dinamik dasturlash fikri tug‘ildi. L.S. Pontryagin va uning shogirdlari jarayonlarni optimal boshqarish matematik nazariyasini yaratdi. 1939-yili L.V. Kantorovich chiziqli dasturlash masalasini matematik ko‘rinishda ifodaladi.

Agar tizimni bir holatdan boshqa – yangi holatga o‘tkazish, ya’ni boshqarish mobaynida eng kam vaqt va mehnat yoki kam miqdordagi narsa va energiya sarflansa, bu jarayonga optimal boshqarish deyiladi.

Boshqarish obyektlari sifatida tirik organizm, tirik o‘simlik (hatto bir hujayrali tirik organizm), kishilar jamoasi, dastgoh, zavodlar, ishlab chiqarish tashkilotlari, guruhlari va boshqalar olinishi mumkin.

Sanab chiqilgan obyektlar turlicha tabiatga ega bo‘lsa-da, ularni boshqarish yagona sxema bo‘yicha amalga oshiriladi: boshqarilayotgan obyekt yoki uning qismi haqida dastlabki axborotni yig‘ish; ushbu axborotni keyin foydalanish yoki saqlash uchun bir tizimga tushirish (sinflarga ajratish); aloqa kanallari orqali uzatish uchun axborotni o‘rganish; uni rasshifrovka qilish va nihoyat, boshqarish buyruqlarini ishlab chiqish va ularni amalga oshirish. Yechilayotgan masala mohiyatiga ko‘ra bunday sxema o‘zgarishi ham mumkin.

EHM da masalalar yechishning asosiy bosqichlari

EHM bilan bevosita ishlashdan oldin qanday bosqichlarni bajarish kerakligini ko‘rib chiqamiz. Istalgan hayotiy yoki matematik, fizik va hokazo masala shartlarini ifoda qilish dastlabki ma'lumotlar va fikrlarni tasvirlashdan boshlanadi va ular qat’iy ta'riflangan matematik yoki fizik va hokazo tushunchalar tilida bayon qilinadi. So‘ngra yechishning maqsadi, ya'ni masalani yechish natijasida ayni nimani yoki nimalarni aniqlash zarurligi ko‘rsatiladi.

Birinchi bosqich — masalani qo‘yish. Istalgan masalani yechish uning qo‘yilishidan boshlanadi. Masala shartining aniq ifodasi masalaning matematik (fizik va hokazo) qo‘yilishi deb ham ataladi. Masalaning qo‘yilishida boshlang‘ich ma'lumotlar yoki argumentlar hamda qiymatlari aniqlanishi kerak bo‘lgan kattaliklar, ya'ni natijalar ajratiladi. Masalani qo‘yish uni yechishning birinchi bosqichi bo‘ladi. Bunga turli-tuman misollar keltirish mumkin:

1. Tomonlarining uzunligi ma'lum bo‘lgan to‘g‘ri to‘rt-burchakning yuzi hisoblansin.
2. Bosib o‘tilgan yo‘l va ketgan vaqt ma'lum bo‘lsa, yo‘lovchining tezligi aniqlansin.
3. Mashhur Pifagordan so‘rashdi: Sizning maktabingizga nechta o‘quvchi qatnashadi va suhbatingizni tinglaydi? Pifagor javob berdi: mening o‘quvchilarimning yarmi matematikani o‘rganadi, choragi musiqani o‘rganadi, yettidan biri jimgina fikrlaydi, qolgani esa 3 ta. Pifagor maktabida nechta o‘quvchi bo‘lgan?
4. Shaxmat taxtasining kataklaridan bir katakka qayta yurmaslik sharti asosida, ot bilan yurib o‘ting.
5. O‘tloqdagi qo‘ylarning sakkizdan birining kvadrati o‘tlayotgan, qolgan 12 tasi yotgan bo‘lsa, hammasi bo‘lib nechta qo‘y bor?

Ikkinchi bosqich — matematik modelni qurish.

Amaliy masalalarni hal etishda ob'ektlar — tabiat hodisalari (fizik yoki kimyoviy jarayonlar), mahsulot ishlab chiqarish jarayonlari, mahsulot ishlab chiqarish rejalari va shu kabilar bjlan ish ko‘rishga to‘g‘ri keladi. Ana shunday masalalarni qo‘yish uchun avval tekshirilayotgan ob'ektni matematik atamalarda tavsiflash, ya'ni iloji bo‘lsa, uning matematik modelini (ifodasini) qurish kerak. Mazkur model esa haqiqiy ob'ektni tekshirishni matematik masalani yechishga keltirish imkonini beradi. Modelning haqiqiy ob'ektga moslik darajasi amaliyotda tajriba orqali tekshiriladi. Tajriba—qurilgan modelni baholash va lozim bo‘lgan holda uni aniqlashtirish imkonini beradi. Shuni ta'kidlash lozimki, har doim ham qo‘yilgan masalaning matematik modelini yaratib bo‘lavermaydi.

Yuqorida keltirilgan masalalarning matematik modellarini tuzamiz.

Birinchi masala uchun matematik model S = ab ko‘rinishdagi formuladan iborat. Bunda boshlang‘ich ma'lumotlar tomonlari uzunligi a va b bo‘lsa, natija to‘g‘ri to‘rtburchakning yuzi 5 dan iboratdir.

Ikkinchi masala uchun bosib o‘tilgan yo‘lni s, ketgan vaqtni t deb belgilasak, yo‘lovchining tezligi v fizika kursidan ma'lum bo‘lgan

$$v = s/t$$

matematik model bilan ifodalanadi. Bunda s va t boshlan-g‘ich ma'lumot, v esa natijadir.

Uchinchi masalada x deb o‘quvchilar sonini belgilasak, u

$$x/2+x/4+x/7+3=x$$

yoki 3x—84=0 ko‘rinishdagi chiziqli tenglamaga ke-ladi. Bu yerda 3 va 84 boshlang‘ich ma'lumotlarni, x esa natijani ifodalaydi.

To‘rtinchi masala uchun oshkor ko‘rinishdagi matematik model mavjud emas, shuning uchun ham bu masalani yechishda birinchi bosqichdan keyin to‘g‘ridan-to‘g‘ri uchinchi bosqichga o‘tish mumkin.

Beshinchi masalada x ni barcha qo‘ylarning soni deb belgilasak, uni topish

$$x- (x/8)^2 = 12$$

ko‘rinishdagi kvadrat tenglamani yechishga keladi. Umuman bu masalalar

$$ax^2 +bx+c=0$$

kvadrat tenglama shaklidagi matematik model bilan ifodalanadi. Bunda a, b, c lar boshlang‘ich ma'lumot bo‘lsa, x (x_1 x_2) natija bo‘ladi.

Shunday qilib, biz xodisalarni ifodalovchi matematik modellar bilan tanishdik. Albatta, hozir qurgan bu modellar juda sodda. Hayotda shunday murakkab masalalar uchraydiki, ular uchun matematik model yaratish juda ko‘p kuch va vaqt talab etadi, ba'zi masalalarning esa modelini umuman tuzish mumkin emas.

Uchinchi bosqich — yechish usulini aniqlash.

Masalaning matematik modeli yaratilgandan so‘ng, uni yechish usuli izlana boshlanadi. Ayrim hollarda masalani qo‘yilishidan keyin to‘g‘ridan-to‘g‘ri masalani yechish usuliga ham o‘tish kerak bo‘ladi. Bunday masalalar oshkor ko‘rinishdagi matematik model bilan ifodalanmasligi mumkin. Bu bosqich masalalarni EHM da yechishning uchin-chi bosqichini tashkil qiladi. Bunga misol qilib yuqorida keltirilgan matematik modellarni yechish usullarini keltirish mumkin. Ular (1,2,3,5-masalalar) bilan siz matematika kursidan tanishsiz. Xo‘sh, to‘rtinchi masala uchun yechish usuli nima yoki qanday bo‘lishi mumkin? Shaxmatdan xabardor har bir kishiga malumki, shaxmat taxtasining ixtiyoriy katagida turgan otni yuqoridagi shart asosida har doim ham yurish mumkin emas. Hamma kataklardan o‘tishning yagona usuli mavjud va u quyidagilardan iborat: faraz qilaylik, ot shaxmat taxtasining ixtiyoriy bir katagida turibdi. Umuman olganda bu katakdan boshqa 8 ta katakka yurish mumkin. Yurilishi mumkin bo‘lgan bu kataklarning har biridan ham yana nechadir kataklarga yurish mumkin. Mana shu mumkin bo‘lgan yurishlarning eng kamini tanlash kerak, agar ular bir qancha bo‘lsa, ixtiyoriy bittasini tanlash mumkin. Demak, otni shunday bir katakka yurish kerak ekanki, bu katakdan yurilishi mumkin bo‘lgan kataklar soni eng kam bo‘lsin. Faqat va faqat shu usul bilan qo‘yilgan masalani hal qilish mumkin.

To‘rtinchi bosqich — yechish algoritmini tuzish.

Navbatdagi bosqichda, ya'ni to‘rtinchi bosqichda, masalani EHM dan foydalanib yechish uchun uning yechish algoritmi tuziladi. Algoritmni turli-tuman ko‘rinishda yozish mumkin. Dasturlash fanining vazifalaridan biri ham algoritm tuzish usullarini o‘rganishdan iboratdir. Bu jarayonda talabalarda masalani yechishning algoritmi, ya'ni algoritmik fikrlash usuli vujudga keladi.

Beshinchi bosqich — algoritmni dasturlash tiliga ko‘chirish.

Algoritmning EHM da bajarilishi uchun bu algoritm dasturlash tilida yozilgan bo‘lishi lozim. Masalani yechishning bu bosqichida biror bir usulda tuzilgan algoritm ma'lum bir dasturlash tiliga ko‘chiriladi. Masalan, agar algoritm blok-tarh ko‘rinishida tasvirlangan bo‘lsa, uni dasturlash tiliga ko‘chirish uchun har bir blokni tilning mos buyruqlari bilan almashtirish yetarli.

Oltinchi bosqich — dasturning bajarilishi.

Bu bosqichda — dastur ko‘rinishida yozilgan algoritmni EHM yordamida bajariladi. Bu bosqich dastur tuzuvchilar uchun eng qiyini hisoblanadi. Chunki dasturni mashina xotirasiga kiritishda ayrim xatoiiklarga yo‘l qo‘yish mumkin. Shuning uchun dasturni EHM xotirasiga kiritishda juda ehtiyot bo‘lish kerak. Bu bosqich natija olish bilan tugallanadi.

Yettinchi bosqich — olingan natijalarni tahlil qilish.

Nihoyat, masalani yechishning yakunlovchi yettinchi bosqichi olingan natijalarni tahlil qilishdir. Bu bosqich olingan natijalar qanchalik haqiqatga yaqinligini aniqlash maqsadida bajariladi. Natijalarni tahlil qilish, zarur bo‘lgan hollarda algoritmni, yechish usuli va modelini aniqlashtirishga yordam beradi.

Shunday qilib, biz masalalarni EHM yordamida yechish bosqichlari bilan tanishib o‘tdik. Shuni ta'kidlash kerakki, har doim ham bu bosqichlar bir-biridan yaqqol ajralgan holda bo‘lmasdan, bir-biriga qo‘shilib ketgan bo‘lishi ham mumkin.

Savol va topshiriqlar

1. Kibernetika nima?
2. Kibernetikaning o‘ziga xos xususiyati nimadan iborat?
3. Boshqarish deb nimaga aytiladi?
4. Boshqarish obyektlari deb nimaga aytiladi?
5. Boshqarish tizimi nima?
6. Kibernetik tizim deb nimaga aytiladi?
7. Boshqarish obyektlariga kimlar va nimalar kiritishi mumkin?
8. Boshqarish tizimlariga nimalar kirishi mumkin?
9. Kibernetika uchun eng asosoy narsa nima?

3-Ma’ruza: XATOLIKLAR NAZARIYASI

Reja:

1. Xatoliklar manbai.
2. Absolyut va nisbiy xatoliklar
3. Nisbiy xatolik

Insoniyatning amaliy faoliyati kattaliklarni o‘lchash natijasi bo‘lgan son bilan bog‘liqdir. Turlicha hisoblarda uchraydigan miqdorlarni o‘lchash ko‘pincha aniq bo‘lmay, biror aniqlikda bo‘ladi. Masalan, uzunliklar 1 mm yoki 1 sm, haroratni 0,1 gradusgacha, tezlikni 1 sm.s aniqlikda o‘lchanadi. Bunday usullar bilan aniqlangan sonlar ustida turli amallar bajarishda xatoliklarga yo‘l qo‘yiladi. Bunday xatoliklar darajasini aniqlash bilan taqribiy hisob shug‘ullanadi. Biz shu nazariya bilan qisqacha tanihamiz.

Xatoliklar manbai quyidagilardir:

1. Real jarayonning matematik tavsiflanishi noaniqligidan kelib chiqadigan xatolik – **matematik model xatoligi** deyiladi.

2. Boshlang‘ich ma’lumotlarning noaniqligi tufayli yuzaga keladigan xatolik – **boshlang‘ich ma’lumotlar xatoligi** deyiladi.

3. Masalani yechishda qo‘llanilayotgan usullarning noaniqligidan chiqadigan xatolik – **usul xatoligi** deyiladi.

4. Hisoblashlarda vujudga keladigan xatoliklar – **hisoblash xatoligi** deyiladi.

5. Yaxlitlash natijasida hosil bo‘ladigan xato **yo‘qotib bo‘lmaydigan xatolik** deb ataladi.

Ba’zan matematik model va boshlang‘ich ma’lumotlar xatoliklarini tuzatib bo‘lmaydigan (yoki yo‘qotib bo‘lmaydigan) xatoliklar deyiladi.

1-ta’rif. Hisoblashlarda qatnashayotgan taqribiy a son bilan shu sonning aniq qiymati A orasidagi farq (A-*a*) **xatolik** deyiladi.

Agar A>*a* bo‘lsa, xatolik musbat va A<*a* bo‘lsa, xatolik manfiy bo‘ladi. Xatoliklarni baholash to‘g‘ri bo‘lishi uchun **absolyut xatolik** tushunchasi kiritiladi.

2-ta’rif. Xatolikning moduliga *a* taqribiy sonning **absolyut xatosi** deyiladi, ya’ni

$$\Delta a = |A - a|. \qquad (1)$$

3 – ta’rif. Taqribiy *a* son absolyut xatoligining shu son moduliga nisbati *a* taqribiy sonning nisbiy xatoligi deyiladi, ya’ni

$$\delta(a) = \frac{|A - a|}{|a|}. \qquad (2)$$

Aniq son noma’lum bo‘lganligi sababli absolyut va nisbiy xatoliklar ham noma’lum bo‘ladi, shuning uchun xatolikning chegarasi ko‘rsatiladi.

4-ta’rif. $|A - a| \le h$ tengsizlikni qanoatlantiruvchi h kattalik absolyut xatolikning chegarasi deyiladi.

5-ta’rif. $\frac{|A - a|}{|a|} \le \varepsilon$ tengsizlikni qanoatlantiruvchi ε soni nisbiy xatolikning chegarasi deyiladi.

Nisbiy xatolikning chegarasi ko‘pincha foizlarda ifodalanadi.

Taqribiy a sonning absolyut va nisbiy xatoliklari chegaralari ta’riflariga ko‘ra, $A = a \pm h$ va $A = a(1 \pm \varepsilon)$ kabi yozish mumkin.

Misol. Taqribiy qiymati *a*=0,67 bo‘lgan A=2/3 soni nisbiy xatoligining chegarasini toping.

Echish: $\left|\frac{2}{3} - 0{,}67\right| = 0{,}01/3$ bo‘lganidan h=0,0034 deb olamiz. U holda $\varepsilon = \frac{0{,}0034}{0{,}67}$ yoki $\varepsilon = 0{,}0051 = 0{,}51\%$ hosil bo‘ladi.

Yig‘indining xatoligi

Teorema. Taqribiy sonlar algebraik yig‘indisining absolyut xatoligi, shu sonlarning absolyut xatoliklari yig‘indisidan katta emas.

$$|\Delta u| \le |\Delta x_1| + |\Delta x_2| + \ldots + |\Delta x_n| \qquad (1)$$

Taqribiy sonlarning algebraik yig‘indisining chegaraviy absolyut xatoligi uchun

$$h_u = h_{x_1} + h_{x_2} + \ldots + h_{x_n} \qquad (2)$$

ni olish mumkin.

Ayirmaning xatoligi

Ikki x_1 va x_2 taqribiy sonning $u = x_1 + x_2$ ayirmasini ko‘raylik. Yuqorida ko‘rilgan yig‘indining chegaraviy absolyut xatoligi formulasiga ko‘ra, ayirmaning chegaraviy absolyut xatoligi

$$h_u = h_{x_1} + h_{x_2} \qquad (3)$$

kabi bo‘ladi, ya’ni ayirmaning chegaraviy absolyut xatoligi ayriluvchi va ayiruvchilarning chegaraviy absolyut xatoliklari yig‘indisiga teng.

Ko‘paytmaning xatoligi

Teorema. Noldan farqli taqribiy sonlar ko‘paytmasining nisbiy xatoligi shu sonlarning nisbiy xatoliklari yig‘indisidan katta emas.

Teorema. Bo‘linmaning nisbiy xatoligi bo‘linuvchi va bo‘luvchilarning nisbiy xatoliklari yig‘indisidan katta emas.

4-Ma’ruza: CHIZIQSIZ TENGLAMA ILDIZINI ANIQLASH

Reja:

1. Tenglama ildizini ajratish.
2. Transendent tenglama ildizini ajratish
3. Algebraik tenglama ildizlari yotgan oraliqlarni aniqlash

Tayanch iboralar

Tenglama, ildiz, tenglama yechimi, taqribiy yechim, aniq yechim, uzluksiz, transendent tenglama, qadam, iteratsiya, algebraik tenglama, Dekart qoidasi, Lagranj qoidasi

1. TENGLAMANI ILDIZINI AJRATISH

Amaliyotda

$$f(x)=0 \qquad (1)$$

ko‘rinishdagi tenglamalarni yechishga to‘g‘ri keladi. Bunda f(x) [*a*,b] oraliqda aniqlangan funksiya bo‘lib, f(t)=0 bo‘lsa, x= t ni (1) tenglamani yechimi deyiladi. Tenglamaning aniq yechimini topish qiyin bo‘lgan hollarda uning taqribiy yechimini topish ikki bosqichga bo‘linadi.

1) yechimni ajratish, yani yagona yechim yotgan intervalni aniqlash;
2) Taqribiy yechimni berilgan aniqlikda topish.

Tenglamalarni yagona yechimi yotgan oraliqni aniqlash uchun quyidagi teoremadan foydalaniladi.

1.1-teorema . ***Aytaylik***

1) f(x) funksiya [a,v] kesmada uzluksiz va uzluksiz hosilaga ega bo‘lsin;

2) f(a) f(v)< 0 yani f(x) funksiya kesmaning chetlarida har xil ishoraga ega bo‘lsin.

1) f'(x) hosila [a,v] kesmada o‘z ishorasini saqlasin.

U holda (1) tenglama [a,v] oraliqda yagona x=t yechimga ega bo‘ladi.

2. Transendent tenglama ildizini ajratish

1. Teoremadagi [*a*,*b*] kesmani topishda, ko‘p holda grafik usuldan foydalaniladi. Bu usulga asosan (1) tenglamani ildizini ajratish uchun y=f(x) funksiyaning [*a*,*b*] oraliqdagi grafigini chizamiz. Bu grafik bilan OX o‘=ining kesishish nuqtasining abssissasi (1) tenglamaning yechimi bo‘ladi. [*a*,*b*] oraliqni shunday olamizki, u (1) tenglamaning yagona yechimini o‘z ichiga olsin. u=f(x) funksiyani grafigini chizish kiyin bo‘lsa, f(x)=0 tenglamani

$$f1(x)=f2(x) \qquad (2)$$

ko‘rinishga keltiramiz va u=f1(x), u=f2(x) funksiyalarning grafiklarini chizamiz. Bu grafiklar kesishish nuqtasining abssissasi f(x)=0 tenglamaning yechimi bo‘lsa, [*a*,*b*] oraliqni shunday tanlaymizki, u yagona yechimni o‘z ichiga olsin. Bunday usul bilan ajratilgan [*a*,*b*] oraliqda teoremaning shartlari tekshiriladi.

Misol. $ye^x -10x -2=0$ tenglamaning yagona ildizi yotgan oraliq topilsin.

Yechish. Tenglamani

$$e^x =10x=2$$

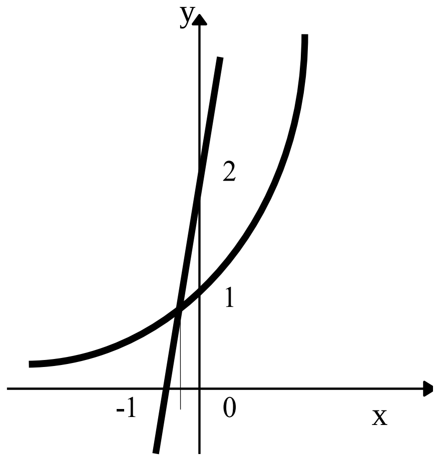
ko‘rinishda yozamiz. So‘ngra

$$u=e^x , u=10x=2$$

funksiyalarning grafiklarini chizamiz. 1-rasm dan ko‘rinadiki

$$ye^x-10x-2=0$$

tenglamani yagona yechimini o‘z ichiga olgan oraliq [-1,0] bo‘ladi. [-1,0] oraliqda teoremani shartlarini tekshiramiz.



1) $f(x)=e^x -10x-2$ funksiya [-1,0]

1-rasm. Oraliqda uzluksiz $f'(x)=e^x -10$ hosilaga ega.

2) $f(-1)=e^{-1}-10(-1)-2=3.368>0$, $f(0)=e^x -10*0-2=-1<0$

bundan: $f(-1)*f(0)<0$

1) $f'(x)=e^x -10<0 \quad x\in [-1,0]$

Teoremaning hamma shartlari [-1,0] oraliqda bajariladi.

Demak, [-1,0] oraliqda tenglama yagona yechimga ega.

Algebraik tenglama ildizlari yotgan oraliqlarni aniqlash

Aytaylik bizga

$$f(x)= \boldsymbol{a}_0 x^n +\boldsymbol{a}_1 x^{n-1} +...+ \boldsymbol{a}_{n-1} x+ \boldsymbol{a}_n+0 \qquad (3)$$

n-tartibli algebraik tenglama berilgan bo‘lsin. Bu tenglama haqiqiy va kompleks ildizlarga ega bo‘lish mumkin. Biz(3) tenglamaning haqiqiy ildizlar sonni undagi koeffitsentlar ishoralarning almashinish soniga qarab aniqlaymiz.

Dekart qoidasi: Berilgan algebraik tenglama koeffitsentlari ketma-ketligida ishora almashinishlar soni qancha bo‘lsa (tenglamalarda nolga teng koeffitsiyentlar e’tiborga olinmaydi) tenglamaning shuncha musbat ildizi mavjud yoki musbat ildizlar soni ishora almashinishlar sonidagi juft songa kamdir.

Masalan: $x^5-7x^1+ 4x^2-5+0$

algebraik tenglama koeffitsiyentlari +1, -7, +4, -5 bo‘lganidan ishoralarning almashinish soniga asosan tenglama ildizlari soni 1 ga teng.

1. Algebraik tenglama ildizlarini ajratishda quyidagi teorema va qoidalardan foydalanamiz.

1.2-teorema. ***Agar***

$$\mathbf{A=max}\{ |\boldsymbol{a}_1/ \boldsymbol{a}_0|, | \boldsymbol{a}_2/ \boldsymbol{a}_0|,..., | \boldsymbol{a}_n/ \boldsymbol{a}_0| \}$$

A1= max{ | a_0/ a_n |, | a_1/ a_n |,..., | a_{n-1}/ a_n | }

bo'lsa, (1.1) tenglamaning barcha ildizlari

r=1/(1=A1)< | x | <1=A=R

hal=ada yotadi.

Musbat ildizlar chegarasi: r< x <R

Manfiy ildizlar chegarasi: -R< x^- < -r

Agar (3) tenglamani

$f_1(x)=x^n f(1/x)=0$

$f_2(x)==f(- x)=0$

$f_1(x)==^n f(- 1/x)=0$

ko'rinishga keltirib, mos ravishda topilgan musbat ildizlarining yuqori chegaralari R_1, R_2, R_1 bo'lsa, (3) tenglama ildizlarining chegaralari:

$1/R_1< x^= <R_2$ va $- R_2< x^- < - 1/R_1$

2. Ishorasi almashinuvchi algebraik tenglamalarning musbat ildizlarining yuqori chegarasini topishda quyidagi Lagranj teoremadan foydalanamiz:

1.3- teoremasi. ***(3) tenglamada***

a_0>0 va a_k (k≥1 -tartib rakami) – birinchi manfiy koefitsent bo'lib , B manfiy koefitsentlar ichida modul bo'yicha eng kattasi bo'lsa, musbat ildizlarining yuqori chegarasi

R= 1= (V/a $_0$)^(1/k) (4)

formula bilan topiladi.

Berilgan (3) tenglamaning manfiy ildizlarining quyi chegarasini aniqlash uchun tenglamani

f(-x)=0 (5)

ko'rinishga keltirib, hosil bo'lgan (5) tenglamaga Lagranj teoremasini =o'llab, topilgan musbat ildizlarining yuqori chegarasi ***R1*** ni berilgan (3) tenglamaning manfiy ildizdizlarining quyii chegarasi uchun - ***R1*** ni abul qilamiz. Demak berilgan (3) tenglamaning barcha haqiqiy ildizlarining chegarasi:

- R1<x< R

3. Agar berilgan (3) tenglamaning barcha koeffitsentlari musbat bo'lsa, ildizlarining chegarasini

m< | x | <M

tengsizlikka asosan aniqlaymiz, bunda

m=min(a_k / a_{k-1}), M=max(a_k / a_{k-1}), 1<k<n

Shuningdek (3) tenglamaning barcha koeffitsentlari musbat bo'lganda:

a) a_0> a_1>...> a_n bo'lsa, ildizlar | x | >1 doiradan tash=arida yotadi;

b) a_0< a_1<...< a_n bo'lsa, ildizlar | x | <1 doira ichida yotadi;

To= darajli algebraik tenglama hech bo'lmaganda bitta ildizga ega bo'ladi.

O'z-o'zini tekshirish uchun savollar

1. Tenglamalar turlarini ayting.
2. Ildiz yotgan oraliqni ajratish
3. Transendent tenglama ildizini ajratish qoidasi
4. Berilgan oraliqdagi bir necha ildizni aniqlash qoidasi
5. Algebraik tenglama ildizlarini aniqlashda Dekart qoidasi
6. Algebraik tenglama musbat ildizlarini ajratish ha=idagi teorema
7. Algebraik tenglama musbat ildizlarining yuqori chegarasini aniqlashda Lagranj usuli.

5-Ma'ruza:TENGLAMALARNI TAQRIBIY YECHISH USULLARI

Reja:

1. Tenglamalarni taqribiy hisoblashda vatar va urinmalar usuli
2. Birgalashgan usul va uni qo'llash shartlari.

Tayanch iboralar

Hosila, hosila uzluksizligi, vatar usuli, ketma-ket yaqinlashish, yaqinlashish sharti, taqribiy yechim

Tenglamalarni taqribiy hisoblashda vatar va urinmalar usuli

Vatarlar usuli

Aytaylik berilgan f(x)=0 tenglamadagi f(x) funksiya [a,b] oraliqda 1.1-teoremaning hamma shartlarini bajarsin. Bundan tash=ari f(x) funksiya [a,b] oraliqda ikkinchi tartibli f"(x) uzluksiz hosilaga ega bo‘lib, bu hosila shu oraliqda o‘z ishorasini saqlasin, ya’ni quyidagi teorema o‘rinli bo‘lsin.

2**.1- teorema.** ***Agar [a,b] da***

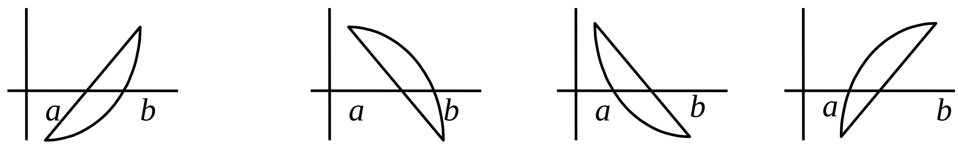
1) f(x), f ' (x) funksiyalar uzluksiz;

2) f(a) f(v)< 0, yani f(x) funksiya kesmaning chetlarida har xil ishoraga ega bo‘lsa;

3) f'(x), f''(x) hosilalar [a,v] kesmada uz ishorasini saklasa

f(x)=0 tenglama ildizini aniqlaydigai ketma-ketlik ildizga ya=inlashuvchi bo‘ladi.

Bu teoremaning mazmuninni quyidagi shakllarda ko‘rish mumkin.



a) f ’>0, f’’>0 b) f ’<0, f’’<0 v) f ’<0, f’’>0 g) f ’>0, f’’<0

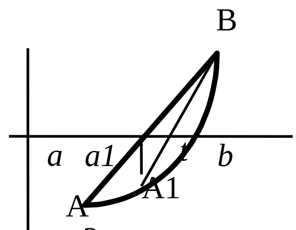
2-rasm

Yuqoridagi shakllar va teoremaga asosan vatar usulini =o‘llash uchun egri chiziqni boti= tomonidan foydalanamiz. Buning uchun quyidagi shartni

$$f'(x)\, f''(x)<0$$

[a,b] chegaralarida bajarilishini tekshiramiz.

1) Agar [a,b] oraliqning chap tomonida f'(a) f"(a)<0 shart bajarilsa, vatar usulini chap tomondan qo‘llaymiz (3-rasm):



3-rasm

$a_0 = a$

$a_1 = a_0 - (b - a_0)\, f(a_0) / (f(b) - f(a_0))$

. . . .

$a_n = a_{n-1} - (b - a_{n-1})\, f(a_{n-1}) / (f(b) - f(a_{n-1}))$

. . . .

bu ketma-ketlik $|a_n - a_{n-1}| < \varepsilon = 0.001$ shart bajarulguncha davom etadi va ildiz uchun $x \approx a_n$ ni qabul qilamiz .

2) Agar [a,b] oraliqning o‘ng tomonida f'(b) f"(b)<0 shart bajarilsa, vatar usulini o‘ng tomondan qo‘llaymiz(4-rasm)

$b_0 = b$

$b_1 = b_0 - (a - b_0)\, f(b_0) / (f(a) - f(b_0))$

. . . . (2.3)

$b_n = b_{n-1} - (a - b_{n-1})\, f(b_{n-1}) / (f(a) - f(b_{n-1}))$

. . . .

bu ketma-ketlik $|b_n - b_{n-1}| < \varepsilon = 0.001$ shart bajarilguncha davom etadi va ildiz uchun $x \approx b_n$ ni qabul qilamiz .

Misol. $ye^x - 10x - 2 = 0$ tenglamaning ε =0. 01 aniqlikdagi taqribiy ildizi topilsin.

Yechish. Ma'lumki $f(x)=e^x-10x-2$ funksiya [-1,0] oraliqda 4.4-teoremaning hamma shartlarini bajaradi. $x\in[-1,0]$ da ikkinchi tartibli hosila $f''(x) = ye^x > 0$. Demak $f(0)=-1$, $f(-1) = 8.368$ bo'lganligi uchun, (4.5) shartga asosan $f(0)f''(0)<0$ bo'lgani uchun $\{a_n\}$ ketma-ketlik (4.7) formula bilan topiladi. Grafik bo'yicha 2-rasmdagi v) holatga to'g'ri keladi.

Berilganlar: $a=-1$, $b=0$, $\varepsilon=0.01$

$f(x)= ye^x-10x-2$, $f(-1)=e^{-1} -10(-1) -2=8.386$, $f(0)=e^0-10*0-2=-1$

(4.7) formulaga asosan:

$$b_0= 0$$

$$b_1= b_0 - (a- b_0) f(b_0)/ (f(a)-f(b_0))= -0.107$$

Yaqinlashish sharti $| b_1 - b_2 |>\varepsilon$ bo'lganligi uchun b_2 yaqinlashishni hisoblaymiz. Buning uchun

$b_1= -0.107$, $f(-0.107)=e^{-0.107}-10(-0.107)-2 =-0.038$, $f(a)=f(-1)=8.386$

larga asosan:

$$b_2= b_1 - (a- b_1) f(b_1)/ (f(a)-f(b_1)) = 0.111$$

$$| b_2- b_1|+|- 0.111+0.107|=0.004<\varepsilon=0.01$$

Demak taqribiy yechim deb $t= b_n =-0.111$ ni olish mumkin.

URINMALAR (NYUTON) USULI

Aytalik f(x) funksiya $[a,b]$ oraliqda 2.4-teoremaning barcha shartlarini bajarsin. Bu holda f(x)=0 tenglama $[a,b]$ oraliqda yagona x=t yechimga ega bo'ladi. Bu teorema asosida ildizni uisoblash uchun urinma usulini =o'llashda f(x) f''(x)>0 shart bajarilishi kerakligini ko'ramiz. Bundan: f(a) f''(a)>0 bo'lganda boshlang'ich yaqinlashishni chapdan $a_0 =a$ aks holda o'ngdan $b_0=b$ kabi olinadi. f(a) f''(a)>0 bo'lganda x=t yechimning taqribiy qiymatlaridan tuzilgan ketma- ketlik $\{a_n\}$ quyidagicha topiladi. Egri chiziq grafikning $A(a,f(a))$ nuqtasiga urinma o'tkazamiz (5-rasm), so'ngra bu urinmaning tenglamasini tuzamiz.

$$u-f(a)=f'(a)(x- a)$$

Bunda urinmaning Ox o'=i bilan kesishish nuqtasi $x= a1=t1$ desak, bu nuqtada u=0 bo'ladi.

$$0-f(a)=f'(a)(a1-a)$$

Bunda

$$a1= a - f(a)/f'(a)$$

formula topiladi. $[a1,b]$ oraliqda yuqoridagi usulni =o'llab

$$a2= a1 - f(a1)/ f'(a1)$$

formulani olamiz, shuningdek

$$a3= a2 - f(a2)/ f'(a2)$$

....

$$a_n= a_{n-1} - f(a_{n-1})/ f'(a_{n-1})$$

....

ketma-ketlikni tuzamiz.

SHunday qilib bu taqribiy yechimlar ketma-ketligini olamiz. $\{ a_n\}$ ketma-ketlik 2.4-teoremaning shartlari asosida aniq yechim $x=t+a_n$ ga ya=inlashadi. Bu ketma-ketlik $| a_n- a_{n-1}|<\varepsilon =0.001$ shart bajarilguncha davom etadi va ildiz uchun $x\approx a_n$ ni qabul qilamiz.

Misol. $ye^x-10x-2=0$ tenglamani taqribiy yechimini $\varepsilon=0.01$ aniqlik bilan toping.

ye**chish.** $F(x)=e^x -10x-2$ funksiya [-1,0] oraliqda 2.4-teoremaning hamma shartlarini bajaradi.

$f''(x)=e^x >0$, $x\in[-1,0]$ va $f(-1)=8.386>0$ dan $f(-1) f''(-1)>0$

bo'lgani uchun $a0=-1$ deb olinadi. $f'(-1)=e^{-1}-10=-9.632$ ni e'tiborga olib birinchi yaqinlashish a_1 ni hisoblaymiz:

$a1=a- f(a)/f'(a)= a- f(-1)/f'(-1)= -1 -8.386/(-9.632) = -0.131$

yaqinlashish shartini tekshiramiz:

$$| a1- a0 | = |-0.131=1|= 0.869>\varepsilon=0.01$$

bo'lgani uchun ikkinchi yaqinlashish $a2$ ni

$$a2=a1- f(a1)/f'(a1)$$

formula bilan topamiz.

$f(a1)=e^{-0.131} = 10(0.131)-2=0.1895,\ f'(a1)= ye^{-0.131} - 10= -9.123$ lar asosida:

$$a2=-0.\ 131- 0.1895/(-9.123) = -0.1104$$

YAna $/a2- a1/ = 0.\ 0214 > \varepsilon$ bo‘lgani uchun $a3$ ni topamiz.

$$a2=-0.1104,\ f(a2)=0.0006\ ,\ f'(a2)=-9.1046$$

lar asosida:

$$a3= a2 - f(a2)/ f'(a2)= -0.1104 - 0.\ 0006/(-0.1046) =-0.1104$$

yaqinlashish sharti $|a3-a2|=0<\varepsilon=0.01$ bajarilganligi uchun tenglamaning $\varepsilon=0.01$ aniqlikdagi taqribiy yechimi: $x= a3=t=-0.1104$ bo‘ladi.

UMUMLASHGAN USUL

Vatarlar va urinmalar usulini bir vaqtda $[a,b]$ oraliqda =o‘llab izlangan t yechimning ikki tomonida yotuvchi $a1$ va b1 birinchi yaqinlashishlarni hisoblaymiz. a,b nuqtalarda $f(x)f''(x)>0$ shartning ishorasiga =arab ildizga yaqinlashish ketma-ketliklarini tuzamiz.

1) $f(a)f''(a)>0$ bo‘lganda, chapdan urinma o‘ngdan vatar:

$$a1 = a - f(a)/ f'(a)\ ,$$
$$b1 =b- (a - b\ ) f(b)/(f(a)- f(b))$$

2) $f(b)f''(b)>0$ bo‘lganda, chapdan vatar o‘ngdan urinma:

$$a\ 1= a\ -\ (b - a\ ) f(a\ )/ (f(b\ )-f(a\ ))\ ,$$
$$b\ 1= b - f(b\ )/ f'(b\ )$$

formulalar bilan topamiz.

Agar $|\ b1- a1|<\varepsilon$ tengsizlik bajarilsa tenglamaning $\varepsilon>0$ aniqlikdagi yechimi deb t=($a1$=b1)/2 olinadi. Aks holda [$a1$,b1] oraliqda urinmalar va vatarlar uslini =o‘llab aniq yechim t ga yanada ya=inro= bo‘lgan $a2$ va b2 nuqtalarni hosil qilamiz.

Agar $|\ b2- a2|<\varepsilon$ bo‘lsa, taqribiy yechim deb t=($a2$+b2)/2 ni olinadi. Aks holda yuqoridagi jarayon yana takrorlanadi.

Misol. $ye^x -10x-2=0$ tenglamaning ildizini $\varepsilon=0.01$ aniqlikda umumlashgan usul asosida hisoblash.

Buning uchun $a=-1\ ,\ f(-1)=e^{-1} -10-2>0$

$$f''(x)=e^x > 0\ \ ,\ f''(-1)=e^{-1}>0\ ,\ f(-1)f''(-1)>0$$

larga asosan $a1$ va $b1$ larni topish uchun (2.5) formulalardan foydalanamiz:

$$a1=-1 - f(-1)/ f'(-1) =-0.131$$
$$b1=0- f(0)(-1-0)/ (f(-1)-f(0)) = -0.107$$

$/b1 -a1 /=0.\ 024 > \varepsilon$ bo‘lganligi uchun $a2$ va $b2$ larni topamiz.

$$a=0.131\ ,\ \ f(a1)=0.1895\ ,\ f''(a1)>0$$
$$f(a1)f''(a1)>0,\ b1=0.\ \ 107\ ,\ f(b1)=-0.\ \ 038\ ,$$

larga asosan $a2$ va $b2$ larni hisoblaymiz.

$$a2= a1- f(a1)/ f'(a1)\ \ \ =-0.\ 131- 0.\ 1895/ -0.\ 123 =-0.\ 1107\ ,$$
$$b2=b1-f(b1)(a1-b1)/f(a1)-f(b1)=$$
$$=-0.107- 0.038(-0.131=0.107)/(0.1895=0.038)=-0.\ 111$$
$$/b2 - a2 /= 0.\ \ 0014<\varepsilon= 0.\ \ 01$$

Taqribiy yechim deb t2= (a2+v2)/2=-0.1107 olinadi.

O‘z-o‘zini tekshirish uchun savollar

1. Tenglama ildiziga yaqinlashish sharti.
2. Ildizni hisoblashda vatar usulini qo‘llashning asosiy sharti

3. Vatar usulini qo‘llashda boshlang‘ich yaqinlashishni tanlash

4. Taqribiy yechim- ildizini aniqlash sharti
5. Ildizni hisoblashda urinma usulini qo‘llashning asosiy sharti
6. Urinma usulini qo‘llashda boshlang‘ich yaqinlashishni tanlash

6-Ma’ruza: CHIZIQSIZ TENGLAMALAR UCHUN KETMA-KET YAQINLASHISH (ITERATSIYA) USULI

Reja:

1. Tenglama ildizini taqribiy hisoblashda ketma-ket yaqinlashish (iteratsiya) usuli
2. Kesmani teng ikkiga bo‘lish usuli
3. Chiziqsiz tenglamalar sistemasini yechishda Nyuton usuli.
4. Chiziqsiz tenglamalar sistemasi uchun ketma-ket yaqinlashish (iteratsiya) usuli

Tayanch iboralar

Ketma-ket, iteratsiya, funksiyani aniqlanganligi, funksiya differensiallanuvchiligi, boshlang‘ich yaqinlashish, taqribiy yechim chiziqsiz tenglama, yechim soshasi, boshlang‘ich yaqinlashish, Nyuton usuli, xususiy hosila, yaqinlashish sharti

KETMA-KET YAQINLASHISH USULI

Berilgan f(x)=0 tenglamani x ga nisbatan yechib x=φ(x) ko‘rinishga keltiramiz.

3.5-teorema. *Aytaylik*

1) φ(x) funksiya [a,v] oraliqda aniqlangan va differensiallanuvchi bo‘lsin;

2) φ(x) funksiya hamma qiymatlari [a,v] oraliq=a tushsin;

3)[a,v] oraliqda |φ‘(x)|<= <1 tengsizlik bajarilsin.

Bu holda [a,v] oraliqda x=φ(x) tenglamaning bitta x=t yechimi bor va bu yechim =anday bo‘lishidan =at’iy nazar

t1=φ(t0) , t2=φ(t1) ,. . . , tn=φ(tn-1)

formulalar bilan aniqlanadigan {tn} ketma – ketlikning limiti mavjud bo‘ladi.

Bu yerda t0 qiymat [*ab*] oraliqda yotuvchi ixtiyoriy son bo‘lib yechimning 0-yaqinlashishi, ti-ni yechimini i yaqinlashishi deyiladi.

Bu teorema asosida tenglama ildizini quyidagicha aniqlaymiz.

1) f(x)=0 tenglamani φ2(x)- φ2(x)=0 ko‘rinishga keltirib, u=φ1(x) va u=φ2(x) funksiyalar grafiklarining kesishish nuqtasining absissasi
yotgan Ox son o‘=idagi nuqtaning =is=a atrofi (*a*,*b*)ni ta=riban tanlaymiz.

2) (*a*,*b*) da f(*a*) f(*b*)<0 shartni bajarilishini tekshiramiz.

3) (*a*,*b*) da φ′(x) - hosilani topamiz. Agar |φ′(*a*)|< |φ′(*b*)| bo‘lsa, ==|φ′(*b*)| aks holda ==φ′(*a*)| kabi tanlaymiz.

4) $x_n=t_n=\varphi(x_{n-1})$ ketma-ketlikning boshlang‘ich yaqinlashishini quyidagicha tanlaymiz:

agar |f(*a*) |< |f(*b*) | bo‘lsa, $x_0= a$ aks holda $x_0 =b$

5) ketma-ketlik | $x_n- x_{n-1}$ |<ε(1-=)/= shart bajarilguncha davom etadi.

6) ildiz uchun x=t+ x_n ni olamiz.

3**.1-masala.** ye^x -10x –2+0 tenglamaning [-1,0] oraliqdagi yechimini ε=0. 01 aniqlikda toping.

ye**chish.** Berilgan tenglamaning x ga nisbatan yechib

$$x=(e^x-2)/10$$

ko‘rinishga keltiramiz. Endi φ(x)= $(e^x$-2)/10 funksiya uchun [-1,0] oraliqda 5-teoremaning xamma shartlarini bajarishini kursatamiz:

1) [-1,0] da φ(x) funksiya φ'(x)=e^x/10 uzuliksiz hosilaga ega;

2) [-1,0] da φ(x) usuvchi , shu sababli uning qiymatlari [-1,0] oraliqda yotadi, yaxni φ(-1)=-0.163>-1 , f1(0)=-0.1 <0

$$-1<\varphi(x)<0$$

3) $\varphi'(x)$ hosila [-1,0] oraliqda musbat bo‘lgani uchun $\varphi(x)$ funksiya usuvchi va

$$e^{-1}/10 = \varphi'(-1) < \varphi'(0) = ye^{0}/10$$

ekanidan $|\varphi'(x)| < \max(e^{-1}/10, ye^{0}/10) = ye^{0}/10 = 1/10 = =<1$

Demak, $x=(e^x-2)/10$ tenglama uchun iteratsiya usulini qo‘llash mumkin.

Eslatma. Agar $ye^x -10x -2=0$ ni x ga nisbatan yechib

$$x=\ln(10x=2)$$

ko‘rinishga keltirsak, endi $\varphi(x)=\ln(10x=2)$, bu funksiya [-1,0] orlikda 5-teoremani shartlarini bajarmaydi. Demak $x=\ln(10x=2)$ tenglamaga iteratsiya usulini kullab bulmaydi.

Demak $x=(e^x -2)/10$ tenglamani iteratsiya usuli bilan yechamiz. Dastlabki yaqinlashish qilib, f(0)<f(-1) shartga asosan t0=0 ni olamiz. Bu holda

$$t1= \varphi(t0)=f1(0)=(e^{0}-2)/10=-0.1$$

$$t2=\varphi(t1)=f1(-0.1)=(e^{-0.1} -2)/10= -0.1095$$

| t2-t1|= 0.0095<ε bo‘lganligi uchun t=-0.1095 berilgan tenglamani ildizi uchun kabul qilamiz u ε=0.01 aniqlikdagi yechimi bo‘ladi.

KESMANI TENG IKKIGA BO‘LISH USULI

f(x)=0 tenglama berilgan bulsin. [*a*,*b*] kesmada u=f(x) funksiya 1-teoremani xamma shartlarini bajarsin.

1)Bu holda [*a*,*b*] kesmani t0=(*a*=*b*)/2 nuqta yordamida teng ikkiga bulamiz: agar f(*a*)f(t0)<0 bo‘lib,

f(t0)<0 bo‘lsa, 1-teoremaga kura x=t ildiz [*a*1,*b*1]=[*a*,t0] oraliqda, f(t0)>0 bo‘lsa, ildiz [*a*1, *b*1]=[t0, *b*] oraliqda yotadi.

Agar f(t0)=0 bo‘lsa x=t0 yechim bo‘ladi.

2) x=t0 aniq yechim bulmagan holda [*a*1,*b*1] oraliqni t1=(*a*1=*b*1)/2 nuqta yordamida teng ikkiga bulamiz: agar f(*a1*)f(t1)<0 bo‘lib,

f(t1)<0 bo‘lsa, 1-teoremaga kura x=t ildiz [*a2*,*b2*]=[*a1*,t1] oraliqda, f(t1)>0 bo‘lsa, ildiz [*a2*, *b2*]=[t1, *b2*] oraliqda yotadi.

Agar f(t1)=0 bo‘lsa x=t0 yechim bo‘ladi.

3) x=t0 aniq yechim bulmagan holda [*a2*,*b2*] oraliqni t1=(*a2*=*b2*)/2 nuqta yordamida teng ikkiga bulamiz va xakozo.

Bu jarayon |t1-t2|<ε=0.001 shart bajarilguncha davom etadi.

3.1-teorema shartlari bajarilganda {tn} ketma - ketlik x=t yechimga ya=inlashadi.

3.2-masala. $ye^x -10x -2=0$ tenglamaning yechimi ε=0. 01 aniqlikda topilsin.

Yechish. $f(x)=e^x -10x -2$ funksiya [-1,0] oraliqda 3.1-teoremaning xamma shartlarini bajaradi. SHuning uchun tenglamaga kesmani teng ikkiga bulish usulini ishlatish mumkin.

1) [-1,0] oraliqni t0=-0.5 nuqta yordamida teng ikkiga bulamiz.

$$f(t0)=e^{-0.5} = 5 - 2 >0 , \ f(-1)=8.386>0 , \ f(0)=-1<0$$

bo‘lganligi uchun yechim [-0.5, 0] oraliqda yotadi.

2) Bu oraliqni t1=-0.25 nuqta yordamida teng ikkiga bulamiz.

f(-0,25)=1.279>0 bo‘lganligi uchun yechim [*a*2, b2]=[-0.25, 0] oraliqda yotadi. Aniqlik |b2-*a*2|=0.25>ε yetarli bulmagani uchun [-0.25,0] oraliqni t2=(0-0.25)/2=0. 125 nuqta yordamida teng ikkiga bulamiz.

3) f(-0.125)=0.132 >0 bo‘lganliga uchun yechim [*a3*,*b3]*=[-0.125,0] oraliqda yotadi. Aniqlik |*a3*-*b3*|=0.125>ε yetarli bulmagani bo‘lganligi uchun [-0.125,0] oraliqkni t3=(0.125=0)/2=-0.063 nuqta yordamida teng ikkiga bulamiz.

4) f(-0.063)=-0.461<0, f(-0.125)=0.132>0 bo‘lgani uchun yechim [*a4*,*b4*]=[-0.125, -0.063] oraliqda yotadi. |*a4*-*b4*| =0.062 <ε=0.01 yetarli bo‘lganligi uchun ye^x -10x-2=0 tenglamaning ε=0.01 aniqlikdagi yechimi deb

$$t= (a4=b4)/2 = (-0.125- 0. 063)/2=-0.094$$

olinadi.

Chiziqsiz tenglamalar sistemasini yechishda

Nyuton usuli

Chiziqsiz tenglamalar tenglamalardan tuzilgan

$$F(x,y)=0$$
$$G(x.y)=0, \qquad (3.1)$$

sistema berilgan bo‘lsin.

Bu sistemani yechmini topish uchun ildizlari yotgan oraliqlarni aniqlashda grafik usuldan foydalanamiz.

F(x,y)=0 va G(x.y)=0 funksiyalar grafiklari kesishgan nuqtalarining yotgan soxasini takriban aniqlaymiz:

$$D=\{a<x<b,\ c<x<d\}$$

Bu soxada yechimga (ildizga) yaqinlashish (x0, y0) larni tanlaymiz. Bu x=x0, y=y0 qiymatlardan foydalanib hisoblash algoritmini tuzamiz:

1) $F=F(x0,y0)$, $F_x=F_x(x0,y0)$, $F_y=F_y(x0,y0)$
   $G=G(x0.y0)$, $G_x=G_x(x0.y0)$, $G_y=G_y(x0.y0)$
2) $J=\Delta=J(x0,y0)=F_x G_y - G_x F_y$
   $\Delta_1= F G_y - G F_y$
   $\Delta_2= F_x G - G_x F$
3) $x_{n=1} = x_n - \Delta_1/ J$, $y_{n=1} = y_n - \Delta_1/ J$, n=1,2,3,...
4) $| x_{n=1} - x_n|<\varepsilon$, $| y_{n=1} - y_n|<\varepsilon$

bo‘lsa, yechim-ildiz: $\xi= x_{n=1}$, $\mu= y_{n=1}$

3.3-Masala. Ushbu chiziqsiz sistemani yechimini Nyuton usulida toping.

$$F(x,y)=Sin(2x-y) -1.2x-0.4$$
$$G(x.y)=0.8x^2 = 1.5y^2-1$$

YECHISH. yechim soxasini topamiz:

1) D={0.4< x <0.5, -0.76< x < -0.73}

Boshlangich yaqinlashish: x0=0.4, y0=-0.75

2) F_x=2Cos(2x-y)-1.2 , Gx=1.6
   F_x= -Cos(2x-y) , Gy= 3y
3) F=F(0.4, -0.75)=0.1198 , $F_x=F_x$(0.4, -0.75)=-1.1584,
   $F_y=F_y$(0.4, -0.75) = -0.0208
   G =G(0.4, -0.75)=-0.0282, $G_x=G_x$(0.4, -0.75) =0.64 ,
   $G_y=G_y$(0.4, -0.75)=-2.25
   J=Δ=2.6197
   Δ1=0.2701 , Δ2=0.044
   x1=x0=Δ1/Δ =0.5 , y1=y0=Δ1/Δ=-0.733
4) x1=0.5 , y1=-0.733 bo‘lganda
   F= -0.0131 , Fx=0.8 , Fy=-1.4502
   G=0.059, Gx= -2.191, Gy=0.1251
   Δ=3.2199
   Δ1=-0.0293 , Δ2=0.0749
   x2=x1=Δ1/Δ =0.494 , y2=y1=Δ1/Δ=-0.783
5) x2= 0.494 , y2= -0.783 bo‘lganda
   F= -0.0007, Fx=-1.450 , Fy=0.125
   G=-0.0523, Gx= 0.7904, Gy=-2.1249
   Δ=2.9827
   Δ1=-0.008 , Δ2=-0.0764
   x3=x2=Δ1/Δ =0.4913 , y3=y2=Δ1/Δ=-0.7939

$$|x3-x2|<\varepsilon,\ |y3-y2|<\varepsilon$$

bo‘lganidan $x \approx 0.491$, $y \approx -0.7335$

Chiziqsiz tenglamalar sistemasi uchun ketma-ket

yaqinlashish (iteratsiya) usuli

Chiziqsiz tenglamalar tenglamalardan tuzilgan

$$\begin{cases} F(x,y)=0 \\ G(x.y)=0, \end{cases} \qquad (3.2)$$

sistema berilgan bulsin.

Bu funksiyalar grafiklarining kesishish soxasini topamiz:

$$D=\{a<x<b,\ c<x<d\}$$

(3.1) dan

$$x=\varphi 1(x,y)$$
$$y=\varphi 2(x,y) \qquad (3.3)$$

sistemani hosil qilamiz

Teorema. D soxada

1) $\varphi 1(x,y)$, $\varphi 2(x,y)$ lar aniqlangan va uzluksiz hosilaga ega;

2) (x0, y0) boshlangich va xn, yn qiymatlar D soxaga tegishli;

3) $|\frac{\partial\varphi 1}{\partial x}|+|\frac{\partial\varphi 1}{\partial y}|\leq =1<1$, $|\frac{\partial\varphi 2}{\partial x}|+|\frac{\partial\varphi 2}{\partial y}|\leq =2<1$ urinli bo‘lsa, (1) sistema

$x=\xi$, $y=\eta$ echimga yaqinlashish ketma-ketligi

$$x_n=\varphi 1(x_{n-1},y_{n-1})$$
$$y_n=\varphi 2(x_{n-1},y_{n-1}) \qquad (3.4)$$

yaqinlashuvchi bo‘ladi va (ξ, η) ildizga intiladi.

3.4-Masala. $\quad Sin(x-0.6)-y=1.6$

$$3x-Cos(y)=0.3=0.9$$

Chiziqsiz tenglamalar tenglamalar sistemasini yechimini ketma-ket yaqinlashish (iteratsiya) usulida topamiz.

Echish. 1) Berilgan sistemani (2) ko‘rinishga keltiramiz:

$$y=\varphi 1(x,y)=Sin(x-0.6)-1.6$$
$$x=\varphi 2(x,y)=Cos(y)/3-0.3$$

Bu funksiyalar grafiklarining kesishish soxasini takriban topamiz:

$$D=\{0<x<0.3,\ -2.2<x<-1.8\}$$

$$x=\varphi 1(x,y)= Cos(y)/3=0.3$$
$$y=\varphi 2(x,y)=Sin(x-0.6)-1.6$$

bu funksiyalar uchun teorema shartlarini tekshiramiz:

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & : & 1 \\ 0 & 2 & -8 & : & 0 \\ 0 & 4 & 1 & : & 17 \end{pmatrix}$$

x=0.3 , y=-1.8 da

$$|\frac{\partial\varphi 1}{\partial x}|+|\frac{\partial\varphi 1}{\partial y}|\leq |Cos(x-0.6)|<Cos(0.3)=0.225<1$$

$$|\frac{\partial\varphi 2}{\partial x}|+|\frac{\partial\varphi 2}{\partial y}|\leq |-Sn(y)/3|<|-Sn(-1.8)/3|<1$$

Bundan

$$x_{n=1}=\varphi 1(x_{n-1},y_{n-1})= Cos(y_n)/3=0.3$$
$$y_{n=1}=\varphi 2(x_{n-1},y_{n-1})= Sin(x_n-0.6)-1.6$$

ketma-ketlik bilan ildizga yakinlahamiz:

x1=0.15, y1=-2
x2=0.1616, y2=-2.035
x3=0.1508, y3=-2.0245
x4=0.1538, y1=-2.0342
....

Bu ketma-ketlikdan yechimni quyidagicha olamiz:

x≈0.51 , y ≈ -2.034

O‘z-o‘zini tekshirish uchun savollar

1. yechim yetgan soxani aniqlash
2. Boshlanich shartni tanlash usulini tushintiring.
3. Iteratsiya usulining yaqinlashish shartini ayting.
4. Iteratsiya usulida boshlanich shartni tanlash usulini tushintiring.
5. Kesmani ikkiga bulish usuli va uning yaqinlashish shartini ayting.
6. Tenglamalarni taqribiy hisoblashda ketma-ket yaqinlashish (iteratsiya) shartlari.
7. Iteratsiya usulni qo‘llashda x=φ(x) tenglamadagi φ(x) uchun kuyilgan shartlar.
8. Iteratsiya usulni qo‘llashda x=φ(x) tenglamadagi φ‘(x) uchun kuyilgan shartlar.
9. Ketma-ket yaqinlashish (iteratsiya) usulida boshlanich yaqinlashish qiymatini tanlash koidasi.
10. Kesmani ikkiga bo‘lish usuli va uni qullashdagi haqida shartlar.

7-Ma’ruza: CHIZIQLI TENGLAMALAR SISTEMASI

Reja:

1. Asosiy tushunchalar .
2. Chiziqli tenglamalar sistemasi yechimini Gaus usulida topish.

Tayanch iboralar :

Tenglama, chiziqli tenglama, tenglamalar sistemasi, Gauss usuli, matritsa, diterminant, noma’lum, yetakchi element, yetakchi tenglama.

Chiziqli algebraik tenglamalar sistemasini yechish.

Asosiy tushunchalar

Aytaylik bizga n ta noma’lumli n ta chiziqli tenglamalar sistemasi berilgan bulsin.

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + ... + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + ... + a_{2n}x_n = b_1 \\ .... \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + ... + a_{nn}x_n = b_n \end{cases} \quad (1.1) \qquad (4.1)$$

Bu chiziqli tenglamalar sistemasini nomaxlumlar koefitsiyentlaridan xamda

$$A = (a_{ij}) = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & ... & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & ... & a_{2n} \\ .. & .. & .. & .. \\ a_{n1} & a_{n2} & ... & a_{nn} \end{pmatrix} \qquad (4.2)$$

ozod xadlari va noma’lumlardan tuzilgan

$$b = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{pmatrix}, \quad x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{pmatrix} \qquad (4.3)$$

matritsalarga asosan quyidagigi ko‘rinishda yozamiz

$$A \cdot X = b$$

Agar A maxsus matritsa bo‘lsa ya’ni uning asosiy determinanti

$$\det A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix} \neq 0 \qquad (4.4)$$

bo‘lsa (4.1) sistema yagona yechimga ega bo‘ladi. Chiziqli tenglamalar sistemasini yechish uchun tadbik kilinadigan usullarni ikkita guruxga bulamiz aniq va taqribiy yechimlardan iborat bo‘ladi. Aniq yechish usullarida hisoblashlar yaxlitlashlarsiz bajarilgani bilan natijada yechimlar sistemasi kursatilgan aniqlik bilan topiladi. Bu usullardan aniq qiymatlarni topish cheksiz bajariladigan jarayenlarga olib kelishi mumkin.

Chiziqli tenglamalar sistemasi yechimini Gauss usulida topish

Chiziqli algebraik tenglamalar sistemasini yechishda keng tarkalgan Gausc usulidan foydalanamiz.

Bu metodning moxiyati shundan iboratki, nomaxlumlarni ketma – ket yo‘qotish yuli bilan berilgan sistema uziga ekvivalent bo‘lgan pogonali (yoki xususan, uch burchakli) sistemaga aylanadi. Bu EXM xotirasidan samarali ravishda foydalanishga imkon beradi . SHuning uchun bu usul yordamida tartibi ikki marta katta bo‘lgan sistemani yechish mumkin.

Ushbu

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 = a_{12}x_2 = a_{13}x_3 = \dots = \quad & a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{22}x_2 = a_{23}x_3 = \dots = \; & a_{2n}x_n = b_2 \\ \dots \quad \dots \quad & \dots \\ a_{kk}x_k = \dots = \; & a_{kn}x_n = b_k \end{aligned} \qquad (4.5)$$

ko‘rinishdagi chiziqli tenglamalar sistemasi ***pog‘anali sistema*** deyiladi.

bu yerda $k \leq n$, $aij \neq 0$, $i=1, 2, \dots, k$.

Agar k=n bo‘lsa, u holda (4.5) sistema *uch burchakli* deyiladi.

Noma’lumlarni ketma – ket yo‘qotish odatda sistemani elementar almashtirishlar yordamida amalga oshiriladi, bu almashtirishlarga quyidagigilar kiradi:

1) istalgan ikkita tenglamaning urnini almashtirish
2) tenglamalarda birining har ikkala kismini noldan farkli istalgan songa kupaytirish
3) bir tenglamaning har ikkala kismiga ikkinchi tenglamaning istalgansonga kupaytirilgan mos kismlarini kushish.

Elementar almashtirishlar berilgan tenglamalar sistemasini unga ekvivalent sistemaga utkazishini isbotlash mumkin.

Oddiyligi uchun quyidagigi chiziqli tenglamalar sistemasini kuramiz.

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + \; a_{12}x_2 + \; a_{13}x_3 + \; a_{14}x_4 = a_{15} \\ a_{21}x_1 + \; a_{22}x_2 + \; a_{23}x_3 + \; a_{24}x_4 = a_{25} \\ a_{31}x_1 + \; a_{32}x_2 + \; a_{33}x_3 + \; a_{34}x_4 = a_{35} \\ a_{41}x_1 + \; a_{42}x_2 + \; a_{43}x_3 + \; a_{44}x_4 = a_{45} \end{cases}$$

Aytaylik berilgan sistemada $a_{11} \neq 0$ (etakchi element) bulsin, aks holda tenglamalarning o‘rinlarini almashtirib, x_1 oldidan koeffitsiyenti noldan farkli bo‘lgan tenglamani birinchi uringa kuchiramiz.

Sistemalarni birinchi tenglamaning barcha koeffitsiyentlarini a_{11} ga bo‘lib,

$$x_1=b_{12}x_2=b_{13}x_3=b_{14}x_4=b_{15} \qquad (4.6)$$

tenglamani hosil qilamiz, bu yerda.

$$b_{ij} = \frac{a_{ij}}{a_{11}}, (j = 2,3,4,5)$$

Bu topilgan (4.6) tenglamadan foydalanib, (4.1) sistemaning kolgan tenglamalaridagi $x_1$ni yuqotish mumkin. Buning uchun (4.2) tenglamani ketma-ket a_{21}, a_{31} va a_{41}larga kupaytirib, mos ravishda sistemaning ikkinchi, uchinchi va turtinchi tenglamalaridan ayiramiz.

Natijada quyidagigi uchta tenglamalar sistemasini hosil qilamiz.

$$\begin{cases} a_{22}^{(1)}x_2 + a_{23}^{(1)}x_3 + a_{24}^{(1)}x_4 = a_{25}^{(1)} \\ a_{32}^{(1)}x_2 + a_{33}^{(1)}x_3 + a_{34}^{(1)}x_4 = a_{35}^{(1)} \\ a_{42}^{(1)}x_2 + a_{43}^{(1)}x_3 + a_{44}^{(1)}x_4 = a_{45}^{(1)} \end{cases} \qquad (4.7)$$

bu sistemadagi $a_{ij}^{(1)}$ koeffitsentlar

$$a_{ij}^{(1)} = a_{ij} - a_{i1}b_{1j} \text{ (i=2,3,4; j=2,3,4,5)} \qquad (4.8)$$

formula yordamida hisoblanadi. Endi (4.7) sistemaning birinchi tenglamasini a^1_{22} ga bo‘lib,

$$x_2 + b_{23}^{(1)}x_3 + b_{24}^{(1)}x_4 = b_{25}^{(1)} \qquad (4.9)$$

tenglamani hosil qilamiz, bu yerda

$$b_{2j}^{(1)} = \frac{a_{2j}^{(1)}}{a_{22}}, \qquad (j = 3,4,5)$$

(4.9) tenglama yordamida (4.3) sistemaning keyingi tenglamalaridan x_2 ni , yuqoridagidek koida asosida, yuqotamiz va quyidagigi tenglamalar sistemasini topamiz:

$$\begin{cases} a_{33}^{(2)}x_3 + a_{34}^{(2)}x_4 = a_{35}^{(2)} \\ a_{43}^{(2)}x_3 + a_{44}^{(2)}x_4 = a_{35}^{(2)} \end{cases} \qquad (4.10)$$

bu yerda

$$a_{ij}^{(2)} = a_{ij}^{(1)} - a_{i2}^{(1)}b_{2j}^{(1)} \qquad (i = 3,4; \quad j = 3,4,5) \qquad (4.11)$$

(4.10) sistemaning birinchi tenglamasini $a_{33}^{(2)}$ ga bo‘lib,

$$x_3 + b_{34}^{(2)}x_4 = b_{35}^{(2)} \qquad (4.12)$$

tenglamani hosil qilamiz, bu yerda

$$b_{3j}^{(2)} = \frac{a_{3j}^{(2)}}{a_{33}^{(2)}}, \qquad (j = 4,5)$$

Bu (4.12) tenglama yordamida (4.10) sistemaning ikkinchi tenglamasidan x_3 ni yo‘qotamiz. Natijada

$$a_{44}^{(3)}x_4 = a_{45}^{(3)}$$

tenglamani hosil qilamiz, bu yerda

$$a_{4j}^{(3)} = a_{4j}^{(2)} - a_{43}^{(2)} b_{3j}^{(2)} \qquad (j = 4,5) \qquad (4.13)$$

SHunday qilib biz (4.1) tenglamalar sistemasini unga ekvivalent bo‘lgan uchburchakli matritsaga ega bo‘lgan, quyidagigi chiziqli tenglamalar sistemasiga olib kelamiz:

$$\left.\begin{array}{ccccccccc} x_1 & + & b_{12}x_2 & + & b_{13}x_3 & + & b_{14}x_4 & = & b_{25} \\ & & x2 & + & b_{23}^{(1)}x_3 & + & b_{24}^{(1)}x_4 & = & b_{25}^{(1)} \\ & & & & x_3 & + & b_{34}^{(2)}x_4 & = & b_{35}^{(2)} \\ & & & & & & a_{44}^{(3)}x_4 & = & b_{45}^{(3)} \end{array}\right\} \qquad (4.14)$$

Bu (4.14) sistemadan foydalanib, ketma -ket quyidagigilarni topamiz:

$$\begin{cases} x_4 = \dfrac{a_{45}^{(3)}}{a_{44}^{(3)}} \\ x_3 = b_{35}^{(2)} - b_{34}^{(2)}x_4 \\ x_2 = b_{25}^{(1)} - b_{24}^{(1)}x_4 - b_{23}^{(1)}x_3 \\ x_1 = b_{15} - b_{14}x_4 - b_{13}x_3 - b_{12}x_2 \end{cases} \qquad (4.15)$$

Demak , sistemaning yechimini topish 2 kismdan iborat bular ekan:

To‘g‘ri yurish- (4.1) sistemani uchburchakli (4.14) sistemaga keltirish.

Teskari yurish- (4.15) formulalar yordamida nomaolumlarni topish.

Gauss usuli bilan n ta noma’lum chiziqli algebraik tenglamalar sistemasini yechish uchun bajariladigan arifmetik amallarning miqdori quyidagigidan iborat:

$(n^3=3n^2-n)/3$ ta kupaytirish va bulish,

$(2n^3=3n^2-5n)/6$ ta kushish bo‘ladi.

Xususan:

n=2 da $(2^3=3*2^2-2)/3=6$ kupaytirish va bulish

$(2*2^3=3*2^2-5*2)/6=3$ kushish,

n=3 da $(3^3=3*3^2-3)/3=17$ kupaytirish va bulish

$(2*3^3=3*3^2-5*3)/6=11$ kushish bo‘ladi.

7**.1-masala.** Gauss usuli bilan quyidagigi chiziqli tenglamalar sistemasini yeching.

$$\begin{cases} 2.0x_1 + 1.0x_2 - 0.1x_3 + 1.0x_4 = 2.7 \\ 0.4x_1 + 0.5x_2 + 4.0x_3 - 8.5x_4 = 21.9 \\ .03x_1 - 1.0x_2 + 1.0x_3 + 5.2x_4 = -3.9 \\ 1.0x_1 + 0.2x_2 + 2.5x_3 - 1.0x_4 = 9.9 \end{cases} \qquad (4.16)$$

Yechish. 1) To‘g‘ri yurish.

Sistemadagi birinchi tenglamani $a_{11}=2$ ga bo‘lib, quyidagi tenglamani hosil qilamiz.

$x_1=0.5x_2-0.05x_3=0.5x_4=1.35$

bu yerda $b_{12}=0.5$, $b_{13}=-0.05$, $b_{14}=0.5$, $b_{15}=1.35$

(10.8)formulaga asosan $a_{ij}^{(1)}$ $(i = 2,3,4; \quad j = 2,3,4,5)$ koeffitsentlarni hisoblaymiz:

i=2 da

$$a_{22}^{(1)} = a_{22} - a_{21}b_{12} = 0.5 - 0.4\cdot 0.5 = 0.3$$
$$a_{23}^{(1)} = a_{23} - a_{21}b_{13} = 4 + 0.4\cdot 0.05 = 4.02$$
$$a_{24}^{(1)} = a_{24} - a_{21}b_{14} = -8.5 - 0.4\cdot 0.5 = -8.7$$
$$a_{25}^{(1)} = a_{25} - a_{21}b_{15} = 21.9 - 0.4\cdot 1.35 = 21.36$$

xuddi shuningdek qolgan koeffitsentlarni xam i=3,4 bo‘lganda hisoblab (4.16) tenglamalar sistemasini quyidagicha yozamiz.

$$\begin{cases} 0.3x_2 - 4.02x_3 - 8.7x_4 = 21.36 \\ -1.15x_2 + 1.015x_3 + 5.05x_4 = -4.305 \\ -0.3x_2 + 2.55x_3 - 1.5x_4 = 8.55 \end{cases}$$

Bu tenglamalar sistemasida birinchi tenglamani $a_{22}^{(1)} = 0.3$ ga bo‘lib,

$$x_2 + 13.40x_3 - 29.00x_4 = 71.2$$

tenglamani hosil qilamiz, bu yerda

$$b_{23}^{(1)} = 13.4, \quad b_{24}^{(1)} = -29, \quad b_{25}^{(1)} = 71.20$$

(4.11) formula asosida $a_{ij}^{(2)}$ $(i = 3,4;\ j = 3,4,5)$ koeffitsentlarni topamiz:

i=3 bo‘lganda

$$a_{33}^{(2)} = a_{33}^{(1)} - a_{32}^{(1)}b_{23}^{(1)} = 1.015 + 1.15\cdot 13.4 = 16.425$$
$$a_{34}^{(2)} = a_{34}^{(1)} - a_{32}^{(1)}b_{24}^{(1)} = 5.05 - 1.15\cdot 29.0 = -28.3$$
$$a_{35}^{(2)} = a_{35}^{(1)} - a_{32}^{(1)}b_{25}^{(1)} = -4.305 + 1.15\cdot 71.20 = 77.575$$

Xuddi shuningdek qolgan koeffitsentlarni xam i=4 bo‘lganda hisoblab quyidagigi sistemani tuzamiz:

$$\begin{cases} 16.425x_3 - 28.3x_4 = 77.575 \\ 6.57x_3 - 10.2x_4 = 29.91 \end{cases}$$

Bu sistemada birinchi tenglamani $a_{33}^{(2)} = 16.425$ ga bo‘lib,

$$x_3 - 1.72298x_4 = 4.72298$$

tenglamani topamiz, bu yerda

$$b_{34}^{(2)} = -1.72298, \quad b_{35}^{(2)} = 4.72298$$

(4.12) formulaga asosan $a_{4j}^{(3)}, (i = 4,5)$ koeffitsentlarni topamiz

$$a_{44}^{(3)} = a_{44}^{(2)} - a_{43}^{(2)}b_{34}^{(2)} = -10.2 + 6.57\cdot 1.72298 = 1.11998$$
$$a_{45}^{(3)} = a_{45}^{(2)} - a_{43}^{(2)}b_{35}^{(2)} = 29.91 - 6.17\cdot 4.72298 = -1.11998$$

va quyidagigi tenglamani hosil qilamiz

$$1.11998x_4 = -1.11998$$

SHunday qilib, natijada berilgan tenglamalar sistemasiga (ekvivalent) teng kuchli bo‘lgan tenglamalar sistemasini topamiz :

$$\begin{cases} x_1 + 0.5x_2 - 0.05x_3 + 0.5x_4 = 1.35 \\ \quad x_2 + 13.4x_3 - 2.9x_4 = 71.20 \\ \quad\quad x_3 - 1.72298x_4 = 4.72298 \\ \quad\quad\quad 1.11998x_4 = -1.11998 \end{cases} \qquad (4.17)$$

SHu bilan tugri yurish bo‘yicha ishlar tugadi.

2) Teskari yurish. (4.17) sistemadan ketma-ket nomalumlarni quyidagicha topamiz.

x_4=-1.00000

x_3=4.72298-1.72298=3.00000

x_2=71.2-13.4·3=29=2.00000

x_1=1.35-0.5·2=0.05·3=0.5=1.00000

Demak, x_1=1, x_2=2, x_3=3, x_4=-1

O‘z-o‘zini tekshirish uchun savollar

1. Chiziqli tenglama ta’rifini bering.
2. Qanday chiziqli tenglamalar sistemasi birgalikda deyiladi?
3. Chiziqli tenglamalar sistemasining tuzilishi va yozilishi.
4. Sistema yechimining yagonaligi.
5. Aniq va taqribiy yechimlar farki
6. Chiziqli tenglamalar sistemasini yechishning Gauss metodi nimalardan iborat?
7. Chiziqli tenglamalar sistemasini GAUSS usulida yechish.
8. yetakchi element va yetakchi tenglamaning vazifasi.
9. Noma’lumlarni ketma-ket yo‘qotishda yangi koeffitsentlarni aniqlash GAUSS usulida chiziqli tenglamalar sistemasinining yechimini topishda bajariladigan kupaytirish, bo‘lish va qo‘shish amallarining sonini aniqlash

8-Ma’ruza: CHIZIQLI TENGLAMALAR SISTEMASINI KENGAYTIRILGAN MATRITSA YORDAMIDA YECHISH

Reja:

1. Gauss usuli.
2. Jordano- Gauss usuli.

Tayanch iboralar

Gauss usuli, asosiy matritsa, kengaytirilgan matritsa, ekvivalent matritsalar, ozod xadlar Gauss usuli.

Chiziqli tenglamalar sistemasini Gauss **usuli** bilan amaliy xal kilishda nomaxlumlarni ketma-ket yo‘qotish bilan boglik bo‘lgan barcha almashtirishlarni chiziqli sistemaning uziga kullanmasdan, balki uning kengaytirilgan matritsasiga kullanish kulaydir. Bunda hosil bo‘lgan matritsalar ekvivalent matritsalar deyiladi va belgi bilan birlashtiriladi.

5.1**-masala**. Ushbu

x1-x2=2x3=1
5x1-3x2=2x3=5
x1=3x2=3x3=18

tenglamalar sistemasini Gauss metodi bilan yeching.

Ye**chish.** Ozod xadlar joylashgan ustunni tik (vertikal) chiziq bilan ajratib , berilgan sistemaning kengaytirilgan matritsasini yozib olamiz.

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2:1 \\ 5 & -3 & 2:5 \\ 1 & 3 & 3:18 \end{pmatrix}$$

Bu matritsaning ikkinchi va uchinchi satriga matritsaning mos ravishda (-5) va (-1) ga kupaytirgan birinchi sitrini kushib, quyidagigini hosil qilamiz:

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2:1 \\ 0 & 2 & -8:0 \\ 0 & 4 & 1:17 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2:1 \\ 0 & 1 & -4:0 \\ 0 & 4 & 1:17 \end{pmatrix}$$

So‘ngra matritsaning uchinchi satriga uning (-4) ga kupaytirilgan ikkinchi sitrini kushib , topamiz:

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2:1 \\ 0 & 1 & -4:0 \\ 0 & 0 & 17:17 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2:1 \\ 0 & 1 & -4:0 \\ 0 & 0 & 1:1 \end{pmatrix}$$

bundan $x_1=1$, $x_2=4$, $x_3=3$.

Jordano- Gauss usuli.

Chiziqli tenglamalar sistemalarini Gauss metodi bilan yechishda x_1 nomaxlum faqat i=1, i=2, …,n nomerli tenglamalardangina yo‘qotiladi. xi nomaxlumni 1,2, …, i-1 nomerli tenglamalardan xam yo‘qotishdan iborat bo‘lgan Gauss metodinig boshka shakli Gauss- Jordan metodi deyiladi.

5.2**- masala.** quyidagigi chiziqli tenglamalar sistemalarini Gauss – Jordan metodi bilan yeching:

$$\begin{cases} x1 - 5x2 \quad x3 + 3x4 = -5, \\ 2x1 + 3x2 + x3 - x4 = 4, \\ 3x1 - 2x2 + 3x3 + 4x4 = -1, \\ 5x1 + 3x2 + 2x3 + 2x4 = 0. \end{cases}$$

Echish. Berilgan sistemaning kengaytirilgan matritsasini yozib olamiz va satrlarini elementar almashtirib ,uni dioganal ko‘rinishga keltiramiz:

$$\begin{pmatrix} 1 & -5 & -1 & 3:-5 \\ 2 & 3 & 1 & -1:4 \\ 3 & -2 & 3 & 4:-1 \\ 5 & 3 & 2 & 2:0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & -5 & -1 & 3:-5 \\ 0 & 13 & 3 & -7:14 \\ 0 & 13 & 6 & -5:14 \\ 0 & 28 & 7 & -13:25 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2/13 & 4/13:5/13 \\ 0 & 1 & 3/13 & -7/13:14/13 \\ 0 & 0 & 3 & 2:0 \\ 0 & 0 & 7 & 27:-67 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 8/39:5/13 \\ 0 & 1 & 0 & -9/13:14/13 \\ 0 & 0 & 1 & 2/3:0 \\ 0 & 0 & 0 & 1:-3 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0:-1 \\ 0 & 1 & 0 & 0:-1 \\ 0 & 0 & 1 & 0:\ 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1:-3 \end{pmatrix}$$

bundan x_1=1, x_2=-1, x_3=2, x_4=-3.

Elementar almashtirishlarni bajargandan sung karalayotgan sistemada chap kisminingt barcha koeffitsentlari 0 ga teng bo‘lgan tenglama paydo bo‘lib kolishi mumkin . Agar bu tenglamaningt ozod xadi xam 0 ga teng bo‘lsa , u holda tenglamani nomaxlumning istalgan qiymatlari kanoatlantiradi, shuning uchun bu tenglamani tashlab yuborib , biz dastlabki sistemaga ekvivalent bo‘lgan sistemani hosil qilamiz . Agarda bu tenglamaning ozod xadi 0 dan farkli bo‘lsa, u holda nomaxlumlarningxech kanday qiymatlari tenglamani kanoatlantirmaydi, shuning uchun xam biz hosil kilgan tenglaamalar sistemasi , shuningdek dastlabki sistema xam birgalikda bulmaydi.

5.3-**masala.** Tenglama sistemasini yeching:

$$\begin{cases} x1 - 2x2 + x3 = -2 \\ 2x1 - x2 + 4x3 = 3 \\ x1 - 2x2 + 2x3 = 0 \\ 5x1 - 7x2 + 8x3 = 0 \end{cases}$$

Yechish. Sistemaning kengaytirilgan matritsasini yozib olamiz va uni almashtiramiz:

$$\left\| \begin{matrix} 1 & -2 & 1 & : & -2 \\ 2 & -1 & 4 & : & 3 \\ 1 & -2 & 2 & : & 0 \\ 5 & -7 & 8 & : & -1 \end{matrix} \right\| \Rightarrow \left\| \begin{matrix} 1 & -2 & 1 & : & -2 \\ 0 & 3 & 2 & : & 7 \\ 0 & 0 & 1 & : & 2 \\ 0 & 3 & 3 & : & 9 \end{matrix} \right\|$$

Turtinchi satrni 3 ga bo‘lib va uni ikkinchi satr bilan urnini almashtirib , quyidagigini hosil qilamiz:

$$\left\| \begin{matrix} 1 & -2 & 1 & :-2 \\ 0 & 1 & 1 & :3 \\ 0 & 0 & 1 & :2 \\ 0 & 3 & 2 & :7 \end{matrix} \right\| \Rightarrow \left\| \begin{matrix} 1 & -2 & 0 & :-4 \\ 0 & 1 & 0 & :1 \\ 0 & 0 & 1 & :2 \\ 0 & 0 & -1 & :-2 \end{matrix} \right\| \Rightarrow \left\| \begin{matrix} 1 & 0 & 0 & :-2 \\ 0 & 1 & 0 & :1 \\ 0 & 0 & 1 & :2 \\ 0 & 0 & 0 & :0 \end{matrix} \right\| \Rightarrow \left\| \begin{matrix} 1 & 0 & 0 & :-2 \\ 0 & 1 & 0 & :1 \\ 0 & 0 & 1 & :2 \end{matrix} \right\|$$

bu yerdan x1=-2, x2=1, x3=2.

6**.4- masala.** Tenglamalar sistemasini yeching:

$$\begin{cases} x1 + x2 - 3x3 = -1 \\ 2x1 + x2 - 2x3 = 1 \\ x1 + x2 + x3 = 3 \\ x1 + 2x2 - 3x3 = 1 \end{cases}$$

Yechish . Sistemaning kengaytirilgan matritsasini almashtiramiz:

$$\begin{Vmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{-3} & \mathbf{:-1} \\ 2 & 1 & -2 & :1 \\ 1 & 1 & 1 & :3 \\ 1 & 2 & -3 & :1 \end{Vmatrix} \Rightarrow \begin{Vmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{-3} & \mathbf{:-1} \\ 0 & -1 & 4 & :3 \\ 0 & 0 & 4 & :4 \\ 0 & 1 & 0 & :2 \end{Vmatrix} \Rightarrow \begin{Vmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{-3} & \mathbf{:-1} \\ 0 & 1 & -4 & :-3 \\ 0 & 0 & 1 & :1 \\ 0 & 0 & 4 & :5 \end{Vmatrix} \Rightarrow \begin{Vmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{:1} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{:1} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{:1} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{:1} \end{Vmatrix}$$

bu yerdan berilgan sistemaning birgalikda emasligi kelib chikadi.

O‘z- o‘zini tekshirish uchun savollar.

1. Qanday chiziqli tenlamalar sistemasi birgalikda deyiladi?
2. Chiziqli tenglamalar sistemasini yechishning Gauss metodi nimalardan iborat?
3. Chiziqli tenglamalar sistemasining kengaytirilgan matritsasi nima?
4. Chiziqli tenglamalar sistemasi rangi deb nimaga aytiladi?
5. Chiziqli tenglamalar sistemasining kengaytirilgan matritsasiga larini Gauss usuliniqo‘llash
6. Chiziqli tenglamalar sistemasining kengaytirilgan matritsasiga larini Jordan-Gauss usuliniqo‘llash

9-Ma’ruza: CHIZIQLI TENGLAMALAR SISTEMASINI ITERATSIYA USULIDA YECHISH

Reja:

1. **Sodda iteratsiya usuli.**
2. **Iteratsiya usulining yaqinlashish shartlari.**
3. **Iteratsiya usulining Gauss usulidan farki.**
4. **Gauss - Zeydelning iteratsiya usuli.**

Tayanch iboralar:

Sodda iteratsiya, Zeydelning iteratsiya usuli yaqinlashish, yaqinlashish sharti, boshlangich yaqinlashish, taqribiy yechim, aniq yechim, yaqinlashish tyozligi

Sodda iteratsiya usuli.

Aytaylik bizga

$$A\vec{x} = \vec{b} \qquad (1)$$

ko‘rinishdagi chiziqli tenglamalar sistemasi berilgan bulsin, bu chiziqli tenglamalar sistemasini biror usul bilan $\vec{x} = C\vec{x} + \vec{f}$ ko‘rinishga keltiramiz.

Bu yerda S-matritsa, $\vec{f}$ - ustun vektor.

Ixtiyeriy boshlanich

$$\vec{x}^{o} = \begin{pmatrix} x_1^{(0)} \\ x_2^{(0)} \\ \dots \\ x_n^{(0)} \end{pmatrix}$$

vektordan foydalanib quyidagigi iteratsiya jarayonini tuzamiz:

$$\vec{x}^{(k+1)} = C\vec{x}^{(k)} + \vec{f} \qquad (k = 0,1,2,\dots)$$

yoki buning yoyilmasi

$$\left.\begin{array}{l} x_1^{(k+1)} = c_{11}x_1^{(k)} + c_{12}x_2^{(k)} + \ldots + c_{1n}x_n^{(k)} + f_1 \\ x_2^{(k+1)} = c_{21}x_1^{(k)} + c_{22}x_2^{(k)} + \ldots + c_{2n}x_n^{(k)} + f_2 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ x_n^{(k+1)} = c_{n1}x_1^{(k)} + c_{n2}x_2^{(k)} + \ldots + c_{nn}x_n^{(k)} + f_n \end{array}\right\} \qquad (2)$$

Bu jarayonni bajarganimizda quyidagigi vektorlar ketma-ketligini topamiz:

$$\vec{x}_1^{(1)}, \vec{x}_1^{(2)} \ldots, \vec{x}_1^{(n)}$$

9.2 Iteratsiya usulining yaqinlashish shartlari.

Fundamental adabiyotlarda bu jarayon ixtiyoriy $\vec{x}_1^{(0)}$ boshlangich vektorda yagona aniq yechimga ega bulishi uchun s matritsa elementlari

$$\sum_{j=1}^{n} \left| c_{ij} \right| \le \alpha < 1, \qquad (i = 1,2,\ldots,n) \qquad (3)$$

yoki

$$\sum_{j=1}^{n} \left| c_{ij} \right| \le \beta < 1, \qquad (i = 1,2,\ldots,n) \qquad (4)$$

shartlardan birortasini kanoatlantirganligi isbotlangan. Sistemaning aniq yechimi cheksiz davom etadigan jarayon natijasida topiladi, yuqoridagi ketma-ketlik natijasida topilgan $\vec{x}^{(k)}$ vektor taqribiy yechimni ifodalaydi. $\vec{x}^{(k)}$ taqribiy yechim xatoligani quyidagigi formulalardan biri yerdamida baxolaymiz:

$$\left| x_i - x_i^{(k)} \right| \le \frac{\alpha}{1-\alpha} \max_{j=1,2,\ldots,n} \left| x_j^{(k)} - x_j^{(k-1)} \right| \qquad (5)$$

agar (5) shart bajarilsa yoki

$$\left| x_i - x_i^{(k)} \right| \le \frac{\beta}{1-\beta} \sum_{j=1}^{n} \left| x_j^{(k)} - x_j^{(k-1)} \right| \qquad (6)$$

agar (6) shart bajarilsa, bu baxolashlarni yanada quyidagicha kuchaytirish mumkin:

$$\max \left| x_i - x_i^{(k)} \right| \le \frac{\alpha}{1-\alpha} \max \left| x_i^{(k)} - x_i^{(k-1)} \right| \qquad (7)$$

yoki

$$\sum_{i=1}^{n} \left| x_i - x_i^{(k)} \right| \le \frac{\beta}{1-\beta} \sum_{j=1}^{n} \left| x_i^{(k)} - x_i^{(k-1)} \right| \qquad (8)$$

yuqoridagi baxolashlar yukoatilgan aniqlikka erishilganligini bildirishi bilan jarayonni tuxtatamiz. Boshlanich vektor $\vec{x}_1^{(0)}$ umuman ixtiyeriy tanlanishi mumkin. Baxzan uni $a_{4j}^{(3)}, (i = 4{,}5)$ kabi tanlaniladi.

(1) sistemani (2) ga keltirishning har xil usullari bulishi mumkin. Asosan (3) yoki (4) shartlardan birining bajarilishi axamiyatlidir.

quyidagi yuqorida aytilgan usullarning ikkitasini kuramiz.

Birinchi usul. Berilgan (1) sistemadagi A matritsaning dioganal elementlari noldan farkli bo‘lsa, yaxni

$$a_{ii} \neq 0 \quad (i=1,2,\ldots,n)$$

(1) sistemani quyidagigi ko'rinishda yozamiz:

$$\left.\begin{aligned} x_1 &= \frac{1}{a_{11}}(b_1 - a_{12}x - \ldots - a_{1n}x_n) \\ x_2 &= \frac{1}{a_{22}}(b_2 - a_{21}x_1 - a_{22}x_2 - \ldots - a_{2n}x_n) \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ x_n &= \frac{1}{a_{nn}}(b_n - a_{n1}x_1 - a_{n2}x_2 - \ldots - a_{nn-1}x_{n-1}) \end{aligned}\right\} \quad (9)$$

Bu holda S matritsaning elementlari $S_{ij}=-a_{ij}/a_{ii}$ ($i\neq j$), $c_{ii}=0$ kabi aniqlab (3) va (4) shartlarni quyidagicha yozamiz:

$$\sum_{i=1}^{n}\left|\frac{a_{ij}}{a_{ii}}\right| \le \alpha < 1 \qquad (i=1,2,...,n) \qquad (10)$$

$$\sum_{i=1}^{n}\left|\frac{a_{ij}}{a_{ii}}\right| \le \beta < 1 \qquad (i=1,2,\ldots,n) \qquad (11)$$

A matritsa dioganal elementlari

$$|a_{ii}| > \sum_{j=i}|a_{ij}| \qquad (i=1,2,...,n) \qquad (12)$$

shartni kanoatlantirganda (10), (11) shartlar bajariladi.

9.3. Iteratsiya usulining Gauss usulidan farki

Ikkinchi usul. Bu usulni 1- misol yerdamida tushuntiramiz.
Umuman olganda aosiy matritsasi maxsus bulmagan chiziqli tenglamalar sistemasini yechish uchun aniqlanuvchi iteratsiya usuli mavjud bo'ladi. Lekin bu usullarini amaliy hisoblashda doim kullab bulmaydi.

Agar iteratsiya usuli aniqlovchi bo'lsa, u oldingi usullarga karaganda quyidagigi afzalliklarga ega ekanligini kurishimiz mumkin:

1) Agar iteratsiya yetarlicha tyoz ya=inlashsa, yaxni sistemani yechimi uchun n dan kam iteratsiya kerak bo'lsa, bu holda vaktdan yutamiz, chunki bitta iteratsiya uchun zarur bo'lgan arifmetik amallari soni n^2 ga proporsional bo'ladi. Gauss usulada esa bu arifmetik amallar n^3 ga proporsional bo'ladi.

2) Iteratsiya usulida yaxlitlash xatoligi Gauss usulidan kam bo'ladi. Bunlan tashkari iteratsiya usuli o'z-o'zini tugrilovchi bo'lib, hisoblashdagi baxzi xatolar natijaga tasir kilmaydi. CHunki har bir xatolikdagi yaqinlashishni yangi boshlanich vektor deb karash mumkin.

3) Iteratsiya usuli bilan maxlum sondagi koefitsiyentlari nolga teng bo'lgan sistemalarni yechish kulay bo'ladi.

4) Iteratsiya jarayonini EXM uchun programmalashtirish juda kulay.

1- misol. Oddiy iteratsiya usuli bilan quyidagigi chiziqli tenglamalar sistemasini yeching.

$$\left.\begin{aligned} 20.91x_1 + 1.2x_2 + 2.1x_3 + 0.9x_4 &= 21.70 \\ 1.2x_1 + 21.2x_2 + 1.5x_3 + 2.5x_4 &= 27.46 \\ 2.1x_1 + 1.5x_2 + 19.8x_3 + 1.3x_4 &= 28.76 \\ 0.9x_1 + 2.5x_2 + 1.3x_3 + 32.1x_4 &= 49.72 \end{aligned}\right\} \quad (9)$$

Yechish. Berilgan (13) sistemani (9) kabi ko'rinishga keltiramiz:

$$x_1 = \frac{1}{20.9}(21.7 - 1.2x_2 - 2.1x_3 - 0.9x_4)$$
$$x_2 = \frac{1}{21.2}(27.46 - 1.2x_2 - 1.5x_3 - 2.5x_4)$$
$$x_3 = \frac{1}{19.8}(28.76 - 2.1x_1 - 1.5x_2 - 1.3x_4)$$
$$x_4 = \frac{1}{32.1}(49.72 - 0.9x_1 - 2.5x_2 - 1.3x_3)$$

hosil bo‘lgan sistemaning koeffitsentlari (10) shartni kanoatlantirishini tekshiramiz.

$$\sum_{j=1}^{4}\left|C_{1j}\right| \approx 0.20 < 1, \qquad \sum_{j=1}^{4}\left|C_{2j}\right| \approx 0.24 < 1,$$
$$\sum_{j=1}^{4}\left|C_{3j}\right| \approx 0.25 < 1, \qquad \sum_{j=1}^{4}\left|C_{4j}\right| \approx 0.15 < 1,$$

Kuramizni iteratsiya jarayoni ya=inlashuvchi bular ekan. Bu holda $\alpha = 0.25$ chunki baxolash (10) formula bilan bajarilishi mumkin, bunda $\frac{\alpha}{1-\alpha} = \frac{1}{3}$ bo‘ladi. Sistemaning ozod xadlarini boshlanich $\vec{x}^{(0)}$ vektor elementlari uchun kabul qilamiz, yaxni

$$\vec{x}^{(0)} = \begin{pmatrix} 1,04 \\ 1,03 \\ 1,45 \\ 1,55 \end{pmatrix}$$

Hisoblash jarayonini

$$\left|x_i^{(k)} - x_i^{(k-1)}\right| \le 0.001, \qquad (i = 1,2,3,4)$$

shart bajarilguncha davom ettiramiz.

Hisoblashni ketma-ket bajaramiz:

K=1 da

$$x_1^{(1)} = \frac{1}{20.9}(21.7 - 1.56 - 3.045 - 1.395) = 0.75$$
$$x_2^{(1)} = \frac{1}{21.2}(27.46 - 1.248 - 2.175 - 3.875) = 0.95$$
$$x_3^{(1)} = \frac{1}{19.8}(28.76 - 2.184 - 1.95 - 2.015) = 1.14$$
$$x_4^{(1)} = \frac{1}{32.1}(49.72 - 0.936 - 3.25 - 1.885) = 1.36$$

K=2 bo‘lganda

$$x_1^{(2)} = \frac{16.942}{20.9} = 0.8106, \qquad x_3^{(2)} = \frac{23.992}{19.8} = 1.2117$$
$$x_2^{(2)} = \frac{21.450}{21.2} = 10118, \qquad x_4^{(2)} = \frac{45.1888}{32.1} = 1.4077$$

K=3 bo‘lganda

$$x_1^{(3)} = \frac{16.67434}{20.9} = 0.7978, \qquad x_3^{(3)} = \frac{23.71003}{19.8} = 1.1975$$

$$x_2^{(3)} = \frac{21.1503}{21.2} = 0.9977, \qquad x_4^{(3)} = \frac{44.88575}{32.1} = 1.3983$$

K=4 bo‘lganda

$$x_1^{(4)} = \frac{16.7295}{20.9} = 0.8104, \qquad x_3^{(4)} = \frac{23.7703}{19.8} = 1.2005$$

$$x_2^{(4)} = \frac{21.2106}{21.2} = 1.0005, \qquad x_4^{(4)} = \frac{44.9510}{32.1} = 1.4003$$

K=3 va K=4 bo‘lgandagi $x_i^{(k)}$ larning qiymatlarining ayirmalarini hisoblaymiz:

$$\left|x_1^{(3)} - x_1^{(4)}\right| = 0.0026, \qquad \left|x_3^{(3)} - x_3^{(4)}\right| = 0.0030$$

$$\left|x_2^{(3)} - x_2^{(4)}\right| = 0.0028, \qquad \left|x_4^{(3)} - x_4^{(4)}\right| = 0.0020$$

bu ayirmalar berilgan ye=10^{-3} sondan katta bo‘lganligi uchun iteratsiya jarayonini davom ettiramiz.
K=5 bo‘lganda

$$x_1^{(5)} = \frac{16.71809}{20.9} = 0.7999, \qquad x_3^{(5)} = \frac{23.7582}{19.8} = 1.1999$$

$$x_2^{(5)} = \frac{21.19802}{21.2} = 0.9999, \qquad x_4^{(5)} = \frac{44.93774}{32.1} = 1.3999$$

K=4 va K=5 bo‘lgandagi $x_i^{(k)}$ ni ayirmalarini hisoblayemiz:

$$\left|x_1^{(4)} - x_1^{(5)}\right| = 0.0005, \qquad \left|x_3^{(4)} - x_3^{(5)}\right| = 0.0006$$

$$\left|x_2^{(4)} - x_2^{(5)}\right| = 0.0006, \qquad \left|x_4^{(4)} - x_4^{(5)}\right| = 0.0004$$

bu ayirmalar berilgan ye=10^{-3} sonidan kichik bo‘lganligi uchun, sistemaning yechimi sifatida

x_1=0.7999, x_2=0.9999, x_3=1.1999, x_4=1.3999

2 - misol. quyidagigi tenglamalar sistemasini uch marta iteratsiya utkazish usul bilan yeching.

$$\left.\begin{aligned} 0.02x_1 - 0.05x_2 - 0.10x_3 &= -0.795 \\ -0.11x_1 + 0.03x_2 - 0.05x_3 &= 0.849 \\ -0.11x_1 - 0.12x_2 + 0.04x_3 &= 1.398 \end{aligned}\right\} \quad (14)$$

Echish. Birinchi sistemaning matritsasi dioganal elementlari birga yakin bo‘lib, kolganlari birdan kichik. Iteratsiya usulini kullab yechish uchun (14) sistemani quyidagigi ko‘rinishga keltiramiz:

$$\left.\begin{aligned} x_1 &= 0.795 - 0.02x_1 + 0.05x_2 + 0.1x_3 \\ x_2 &= 0.849 + 0.11x_1 + 0.03x_2 + 0.05x_3 \\ x_3 &= 1.398 + 0.11x_1 + 0.12x_2 - 0.04x_3 \end{aligned}\right\}$$

Bu hosil bo‘lgan sistema uchun (4) yaqinlashish shartini tekshiramiz:

$$\sum_{\hat{\imath}=1}^{3} \left|c_{1j}\right| \text{=0.02=0.05=0.10<1}$$

$$\sum_{\hat{\imath}=1}^{3} \left|c_{2j}\right| \text{=0.11=0.05=0.03=0.19<1}$$

$$\sum_{\hat{\imath}=1}^{3} \left|c_{3j}\right| \text{=0.11=0.12=0.04=0.27<1}$$

Demak hosil bo‘lgan sistemaga kullaniladigan iteratsiya yaqinlashuvchi bular ekan.

Boshlanich $\vec{x}^{\,0}$ vektorning elementlari sifatida ozod hadlarni verguldan sung ikki xonagacha aniqlash bilan quyidagicha tanlaymiz:

$$\vec{x}^{\,0} = \begin{pmatrix} 0.80 \\ 0.85 \\ 1.40 \end{pmatrix}$$

Endi hosil bo‘lgan sistemaga iteratsiya usulini qo‘llash bilan yechimni ketma-ket quyidagicha topamiz:

K=1 bo‘lganda

$$x_1^{(1)} = 0.795\text{-}0.015 = 0.0425 = 0.140 = 0.9615$$

$$x_2^{(1)} = 0.849 = 0.088\text{-}0.0255 = 0.070 = 0.9815$$

$$x_3^{(1)} = 1.398 = 0.088 = 0.1020\text{-}0.056 = 1.532$$

K=2 bo‘lganda

$$x_1^{(2)} \approx 0.978,\ x_2^{(2)} \approx 1.002,\ x_3^{(2)} \approx 1.560$$

K=3 bo‘lganda

$$x_1^{(3)} \approx 0.980,\ x_2^{(3)} \approx 1.004,\ x_3^{(3)} \approx 1.563$$

K=2 va K=3 bo‘lganda yechish qiymatlarining farki $3*10^{-3}$ dan katta emas, shuning uchun yechimning taqribiy qiymatlarini quyidagicha olamiz:

$$x_1 \approx 0.980,\ x_2 \approx 1.004,\ x_3 \approx 1.563$$

Gauss - Zeydelning iteratsiya usuli.

quyidagigi tenglamalar sistemasini Gayss-Zeydel usulida yechamiz.

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + a_{14}x_4 = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + a_{24}x_4 = b_2 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 + a_{34}x_4 = b_3 \\ a_{41}x_1 + a_{42}x_2 + a_{43}x_3 + a_{44}x_4 = b_4 \end{cases} \qquad (15)$$

Aytaylik $a_{ii} \neq 0$ i=1,2,3,4 bo‘lsin. Berilgan sistemani quyidagigi ko‘rinishga keltiramiz:

$$\begin{cases} x_1 = (b_1 - a_{12}x_2 - a_{13}x_3 - a_{14}x_4)/a_{11} \\ x_2 = (b_2 - a_{22}x_2 - a_{23}x_3 - a_{24}x_4)/a_{22} \\ x_3 = (b_3 - a_{32}x_2 - a_{33}x_3 - a_{34}x_4)/a_{33} \\ x_4 = (b_4 - a_{42}x_2 - a_{43}x_3 - a_{44}x_4)/a_{44} \end{cases} \qquad (16)$$

Bu sistemani yechimini topish uchun birorta birinchi yaqinlashish

$$x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, x_3^{(0)}, x_4^{(0)}$$

larni olamiz. Bu birinchi yaqinlashish asosida (15) tenglamaning birinchi tenglamasidan

$$x_1^{(1)} = (b_2 - a_{12}x_2^{(0)} - a_{13}x_3^{(0)} - a_{14}x_4^{(0)})/a_{11}$$

ikkinchi tenglamasidan

$$x_2^{(1)} = (b_2 - a_{21}x_1^{(1)} - a_{23}x_3^{(0)} - a_{24}x_4^{(0)})/a_{22}$$

uchinchi tenglamasidan

$$x_3^{(1)} = (b_3 - a_{31}x_1^{(1)} - a_{32}x_2^{(1)} - a_{34}x_4^{(0)}) / a_{33}$$

To‘rtinchi tenglamasidan esa

$$x_4^{(1)} = (b_4 - a_{41}x_1^{(1)} - a_{42}x_2^{(1)} - a_{43}x_3^{(1)}) / a_{44}$$

ni hisoblab topamiz.

Xuddi shu yul bilan K -chi yaqinlashishni quyidagicha topamiz:

$$x_1^{(k)} = (b_1 - a_{12}x_2^{(k-1)} - a_{13}x_3^{(k-1)} - a_{14}x_4^{(k-1)}) / a_{11}$$
$$x_2^{(k)} = (b_2 - a_{21}x_1^{(k)} - a_{23}x_3^{(k-1)} - a_{24}x_4^{(k-1)}) / a_{22}$$
$$x_3^{(k)} = (b_3 - a_{31}x_1^{(k)} - a_{32}x_2^{(k)} - a_{34}x_4^{(k-1)}) / a_{33}$$
$$x_4^{(k)} = (b_4 - a_{41}x_1^{(k)} - a_{42}x_2^{(k)} - a_{34}x_{43}^{(k)}) / a_{44}$$

Umuman agar (15) tenglama urniga n nomaxlumli n chiziqli tenglamalar sistemasi berilgan bo‘lib, $a_{ii} \neq 0, i = \overline{1,n}$ bo‘lsa, u holda

$$x_i^{(k)} = (b_i - a_{i1}x_1^k - \ldots - a_{i,i-1}x_{i-1}^k - a_{i,i+1}x_{i+1}^{(k-1)} - \ldots - a_{i,n_{-1}}x_{n-1}^{(k-1)}) / a_{ii}$$

formula hosil bo‘ladi. Bunda birinchi yaqinlashish uchun $x_1^{(k)}$ ni olish mumkin.

Iteratsiya jarayeni

$$\max\left|x_i^{(k)} - x_i^{(k-1)}\right| < E$$

shartbajarilgincha davom etadi. (E>0 bo‘lganda).

Bu iteratsiya jarayenining yaqinlashish uchun yotarli bulish shartlaridan biri

$$\sum_{j=1, i \neq j} |a_{ij}| < |a_{ii}|, \qquad i = \overline{1,n}$$

bajarilishi kerak.

3-misol. quyidagigi chiziqli tenglamalar sistemasini Zeydel usulida yechish.

$$\begin{cases} 20.9x_1 + 1.2x_2 + 2.1x_3 + 0.9x_4 = 21.7 \\ 1.2x_1 + 21.9x_2 + 1.5x_3 + 2.5x_4 = 27.46 \\ 2.1x_1 + 1.5x_2 + 19.8x_3 + 1.3x_4 = 28.76 \\ 0.9x_1 + 2.5x_2 + 1.3x_3 + 32.1x_4 = 49.72 \end{cases}$$

Yechish. Bu tenglamalar sistemasini (15) ko‘rinishga keltiramiz.

x_1=(21.70-1.2x_2-2.1x_3-0.9x_4)/20.9
x_2=(27.46-1.2x_1-1.5x_3-2.5x_4)/21.2
x_3=(28.76-2.1x_1-1.5x_2-1.3x_4)/19.8
x_4=(49.72-0.9x_1-2.5x_2-1.3x_3)/32.1

Bu sistema uchun (3) yeki (4) shartni bajarilishi 1-misolda keltirilgan. 1-misoldagi kabi boshlanich $\vec{x}^0$ vektorni

$$\vec{x}^0 = \begin{pmatrix} 1.04 \\ 1.30 \\ 1.45 \\ 1.55 \end{pmatrix} \quad eku \quad x_1^{(0)} = 1.04, x_2^{(0)} = 1.3, x_3^{(0)} = 1.45, x_4^{(0)} = 1.55$$

kabi tanlab, Zeydel usulini kullaymiz.

Agar K=1 bo‘lsa, birinchi yakiinlashishni quyidagicha topamiz:

$$x_1^{(1)} = (21.7 - 1.1\,x_2^{(0)} - 2.1\,x_3^{(0)} - 0.9\,x_4^{(0)})/20.9=$$

$$=(21.7-1.56-3.045-1.395)/21.9=0.7512$$

$$x_2^{(1)}=(27.46-1.2\,x_1^{(1)}-1.5\begin{pmatrix} 1 & -5 & -1 & 3 & \vdots & -5 \\ 2 & 3 & 1 & -1 & \vdots & 4 \\ 3 & -2 & 3 & 4 & \vdots & -1 \\ 5 & 3 & 2 & 2 & \vdots & 0 \end{pmatrix}-2.5\,x_1^{(1)})/21.2=$$

$$=(27.46-0.900-2.175-3.875)=0.9674$$

$$x_3^{(1)}=(28.76-2.1\,x_2^{(1)}-1.5\,x_2^{(1)}-1.3\,x_4^{(0)})/19.8=$$

$$=(28.76-1.575-1.455-2.015)=1.1977$$

$$x_4^{(1)}=(49.72-0.9\,x_1^{(1)}-2.5\,x_2^{(1)}-1.3\,x_3^{(1)})/32.1=$$

$$=(49.72-0.675-2.425-1.56)=1.4037$$

Shuningdek K=2 va K=3 bo‘lgandagi ikkinchi va uchinchi yaqinlashishlarni topish mumkin.

K=2 bo‘lganda ikkinchi yaqinlashish quyidagicha:

$$x_1^{(2)}=15.76062/20.9=0.8029$$

$$x_2^{(2)}=21.9902/21.2=0.9996$$

$$x_3^{(2)}=23.75180/1.9996$$

$$x_4^{(2)}=44.93971/32.1=1.4000$$

K=3 bo‘lganda uchinchi yaqinlashish quyidagicha:

$$x_1^{(3)}=15.7213/20.9=0.80006$$

$$x_2^{(3)}=21.200528/21.2=1.00002$$

$$x_3^{(3)}=23.759844/19.8=1.19999$$

$$x_4^{(3)}=44.939909/32.1=1.4000$$

Bu yaqinlashishlarda oldindan berilgan 0<E<1 soni uchun

$$\max\left|x_i^{(k)}-x_i^{(k-1)}\right|<E,\, i=1,2,3,\ldots$$

SHartni bajarilishini kurishimiz mumkin.

O‘z-o‘zini tekshirish uchun savollar

1.Chiziqli tenglamalar sistemasining yechimini taqribiy hisob-lashda iteratsiya usuli.

2.Chiziqli tenglamalar sistemasini yechishda iteratsiya jarayonini tuzish.

3. Boshlang‘ich yaqinlashishni aniqlash-tanlash.

4. Iteratsiya usulida yaqinlashish shartlarini aniqlash.

5. Iteratsiya usulining GAUSS usulidan farqi.

6. Gauss - Zeydelning iteratsiya usuli.

7. Iteratsiya usulining Zeydelning iteratsiya usulidan farki

10-Ma’ruza: FUNKSIYANI INTERPOLYATSIYALASH

Reja:

1. Interpolyatsiya masalasini qo‘yilishi.
2. Lagranj interpolyatsiyalash formulasi va uning ahamiyati.
3. Chekli ayirmalar
4. Nyuton interpolyatsiyalash formulasi
5. Sonli differensiyalashda Nyuton interpolyatsiyalash formulasi

Tayanch iboralar

Interpolyatsiya, ko‘pxad, Lagranj interpolyatsiyasi, **chekli ayirma,** Nyuton interpolyatsiyasi, Sonli differensiyalash

Interpolyatsiya masalasini kuyilishi.

Agar u=f(x) funksiya [a,v] kesmaning x_k, k=0,1,2......,n nuqtalarda f(Xk)=Uk qiymatlarga ega bo‘lsa, quyidagigi jadvalni tuzish mumkin.

$$\begin{array}{ll} x & x_0\ x_1\ x_2...x_n \\ u & u_0\ u_1\ u_2...u_n \end{array} \quad (1)$$

Bu jadvalni asosida berigan funksiyani polinomi yeki ko‘pxadini

$$R_n(x)=a_0x^n= a_1x^{n-1}= a_2x^{n-2}=...= a_{n-1}x= a_n \quad (2)$$

topish uchun quyidagicha shart =o‘yamiz: jadvalning har bir x_k, k=0,1,2......,n nuqtada

$$R_n(x_k) \approx f(x_k)=u_k \quad (3)$$

munosabat o‘rinli bo‘lsin. Bunday masala interpolyatsiyalash deyiladi. Topilgan ko‘pxadni interpolyatsiya ko‘pxadi deyiladi. Topilgan interpolyatsiya ko‘pxadi asosida biror $[x_k ,x_{k=1}]$ oraliqga tegishli x ning taqribiy qiymatini topish masalasini xam yechamiz.

Ikkinchi tartibli

$$R_2(x)=a_0x^2= a_1x= a_2 \quad (4)$$

bu ko‘pxadning koefitsentlarini

$$R_2(x_i)=y_i\ , i=0,1,2 \quad (5)$$

shart asosida topish masalasini =o‘yamiz. Xakikatan xam $x=x_0$, $x= x_1$, $x=x_2$ larda (5) shart asosida quyidagigi sistemani tuzamiz:

$$a_0x_0^2= a_1x_0= a_2= y_0$$
$$a_0x_1^2= a_1x_1= a_2= y_1$$
$$a_0x_2^2= a_1x_2= a_2= y_2$$

Bu sistemadagi noma’lumlar- koefitsentlarini

$$D= \begin{vmatrix} x_0^2 & x_0 & 1 \\ x_1^2 & x_1 & 1 \\ x_2^2 & x_2 & 1 \end{vmatrix} =(x_1-x_0)\ (x_2-x_0)\ (x_3-x_0)\neq 0$$

Bo‘lganda topish mumkin. Lekin yuqori tartibli ko‘pxadlarni topishda tuziladigan sistemalarni yechish =iyinlashadi. Shuning uchun Lagranj usulidan foydalanamiz.

Lagranj interpolyatsiyalash formulasi va uning axamiyati.

Yuqoridagi jadval asosida topiladigan ko‘pxadni quyidagicha tanlaymiz:

$$R_n(x)=a_0(x-x_1)\ (x-x_2)\ (x-x_3)...\ (x-x_n) =$$
$$=a_1(x-x_0)\ (x-x_2)\ (x-x_3)...\ (x-x_n) = \quad (6)$$
$$=...=$$
$$=a_n(x-x_1)\ (x-x_2)\ (x-x_3)...\ (x-x_{n-1})$$

bunda n=2 uchun

$$R_2(x)=a_0(x-x_1)\ (x-x_2) =a_2(x-x_0)\ (x-x_2) =a_3(x-x_1)\ (x-x_2) \quad (7)$$

Bu a_0, a_1, a_2 koefitsentlarini topish uchun

$$R_2(x_0)=u_0,\ R_2(x_1)=u_1,\ R_2(x_2)=u_2$$

Shartga asosan quyidagigi sistemani topamiz:

$$a_0(x-x_1)\ (x-x_2)=y0$$
$$a_1(x-x_0)\ (x-x_2)=y1$$
$$a_2(x-x_1)\ (x-x_2)=y2$$

bundan:

$$a_0= y0/(x-x_1)\ (x-x_2),\ \ a_1= y1/(x-x_0)\ (x-x_2),\ \ a_2= y2/(x-x_1)\ (x-x_2)$$

Endi izlanayotgan interpolyatsiya ko‘pxadini yozamiz:

$$P_2(x)=y_0\frac{(x-x_1)(x-x_2)}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)}+y_1\frac{(x-x_0)(x-x_2)}{(x_1-x_0)(x_1-x_2)}+y_2\frac{(x-x_0)(x-x_1)}{(x_2-x_0)(x_2-x_1)}$$

Shuningdek n=3 bo‘lganda:

$$P_3(x)=y_0\frac{(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)(x_0-x_3)}+y_1\frac{(x-x_0)(x-x_2)(x-x_3)}{(x_1-x_0)(x_1-x_2)(x_1-x_3)}+$$
$$+y_2\frac{(x-x_0)(x-x_1)(x-x_3)}{(x_2-x_0)(x_2-x_1)(x_2-x_3)}+y_3\frac{(x-x_0)(x-x_1)(x-x_2)}{(x_3-x_0)(x_3-x_1)(x_3-x_2)}$$

Demak Lagranj interpolyatsiya ko‘pxadini umumiy holda quyidagicha yozamiz:

$$P_n(x)=\sum_{j=0}^{n}y_0\prod_{i\neq j}\frac{(x-x_i)}{(x_j-x_i)}\quad, \qquad (8)$$

1-Masala. quidagi, y=ln x funksiya asosida tuzilgan

X	2	3	4	5
U	0.6931	1.0986	1.3863	1.6094

Jadvaldan foydalanib Lagranj interpolyatsiya ko‘pxadini toping va bu ko‘pxadlar yordamida ln 3.5 ni hisoblang.

YECH I SH.

$$L_3(x)=\frac{(x-3)(x-4)(x-5)}{(2-3)(2-4)(1-5)}0.6981=\frac{(x-2)(x-4)(x-5)}{(3-2)(3-4)(3-5)}1.0986=\frac{(x-2)(x-3)(x-5)}{(4-2)(4-3)(4-5)}1.3865=$$

$$=\frac{(x-2)(x-3)(x-4)}{(5-3)(5-3)(5-4)}1.6094=0.0089X^3-0.1387X^2=0.9305X-0.6841$$

Hosil bo‘lgan ko‘pxadga asosan

ln3,5≈L(3,5)=0.0089*(3.5)5-0.1387(3,5)¤=0.9805-3.5-0.684=

=0.31-1.701=3.2567-0.6841=1.25105

bo‘ladi.

Nyuton interpolyatsiyalash formulasi.

1. Berilgan jadvalda mos $y_i=f(x_i)$ i=1,2,...,n larga mos x_i, i=1,2,...,n lar bir xil h uzo=likda bo‘lganda, bu bog‘lanishni ifodalovchi interpolyatsiya ko‘pxadini quyidagicha topamiz.

Bu ko‘pxadini quyidagi ko‘rinishda izlaymiz:

$$R_n(x)=A_0=A_1(x-x_0)=$$
$$=A_2(x-x_0)(x-x_1)=A_3(x-x_0)(x-x_1)(x-x_2)= \qquad (6)$$
$$=...=$$
$$=A_n(x-x_0)(x-x_1)(x-x_2)...(x-x_{n-1})$$

Bu yerdagi A_i, i=1,2,..n koefitsentlarni topish uchun jadvaldagi mos x va ularning qiymatlarini izlanayotgan ko‘pxadga =o‘yamiz.

$x=x_0$ da: $u_0=A_0$; $A_0=u_0$

$x=x_1$ da: $u_1=A_0=A_1(x_1-x_0)=A_0=A_1h=u_0=A_1h$;

$u_1=u_0=A_1h$; $A_1=(u_1-u_0)/h$, $A_1=\frac{y_1-y_0}{1!h}=\frac{\Delta y_0}{1!h}$

$x=x_2$ da: $u_2=A_0=A_1(x_2-x_0)=A_2(x_2-x_0)(x_2-x_1)$

$u_2=A_0=A_1 2h=A_2 2h\,h$

A_0 va A_1 larning qiymatlarini hisobga olib

$u_2=u_0=\Delta u2h/h=A_2 2h^2$,

$A_2 2h^2=u_2-u_0-2\Delta u=\Delta u_1-\Delta u_0=\Delta^2u_0$, $A_2=\frac{\Delta^2y_0}{2!h^2}$

Shuningdek $A_3 = \dfrac{\Delta^3 y_0}{3!h^3}, \ldots\ldots, A_k = \dfrac{\Delta^k y_0}{k!h^k}$,

Topilgan koefitsentlar asosida izlanayotgan interpolyatsiya ko‘pxadini quyidagicha topamiz:

$$P_n(x) = y_0 + \frac{\Delta\ y_0}{1!h}(x - x_0) + \frac{\Delta^2 y_0}{2!h^2}(x - x_0)(x - x_1) + \frac{\Delta^3 y_0}{3!h^3}(x - x_0)(x - x_1)(x - x_2) +, \ldots.$$

(10.7)

Bu Nyutonning birinchi interpolyatsiya ko‘pxadi deyiladi.

2. Nyutonning birinchi interpolyatsiya ko‘pxadida quyidagicha almashtirish qilamiz:

$$\frac{x - x_0}{h} = t$$

$$\frac{x - x_1}{h} = \frac{x - (x_0 + h)}{h} = \frac{x - x_0}{h} - 1 = t - 1$$

$$\frac{x - x_2}{h} = \frac{x - (x_0 + 2h)}{h} = \frac{x - x_0}{h} - 2 = t - 2$$

…………………………………….

$$\frac{x - x_k}{h} == t - k$$

Bu almashtirishlarni hisobga olib (7) formulani quyidagicha yozamiz:

$$P_n(x) = P_n(x_0 + ht) =$$

$$= y_0 + \frac{\Delta\ y_0}{1!}t + \frac{\Delta^2 y_0}{2!}t(t-1)(x - x_1) + \frac{\Delta^3 y_0}{3!}t(t-1)(t-2) +, \ldots, + \frac{\Delta^n y_0}{n!}t(t-1)(t-2) +, \ldots + [t - (n-1)],.$$

(9)

Bu Nyutonning 2- interpolyatsiya ko‘pxadi deyiladi.

2-Masala. quyidagi, y=ln x funksiya asosida tuzilgan

X	2	3	4	5
U	0.6931	1.0986	1.3863	1.6094

Jadvaldan foydalanib Nyuton interpolyatsiya ko‘pxadlarini toping va bu ko‘pxadlar yordamida ln 3.5 ni hisoblang.

Nyutoning interpolyatsiya ko‘pxadini tuzish uchun chekli ayrimalarning jadvalini tuzamiz:

X	U	ΔU	Δ^2U	Δ^3U
2	0.6931			
3	1.0986	0.1055	-0.1178	0.0532
4	1.3863	0.2877	-0.0646	
5	1.6094	0.2231		

(10.2) formulaga asosan n=3, h=1 bo‘lgani uchun

$$P3(x)=Y0 = \frac{\Delta y0}{h}(x-x0) = \frac{\Delta^2 Y0}{2!h^2}(x-x0)(x-x1) = \frac{\Delta^3 Y0}{3!h}(x-x0)(x-x1)(x-x2) =$$

$$=0.6931 = 0.4055(x-2) - \frac{0.1178}{2}(x-2)(x-3) = \frac{0.0532}{6}(x-2)(x-3)(x-4) =$$

$$=-\ 0.6841 - 0.9305X - 0.1387X^2 = 0.0089X^3$$

Bu ko‘pxaddan foydalanib

ln 3,5=P3(3.5)=1.2552 ekanligini hisoblab topamiz.

Sonli differensiyalashda Nyuton interpolyatsiyalash formulasi

Berilgan jadval bo‘yicha hosila topish amalini bajarish uchun Bu Nyutoning 2- interpolyatsiya ko‘pxaddan foydalanamiz:

$$P_n(x) = P_n(x_0 + ht) =$$

$$= y_0 + \frac{\Delta\ y_0}{1!} t + \frac{\Delta^2 y_0}{2!} t(t-1)(x-x_1) + \frac{\Delta^3 y_0}{3!} t(t-1)(t-2)+,\dots,+\frac{\Delta^n y_0}{n!} t(t-1)(t-2)+,\dots+[t-(n-1)],.$$

bunda t=(x-x0)/h . Murakkab funksiyani differensiallash qoidasiga asosan:

$$\frac{dP_n}{dt} = \frac{dP_n}{dx}\frac{dx}{dt} \quad б\ ун\ да \frac{dP_n}{dt} = f'(x), \quad \frac{dx}{dt} = h \quad б\ ун\ да$$

$$f'(x) \approx \frac{1}{h}\frac{dP_n}{dt}$$

$$f''(x) \approx \frac{1}{h^2}\frac{d^2 P_n}{d^2 t}$$

У“—“€’

$$f^{(k)}(x) \approx \frac{1}{h^k}\frac{d^k P_n}{d^k t}$$

$$f'(x) \approx \frac{1}{h}(\Delta y_0 + \frac{\Delta^2 y_0}{2!}(2t-1) + \frac{\Delta^3 y_0}{3!}(3t^2 - 6t + 2) + \frac{\Delta^4 y_0}{4!}(2t^3 - 9t^2 + 11 - 3) + \dots$$

$$f''(x) \approx \frac{1}{h^2}(\Delta^2 y_0 + \Delta^3 y_0(t-1) + \frac{\Delta^4 y_0}{4!}(6t^2 - 18t + 11) + \dots$$

3-masala. Berilgan quyidagi jadval asosida x=0.15 bo‘lgandagi birinchi va ikkinchi tartibli hosilalarni hisoblang.

x	0	0.1	0.2	0.3	0.4
y	2	2.1152	2.2614	2.4399	2.6518

Yechish. Bu jadval asosida chekli ayirmalarni tuzamiz:

x	y	Δy	Δ^2y	Δ^3y
0	2	0.1152	0.0310	0.013
0.1	2.1152	0.1462	0.0323	0.011
0.2	2.2614	0.1785	0.0334	
0.3	2.4399	0.2119		
0.4	2.6518			

x=0.15 va h=0.1, y0=2.1152, Δy0 =0.1462, Δ^2y0=0.0323, Δ^3y0=0.011
ga asosan: t=0.5 bo‘lsa, yuqoridagi formulalar asosida hosilalarni hisoblaymiz:

$$f'(0.15) \approx \frac{1}{0.1}(0.1462 + \frac{0.0323}{2!}(2\cdot 0.0.5 - 1) + \frac{0.0011}{3!}(3\cdot 0.5^2 - 6\cdot 0.5 + 2)] = 1.4616$$

$$f''(0.15) \approx \frac{1}{0.1^2}(0.0823 + 0.0011(0.5 - 1) = 3.17$$

O‘z-o‘zini tekshirish uchun savollar

1. Interpolyatsiya masalasini qo‘yilish mohiyatini tushintiring?
2. Lagranj interpolyatsiyalash ko‘phadini tanlash qoidasi va uning axmiyati?
3. Qanday hollarda Lagranj interpolyatsiyalash ko‘phadini qo‘llash mumkin?
4. Nyuton interpolyatsiyalash ko‘phadini tanlash qoidasi va uning ahamiyati?
5. Lagranj va Nyuton interpolyatsiyalash ko‘phadini tanlash qoidalarining farqi?
6. Sonli differensiyalashda Nyuton interpolyatsiyalash formulasidan foydalanish

11-Ma'ruza: KICHIK KVADRATLAR USULI VA REGRESSIYA TENGLAMALARINI ANIQLASH

Reja:

1. Kichik kvadratlar usuli
2. Regressiya to'gri chiziqli tenglamasini aniqlash.
3. Ikkinchi darajali regressiya tenglamasini topish.

T a y a n ch i b o r a l a r

Kichik kvadratlar usuli, Regressiya to'g'ri chiziqi, tenglamasi, noma'lum parametrlar, parabolik bog'lanish

Kichik kvadratlar usuli

Aytaylik tajriba natijalari =o'yidagi jadval asosida berilgan bo'lsin.

x	$x_1,\ x_2\ x_3 \dots x_n$
y	$y_1,\ y_2\ y_3 \dots y_n$

Bu ikki o'zgaruvchi orasidagi bog'lanish formulasini **analitik** usulda aniqlash masalasini yechamiz. Bu masalani kichik kvadratlar usuli bilan yechamiz. Buning uchun bog'laninshni ifodalovchi funksiyalar turini tanlaymiz. Masalan:

1) chiziqli bog'lanish: y=ax=b
2) parabolik bog'lanish: $y=ax^2=bx=s$

Bu bog'lanishlarni aniqlashda ularning koeffitsentlarini aniqlash asosiy masala hisoblanadi. Umumiylik uchun izlanayotgan funksiyani

$$y=F(x,a,b,c)$$

ko'rinishda axtaramiz. Bu bog'lanish koefitsentlarini aniqlash uchun berilgan jadval asosida

$$F(x_i,a,b,c)=y_i\ ,\ i=1,2,...,n$$

shartni yozamiz. Izlanayotgan funksiya va y_i lar orasidagi far= minimum yoki kichik bo'lish shartini topamiz. Buning uchun quyidagi funksionalni tuzamiz:

$$\sum[y_i - F(x_i,a,b,c)]^2=F(a,b,c)\ ,\ i=1,2,...,n$$

Bu F(a,b,c) funksiyaning minimumini topish uchun quyidagi zaruriy shartdan foydalanamiz.

$$F'_a(a,b,c)=0,\ F'_b(a,b,c)=0.\ F'_c(a,b,c)=0$$

ya'ni

$$\sum[y_i - F(x_i,a,b,c)]^2\ F'_a(a,b,c)=0$$
$$\sum[y_i - F(x_i,a,b,c)]^2\ F'_b(a,b,c)=0$$
$$\sum[y_i - F(x_i,a,b,c)]^2\ F'_c(a,b,c)=0$$

Ushbu sistemani yechish bilan a,b,c larni topamiz va jadvalni ifodalovchi bog'lanish funksiyasini topamiz.

1. Chiziqli bog'lanish $F(x_i,a,b)=a\ x_i =b$, uchun $F'_a= x_i$, $F'_b=1$

$$\sum[y_i - ax_i-b)]^2\ xi=0$$
$$\sum[y_i - ax_i-b)]^2\ 1=0$$

$$\left.\begin{array}{l}\left(\sum x_i^{\ 2}\right)a+\left(\sum x_i\right)b=\sum x_i\cdot y_i\\ \left(\sum x_i\right)a+nb=\sum y_i\end{array}\right\}$$

Bu sistemani a.b larga nisbatan yechamiz:

$$a=\frac{\sum x_i\cdot y_i-\sum x_i\cdot\sum y_i}{\sum x_i^{\ 2}-\left(\sum x_i\right)^2}$$

$$b=\frac{\sum y_i\cdot\sum x_i^{\ 2}-\sum x_i\cdot\sum x_i y_i}{\sum x_i^{\ 2}+\left(\sum x_i\right)^2}$$

2. Parabolik bog‘lanish:$F(x_i,a,b,s)=ax_i^2=bx_i=s$, uchun

$F'_a=x_i^2$, $F'_b=x_i$, $F'_s=1$

$\sum[y_i - ax_i^2-bx_i-s)]^2\ x_i^2=0$

$\sum[y_i - ax_i^2-bx_i-s)]^2\ x_i =0$

$\sum[y_i - ax_i^2-bx_i-s)]^2\ 1 =0$

Bu sistemani quyidagicha yozamiz va uni

$$\begin{cases}\left(\sum x_i^4\right)a+\left(\sum x_i^3\right)b+\left(\sum x_i^2\right)c=\sum y_i x_i^2\\ \left(\sum x_i^3\right)a+\left(\sum x_i^2\right)b+\left(\sum x_i\right)c=\sum y_i x_i\\ \left(\sum x_i^2\right)a+\left(\sum x_i\right)b+nc=\sum y_i\end{cases}$$

biror usul bilan yechib a,b,s larni topamiz.

Regressiya to‘g‘ri chiziqli tenlamasini aniqlash.

quyidagi korrelyatsion jadval berilgan bo‘lsin:

x / u	92	96	100	104	n_y
158	1	1			2
164	1	4	1		6
170		2	5	1	8
176			1	2	3
186				1	1
n_x	2	7	7	4	n=20
$\overline{y}_x$	161	164,8	170	176	

Bu jadvaldagi ma’lumotlar bo‘yicha uning x ga regressiya to‘g‘ri chiziqning tanlanma tenglamasini

$$u_x = ax = v \qquad (12.1)$$

ko‘rinishda izlaylik.

Buning uchun a, v parametrlarni u_{xi} - $\overline{y}_{x\,i}$ far=lar kvadratlari minimal bo‘ladigan qilib tanlab olish imkonini beruvchi quyidagi tenglamalar sistemasini hosil qilamiz:

$$\left.\begin{aligned}\left(\sum n_x x^2\right)a+\left(\sum n_x x\right)b=\sum n_x x\cdot\overline{y_x}\\ \left(\sum n_x x\right)a+nb=\sum n_x\overline{y_x}\end{aligned}\right\} \qquad (12.2)$$

Bu sistemani yechib, a, v - parametrlarni aniqlovchi munosabatlarga ega bo‘lamiz.

$$a=\frac{n\sum n_x x\cdot\overline{y_x}-\sum n_x x\cdot\sum n_x\overline{y_x}}{n\sum n_x x^2-\left(\sum n_x x\right)^2} \qquad (12.3)$$

$$b=\frac{\sum n_x\overline{y_x}\cdot\sum n_x x^2-\sum n_x x\cdot\sum n_x x\overline{y_x}}{n\sum n_x x^2-\left(\sum n_x x\right)^2} \qquad (12.4)$$

2-jadval.

n_x	x	$\overline{y}_x$	$n_x x$	$n_x x^2$	$n_x\overline{y}_x$	$n_x x\overline{y}_x$
2	92	161	124	16928	318	29624
7	96	164,8	672	64518	1154	40746
7	100	170	700	70000	1190	119000

4	104	176	416	43264	704	73216
20			1972	1947004	3370	332586

2-jadvaldagi oxirgi =atorga yozilgan yig‘indilarni (12.3) va (12.4) ga =o‘yib,

$$a=\frac{20\cdot 332586-1972\cdot 3370}{20\cdot 19477004-1972^{2}}=1,3$$

$$v=\frac{3370\cdot 194704-1972\cdot 332586}{20\cdot 1947704-1972^{2}}=40,8$$

Izlanayotgan regressiya tenglamasi:

$$u_x=1,3x = 40,8$$

u_{xi} va $\bar{y}_{x\,i}$ qiymatlari orasidagi far=larni aniqlash maksadida quyidagi jadvalni keltiramiz:

x_i	u_{xi}	$\bar{y}_{x\,i}$	u_{xi} - $\bar{y}_{x\,i}$
92	160,4	161	-0,6
96	160,4	161	0,8
100	170,8	170	0,8
104	176	176	0

Jadvaldagi farqlar bog‘lanishining aniqligini ifodalab beradi.

Ikkinch darajali regressiya tenglamasini topish

Ikkinchi darajali regressiya tenglamasini topishni xam tushunarli bo‘lishini hisobga olib, konkret misol orqali izoxlaymiz. Soddarok bo‘lishi uchun kichikroq jadval, hamda nochiziqli xolning eng ommalashgan holi parabolik hol kvadrat uchhad ko‘rinishi bilan chegaralanamiz.

Masala. quyidagi korrelyatsion jadvalda keltirilgan ma’lumotlar bo‘yicha $\bar{y}_x$=Ax^2 = Vx = S regressiya tenglamasini eng kichik kvadratlar usuli yordamida topamiz.

1-jadval

u \ x	2	3	5	n_y
25	20			
45		30	1	31
110		1	48	49
n_x	20	31	49	n=100

Yechish. Shartli o‘rta qiymatlarni topamiz.

$$\bar{y}_2=\frac{25\cdot 20}{20}=25$$

$$\bar{y}_3=\frac{45\cdot 30+110\cdot 1}{31}=47,1$$

$$\bar{y}_5=\frac{45\cdot 1+110\cdot 48}{49}=108,67$$

2-jadval.

x	n_x	$\bar{y}_x$	$n_x x$	$n_x x^2$	$n_x x^3$	$n_x x^4$	$n_x \bar{y}_x$	$n_x \bar{y}_x x$	$n_x \bar{y}_x x^2$
2	20	25	40	80	160	320	500	1000	2000
3	31	47,1	93	279	837	2511	4380	13140	39420
5	49	108,67	245	1185	6125	30625	5325	26625	133185
∑	100		378	1584	7118	33456	10205	40765	1744545

2-jadval oxirida turgan yig‘indilarni

$$\begin{cases}\left(\sum n_x x^4\right)A+\left(\sum n_x x^3\right)B+\left(\sum n_x x^2\right)C=\sum n_x \overline{y}_x x^2\\ \left(\sum n_x x^3\right)A+\left(\sum n_x x^2\right)B+\left(\sum n_x x\right)C=\sum n_x \overline{y}_x x\\ \left(\sum n_x x^2\right)A+\left(\sum n_x x\right)B+nc=\sum n_x \overline{y}_x\end{cases}$$

Sistemaga qo‘yamiz $\begin{cases}33456\,A+7122\,B+1584\,C=174545\\ 7122\,A+1584\,B+378\,C=40765\\ 1584\,A+378\,B+100\,C=10205\end{cases}$

Sistemani yechib, A=-44,3, V=337,29, S=-472,78 qiymatlarni olamiz, regressiya tenglamasiga kuyib,

$\overline{y}_x$=Ax^2 = Vx = S ning aniq ko‘rinish:

$\overline{y}_x$= - 44,2x^2 = 337,29x - 472,78

ni hosil qilamiz.

Endi korrelyatsion nisbatni hisoblasak, $\overline{y}$ umumiy o‘rtacha qiymat:

$$\overline{y}=\frac{\sum n_y y}{n}=\frac{20\cdot 25+31\cdot 45+49\cdot 110}{100}=72{,}85$$

umumiy o‘rtacha kvadratik chetlanish

$$\sigma_y=\left\{\frac{\sum n_y\left(y-\overline{y}\right)^2}{n}\right\}^{\frac{1}{2}}=\left\{\left[20\left(25-72{,}85\right)^2+31\left(45-72{,}85\right)^2+49\left(110-72{,}85\right)^2\right]:100\right\}=37{,}07$$ ni

xamda gruppalar aro o‘rtacha kvadratik chetlanish:

$$\sigma_{\overline{y}x}=\left\{\frac{\sum n_y\left(\overline{y}_x-\overline{y}\right)^2}{n}\right\}^{\frac{1}{2}}=\left\{\frac{20\left(25-72{,}85\right)^2+31\left(45-72{,}85\right)^2+49\left(110-72{,}85\right)^2}{100}\right\}^{\frac{1}{2}}=33{,}06$$

Izlanayotgan tanlanma korrelyatsion nisbat:

$$h=\frac{\sigma_{\overline{y}x}}{\sigma_y}=\frac{33{,}06}{37{,}02}\approx 0{,}89$$

ga teng ekanligi kelib chi=adi.

Bu esa x va u miqdorlar orasida bog‘lanish kuchli ekanligini bildiradi, xamda bu bog‘lanish funksional bog‘lanishga ya=inligini ko‘rsatadi.

O‘z-o‘zini tekshirish uchun savollar

1. Kichik kvadratlar usulining moxiyatini tushintring
2. Kichik kvadratlar usulida chiziqli va parabolik bog‘lanishlarni topish qoidasini tushintiring.
3. Bog‘lanishlar tenglamalarini aniqlashda koefitsentlarni topish usullari
4. =o‘yilgan masala bo‘yicha o‘rta qiymat, kvadratik chetlanish, korrelyatsion nisbatni topish qoidasini tushintiring

12-Ma’ruza: ANIQ INTEGRALNI TAQRIBIY HISOBLASH USULLARI

Reja:

1. To‘g‘ri to‘rtburchaklar formulasi.
2. Trapetsiyalar formulasi.
3. Simpson yoki parabola formulasi.

Tayanch iboralar

Integral, boshlang‘ich funksiya, integral chegarasi, bo‘linish qadami, trapetsiyalar formulasi, Simpson formulasi

Integrallanuvchi f(x) funksiyaning boshlang‘ichini ma’lum funksiyalar or=ali ifodalash mumkin bo‘lmaganda, f(x) funksiya jadval yoki grafik usulda berilganda integrallni taqribiy hisoblashga to‘g‘ri keladi.

Aytaylik [a ; v] oraliqda f(x) funksiya grafigi yordamida x=a, x=v hamda u=f(x) chiziqlar bilan chegaralangan yuzani hisoblash kerak bo‘lsin.

quyidagi bunday yuzalarni taqribiy hisoblash usullarini ko‘ramiz.

To‘g‘ri to‘rtburchaklar formulasi.

Berilgan [a;b] oraliqni qadami h=(b-a)/n , bo‘linish nuqtalari.

$$x_0=a,\ x_i=x_{i-1}=h,\ i=1, 2, 3, 4, 5, \ldots.n$$

$[x_{i,} x_{i-1}]$ bo‘laklarga bo‘lamiz va bo‘linish nuqtalarida

$$ui=f(x_i)\ i=1, 2, 3, 4, 5, \ldots.n.$$

larni hisoblaymiz. Berilgan yuzani ui lar va bo‘linish qadami h asosida bo‘laklarga mos to‘rtburchak yuzachalarni hisoblab ularni qo‘shamiz.

Hosil bo‘lgan yuza qiymati f(x) funksiya bo‘yicha olingan aniq integralni taqribiy qiymatiga teng bo‘ladi.

Bu usulda f(x) funksiya bo‘yicha olingan aniq integralni taqribiy hisoblash formulasi quyidagicha bo‘ladi.

$$\int_{в}^{a} f(x)dx = h\sum_{i=1}^{n} f(x_1) = h(y_1 + y_2 + \ldots y_n)$$

Trapetsiyalar formulasi.

Berilgan [a;v] oraliqda qadami $h = \dfrac{b-a}{n}$ va bo‘linish nuqtalari.

$$x_0=0,\ x_k=x_{k-1}= h,\ k=1, 2, \ldots.n$$

Berilgan yuzani ui lar va bo‘linish qadami h asosida bo‘laklarga mos trapetsiya yuzachalarni hisoblab ularni =o‘shamiz.Bu usulda f(x) funksiya bo‘yicha olingan aniq integralni taqribiy hisoblash formulasi quyidagicha bo‘ladi.

$$\int_{a}^{в} f(x)dx = h(\frac{f(a)+f(b)}{2} + \sum_{r=1}^{n-1} f(x_k))$$

Simpson yoki parabola formulasi.

Berilgan [a;v] oraliqda qadami $h = \dfrac{b-a}{n}$ va bo‘linish nuqtalari.

$$x_0=0,\ x_k=x_{k-1}= h,\ k=1, 2, \ldots.n$$

bo‘lganda aniq integralni taqribiy hisoblash formulasi quyidagicha bo‘ladi. Har bir juft 2h qadamli bo‘linish $[x_{k,}x_{k-1}]$ oraliqida $u=Ax^2=Vx=S$ parabola bilan chegaralanga yuzani bo‘linish nuqtalariga mos keluvchi u_0, u_1,u_2 lar or=ali quyidagicha topamiz:

$$Sk=h(u_0=4u_{1=}u_2)$$

Bu qoidani barcha juftlik bo‘laklariga ko‘plab topilgan Sk yuzachalar yigindisi beilgan to‘li= yuzani taqribiy qiymati bo‘ladi. Bu yuzani =o‘yidagi formula bilan topamiz.

$$\int_{a}^{b} f(x)dx = \frac{h}{3}[f(a) + f(b) + 4\sum_{k=1}^{n} f(x_{2x-1}) + 2\sum_{k=1}^{n-1} f(x_{2k})]$$

Yuqoridagi hisoblashlarning xatoliklarini quyidagicha baxolaymiz:

$$|\ Rn(x)\ | \le h^2(b-a)M/12,\ M=\max|\ f\,''(x)\ |,\ x\in[a,b]$$

Masala.

quyidagigi $\int_2^{3,5} \frac{dx}{\sqrt{5+4x-x^2}}$ aniq integralni:

1) To‘g‘ri to‘rtburchak formulasi bilan.
2) Trapetsiya formulasi bilan.
3) Simpson formulasi bilan.

Bo‘linishlar soni 10 bo‘lganda ye=0,001 aniqlikda hisoblang.

<u>Yechish.</u>

Integral chegaralari [a,b] oraliqni bo‘luvchi qadami

h=(b-a)/n=(3,5-2)/10=0,15

bo‘lganda, bo‘linish nuqtalari x_i=a= i h, i =1,10 bo‘lsa, nuqtalarni [2;3,5] oraliqda aniqlab, bu nuqtalarda integral ostidagi funksiya qiymatlarini topamiz.

x_0=2,00 y_0 $y_0 = f(2) = \frac{1}{\sqrt{5+42-3^2}} = 0,3333$

x_1=2,15 $y_1 = f(2,5) = \frac{1}{\sqrt{5+4(2,5)-(2,5)^2}} = 0,3388$

x_2=2,30 u_2=f(2,30)=0,3350
x_3=2,45 u_3=f(2,45)=0,3371
x_4=2,60 u_4=f(2,60)=0,3402
x_5=2,75 u_5=f(2,75)=0,3443
x_6=2,90 u_6=f(2,90)=0,3494
x_7=3,05 u_7=f(3,05)=0,3558
x_8=3,20 u_8=f(3,20)=0,3637
x_9=3,35 u_9=f(3,35)=0,3733
x_{10}=3,50 u_{10}=f(3,50)=0,3849

Yuqoridagi x va u qiymatlarga asosan (1) trapetsiya formulasiga asosan.

$\int_2^{3,5} \frac{dx}{\sqrt{5+4x-x^2}}$ =0,15(0,3333=0,3388=0,3350=0,3371=0,3402=0,3443=0,3494=

=0,3858=0,3637=0,3733=0,3849)=0,5755

(2). Trapetsiya Formulasiga asosan.

$\det A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix} \neq 0$=0,15($\frac{0,3333+0,3849}{2}$ =0,3388=0,3350=0,3371=0,3402=

=0,3443=0,3494=0,3858=0,3637=0,3733)=0,15*3,49178=0,52376

Simpon formulasiga asosan:

$\int_2^{3,5} \frac{dx}{\sqrt{5+4x-x^2}} \approx \frac{0,15}{3}$ [0,3333-0,3849=4(0,3338=0,3371=0,3443=0,3558=

=0,3733)=2(0,3350=0,3402=0,3494=0,3637)]=0,05(1,0515=4*1,7443=
=2*1,3883)=0,05*10,8013=0,54265.

O‘z-o‘zini tekshirish uchun savollar

1. Qanday hollarda aniq integralni taqriban hisoblanadi
2. Bo‘linish qadamini toppish?
3 Oraliqni bo‘lish nuqtalarini qanday topiladi.
4. To‘g‘ri turtburchak usuli va formulasini tushuntiring.
5. Trapetsiya usuli va formulasini tushuntiring.

6. Simpson usuli va formulasini tushuntiring
7. Aniq integralni taqribiy hisoblashlardagi xatoliklarini qandiy baholaymiz

13-Ma'ruza: DIFFERENSIAL TENGLAMALARNI TAQRIBIY YECHISH USULLARI. EYLER USULI

Reja:

1. Birinchi tartibli oddiy differensial tenglamalar uchun Koshi masalasi.
2. Oddiy differensial tenglamalarni taqribiy yechishning Eyler usuli. Taqribiy yechimning xatoligini baxolash.
3. Yuqori tartibli oddiy differensial tenglamalar yoki sistemalar uchun Eyler usuli.

Tayanch iboralar:

Tenglama uchun Koshi masalasi, tenglama uchun Eyler usuli, taqribiy yechim xatoligi, sistema uchun Koshi masalasi, sistema uchun Eyler usuli.

Birinchi tartibli oddiy differensial tenglamalar uchun Koshi masalasi.

Koshi masalasi : $$\frac{dy}{dx} = f(x,y) \qquad \text{(I)}$$

diferensial tenglamaning [a,b] kesmada aniqlangan va

$$y(x_0) = y_0 \qquad (2)$$

boshlangich shartlarni =anoatlantiruvchi taqribiy yechimi topilsin. Bu yerda *f(x,y)* funksiya *D={(x,y)}:* $|x - x_0| \le a, |y - y|_0 \le b$ *}* to'g'ri turtburchakda aniqlangan bo'lib,

$$|f(x,y_1) - f(x,y_2)| \le N|y_1 - y_2| \qquad (3)$$

$$\left|\frac{df}{dx} = \frac{df}{dx} + f\frac{df}{dx}\right| \le M \qquad (4)$$

shartlarni =anotlantiradi, M=cosnt, N=cosnt.

Oddiy differensial tenglamalarni taqribiy yechishning Eyler usuli.

Agar tenglamaning (2) shartni bajaruvchi u(x) yechimining x_i nuqtalardagi $y(x_i)$ qiymatlari uchun ya=inlashilar

$$y_{i=1} - y_i = h\, f(x_i, y_i) \qquad (5)$$

formula bo'yicha topilsa, bunday usulni Eyler usuli deyiladi .
Bu yerda

$x_i = x_0 + ih$, h=(b-a)/n , $x_0 = a$; i= 0,1,2,…n taqribiy yechim xatoligi

$$\left|(y(x_n) - y)_n\right| \le \frac{hM}{LN}[(1+hN)^n - 1] \qquad (6)$$

formula bo'yicha baxolanadi . Bu yerda *y(x_n)* aniq yechimning $x=x_n$ nuqtadagi qiymati, y_n esa *n*-qadamda taqribiy yechim qiymati . Xatolikni hisoblashning (6) formulasi nazariy harakterga ega bo'lib ,amalda takroriy hisob qoidasi =o'llaniladi .Bunda barcha hisoblash ishlari h/2 qadam uchun ham =aytadan bajariladi va aniqrok ,yaxni h/2 qadam bilan olingan y_n yechimning xatoligi

$$\left|y^*{}_n - y(x_n)\right| \approx \left|y^*{}_n - y_n\right|$$

formula yordamida hisoblanadi.

Yuqori tartibli oddiy differensial tenglamalar yoki sistemalar uchun

Eyler usuli.

Eyler usulini differensial tenglamalar sistemasi va yuqori tartibli tenglamalar uchun xam =o‘llash mumkin .

Koshi masalasi:

$$\frac{dy}{dx} = f_1(x, y, z)$$

$$\frac{dz}{dx} = f_2(x, y, z)$$

$$y(x_0) = y_0, z(x_0) = z_0$$

taqribiy qiymatlar $y(x_i) \approx y_i, z(x_i) \approx z_i$ lar uchun yaqinlashishlar quyidagig formulalar bo‘yicha topiladi .

$$\begin{cases} y_{i+1} = y_i + \Delta y_i, \Delta y_i = hf(x_i, y_i, z_i) \\ z_{i+1} = z_i + \Delta z_i, \Delta z_i = hf(x_i, y_i, z_i) \end{cases}$$

i=0,1,2,…,n

1-мисол .ushbu $y' = y - \frac{2x}{y}$ tenglamani [0,1] kesmada olingan va *u(0)=1* boshlang‘ich shartni qanotlantiruvchi *u(x)* yechimining taqribiy qiymatlarini h=0,2 qadam bilan toping.

YECHISH:

$$f(x, y) = y - \frac{2x}{y}; a = 0, b = 1, x_0 = 0, y_0 = 1, h = 0{,}2$$

quyidagi hisoblash jadvalini tuzamiz.

Birinchi =ator . i=0, $x_0 = 0, y_0 = 1{,}0000$

$$f(x_0, y_0) = y_0 - \frac{2x}{y_0} = 1 - \frac{2*0}{1} = 1{,}000$$

$$\Delta y_0 = hf(x_0, y_0) = 0{,}2*1 = 0{,}2000$$

$$y_{i+1} = y_i + \Delta y_i, i = 0; y_1 = y_0 + \Delta y_0 = 1 + 0{,}2 = 1{,}2000$$

2-=ator.

i=1 , $x_1 = 0 + 0{,}2 = 0{,}2; y_1 = 1{,}2000;$

$$f(x_1, y_1) = y_1 - \frac{2x}{y_1} = 1{,}2 - \frac{2*0{,}2}{1{,}2} = 0{,}8667$$

$$\Delta y_1 = hf(x_1, y_1) = 0{,}2*0{,}8667 = 0{,}1733$$

$$y_2 = y_1 + \Delta y_1 = 1{,}2 + 0{,}1733 = 1{,}3733$$

Qadami i=2,3,4,5lar uchun hisoblanadi.

i	xi	**yi**	**f(xi ,yi)**	**Δyi**
1	0,1	1,0000	1,0000	0,200
2	0,2	1,2000	0,8667	0,1733
3	0,4	1,3733	0,7805	0,1561
4	0,6	1,5294	0,7458	0,1492
5	0,8	1,6786	0,7254	0,1451
6	1,0	1,8237		

14.2-misol: Eyler usuli yordamida

$y'' + \frac{y'}{x} + y = 0$ differensial tenglamaning [1;1.5]

kesmada aniqlangan va *u(1)=0,77*, $y'(1) = -0{,}44$ shartlarni qanoatlantiruvchi taqribiy qiymatlarni h=0,1qadam bilan toping.

YECHISH: Berilgan tenglamani sistemaga keltiramiz:

$$y'' = -\frac{y'}{x} - y;, y' = z, y'' = z'$$

$$\left.\begin{aligned} y' &= z, \\ z' &= -\frac{z}{x} - y \end{aligned}\right\} y(1) = 0{,}77 \qquad z(1) = -0{,}44$$

demak *f(x,y,z)=z;* $f_2(x, y, z) = -\frac{z}{x} - y;\ x_0 = 1, y_0 = 0{,}77, z_0 = -0{,}44$ quyidagi hisoblash jadvalini tuzamiz :

1- =ator:i=0, $x_0 = 1{,}0, y_0 = 0{,}77; z_0 = -0{,}44$

$$f_{10} = f(x_0, y_0, z_0) = z_0 = -0{,}44$$

$$f_{20} = f_2(x_0, y_0, z_0) = -\frac{z}{x_0} - y_0 = -0{,}33$$

$$\Delta y_0 = hf_{10} = 0{,}1*(-0{,}44) = -0{,}044$$

$$y_1 = y_0 + \Delta y_0 = 0{,}726$$

$$\Delta z_0 = hf_{20} = 0{,}1*(-0{,}33) = -0{,}033$$

$$z_1 = z_0 + \Delta z_0 = -0{,}473$$

2-=ator: $i = 1, x_1 = 1{,}1; y_1 = 0{,}726; z_1 = -0{,}473$

$$f_{11} = f_1(x_1, y_1, z_1) = z_1 = -0{,}473$$

$$f_{21} = f_2(x_1, y_1, z_1) = -\frac{z_1}{x_1} - y_1 = -0{,}296$$

$$\Delta y_1 = hf_{11} = 0{,}1 * (-0{,}47) = -0{,}047$$

$$\Delta z_1 = hf_{21} = 0{,}1 * (-0{,}30) = -0{,}030$$

$$y_2 = y_1 + \Delta y_1 = 0{,}679; z_2 = z_1 + \Delta z_1 = 0{,}503$$

va xokazo i=2,3,4,5 lar uchun hisoblanadi.

I	x_i	y_i	Δy_i	$z_i = f_{1i}$	Δz_i	$f_{2i} = -\frac{z_i}{x_i} - y_i$
0	1,0	0,77	-0,044	-0,44	-0,033	-0,33
1	1,1	0,726	-0,047	-0,473	-0,030	-0,296
2	1,2	0,679	-0,050	-0,503	-0,026	-0,260
3	1,3	0,629	-0,053	-0,529	-0.022	-0,222
4	1,4	0,576	-0,055	-0,551		
5	1,5	0,521				

Nazorat uchun savollar:

1. Birinchi tartibli oddiy differensial tenglama uchun Koshi masalasining taqribiy yechimi Eyler usuli yordamida qanday topiladi?
2. Taqribiy yechim xatoligini baholashni tushuntirib bering.

14-Ma'ruza: ODDIY DIFFERENSIAL TENGLAMANI TAQRIBIY YECHISHDA RUNG-KUTTA USULI

Reja:

1. Oddiy differensial tenglama uchun qo'yilgan Koshi masalasini taqribiy yechishning Rung-Kutta usuli.
2. Differensial tenglamalar sistemasi uchun Rung-Kutta usuli

Tayanch iboralar: Tenglama uchun Rung-Kutta usuli, taqribiy yechim xatoligi, sistema uchun Rung-Kut usuli.

Oddiy differensial tenglama uchun Koshi masalasini taqribiy yechishning Rung-Kutta usuli

Bu usulda (22.1)-(22.2) masala yechimining x_i nuqtalardagi qiymatlari $y(x_i)$ uchun y_i yaqinlashishlar =o'ydagicha hisoblanadi.

$$\left.\begin{array}{l} x_{i+1} = x_i + h, y_{i+1} = y_i + \Delta y_i \\ \Delta y_i = \frac{1}{6}[Q_1^{(i)} + 2Q_2^{(i)} + 2Q_3^{(i)} + Q_4^{(i)}] \end{array}\right\}$$

bu yerda

$$Q^{(i)} = hf(x_i, y_i),$$

$$Q_2^{(i)} = hf(x_i + \frac{h}{2}, y_i + \frac{Q_1^{(i)}}{2})$$

$$Q_3^{(i)} = hf(x_i + \frac{h}{2}, y_i + \frac{Q_2^{(i)}}{2})$$

$$Q_4^{(i)} = hf(x_i + h, y_i + Q_3^{(i)})$$

i=0,1,2,…,n

1-misol: Rung-Kutta usuli bilan $y' = x + \cos(\frac{y}{\sqrt{5}})$

tenglamaning [1,8;2,8]kesmada aniqlangan va *u(1,8)=2.*6 boshlang‘ich shartni qanoatlantiruvchi yechimini h=0,1qadam bilan hisoblang .
YECHISH :

$$\text{f(x,y)=x=cos(}\frac{y}{\sqrt{5}}); x_0 = 1{,}8; y_0 = 2{,}6$$

$$h = 0{,}1; a = 1{,}8; b = 2{,}8; h = \frac{b-a}{n} = 0{,}1; n = 10$$

$$i = 0; x_0 = 1{,}8; y_0 = 2{,}6$$

$$Q_2^{(0)} = hf(x_0, y_0) = 0{,}1\left\{x_0 + \cos(\frac{y_0}{\sqrt{5}}) = 0{,}21196\right.$$

$$Q_2^0 = hf(x_0 + \frac{h}{2}, y_0 + \frac{Q_1^{(0)}}{2}) = 0{,}1 * f(1{,}85; 2{,}7098) = 0{,}2012$$

$$Q_3^{(0)} = hf(x_0 + \frac{h}{2}, y_0 + \frac{Q_2^{(0)}}{2}) = 0{,}1 * f(1{,}85; 2{,}7006) = 0{,}2205$$

$$Q_4^{(0)} = hf(x_0 + h, y_0 + Q_3^{(0)}) = 0{,}1 * f(1{,}9; 2{,}6099) = 0{,}2927$$

$$y_1 = y_0 + \frac{1}{6}[Q_1^{(0)} + 2Q_2^{(0)} + Q_4^{(0)}] = 2{,}0259$$

$$i = 1; x_1 = 1{,}9; y_1 = 2{,}0259; y_2 = 3{,}0408$$

va xokazo
qiymatlar jadvali

i	0	1	2	3	4	5
x_i	1,8	1,9	2,0	2,1	2,2	2,3
y_i	2,6	2,0259	3,0408	3,2519	3,4861	3,4861
i	6	7	8	9	10	
x_i	2,4	2,5	2,6	2,7	2,8	
y_i	3,9260	4,1478	4,3700	4,5971	4,9172	

Differensial tenglamalar sistemasi uchun Rung-Kutta usuli

Rung-Kutta usulini differensial tenglamalar sistemasini va yuqori tartibli differensial tenglamalar yechishga xam qo‘llash mumkin .

$$\left.\begin{aligned} y' &= f_1(x,y,z) \\ z' &= f_2(x,y,z) \end{aligned}\right\} \quad (15.5) \qquad\qquad \left.\begin{aligned} y(x_0) &= y_0 \\ z(x_0) &= z_0 \end{aligned}\right\}$$

Yaqinlashishlarni hisoblash quyidagi formulalar yordamida bajariladi

$$x_{i+1} = x_i + h \qquad \left.\begin{aligned} y_{i+1} &= y_i + \frac{1}{6}[Q_y^{(i)} + 2Q_{y_2}^{(i)} + 2Q_{y_3}^{(i)} + Q_{y_4}^{(i)}] \\ z_{i+1} &= z_i + \frac{1}{6}[Q_{z_1}^{(i)} + 2Q_{z_2}^{(i)} + Q_{z_4}^{(1)}] \end{aligned}\right\}$$

bu yerda

$$Q_{y_i}^{(i)} = hf_i(x_i y_i z_i); Q_{z_1}^{(i)} = hf_2(x_i y_i x_i),$$

$$Q_{y_2}^{(i)} = hf_1(x_i + \frac{h}{2}, y_i + \frac{Q_{y_1}^{(i)}}{2}, z_i + \frac{Q_{z_1}^{(i)}}{2}),$$

$$Q_{z_2}^{(i)} = hf_2(x_i + \frac{h}{2}, y_i + \frac{Q_{y_1}^{(i)}}{2}, z_i + \frac{Q_{z_1}^{(I)}}{2}),$$

$$Q_{y_3}^{(i)} = hf_1(x_i + \frac{h}{2}), y_i + \frac{Q_{y2_1}^{(i)}}{2}, z_i + \frac{Q_{z2}^{(i)}}{2}),$$

$$Q_{z_3}^{(i)} = hf_2(x_i + \frac{h}{2}, y_i + \frac{Q_{y_1}^{(i)}}{2}, z_i + \frac{Q_{z_2}^{(i)}}{2}),$$

$$Q_{z_4}^{(i)} = hf_1(x_i + h, y_i + Q_{y_3}^{(i)}, z_i + Q_{z_3}^{(i)}),$$

$$Q_{z_4}^{(i)} = hf_2(x_i + h, y_i + Q_{y_3}, z_i + Q_{z_3}^{(i)}),$$

$$i = 0,1,2,3,4,...,n$$

2- MISOL:

$$\left.\begin{aligned} y' &= z \\ z' &= -\frac{z}{x} - y \end{aligned}\right\}$$

tenglamalar sistemasining

u(1)=0,77
z(1)=-0,44

boshlang'ich shartlarni =anoatlantiruvchi taqribiy yechimini [1:1,5] kesmada h=0,1 qadam bilan toping.

YECHISH:

$$f_1(x,y,z) = z;\ f_2(x,y,z) = -\frac{z}{x} - y, h = 0{,}1$$

$$i = 0, x_0 = 1, y_0 = 0{,}77, z_0 = -0{,}44$$

$$Q_{y_1}^{(0)} = hf_1(x_0, y_0 z_0) = 0{,}1, z_0 = -0{,}044$$

$$Q_{z_1}^{(0)=} = hf_2(x_0, y_0, z_0) = 0{,}1*(-\frac{Z_0}{x_0} - y_0) = -0{,}07263$$

$$Q_{y_2}^{(0)} = hf_2(x_0 + \frac{h}{2}, y_0 + \frac{Q_{y_1}^{(0)}}{2} . z_0 + \frac{Q_{z_1}^{(0)}}{2}) = -0{,}04763$$

$$Q_{z_2}^{(0)} = hf_2(x_0 + \frac{h}{2}, y_0 + \frac{Q_{y_1}^{(0)}}{2}, z_0 + \frac{Q_{z_1}^{(0)}}{2}) = 0{,}0115$$

$$Q_{e_3}{}^{(0)} = hf_1(x_0 + \frac{h}{2}, y_0 + \frac{Q_{y_2}{}^{(0)}}{2}, z_0 + \frac{Q_{z_2}{}^{(0)}}{2}) = -0{,}04457$$

$$Q_{z_3}^{(0)} = h * f_2(x_0 + \frac{h}{2}, y_0 + \frac{Q_{y_2}^{(0)}}{2}, z + \frac{Q_{z_2}^{(0)}}{2}) = -0{,}03217$$

$$Q_{y_4}^{(0)} = hf_1(x_0 + h, y_0 + Q_{y_3}^{(0)}, z_0 + Q_{z_3}^{(0)} = -0{,}047217$$

$$Q_{z_4}^{(0)} = hf_2(x_0 + h, y_0 + Q_{y_3}^{(0)}, z_0 + Q_{z_3}^{(0)}) = -0{,}029618$$

$$y_1 = y_0 + \frac{1}{6}(Q_{y_1}^{(0)} + 2 * Q_{z_2}^{(0)} + Q_{Z_4}^{(0)}) = 0{,}4713$$

$$z_1 = z_0 + \tfrac{1}{6}(Q_{Z_1}^{(0)} + 2Q_{Z_2}^{(0)} + 2Q_{Z_3}^{(0)} + Q_{Z_4}^{(0)}) = -0{,}4713$$

$$i = 1{,}2{,}3{,}4{,}5$$

i	0	1	2	3	4	5
xi	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5
y_i	0,77	0,7244	0,6759	0,6247	0,5713	0,5161
z_i	-0,44	-0,4713	-0,4991	-0,5152	-0,5435	-0,5598

19-Ma’ruza. KOMPYUTERLI MODELLASHTIRISH TEXNOLOGIYASI

Reja:

1. **Kompyuterda modellashtirish mohiyati**
2. **Kompyuterli modellashtirishning metodologiyasi yo‘nalishlari**

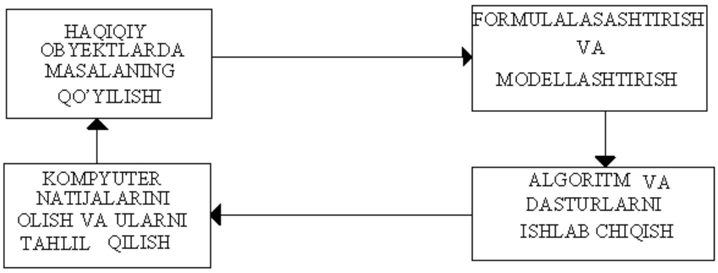
Ma’lumot omborini loyihalash va yaratishdan oldin shu ma’lumotlar omboriga joylashtiriladigan axborotlarning umumiy tuzilishi haqida tasavvurga ega bo‘lish lozim. Ma’lumotlar omboridan kerakli savollarga javob olish va ma’lumotlarga turli o‘zgarishlar kiritish uchun ham uning umumiy tuzilishini bilish maqsadga muvofiq. Chunki ma’lumotlar omborida qanday ma’lumotlar borligini bilsangizgina, ularga mos savollarni qo‘ya olasiz. Bir axborotni turli xil vositalar orqali va turli shakllarda ifodalash mumkin. Axborotlarni ifodalovchi vositalar majmuini **ma’lumotlar modeli** deb ataladi.

Albatta, turli odamlar tashqi dunyoni turlicha talqin qiladilar va u haqida turlicha bilimga ega bo‘ladilar. Shuning uchun ham haqiqiy dunyo va undagi hodisalarni anglashda turlicha modellardan foydalaniladi. Modellashtirish yoki modellashning rasmiy muammolarini o‘rganadigan va tadqiq etadigan yaxlit nazariya mavjud (bunday nazariyalar oliy o‘quv yurtlarida o‘rganiladi).

Hozirgi kunda kompyuterda modellashtirish texnologiyasi mavjud bo‘lib, uning maqsadi atrofimizni o‘rab turgan tabiat, unda ro‘y beradigan hodisa, voqealarini va jamiyatdagi o‘zgarishlarni anglash, tushunib yetish jarayonini zamonaviy usullar vositasida tezlashtirishdir. Kompyuterda odellashtirish texnologiyasini o‘zlashtirish kompyuter tizimlarini (vositachi qurilma sifatida) yaxshi bilishni va unda modellash texnologiyalarini ishlata olishi talab qiladi.

Kompyuterda modellashtirish texnologiyasining umumiy ko‘rinishi quyidagi rasmda ko‘rsatilgan.

Kompyuterda dasturlash tillaridan foydalanish matematik modellashtirish usulida jiddiy burilishi yasadi. XX asr oxirlarida yaratilgan yuqori quvvatli Pentium protsessorli kompyuterlarda o‘rganilayotgan jarayonlar modellarining turli xil ko‘rinishlarini (grafik, diagramma, annimatsiya, multiplikatsiya va h.k.) kompyuter ekranida hosil qilish mumkin. Ekrandagi modelni (masalan, rasm eskizini) turli xil darajada (tekislik, fazo bo‘yicha) harakatga keltirish imkoniyatlari mavjud.



Ekranda hosil qilingan modelni kompyuter xotirasida fayl ko‘rinishida saqlash va undan bir necha marta foydalanish mumkin.

Umuman olganda, kompyuterli modellashtirishning metodologiyasida quyidagi yo‘nalishlarni ajratish mumkin:

1. Geometrik yo‘nalishlarni tajribalarni tashkillashtirish koordinatalar tekisligida amalga oshiriladi. Kompyuter geometric obyektlarning xossalarini o‘rganish va matematik farazlarni tekshirishda modellarni qurish va ularni tadqiq etish vositasi sifatida ishlatiladi.
2. Ikkinchi yo‘nalish turli xil harakatlarni modellashtirish bilan bog‘liq. Kompyuter modellari orqali turli xil harakatli masalalarni yechish mumkin. Bu ro‘y beradigan jarayonlarning mohiyatini chuqurroq va kengroq his qilishga, olingan natijalarni haqiqiy baholash va kompyuterda modellashtirish imkoniyatlari haqidagi tasavvurlarning kengayishiga olib keladi.
3. Uchinchi yo‘nalish – kompyuter ekranida funksiya grafiklarini modellashtirish – kasbiy

kompyuter tizimlarida keng qo‘llaniladi. Masalan, Logo dasturi funksiya grafiklari, tenglama va tenglamalar tizimini yechish va ularning natijalarini olish imkoniyatlarini beradi. Eng muhimi shundaki, kompyuterda modellashtirish texnologiyasidan foydalanish haqiqiy voqelikni anglashda, bilish jarayonini amalgam oshirishda yangi bosqich rolini o‘ynaydi.

Ma’lumotlar modellari shakli qanday bo‘lishidan qat’iy nazar quyidagi talablarni bajarishi kerak:

1. Soddalik. Ma’lumotlar modeli kam sondagi bog‘lanishli tuzilish turlariga ega bo‘lishi lozim.
2. Yaqqollik. Ma’lumotlar modeli vizual (ko‘zga ko‘rinadigan, tasvirlanadigan) bo‘lishi kerak.
3. Qismlarga bo‘linishi. Ma’lumotlar modeli ma’lumotlar omborida oddiy o‘rin almashtirish imkoniyatiga ega bo‘lishi lozim.
4. O‘rin almashtirish. Ma’lumotlar modeli o‘ziga o‘xshash modellar bilan almashtirilish imkoniyatiga ega bo‘lishi kerak.
5. Erkinlik. Ma’lumotlar modeli aniq bo‘lakchalarnigina o‘z ichiga olmasligi lozim.

Yuqorida ko‘rsatilgan talablar ham yaratiladigan modellarning idealligini ta’minlay olmaydi. Chunki modellashtirishda haqiqiy obyektning ba’zi bir muhim xususiyatlarigina ishtirok etadi. Xolos.

Nazorat savollari

1. Ma’lumot modeli nima?
2. Kompyuterda modellashtirish texnologiyasining umumiy ko‘rinishini qanday tasavvur qilasiz?
3. Kompyuterda modellashtirishning qanday yo‘nalishlarini bilasiz? Bu yo‘nalishlar haqida gapirib bering.
4. Ma’lumotlar modellariga qanday talablar qo‘yiladi. Ularning mazmuni haqida gapirib bering.

20-Ma’ruza. TA'LIM TIZIMINI MODELLASHTIRISH TEXNOLOGIYASI HAMDA TA'LIM TIZIMIDA DASTURLI TA'LIM

Reja:

1. Modulli tizim tushunchasi. Modulli tizimning tarkibiy qismlari.
2. Modulli o’qitish texnologiyasining tamoyillari.
3. Ta'lim texnologiyalari. Texnologik pasport va texnologik xarita tuzish, o’quv jarayonini loyihalash qoidalari.
4. Dasturli ta'limning mazmuni, maqsadi va vazifalari. Dasturli ta'limni vujudga kelish tarixi.
5. Dasturli ta'lim turlari. Masofaviy ta'lim va uni amaliyotga joriy etish imkoniyatlari.

1. Modulli tizim tushunchasi. Modulli tizimning tarkibiy qismlari.

"Modulli o'qitish" termini xalqaro tushuncha-modul bilan bog’liq bo'lib, uning bitta ma'nosi - faoliyat ko'rsata oladigan o'zaro chambarchas bog’lik elementlardan iborat bo'lgan tugunni bildiradi. Bu ma'noda u modulli o’qitishning asosiy vositasi sifatida, tugallangan informatsiya bloki sifatida tushuniladi.

Modulli o’qitish-o’qitishning istiqbolli tizimlaridan biri hisoblanadi, chunki odam bosh miyasi o'zlashtirish tizimiga eng yaxshi moslashgandir. Modulli o’qitish asosan inson bosh miyasi to'qimalarining modulli tashkil etilganligiga tayanadi.

O’qitishning modul tizimi haqida rasmiy ravishda birinchi bo’lib 1972 yil, YUNESKOning Tokiodagi Butunjaxon Konferentsiyasida so'z yuritilgan edi. Modulli o’qitish texnologiyasi - funktsional tizimlar, fikrlashning neyrofiziologiyasi, pedagogika va psixologiyaning umumiy nazariyasidan kelib chiqadi.

Modulli o'qitish-o'quv jarayonini tashkil etish shakli bo'lib, unda o'qitish o'quv materialining mantiqan tugallangan birliklari modullarni, bosqichlar va qkadamlar bo'yicha o'zlashtirishni anglatadi.

O’qitishning modulli texnologiyasi, o'qitishning qabul qilingan tamoyillariga muvofiq ishlab chiqariladi va amalga oshiriladi.

Modulli o’qitish modullar bo'yicha tuzilgan o’quv programmalari asosida o’qitishni tashkil etishdir. Modul kurs mazmunini uch sathda qamrab oladi: to'la, qisqartirilgan va chuqurlashtirilgan. Programma materiallari bir vaqtning o'zida barcha ehtimol ko'rilgan kodlarda: rasm, test, ramzlar va so'z bilan berilishi mumkin.

O’qitish moduli o’quv materialining avtonom (mustaqil) qismi bo'lib, quyidagi komponentlardan tashkil topadi:

- aniq ifodaga ega bo'lgan o’quv maqsadi (maqsadli programma);
- axborotlar banki: o’qitish programmasi shaklidagi ayni o’quv materiali;
- maqsadlarga erishish bo'yicha metodik qo'llanma;
- zaruriy malakalarni shakllantirish bo'yicha amaliy mashgulotlar;
- qo’yilgan modul maqsadiga qatiy muvofiq keluvchi nazorat ishi.

Pedagogik texnologiyalarning elementar birliklari tizimi modullardan tashkil topadi.

Modul – pedagogik texnologiyani tashkil etuvchi, uning tarkibiy bo'laklarini ifodalovchi tushunchadir. Bunday bo'laklar kichik modul, birlamchi modul, modullar to'plami, modullar darajasi va modullarning majmuaviy tuzilmasi kabi turlardan iborat bo'ladi.

Modullar o'z ko'lamiga ko'ra mayda, o'rtacha va yirik bo'lishi mumkin. Ularning bir-biriga nisbatan proportsionalligi qat'iy bo'lmasligi, ularning o'zaro ta'siri umumiy jarayonda turlicha bo'lishi mumkin.

Modulli o’qitish – pedagogik jarayonni ilmiy va metodik jihatdan tartibli va maqsadga muvofiq bajarishga xizmat qiladi. Har qanday pedagogik texnologiyaning tarkibiy bo'laklari o'zaro joylashuvi va pedagogik texnologiya jarayonlarini amalga oshirish ketma-ketligining oldindan belgilangan tartib-qoidalari algoritm deyiladi.

Eng kichik bo'lak pedagogik texnologiyaning o'ziga hos qismi bo'lib, bunday kichik modullardan birlamchi modul tashkil topadi. Modullar to'plami o’qitish jarayonini ilmiy tashkil etishga va uning sifat hamda samarasini ta'minlash uchun qo’llaniladi. Modullarning o'zgaruvchan va modernizatsiyalanadigan tabiati tufayli ulardan dinamik ravishda foydalaniladi. Modulli o’qitish – tartibli o’qitish demakdir. Bunda o’quv materiali bitta o’quv mashg’uloti hajmida, o’quv predmetining biror mavzusi yoki biror bo'limi darajasida, ba'zan esa o’quv fanining yirik tarkibiy qismi o'lchamida, ya'ni bloklar tarzida ham modullar yordamida o'qitilishi mumkin. Oliy va o'rta maxsus, kasb-hunar ta'limi muassasalarida bir necha turdosh o’quv fanlarining tarkibiy bo'laklarini hamda ayrim fanlarni o’qitish texnologiyasini tashkil qiluvchimodullar (bloklar) tarzida o’qitish keng qo’llanilmoqda. Davlat ta'lim standartlarining tarkibiy bo'laklariga mos keladigan bloklardan ham foydalanilmoqda. O’quv reja va dasturlarning tarkibiy bo'laklarini hamda ularning bajarilishini ta'minlaydigan texnologiyaga xizmat qiluvchi modullar ham mavjud. Ta'lim usullari, metodlari va vositalari uchun qo’llaniladigan modullar ham yaratilmoqda. Modullar, birinchi navbatda, ta'lim mazmuniga daxldor tushunchalar, qoidalar, nazariyalar, qonunlar va ular orasidagi umumiy bog’lanishni ifodalovchi qonuniyatlarni tushuntirishga samarali xizmat qiladi. Bilim oluvchilarning o’quv-bilish faoliyatlari hamda ularning o'zlashtirishini nazorat qilishda ham modullardan foydalaniladi.

Modullashtirish va o’quv jarayonini texnologiyalash yuzasidan keyingi yillarda ilmiy-pedagogik tadqiqotlar o'tkazilmoqda. Lekin bu borada o’quv tarbiya jarayonini modullashtirish va algoritmlashtirish ishlari nihoyasiga etkazilgan emas. Bu holatning nezisi va takomillashuvini atroflicha tadqiq etish orqali va tajriba-sinov ishlari hamda pedagogik eksperimentning qat'iy xulosalariga tayanib ta'lim jarayoniga modulli yondashuvni kuchaytirish mumkin. Ta'lim-tarbiya jarayonlariga modullashtirish va algoritmlash madaniyati to'la kirib borganida pedagogik texnologiyalarning yaratilishi va ularning amalda qo’llanilishi borasida sezilarli yutuqlarga erishish imkoniyati kuchayadi.

2. Modulli o’qitish texnologiyasining tamoyillari.

Quyidagi tamoyillar modulli o’qitish texnologiyasining asosini tashkil etadi:

1. Faoliyatlik tamoyili. Bu tamoyil, modullar mutaxassisning faoliyat mazmuniga muvofiq shakllanishini anglatadi. Bu tamoyilga ko'ra modullar fan bo'yicha faoliyat yondashuvi yoki tizimli faoliyat yondashuvi asosida tuzilishi mumkin. Modulli o’qitish texnologiyasiga fan bo'yicha faoliyat yondashuvida, modullarni o’quv rejasi va dasturlar tahlili natijasida tuzishni taqozo etadi. Tizimli faoliyat yondashuvida, modullar bloki, mutaxassisning kasbiy faoliyati tahlili asosida shakllantiriladi.

2. Tenglik, teng hukuklik tamoyili. Bu tamoyil pedagog va talabaning o'zaro munosabati sub'ekt - sub'ektiv xarakterligini belgilaydi. Bu esa modulli o’qitish texnologiyalarni, shaxsga yo'naltirilgan texnologiyalar toifasiga taalluqliligini ko'rsatadi. Ya'ni modulli o’qitish texnologiyasi, shaxsning individual psixologik xususiyatlariga moslashgan bo'ladi.

3. Tizimli kvantlash usuli. Bu tamoyil axborotni siqib berish nazariyasi, muhandislik bilimlar kontsepsiyasi, didaktik birliklarni yiriklash nazariyalarining talablariga asoslanadi. Shular bilan bir qatorda bu tamoyil quyidagi psixologik-pedagogik konuniyatlarni hisobga olishni taqozo etadi:

- katta hajmdagi o'quv materiali, qiyinichilik bilan va xohishsiz (istalmasdan) eslanadi;
- ma'lum tizimda kisqartirilgan holda berilgan o’quv materiali, osonroq o'zlashtirilali;
- o'quv materialidagi, tayanch qismlarni ajratib ko'rsatilishi, eslab qolish faoliyatiga ijobiy ta'sir ko'rsatadi.

Shu bilan bir qatorda o'quv materialining asosini ilmiylik va fundamentallik tashkil etishi lozim.

4. Motivatsiya (qiziqishni uyg’otish) tamoyil. Bu tamoyilning mohiyati talabaning o’quv-bilim olish faoliyatini rag’batlantirishdan iborat bo'ladi. Bu asos soluvchi qoidadir. Modulning o'quv materialiga qiziqishni ug’otish, bilim olishga rag’batlantirish, mashg’ulotlar paytida faol ijodiy fikrlashga da'vat etish, modulning tarixiy va muammoli elementlarining vazifalari hisoblanadi.

5. Modullik tamoyili. Bu tamoyil o’qitishni individuallashtirishning asosi bo'lib xizmat qiladi.

Birinchidan, modulning dinamik strukturasi fan mazmunini uch xil ko'rinishda namoyon etish imkoniyatini beradi: to'la, kisqartirilgan va chuqurlashtirilgan. O’qitishning u yoki bu turini tanlash talabaga havola qilinadi.

Ikkinchidan, modul mazmunini o'zlashtirishda, usul va shakllarning turliligida ham modullik namoyon bo'ladi. Bu esa o’qitishning faollashtirilgan shakl va usullari (dialog, mustaqil o’qish, o’quv va imitasion o'yinlar va hokazo) hamda muammoli ma'ruzalar, seminarlar, maslaqatlar bo'lishi ham mumkin.

Uchinchidan, modullik, yangi materialni pog’onasimon o'zlashtirishda ta'minlanadi, ya'ni har bir fan va har bir modulda o’qitish oddiydan murakkabga qarab yo'nalgan bo'ladi.

To'rtinchidan, modulga kiruvchi o’quv elementlarining moslanuvchanligi tufayli, o'quv materialini muntazam ravishda yangilab turish imkoniyati ko'zda tutiladi.

6. Muammolik tamoyili. Bu tamoyil muammoli vaziyatlar va mashg’ulotlarni amaliy yo'naltirilgan tamoyilligi tufayli, o’quv materialining o'zlashtirilish samaradorligini oshishiga imkon beradi.

Mashg’ulotlar paytida gipoteza faraz ko'yiladi, uning asoslanganligi ko'rsatiladi va bu muammoning yechimi beriladi. Ko'pchilik hollarda bizning o’qituvchilar darslarda faqatgina dalillar keltiradilar, (ular hatto yangi bo'lsa ham) ammo misol uchun AQSHda o’qituvchi masalani o'rganish uslubini, o'zi qo'ygan muammoni echish yo'llarini, tajriba xususiyatini, uning natijalarini ko'rsatadi va tushuntiradi.

Birinchi navbatda, ayniqsa, ana shu narsa talabani qiziqtirib qo'yadi, unda ijodiy fikrlash va faollikni tug’diradi.

7. Kognitiv vizuallik (ko'z bilan kuzatiladigan) tamoyili. Bu tamoyil psixologik-pedagogik qonuniyatlardan kelib chiqadi, ularga ko'ra o’qitishdagi ko'rgazmalar, nafaqat surat vazifasini, shu bilan birga kognitiv vazifani bajargan taqdirdagina o'zlashtirish unumdorligini oshiradi. Aynan, shuning uchun kognitiv grafika-sun'iy intellekt nazariyasining yangi muammoli sohasi bulib, murakkab ob'ektlar kompyuter suratchalari ko'rinishida tasvir etiladi. Modulning tarkibiy tuzilmasi bo'lib, rangli bajarilgan, kognitiv-grafik o’quv elementlari (rasmlar bloki) xizmat qiladi. Shuning uchun rasmlar, modulning asosiy bosh elementi hisoblanadilar.

8. Xatoliklarga tayanish tamoyili. Bu tamoyil o'qitish jarayonida doimiy ravishda hatoliklarni izlash uchun vaziyatlar yaratilishiga, talabalarning ruhiy faoliyati funktsional tizimi tarkibida oldindan payqash tuzilmasini shakllantirishga qaratilgan didaktik materiallar va vositalarni ishlab chiqishga yo'naltirilgan bo'ladi.

Bu tamoyilning amalga oshirilishi, talabada tanqidiy fikrlash, qobiliyatini rivojlanishiga yordam beradi.

9. O'quv vaqtini tejash tamoyili. Bu tamoyil talabalarda individual va mustaqil ishlash uchun o'quv vaqtining zahirasini yaratishga yo'naltirilgan bo'ladi. To'g'ri tashkil qilingan modulli o'qitish, o'qish vaktini 30% va undan ortiq tejash imkoniyatini beradi. Bunga esa modulli o'qitishning barcha tamoyillarini to'la amalga oshirilganda, o'quv jarayoni kompyuterlashtirilganda, yondosh fanlarning o'quv dasturlari muvofiqlashtirilganda erishish mumkin.

3. Ta'lim texnologiyalari. Texnologik pasport va texnologik xarita tuzish, o'quv jarayonini loyihalash qoidalari.

O'quv jarayonini ta'lim texnologiyalari asosida tashkil etish va boshqarish turlari:

1. An'anaviy (klassik) ma'ruzali o'qitish (boshqarish ochiq, sochilgan yoki verbal (matnli));
2. Audiovizual vositalardan foydalanib o'qitish (boshqarish ochiq, sochilgan yoki avtomatlashgan);
3. Konsultatsiya tizimi (boshqarish yakka tartibda va yo'naltirilgan, verbal);
4. Mustaqil ta'limga yo'naltirilgan o'qitish (boshqarish ochiq yoki sochilgan, aloqa vositalari avtomatlashtirilgan va kuchli bog'langan);
5. Kichik guruhlarda o'qitish (boshqarish sochilgan yoki hamkorlik bilan verbal);
6. Komppyuterli o'qitish (boshqaruv sochilgan yoki avtomat-lashtirilgan);
7. "Repetitor" tizimi (boshqarish verbal, sochilgan, individual-yo'naltirilgan);
8. "Dasturlashtirilgan" o'qitish (boshqarish avtomatlashtirilgan holda sochiq);

V.P.Bespalko bilish faoliyatini tashkil etish va boshqarish namunasidagi pedagogik texnologiya tasnifini tavsiya etdi. U o'qituvchi va ta'lim oluvchi (boshqariluvchi) munosabatlarini quyidagicha belgilaydi:

- berk-(talabalarning nazorat qilinmaydigan va tuzatilmaydigan faoliyati);
- davriy (nazorat, o'z-o'zini nazorat qilish, o'zaro nazorat);
- tarqoq - (frontal) yoki yo'nalganlik (individuallik);
- og'zaki yoki avtomatlar (o'quv vositalari) orqali.

V. P. Bespalko texnologiyasi turlari:

1. klassik lektsiya metodida o'qitish (boshqaruv-berk, tarqoq, qo'lda);
2. audiovizual texnik vositalarda o'qitish (berk, tarqoq, avtomatlashtirilgan);
3. «Konsultant (maslaqatchilar)» tizimi (berk, yo'naltirilgan, qo'lda);
4. o'quv adabiyotlari yordamida o'qitish (berk, yo'naltirilgan, avtomatlashtirilgan) - mustaqil ish;
5. «Kichik guruhlar» tizimi (davriy, tarqoq, qo'lda) - guruhlardagi o'qitishning tabaqalashtirilgan usuli;
6. kompyuter o'qitishlari (davriy, tarqoq, avtomatlashtirilgan);
7. «Repetitor» tizimi (davriy, yo'naltirilgan, qo'lda) - individual o'qitish;
8. Dasturlashtirilgan o'qitish (davriy, yo'naltirilgan, avtomatlashtirilgan), ular uchun oldindan programmalar tuzib qo'yiladi.

Texnologik karta o'quv jarayonini loyihalashtirishning asosi.

O'qitish jarayonini oldindan loyihalashtirish zarur, bu jarayonda o'qituvchi o'quv predmetining o'ziga xos tomonini, joy va sharoitni, o'qitishning texnik vositalarini, eng asosiysi, talabaning imkoniyati va ehtiyojini hamda hamkorlikdagi faoliyatini tashkil eta olishini hisobga olishi kerak, shundagina kerakli kafolatlangan natijaga erishish mumkin. Qisqa qilib aytganda, talabani ta'limning markaziga olib chiqish kerak.

O'qituvchi tomonidan har bir darsni yaxlit holatda ko'ra bilish va uni tasavvur etish uchun bo'lajak dars jarayonini loyihalashtirib olish kerak. Bunda o'qituvchiga u tomonidan bo'lajak darsni texnologik xaritasini tuzib olish katta ahamiyatga egadir. Chunki darsning texnologik xaritasi har bir mavzu, har bir dars uchun o'qitilayotgan predmet, fanning xususiyatidan, talabalarning imkoniyati va ehtiyojidan kelib chiqqan holda tuziladi.

Bunday texnologik xaritani tuzish oson emas, chunki buning uchun o'qituvchi pedagogika, psixologiya, xususiy metodika, pedagogik va axborot texnologiyalaridan habardor bo'lishi, shuningdek, juda ko'p metodlarni bilishi kerak bo'ladi. Har bir darsning rang-barang, qiziqarli bo'lishi avvaldan puxta o'ylab tuzilgan darsning loyihalashtirilgan texnologik xaritasiga bog'liq. Darsning texnologik xaritasini qay ko'rinishda yoki shaklda tuzish, bu o'qituvchining tajribasi, qo'ygan maqsadi va ixtiyoriga bog'liq. Texnologik xarita qanday tuzilgan bo'lmasin, unda dars jarayoni yaxlit holda aks etgan bo'lishi hamda aniq belgilangan maqsad, vazifa va kafolatlangan natija, dars jarayonini tashkil etishning texnologiyasi to'liq o'z ifodasini topgan bulishi kerak. Texnologik xaritaning tuzilishi o'qituvchini darsning kengaytirilgan konspektini yozishdan xolos etadi, chunki bunday kartada dars jarayonining barcha qirralari o'z aksini topadi.

Texnologik xaritada ta'lim beruvchi va ta'lim oluvchilar faoliyati (o'quv jarayoni) bosqichlarining ketma-ketligi va mazmuni hamda ularda qo'llanila-digan vositalar tavsiflanadi. Texnologik xarita bo'lajak mutaxassislarning mustaqil ishlashiga va ta'lim jarayonini nazorat qilishga yordam beradi.

Texnologik xarita mazmunini faoliyat (texnologik bosqichlar) tashkil etadi va ular quyidagi ketma-ketlikda amalga oshiriladi:

- ta'lim oluvchilarga o'rganilishi kerak bo'lgan mavzuni e'lon qilish. Uning mantiqiy-tuzilmaviy tartibini namoyish qilish va sharhlash. Yangi material bilan tanishtirish;
- o'quv elementlarini o'rganish ketma-ketligi va usullarini bayon qilish;
- ta'lim oluvchilar egallashi lozim bo'lgan bilim, malaka va ko'nikmalar to'g'risida axborot berish;
- testlar va amaliy topshiriqlarning variantlarini, ularni baholash mezonlarini taqdim etish, ya'ni yakuniy nazoratning «ochiqligini» ta'minlash;
- o'zlashtirilgan bilimlarning ta'lim jarayonida yoki kelgusi kasbiy faoliyatda qaerda kerak bo'lishi to'g'risida axborot berish.

Bu holda «ta'lim beruvchi-ta'lim oluvchi»ning o'zaro munosabatidagi muammo ham hal etiladi. Ta'lim oluvchi ta'lim beruvchining tayyor bilimlar bilan qurollantiradigan ta'sir ob'ektidan mustaqil o'quv faoliyatining sub'ektiga aylanadi. U mustaqil bilim olishga va o'zining o'quv faoliyatini rejalashtirishga, uning natijalariga erishish darajasini belgilashga qiziqtiriladi.

O'qituvchi tomonidan o'zi o'qitayotgan fanning har bir mavzusi, har bir dars mashg'uloti bo'yicha tuzilgan texnologik xarita unga o'z fani, predmetini yaxlit holda tasavvur etib yondoshishga, tushunishiga (bir semestr, bir o'quv yili bo'yicha), yaxlit o'quv jarayoninig boshlanishi, maqsadidan tortib, erishiladigan natijasini ko'ra olishiga yordam beradi. Ayniqsa, texnologik xaritani talabaning imkoniyati, ehtiyojidan kelib chiqqan holda tuzilishi, uni shaxs sifatida ta'limning markaziga olib chiqishga imkon yaratadi. Bu esa o'qitishning samaradorligini oshirishga olib keladi.

4. Dasturli ta'limning mazmuni, maqsadi va vazifalari. Dasturli ta'limni vujudga kelish tarixi.

Dasturlashtirilgan o'qitish XX asrning 50-yillari boshida paydo bo'ldi. U amerikalik psixolog B.Skinner nomi bilan bog'liq. U materiallarning o'zlashtiri-lishini boshqarishning samaradorligini oshirishda, axborotlarni qismma-qism uzatishning muntazam programmasi asosiga qurish va uni nazorat qilishni tavsiya etdi.

N.Krauder tarmoqlangan dasturni ishlab chiqdi, unda nazorat natijalariga ko'ra ta'lim oluvchilarga mustaqil ishlar uchun turli xildagi materiallar tavsiya etiladi.

G.K.Selevko dasturlashtirilgan o'qitishga quyidagi ta'rifni beradi, ya'ni dasturlashtirilgan o'qitish deganda o'qitish uskunalari (EHM, programmalashtirilgan darslik, kinotrenajer va b.) yordamida programmalash-tirilgan o'quv materialining o'zlashtirilishini boshqarishni tushunadi. Dasturlash-tirilgan o'quv materiali muayyan mantiqiy izchillikda beriladigan nisbatan katta bo'lmagan o'quv axborotlari («kadrlar», «fayllar», «odimlar») seriyasidan iborat bo'ladi.

Dasturlashtirilgan ta'lim o'z mazmuni va tuzilishiga hamda maqsadiga ko'ra juda aniqlashtirilgan maqsadli ta'lim tizimiga o'xshashdir.

Bu tizimda ham barcha ish faoliyati oxirgi natijaga qaratilgan bo'lib, kichik-kichik qadamlar bilan o'zlashtirish asos bo'lib xizmat qiladi. Dasturlashtirilgan ta'lim ko'proq talabalarning imkoniyatlarini hisobga olish va individual yondashish yo'nalishiga asos hozirlaydi.

Dasturli ta'limning asosiy mazmuni shundan iboratki pedagog butun o'quv materialini bir necha qismlarga bo'lib chiqadi. Bu bilimlar soddadan murakkabga qarab joylashtiriladi. Har bir qism haqida to'la axborot berilgach, ana shu qismni o'zlashtirilganlik darajasi tekshirib boriladi. Barcha talabalar o'zlashtirib olganliklariga ishonch hosil qilishlari bilan, ikkinchi qismga o'tiladi va bu bilimlar ham mukammal o'zlashtirilganligi aniqlangach, o'quv materialini keyingi qismi o'rganiladi. Dasturlashtirilgan ta'limning asosiy vazifasi kichik-kichik qadamlar bilan o'quv materialini talabalarga etkazishdir va bunda o'zlashtirish doimiy monitoring ostida kuzatishdan iborat bo'ladi. Har bir qadamni qay darajada o'zlashtirishni kuzatish o'zining afzalliklariga ega. Bunda talabalar o'quv materialini qaysi qismini chuqur va qaysi qismini zaif o'zlashtirganligi haqidagi ma'lumot ham darhol yuzaga chiqadi. Noaniqliklar va tushunmovchiliklar o'z vaqtida to'g'rilab boriladi.

Agar an'anaviy darsda faqat o'quv materialini o'rganib bo'lgandan keyingina mustahkamlashga va tekshirishga e'tibor berilsa, dasturli ta'limda o'quv materialini o'zlashtirish jarayonining hamma bosqichlari nazorat qilib boriladi. Dasturli ta'lim tushunchasi metodikada 60-yillardan boshlab rivojlana boshladi. Ammo hanuzgacha keng tarqalmagan. Chunki bu metod pedagogdan ko'p mehnat va ijod talab etadi. Ushbu metodni ijobiy tomonlari shundan iboratki, o'quv materialini mantiqiy bo'laklarga ajratilishi bilimlarni tizimli o'zlashtirishga yordam beradi. Har bir bosqichda o'zlashtirishni monitoring qilib borilishi esa har bir talabani o'zlashtirish darajasini tekshirib borish va vaqtida tuzatishlar kiritishga imkon beradi. Birinchi qismni egallanmay turib, ikkinchi qismga o'tilmaydi. Natijada yangi mavzuni barcha talabalar yaxshi o'zlashtiradilar.

Talabaga bo'lgan individual yondashuv yaxshilanadi, chunki bunda har bir talabaning nafaqat bilimi balki o'ziga xos xususiyatlari ham namoyon bo'lib boradi. Talaba shaxsini yaxshiroq o'rganishga imkon tuqiladi. O'qituvchi va talaba o'rtasida uzviy aloqa hosil bo'ladi. Ammo bu metodni o'ziga xos kamchiliklari ham bor. Bu usulni chegaralangan miqdordagi talaba guruhi bilan ishlaganda qo'llash mumkin. O'qituvchidan nazorat va tekshirish ishlarini tuzish talab etiladi. Agar o'rganiladigan mavzu yaxlit marakkab bog'lamli mantiqqa ega bo'lsa, uni bosqichlarga bo'lib o'rganish noo'rin. Bu metod ketma-ket zanjirli bog'lamga ega bo'lgan mavzularda qo'llanilishi yaxshi samara beradi. Bu metod talabada ko'proq esda saqlash, axborotni yodlab olish kabi malakalarini rivojlantiradi. Shuning uchun uni muammoli ta'lim bilan muvofiqlashtirgan holda qo'llash kerak. Muammoli ta'limni ko'proq seminar darslarda o'tkazish, dasturli ta'limdan esa ma'ruzalarda foydalanish qulay.

Dasturlashtirilgan ta'limning asosiy vazifasi - kichik-kichik qadamlar bilan o'quv materialini talabalarga etkazish va o'zlashtirish jarayonini doimiy nazorat qilib borishdan iborat. Bunda mavzuni qaysi qismi chuqur va yuzaki o'rganilganligi ma'lum bo'ladi va kamchiliklarni darhol tuzatish imkoni tug'iladi. Bu tushuncha 50-yillardan boshlab, AQSHlik psixolog B. Skinner tomonidan rivojlana boshlangan bo'lsada, hanuzgacha keng tarqalmagan. Uning o'ziga xos ijobiy va salbiy xususiyatlari bor.

Dasturlashtirilgan ta'lim nafaqat kompyuter yordamida, balki kompyuter ishtirokisiz ham tashkil etilishi mumkin. Bunda o'quv jarayoni o'ta aniqlik bilan loyihalanadi. Ammo kompyuter texnologiyalaridan foydalangan holda darsning tashkil etilishi dars samaradorligini yanada oshishiga yordam beradi.

Kompyuterda dasturlashtirilgan ta'lim o'zining yuqori imkoniyatlari bilan ajralib turadi. Dasturlar turlicha ko'rinishda tuzilishi mumkin.

5. Dasturli ta'lim turlari. Masofaviy ta'lim va uni amaliyotga joriy etish imkoniyatlari.

Oliy ta'lim sohasidagi o'qitish usullari zamonaviy axborot vositalari bilan boyitilishi natijasida ta'lim sifatining yanada ortishi kutilmoqda. Bu borada masofaviy o'qitish usuli o'qituvchi (pedagog) va talabalar uchun ham qator qulayliklarga egaligi bilan alohida ahamiyatga egadir. Internet, multimediya kabi texnologik usullar talabalar uchun zarur bo'lgan o'quv materiallari, qo'llanmalar asosida kompyuter dasturlarini ishlab chiqish vazifasini qo'ymoqda. Zero, masofaviy o'qitish har qanday sohada ham jahon ta'lim markazlarining uslubiy adabiyotlari, zamonaviy hamda so'nggi axborotlarni olish va ulardan jamlab foydalanish imkoniyatlarini beradi.

Masofaviy o'qitish usuli an'anaviy ta'lim shakllaridan farqi qiladi. U talabalarni o'ziga qulay vaqtda, joyda va sharoitda o'qitish imkonini beradi. O'quv kursiga bog'liq bo'lmagan holda shaxsiy va guruh talabi asosida o'quv rejalari ishlab chiqiladi. O'qitish jarayonida talabalarga ilmiy axborot va ma'lumotlar bo'yicha markazlashgan tarmoq orqali o'zaro axborot almashinuvini joriy etish mumkin. O'quv maydonlari, texnik va transport vositalaridan samarali foydalanish, ma'lumotlarni yig'ib bir tizimga solingan holda ifodalab berilishi va mutaxassislarni qayta tayyorlashda ham xarajatlarni kamaytirishga erishilishi kutilmoqda. Ta'lim-tarbiya berish jarayonida eng zamonaviy axborot, telekommunikatsiya va turli samarali texnologiyalardan foydalaniladi.

Masofaviy ta'lim o'qituvchi (pedagog) va mutaxassislarning ham vaqtini tejab, imkoniyati darajasidan kelib chiqqan holda moddiy manfaatdorligini oshirish bilan mustaqil ta'lim olish uchun keng sharoit yaratib beradi. Ta'lim sohasida erishilayotgan yutuqlarning jahon ta'lim tizimi doirasida almashinuvini tashkil etish, bu sohadagi yutuqlarni ho'lga kiritishni ta'minlashi shubhasizdir.

Masofaviy o'qitish usuli mutaxassis o'qituvchi(pedagog)larning oldiga yangidan-yangi dolzarb vazifalarni qo'ymoqda. Chunki o'quv materiallarining muntazam to'ldirib borilishi, ta'lim beruvchilarning ijodiy yondashuv hamda yangiliklar bilan o'z malakasini oshirishlari va bu ko'rsatkichlarni jahon ilmi yutuqlari bilan muvofiqlashtirib borishlari talab etilmoqda. Bu o'qitish usuli ta'lim talabiga asosan talabaning o'z ustida ishlashini tashkil etish, ko'proq bilim olishga intilishi, kompyuter bilan mustaqil ishlash va olgan bilimlaridan ijodiy foydalanishini ta'minlaydi hamda olingan bilimlar maxsus o'quv-uslubiy nashrlar, testlar bilan tekshirilib, to'ldirilishi mumkin.

Axborot texnologiyalarining keng miqyosda joriy etilishi bilan masofaviy o'qitishni bir qator ijtimoiy ahamiyatga molik masalalarni echishda ham joriy etish mumkin. Ta'lim sohasiga bo'lgan fuqarolarning ehtiyojlarini qondirishda qulayliklar yaratish bilan respublikamizning malakali mutaxassislarga bo'lgan talabi ham qondiriladi. Shuningdek, fuqarolarning ijtimoiy va kasbiy faolliklarini oshirishga erishish mumkin. Xususiy tadbirkorlik bilan mashg'ul shaxslarning jamiyat hayotidagi faolligini mustahkamlab, ularning dunyoqarashini boyitishga xizmat qiladi. Bu esa oliy ta'lim tizimida yig'ilgan ilmiy yutuqlar, mutaxassis xodimlar va ularning ishtirokida yurtimizning iqtisodiy salohiyatini mustahkamlashdek ustuvor rejalarni amalga oshirish vazifasini qo'ymoqda.

Masofaviy o'qitish geografik jihatdan turlicha joylashgan ta'lim muassasalari uchun mo'ljallangan edi. Lekin zamonaviy axborotlar va telekommunikatsiya texnologiyalarining rivojlanishi ta'lim-tarbiya jarayonini uzoq masofadan turib amalga oshirishga yo'l ochib berdi. Natijada masofaviy o'qitish uslubi asosida o'qitish tez vaqt ichida Oliy va o'rta maxsus o'quv yurtlarida o'qitishda yangi uslublarni qo'llashga yana bir turtki bo'ldi. Masofaviy o'qitish bo'yicha Xalqaro Kengashning tahlillari shuni ko'rsatmoqdaki, bugungi kunda jahon miqyosida 10 milliondan ortiq talabalar shu uslub asosida ta'lim olishmoqda. AQSHda shu uslub asosida o'qitish maqsadida yangi o'quv markazlari barpo etilmoqda hamda ular milliy kadrlarni zamon talablari asosida tayyorlash va qayta tayyorlash afzalliklariga egadir.

Masofaviy o'qitishning quyidagi afzalliklari mavjud:

1.O'qitishning ijodiy muhiti. Mavjud ko'pgina uslublar asosida o'qituvchi (pedagog) ilm toliblarini o'qitadi, talaba- talabalar esa faqat berilgan materialni o'qiydilar. Taklif qilinayotgan masofaviy o'qitish asosida esa talabalarning o'zlari kompyuter axborotlar bankidan kerak bo'lgan ma'lumotlarni qidirib topadi va o'zlarining tajribalari yordamida boshqalar bilan yaxshi muloqotda bo'lishini ta'minlaydi hamda o'z o'rnida mehnat ta'limi olishini rag'batlantiradi.

2. Mustaqil ta'lim olish imkoniyatining borligi. Masofaviy o'qitish asosida ta'lim berish boshlang'ich, o'rta, oliy va malaka oshirish bosqichlarini o'z ichiga qamrab oladi. Tayyorgarligi turli darajada bo'lgan inspektorlar o'zlarining shaxsiy dars jadvallari asosida ishlashlari va o'zining darajasidagi talabalar bilan muloqotda bo'lishi mumkin.

3. Ish joyidagi katta o'zgarishlar. Masofaviy o'qitish asosida ta'lim berish turi millionlab insonlarga, hammadan ham ishlab chiqarishdan ajralmagan holda ta'lim olayotgan yoshlar uchun qulay shart-sharoitlarni yaratib beradi. Bunday uslub asosida o'qitish kadrlarni tayyorlashda muhim o'rin tutadi.

4. O'qitish va ta'lim olishning yangi va unumli vositasi. Statistik ma'lumotlar shuni ko'rsatadiki, masofaviy o'qitish asosida ta'lim berish, ishlab chiqarishdan ajralgan holda o'qish kabi unumlidir. Bundan tashqari, masofaviy o'qitish asosida ta'lim olish oliy o'quv yurti tomonidan qo'yilgan chegaradan ham chetga chiqib ketadi. Bunday asosda ta'lim olayotgan talabalarning boshqalardan ustunligi ularni eng yaxshi, sifatli materiallar va o'qituvchi (pedagog)lar bilan ta'minlashdir. Ta'lim berish va boshqarish uslubiyotiga asoslangan holda o'qituvchi (pedagog) auditoriyada o'qitish shartlaridan xoli bo'lishi kerak.

Masofaviy o'qitishning axborot-texnologik asoslari.

Axborot texnologiyasi – ob'ekt, jarayon yoki hodisalarning holati haqidagi yangi ma'lumotlarni targ'ib etish uchun ma'lumotlarni yig'ish usullari va ma'lumotlarni etkazib beruvchi vositalar majmuidan foydalanish jarayonidir. Axborot texnologiyalari ta'limiy mahsulot va xizmatlarni tashkil etishda dastgoh hisoblanadi.

Ta'limiy mahsulot – ta'lim jarayoniga tatbiq qilish uchun ifodalangan ma'lumotlar majmuidir.

Zamonaviy axborot texnologiyasi - shaxsiy kompyuter va telekommuni-katsiya vositalaridan foydalanuvchi axborot texnologiyasidir.

Jamiyatni axborotlashtirish – fuqarolarning axborotga bo'lgan ehtiyojini va ularning huquqlarini amalga oshirishni qanoatlantirishdagi maqbul shartlarni bajarish, davlat va hokimiyat, mahalliy va o'zini o'zi boshqarish organlarining talablari asosida axborot resurslaridan foydalangan holda jamoat birlashmalarini tashkil etish va ular faoliyatini yo'lga qo'yishning ijtimoiy-iqtisodiy va ilmiy-texnik jarayonlaridir.

Ta'lim jarayonini axborotlashtirish - bu jamiyatni axborotlashtirishning muhim bo'g'ini hisoblanadi.

Ta'limni axborotlashtirish quyidagi qulayliklar va afzalliklar bilan bog'liq o'zgarishlarda qatnashadi:

- jamiyatning har bir a'zosi haqidagi ma'lumotlarni va bilimlarni olishga yo'l ochib berishda;
- shaxs uchun intellektual va ijodiy qulayliklarini rivojlantirishda;
- jamiyatning har bir a'zosi hayotida uning faolligi evaziga malaka oshirish xizmatlarini tezkor o'zgartirishda;
- masofaviy o'qitish o'zib ketuvchi (ilg'or) ta'limni tashkil etish va uning samarasini oshirishni ta'minlashda;
- ta'lim mahsulotlarini va xizmatlarini yaratish va tashkil etish maqsadida turli axborot texnologiyalarini qo'llashda;
- guruhlash, turlash, hisoblash, ma'lumotlarni agregatlash uchun AKT xizmatlaridan maksimal darajada foydalanishda;
- masofaviy o'qitish qatnashchilarining axborot talablarini qondirish uchun boshqaruv axborot texnologiyalaridan samarali foydalanishda;
- masofaviy o'qitish qatnashchilari bilan AKT vositalarining o'zaro axborot almashuvi jarayonlarida;
- fanlar bo'yicha ekspertlarning to'plagan bilimlar mahsulotlarini masofaviy o'qitishdan foydalanuvchilar tomonidan olinishining keng imkoniyatini beruvchi ekspert tizimli axborot texnologiyalarini ishga tushirishda va shu kabilar.

Bunday tashkiliy-metodik masalalarning asosiy yechimlaridan biri – bu yangi ta'lim texnologiyalarini kiritish, shu bilan birga, respublikaning uzluksiz ta'lim tizimida, ayniqsa, birinchi navbatda, oliy ta'limda masofaviy o'qitish uslubi o'z o'rnini egallashi kerakligidadir. Dunyoda masofaviy o'qitish uslubini qo'llash bo'yicha juda katta tajriba orttirilgan. Jumladan, tajribali o'qituvchilar va mutaxassislarning o'qitilayotgan kishiga yakka tartibda yordam berish, talabalar o'qishini turli uslubda nazorat qilish, ularning bilim saviyasi va malakaviy mukammalligini baholash maqsadida AKT turli variantlaridan foydalanishi tufayli talaba va talabalarning o'qish sifati va mehnat unumdorligi oshadi.

Masofaviy o'qitish uslubining sifatli qo'llanilishi borasida quyidagi yo'llanmalar shakllanmoqda:

O'qitilayotgan borliqni markazlashtirish. Respublikamiz va xorijlik olimlar hamda mutaxassislarning bilim va tajribalarini qo'llash, zamonaviy o'quv qurollaridan foydalanish e'tiborda tutiladi. Bunda turli o'quv manbalaridan foydalanish, talabalarni axborot bilan ta'minlash, bu axborot esa o'z navbatida, butun dunyo mutaxassislari bilimlaridan, elektron kutubxonalardan olingan axborotlardan foydalanish talaba va talabalar hamda ularning o’qituvchilari uchun katta imkoniyatlar yaratadi.

O’qituvchiga talabni kuchaytirish. Ta'lim jarayonining standart holda jamlanishi, o’qituvchi(pedagog)larning bilim darajasini oshirish majburiyatini yuklaydi. Bu uslublar ularning ish natijasi va bilim darajasining ko'tarilishiga yordam beradi.

Erkin va standartlatirilgan ta'lim berish jarayonining ta'minlanishi, uzluksiz monitoring imkoniyati, o’quv jarayonlarining to’g’ri nazorat qilinishi va boshqarilishi, oliy va o'rta maxsus ta'lim vazirligi va o’quv yurtlari tomonidan o’qituvchi va talabalarning bilim saviyasining tekshirilishi (ta'lim jarayonida talaba va o’qituvchilarning harakatlarini nazorat qilish, bunga talabaning faolligi va o’qituvchi ishining unumliligi, talabalarni attestatsiyadan o'tkazish bilan bog’liq amallar ham kiradi) masofaviy ta'limda ham yo'lga qo'yilishi shart. O’qituvchilarni qayta tayyorlash va ularning malakasini oshirish tizimlarining samaradorligini oshirishda ham bunday tadbirlar amal qiladi.

O’qitish turining egiluvchanligi. qulay vaqtda shug’ullanish mumkinligi, qulay joyda va qulay tezlikda talabalarning bilim qabul qilishining turli shakllarini qo’llash mumkinligi, ular tomonidan modellashtirish va ko'rgazmali vositalarni joyida qo’llash, axborot va bilimlarni etkazishda ko'rgazmali, amaliy va boshqa metodlardan unumli foydalanish ikoniyatlarining mavjudligi ta'limning ushbu shakli egiluvchanligini ifodalaydi.

O’qituvchining roli va uning pedagogik imkoniyatlari. O’qituvchining talabaga nisbatan shaxsiy yondashuvining turli shakllarini qo’llash va har bir talabaning bilim darajasi va tayyorgarligini har tomonlama o'rganish sharoitining mavjudligida ko'rinadi.

Talabaning bilim va tadqiqot motivlari hamda stimullarini rivojlantirish. Talabaning o’qituvchi(pedagog)ga va o'zaro muloqotida ishonchsizlik hissiyoti bilan bog’liq psixologik to'siqlarni yo'qotish, talabaning intellektual va ilmiy imkoniyatlarini hamda o'zini o'zi tarbiyalash va takomillashtirish shart-sharoitlarini kengaytirishga yordam beradi. Shuningdek, bilim oluvchilarning aqliy va jismoniy mehnati uyg’unligini ta'minlaydi.

Iqtisodliligi. Bu tizim o’qitishdagi kechikishlarni kamaytirishni ta'minlaydi. O’qitish xonalaridan foydalanish, yo'l xarajatlari va taklif qilishga malakali o’qituvchi(pedagog)lar uchun ularning asosiy ish joyidan haq to'lash haratlarini kamaytiradi. Ular o'z bilimlarini masofadan o’qitish shaklida uzatishlari mumkin. Sog’ligi, ijtimoiy va moddiy ta'minlanganligidan qat'iy nazar, bilim olishning keng imkoniyatlari yaratilib, ijtimoiy tenglik yuzaga keladi.

O’qitish doirasida musobaqa muhitini rasmiylashtirish. Masofadan o’qitish texnologiyasi bu – jamiyatni axborotlashtirish umumiy oqimi va yo'llari bilan jipslashgan bo'lib, masofaviy o’qitishning texnik vositalarini axborotlash-tirish tizimlari va oliy o’quv yurtlaridagi o’qitish jarayonini avtomatlashtirish tizimlari bilan zamonaviy axborotlashtirish texnologiyasi asosida birlashuvini ta'minlaydi.

Masofaviy o’qitish usulidan foydalanishning kamchiligi – o’qituvchi va talaba o'rtasidagi bevosita muloqot va psixologik birlikning chegaralanganligidir.

Umuman olganda, masofaviy o’qitish tizimi talabalarda ta'lim tizimidagi bo'layotgan dunyoviy o'zgarishlar, texnik vositalardan foydalanish yo'llari, uning qanchalik afzallik tomonlari va shu bilan birgalikda qanday kamchiliklari mavjudligi haqida ma'lumot beradi.

21-ma’ruza. FORMALLASHTIRILGAN MASALALARNI YECHISHDA KOMPYUTERDAN FOYDALANISH. KOMPYUTERLI MODELLASHTIRISH TEXNOLOGIYASI

Eksperiment turlari, bosqichlari, loyihalash, rejalashtirish va o‘tkazishda yangi axborot texnologiyalaridan foydalanish.

REJA:

1. Formallashtirilgan masalalarni yechishda kompyuterdan foydalanish. Kompyuterli modellashtirish texnologiyasi.

2. Eksperiment, uning maqsadi va vazifalari. Eksperiment turlari. Hisoblash eksperimenti. Eksperiment o‘tkazish bosqichlari. Eksperimentni loyihalash, rejalashtirish va o‘tkazishda yangi axborot texnologiyalaridan foydalanish.
3. Eksperimentning matematik va dasturiy ta’minotlari. Eksperimentn natijalariga ishlov berishda kompyuterdan foydalanish.
4. Kompyuterli modellar tuzish va ulardan o‘quv jarayonida foydalanish.
Tayanch tushunchalar. Formallashtirilgan masalalar, modellashtirish, kompyuterli modellashtirish, tajriba, eksperiment, dastur, dasturiy ta’minot.

Formallashtirish deganda ma’lum bir modelni ma’lum bir sohaga moslab ajratib tadqiq etish hamda xulosalar qilish tushuniladi. Ya’ni bitta obe’ktni turlicha yo’nalishda talqin etib uning modelini yaratish mumkin.

Eksperiment turlar:

- ⇨ Fizik eksperiment;
- ⇨ Kompyuterli eksperiment;
- ⇨ Psixologik eksperiment;
- ⇨ Tasavvur etish orqali qilinadigan eksperimenti;
- ⇨ Fizik eksperimentga maxsus yaratilgan sharoitda tabiiy yo’l bilan o’tadigan tajribalar misol bo’la oladi.

Kompyuterli (sonli) tajriba- bu tadqiqot ob’ektining matematik modelini o’rganishda o’tkaziladigan EHMdagi sonli tajribalardir, ya’ni bunda modelning bitta parametric yordamida boshqa parametrlarini aniqlash va shu asosda xulosalar qilish
Masalani kompyuterda yechish texnologiyasi quyidagi bosqichlarda olib boriladi:

- ⇨ Masalani qo’yish;
- ⇨ Masalaning modelini tuzish;
- ⇨ Formallashtirish;
- ⇨ Algoritmni tuzish;
- ⇨ Dasturlash tillari yordamida dasturini yozish;
- ⇨ Hisoblash tajribasini o’tkazish.

Masalani qo’yish jarayonida uning aniqligiga va ravshanligiga e’tibor beriladi hamda nimalar berilgan va nimalarni topish kerak? degan sovolga javob berishi kerak. Berilgan ob’ektni modellashtirishda, modellashtirish maqsadidan kelib chiqqan holda avval uni tahlil etishdan boshlanadi. Bu bosqichda obe’ktning modellashtirish xusuyatlarini ifodalovchi hamma ma’lum sube’ktlari belgilanadi.

Belgilangan sub’ektlar ob’ekt modelini imkoni boricha to’liq ifodalashi lozim. Modelni tasvirlash shakllari turlicha bo’lishi mumkin, Bularga

- ⇨ Modelni so’zlar orqali ifodalash;
- ⇨ Modelni turli chizmalar orqali ifodalash;
- ⇨ Modelni jadvallar ko’rinishida ifodalash;
- ⇨ Modelni formulalar orqali ifodalash;
- ⇨ Modelni sxematik ko’rinishda ifodalash;
- ⇨ Hisoblash algoritmni tuzish;

- ⇨ Kompyuterda dasturini tuzish
- ⇨ Kompyuterda hisoblash tajribasini o’tkazish va h.k.

Modelning tasvirlangan shakli tanlangandan keyin uni formallashtirishga o’tkaziladi. Formallashtirish bosqichining natijasi axborotli model hisoblanadi. Qurilgan modelni qarama-qarshiligi tekshiriladi va tahlil etiladi hamda uning qanchalik maqsadga muvofiqligi va adekvatligi tekshiriladi.

Ma’lumki kompyuter ma’lum bir algoritmik tilda yozilgan formallashtirilgan buyruqlar ketma-ketligida ishlaydi. Shuning uchun ham keying bosqichda kompyuterda masalani yechish uchun avval uning algoritmi tuziladi.

Algoritm- qo’yilgan masalani aniq yechishga yo’naltirilagan amallar ketma-ketligini to’gri ifodalashdir.

Algoritmni quyidagi keng tarqalgan usullarda ifodalash mumkin:

- ⇨ Algoritmni so’zlar orqali ifodalash, ya’ni qo’yilgan masalani yechish uchun so’zlar orqali ifodalangan amallar ketma-ketligi;
- ⇨ Algoritmni grafik usulda tasvirlash, ya’ni bajariladigan amallar ketmaketligini blok-sxema yoki chizmalar orqali ifodalash;
- ⇨ Algoritmni algoritmik tillar yordamida ifodalash, ya’ni natijalarni olish va tahlil etish uchun dasturlash tillari orqali dasturini yozish.

Dasturiy vositasi tuzilgandan keyin hisoblash tajribasi o’tkaziladi. Olingan natijalar modelning adekvatligiga tekshiriladi va shu tarzda model takomillastirib boriladi.

Yuqorida keltirib o’tilgan barcha amallar kompyuterli modellashtirishga misol bo’la oladi.

Kompyuterli modellashtirish bizga quyidagi imkoniyatlarni taqdim etadi:

- ⇨ Ob’ektning tadqiq etish ko’lamini kengatiradi- real sharoitda tadqiq etib bo’lmaydigan takrorlanuvchi, takrorlanmaydigan, yuz bergan va yuz berishi mumkin bo’lgan hodisalarni o’rganish imkoniyatini beradi;
- ⇨ Ob’ektning har qanday hususiyatlarini vizuallashtirish imkoniyati;
- ⇨ Dinamik jarayonlarini va hodisalarini tadqiq etish;
- ⇨ Vaqtni boshqarish (tezlashtirish? Sekinlashtirish va h.k.)
- ⇨ Model ustida dastlabki vaziyatiga qaytgan holda ko’p martalik tajribalar o’tkazish;
- ⇨ Grafik va sonli ko’rinishdagi tavsiflarini olish;
- ⇨ Sinov konstruksion nusxasini yasamay turib, optimal konstruksiyasini toppish;
- ⇨ Atrof muhitga va sog’likga zarar yetkazmay turib tajribalar o’tkazish.

Kompyuterli modellashtirishning asosiy bosqichlari quyidagicha:

1. Masalaning qo’yilishi va uning tahlili;

1.1. Model maqsadini aniqlash;

1.2. Natijalar qanday ko’rinishda olishni aniqlashtirish;

1.3. Modelni qurishda qanday natijalar kerakligini aniqlash;

2. Information modelini qurish;

2.1. Modelning parametrlari va ularning o'zaro bog'liqligini aniqlash;

2.2. Qo'yilgan masalaga qaysi parametrlar kuchli bog'langanligini baholash;

2.3. Parametrlar o'zaro bog'liqligini matematik ifodalash;

3. Kompyuter modeliga tadbiq etish algoritmi va uslubini ishlab chiqish;

3.1. Natijalarni olish usullarini ishlab chiqish va tanlash;

3.2. Tanlangan usul asosida natijalarni olish uchun algoritmnni yaratish;

3.3. Algoritmni to'griligini tekshirish;

4. Kompyuterli modelini yaratish;

4.1. Kompyuterda tadbiq etish uchun dasturiy vositasini yaratish;

4.2. Kompyuter modelini yaratish;

4.3. Kompyuter modelning to'g'riligini tekshirish;

5. Tajribalar o'tkazish;

5.1. Tadqiq etish rejasini tuzish;

5.2. Yaratilgan kompyuter modeli asosida tajribalar o'tkazish;

5.3. Olingan natijalarni tahlil etish;

5.4. Hulosalar chiqarish.

2.2. AMALIY MASHG‘ULOTLAR TO‘PLAMI

AMALIY ISH № 1

Mavzu: Xatoliklar arifmetikasi. Xatoliklarni aniqlashda differensial hisobini qo‘llash

Ishning maqsadi: talabalarni taqribiy sonlar bilan ishlashga o‘rgatish, taqribiy sonning absolyut va nisbiy xatosini baholash, shuningdek, argumentlar xatoligi keltirib chiqaradigan differensiallanuvchi funksiya, klavishli hisoblash mashinalarining ishlatilishini o‘rgatish.

a taqribiy soni deb, aniq a_0 sonidan deyarli farq qilmaydigan va hisoblashlar oxirida almashtiriladigan songa aytiladi.

Taqribiy a soni va uning aniq qiymati a_0 orasidagi $a-a_0$ ayirma va a taqribiy sonining xatoligi deb yuritiladi va odatda bu ko‘rsatkich naoma’lum bo‘ladi..

a sonining taqribiy xatolik qiymati deganda

$$|a-a_0| \le \Delta_a \qquad (1.1)$$

ko‘rinishdagi tengsizlik tushiniladi.

Δ_a soni taqribiy a soninig absolyut xatoligi (ayrim hollarda xato chegarasi) deb ataladi. Bu son bir qiymatli aniqlanmaydi: uning qiymatini oshirish mumkin. Odatda (1.1) tengsizlikni qanoatlantiruvchi Δ_a sonini imkon qadar kichikroq ko‘rsatishga harakat qilinadi.

(1.1) dan a_0 aniq soni

$$a-\Delta_a \le a_0 \le a+\Delta_a$$

chegaralarda bo‘lishi kelib chiqadi. Bundan kelib chiqib $a-\Delta_a$ a_0 taqribiy sonining kamayishi, $a+\Delta_a$ a_0 taqribiy sonining ko‘payishidir.

Bu holda qisqalik uchun $a_0 = a \pm \Delta_a$ yozuvdan foydalaniladi.

Misol. 1 sm aniqlikda o‘lchangan xonaning bo‘yi va eni a=5,15m va b=3,07m ga teng. Xona yuzasini $S=ab$=5,15m*3,07m=15,8105 m^2. kabi hisoblashdagi xatolik baholansin.
Echish.

Masala shartiga ko‘ra Δ_a = 0,01m, Δ_b=0,01m. Imkon bo‘lgan chegaraviy yuza qiymati

$$(a+0{,}01)(b+0{,}01)=15{,}8929\,\text{m}^2$$
$$(a-0{,}01)(b-0{,}01)=15{,}7284\,\text{m}^2$$

kabi bo‘ladi. Bu qiymatlarni S ning qiymati bilan solishtirib,

$$\Delta_S = 0{,}0824\,\text{m}^2$$

ko‘rinishdagi S sonining absolyut xatoligini ko‘rsatishga imkon beradigan

$$|S-S_0| \le 0{,}0824$$

qiymatni olamiz.

Bu yerdan ko‘rinib turibdiki, absolyut xatolik hisoblashlarning xatoligini to‘la ifodalamaydi.

a taqribiy sonining δ_a nisbiy xatoligi (ayrim hollarda nisbiy xato chegarasi) deb uning absolyut xatoligining a sonining absolyut qiymatiga nisbatiga, ya’ni

$$\delta_a = \frac{\Delta_a}{|a|} \qquad (a \ne 0).$$

miqdorga aytiladi. Nisbiy xatolik odatda foizlarda ifodalanadi.

SHu tarika $a_0 \approx a$ bo‘lganligi sababli a sonining absolyut xatoligi sifatida

$$\Delta_a = |a|\,\delta_a \text{ yoki } \Delta_a = |a_0|\,\delta_a$$

qiymatni qabul qilish mumkin.

Bundan kelib chiqadiki δ_a nisbiy xatolikni bilgan holda aniq son uchun

$$a(1-\delta_a)\le a_0 \le a(1+\delta_a)$$
$$a_0 = a(1\pm\delta_a)$$
chegaralari olinadi.

Misol. Havo uchun gaz doimiysini aniqlashda R=29,25 deb olinadi. Bu qiymatning nisbiy xatosi 0,1% ekanligini bilgan holda R yotadigan chegaralar topilsin.

Yechish.

Masala shartiga ko‘ra δ_a=0,001, u holda 29,22≤R≤29,28.

Ma’lumki, ixtiyoriy musbat a son chekli yoki cheksiz o‘nli kasr ko‘rinishida ifodalanishi mumkin.

Taqribiy sonning qiymatga ega raqami deb uning o‘nli ko‘rinishdagi har xil noldan farqli yoki nol raqamiga aytiladi, agar u qiymatga ega raqamlar orasida mavjud bo‘lsa yoki saqlangan o‘nli razryadda qatnashsa.

Agar a taqribiy son uchun almashtiriladigan aniq a_0 son ma’lum bo‘lsa, u holda

$$|a-a_0| \le \frac{1}{2}*10^{m-n+1}$$

o‘rinli va $d_m, d_{m-1}, ..., d_{m-n-1}$ raqamlarning birinchi n tasi qiymatga ega bo‘ladi.

Sonning to‘g‘ri ishoralar miqdori sonning birinchi qiymatga ega raqamidan birinchi qiymatga ega raqam absolyut xatoligigacha hisoblanadi.

Teorema. *Agar a taqribiy musbat soni qisqa ma’noda n to‘g‘ri o‘nlik belgilarga ega bo‘lsa, u holda berilgan sonning birinchi qiymatga ega bo‘lgan raqami bo‘linmasi bu sonning nisbiy xatosi* $\delta\left(\frac{1}{10}\right)^{n-1}$ *dan oshmaydi, ya’ni*

$$\delta \le \frac{1}{d_m}\left(\frac{1}{10}\right)^{n-1}$$

bunda d_m – a sonining birinchi qiymatga ega bo‘lgan raqami.

Misol. π soning o‘rniga a=3,14 sonini olsak, nisbiy xato qanday bo‘ladi?

Echish.

Qaralayotgan holda d_m=3 va n=3. bundan

$$\delta = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{10}\right)^{3-1} = \frac{1}{3}\%$$

kelib chiqadi.

Xatolik uchun umumiy formula

Agar argumentning qiymati taqribiy bo‘lsa, biz esa funksiyaning qiymatini izlasak, u holda funksiya ham tug‘riligini aniqlash kerak bo‘ladigan taqribiy son bo‘ladi.

Differensiallanadigan funksiyaning $y = f(x_1,...,x_n)$ absolyut xatosi argumentlarning $x_1,...,x_n$ deyarli kichik xato bilan chiqariladigan $\Delta_{x_1}, \Delta_{x_2},...,\Delta_{x_n}$ o‘lcham bilan baholanadi

$$\Delta_y = \sum_{i=1}^{n}\left|\frac{\partial f}{\partial x_i}\right|\Delta x_i . \quad (2)$$

Agar funksiyaning qiymati musbat bo‘lsa, u holda nisbiy xato uchun quyidagi baholash o‘rinli bo‘ladi

$$\delta_y = \sum_{i=1}^{n}\frac{1}{f}\left|\frac{\partial f}{\partial x_i}\right|\Delta x_i = \sum_{i=1}^{n}\left|\frac{\partial \ln f}{\partial x_i}\right|\Delta x_i$$

Misol.

Agar diametr d=3,7sm ± 0,05, π=3,14 bo‘lsa, $V=\frac{1}{6}\pi d^3$ shar hajmining absolyut va nisbiy xatosini toping.
Echish.

π va d ni o‘zgaruvchi kattalik sifatida ko‘rib chiqib, quyidagi xususiy hosilalarni hisoblaymiz

$$\frac{\partial V}{\partial d}=\frac{1}{6}d^3=8{,}442;\quad \frac{\partial V}{\partial d}=\frac{1}{3}\pi d^2\approx 21{,}5$$

$\Delta_d=0{,}05$ va $\Delta_\pi=0.0016$ bo‘lganligi sababli kuch formulasi (2) hajmning absolyut xatosidir:

$$\Delta_V=\left|\frac{\partial f}{\partial \pi}\right|\Delta\pi+\left|\frac{\partial f}{\partial d}\right|\Delta_d=1{,}0881\approx 1{,}1 \text{ sm}^2.$$

SHuning uchun

$$V=\frac{1}{6}\pi d^3\approx 27{,}5\pm 1{,}1 \text{ sm}^2.$$

Bundan hajmning nisbiy xatosi

$$\delta_V=\frac{\Delta_V}{V}=\frac{1{,}088}{27{,}5}\approx 4\%.$$

kabi bo‘ladi.

1- Tajriba ishiga doir masalalar variantlari.

1. Quyidagi sonlarni qiymatli uch xona(raqam)gacha yaxlitlab, hosil bo‘lgan taqribiy sonlarning absolyut Δ va nisbiy δ xatosini aniqlang:

a) 2,1514; 6)0,16152; v)0,01204; g) 1,225;

d) 0,001528; ye)-392,85; j) 0,1545; z) 0,03922.

2. Quyidagi taqribiy sonlarning absolyut xatosini ularning nisbiy xatosiga asoslanib aniqlang:

a) a = 13267, δ= 0,1 %; *b) a* = 2,32, δ = 0,7%;

v) a = 35,72, δ = 1 %; g) a = 0,896, δ = 10%.

3. Bir necha burchaklarning o‘lchanishi natijasida quyidagilar olindi: d_1 = 21°37'3", d_2 =45°, d_3 =1°10", d_4 = 75°20'44".

d_1, d_2, d_3, d_4 sonlarining nisbiy xatosini absolyut xatolikni 1 ga teng deb hisoblab aniqlang.

4. Agar x sonining absolyut xatosi aniq bo‘lsa, undagi qiymatli raqamlar sonini aniqlang.

a)x = 0,3941, Δ_x =0,25-10"; b)x = 0,1132, Δ_x=0,1*10"^{3};

v)x = 38,2543, Δ_x =0,27-10 ^{2}; g) x = 293,481, Δ_x=0,1.

5. a sonining nisbiy xatosi aniq bo‘lsa, undagi qiymatli raqamlar sonini aniqlang.

a)a = 1,8921, δ_o=*0,1-YU*'^{2}; *b) a* = 0,2218, δa =0,2-10"^{1};

v) d = 22,351, δ_o = 0,1; g) a = 0,02425, δ_a = 0,5 • 10"^{2}.

6. Taqribiy sonlarning ko‘paytmasini toping va hisoblashlarning xatoligini aniqlang (berilgan sonlarning barcha raqamlari qiymatli deb hisoblagan holda).

a) 3,49 • 8,6; b) 25,1 • 1,743; v) 0,02 • 16,5;

g) 0,253 • 6,54 • 86,6; d) 1,78 • 9,1 • 1,183; e) 482,56 • 0,0052.

7. Taqribiy sonlarning bo‘linmasini toping.

a) 5,687 ÷ 5,032; 6)0,144 ÷ 1,2; v) 216÷4;

g) 726,676÷829; d) 754,9367÷ 36,5.

8. To‘g‘ri to‘rtburchakning tomonlari 4,02 ± 0,01 m, 4,96 ± 0,01 m.ga teng. To‘g‘ri to‘rtburchakning yuzasini hisoblang.

9. Doiraning radiusi R ni 0,5 sm aniqliqda o‘lchaganda 12 sm soni hosil bo‘ldi. Doira yuzini hisoblashdagi absolyut va nisbiy xatoni toping.

10. Kubning har bir qirrasi 0,02 sm aniqlikda o‘lchanganda 6 sm ga tengligi ma’lum bo‘ldi. Kubning hajmini hisoblashdagi absolyut va nisbiy xatolikni toping.

Funksiyaning absolyut va nisbiy xatosini topish

11. $y = \frac{ab}{\sqrt[3]{c}}$ a = 3,85 ±0,01; b = 2,0435 ± 0,004; s = 962,6 ±0,1.

12. $y = \left[\frac{(a+b)c}{m-n}\right]^2$ a = 4,3 ±0,05; b = 17,2 + 0,02; s = 22 ±0,05; t = 12,477 ±0,003; p = 8,37 ±0,005.

13. $y = \frac{\sqrt{a}b}{c}$ a = 228,6 + 0,05; b = 86,4±0,02; s = 68,7±0,05.

14. $y = \frac{m^3(a+b)}{c-d}$ a = 13,5 ±0,02; b = 7,5±0,02; s= 34,5±.0,022; = *3,325* ±0,005; t = 4,22 ±0,004.

15. $y = \frac{\sqrt{ab}}{c}$, a = 3,845 ± 0,004; b = 6,2 ±0,05; s = 0,8 ±0,1.

AMALIY ISH № 2

Mavzu: Tenglamalarni taqriban yechishning vatar va urinmalar usuli.

Ishdan maqsad: CHiziqsiz tenglamalarni sonli-taqribiy yechish usullarini o‘zlashtirish, ularning algoritmlarini ishlab chiqish va ishlab chiqilgan algoritmlar bo‘yicha ko‘rsatilgan algoritmik tilda dasturlar yaratish.

ISH REJASI:

1. Chiziqsiz tenglamalar haqida umumiy ma’lumotlar.
2. Chiziqsiz tenglamalarni yechishning geometrik ma’nosi.
3. Chiziqsiz tenglamalarni yechish usullari haqida qisqacha ma’lumotlar.
4. Oraliqni teng ikkiga bo‘lish usulining ishchi algoritmi va dasturi.
5. Oddiy ketma-ketlik usulining ishchi algoritmi va dasturi.
6. Urinmalar usulining ishchi algoritmi va dasturi
7. Dasturlar natijalari va ularning taxlili.

1. CHiziqsiz tenglamalar haqida umumiy ma’lumotlar.

Odatda tenglamalarni ularda qatnashayotgan noma’lumlarning qayerda joylashganligiga qarab turli sinflarga ajratiladi;

- chiziqli tenglamalar;
- kvadrat tenglamalar;
- kubik va yuqori darajali tenglamalar;
- trigonometrik ko‘rsatgichli, irratsional, logarifmik, darajali tenglamalar;
- vax.z.

CHiziqli tenglamadan tashqari barcha sinflarga tegishli tenglamalarni qisqacha qilib chiziqsiz tenglamalar deb ataladi.

CHiziqsiz tenglamalarni yechishning umumlashgan usuli mavjud emas. Har bir sinfga tegishli tenglamalar o‘ziga xos usullar bilan yechiladi. Xatto ba’zi bir o‘ta chiziqsiz tenglamalarning yechimlarini analitik usulda aniqlash imkoniyati bo‘lmasligi mumkin.

Hozirgi paytda chiziqsiz tenglamalarni yechish uchun oldingi o‘ringa sonli-taqribiy usullar chiqib oldi. Bu usullar o‘zlarining umumlashgani, tenglamani yetarli aniqlikda yecha olishi bilan ajralib turadi. SHuning uchun chiziqsiz tenglamalarni yechishning sonli-taqribiy usullari uchun dastur ta'minotlarini yaratilishi muhim va aktual masala hisoblanadi.

CHiziqsiz tenglamalardan na'munalar:

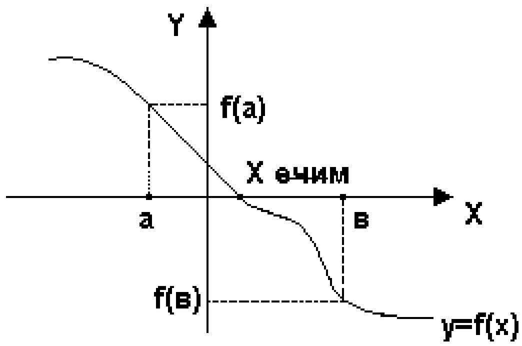
1. $x^3-3x^2+7x-6=0$ 2. x^2 -sin x =0   3. ln |7x|-cos 6x=0   4.e^{2x}-x=0

2. CHiziqsiz tenglamalarni yechishning geometrik ma'nosi.

CHiziqsiz tenglamalarni sonli-taqribiy usullar bilan yechishni tashkil qilish uchun tenglamaning nechta yechimi mavjud ekanligi yoki umuman yechimi yo'qligi haqida ma'lumotga ega bo'lishimiz kerak. Bundan tashqari, tenglamaning yagona yechimi yotgan oraliqni ham aniqlashga to'g'ri keladi. Buning uchun berilgan tenglamani yechishning grafik usulidan foydalanamiz.

Bizga quyidagi umumiy holda yozilgan chiziqsiz tenglama berilgan bo'lsin:

$$f(x)=0 \qquad (1)$$



Tenglamaning y=f(x) funksiyasini grafigini OXY dekart koordinatalar sistemasida ko'ramiz.

Funksiya grafigining OX o'qini kesib o'tgan x_{echim} nuqtasi tenglamaning qidirilayotgan yechimi hisoblanadi. yechim joylashgan oraliqni funksiyani ishorasini almashtirish shartidan foydalanib aniqlash mumkin:

$$f(a)\cdot f(b)<0 \quad (2)$$

SHunday qilib, tenglamaning yechimi yotgan oraliq va uning qiymati haqida yetarli ma'lumotga ega bo'ldik.

3. CHiziqsiz tenglamalarni yechish usullari haqida qisqacha ma'lumotlar.

YUqorida eslatganimizdek chiziqsiz tenglamalarni ularni qaysi tipga tegishliligiga qarab yechimni analitik, ya'ni formula ko'rinishda aniqlash mumkin. Lekin, ko'pincha chiziqsiz tenglamani analitik yechimlarini formulalar yordamida aniqlash imkoniyati bo'lmaydi. SHuning uchun ixtiyoriy chiziqsiz tenglamani yechishning EHMdan foydalanishga mo'ljallangan sonli-taqribiy usullariga e'tibor kuchayib bormokda.

Bu usullar jumlasiga quyidagilarni kiritish mumkin:

- oraliqni teng ikkiga bo'lish;
- oddiy ketma-ketlik (iteratsiya);
- urinmalar (Nyuton);
- vatarlar (xord) va boshqalar

Sanab o'tilgan usullardan oraliqni teng ikkiga bo'lish va vatarlar usuli to'g'ri tanlangan oraliqlarda ko'tilgan natijalarni uzoqroq vaqt sarflab bo'lsa ham aniqlab beradi. Urinmalar va oddiy ketma-ketlik usullari esa mos ravishda to'g'ri tanlangan boshlang'ich qiymat va $|\varphi(x)|<<1$ shartda o'ta tezlik bilan taqribiy yechimni zarur aniqlikda topish imkoniyatini yaratadi.

4. Oraliqni teng ikkiga bo'lish usulining ishchi algoritmi va dasturi

Endi chiziqsiz tenglamani taqribiy yechishning oraliqni teng ikkiga bo'lish usulini ishchi algoritmi bilan to'liqroq tanishib chiqaylik.

(1) tenglamaning e aniqlikdagi (E-o'ta kichik son, yechimni topish aniqligi) taqribiy-sonli yechimini (a;b) oraliqda topishni quyidagi algoritm bo'yicha tashkil qilamiz:

1. Berilgan (a;b) oraliqni o'rtasini aniqlaymiz.

$$C = \frac{a+b}{2}$$

2. yechimni [a;c] yoki [c;b] oraliqdaligini

$$f(a)\cdot f(c)<0$$

shartidan foydalanib aniqlaymiz.

3. SHartni qanoatlantiradigan oraliqni yangi oraliq sifatida olamiz va uni yana teng ikkiga bo‘lib, yuqoridagi ishlarni yana takrorlaymiz.

Xulosa qilib aytganda, biz tanlab olayotgan kesmalarda tenglamaning taqribiy ildizi yotadi.Demak, kesmalarni toraytirib borar ekanmiz.

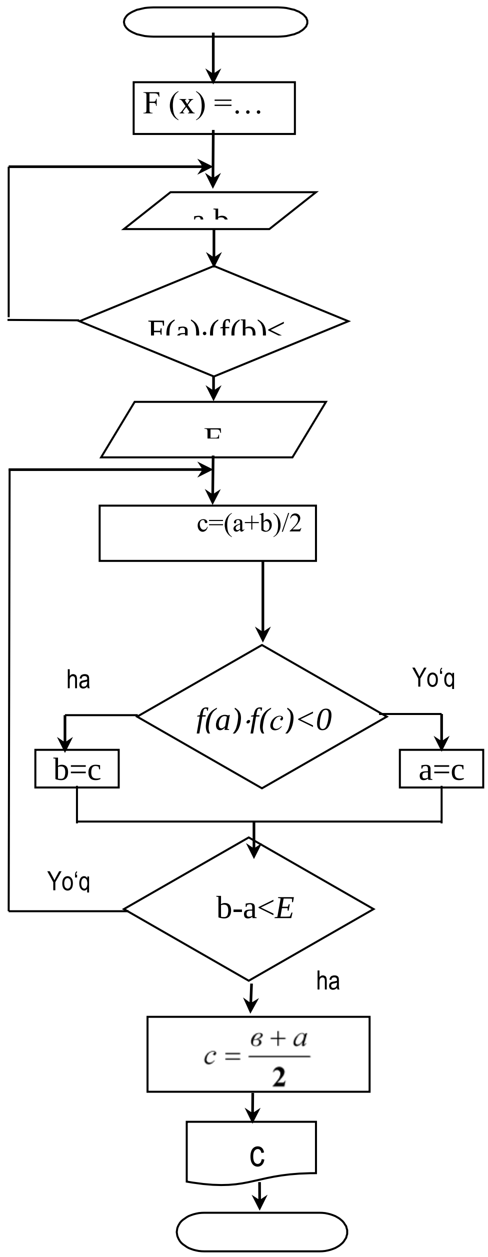
Natijada, qandaydir qadamdan so‘ng tenglamaning aniq yoki talab qilingan aniqlikdagi taqribiy ildizini hosil qilamiz

YAngi oraliq uchun yuqoridagi ishlarni qayta takrorlaymiz va buni oraliq uzunligi ye-dan kichik bo‘lmaguncha davom ettiramiz. Oxirgi oraliqdagi ixtiyoriy nuqtani tenglamaning taqribiy yechimi sifatida qabul qilish mumkin.

Tanishib chiqqan algoritm bo‘yicha biror dasturlash tilida dastur tuzishdan avval masalani yechish algoritmini blok-sxemalar orqali ifodalab olamiz.

Masala yechimi algoritmning

B l o k - s x ye m a s i



Algoritmning PASCAL dasturi:

```
Program_Teng ikkiga bolish;
label L1, L2;
var a, b, c, eps : real;
function F(x : real) : real;
begin F:=....
end ;
begin
   L1: writeln('a,bq’); readln( a, b);
   if f(a)*f(b)>0 then goto L1;
   readln(eps);
   L2:C:=(a+b)/2;
   if f(a)*f(c)<0 then b:qc else a:qc;
   if abs(b-a)>eps then goto L2;
   c:=(a+b)/2;
   writeln ('tenglama yechimi= ', c, 'yechim aniqligi=’,
f(c));
end.
```

5. Ketma-ket yaqinlashish usulining ishchi algoritmi va dasturi.

Yuqorida aytganimizdek oraliqni teng ikkiga bo‘lish usulining asosiy kamchiligi bajariladigan amallar sonining ko‘pligidir, bu esa dasturni kompyuterda bajarilish vaqtini keskin orttirib yuboradi. Bu kamchilikni to‘ldiradigan usullardan biri oddiy ketma-ketlik usulidir.

Usulning ishchi algoritmi (1) tenglamani

$$X=\varphi(x) \text{ , bu yerda } |\varphi'(x)|<<1$$

ko‘rinishga keltirib yechishga asoslangandir, ya’ni:

$$x_n= \varphi(x_{n-1}) \text{ , nq1,2,....} \quad (3)$$

X_0-yechimning boshlang‘ich qiymati. Tenglama yechimini aniqlash $|x_n–x_{n-1}|<E$ sharti bajarilguncha, (3) rekkurent formula bo‘yicha davom ettiriladi. Bu shartning bajarilishi tenglama yechimining nisbiy aniqlikda aniqlanganligini bildiradi.

Berilgan funksiyani yuqoridagi ko‘rinishga keltirishdan qutilish maqsadida quyidagi almashtirishlarni bajarish mumkin. f(x)=0 tenglamani shar ikkala tomonini (–1/k) ga ko‘paytiramiz va x ni qo‘hamiz.

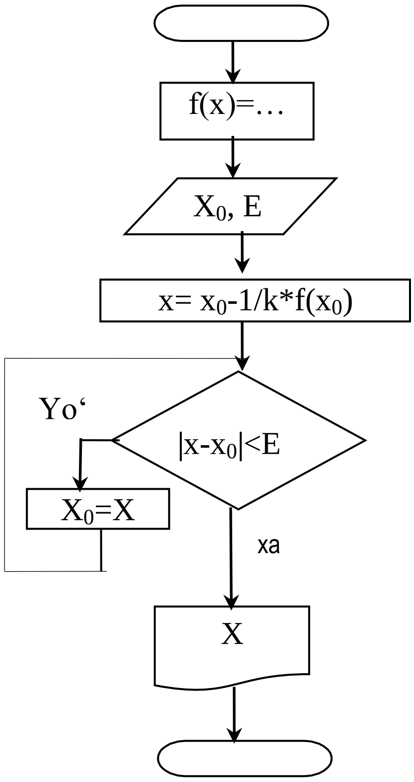
xqx+(-1/k)f(x), bu yerda k-ixtiyoriy son. Demak xosil bo‘lgan formulani rekkurent formula sifatida olish mumkin.

$$x_n \text{ q } x_{n-1} +(-1/k)f(x_{n-1}) ,$$

Bunda ham yaqinlashish jarayoni berilgan aniqlikkacha davom ettiriladi.

Oddiy ketma-ketlik algoritmining

Blok sxemasi:



Algoritmning PASCAL dasturi:

```
Program Iteratciya;
  Label L1, L2,L3;
  Var  x, x0, eps: real;
         i:integar;
  Function f(x:real):real;
  Begin f:q….   end;
  Begin    write(’aniqlikni kiriting eq’); readln(eps);
                L1:writeln(‘x0 va k ni kiritingq’); readln (x0,k);
                    i:=0;
                    L2:x:=x0-(1/k)*f(x0);
                    if  abs(x-x0)<eps  then goto L3;
                   if I>50 then gotol L1;
                     i:=i+1; x0:qx;  goto L2;
                 L3:write (’echim= ’;x);
     End.
```

6. Urinmalar usulining ishchi algoritmi va dasturi

Oraliqni teng ikkiga bo‘lish usuli uzoq vaqt ishlasa, oddiy ketma-ketlik usulida esa tenglamaning ko‘rinishini o‘zgartirishga to‘g‘ri keladi. Bunday kamchiliklardan urinmalar usuli sholidir.Bu usul kutilgan natijani agar boshlang‘ich qiymat to‘g‘ri tanlansa, juda tez aniqlab beradi.Eng asosiysi x_0 boshlang‘ich qiymatni to‘g‘ri tanlashda.Echim yotgan (a,v) oraliq bor deb shisoblanib,qiymati kiritiladi. a va v nuqtalardan vatar o‘tkazamiz.Vatarga mos to‘g‘ri chiziq tenglamasidan vatarning x o‘q bilan kesishish nuqtasi s ni ifodasini topamiz.

$$c = a - f(a)\frac{b-a}{f(b)-f(a)}$$

quyidagi shartlardan foydalanib,boshlang‘ich qiymat sifatida a yoki b ni tanlab olish mumkin.

f(a)f(c) <0 bo‘lsa,x_0=a

f(a)f(c)>0 bo‘lsa,x_0=b

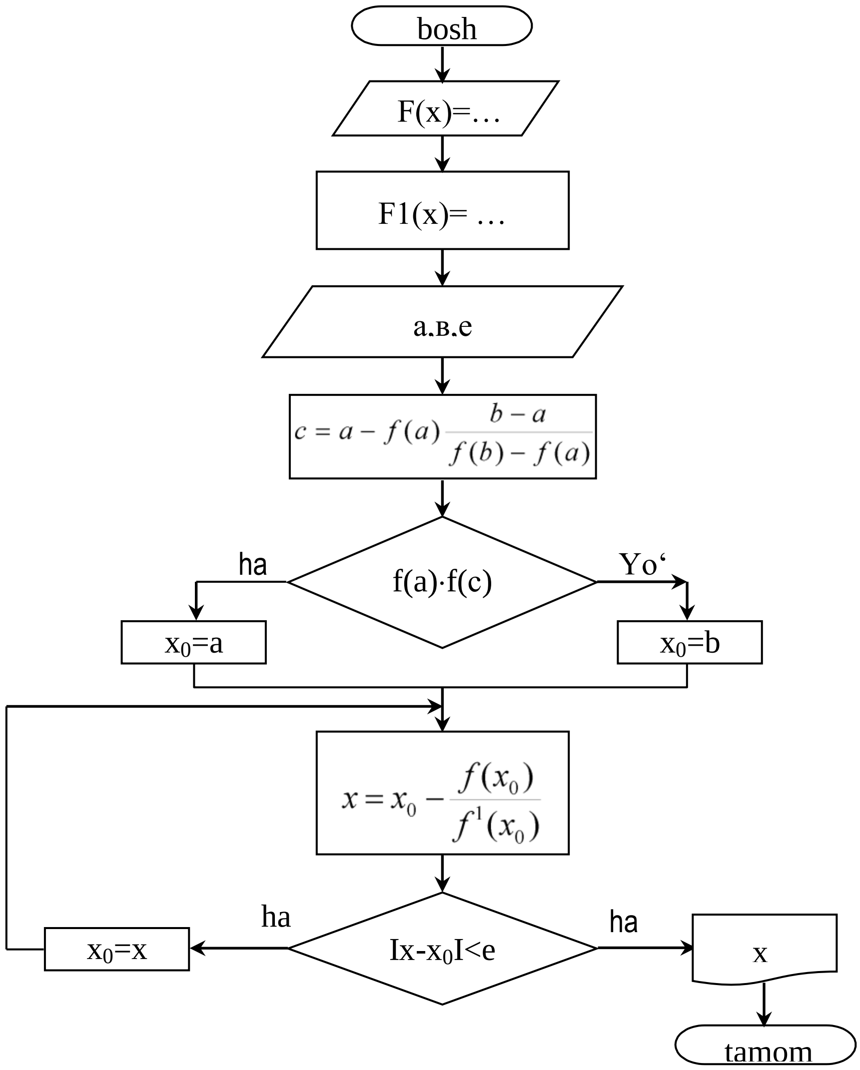
Boshlang‘ich qiymat aniqlangandan keyin shu nuqtadan urinma o‘tkaziladi. Urinmalar yordamida ketma-ket yaqinlashishlarni amalga oshiramiz. Uning ishchi algoritmi biror nuqtadan o‘tuvchi urinmalar tenglamasi orqali aniqlanadi:

$$x_n = x_{n-1} - \frac{f(x_{n-1})}{f'(x_{n-1})} , \quad n= 1, 2, \ldots \quad (4)$$

Hisoblashlar esa toki $|x_n - x_{n-1}| < E$ shart bajarilguncha davom ettiriladi. Bu yerdagi x_0 - boshlang‘ich qiymat.

Urinmalar usuli algoritmining Blok-sxemasi va Algoritmning Pascal dasturi

```
Program Urinma;
Label L1;
Var
   a,b,x, x0, eps,c : real;
        Function F (x: real): real;
              Begin F: =… end;
        Function F 1(x: real): real;
               Begin F 1: q … end;
Begin
     writeln(‘a,bq’); readln(a,b);
writeln(‘ aniklikni kiriting‘); readln(
eps);
        c:=a-f(a)(b-a)/(f(a)-f(b));
    if f(a)*f(c)<0 then x0qa else x0qb;
L1 : x : q xo-F(xo)/F1(xo);
    If  abs(x-x0)>eps then begin xo: qx;
goto L1; end;
        Writeln (‘tenglama yechimiq
‘,x,’anikligiq’,f(x));
End.
```



7. Dasturlar natijalari va ularning tahlili

Ishlab chiqilgan algoritmlarning va yaratilgan dasturlarning xatosi yo‘qligini tekshirish uchun dastur yordamida yechimi oldindan ma’lum bo‘lgan test misolini yechib ko‘riladi.

Masalan: x^3+x-1q0 tenglamani 0.001 aniqlikda yeching. yechim yotgan oraliq sifatida [0; 1] ni olish mumkin. Boshlang‘ich qiymat x-ni esa shu oraliqdagi birorta songa tenglash mumkin.

quyida shar bir usul bo‘yicha olingan natijalar ko‘rsatilgan:

1. oraliqni teng ikkita bo‘lish usuli bo‘yicha xq0,682189
   yechim aniqligi 0,0004
2. oddiy ketma-ketlik usuli bo‘yicha xq0,68299156
   yechim aniqligi 0,0006
3. urinmalar usuli bo‘yicha xq0,682327804
   yechim aniqligi 0,0000002

Olingan natijalarni tahlil qiladigan bo‘lsak, urinmalar usulida yechimning aniqligi yuqori ekanligini ko‘rish mumkin.

Umuman olganda barcha usullarda ishlab chiqilgan algoritm va yaratilgan dasturlar to‘g‘riligini topilgan yechimlar ko‘rsatib turibdi.

?	***Nazorat savollari***

1) Chiziqsiz tenglamalarni taqribiy yechish zaruriyati qayerdan kelib chikadi?

2) Chiziqsiz tenglamalarni yechish qanday geometrik ma’noga ega?
3) Chiziqsiz tenglamalarni yechishning qanday taqribiy usullarini bilasiz?
4) Chiziqsiz tenglamalarni taqribiy yechish uchun kerak bo‘ladigan oraliq qanday tanlanadi?
5) Oraliqni teng ikkiga bo‘lish jarayoni qanday davom etadi?
6) Oddiy ketma-ketlik usulining moshiyatini tushuntirib bering?
7) Urinmalar usuliga mos daslabki yaqinlashish qanday topiladi?
8) Chiziqsiz tenglamalar qanday masalalarni yechishda hosil bo‘lish mumkin?

2- Tajriba ishiga doir masalalar variantlari.

Tenglamaning ildizlarini grafik usulda ajrating va uning taqribiy yechimlarini e=0.001 aniqlikda yuqorida sanab o‘tilgan barcha usullar yordamida toping va natijalarni tahlil qiling.

1. a) $2x^3-2x-1=0$ b) $3x+\cos x+1=0$
2. a) $x^3-x+7=0$ b) $\ln x+2\sqrt{x}=0$
3. a) $2x^3-2x^2+3x+1=0$ b) $x+\cos x-1=0$
4. a) $2x^3-x-5=0$
5. a) $x^3-3x^2+2x-4=0$ b) $x^2+4\cdot\sin x=0$
6. a) $x^3+2x^2+5x+2=0$ b) $\ln x+x+1=0$
7. a) $2x^3+2x-4=0$ b) $2x-\lg x=3$
8. a) $x^3-2x^2+7x-1=0$
9. a) $2x^3+3x+4=0$ b) $x^2=3\sin x$
10. a) $x^3-3x^2+6x+2=0$ b) $3x-2\ln x=4$

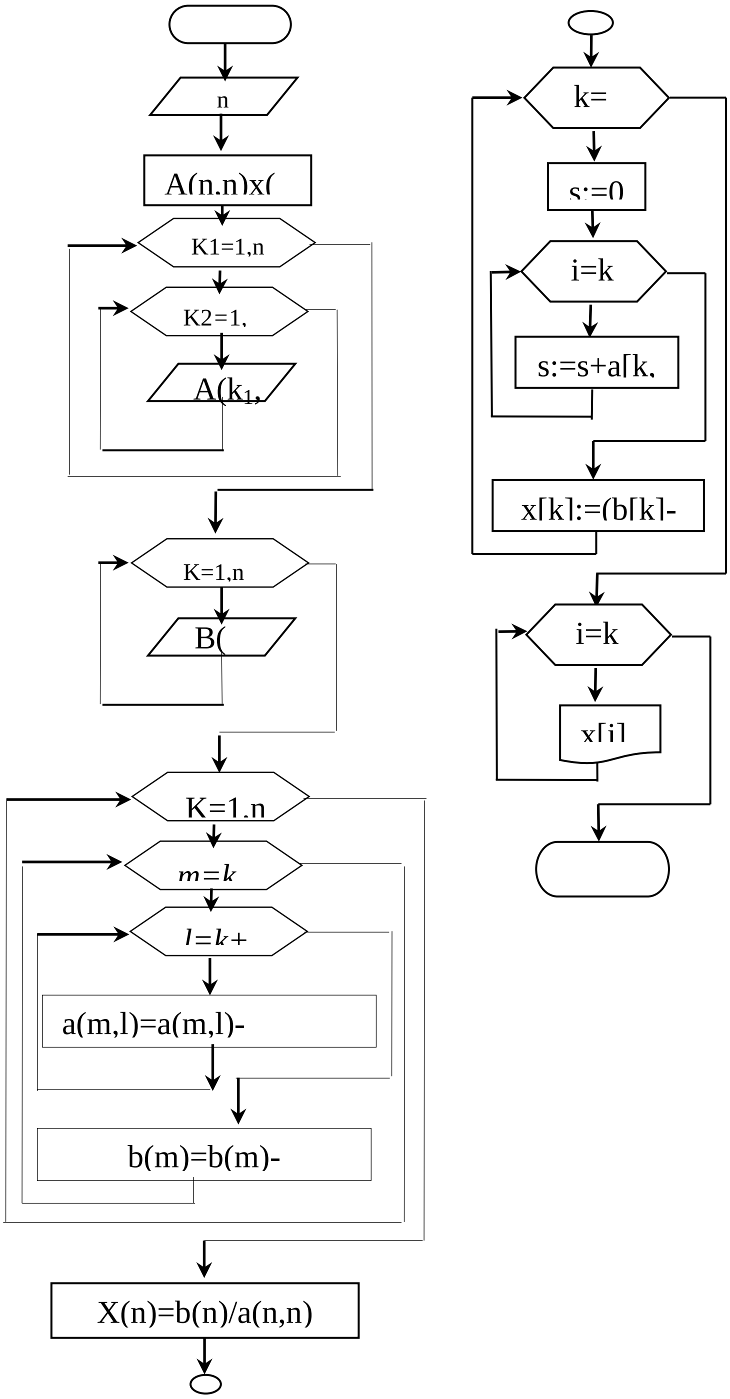
AMALIY ISH № 3
Oddiy iterasiya usuli. Gauss usuli.

Ishdan maqsad: Talabalarni amaliy masalalarni yechishda ko‘p ishlatiladigan funksiyalarni interpolyatsiyalash masalasi bilan, eng kichik kvadratlar usuliga oid nazariy ma’lumotlar va dastur ta’minoti bilan tanishtirish.

Bizga $A\cdot X=B$ (2) ko‘rinishdagi matritsali tenglama berilgan bo‘lsin À — (n x n) – kvadrat matritsa X, V-n — tartibli vektor; n-tenglamalar sistemasining tartibi;

$$A=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{11} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix},\quad B=\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{bmatrix},\quad X=\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{bmatrix},$$

Tenglamalar sistemasi amalda taqsimot masalalarni yechishda keng qo‘llaniladi. Sistemani yechishning quyidagi keng tarqalgan usullari mavjud:



- noma’lumlarni ketma-ket yo‘qotish, Gauss usuli.
- determinantlarni shisoblashga asoslangan Kramer usuli;
- teskari matritsani shisoblashga asoslangan usul;
- kvadrat ildizlar usuli;
- oddiy ketma-ketlik (iteratsiya), Zeydel usuli.

Amalda tenglamalar sistemasini yechish uchun asosan bosh shadni tanlashga asoslangan Gauss usulidan foydalaniladi.

Blok sxemava masalaning Paskaldagi dasturi

```
Program m1;
const n=...; {o‘zgaruvchilar soni}
var k1,k2,k:byte;
      A:Array[1..n,1..n] of real;          x,b:Array[1..n] of real;
 begin
       for k1:=1 to n do
```

```
        for k2:=1 to n do
         readln(A[k1,k2])
        for k1:=1 to n do
         readln(B[k1])
        for k:=1 to n-1 do
      begin
          for m:=k+1 to n do
        begin
          for l:=k+1 to n do
               a[m,l]:=a[m,l]-a[m,k]*a[k,l]/a[k,k];
               b[m]:=b[m]-a[m,k]*b[k]/a[k,k];
        end;
      end;
   X[n]:=B[n]/a[n,n];
   for k:=n-1 downto 1 do
   begin
      s:=0;
      for i:=k+1 to n do  s:=s+a[k,i]*x[i];
      x[k]:=(b[k]-s)/a[k,k];
   end;
   for k:=1 to n do  writeln(x[k]);
 end.
```

3.Dastur natijasi va uning tahlili

Yuqoridagi algoritmning to‘g‘riligini tekshirish uchun quyidagi sistemani olamiz.

$$\left.\begin{aligned} 1{,}1x_1 + 2{,}3x_2 + 3{,}4x_3 - 2{,}0x_4 &= 6{,}5, \\ 2{,}8x_1 - 1{,}2x_2 - 2{,}3x_3 - 3{,}9x_4 &= 8{,}8, \\ 3{,}9x_1 + 2{,}8x_2 - 1{,}3x_3 + 2{,}8x_4 &= 4{,}1, \\ 2{,}7x_1 - 3{,}6x_2 + 2{,}6x_3 + 1{,}7x_4 &= -8{,}7. \end{aligned}\right\}$$

Gauss usuliga mos dastur ta’minotini ishlatib ko‘rib, quyidagi natijalarga ega bo‘lamiz.

x_1=2.6372176354E+00
x_2=7,9322297761E-01
x_3=-6,2607093330E-01
x_4=-1,8050300306E+00

Gauss usuli to‘g‘ri usullar gurushiga kirsa ham, shaqiqiy sonlar ustida bajarilgan amallar tufayli ba’zi bir shisoblash xatoliklari kelib chiqishi mumkin. SHu xatolikni aniqlash uchun quyidagi formuladan foydalanamiz:

$$R_i = \sum_{j=1}^{n} x_j a_{ij} - b_i$$

Natijada quyidagi xisoblash xatoliklari kelib chiqadi:

R_1=0.0000000000E+00
R_2=0.0000000000E+00
R_3=2.1456221112E-11
R_4=0.0000000000E+00

Xatolik miqdorining juda kichikligi algoritm va dasturning to‘g‘riligini va ishlatish uchun yaroqliligini ko‘rsatadi. Amaliy ish variantlari quyiroqda umumiy qilib berilgan.

Nazorat savollari

1) Gauss usulining afzalligi nimada?
2) CHATS ni yechishning yana qanday usullarini bilasiz?
3) Gauss usulidagi ikki bosqichning vazifalarini tushuntirib bering?

4) Gauss usulida matritsani uchburchak sholiga keltirish qanday amalga oshirilishini tushuntirib bering?
5) Gauss usuli to‘g‘ri usullar gurushiga kirgan sholda, yechimning ma’lum ma’noda taqribiy chiqishiga sabab nima?
6) qanday amaliy masalalarni yechishda CHATS dan foydalaniladi?

Gauss usuliga doir variantlar

quyida berilgan ratsional koeffitsiyentli tenglamalar sistemasini Gauss usulida yeching, sistema koeffitsiyentlaridan tuzilgan determinantni shisoblang, sistema koeffitsiyentlaridan tuzilgan matritsaga mos teskari matritsani toping.

1. $$\left.\begin{aligned} &1{,}4x_1+0{,}3x_2-0{,}4x_3+0{,}9x_4=1{,}3,\\ &0{,}6x_1-0{,}4x_2+1{,}3x_3-0{,}6x_4=-0{,}4,\\ &0{,}8x_1-2{,}2x_2-0{,}5x_3+0{,}5x_4=0{,}6,\\ &0{,}3x_1+1{,}4x_2+0{,}6x_3-1{,}3x_4=0{,}9.\end{aligned}\right\}$$

2. $$\left.\begin{aligned} &7{,}5x_1-2{,}4x_2+4{,}1x_3+1{,}2x_4=9{,}9,\\ &7{,}1x_1+2{,}7x_2-1{,}4x_3+1{,}4x_4=6{,}9,\\ &-1{,}8x_1-x_2+4{,}3x_3+1{,}3x_4=7{,}9,\\ &1{,}5x_1-3{,}4x_2+7{,}8x_3-1{,}8x_4=15{,}1.\end{aligned}\right\}$$

3. $$\left.\begin{aligned} &-3{,}1x_1+2x_2-4x_3+5x_4=4{,}9,\\ &2x_1-x_2+x_3+1{,}2x_4=-9{,}7,\\ &x_1-3x_2-2x_3+2{,}7x_4=13{,}1,\\ &5x_1-x_2+3x_3+7{,}8x_4=10{,}6.\end{aligned}\right\}$$

4. $$\left.\begin{aligned} &2{,}6x_1-3{,}1x_2+3{,}4x_3+2{,}5x_4=3{,}5,\\ &6{,}6x_1+9{,}9x_2-2{,}3x_3-0{,}1x_4=-4{,}3,\\ &10{,}1x_1+3{,}2x_2-3{,}7x_3-2{,}8x_4=3{,}8,\\ &8{,}9x_1+6{,}4x_2+1{,}1x_3+3{,}9x_4=-7{,}8.\end{aligned}\right\}$$

5. $$\left.\begin{aligned} &3{,}5x_1+0{,}2x_2+3{,}8x_3-0{,}3x_4=0{,}8,\\ &4{,}5x_1+2{,}1x_2-0{,}1x_3-0{,}2x_4=1{,}1,\\ &-2{,}1x_1+3{,}2x_2+0{,}2x_3-0{,}2x_4=0{,}2,\\ &3{,}2x_1+1{,}8x_2-3{,}2x_3+0{,}2x_4=0{,}1..\end{aligned}\right\}$$

6. $$\left.\begin{aligned} &1{,}1x_1+2{,}3x_2+5{,}5x_3+2{,}3x_4=7{,}9,\\ &3{,}3x_1+1{,}3x_2+1{,}8x_3+3{,}1x_4=2{,}6,\\ &2{,}6x_1+4{,}3x_2+1{,}1x_3+1{,}7x_4=10{,}6,\\ &1{,}1x_1+3{,}8x_2+2{,}9x_3+2{,}7x_4=9{,}3.\end{aligned}\right\}$$

7. $$\left.\begin{aligned} &1{,}3x_1+3{,}2x_2+2{,}1x_3+3{,}3x_4=1{,}9,\\ &3{,}5x_1-4{,}1x_2-5{,}3x_3-2{,}5x_4=-4{,}7,\\ &2{,}8x_1+3{,}5x_2-7{,}6x_3-4{,}9x_4=-6{,}7,\\ &1{,}4x_1+2{,}8x_2+3{,}9x_3-1{,}8x_4=-4{,}8.\end{aligned}\right\}$$

8. $$\left.\begin{aligned} &0{,}2x_1+0{,}8x_2-0{,}1x_3+0{,}2x_4=0{,}1,\\ &0{,}8x_1+1{,}1x_2+0{,}1x_3+1{,}1x_4=2{,}3,\\ &-0{,}3x_1+0{,}1x_2+3{,}0x_3-2{,}0x_4=0{,}1,\\ &0{,}1x_1+1{,}1x_2+1{,}1x_3-1{,}3x_4=0{,}2.\end{aligned}\right\}$$

9. $$\left.\begin{aligned} &1{,}1x_1+1{,}3x_2-6{,}3x_3-4{,}5x_4=6{,}3,\\ &3{,}9x_1-0{,}7x_2-6{,}8x_3-4{,}7x_4=2{,}7,\\ &2{,}8x_1+3{,}3x_2+9{,}1x_3+2{,}8x_4=6{,}9,\\ &3{,}1x_1+2{,}7x_2+3{,}4x_3-8{,}1x_4=-7{,}1.\end{aligned}\right\}$$

10. $$\left.\begin{aligned} &1{,}1x_1+2{,}3x_2+3{,}4x_3-2{,}0x_4=6{,}5,\\ &2{,}8x_1-1{,}2x_2-2{,}3x_3-3{,}9x_4=8{,}8,\\ &3{,}9x_1+2{,}8x_2-1{,}3x_3+2{,}8x_4=4{,}1,\\ &2{,}7x_1-3{,}6x_2+2{,}6x_3+1{,}7x_4=-8{,}7.\end{aligned}\right\}$$

11. $$\left.\begin{aligned} &6{,}1x_1-x_2-x_3+1{,}5x_4=7{,}6,\\ &-x_1+6{,}3x_2-x_3+5{,}7x_4=3{,}9,\\ &-x_1-x_2+6{,}7x_3+3{,}4x_4=4{,}6,\\ &2{,}2x_1-x_2+3{,}1x_3-1{,}4x_4=7{,}2.\end{aligned}\right\}$$

12. $$\left.\begin{aligned} &2{,}3x_1-1{,}1x_2+3{,}4x_3+2{,}6x_4=4{,}3,\\ &3{,}4x_1+3{,}8x_2+3{,}6x_3-2{,}1x_4=6{,}5,\\ &3{,}9x_1-0{,}3x_2-0{,}1x_3+2{,}3x_4=6{,}3,\\ &3{,}1x_1-0{,}7x_2+3{,}8x_3-1{,}1x_4=5{,}1.\end{aligned}\right\}$$

13. $$\left.\begin{aligned} &-x_1+0{,}1x_2-2{,}1x_3-0{,}1x_4=0{,}2,\\ &0{,}8x_1+0{,}2x_2-0{,}2x_3-0{,}8x_4=1{,}4,\\ &0{,}3x_1-0{,}2x_2+0{,}4x_3+0{,}5x_4=2{,}1,\\ &1{,}1x_1+3{,}1x_2+0{,}2x_3-1{,}1x_4=-0{,}1.\end{aligned}\right\}$$

14. $$\left.\begin{aligned} &0{,}7x_1-x_2+3{,}2x_3+4{,}1x_4=0{,}1,\\ &x_1+x_2-8{,}3x_3+2{,}4x_4=10{,}2,\\ &3{,}8x_1-0{,}5x_2-2{,}4x_3+8{,}8x_4=1{,}1,\\ &8{,}3x_1+7{,}3x_2-0{,}7x_3+10{,}1x_4=9{,}2.\end{aligned}\right\}$$

15. $\left.\begin{array}{l} 2{,}1x_1 + 3{,}3x_2 - 0{,}7x_3 + 0{,}1x_4 = 1{,}1, \\ 8{,}3x_1 + 12{,}1x_2 - 9{,}3x_3 + 8{,}7x_4 = 3{,}3, \\ 4{,}8x_1 + 6{,}2x_2 + 3{,}4x_3 - 2{,}5x_4 = 3{,}5, \\ 2{,}6x_1 + 3{,}7x_2 + 9{,}8x_3 - 7{,}6x_4 = 3{,}4. \end{array}\right\}$ 16. $\left.\begin{array}{l} 0{,}1x_1 + 0{,}3x_2 + 0{,}4x_3 + 0{,}2x_4 = 0{,}1, \\ 0{,}3x_1 + 2{,}1x_2 + 3{,}4x_3 + 4{,}6x_4 = 6{,}2, \\ 0{,}5x_1 + 3{,}3x_2 + 6{,}4x_3 + 10{,}1x_4 = 8{,}3, \\ 0{,}2x_1 + 4{,}1x_2 + 10{,}3x_3 + 2{,}9x_4 = 9{,}2. \end{array}\right\}$

AMALIY ISH № 4
Kvadrat ildizlar usuli. Tenglamalar sistemasini yechishning iterasiya usuli. Lagranj interpolyasion ko‘phadni qurish va xatoligini baholash

Ishdan maqsad: Talabalarni amaliy masalalarni yechishda ko‘p ishlatiladigan funksiyalarni interpolyatsiyalash masalasi bilan, eng kichik kvadratlar usuliga oid nazariy ma’lumotlar va dastur ta’minoti bilan tanishtirish.

Reja:

1. Funksiyalarni interpolyatsiyalash va eng kichik kvadratlar usuli bo‘yicha nazariy ma’lumotlar;
2. Eng kichik kvadratlar usuli algoritmining blok-sxemasi va dasturi;
3. Olingan natijalar tahlili;
4. Amaliy ishga doir topshiriqlar va nazorat savollari

1.Funksiyalarni interpolyatsiyalash va eng kichik kvadratlar usuli bo‘yicha nazariy ma’lumotlar;

Interpolyatsiya deganda erkli o‘zgaruvchi miqdor bilan funksiyaning diskret nuqtalaridagi mos qiymatlari orasida munosabati ma’lum bo‘lgan holda funksional bog‘lanishning taqribiy yoki aniq analitik ifodasini tuzish tushuniladi.

Ko‘pincha turmushda kuzatishlar va tajribalar orqali empirik formulalarni keltirib chiqarish mumkin.

Masalan, haroratning ko‘tarilishi yoki aksincha pasayishini, simob ustunining ko‘tarilishi yoki pasayishiga qarab bilish mumkin. Demak, harorat bilan simob ustini o‘rtasidagi chiziqli bog‘lanish borligini tajriba orqali bilish mumkin.

Bunday masalalarni yechishda eng kichik kvadratlar usulidan foydalanamiz.

Eng kichik kvadratlar usuli birinchi marta 1874 yilda Gauss tomonidan ishlab chiqilgan bo‘lib, ayrim adabiyotlarda bu usul Gauss usuli deb ataladi.

Endi eng kichik kvadratlar usulining moshiyati bilan tanishib chiqimiz.

Aytaylik, x erkli o‘zgaruvchining n ta qiymati berilgan bo‘lsin. X_1, X_2, X_3, ..., X_n unga mos funksiya qiymatlari Y_1, Y_2, Y_3, ... , Y_n bo‘lsin.

Demak, funksiya jadval ko‘rinishda berilgan.

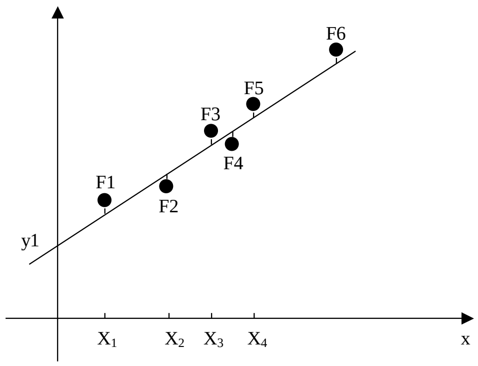
X	X_1	X_2	…	X_n
Y	Y_1	Y_2	…	Y_n

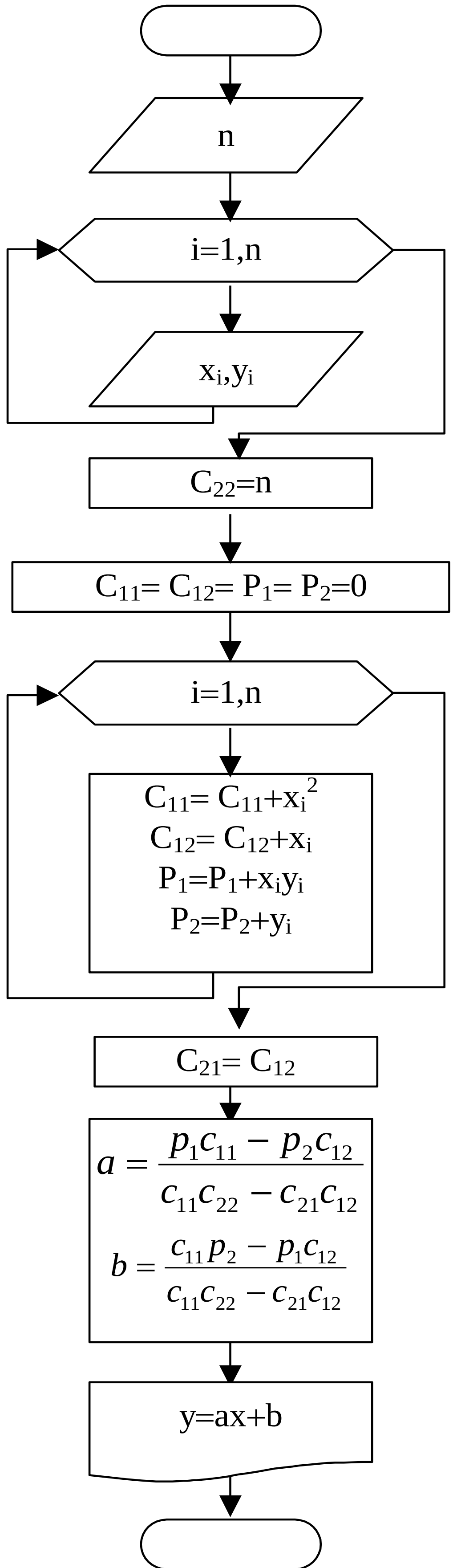
Jadval funksiyaning qiymatlarini xoy dekart koordinata sistemasidagi quyidagi nuqtalar orqali ifodalash mumkin:

F_1 (X_1,Y_1)

F_2 (X_2,Y_2)...

Bu qiymatlarga mos nuqtalarni koordinata tekisligida tasvirlaylik.





Demak, biz ana shu tajriba o‘tkazish natijasida hosil qilingan nuqtalardan juda kam farq qiladigan uqax+b funksiyani ko‘rishimiz kerak(chiziqli shol).

Umuman olganda bu funksiya kvadratik, ya’ni uqax^2+bx+c yoki uqasinφx+bcosφx ko‘rinishlarda tanlab olinishi mumkin. Tajriba nuqtalarining joylashish sholatiga qarab zarur ko‘rinishdagi funksiyalar tanlab olinadi.

CHizmada yasalgan to‘g‘ri chiziq bilan bir nuqta orasidagi masofalar ayirmasining kvadratlarining yig‘indisining xatolari minimum bo‘lsin:

$$Z(a;b)=\sum_{i=1}^{n}(y_i-(ax_i+b))^2 \qquad \min z=?$$

Ushbu shart bajarilishi uchun, no‘malum koeffitsentlardan olingan xususiy xosilalar nolga teng bo‘lishi kerak, ya’ni $\frac{\partial z}{\partial a}=0;$ $\frac{\partial z}{\partial b}=0;$

$$\frac{\partial z}{\partial a}=2\cdot\sum_{i=1}^{n}(y_i-(ax_i+b))\cdot(-x_i)=0$$

$$\frac{\partial z}{\partial a}=2\cdot\sum_{i=1}^{n}(y_i-(ax_i+b))\cdot(-1)=0$$

$$\begin{cases} -\sum_{i=1}^{n}x_i y_i + a\sum_{i=1}^{n}x_i^2 + b\sum_{i=1}^{n}x_i = 0 \\ -\sum_{i=1}^{n}y_i + a\sum_{i=1}^{n}x_i^2 + b\sum_{i=1}^{n} \quad = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a\sum_{i=1}^{n}x_i y_i + b\sum_{i=1}^{n}x_i = \sum_{i=1}^{n}x_i y_i \\ a\sum_{i=1}^{n}x_i + b\cdot n = \sum_{i=1}^{n}y_i \end{cases}$$

(1)

kerakli belgilashlarni kiritib,

$$\begin{cases} c_{11}a + c_{12}b = p_1 \\ c_{21}a + c_{22}b = p_2 \end{cases}$$

tenglamalar sistemasini hosil qilamiz. Bu yerda:

$$c_{11} = \sum_{i=1}^{n} x_i^{\,2}, \;\; c_{12} = \sum_{i=1}^{n} x_i \quad p_1 = \sum_{i=1}^{n} x_i y_i$$

$$c_{21} = c_{12}, \quad c_{22} = n, \quad p_2 = \sum_{i=1}^{n} y_i$$

Ikki noma'lumli tenglamalar sistemasini Kramer usulida yechish qulayroq, ya'ni

$$a = \frac{p_1 c_{11} - p_2 c_{12}}{c_{11}c_{22} - c_{21}c_{12}} \qquad b = \frac{c_{11}p_2 - p_1 c_{12}}{c_{11}c_{22} - c_{21}c_{12}}$$

(1) sistemadan a va v topilgandan so'ng uqax+v funksiyani ifodasini hosil qilamiz. Endi shar qanday argumentning qiymatida funksiyaning qiymatini shisoblash mumkin bo'ladi.

Eng kichik kvadratlar usuliga mos algoritm blok-sxemasi va Algoritmning dastur matni:

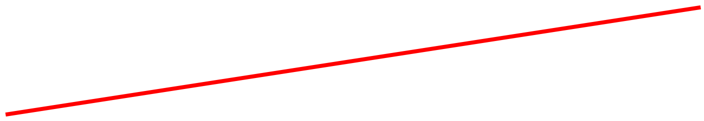
```
Program Kvaduzul;
const n=6;
  var x0,y0,a,b,c11,c12,c21,c22,p1,p2:real;
      x,y:array[1..6] of real;
begin
  write('Qaysi qiymat uchun hisoblaymiz');
  readln(x0);
 write('Massiv elementlarini kiriting');
 for i:=1 to n do
  readln(x[I],y[I]);
          c11:=0; c12:=0; p1:=0; p2:=0;
 for I:=1 to n do
  begin
          c11:=c11+x[I]*x[I];
          c12:=c12+x[I];
          p1:=p1+x[I]*y[I];
          p2:=p2+y[I];
  end;
          a:=(p1*c11-p2*c12)/(c11*c22-c21*c12);
          b:=(c11*p2-p1*c12)/(c11*c22-c21*c12);
  writeln('a=',a,'b=',b);
          y0:=a*x0+b;
           writeln('y0=',y0);
end.
```

3. Olingan natijalar tahlili.

Yuqoridagi algoritmlarning to'g'riligini tekshirish uchun quyidagi nuqtalarga mos qiymatlarni olaylik.

x	Y
0,02	1,02316
0,08	1,09590
0,12	1,14725
0,17	1,21483
0,23	1,30120
0,30	1,40976

Dasturni ishlatib ko‘rish natijasida quyida grafigi tasvirlangan chiziqli funksiyani hosil qildik. Bunda aq2.26717, bq0.95105 ga teng bo‘ldi.



Natijalardan ko‘rinib turibdiki, hosil qilingan funksiya grafigi berilgan nuqtalarga ancha yaqindir. Bu esa ishlab chqilgan algoritmlardan amaliy masalalar yechishda foydalanish mumkinligini ko‘rsatadi.

Amaliy ishga doir variantlar:

X	Y	№	X	X	Y	№	X
0.43	1.63597	1	0.702	0.02	1.02316	2	0.102
0.48	1.73234	7	0.512	0.08	1.09590	8	0.114
0.55	1.87686	13	0.645	0.12	1.14725	14	0.125
0.62	2.03345	19	0.736	0.17	1.21483	20	0.203
0.70	2.22846	25	0.608	0.23	1.30120	26	0.154
0.75	2.35973			0.30	1.40976		
X	Y	№	X	X	Y	№	X
0.35	2.73951	3	0.526	0.41	2.57418	4	0.616
0.41	2.30080	9	0.453	0.46	2.32513	10	0.478
0.47	1.96864	15	0.482	0.52	2.09336	16	0.665
0.51	1.78776	21	0.552	0.60	1.86203	22	0.537
0.56	1.59502	27	0.436	0.65	1.74926	28	0.673
0.64	1.34310			0.72	1.62098		
X	Y	№	X	X	Y	№	X
0.68	0.80.866	5	0.896	0.11	9.05421	6	0.314
0.73	0.89492	11	0.812	0.15	6.61659	12	0.235
0.80	1.02964	17	0.774	0.21	4.69170	18	0.332
0.88	1.20966	23	0.955	0.29	3.35106	24	0.275
0.93	1.34087	29	0.715	0.35	2.73951	30	0.186
0.99	1.52368			0.40	2.36522		

X	Y	№	X	X	Y	№	X
1.375	5.04192	1	1.383	0.115	8.65729	2	0.1264
1.380	5.17744	7	1.392	0.120	8.29329	8	0.1315
1.385	5.32016	13	1.386	0.125	7.95829	14	0.1232
1.390	5.47069	19	1.393	0.130	7.64893	20	0.1334
1.395	5.62968	25	1.386	0.135	7.36235	26	0.1285
1.400	5.79788			0.140	7.09613		

Nazorat savollari

1. Funksiyani interpolyatsiyalash deganda nimani tushunasiz?
2. Funksiyani interpolyatsiyalash masalasi qaysi amaliy jarayonlarda uchraydi?
3. Eng kichik kvadratlar usulining moshiyati qanday?

4. Nima uchun aynan «eng kichik kvadratlar» deyiladi?

AMALIY ISH № 5
Nyutonning I va II interpolyasion ko‘phadlarini qurish va xatoliklarini baholash. Lagranj va Nyuton interpolyasion ko‘phadlarni sonli differensiallash

Ma’lumki,berilgan funksiyaning hosilasini topish amali differensiallash deb atalib, uning uchun boshlang‘ich funksiyani topishdan iborat teskari amal integrallash deb ataladi (latincha-untegrare-tiklash degan ma’noni bildiradi). Amalda ko‘pgina funksiyalarning boshlang‘ich funksiyalarini formulalar bilan shisoblash imkoni hamma vaqt ham bo‘lavermaydi. SHuning uchun bu funksiyalarning aniq integrallarini ba’zan taqribiy usullar bilan shisoblash zaruriyati tug‘iladi.

Aniq integrallarni taqribiy shisoblash egri chiziqli trapetsiyaning yuzi shaqidagi masalaning geometrik yechimi bilan uzviy bog‘liqdir. +uyidan ox o‘qdagi [a,v] kesma bilan, yuqoridan musbat qiymat qabul qiladigan uqf(x)uzluksiz funksiyaning grafigi bilan, yon tomonlardan xqa va xqv to‘g‘ri chiziqlarning kesmalari bilan chegaralangan figurani egri chiziqli trapetsiya deyiladi. [a,v] kesmani esa egri chiziqli trapetsiyaning asoslari deyiladi. Egri chiziqli trapetsiyaning yuzini $S = \int_a^b f(x)dx$ bilan ifodalash mumkin. Yuqorida ta’kidlanganidek boshlang‘ich funksiyani integrallash qoidalari va formulalar yordamida shisoblash imkoni bo‘lmaganda uni integral yig‘indilar yordamida taqriban shisoblanadi.

Integral tarixan egri chiziqlar bilan chegaralangan figuralarning yuzini, xususan egri chiziqli trapetsiyaning yuzini shisoblash munosabati bilan kelib chiqqan. Trapetsiyaning asosi bo‘lgan [a;b] kesmani x_1, x_2, …, x_n nuqtalar bilan n ta kesmalarga bo‘lamiz. U sholda bo‘linish oralig‘i uzunligi hq(b-a)/n formula bilan ifodalanadi. $x_0$qa desak, x_iqx_{i-1}+h nuqtalarni belgilab olamiz, bunda iq1,2,3,…n. x_1, x_2, x_3, …, x_n nuqtalardan chegaraviy egri chiziq bilan kesishgunga qadar vertikal parallel to‘g‘ri chiziqlar o‘tkazamiz va kesishish nuqtalarining ordinatalarini quyidagicha u(x_1), u(x_2), …, u(x_i), … kabi belgilaymiz. SHar bir oraliqdagi oordinatasi uzunligi u(x_i)ga teng to‘g‘ri to‘rtburchakning yuzalarini topamiz.

$$S_i = h \cdot y(x_i)$$

n ta to‘g‘ri to‘rtburchakning yuzini qo‘hamiz:

$$S = h \cdot (y(x_1) + y(x_2) + y(x_3) + ... + y(x_n))$$

YUzalarni shisoblashda k=1,2,…n deb olsak, vertikal to‘g‘ri chiziqlarga nisbatan o‘ng tomondagi to‘g‘ri to‘rtburchaklar olingani uchun o‘ng to‘g‘ri to‘rtburchaklar usulining formulasi kelib chiqadi:

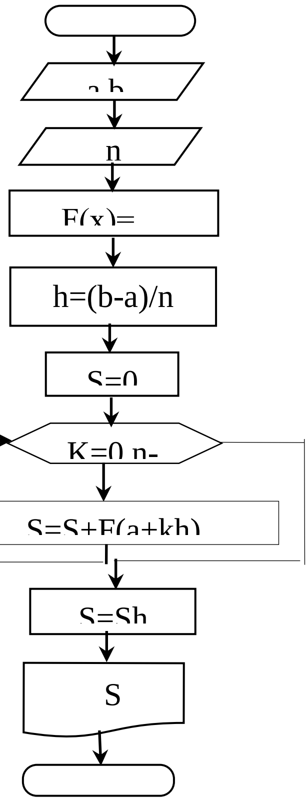
$$S = \int_b^a f(x)dx \approx h[f(a) + f(a+h) + ... + f(a + n \cdot h)] = h \cdot \sum_{k=1}^{n} f(a+kh)$$

iq0,1,2,…,n-1 deb olsak, vertikal to‘g‘ri chiziqlarga nisbatan chap tomondagi to‘g‘ri to‘rtburchaklar olingani uchun chap to‘g‘ri to‘rtburchaklar usulining formulasi kelib chiqadi.

$$S = \int_b^a f(x)dx \approx h[f(a+h) + ... + f(a+(i-1)h)] = h \cdot \sum_{k=0}^{n-1} f(a+kh)$$

;

Blok sxemasi va Paskal dasturi



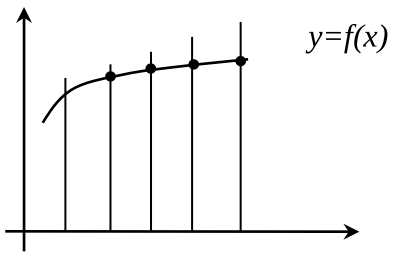

```
program Turtburchakli yuza;
var a,b,s, h:real;
n,k:byte;
function F(x:real):real;
begin F:q.... end;
```

```
begin  writeln ('a,bq'); readln (a,b);
         writeln('nq');  readln (n);
      h:q(b-a)/n;
      s:q0;
      for k:q0 to n-1 do
      s:qs+f(a+k*h);
      s:qs*h;
      writeln,s);
 end.
```

3. Aniq integrallarni taqribiy hisoblash usuli

Bu usulda ham to‘g‘ri to‘rtburchaklar usulidagi kabi [a,b] kesmani $a = x_0, x_1, ..., x_n = b$ nuqtalar bilan n ta teng bo‘lakka bo‘lamiz. SHar bir tugun nuqtalar orasidagi masofa hq(b-a)/n formula bilan aniqlanadi.

[a,b] kesmani bo‘luvchi nuqtalardan chegaraviy egri chiziq bilan kesishgunga qadar perpendikulyar o‘tkazamiz. Egri chiziq mos nuqtalarinng ordinatalarining $y_0$qf(x_0), $y_1$qf(x_1),…, y_{n-1}qf(x_{n-1}), $y_n$qf(x_n) deb shisoblab olamiz.



$a=x_0 \quad x_1 \quad x_2 \quad . . . \quad b=x_n$

Perpendikulyarlarning yqf(x) chiziq bilan kesishgan qo‘shni nuqtalarini vatarlar bilan birlashtiramiz va hosil qilingan shar bir to‘g‘ri chiziqli trapetsiyalarning yuzini topamiz: $\frac{y_0 + y_1}{2} \cdot h; \quad \frac{y_1 + y_2}{2} \cdot h; \quad \cdots \quad \frac{y_{n-1} + y_n}{2} \cdot h;$ Barcha n ta trapetsiya yuzini qo‘hamiz

$$S = h\left[\frac{y_0}{2} + y_1 + y_2 + ... + \frac{y_n}{2}\right]$$

Demak. Egri chiziqli trapetsiyaning yuzi taqriban quyidagiga teng:

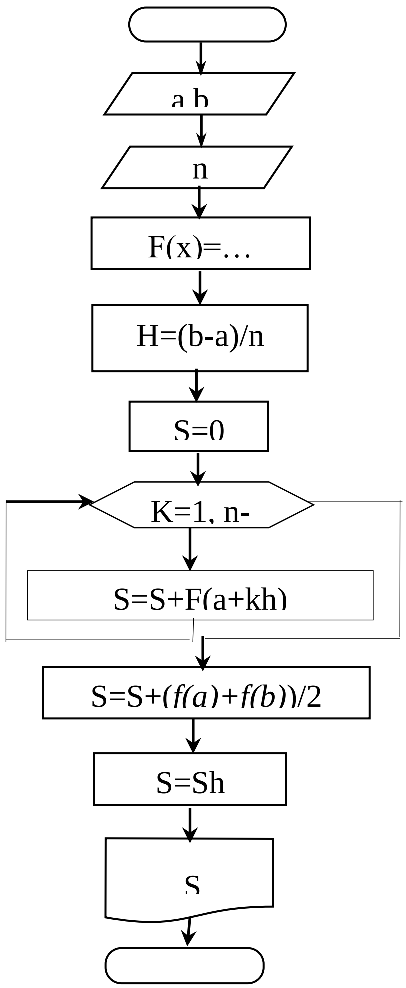
$$\int_a^b f(x)dx \approx h\left(\frac{y_0 + y_n}{2} + y_1 + y_2 + ... + y_{n-1}\right)$$

yoki y_0=f(a), y_n=f(b), x_i=a+ih desak, trapetsiya usulining ishchi fomulasi

$$S = \int_a^b f(x)dx = h \cdot \left[\frac{f(a) + f(b)}{\mathbf{2}} + \sum_{k=\mathbf{1}}^{n-\mathbf{1}} f(a + kh)\right]$$

bo‘ladi.

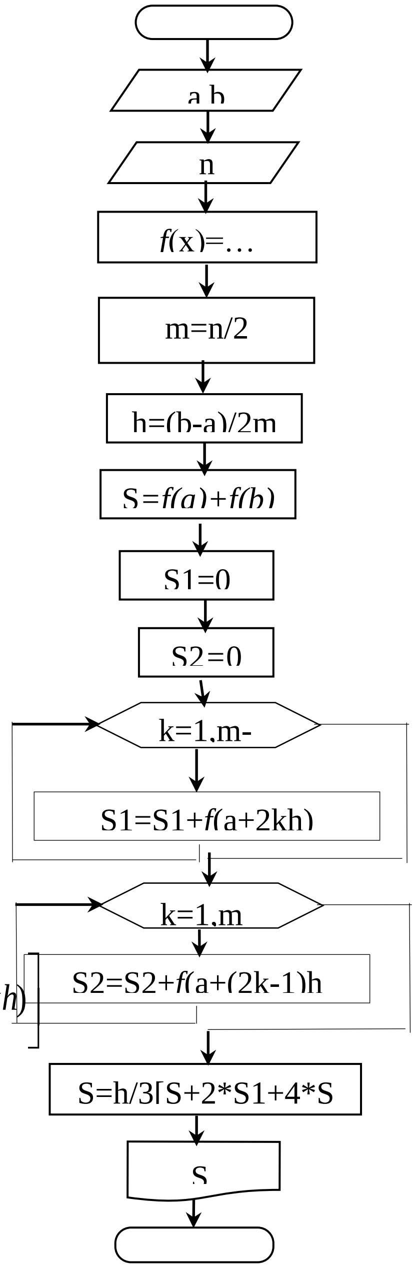
Aniq integrallarni taqribiy hisoblashning barcha usullarida (a,b) integrallash oralig‘ini bo‘linishlar sonini (n ni)orttirish tufayli xatolik miqdorini kamaytirish mumkin, chunki bo‘linishlar natijasida hosil bo‘lgan yuza qanchalik kichik bo‘lsa, formula orqali topayotgan figuraning yuzi egri chiziqli trapetsiyaning yuziga shunchalik yaqin bo‘ladi.



end.

Trapetsiya usuli algoritmining blok-sxemasi. 4. [a,b] kesmani uzunligini h=(b-a)/2n ga teng bo‘lgan 2n ta juft bo‘lakka x_1, x_2,…, x_{2n-1} nuqtalar orqali ajratamiz. Bunda [x_0, x_2],[x_2, x_4],…,[x_{2n-2}, x_{2n}] kesmalar xosil bo‘ladi. Bu yerda $x_0$qa, x_{2n}qb bo‘ladi. Bu kesmalarning o‘rtalari mos ravishda x_1 ,x_3 ,…,x_{2n-1} nuqtalar bo‘ladi.U sholda asosiy shisoblanuvchi integralni

$$\int_a^b f(x)dx \; q \int_{x_0}^{x_2} f(x)dx + \int_{x_2}^{x_4} f(x)dx + \ldots + \int_{x_{2n-2}}^{x_{2n}} f(x)dx$$



integral yig‘indiga ajratamiz.

SHar bir [x_{2i}, x_{2i+2}] (iq0 dan n-1 gacha) kesmalarda (x_{2i}, Y_{2i}), (x_{2i+1}, Y_{2i+1}),(x_{2i+2}, Y_{2i+2}) nuqtalar orqali hamma vaqt parabola o‘tkazish mumkin,shu bilan birga bunday parabola [x_{2i},y_{2i+2}] kesmada faqat bitta bo‘ladi. YOrdamchi parabola bilan chegaralangan egri chiziqli trapetsiya yuzi taqriban berilgan egri chiziqli trapetsiyaning yuziga teng, ya’ni

$$\int_{x_{2i}}^{x_{2i+2}} f(x)dx = \int_{x_{2i}}^{x_{2i+2}} (Ax^2 + Bx + C)dx$$

Parabolaga tegishli shar uchta nuqta uchun yuqoridagi tenglamani yozamiz:

$$\begin{cases} Ax_{2i}^2 + Bx_{2i} + C = y_{2i} \\ Ax_{2i+1} + Bx_{2i+1} + C = y_{2i+1} \\ Ax_{2i+2} + Bx_{2i+2} + C = y_{2i+2} \end{cases}$$

Hosil bo‘lgan A,B,C noma’lumli uchta tenglamalar sistemasini yechib, A,B,C larning qiymatini integral ifodaga qo‘yib, integralni shisoblaymiz. SHar bir kesmalar uchun ularning qiymatini qo‘shib, parabolalar usuliga mos formulani hosil qilamiz.

$$S = \int_a^b f(x)dx = \frac{h}{3}\left[f(a) + f(b) + 2\cdot\sum_{k=1}^{n} f(a+(2k-1)h) + 4\cdot\sum_{k=1}^{n} f(a+2kh) \right]$$

;

bu yerda h=(b-a)/2n .

paskal dasturi

```
Program Parabola;
var a,b,h,s,s1,s2:real;
k,m,n:byte;
function f(x:real):real;
begin f:q... end;
begin
write('a,b íè êèritèíã'); readln( a,b);
write('nq'); readln(n);
m:qn*2; h:q(b-a)/m; s:qf(a)+f(b); s1:q0; s2:q0;
for k:q1 to m-1 do s1:qs1+f(a+2*k*h);
for k:q1 to m do s2:qs2+f(a+(2*k-1)*h);
s:qh/3*(s+2*s1+4*s2);
writeln('sq',s);
end.
```

Blok sxemasi

5. Olingan natijalar va ularning tahlili

Ishlab chiqilgan algoritmlarning va yaratilgan dasturlarning to‘g‘riligini tekshirib ko‘rish uchun test misolini tanlab olaylik va uning qiymatini aniqlaylik:

$$I=\int_0^1 (x^3+2x^2-x+5)dx=\frac{x^4}{4}+2\cdot\frac{x^3}{3}-\frac{x^2}{2}+5x\Big|_0^1=$$
$$\frac{1}{4}+\frac{2}{3}-\frac{1}{2}+5=5+\frac{3+8}{12}-\frac{1}{2}=5+\frac{11}{12}-\frac{1}{2}=$$
$$=5+\frac{11-6}{12}=5\frac{5}{12}$$

Amaliy mashg‘ulot uchun variantlar

Aniq integrallarni yuqoridagi usullar bilan hisoblashni tashkil eting va natijalar sifatini oshirishga erishing.

1. a) $\int_{0,8}^{1,6}\frac{x\sin x dx}{\sqrt{2x^2+1}}$

2. $\int_{0,4}^{12}\sqrt{x}\cdot\cos(x^2)dx$

3. $\int_{0,8}^{1,2}\frac{\sin(2x)}{x^2}dx$

4. $\int_{1,2}^{2}\frac{\lg(x+2)}{x}dx$

5. $\int_{1,6}^{2,4}(x+1)\sin x dx$

6. $\int_{0,2}^{1}\frac{\mathrm{tg}(x^{2;})}{x^2+1}dx$

7. $\int_{1,2}^{8,9}\frac{\sin^2 x}{\sqrt{1+\sin^2 x}}dx,\ h=0,77.$

8. $\int_{0}^{3,4}\frac{\cos^2 x}{\sqrt{1+\sin^2 x}}dx,\ h=0,17.$

9 $\int_{1}^{11}x\sqrt{1+2xdx,}h=1.$

10 $\int_{0,4}^{0,8}\frac{\lg(x^2+0,5)}{1+2x^2}dx$

Nazorat savollari:

1) Yuza va hajmlar shisobida aniq integrallardan qanday foydalaniladi?
2) Aniq integralning geometrik ma’nosi qanday?
3) Aniq integralni taqribiy shisoblash zaruriyati qayerdan kelib chiqadi?
4) Qanday taqribiy shisoblash usullarini bilasiz?
5) To‘g‘ri to‘rtburchaklar usulining mohiyatini tushuntirib bering?
6) Trapetsiya usulining moshiyati qanday?
7) Usulga oid ishchi formulalarni ko‘rsating?

8) Taqribiy shisobning aniqligini oshirishning qanday imkoniyatlari mavjud?
9) Simpson usulining mohiyati qanday?
10) Usulga oid ishchi formulalar qanday hosil qilinadi?
11) Simpson usulida taqribiy hisobning aniqligi boshqa usullarga qaraganda yuqoriroq bo‘ladi degan fikrga qo‘shilasizmi?

AMALIY ISH № 6

Mavzu: Koshi masalasini taqriban yechishning Eyler usuli. Koshi masalasini taqriban yechishning Runge-Kutta usuli.

Ishdan maqsad: Talabalarni amaliy masalalarni yechishda ko‘p ishlatiladigan differensial tenglamalar, Koshi masalasini yechishning Eyler va Runge-Kutta usullari, usullarga oid nazariy ma’lumotlar va dasturlar bilan tanishtirish.

1. Oddiy differensial tenglamalarga oid nazariy ma’lumotlar.

Ma’lumki, ko‘pincha amaliy masalalarni yechishda, dastlab uning matematik modeli fizik, mexanik, kimyoviy va boshqa qonuniyatlar asosida tuziladi. Matematik model asosan algebraik, differensial, integral va boshqa tenglamalardan iborat bo‘ladi. Oddiy differensial tenglamalar esa juda ko‘p muhandislik masalalarini yechishda uchraydi. Demak, differensial tenglamalarning ma’lum shartlarni qanoatlantiruvchi yechimlarini topish katta ahamiyatga ega.

Differensial tenglamalar ikkita asosiy sinfga bo‘linadi: oddiy differensial tenglamalar va xususiy hosilali differensial tenglamalar.

Xususiy hosilali differensial tenlamalarga keyinroq batafsil to‘xtalamiz.

Oddiy differensial tenglamalarda faqat bir o‘zgaruvchiga bog‘liq funksiya va uning hosilalari qatnashadi, ya’ni

$$f(x,y,y',...,y^{(n)})q0 \qquad (1)$$

(1) tenglamada qatnashuvchi hosilalarning eng yuqori tartibi differensial tenglamalarning tartibi deyiladi. Agar tenglama izlanuvchi funksiya va uning hosilalariga nisbatan chiziqli bo‘lsa, uni chiziqli differensial tenglama deyiladi.

Differensial tenglamaning umumiy yechimi deb, uni ayniyatga aylantiruvchi x va n ta $c_1,c_2,...,c_n$ o‘zgarmaslarga bog‘liq ixtiyoriy funksiyaga aytiladi. Masalan (1) tenglamaning umumiy yechimi $y=\varphi(x,c_1,c_2,...,c_n)$ ko‘rinishdagi funksiyalardan iborat. Agar $c_1,c_2,...,c_n$ o‘zgarmaslarga muayyan qiymatlar berilsa, umumiy yechimdan xususiy yechim hosil qilinadi. Xususiy yechimni topish uchun $c_1,c_2,...,c_n$ o‘zgarmaslarning mos qiymatlarini aniqlash lozim. Buning uchun esa yechimni qanoatlantiruvchi qo‘shimcha shartlarga ega bo‘lishimiz kerak. Agar differensial tenglama n-tartibli bo‘lsa, yagona xususiy yechimni topish uchun xuddi shuncha qo‘shimcha shartlar kerak. Xususan, 1-tartibli tenglama $f(x,y,y')q0$ ning umumiy yechimi $y=\varphi(x,c)$ dagi s o‘zgarmasni topish uchun 1 ta qo‘shimcha shartning berilishi kifoya.

qo‘shimcha shartlar berilishiga ko‘ra differensial tenglamalar uchun 2 xil masala qo‘yiladi:

1) Koshi masalasi
2) CHegaraviy masala.

Agar qo‘shimcha shartlar bitta $x=x_0$ nuqtada berilsa, differensial tenglamani yechish uchun qo‘yilgan masala Koshi masalasi deyiladi. Koshi masalasidagi qo‘shimcha shartlar boshlang‘ich shartlar, $x=x_0$ nuqta esa boshlang‘ich nuqta deb ataladi. Oddiy differensial tenglamalarni yechishning chizma, analitik, taqribiy va sonli yechish usullari mavjud.

Analitik usullarda differensial tenglamaning yechimlari aniq formulalar orqali aniqlanadi.

Taqribiy usullarda differensial tenglama va qo‘shimcha shartlar u yoki bu darajada soddalashtirilib, masala osonroq masalaga keltiriladi.

Sonli usullarda esa yechim analitik shaklda emas, balki sonlar jadvali ko‘rinishida olinadi. Albatta bunda differensial tenglamalar oldin diskret tenglamalar bilan almashtirib olinadi. Natijada sonli usullar vositasida olingan yechim ham taqribiy bo‘ladi.

Umuman olganda, oddiy differensial tenglamalarning yechimlarini analitik usul yordamida topish imkoni juda kam bo‘lganligi uchun, amalda ko‘pincha ularni sonli usullar yordamida taqribiy hisoblanadi.

quyida shunday usullardan Eyler va Runge-Kutta usullarini ko‘rib chiqamiz.

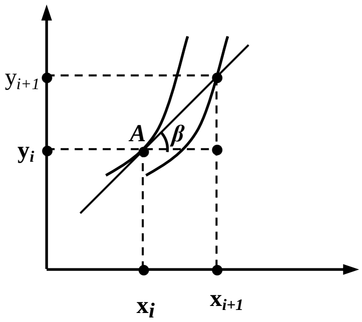
2. Eyler usulining ishchi algoritmi va dastur ta’minoti.

Bizga quyidagi birinchi tartibli differensial tenglama(Koshi masalasi)ni

$$y'=f(x,y) \quad (2)$$

[a,b] oraliqdagi $y_0=y(x_0)$, $x_0=a$ boshlan\ich shartni qanoatlantiruvchi yechimini topish lozim bo‘lsin.

Koshi masalasini Eyler usuli yordamida yechish uchun, dastlab differensial tenglamaning yechimi qidiriladigan [a,b] kesmani $x_1,x_2,...x_n$ tugun nuqtalar bilan bo‘laklarga bo‘lamiz. Tugun nuqtalarning koordinatalari $x_{i+1}=a+(i+1)h$ (i=0..n-1) formula orqali aniqlanadi. SHar bir tugunda $y(x_i)$ yechimning qiymatlarini chekli ayirmalar yordamida taqribiy y_i qiymatlar bilan almashtiriladi.

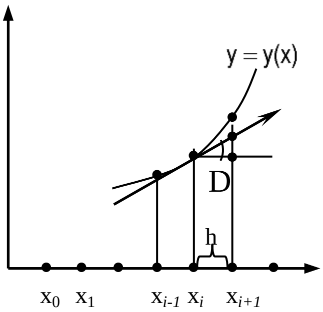


(2) differensial tenglamani x_i nuqta uchun yozib $y'(x_i)=f(x_i, y(x_i))$ olib, $y'(x_i) \approx \dfrac{y(x_{i+1})-y(x_i)}{h}$ chekli ayirmali formuladan foydalanamiz va natijada quyidagi Eyler formulasiga ega bo‘lamiz:

$$\begin{cases} y(x_{i+1}) = y(x_i) - h \cdot f(x_{i,} y(x_i)) \\ x_{i+1} = x_i + h, \quad i = 0, 1, 2, ...n \end{cases}$$

Ma’lumki, y=f(x) funksiyaning $x=x_0$ nuqta atrofidagi Teylor qatoriga yoyilmasini quyidagicha yozish mumkin:

Ushbu cheksiz qatorning boshidagi ikkita shad bilan chegaralanib, birinchi tartibli hosila qatnashgan shadni aniqlash natijasida quyidagi chekli ayirmali formulani hosil qilamiz:



$$y'(x_i) \approx \frac{y(x_{i+1})-y(x_i)}{h} \quad (3)$$

Ushbu almashtirishning geometrik ma’nosi quyidagicha:

Xosilaning geometrik ma’nosiga ko‘ra

$$y'(x_i) = tg\beta = \frac{ED}{AD} = \frac{ED}{h}$$

(3) dan

$$y'(x_i) \approx \frac{y_{i+1}-y_i}{h} = \frac{BD}{h} = \frac{ED}{h} + \frac{BE}{h} = y'(x_i) + \frac{BE}{h}$$

Demak, chekli ayirmalar formulasi hosilaning asl qiymatidan BE/h ga farq qiladi, ya’ni BE qancha kichik bo‘lsa, chekli ayirma y’ hosilaga shuncha yaqin bo‘ladi. Rasmdan $h \to 0$ da $BE \to 0$ ekanini ko‘rish mumkin. (2) va (3) dan $y'_i = f(x_i, y_i)$ ekanini shisobga olib, quyidagini hosil qilamiz:

$$y'_{i+1} \approx y_{i+1} + h \cdot f(x_i, y_i) \quad (4)$$

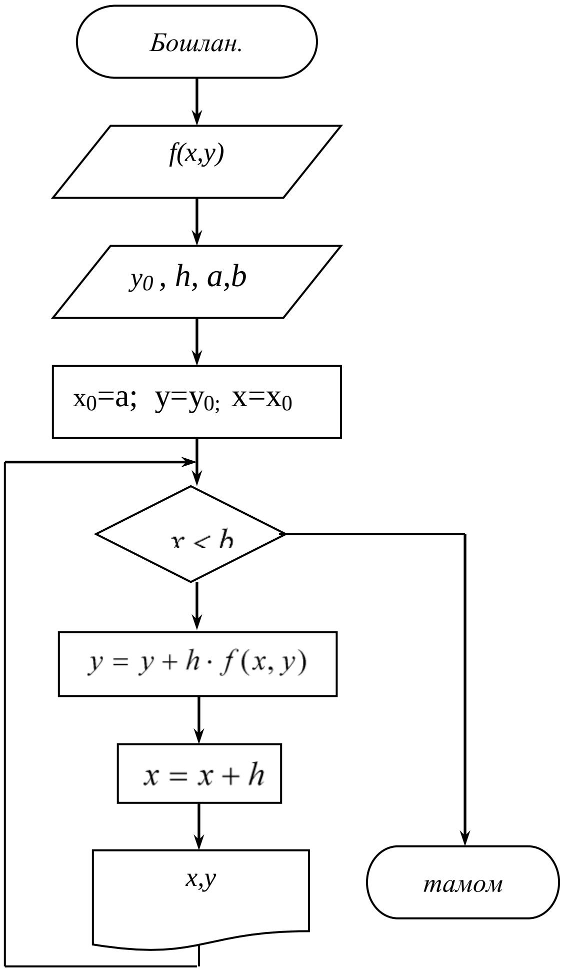
Hosil qilingan (4) formula Eyler usulining asosiy ishchi formulasi bo‘lib, uning yordamida tugun nuqtalarga mos bo‘lgan differensial tenglamaning y_i xususiy yechimlarini topish mumkin. YUqoridagi formuladan ko‘rinib turibdiki, y_{i+1} yechimni topish uchun y_i yechimnigina bilish kifoya. Demak, Eyler usuli bir qadamli usullar jumlasiga kiradi.

Eyler usulining geometrik ma’nosi quyidagicha:

A nuqta $x=x_i$ nuqtaga mos keluvchi yechim bo‘lsin. Bu nuqtadan integral chiziqqa o‘tkazilgan urinma xi+1 nuqtada boshqa integral chizi\ida yi+1 yechimni aniqlaydi.

Urinmaning o\maligi $\beta \cdot y_i' = f(x_i, y_i)$ hosila bilan aniqlanadi. Demak, Eyler usulidagi yo‘l qo‘yilgan asosiy xatolik yechimni bir integral chizig‘idan boshqasiga o‘tkazib yuborishi bilan xarakterlanadi.

Eyler usuliga mos algoritm blok-sxemasi va Algoritmning dastur matni:




```
Program Eyler;
var a,b,x0,y0,x,y,h:real;
Function f(x,y:real):real;
Begin
f:q<funksiya kurinishi>;
end;
Begin
Write('a,bq'); readln(a,b);
Write('y0q'); readln(y0);
x0:qa;
Write('hq');readln(h);
writeln('x0q',x0,'    y0q',  y0 );
x:qx0;y:qy0;
while  x< b  do
begin
y:qy+h*f(x,y);
Writeln('xq',x; '     yq',y);
x:qx+h;
end;
Readln;
end.
```

3.Runge-Kutta usulining ishchi algoritmi va dastur ta'minoti.

Bir qadamli oshkor usullarning boshqa bir necha xillari sham majud bo'lib, ularning ichida amalda eng ko'p ishlatiladigani Runge-Kutta usuli shisoblanadi. Usul shartiga ko'ra shar bir yangi xi+1 tugun nuqtadagi yi+1 yechimni topish uchun f(x,y) funksiyani 4 marta shar xil argumentlar uchun shisoblash kerak. Bu jishatdan Runge-Kutta usuli shisoblash uchun nisbatan ko‘p vaqt talab qiladi. Lekin Eyler usulidan ko‘ra aniqligi yuqori bo‘lganligi uchun, undan amalda keng foydalaniladi.

Usulning ishchi formulasi quyidagicha yoziladi:

$$y_{i+1} = y_i + \frac{h}{6}(k_0 + 2k_1 + 2k_2 + k_3) \quad i = 0,1,...$$

bu yerda $k_0 = f(x_i, y_i)$;

$$k_1 = f(x_i + \frac{h}{2}, y_i + \frac{h}{2} \cdot k_0);$$

$$k_2 = f(x_i + \frac{h}{2}, y_i + \frac{h}{2} \cdot k_1);$$

$$k_3 = f(x_i + h, y_i + h \cdot k_2);$$

Demak, formulalardan ko‘rinib turibdiki, Eyler usuli birinchi tartibli Runge-Kutta usuliga mos keladi.

4.Amaliy ishdan olingan natijalar va ularning tahlili.

Yuqorida ko‘rib chiqilgan dasturlarning to‘g‘riligini va usullarning aniqlik darajasini tekshirish uchun bitta ixtiyoriy tenglama olamiz. Aniq yechimni analitik usulda shisoblash qulay bo‘lishi uchun quyidagi tenglamani ko‘rib chiqamiz.

y'=cosx tenglamani [0,1] oraliqda h=0.1 qadam bilan y(0)=1 boshlang‘ich shartni qanoatlantiruvchi yechimni topish kerak.

YUqoridagi dasturlarga kerakli qiymatlarni kiritamiz. $x_0 = 0$; $y_0 = 1$; $f(x) = \cos x$; $a = 0$; $b = 1$; $h = 0.1$

y’=cosx uchun aniq yechim sifatida $y = \sin x + c$ ni olamiz. Boshlan\ich shartlarni qo‘ysak, 1=sin0+c =1 Demak, y=sinx+1.

Olingan natijalarga mos qiymatlardan iborat jadval tuzamiz.

x_i	**Eyler usuli uchun**	Runge-Kutta usuli uchun	Aniq yechim
0.1	1,1000	1,0998	1,0998
0.2	1,1995	1,1986	1,1986
0.3	1,2975	1,2955	1,2955
0.4	1,3930	1,3894	1,3894
0.5	1,4851	1,4794	1,4794
0.6	1,5729	1,5646	1,5466
0.7	1,6554	1,6442	1,6442
0.8	1,7319	1,7173	1,7173
0.9	1,8015	1,7833	1,7833
1	1,8637	1,8414	1,8414

Natijalardan ko‘rinib turibdiki, Runge- Kutta usulidan olingan natijalar Eyler usulidan olingan natijalarga ko‘ra aniq yechimga ancha yaqindir.

5.Amaliy ishga doir topshiriq variantlari:

Eyler va Runge-Kutta usullari yordamida berilgan differensial tenglama uchun Koshi masalasini h=0.1 qadam bilan [0;1] oraliqda yechimini topish algoritmi va dasturini tuzing.

№	Tenglama	Boshlan\ich shart
1	$y' = (x+1)^{1/2}y - 0,5x^2$	$y(0) = 1,2$
2	$y' = (x^2+1)^{1/2}y + 4,5x$	$y(0) = 1,4$
3	$y' = 3,4x^2y - 2,8x^2$	$y(0) = 0,6$
4	$y' = (x+3)^{1/2}y - 1,3x^2$	$y(0) = 1,6$
5	$y' = 4,5x^2 + y - 6,4x + 1$	$y(0) = 4,2$
6	$y' = 2,7x^2y + 3,8x + y$	$y(0) = 4,6$
7	$y' = 8,5x^3y + \sin x^2$	$y(0) = 2,8$
8	$y' = 5,2x - y + 4.8x^3$	$y(0) = 4,2$
9	$y' = 4,2xy + x^2 - \cos x$	$y(0) = 4,8$
10	$y' = 5,4xy + 1,5x^2 + \ln y$	$y(0) = 2,6$
11	$y' = 8,6x^3y - 5,1x^2 + 2$	$y(0) = 4,2$
12	$y' = (3,5x+1)y + x^2 + 1,6$	$y(0) = 2,6$
13	$y' = (2x+5)^{1/2}y + 1,5x^2$	$y(0) = 2,4$
14	$y' = (x^2 - 1)^{1/3}y - 0,6x^2$	$y(0) = 1,2$
15	$y' = (2x+1)^{1/2}y + 3,4x^2 + 1,2$	$y(0) = 1,2$
16	$y' = (3x^2+1)y - 3,4x^2 + 1,4$	$y(0) = 1,5$
17	$y' = (4x^2+1)y - 3,5x^2 + 1,2$	$y(0) = 1,6$
18	$y' = (4x^2-1)y + 1,8x^3 - 12$	$y(0) = 1,2$
19	$y' = x^{1/2} + 7x^3y - 3x^2$	$y(0) = 3,2$
20	$y' = 4,6x^3 + 2x^3 + 2.8$	$y(0) = 2,9$

Nazorat savollari

1. qanday tenglamalarni differensial tenglamalar deb ataymiz?
2. Oddiy differensial tenglamalarga ta’rif bering?
3. Xususiy xosilali differensial tenglamalarga ta’rif bering?
4. Umumiy yechim nima?
5. Xususiy yechim nima?
6. Differensial tenglamalarni taqribiy yechish zaruriyati qayerdan kelib chiqadi?
7. Differensial tenglamalarni taqribiy yechishning qanday usullarini bilasiz?
8. Eyler usulining ishchi algoritmi?
9. Eyler usulining dastur ta’minoti?
10. Eyler usulining qanday kamchiligi va afzalligi bor?
11. Runge-Kutta usulining ishchi algoritmi?
12. Runge-Kutta usulining dastur ta’minoti?
13. Runge-Kutta usulining qanday kamchiligi va afzalligi bor?

AMALIY ISH № 7

Mavzu: Ikkinchi tartibli oddiy differensial tenglamalarni yechishning taqribiy usullari uchun dastur ta’minotini yaratish.

Ishdan maqsad: Talabalarni amaliy masalalarni yechishda ko‘p ishlatiladigan ikkinchi tartibli, o‘zgaruvchan koeffisiyentli, differensial tenglamalar uchun chegaraviy masalaning qo‘yilishini va uni yechish usullari bilan tanishtirish, ularda chekli ayirmalar va Galyorkin usullari uchun dastur ta’minoti yaratish malakasini hosil qilish.

Reja:

1. CHegaraviy masalalar va ularni yechish usullari shaqida qisqacha nazariy ma’lumotlar .
2. CHekli ayirmalar usulining ishchi algoritmi va uning dasturiy ta’minoti.

3. Galyorkin usulining ishchi algoritmi va uning dasturiy ta’minoti.
4. Amaliy ishdan olingan natijalar va ularning tahlili.
5. Amaliy ishga doir topshiriqlar ro‘yshati.

1.CHegaraviy masalalar va ularni yechish usullari shaqida qisqacha nazariy ma’lumotlar:

Bugungi kunda inshootlar qurish loyishalarining muttasil murakkablashib borishi, yangi konstruktiv yechimlarning loyishalardan o‘rin olishi, seysmik aktiv joylarda binolar mustashkamligiga qo‘yiladigan talablarning ortishi loyisha ko‘rsatkichlarini chuqur asoslash zaruriyatini keltirib chiqaradi.

Mazkur masalalarning matematik modeli ko‘proq quyidagi ko‘rinishdagi ikkinchi tartibli, o‘zgaruvchan koeffisiyentli oddiy differensial tenglamalar orqali ifodalanadi, ya’ni:

$$y''(x) + p(x)y'(x) + q(x)y(x) = f(x) \qquad (1)$$

differensial tenglamaning yechimlariga [a, b] oraliqning chetki a va b nuqtalarida

$$\begin{aligned} &m_0 y(a) + m_1 y'(a) = m_2 \\ &g_0 y(b) + g_1 y'(b) = g_2 \end{aligned} \qquad (2)$$

chegaraviy shartlar berilgan bo‘lsin, (1) tenglama va (2) chegaraviy shartlarni qanoatlantiruvchi y=y(x) funksiya differensial tenglamaning xususiy yechimi deyiladi.

(1) da berilgan p(x), q(x), f(x) koeffisiyent funksiyalarning [a, b] oraliqda uzluksizligi talab qilinadi. m_0,m_1,m_2,g_0,g_1,g_2 chegaraviy shart belgilari bo‘lgan o‘zgarmas sonlar shisoblanadi. CHegaraviy masalalarni yechish usullarini quyidagi gurushlarga bo‘lish mumkin:

1. analitik usullar
2. sonli-taqribiy usullar
3. taqribiy-analitik usullar.

Fanimizning mohiyati va maqsadidian kelib chiqib, bizni asosan sonli-taqribiy va taqribiy-analitik usullar qiziqtiradi. quyida shu usullardan na’munalar keltiramiz.

2. CHekli ayirmalar usulining ishchi algoritmi va dasturiy ta’minoti

Demak, bizga quyidagi

$$y''(x) + p(x)y'(x) + q(x)y(x) = f(x) \qquad (1)$$

ikkinchi tartibli, o‘zgaruvchan koeffisiyentli oddiy differensial tenglamaning $x \in [a,b]$ oraliqning chetki nuqtalarida qo‘yilgan

$$\begin{cases} m_0 y(a) + m_1 y'(a) = m_2 \\ g_0 y(b) + g_1 y'(b) = g_2 \end{cases} \qquad (2)$$

chegaraviy shartlarni qanoatlantiruvchi sonli-taqribiy yechimini topish lozim bo‘lsin.

Bu yerda p(x), q(x), f(x) lar [a, b] oraliqda uzluksiz funksiyalar sinfiga kiradi. m_0,m_1,m_2,g_0,g_1,g_2- o‘zgarmaslar, ya’ni chegaraviy shart belgilari.

YUqoridagi masalani sonli-taqribiy usul shisoblanmish chekli ayirmalar usuli bilan yechish uchun yechim qidiriladigan [a,b] oraliqda quyidagi to‘rni kiritamiz, ya’ni oraliqni koordinatalari x_i=a+h formula bilan aniqlanuvchi tugun nuqtalar bilan bo‘laklarga bo‘lamiz, bu yerda $h = \frac{b-a}{n}$, n-tugun nuqtalar soni.

x_i nuqtalar uchun yuqoridagi (1) tenglama o‘rinli bo‘lgani uchun, uni shu nuqtalarda yozib olamiz:

$$y''(x_i) + p(x_i)y'(x_i) + q(x_i)y(x_i) = f(x_i)$$

qulaylik uchun, bu tenglamani quyidagi ko‘rinishda yozib olamiz:

$$y''_i + p_i y'_i + q_i y_i = f_i \qquad (3)$$

Mavjud (2) differensial tenglamadagi y_i', y_i'' hosilalar o‘rniga hosil qilingan chekli aymrmali formulalarni qo‘yamiz va (3) differensial tenglama o‘rniga hosilalar qatnashmagan va y_i noma’lumlardan iborat tenglamalarni hosil qilamiz.

Amalda quyidagi chekli-ayirmali formulalardan keng foydalaniladi:

1.O‘ng chekli-ayirmali formula: $y_{x,i} \approx \dfrac{y_{i+1} - y_i}{h}$, xatolik darajasi 0(h)

2. CHap chekli ayirmali-formula: $y_{x,i} \approx \dfrac{y_i - y_{i-1}}{h}$, xatolik darajasi 0(h)

3. Markaziy chekli-ayirmali formula: $y_{x,i} \approx \dfrac{y_{i+1} - y_{i-1}}{2h}$, xatolik darajasi 0(h)

Hosil qilingan chekli-ayirmali formulalarni (3) differensial tenglamaga qo‘yamiz:

$$\frac{y_{i+1} - 2y_i + y_{i-1}}{h^2} + p_i \frac{y_{i+1} - y_{i-1}}{2h} + q_i y_i = f_i \cdot$$

Hosil bo‘lgan tenglamani shar ikkala tomonini h^2ga ko‘paytiramiz va mos shadlarni gruppalaymiz:

$$y_{i+1}(1 + \frac{p_i h}{2}) - y_i(2 + h^2 q_i) + y_{i-1}(1 - \frac{p_i h}{2}) = f_i h^2 \quad \text{bo‘ladi.}$$

+uyidagicha belgilashlar kiritish natijasida:

$$A_i = 1 + \frac{h}{2} p_i \qquad C_i = 1 - \frac{h}{2} p_i \qquad (4)$$
$$B_i = 2 - h^2 q_i \qquad D_i = h^2 f_i$$

quyidagi tenglamalar sistemasini hosil qilamiz:

$$A_i y_{i+1} - B_i y_i + C_i y_{i-1} = D_i \qquad (5)$$

Hosil bo‘lgan sistema $y_0, y_1, .., y_n$ lardan iborat (n+1)ta noma’lumli, (n-1) ta tenglamadan iborat uch diagonalli chiziqli tenglamalar sistemasidan iborat.

Ma’lumki, tenglamalar sistemasining yagona yechimini aniqlash uchun tenglamalar va noma’lumlar soni teng bo‘lishi kerak. SHuning uchun ikkita tenglamani chegaraviy shart shisobiga to‘ldirib olamiz.

Hosil qilingan tenglamalarni (5) tenglamalar sistemasiga “ulaymiz” va natijada (n+1)ta noma’lumli, (n+1)ta tenglamadan iborat $y_0, y_1, .., y_n$ noma’lumlarga nisbatan yozilgan quyidagi chiziqli algebraik tenglamalar sistemasiga ega bo‘lamiz:

$$\begin{cases} A_0 y_0 + B_0 y_1 = C_0 \\ A_i y_{i+1} - B_i y_i + C_i y_{i-1} \quad (i = 1, \overline{n-1}) \\ A_n y_n + B_n y_{n-1} = C_n \end{cases} \qquad (6)$$

SHuning uchun, bunday maxsus sistemalarni yechishning maxsus usullari ishlab chiqilgan. Bu usullarning eng soddasi, dasturlashga qulayi, xatolar yi\ilmasini hosil qilmaydigani “haydash” usuli shisoblanadi.

+uyida “Haydash” usulining qisqacha moshiyati bilan tanishib chiqamiz.

Maxsus, diagonalli sistemalarni yechishga mo‘ljallangan “Haydash” usuli ikki bosqichdan iborat:

- noma’lum koeffisentlarni aniqlash (to‘\ri) bosqichi
- sistemaning yechimlarini aniqlash (teskari) bosqichi

1-bosqichda (6) sistemaning noma’lum yechimini quyidagi ko‘rinishda qidiramiz:

$$y_i = \alpha_{i+1} y_{i+1} + \beta_{i+1} \qquad (7)$$

bu yerda: α_{i+1}; β_{i+1} lar noma’lum haydash koeffisiyentlari.

$$\alpha_1 = -\frac{B_0}{A_0}, \quad \beta_1 = \frac{B_n}{A_n},$$

2-bosqichda α_i; β_{i1} noma’lum koeffisentlarning barcha qiymatlari topilgach (7) rekkurent formula yordamida qidirilayotgan yechim y_i larni topish mumkin, bu yerda sham rekkurent formulaning ishlashi uchun dastlabki qiymat sifatida y_n ni aniqlash lozim.

$$y_n = \frac{C_n - B_n\beta_n}{A_n + B_n\alpha_n}$$

qidirilayotgan y_n shisoblangach, $y_i = \alpha_{i+1} \cdot y_{i+1} + \beta_{i+1}$ rekkurent formulasi yordamida (y_i) barcha qolgan yechimlar topiladi.

Bu jarayon i ga nisbatan teskari tartibda bo‘lgani uchun, uni haydashning teskari bosqichi deb ataymiz.

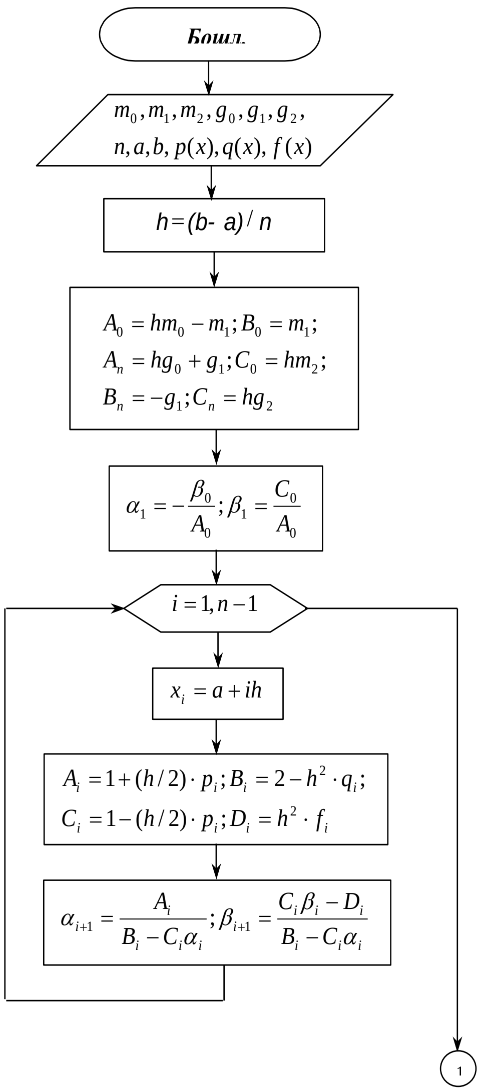
Demak, oldimizga qo‘yilgan masalani, ya’ni berilgan masalani o‘zgaruvchan koeffisentli, ikkinchi tartibli, oddiy differensial tenglamani chekli ayirmali formulalar yordamida sonli-taqribiy usulda yechish uchun ishchi algoritm hosil qildik.

Quyidagi aniq chegaraviy masalani ko‘raylik:

$$y^{II}-2y^{I}+x^3y=12x^2-8x^3+x^7$$

differensial tenglamani y(0)=0, y(1)=1 chegaraviy shartlarni qanoatlantiruvchi yechimini topish kerak. Bu yerda ishchi algoritm uchun kerak bo‘ladigan boshlan\ich ma’lumotlar sifatida: p(x)=-2, $q(x)=x^3$, $f(x)=12x^2-8x^3+x^7$; $m_0=1$; $m_1=0$; $m_2=0$; $g_0=1$; $g_1=0$; $g_2=1$ qiymatlarni kiritamiz.

Usulga mos algoritm blok-sxemasi va Algoritmning dastur matni :




```
program chekli_a;
uses crt;
    const n=10;
   var m0,m1,m2,g0,g1,g2,a,b,h,x:real;
       A0,B0,C0,An,Bn,Cn,Ai,Bi,Ci,Di:real;
       i:integer;
      al,be:array[1..n] of real;
       y:array[0..n] of real;
     function p(x:real):real;
        begin p:=-2;end;
     function =(x:real):real;
        begin q:=x*x*x;end;
     function f(x:real):real;
        begin f:=12*x*x-8*x*sqr(x)+exp(7*ln(x));end;
   begin
       write('m0,m1,m2,g0,g1,g2=');
       readln(m0,m1,m2,g0,g1,g2);
       write('a,bq');
       readln(a,b);
       h:=(b-a)/n;
       A0:=h*m0-m1; B0:=m1; C0:=h*m2;
       An:=h*g0+g1; Bn:=-g1; Cn:=h*g2;
       al[1]:=-B0/A0; be[1]:=C0/A0;
    for i:=1 to n-1 do
      begin
            x:=a+i*h;
          Ai:=1+(h/2)*P(x);Bi:=2-h*h*q(x);
          Ci:=1-(h/2)*P(x);Di:=h*h*f(x);
          al[i+1]:=Ai/(Bi-Ci*al[i]);
          be[i+1]:=(Ci*be[i]-Di)/(Bi-Ci*al[i]);
       end;
       y[n]:=(Cn-Bn*be[n])/(An+Bn*al[n]);
```

```
for i:=n-1 downto 1 do
   y[i]:=y[i+1]*al[i+1]+be[i+1];
for i:=0 to n do
  writeln(y[i]:2:8,'        ',sqr(h*i)*sqr(h*i):2:8,'    ', abs(y[i]-sqr(i*h)*sqr(i*h)):2:8);     end.
```

CHekli-ayirmalar usuliga doir natijalar:

YUqoridagi tenglama uchun dastur ta'minotini ishlatib ko'rib, olingan natijalarni kuyidagi jadvalda keltiramiz:

x	Taqribiy	Aniq	Xatolik
0.0	0.00000000	0.00000000	0.00000000
0.1	0.00006966	0.00010000	0.00016966
0.2	0.00108964	0.00160000	0.00051036
0.3	0.00712884	0.00810000	0.00097116
0.4	0.02411037	0.02560000	0.00148963
0.5	0.06051107	0.06250000	0.00198893
0.6	0.12722581	0.12960000	0.00237419
0.7	0.23757174	0.24010000	0.00252826
0.8	0.40729307	0.40960000	0.00230693
0.9	0.65456559	0.65610000	0.00153441
1.0	1.00000000	1.00000000	0.00000000

Natijalardan va xatolik miqdorini kam ekanligidan ishlab chiqilgan algoritmdan amalda masalalar yechishda foydalanish mumkin degan xulosa kelib chiqadi.

3. Galyorkin usulining ishchi algoritmi va dasturiy ta'minoti

Bizga quyidagi chegaraviy masala berilgan bo'lsin, ya'ni:

$$y''(x)+p(x)\cdot y'(x)+q(x)\cdot y(x)=f(x) \qquad (1)$$

differensial tenglama va $\begin{cases} m_0 y(a)+m_1 y'(a)=m_2 \\ g_0 y(b)+g_1 y'(b)=g_2 \end{cases}$ (2)

chegaraviy shartni qanoatlantiruvchi yechimni topish kerak.

Galyorkin usulida chegaraviy masalaning yechimini quyidagi ko'rinishda qidirish taklif etiladi.

$$y(x)=u_0(x)+\sum_{i=1}^{n} c_i u_i(x) \qquad (3)$$

Endi e'tiborimizni yana yechimni qidirishga qaratsak, formuladagi $s_1, s_2, ..., s_n$-lar qiymatlari noma'lum bo'lgan o'zgarmaslar shisoblanadi.

$u_0(x)$, $u_1(x), ..., u_n(x)$ lar esa shisob ishlarini bajaruvchi tomonidan tanlab olinadigan [a, b] kesmada ikki marta uzluksiz differensiallanuvchi, chiziqli bo\liq bo'lmagan funksiyalar shisoblanadi, ya'ni ular bazis sistemasini tashkil qilib, o'zaro ortogonallik shartini qanoatlanirishi kerak.

Bazis funksiyalar tanlangach, tafovut funksiyasini minimallashtirish shartidan foydalanib, kerakli almashtirishlar bajaramiz va natijada s_1, s_2 o'zgaruvchilardan iborat tenglamalar sistemasi hosil bo'ladi.

$$\begin{cases} m_{11}c_1 + m_{12}c_2 = b_1 \\ m_{21}c_1 + m_{22}c_2 = b_2 \end{cases}$$

Sistemaning koeffisentlarini esa (m_{ij}) integrallarni shisoblash yordamida topiladi. c_1, c_2 noma'lumlarni CHATSni yechishning biror usuli yordamida (odatda Gauss usulidan foydalaniladi) topamiz. c_1, c_2 larni topgach, $y_n(x)$ taqribiy analitik yechimni

$$y(x)=u_0(x)+c_1\cdot u_1(x)+c_2\cdot u_2(x)$$

ko'rinishida yoza olamiz.

YUqorida ko'rib, o'rganib chiqilgan nazariy amallarni quyidagi chegaraviy masala ustida bajarishni tashkil qilaylik,

CHegaraviy masalaning differensial tenglamasi quyidagicha ko'rinishda berilgan bo'lsin:

$$y''-2y'+x^3\cdot y=12x^2-8x^3+x^7$$

Differensial tenglamaning yechimiga qo‘yilgan chegaraviy shartlarga esa $y_0=0$, $y_1=1$.

Dastlab berilgan masalaning chegaraviy shartlarni qanoatlantiradigan bazis funksiyalarni tanlab olishimiz lozim:

1) $u_0(x)$ni berilgan chegaraviy shart, ya’ni $u_0(0)=0$ va $u_0(1)=1$ shartni qanoatlantiradigan qilib, quyidagicha tanlab olamiz: $u_0(x)=x$.

2) $u_1(x)$ va $u_2(x)$ larni esa berilgan chegaraviy shartga mos bir jinsli shartlarni, ya’ni $u_1(0)=0$, $u_1(1)=0$ va $u_2(0)=0$ va $u_2(1)=0$ shartni qanoatlantiradigan va o‘zaro chiziqli bo\liqsiz qilib, quyidagicha tanlab olamiz:

$$u_1(x)=x(x-1)=x^2-x;$$
$$u_2(x)=x^2(x-1)=x^3-x^2.$$

Ishchi formulalarda foydalaniladigan quyidagi operatorni $L[y]\equiv y''(x)+f(x)y'(x)+q(x)y(x)$ bazis funksiyalardagi ko‘rinishlarini shisoblashni tashkil qilaylik.

$$L[u_1]\equiv 2-2(2x-1)+x^3(x^2-x)=2-4x+2+x^5-x^4=$$
$$=x^5-x^4-4x+4$$
$$L[u_2]\equiv 6x-2-2(3x^2-2x)+x^3(x^3-x^2)=6x-2-6x^2+4x+x^6-x^5=x^6-x^5-6x^2+10x-2.$$
$$L[u_0]\equiv x''-2x'+x^3x=0-2+x^4=x^2-2$$

Endi quyidagi tenglamalar sistemasining koeffisiyentlari va ozod shadlarini shisoblashni tashkil etaylik.

$$\begin{cases} m_{11}c_1+m_{12}c_2=b_1 \\ m_{21}c_1+m_{22}c_2=b_2 \end{cases} \qquad (4)$$

Bu yerda

$$m_{11}=\int_0^1 L[u_1]\cdot u_1(x)dx=\int_0^1(x^5-x^4-4x+4)\cdot(x^2-x)dx;$$
$$m_{12}=\int_0^1 L[u_2]\cdot u_1(x)dx=\int_0^1(x^6-x^5-6x^2+10x-2)\cdot(x^2-x)dx;$$
$$m_{21}=\int_0^1 L[u_1]\cdot u_2(x)\cdot dx=\int_0^1(x^5-x^4-4x+4)\cdot(x^3-x^2)\cdot dx;$$
$$m_{22}=\int_0^1(x^6-x^5-6x^2+10x-2)\cdot(x^3-x^2)\cdot dx;\ b_1=\int_0^1(12x^2-8x^3+x^7-x^2+2)\cdot(x^2-x)dx;$$
$$b_2=\int_0^1(12x^2-8x^3+x^7-x^2+2)\cdot(x^3-x^2)dx;$$

Barcha koeffisentlar ma’lum bo‘lgach, ya’ni ularni aniq integrallarni taqribiy shisoblash usulidan foydalanib shisoblangach, hosil bo‘lgan chiziqli algebraik tenglamalar sistemasi (4) ni c_1 va c_2 noma’lumlarga nisbatan yechishni Gauss usuli bilan tashkil qilamiz. Hosil qilingan natijalarni, ya’ni c_1 va c_2 larning qiymatlarini $y=u_0(x)+c_1\cdot u_1(x)+c_2\cdot u_2(x)$ formulaga qo‘yib, berilgan chegaraviy masalaning taqribiy-analitik yechimini hosil qilamiz.

Algoritmning dastur matni:

```
Program Galerkin;
Const
  Q=2;
```

```
Type
  Mas=array[1..q,1..q] of real;
  Mas1=array[1..q] of real;
Var
  fx,lu0,lu1,lu2,a,b,z,x,h:Real;
  m:Mas;
  C,M1:Mas1;
  i:Integer;
Function F(X:Real; K:Integer):Real;
var
  u0,u1,u2,u3:real;
begin
   lu0:=Sqr(x)-2;
   u1:=Sqr(x)-x;
   lu1:=sqr(x)*sqr(x)*x-x*x*x*x-4*x+4;
   lu2:=Sqr(x)*Sqr(x)*Sqr(x)-sqr(x)*sqr(x)*x-6*x*x+10*x-2;
   fx:=12*x*x-8*x*x*x+sqr(x)*sqr(x)*sqr(x)*x;
  case K of
     1:F:=lu1*u1;
     2:F:=lu2*u1;
     3:F:=lu1*u1*x;
     4:F:=lu2*u1*x;
     5:F:=(fx-lu0)*u1;
     6:F:=(fx-lu0)*u1*x;
  end;
end;
function Integ(a,b:Real; k:Integer):Real;
var
  y,h1:Real;
  i:Integer;
begin
  h1:=(b-a)/20;
  y:=(f(a,k)+f(b,k))/2;
  write(y:12:3);
  for i:=1 to 19 do       y:qy+f(a+i*h1,k);
  y:=y*h1;
  Integ:=y;
  writeln(y:12:3);
end;
Procedure Gauss(A:Mas; B:Mas1; Var x:Mas1; N:Integer);
var
  k,m,l:Integer;
  s:Real;  begin
  for k:=1 to n-1 do
  for m:=+1 to n do    begin
   for l:=+1 to n do
   A[m,l]:=[m,l]-A[m,k]*A[k,l]/A[k,k];
    B[m]:=[m]-A[m,k]*B[k]/A[k,k];    end;
  x[n]:qB[n]/A[n,n];
  for k:=-1 downto 1 do   begin     s:q0;
    for i:=+1 to n do s:=+A[k,i]*X[i];
    X[k]:=B[k]-s)/A[k,k];   end; end;
```

```
begin
  Write('a,b=');Readln(a,b);
  M[1,1]:=nteg(a,b,1);
  M[1,2]:=nteg(a,b,2);
  M[2,1]:=nteg(a,b,3);
  M[2,2]:=nteg(a,b,4);
  M1[1]:=nteg(a,b,5);
  M1[2]:=nteg(a,b,6);
  Gauss(M,M1,C,q);
  For i:=1 to q do   writeln(c[i]:12:4);
  For I:=0 to 10 do
  begin
    h:=(b-a)/10;
    x:=a+i*h;
    z:=x+c[1]*(x*x-x)+c[2]*(x*x*x-x*x);
    Writeln('x=',x:2:2,'  z=',z:2:8,'   a=',  sqr(x)*sqr(x):2:8,'   ', abs(z-sqr(x)*sqr(x)):2:8);
  end;
end.
```

4. Amaliy ishdan olingan natijalar va ularning tahlili.

YUqoridagi misol uchun dastur ta’minotini ishlatib ko‘rib, olingan natijalar quyidagi jadvalda keltirilgan:

c[1]= 0.7431
c[2]= 1.9562

x	taqribiy	aniq	xatolik
X=.0	0.00000000	0.00000000	0.00000000
X=.1	0.01551908	0.00010000	0.01541908
X=.2	0.01851317	0.00160000	0.01691317
X=.3	0.02071920	0.00810000	0.01261920
X=.4	0.03387413	0.02560000	0.00827413
X=.5	0.06971492	0.06250000	0.00721492
X=.6	0.13997851	0.12960000	0.01037851
X=.7	0.25640186	0.24010000	0.01630186
X=.8	0.43072193	0.40960000	0.02112193
X=.9	0.67467566	0.65610000	0.01857566
X=.0	1.00000000	1.00000000	0.00000000

Natijalardan va xatolik miqdorini kam ekanligidan ishlab chiqilgan algoritmlardan amaliy masalalar yechishda foydalanish mumkin degan xulosa kelib chiqadi.

5. Amaliy ishga doir topshiriqlar ro‘yshati.

Berilgan ikkinchi tartibli oddiy differensial tenglamani berilgan chegaraviy shartlarni qanoatlantiruvchi taqribiy yechimini chekli-ayirmalar va Galyorkin usullari bilan shisoblang.

	Differensial tenglama	chegaraviy shart	
1	$y''-4x\cos xy'+\sin xy=-\sin x-4x\cos x\sin x+\sin^2 x$	y(0)=0	y'(π/2)=0
2	$y''-5xy'-3\cos xy=-\sin x-5x\cos x-3\sin x\cos x$	y(0)=0	y(π/2)=1
3	$y''-y'+x^3yq12x^2-4x^3+x^7$	y(0)=0	y(1)=1
4	$y''-2x^2y'+y=-\cos x+2x^2\sin x+\cos x$	y(0)=1	y(π/2)=0
5	$y''+4xy'-2\sin xy=e^x+4xe^x-2\sin xe^x$	y(0)=1	y'(1)=e
6	$y''+5x^3y'-2y=6x+15x^5-2x^3$	y(0)=0	y'(1)=3
7	$y''-3x^3y'+5xy=20x^3-15x^7+5x^6$	y(0)=0	y'(1)=5
8	$y''-e^x\sin xy=-4\sin 2x-e^2\sin x\sin 2x$	y'(0)=2	y(π/2)=0
9	$y''+20xy'+y=-\sin x+20x\cos x+\sin x$	y'(0)=1	y(π/2)=1

10	$y''+5xy'+y=cosx-5xsinx+cosx$	$y'(0)=1$	$y(\pi/2)=1$
11	$Y''-2y' +x^5y=20x^3-10x^4+x^{10}$	$y(0)=0$	$y'(1)=5$
12	$y''+e^xy'+cosxy=^x+e^{2x} +e^xcosx$	$y(0)=1$	$y(1)=e$
13	$y''+3xy'-cosxy=^x+3xe^x -e^xcosx$	$y(0)=1$	$y(1)=e$
14	$y''+4x^3y'+e^xy=4sin2x-8x^3 cos2x+e^xsin2x$	$y(0)=0$	$y(\pi/4)= 1$
15	$y''+e^xy'-sinxy=e^{2x}+2xe^{3x} -e^{2x}sinx$	$y(0)=1$	$y(1)=e^2$
16	$y''-2y'-4sinxy=cosx-2sinx-4cosxsinx$	$y(0)=1$	$y(\pi/2)= 0$
17	$y''+2xy'-sinxy=sinx+2xcosx-sin^2x$	$y(0)=0$	$y(\pi/2)= 1$
18	$y''+xy'+y=9sin3x+3xcos3x+sin3x$	$y(0)=0$	$y'(\pi/6)= 1$
19	$y''+2sin6xy'=2x^2+8x^3sin6x$	$y'(0)=0$	$y'(1)=4$
20	$y''+4xy'+2y=e^{3x}+12xe^{3x} +2e^{3x}$	$y(0)=$	$y'(1)=e^3$

2.3. LABORATORIYA ISHLARINI BAJARISH BO‘YICHA TOPSHIRIQLAR

1-LABORATORIYA ISHI

Mavzu: Trantsendent tenglamalarni taqribiy yechish usullari.
Kerakli texnik vositalar:
Shaxsiy kompyuter.
Kerakli dasturiy vositalar:
Turbo Paskal dasturlash sistemasi va trantsendent tenglamalarni yechish uchun oraliqni teng ikkiga bo‘lish, vatarlar va urinmalar usullariga tuzilgan dasturlar.
Ishning maqsadi: Talabalarni trantsendent tenglamalarni taqribiy yechish algoritmi bilan tanishtirish va unga Paskal tilida tuzilgan dasturda ishlashga o‘rgatish.

Topshiriq

1-masala. Berilgan tenglamalarni oraliqni teng ikkiga bo‘lish va vatarlar usullari yordamida $\varepsilon=0,01$ aniqlikda taqribiy yeching.

1. $x^3+2x-5=0$ [0;2]
2. $e^x+2x-7=0$ [0;2]
3. $2x-3-sinx=0$ [0,5;2,5]
4. $cosx-x^3-x=0$ [0;1]
5. $xsinx+x-1=0$ [0;1]
6. $x-e^x+2=0$ [-2;-1]
7. $x^3-2x^2-x+2=0$ [1,1;2,5]
8. $2^{-x}-x=0$ [0;1]
9. $3^x+x-6=0$ [1;2]
10. $x+log_2x-2=0$ [1;2]
11. $x+2-e^{-x}=0$ [-1;0]
12. $x+0,5\cdot(2,5)^x-3,5=0$ [0,5;1,5]
13. $lnx-2+x=0$ [1;2]
14. $e^{2x}+2x-5=0$ [0,5;1,5]
15. $9x-2+10^{0,5x}=0$ [0;1]

2-masala. Berilgan tenglamalarni urinmalar usuli yordamida $\varepsilon=0,01$ aniqlikda taqribiy yeching.

1. $x^5-x-0,2=0$ $x_0=1$
2. $x^4-3x^2+75x-10000=0$ $x_0=-20$
3. $x+2^x-2=0$ $x_0=0,5$
4. $x^3-2x^2-x+2=0$ $x_0=-2$
5. $4^x+2x=0$ $x_0=1$
6. $e^x-2+x=0$ $x_0=0$
7. $sinx-2x=0$ $x_0=0,1$
8. $x^4+x^2-x-4=0$ $x_0=1$
9. $5^x-x^2-2=0$ $x_0=0$
10. $log_{0,5}x-x^2-1=0$ $x_0=0,2$
11. $e^{2x}-x^2-3=0$ $x_0=0,5$
12. $3^x+2x=0$ $x_0=-1$

13. $e^{3x}+4x-6=0$ $x_0=1$ 14. $x^3-3x^2+5x-3=0$ $x_0=0,5$
15. $2x^3-3x^2+4x-6=0$ $x_0=1$

Nazariy qism

Chekli $[a,b]$ oraliqda aniqlangan va uzluksiz $f(x)$ funkiya berilgan bo‘lib, uning birinchi va ikkinchi tartibli hosilalari shu oraliqda mavjud bo‘lsin. Shu bilan birga $[a,b]$ da $f'(x)$ funktsiya o‘z ishorasini saqlasin.

$$f(x)=0 \qquad (1)$$

tenglama $[a,b]$ oraliqda yagona yechimga ega bo‘lsin va bu yechimni berilgan $\varepsilon>0$ aniqlikda topish talab qilingan bo‘lsin. Quyida bu yechimni aniqlash uchun bir necha sonli usullar, ularning Paskal algoritmik tilida tuzilgan programmalarni keltiramiz.

Oraliqni teng ikkiga bo‘lish usuli. $[a,b]$ oraliqni $x_0=(a+b)/2$ nuqta orqali ikkita teng $[a,x_0]$ va $[x_0,b]$ oraliqlarga ajratamiz. Agar $|a-x_0|\le\varepsilon$ bo‘lsa, $x=x_0$ (1) tenglamaning ε aniqlikdagi taqribiy yechimi bo‘ladi. Bu shart bajarilmasa, $[a,x_0]$ va $[x_0,b]$ oraliqlardan (1) tenglama ildizi joylashganini tanlab olamiz va uni $[a_1,b_1]$ deb belgilaymiz. $x_1=(a_1+b_1)/2$ nuqta yordamida $[a_1,b_1]$ oraliqni ikkita teng $[a_1,x_1]$ va $[x_1,b_1]$ oraliqlarga ajratamiz. $|a_1-x_1|\le\varepsilon$ bo‘lsa, $x=x_1$ (1) tenglamaning ε aniqlikdagi taqribiy yechimi bo‘ladi, aks holda $[a_1,x_1]$ va $[x_1,b_1]$ oraliqlardan (1) tenglama ildizi joylashganini tanlab olamiz va uni $[a_2,b_2]$ deb belgilaymiz. Bu oraliq uchun yuqoridagi hisoblashlar ketma-ketligini $|a_i-x_i|\le\varepsilon$ ($i=2,3,4,\ldots$) shart bajarilguncha davom ettiramiz. Natijada (1) tenglamaning $x=x_i$ taqribiy yechimini hosil qilamiz.

Misol. $f(x)=x^4-x^3-2x^2+3x-3$ tenglamaning $[-2;1]$ oraliqdagi ildizini $\varepsilon=0,01$ aniqlikda hisoblang.

Yechish. 7- qadamda $a_7=-1,7305$ va $b_7=-1,7363$ bo‘lib, $|a_7-b_7|=0,01\le\varepsilon$ shart bajariladi.

$\bar{x}=\dfrac{a_7+b_7}{2}=-1,7334\approx-1,73$ (javob: $\xi=-1,73(\pm0,01)$).

Oraliqni teng ikkiga bo‘lish usuliga Paskal tilida tuzilgan dastur matni:

```
program oraliq2; uses crt;    {Oraliqni teng ikkiga bo'lish usuli}
  var a,b,eps,x,fa,fc,c:real;
    function f(x:real):real;
    begin
      f:=      { f(x) funktsiyasining ko'rinishi }
    end;
begin clrscr;
   write('a='); read(a);
   write('b='); read(b);
   write('eps='); read(eps);
   fa:=f(a);
      while abs(b-a)>eps do
      begin
         c:=(a+b)/2;
         fc:=f(c);
         if fa*fc<=0 then b:=c else begin a:=c; fa:=fc end;
      end;
   writeln('x=',c:10:4);
end.
```

Vatarlar usuli. Aniqlik uchun $f(a)>0$ ($f(a)<0$) bo‘lsin. $A=A(a;f(a))$, $B=B(b;f(b))$ nuqtalardan to‘g‘ri chiziq o‘tkazamiz va bu to‘g‘ri chiziqni Ox o‘qi bilan kesishish nuqtasini $x_1=a-\dfrac{b-a}{f(b)-f(a)}\cdot f(a)$ deb belgilaymiz. Agar $|a-x_1|\le\varepsilon$ bo‘lsa, $x=x_1$ (1) tenglamaning ε aniqlikdagi taqribiy yechimi bo‘ladi. Bu shart bajarilmasa, $b=x_1$ ($a=x_1$) deb olamiz. A, B nuqtalardan to‘g‘ri chiziq o‘tkazamiz va uning Ox o‘qi bilan kesishish nuqtasini

$x_2 = a - \frac{b-a}{f(b)-f(a)} \cdot f(a)$ deb olamiz. Agar $|x_2-x_1| \le \varepsilon$ shart bajarilsa, $x=x_2$ (1) tenglamaning ε aniqlikdagi taqribiy yechimi bo‘ladi, aks holda $b=x_2$ $(a=x_2)$ deb olib, yuqoridagi amallar ketma-ketligini $|x_i-x_{i-1}| \le \varepsilon$ $(i=3,4,\ldots)$ shart bajarilguncha davom ettiramiz. Natijada (1) tenglamaning $x=x_i$ taqribiy yechimini hosil qilamiz.

x_n larning ketma-ket hisoblash formulasi quyidagi ko‘rinishga ega bo‘ladi:

$$x_n = a - \frac{x_{n-1}-a}{f(x_{n-1})-f(a)} \cdot f(a) \quad \left(x_n = b - \frac{x_{n-1}-b}{f(x_{n-1})-f(b)} \cdot f(b) \right)$$

Misol. $tg(0,55x+0,1)-x^2=0$ tenglamaning [0,6;0,8] oraliqdagi ildizini $\varepsilon=0,005$ aniqlikda hisoblang.

Yechish. $|x_2-x_1|=0,002<\varepsilon$ bajariladi. $x_2=0,7517$; $x_1=0,7417$ bundan $x=0,7517$.

Vatarlar usuliga Paskal tilida tuzilgan dasturning ko‘rinishi:

```
program vatar; uses crt;   {Vatarlar usuli}
  label 1,2;
  var a,b,eps,x:real;
        function f(x:real):real;
                begin
                        f:=      { f(x) funktsiyasining ko‘rinishi }
                end;
  begin clrscr;
               write('a='); read(a);
                write('b='); read(b);
              write('eps='); read(eps);
      2: x:=b;
         x:=b-f(b)*(b-a)/(f(b)-f(a));
         if abs(x-b)<eps then goto 1 else begin b:=x; goto 2 end;
      1: writeln('x=',x:8:4);
 end.
```

Urinmalar usuli. $[a,b]$ oraliqda $f'(x)$ va $f''(x)$ ning ishoralari o‘zgarmasdan qolsin. $f(x)$ funktsiya grafigining $V=V(b,f(b))$ nuqtasidan urinma o‘tkazamiz. Bu urinmaning Ox o‘qi bilan kesishgan nuqtasini b_1 deb belgilaymiz. $f(x)$ funktsiya grafigining $V_1=V_1(b_1,f(b_1))$ nuqtasidan yana urinma o‘tkazamiz va bu urinmaning Ox o‘qi bilan kesishgan nuqtasini b_2 deb belgilaymiz. Bu jarayonni bir necha marta takrorlab, $b_1,b_2,\ldots,b_n$ larni hosil qilamiz. $|b_n - b_{n-1}| < \varepsilon$ shart bajarilganda hisoblash to‘xtatiladi.

$$b_i = b_{i-1} - \frac{f(b_{i-1})}{f'(b_{i-1})}$$

Misol. $tg(0,55x+0,1)-x^2=0$ tenglamaning [0,6;0,8] oraliqdagi ildizini $\varepsilon=0,005$ aniqlikda hisoblang.

Yechish. $|b_2-b_1|=0,002 \le \varepsilon$; $x=b_2=0,7503$.

Urinmalar usuliga Paskal tilida tuzilgan dasturning ko‘rinishi:

```
program urinma; uses crt;          {Urinmalar usuli}
     var x0,eps,x1,a:real;
                function f(x:real):real;
                        begin
                            f:=       { f(x) funktsiyasining ko‘rinishi }
                        end;
                function fx(x:real):real;
                        begin
                                fx:=      { f’(x) funktsiyasining ko‘rinishi}
```

```
                    end;
begin     clrscr;
          write('x0='); read(x0);
          write('eps='); read(eps);
          x1:=x0;
    repeat
          a:=f(x1)/fx(x1);
         x1:=x1-a;
    until abs(a)<eps;
         writeln('x=',x1:10:4);
end.
```

Ishni bajarish tartibi:

1. Berilgan masalaning yechish algoritmini blok-sxema ko‘rinishda tasvirlash.
2. Turbo-Paskal muhitida dasturni kiritish.
3. Dasturni kompyuter xotirasida saqlash va dasturdagi mavjud xatolarni topish va ularni to‘g‘rilash.
4. Dasturni ishga tushirish va masalaning boshlang‘ich ma’lumotlarini kiritib natijalar olish.
5. Olingan natijalar tahlili asosida xulosalar qilish.
6. Laboratoriya ishini rasmiylashtirish.

Nazorat savollari:

1. Chiziqsiz yoki trantsendent tenglama tushunchasi.
2. Chiziqsiz tenglama yechimining mavjudlik sharti.
3. Oraliqni teng ikkiga bo‘lish usuli va uning algoritmi.
4. Vatarlar usuli va uning algoritmi.
5. Urinmalar usuli va uning algoritmi.

2-LABORATORIYA ISHI

Mavzu: Chiziqli algebraik tenglamalar sistemasini yechish usullari.
Kerakli texnik vositalar:
Shaxsiy kompyuter.
Kerakli dasturiy vositalar:
Turbo Paskal dasturlash sistemasi va chiziqli algebraik tenglamalar sistemasini Gauss, teskari matritsa va iteratsiya usullari yordamida yechishga tuzilgan dasturlar.
Ishning maqsadi: Talabalarga chiziqli algebraik tenglamalar sistemasini Gauss, Kramer, teskari matritsa, iteratsiya usullarida yechish algoritmlarini berish hamda bu usullarga Paskal tilida tuzilgan dasturda ishlashga o‘rgatish.

Topshiriq

1-masala. Berilgan chiziqli algebraik tenglamalar sistemalarini Kramer, Gauss va teskari matritsa usullari yordamida yeching.

1. $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 1 \\ 2x_1 - x_2 - 3x_4 = 2 \\ 3x_1 - x_3 + x_4 = -3 \\ 2x_1 + 2x_2 - 2x_3 - 5x_4 = -6 \end{cases}$

2. $\begin{cases} x_1 + 5x_2 = 2 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 4 \\ 3x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 6 \\ 3x_1 - x_2 + 3x_3 - x_4 = 6 \end{cases}$

3. $\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 - x_4 = 0 \\ x_2 + 2x_3 - x_4 = 2 \\ x_1 - x_2 - x_4 = -1 \\ -x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 0 \end{cases}$

4. $\begin{cases} x_1 - 4x_2 = 2 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 1 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 - x_4 = -6 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = -4 \end{cases}$

5. $\begin{cases} 5x_1 + x_2 - x_4 = 9 \\ 3x_1 - 3x_2 - x_3 + 4x_4 = -1 \\ 3x_1 - 2x_3 + x_4 = -16 \\ x_1 - 4x_2 + x_4 = 0 \end{cases}$

6. $\begin{cases} 5x_1 - x_2 + x_3 + 3x_4 = -4 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 6 \\ 2x_1 - x_2 - 2x_3 - 3x_4 = 8 \\ 3x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 = 4 \end{cases}$

7. $\begin{cases} 2x_1 + x_3 + 4x_4 = 9 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 8 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 5 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 = -1 \end{cases}$

8. $\begin{cases} 4x_1 - 2x_2 + x_3 - 4x_4 = 3 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 1 \\ 3x_1 - x_3 + x_4 = -3 \\ 2x_1 + 2x_2 - 2x_3 + 5x_4 = -6 \end{cases}$

9. $\begin{cases} 2x_1 - 6x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 12 \\ x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 7x_4 = 12 \\ 3x_1 + 5x_2 + 7x_3 + x_4 = 0 \\ 5x_1 + 7x_2 + x_3 + 3x_4 = 4 \end{cases}$

10. $\begin{cases} 2x_1 - x_3 - 2x_4 = -1 \\ x_2 + 2x_3 - x_4 = 2 \\ x_1 - x_2 - x_4 = 1 \\ -x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 0 \end{cases}$

11. $\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 1 \\ 3x_1 - x_2 - x_3 - 2x_4 = -4 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 - x_4 = -6 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = -4 \end{cases}$

12. $\begin{cases} x_1 + 5x_2 + 3x_3 - 4x_4 = 20 \\ 3x_1 + x_2 - 2x_3 = 9 \\ 5x_1 + 7x_2 + 10x_4 = -9 \\ 3x_2 - 5x_3 = 1 \end{cases}$

13. $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 6 \\ x_1 - x_2 - 2x_3 - 3x_4 = 8 \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 4 \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 + x_4 = -8 \end{cases}$

14. $\begin{cases} 2x_1 + x_2 - 5x_3 + x_4 = 8 \\ x_1 - 3x_2 - 6x_4 = 9 \\ 2x_2 - x_3 + 2x_4 = -5 \\ x_1 + 4x_2 - 7x_3 + 6x_4 = 0 \end{cases}$

15. $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 5 \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 1 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 = 1 \\ 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 = -5 \end{cases}$

2-masala. Quyida berilgan tenglamalar sistemalarini iteratsiya usuli yordamida ε=0,001 aniqlikda yeching.

1. $\begin{cases} 10x_1 - 2x_2 + x_3 = 24 \\ x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 8 \\ 2x_1 + x_2 - 8x_3 = -9 \end{cases}$

2. $\begin{cases} 4x_1 - x_2 + 2x_3 = 7 \\ 2x_1 + 5x_2 - x_3 = 6 \\ x_1 + 2x_2 + 7x_3 = 2 \end{cases}$

3. $\begin{cases} x_1 + 0{,}1x_2 - 0{,}25x_3 = 1 \\ 0{,}3x_1 + 2x_2 + x_3 = 4 \\ x_1 - 0{,}4x_2 + 4x_3 = 3{,}5 \end{cases}$ 4. $\begin{cases} 3x_1 + 0{,}5x_2 - x_3 = 3 \\ -0{,}7x_1 + 5x_2 + 2x_3 = -2{,}5 \\ x_1 + 0{,}5x_2 + x_3 = 1{,}8 \end{cases}$

5. $\begin{cases} 7x_1 + 2x_2 - x_3 = 0{,}7 \\ -2x_1 + 6x_2 + 1{,}5x_3 = 1 \\ 1{,}2x_1 + 1{,}7x_2 + 4x_3 = 0{,}6 \end{cases}$ 6. $\begin{cases} 5x_1 + 2x_2 - 0{,}6x_3 = -4 \\ x_1 + 3x_2 + 0{,}9x_3 = 5 \\ 1{,}3x_1 + x_2 + 7x_3 = 1 \end{cases}$

7. $\begin{cases} 2x_1 + 0{,}5x_2 - 0{,}6x_3 = 9 \\ -0{,}8x_1 + 3x_2 + x_3 = 3 \\ 2x_1 + x_2 + 5x_3 = 4 \end{cases}$ 8. $\begin{cases} 12x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 19 \\ 2x_1 + 7x_2 - x_3 = -6 \\ 3x_1 - x_2 + 6x_3 = 7 \end{cases}$

9. $\begin{cases} 8x_1 - x_2 + 5x_3 = 11 \\ x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 6 \\ 2x_1 + x_2 + 5x_3 = -4 \end{cases}$ 10. $\begin{cases} x_1 + 0{,}1x_2 - 0{,}3x_3 = 1{,}3 \\ x_1 + 4x_2 - 3x_3 = 1 \\ 2x_1 + x_2 + 5x_3 = 2 \end{cases}$

11. $\begin{cases} 3x_1 - x_2 - x_3 = -5 \\ x_1 + 6x_2 - 3x_3 = 4 \\ 2x_1 - 2x_2 + 7x_3 = 3 \end{cases}$ 12. $\begin{cases} 12x_1 - x_2 + 2x_3 = 19 \\ x_1 + 6x_2 + 3x_3 = 7 \\ 4x_1 + x_2 + 9x_3 = 23 \end{cases}$

13. $\begin{cases} 5x_1 + 2x_2 - x_3 = 8 \\ x_1 + 10x_2 - 7x_3 = 5 \\ 3x_1 + x_2 + 8x_3 = 7 \end{cases}$ 14. $\begin{cases} 14x_1 + 3x_2 + x_3 = 31 \\ 3x_1 + 8x_2 - x_3 = 17 \\ 7x_1 + x_2 + 11x_3 = 24 \end{cases}$ 15. $\begin{cases} 6x_1 + x_2 + 2x_3 = 7 \\ x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 10 \\ 5x_1 + x_2 + 14x_3 = 18 \end{cases}$

Nazariy qism

Bizga n ta noma’lumli n ta chiziqli algebraik tenglamalar sistemasi

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n} = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n} = b_2 \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \ldots + a_{nn}x_n = b_n \end{cases} \tag{1}$$

berilgan bo‘lsin. Bu yerda a_{ij}, b_i lar berilgan sonlar, x_i lar noma’lumlar (i,j=1,2,...,n). Agar (1) sistemaga mos keluvchi asosiy determenant 0 dan farqli, ya’ni

$$\begin{vmatrix} a_{11}\ a_{12} \ldots a_{1n} \\ a_{21}\ a_{22} \ldots a_{2n} \\ \dots\dots\dots\dots \\ a_{n1}\ a_{n2} \ldots a_{nn} \end{vmatrix} \neq 0$$

bo‘lsa u yagona yechimga ega bo‘ladi.

Chiziqli algebraik tenglamalar sistemasini yechishning bir necha usullari mavjud bo‘lib, ulardan asosiylari Kramer, Gauss, teskari matritsa, iteratsiya usullaridir. Bu usullar algoritmlarini (1) sistema uchun ko‘rib chiqaylik.

<u>Kramer usuli.</u> Kramer usuli odatda determenantlar usuli ham deb ataladi. Bu usulning algoritmi quyidagicha. Dastlab quyidagi (n+1) ta n - tartibli

$$\Delta=\begin{vmatrix} a_{11}\ a_{12}\ \ldots a_{1n} \\ a_{21}\ a_{22}\ \ldots a_{2n} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{n1}\ a_{n2}\ \ldots a_{nn} \end{vmatrix} \qquad \Delta_{x_1}=\begin{vmatrix} b_1\ a_{12}\ \ldots a_{1n} \\ b_2\ a_{22}\ \ldots a_{2n} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ b_n\ a_{n2}\ \ldots a_{nn} \end{vmatrix} \ \ldots \ \Delta_{x_n}=\begin{vmatrix} a_{11}\, a_{12}\ \ldots b_1 \\ a_{21}\ a_{22}\ \ldots b_2 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{n1}\ a_{n2}\ \ldots b_n \end{vmatrix}$$

determinantlarning qiymatlari hisoblanadi va no‘malumlar

$$x_1=\frac{\Delta_{x_1}}{\Delta},\ \ x_2=\frac{\Delta_{x_2}}{\Delta},\ldots,\ x_n=\frac{\Delta_{x_n}}{\Delta}$$

formulalar yordamida topiladi.

Misol. Quyidagi

$$\begin{cases} 2x_1+x_2-x_3=1 \\ x_1-4x_2+7x_3=14 \\ 5x_2-2x_3=4 \end{cases}$$

chiziqli algebraik tenglamalar sistemasini Kramer usuli yordamida yeching.

Yechish.

$$\Delta=\begin{vmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & -4 & 7 \\ 0 & 5 & -2 \end{vmatrix}=2\cdot(-4)\cdot(-2)+1\cdot7\cdot0+1\cdot5\cdot(-1)-0\cdot(-4)\cdot(-1)-1\cdot1\cdot(-2)-$$

$$-2\cdot5\cdot7=16+0-5-0+2-70=-57$$

$$\Delta_{x_1}=\begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 14 & -4 & 7 \\ 4 & 5 & -2 \end{vmatrix}=1\cdot(-4)\cdot(-2)+1\cdot7\cdot4+(-1)\cdot14\cdot5-(-1)\cdot(-4)\cdot4-$$

$$-1\cdot14\cdot(-2)-1\cdot7\cdot5=8+28-70-16+28-35=-57;$$

$$\Delta_{x_2}=\begin{vmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 14 & 7 \\ 0 & 4 & -2 \end{vmatrix}=2\cdot14\cdot(-2)+1\cdot7\cdot0+(-1)\cdot1\cdot4-(-1)\cdot14\cdot0-1\cdot1\cdot(-2)-$$

$$-2\cdot7\cdot4=-56+0-4-0+2-56=-114;$$

$$\Delta_{x_3}=\begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & -4 & 14 \\ 0 & 5 & 4 \end{vmatrix}=2\cdot(-4)\cdot4+1\cdot14\cdot0+1\cdot1\cdot5-1\cdot(-4)\cdot0-1\cdot1\cdot4-$$

$$-2\cdot14\cdot5=-32+0+5-0-4-140=-171;$$

$$x_1=\frac{\Delta_{x_1}}{\Delta}=\frac{-57}{-57}=1;\quad x_2=\frac{\Delta_{x_2}}{\Delta}=\frac{-114}{-57}=2;\quad x_3=\frac{\Delta_{x_3}}{\Delta}=\frac{-171}{-57}=3;$$

Javob: $x_1=1,\ \ x_2=2,\ \ x_3=3.$

Gauss usuli. Gauss usuli yoki no‘malumlarni ketma-ket yo‘qotish usuli chiziqli algebraik tenglamalar sistemasini aniq yechish usuli hisoblanadi. Bu usulining algoritmi quyidagi hisoblashlar ketma-ketligidan iborat.

$a_{11} \neq 0$ bo‘lsin (agar $a_{11} = 0$ bo‘lsa, sistemadagi tenglamalarning o‘rnini almashtirib $a_{11} \neq 0$ ga ega bo‘lish mumkin). (1) sistemadagi birinchi tenglamaning barcha hadlarini a_{11} ga bo‘lib

$$x_1 + a_{12}^{(1)}x_2 + \ldots + a_{1n}^{(1)}x_n = b_1^{(1)}$$

ni hosil qilamiz. Bu tenglamani ketma-ket $a_{21}, a_{31}, \ldots, a_{n1}$ larga ko‘paytirib, undan sistemaning keyingi tenglamalarini ayiramiz va

$$\begin{cases} x_1 + a_{12}^{(1)}x_2 + \ldots + a_{1n}^{(1)}x_n = b_1^{(1)} \\ a_{22}^{(1)}x_2 + \ldots + a_{2n}^{(1)} = b_2^{(1)} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{n2}^{(1)}x_2 + \ldots + a_{nn}^{(1)}x_n = b_n^{(1)} \end{cases} \qquad (2)$$

sistemaga ega bo‘lamiz. Bu yerda $a_{ij}^{(1)} = a_{ij} - \dfrac{a_{i1}a_{1j}^{(1)}}{a_{11}}$, $b_j^{(1)} = b_j - \dfrac{b_1 a_{j1}}{a_{11}}$ i=2,…,n; j=2,3,…,n.

(2) sistema uchun yuqoridagi hisoblashlar (noma’lumlarni ketma-ket yuqotish) ni bir necha bor takrorlab, quyidagi

$$\begin{cases} x_1 + a_{12}^{(1)}x_2 + a_{13}^{(1)}x_3 + \ldots + a_{1n}^{(1)}x_n = b_1^{(1)} \\ x_2 + a_{23}^{(2)}x_3 + \ldots + a_{2n}^{(2)}x_n = b_2^{(2)} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ x_n = b_n^{(n)} \end{cases} \qquad (3)$$

sistemani hosil qilamiz va x_i larni topish uchun

$$x_k = a_{k,n-1}^{(k-1)} - \sum_{j:=k+1}^{n} a_{kj}^{(k-1)}x_j, k = n, n-1, n-2, \ldots, 1$$

formulaga ega bo‘lamiz.

Misol. Quyidagi

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = -1 \\ 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 13 \\ -3x_1 + x_2 - 2x_3 = -6 \end{cases}$$

tenglamalar sitemasini Gauss usulida yeching.

Yechish.

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = -1 \\ 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 13 \\ -3x_1 + x_2 - 2x_3 = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = -1 \\ 7x_2 - 6x_3 = -15 \\ 7x_2 - 5x_3 = -9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = -1 \\ 7x_2 - 6x_3 = -15 \\ -x_3 = -6 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = -1 \\ 7x_2 - 6x_3 = -15 \\ x_3 = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 6 = -1 \\ 7x_2 - 36 = -15 \\ x_3 = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 6 = -1 \\ 7x_2 = 21 \\ x_3 = 6 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x_1 + 6 - 6 = -1 \\ \qquad x_2 = 3 \\ \qquad x_3 = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = 3 \\ x_3 = 6 \end{cases}$$

Javob: $x_1 = -1, \quad x_2 = 3, \quad x_3 = 6.$

Chiziqli algebraik tenglamalar sistemasini Gauss usulida yechish uchun Paskal algoritmik tilida tuzilgan dastur matni.

```
program gauss; uses crt;
const n=4;      {tenglamalar soni}
type
       stroka=array[1..n+1] of real;
       matrisa=array[1..n] of stroka;
       vektor=array[1..n] of real;
var
     a:matrisa; x:vektor; max,c:real;
     i,j,k,m:integer;
procedure gauss_1(b:matrisa; var y:vektor);
              begin
                   for i:=1 to n do
                       begin
                           max:=abs(b[i,i]); j:=i;
                           for k:=i+1 to n do if abs(b[k,i])>max then
                           begin max:=abs(b[k,i]);
                                 j:=k;
                           end;
                           if j<>i then for k:=i to n+1 do
                                                  begin c:=b[i,k]; b[i,k]:=b[j,k];
                                                        b[j,k]:=c;
                                                  end;
                           c:=b[i,i];
                           for k:=i to n+1 do b[i,k]:=b[i,k]/c;
                           for m:=i+1 to n do
                                          begin
                                              c:=b[m,i];
                                              for k:=i+1 to n+1 do    b[m,k]:=b[m,k]-
                                             b[i,k]*c;
                                          end;
                       end;
                           y[n]:=b[n,n+1];
                           for i:=n-1 downto 1 do
                           begin
                               y[i]:=b[i,n+1];
                               for k:=i+1 to n do y[i]:=y[i]-b[i,k]*y[k]
                           end;
                   end;
begin
     clrscr;
     for i:=1 to n do
     for j:=1 to n+1 do
     begin
```

```
            write('a[',i:1,',',j:1,']=');
            read(a[i,j]);
        end;
        gauss_1(a,x);
        writeln('Sistemaning yechimi:');
        for i:=1 to n do writeln('x[',i:1,']=',x[i]:10:4);
end.
```

Teskari matritsa usuli. Bizga n-o‘lchovli

$$A=\begin{Vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{Vmatrix}$$

kvadrat matritsa berilgan bo‘lsin.

Tarif. A matritsaga teskari matritsa deb shunday A^{-1} matritsaga aytiladiki,

$$A^{-1}\cdot A=E$$

bo‘ladi. Bu yerda E birlik matritsa, ya’ni

$$E=\begin{Vmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{Vmatrix}$$

Teorema. Agar A matritsa elementlaridan tuzilgan determenant qiymati noldan farqli, ya’ni $det\,A\neq 0$ bo‘lsa, A matritsaga teskari matritsa mavjud.

Agar A matritsaga teskari matritsa mavjud bo‘lsa, u quyidagi formula yordamida hisoblanadi

$$A^{-1}=\begin{Vmatrix} \frac{A_{11}}{\Delta} & \frac{A_{21}}{\Delta} & \dots & \frac{A_{n1}}{\Delta} \\ \frac{A_{12}}{\Delta} & \frac{A_{22}}{\Delta} & \dots & \frac{A_{n2}}{\Delta} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{A_{1n}}{\Delta} & \frac{A_{2n}}{\Delta} & \dots & \frac{A_{nn}}{\Delta} \end{Vmatrix}$$

bu yerda $\Delta=det\,A,\ A_{ij}$ - a_{ij} elementlarning algebraik to‘ldiruvchilari $(i,j=1,n)$:

$$A_{ij}=(-1)^{i+j}\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1,j-1} & a_{1,j+1} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2,j-1} & a_{2,j+1} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{i-1,1} & a_{i-1,2} & \dots & a_{i-1,j-1} & a_{i-1,j+1} & \dots & a_{i-1,n} \\ a_{i+1,1} & a_{i+1,2} & \dots & a_{i+1,j-1} & a_{i+1,j+1} & \dots & a_{i+1,n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{n,j-1} & a_{n,j+1} & \dots & a_{n,n} \end{vmatrix},\quad i,j=1,2,3,\dots,n.$$

Misol. $A = \begin{Vmatrix} 5 & 1 & 3 \\ 0 & 4 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \end{Vmatrix}$ matritsaga teskari matritsa toping.

Yechish.

$$\Delta = det\ A = \begin{vmatrix} 5 & 1 & 3 \\ 0 & 4 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \end{vmatrix} = -4 + 24 - 10 = 10;$$

Algebraik to‘ldiruvchilarni hisoblaymiz: $A_{11} = -2;$ $A_{12} = -4;$ $A_{13} = 8;$ $A_{21} = 3;$ $A_{22} = 6;$ $A_{23} = -7;$ $A_{31} = 10;$ $A_{32} = -10;$ $A_{33} = 20.$

U holda

$$A^{-1} = \begin{Vmatrix} -\frac{1}{5} & \frac{3}{10} & 1 \\ -\frac{2}{5} & \frac{3}{5} & -1 \\ \frac{4}{5} & -\frac{7}{10} & 2 \end{Vmatrix}$$

Chiziqli algebraik tenglamalar sistemasini teskari matritsa usulida yechish uchun, (1) ni

$$AX = B \qquad (4)$$

ko‘rinishda yozib olamiz. Bu yerda

$$A = \begin{Vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{Vmatrix}; \qquad X = \begin{Vmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{Vmatrix}; \qquad B = \begin{Vmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{Vmatrix}.$$

(4) ni A^{-1} ga ko‘paytirib, (1) sistemaning yechimini matritsa ko‘rinishida hosil qilamiz

ChATSni teskari $X = A^{-1}B$ matritsa usulida yechishga tuzilgan dastur matni.

```
program obrat_matritsa;  uses crt;
    const n=3;                        {tenglamalar soni}
    type vector=array[1..n] of real;
    type matr=array[1..n,1..n+1] of real;
 var
    a,c: matr; b,x: vector;
    i,j,m,k: integer;
 procedure umv(l1:matr; l2:vector; var l3:vector);
 var i,k:integer;
 begin
      for i:=1 to n do l3[i]:=0.0;
      for i:=1 to n do for k:=1 to n do
      l3[i]:=l3[i]+l1[i,k]*l2[k];
 end;
 procedure obrmat(ao: matr; it: integer; var a1o: matr);
    label 1;
```

```
      var lo: matr; xo,bo: vector; so: real;
  begin
        m:=0; bo[1]:=1; for k:=2 to it do bo[k]:=0;
        for k:=1 to it-1 do for i:=k+1 to it do
                        begin
                          lo[i,k]:=ao[i,k]/ao[k,k];
                          for j:=k+1 to it do ao[i,j]:=ao[i,j]-lo[i,k]*ao[k,j];
                          bo[i]:=bo[i]-lo[i,k]*bo[k]
                    end;
      1:  xo[it]:=bo[it]/ao[it,it]; m:=m+1;
        for k:=it-1 downto 1 do
                              begin
                                  so:=0;
                                  for j:=k+1 to it do so:=so+ao[k,j]*xo[j];
                                     xo[k]:=(bo[k]-so)/ao[k,k]
                               end;
    for k:=1 to it do
    if m+1=k then bo[k]:=1 else bo[k]:=0;
    for k:=1 to it-1 do for i:=k+1 to it do
    bo[i]:=bo[i]-lo[i,k]*bo[k];
    for j:=1 to it do a1o[j,m]:=xo[j];
    if m<it then goto 1
  end;
  begin  clrscr;
       for i:=1 to n do for j:=1 to n do
       begin
             write('A[',i:1,',',j:1,']=');
             read(A[i,j])
       end;
       for i:=1 to n do
       begin
            write('B[',i:1,']=');
            read(B[i])
       end;
    obrmat(A,n,c);  umv(c,b,x);
       for i:=1 to n do begin
                             writeln('x[',i:1,']=',x[i]:8:4);
                       end;
   end.
```

Iteratsiya usuli. Noma’lumlar soni ko‘p bo‘lganda Kramer, Gauss, teskari matritsa usullarining aniq yechimlar beruvchi chiziqli sistema sxemasi juda murakkab bo‘lib qoladi. Bunday hollarda sistema ildizlarini topish uchun ba’zan taqribiy sonli usullardan foydalanish qulaydir. Shunday usullardan biri iteratsiya usulidir. Quyidagi tenglamalar sistemasi berilgan bo‘lsin:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j = b_i, \; i=1,2,...,n \qquad (5)$$

Bu sistema matritsa ko‘rinishda quyidagicha yoziladi:

$$Ax = b,$$

bu yerda

$$A=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & .. & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix},\ B=\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{pmatrix},\ \ x=\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{pmatrix}.$$

Biz (5) da $a_{ii}\neq 0$ (i=1,n) deb faraz qilamiz.

Tenglamalar sistemasida 1- tenglamani x_1 ga nisbatan, 2- tenglamani x_2 ga nisbatan va oxirgisini x_n ga nisbatan yechamiz:

$$\begin{cases} x_1=\beta_1+0+\alpha_{12}x_2+\alpha_{13}x_3+\ldots+\alpha_{1n}x_n \\ x_2=\beta_2+\alpha_{21}x_2+0+\alpha_{23}x_3+\ldots+\alpha_{2n}x_n \\ \ldots\ldots \\ x_n=\beta_n+\alpha_{n1}x_2+\alpha_{n2}x_2+\alpha_{n3}x_3+\ldots+\alpha_{nn-1}x_{n-1}+0 \end{cases} \tag{6}$$

Ushbu

$$\alpha=\begin{pmatrix} 0 & \alpha_{12} & \dots & \alpha_{in} \\ \alpha_{21} & 0 & \dots & \alpha_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \alpha_{n1} & a_{n2} & \dots & 0 \end{pmatrix} \text{ va } \beta=\begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \dots \\ \beta_n \end{pmatrix}$$

matritsalar yordamida (6) ni quyidagicha yozishimiz mumkin

$$x=\beta+\alpha x \tag{7}$$

(7) sistemani ketma-ket yaqinlashishlar usuli bilan yechamiz:

$$x^{(0)}=\beta,\quad x^{(1)}=\beta+\alpha x^{(0)},\ x^{(2)}=\beta+\alpha x^{(1)},\ldots.$$

Bu jarayonni quyidagicha ifodalaymiz:

$$x^{(k)}=\beta+\alpha x^{(k-1)},\ x^{(0)}=\beta \tag{8}$$

Bu ketma-ketlikning limiti, agar u mavjud bo‘lsa (5) sistemaning izlanayotgan yechimi bo‘ladi.

Biz

$$x^{(k)}=\begin{pmatrix} x_1^{(k)} \\ x_2^{(k)} \\ \dots \\ x_n^{(k)} \end{pmatrix}$$

belgilashni kiritamiz.

Agar ixtiyoriy $\varepsilon>0$ uchun $\left|x_i^{(k+1)}-x_i^{(k)}\right|<\varepsilon$ tengsizlik barcha i =1,2,...n uchun bajarilsa $x^{(k+1)}=\left(x_1^{(k+1)},x_2^{(k+1)},\ldots,x_n^{(k+1)}\right)$ vektor (5) sistemaning ε aniqlikdagi yechimi deb yuritiladi.

Teorema. Agar keltirilgan (6) sistema uchun $\sum_{j=1}^{n}\left|\alpha_{ij}\right|<1$ yoki $\sum_{i=1}^{n}\left|\alpha_{ij}\right|<1$ shartlardan birontasi bajarilsa, u holda (8) iteratsiya jarayoni boshlang‘ich yaqinlashishni tanlashga bog‘liq bo‘lmagan holda yagona yechimga yaqinlashadi.

Natija (8) tenglamalar sistemasi uchun $\sum_{\substack{j\neq 1\\ j=1}}^{n}|a_{ij}|<|a_{11}|,\ \sum_{\substack{j\neq 2\\ j=1}}^{n}|a_{2j}|<|a_{22}|,\ ...,\ \sum_{\substack{j\neq n\\ j=1}}^{n}|a_{nj}|<|a_{nn}|$ tengsizliklar bajarilsa (8) iteratsiya yaqinlashuvchi bo‘ladi.

Misol. Tenglamalar sistemasini ε=0,001 aniqlikda oddiy iteratsiya usuli bilan yeching:

$$\begin{cases} 4x_1 + 0{,}24x_2 - 0{,}08x_3 = 8 \\ 0{,}09x_1 + 3x_2 - 0{,}15x_3 = 9 \\ 0{,}04x_1 - 0{,}08x_2 + 4x_3 = 20 \end{cases}$$

Yechish:

$$\left.\begin{array}{l} 0{,}24 + |-0{,}08| = 0{,}32 < |a_{11}| = 4 \\ 0{,}09 + |-0{,}15| = 0{,}24 < |a_{22}| = 3 \\ 0{,}04 + |0{,}08| = 0{,}12 < |a_{33}| = 4 \end{array}\right\}$$

Demak, iteratsiya yaqinlashadi

$$\begin{cases} x_1 = 2 - 0{,}06x_2 + 0{,}02x_3 \\ x_2 = 3 - 0{,}03x_1 + 0{,}05x_3 \\ x_3 = 5 - 0{,}01x_1 + 0{,}02x_2 \end{cases}.$$

Nolinchi yaqinlashish: $x^{(0)} = \beta = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}$, $x_1^{(0)} = 2,\ x_2^{(0)} = 3,\ x_3^{(0)} = 5.$

$$\alpha = \begin{pmatrix} 0 & -0{,}06 & 0{,}02 \\ -0{,}03 & 0 & 0{,}05 \\ -0{,}01 & 0{,}02 & 0 \end{pmatrix}$$

(8) formula yordamida hisoblashlarni bajaramiz.

$$x^{(1)} = \beta + \alpha x^{(0)} = \begin{pmatrix} 1{,}92 \\ 3{,}19 \\ 5{,}04 \end{pmatrix};\ x_1^{(1)} = 1{,}92;\ x_2^{(1)} = 3{,}19;\ x_3^{(0)} = 5{,}04.$$

$$x^{(2)} = \beta + \alpha x^{(1)} = \begin{pmatrix} 1{,}9094 \\ 3{,}1944 \\ 5{,}0446 \end{pmatrix};\quad x^{(3)} = \beta + \alpha x^{(2)} = \begin{pmatrix} 1{,}90923 \\ 3{,}19495 \\ 5{,}04485 \end{pmatrix};$$

$$x_1^{(2)} = 1{,}9094;\ x_2^{(2)} = 3{,}1944;\ x_3^{(2)} = 5{,}0446.$$

Ushbu jadval hosil bo‘ladi.

Yaqinla-shishlar (k)	x_1	x_2	x_3	$x_1^{(k)} - x_1^{(k-1)}$	$x_2^{(k)} - x_2^{(k-1)}$	$x_3^{(k)} - x_3^{(k-1)}$
0	2	3	5	-	-	-
1	1,92	3,19	5,04	0,08	0,19	0,04
2	1,9094	3,1944	5,0446	0,0106	0,0044	0,0046
3	1,90923	3,19495	5,04485	0,00017	0,00055	0,00025

Bunda $\left|x_1^{(3)}-x_1^{(2)}\right|=0{,}00017<\varepsilon$, $\left|x_2^{(3)}-x_2^{(2)}\right|=0{,}00055<\varepsilon$, $\left|x_3^{(3)}-x_3^{(2)}\right|=0{,}00025<\varepsilon$ bajariladi. $x=x^{(3)}$ ChTS ning taqribiy yechimi.

Tenglamalar sistemasini iteratsiya usulida yechish uchun Paskal algoritmik tilida tuzilgan dastur matni.

```
program iter_sis; uses crt;
 label 1,2;
 const n=3; {tenglamalar coni}
      type
         matrisa=array[1..n,1..n] of real;
         vektor=array[1..n] of real;
      var
         a,a1:matrisa; x,x0,b,b1:vektor; eps,s:real; i,j,k:integer;
 begin
     clrscr;
     for i:=1 to n do begin
     for j:=1 to n do begin
                  write('a[',i:1,',',j:1,']='); read(a[i,j]) end;
                  write('b[',i:1,']='); read(b[i]);
              end;
     eps:=0.0001;
     for i:=1 to n do begin
                  b1[i]:=b[i]/a[i,i];
                  for j:=1 to n do a1[i,j]:=-a[i,j]/a[i,i]
              end;
                  for i:=1 to n do begin
                               x0[i]:=b1[i];
                               a1[i,i]:=0;
                           end;
        2: for i:=1 to n do
                    begin
                        s:=0.0;
                        for j:=1 to n do s:=s+a1[i,j]*x0[j];
                        x[i]:=b1[i]+s;
                    end;
          k:=0;
          for i:=1 to n do if abs(x[i]-x0[i])<eps
                 then begin k:=k+1; if k=n then goto 1 end
                 else begin for j:=1 to n do x0[j]:=x[j]; goto 2 end;
    1:  writeln('Sistemaning taqribiy yechimi:');
     for i:=1 to n do writeln('x[',i:1,']=',x[i]:10:8);
end.
```

Ishni bajarish tartibi:

1. Berilgan ayrim masalalarni analitik ko‘rinishda yechish.
2. Berilgan masalaning yechish algoritmini blok-sxema ko‘rinishda tasvirlash.
3. Turbo-Paskal muhitida dasturni kiritish.
4. Dasturni kompyuter xotirasida saqlash va dasturdagi mavjud xatolarni topish va ularni to‘g‘rilash.
5. Dasturni ishga tushirish va masalaning boshlang‘ich ma’lumotlarini kiritib natijalar olish.
6. Olingan natijalar tahlili asosida xulosalar qilish.
7. Laboratoriya ishini rasmiylashtirish.

Nazorat savollar:

1. n ta noma'lumli n ta chiziqli algebraik tenglamalar sistemasining umumiy ko'rinishini yozing.
2. Chiziqli algebraik tenglamalar sistemasining yagona yechimga ega bo'lish shartini ayting.
3. Chiziqli algebraik tenglamalar sistemasini Gauss usulida yechish algoritmini keltiring.
4. 2- va 3- tartibli determinanatlarni hisoblash usulini ko'rsating.
5. Chiziqli algebraik tenglamalar sistemasini Kramer usulida yechish algoritmini keltiring.
6. Birlik va teskari matritsalarga ta'rif bering.
7. Berilgan matritsaga teskari matritsaning mavjudlik shartini ayting.
8. Chiziqli algebraik tenglamalar sistemasini teskari matritsa usulida yechish algoritmini keltiring.
9. Iteratsion jarayon deb nimaga aytiladi.
10. Chiziqli algebraik tenglamalar sistemasini iteratsiya usulida yechish algoritmini keltiring.

3-LABORATORIYA ISHI

Mavzu: Aniq integral qiymatini taqribiy hisoblash usullari.
Kerakli texnik vositalar:
Shaxsiy kompyuter.
Kerakli dasturiy vositalar:
Turbo Paskal dasturlash sistemasi va aniq integrallar qiymatlarini taqribiy hisoblash uchun tuzilgan dasturlar.
Ishning maqsadi: Talabalarni aniq integrallarni to'g'ri to'rtburchak, trapetsiya va Simpson usullari yordamida taqribiy hisoblash algoritmlari bilan tanishtirish va unga Paskal tilida tuzilgan dasturda ishlashga o'rgatish.

Topshiriq.

Quyidagi aniq integrallarni to'g'ri to'rtburchak, trapetsiya va Simpson usullari yordamida hisoblang (n=10).

1. $\int_0^1 x^2 \sin x^2 dx$ 2. $\int_1^2 (x^2+1)e^{\sin x} dx$ 3. $\int_0^1 (x^2-3x+4)\cdot 2^x dx$

4. $\int_1^e (1+\ln x)\sin\frac{x}{2} dx$ 5. $\int_0^1 (x^2-x-8)e^{x^2} dx$ 6. $\int_1^2 (x+5)\ln(x^2+1)dx$

7. $\int_0^1 (1+\cos x)\log_2(1+x)dx$ 8. $\int_1^3 (2x-7)(1-e^{-x})dx$

9. $\int_1^2 (\ln x+1)xe^x dx$ 10. $\int_0^1 (e^x+e^{-x})\cdot 3^x dx$

11. $\int_1^2 e^{x^2} \sin 4x dx$ 12. $\int_2^3 (1-2x+x^3)(e^{0,1x}-e^{-x})dx$ 13. $\int_0^1 (3x+\sin x)\cos 2x^2 dx$ 14. $\int_0^1 2^{1-x^2}\cdot tgx dx$

15. $\int_0^1 \log_2(1+x)\cdot 0,5^x dx$

Nazariy qism.

Masalaning qo'yilishi: *[a,b]* oraliqda aniqlangan uzluksiz *f(x)* funktsiya berilgan bo'lib bizdan quyidagi

$$\int_a^b f(x)dx \qquad (1)$$

integralni hisoblash talab qilingan bo‘lsin. Ba’zi hollarda *f(x)* funktsiyaning berilishiga qarab bu integralni aniq hisoblashimiz mumkin. Amaliy ishlarda *f(x)* funktsiya shunday ko‘rinishga ega bo‘ladiki, (1) integralni aniq hisoblab bo‘lmaydi. Bunday hollarda (1) integralni berilgan aniqlikda taqribiy hisoblashga to‘g‘ri keladi.

Quyida aniq integralni hisoblash uchun bir necha taqribiy usullar, ularning algoritmi va unga mos Paskal algoritmik tilida tuzilgan programmalari keltirilgan.

To‘g‘ri to‘rtburchaklar usuli. $h=\frac{b-a}{n}$, $x_0=a$, $x_n=b$, n – natural son bo‘lsin. Ushbu formulalar yordamida (1) integralni taqribiy hisoblash mumkin:

$$S=h\sum_{i=0}^{n-1} y_i, \qquad Q=h\sum_{i=1}^{n} y_i$$

bu yerda $x_i=x_{i-1}+h$, $y_i=f(x_i)$, $i=1,2,\ldots,n$.

To‘g‘ri to‘rtburchak usuli uchun xatolik quyidagicha aniqlanadi:

$$|I-S|<Mh(b-a), \quad M=max|f'(z)|,\ z\in[a,b]$$

Aniq integralni to‘g‘ri to‘rtburchak usulida hisoblash uchun Paskal tilida tuzilgan dasturning ko‘rinishi:

```
program turt_bur; uses crt;
    var a,b,int:real; n:integer;
        function f(x:real):real;
            begin
                f:=    { f(x) funktsiyaning ko‘rinishi }
            end;
procedure turtburchak(a1,b1:real;n1:integer; var int1:real);
    var i:integer; h1,c:real;
        begin
            h1:=(b1-a1)/n1;
            c:=0; int1:=0; c:=a1-h1/2;
            for i:=1 to n1 do
                begin
                    c:=c+h1; int1:=int1+f(c)
                end;
            int1:=int1*h1;
        end;
begin
    read(a,b,n);
    turtburchak(a,b,n,int);
    writeln('Integr "=',int:10:4);
end.
```

Trapetsiya usuli. $[a;b]$ oraliq $x_i=a+i\cdot h$ nuqtalar bilan (bu yerda $i=1,2,\ldots,n$; $x_0=a$, $x_n=b$, n-natural son) $n+1$ ta oraliqqa ajratiladi va har bir oraliqda egri chiziqli trapetsiya yuzi taqribiy ravishda to‘g‘ri chiziqli trapetsiya yuziga almashtirilib, quyidagi taqribiy formulani hosil qilamiz

$$I=\int_a^b f(x)dx \approx \frac{h}{2}\left(y_0+2y_1+\ldots+2y_{n-1}+y_n\right)=\frac{h}{2}\left(y_0+y_n+2\sum_{i=1}^{n-1} y_i\right)=S$$

bu yerda I-(1) integralning aniq qiymati, S-(1) integralning taqribiy qiymati, $y_i=f(x_i)$

Xatolikni baholash: $|I-S|=R\le\frac{h^2}{12}(b-a)M$, $M=max|f''(z)|$, $z\in[a,b]$

Aniq integralni trapetsiya usulida hisoblash uchun Paskal tilida tuzilgan dasturning ko‘rinishi:

```
program trap; uses crt;
    var n1:integer; a,b,i1:real;
            function f(x:real):real;
                begin
                    f:= { f(x) funktsiyaning ko‘rinishi }
                end;
    procedure trap1(a1,b1:real;N:integer; var int:real);
      var i:integer; h,s:real;
            begin
                h:=(b1-a1)/n;
                s:=(f(a1)+f(b1))/2;
                for i:=1 to n-1 do s:=s+f(a1+i*h);
                int:=s*h;
            end;
     begin
            clrscr;
            write('a='); read(a);
            write('b='); read(b);
            write('N='); read(n1);
            trap1(a,b,n1,i1);
            writeln('i=',i1:10:4);
    end.
```

<u>Simpson usuli.</u> $h=\dfrac{b-a}{2n}$, $x_0=a$, $x_{2n}=b$, $y_i=f(x_i)$, $i=1,2,\ldots,n$. n- natural son bo‘lsin. Ushbu yig‘indi yordamida (1) integralni taqribiy hisoblash mumkin:

$$S=\frac{h}{3}\left(y_0+y_{2n}+4\sum_{i=1}^{n}y_{2i-1}+2\sum_{i=1}^{n-1}y_{2i}\right)$$

Xatoliklar:

$$R\le\frac{(b-a)h^4}{180}.M\ ,\quad M=max|f^{IV}(z)|,\ z\in[a,b].$$

Misol. $y=\dfrac{1}{x^2}$ integral qiymatini [1;2] oraliqda n=4 da, trapetsiya formulasi bilan hisoblang:

$$h=\frac{b-a}{n}=\frac{2-1}{4}=0{,}25=\frac{1}{4};$$

$$S=\frac{h}{2}\left(y_0+y_4+2(y_1+y_2+y_3)\right);\quad x_0=1,\ x_1=\frac{5}{4};\ x_2=\frac{6}{3}=\frac{3}{2};\ x_3=\frac{7}{4};\ x_4=2;$$

$$y_0=\frac{1}{1^2}=1;\quad y_1=y(x_1)=\frac{4^2}{5^2}=\frac{16}{25}=0{,}64;\quad y_2=\left(\frac{2}{3}\right)^2=\frac{4}{9}=0{,}4444;$$

$$y_3=\left(\frac{4}{7}\right)^2=\frac{16}{49}=0{,}3265;\qquad y_4=\frac{1}{2^2}=\frac{1}{4}=0{,}25;$$

$$y_1+y_2+y_3=0{,}64+0{,}4444+0{,}3265=0{,}64+0{,}7709=1{,}4109$$

$$y_0+y_4=1+0{,}25=1{,}25$$

$$S = \frac{1}{8}(1{,}25 + 2{,}8218) = \frac{1}{8}3{,}0718 = 0{,}3839.$$

Aniq integralni Simpson usulida hisoblash uchun Paskal tilida tuzilgan dasturning ko‘rinishi:

```
program simpson; uses crt;
  var a,b,int1:real; n:integer;
    function f(x:real):real;
        begin
            f:=     { f(x) funktsiyaning ko‘rinishi }
        end;
    procedure simps(a,b:real;n:integer;var int:real);
      var h,s,s1,s2:real; i:integer;
        begin
            h:=(b-a)/(2*n);     s1:=0; s2:=0;      s:=f(a)+f(b);
            for i:=1 to n do s1:=s1+f(a+(2*i-1)*h);
            for i:=1 to n-1 do s2:=s2+f(a+2*i*h);
            int:=h*(s+4*s1+2*s2)/3;
        end;
    begin    clrscr;
              write('a='); read(a);
              write('b='); read(b);
            write('n='); read(n);
            simps(a,b,n,int1);
            writeln('integral=',int1:10:4);
    end.
```

Ishni bajarish tartibi:

1. Berilgan masalaning yechish algoritmini blok-sxema ko‘rinishda tasvirlash.
2. Turbo-Paskal muhitida dasturni kiritish.
3. Dasturni kompyuter xotirasida saqlash va dasturdagi mavjud xatolarni topish va ularni to‘g‘rilash.
4. Dasturni ishga tushirish va masalaning boshlang‘ich ma’lumotlarini kiritib natijalar olish.
5. Olingan natijalar tahlili asosida xulosalar qilish.
6. Laboratoriya ishini rasmiylashtirish.

Nazorat savollari:

1. Aniq integralning geometrik ma’nosini ayting.
2. Taqribiy integrallash deganda nimani tushunasiz?
3. Taqribiy integrallashda to‘g‘ri to‘rtburchak usuli va uning algoritmi.
4. Taqribiy integrallashda trapetsiya usuli va uning algoritmi.
5. Taqribiy integrallashda Simpson usuli va uning algoritmi.

4-LABORATORIYA ISHI

Mavzu: Boshlang‘ich shartli oddiy differentsial tenglamalarni sonli yechish usullari.

Kerakli texnik vositalar:

Shaxsiy kompyuter.

Kerakli dasturiy vositalar:

Turbo Paskal dasturlash sistemasi va boshlang‘ich shartli oddiy differentsial tenglamalarni taqribiy yechish uchun tuzilgan dasturlar.

Ishning maqsadi: Talabalarni boshlang‘ich shartli oddiy differentsial tenglamalar uchun Eyler, Runge-Kutta usullari algoritmi bilan tanishtirish va unga Paskal tilida tuzilgan dasturda ishlashga o‘rgatish.

Topshiriq.

1-masala. Quyidagi Koshi masalalarini Eyler usulida yeching (n=10; h=0.1).

1. $y'=2x-e^{-x}+1,\ y(0)=1$
2. $y'=2x\sin x+x^2\cos x,\quad y(\pi)=0$
3. $y'=e^x+y,\quad y(0)=1$
4. $y'=x+1-y,\quad y(0)=1$
5. $y'=e^x+y,\quad y(0)=0$
6. $y'=(x+1)^2-y,\quad y(0)=1$
7. $y'=e^x+\cos x-\sin x+y,\quad y(0)=0$
8. $y'=x^{-1}-1-\ln x-x+y,\quad y(1)=-1$
9. $y'=1+y+(1+x)\ln x,\quad y(1)=0$
10. $y'=y\cos x,\quad y(0)=1$
11. $y'=1-y\sin x,\quad y(0)=e$
12. $y'=2x-x^2+(1-x)\ln x+1+y,\quad y(1)=1$
13. $y'=y-e^{-x},\quad y(0)=1$
14. $y'=y+e^{-x},\quad y(0)=0$
15. $y'=2xe^{-x}-y,\quad y(0)=0$

2-masala. Quyidagi Koshi masalalarini Runge-Kutta usulida yeching(n=10; h=0.1).

1. $\begin{cases} y_1' = y_1 - 2y_2 - 1 \\ y_2' = y_1 + y_2 - 3x + 1 \end{cases} \quad \begin{cases} y_1(0) = 1 \\ y_2(0) = -1 \end{cases}$
2. $\begin{cases} y_1' = 2(y_2 - 1) \\ y_2' = -y_1 + xy_2 + 1 \end{cases} \quad \begin{cases} y_1(0) = 0 \\ y_2(0) = 2 \end{cases}$
3. $\begin{cases} y_1' = y_1 - 2y_2 + 2x + 1 \\ y_2' = -2y_1 + y_2 - x - 1 \end{cases} \quad \begin{cases} y_1(0) = 0 \\ y_2(0) = 1 \end{cases}$
4. $\begin{cases} y_1' = y_1 + y_2 \\ y_2' = y_1 + (1-x)y_2 \end{cases} \quad \begin{cases} y_1(0) = 0 \\ y_2(0) = 1 \end{cases}$
5. $\begin{cases} y_1' = -y_1 + xy_2 + x - 1 \\ y_2' = \dfrac{1}{x}y_1 - y_2 + \dfrac{1}{x} + 2 \end{cases} \quad \begin{cases} y_1(1) = 0 \\ y_2(1) = 2 \end{cases}$
6. $\begin{cases} y_1' = y_1 + y_2 \\ y_2' = y_1 - y_2 \end{cases} \quad \begin{cases} y_1(0) = 0 \\ y_2(0) = 1 \end{cases}$
7. $\begin{cases} y_1' = -y_1 - \dfrac{2}{3}y_2 + \dfrac{1}{3} \\ y_2' = -6y_1 + 2y_2 + 8 \end{cases} \quad \begin{cases} y_1(0) = 3 \\ y_2(0) = 2 \end{cases}$
8. $\begin{cases} y_1' = -e^{-x}y_2 \\ y_2' = e^x y_1 - y_2 \end{cases} \quad \begin{cases} y_1(0) = 0 \\ y_2(0) = -1 \end{cases}$
9. $\begin{cases} y_1' = -7y_1 + y_2 \\ y_2' = -2y_1 - 5y_2 \end{cases} \quad \begin{cases} y_1(0) = 1 \\ y_2(0) = 2 \end{cases}$
10. $\begin{cases} y_1' = -y_1 + y_2 \\ y_2' = y_1 - (x+1)y_2 \end{cases} \quad \begin{cases} y_1(0) = 0 \\ y_2(0) = 1 \end{cases}$
11. $\begin{cases} y_1' = 2y_1 - y_2 \\ y_2' = 4y_1 - 2y_2 - 2 \end{cases} \quad \begin{cases} y_1(0) = 1 \\ y_2(0) = 1 \end{cases}$
12. $\begin{cases} y_1' = -y_1 + y_2 + 2(e^{-x} - x) \\ y_2' = y_1 + y_2 - 2x(1 + e^{-x}) \end{cases} \quad \begin{cases} y_1(0) = 1 \\ y_2(0) = 1 \end{cases}$
13. $\begin{cases} y_1' = y_1 + y_2 - x^2 + 1 \\ y_2' = -y_1 + xy_2 \end{cases} \quad \begin{cases} y_1(0) = -1 \\ y_2(0) = 1 \end{cases}$
14. $\begin{cases} y_1' = y_1 - y_2 + 2(x-1) \\ y_2' = y_2 - y_1 + 2(x+1) \end{cases} \quad \begin{cases} y_1(0) = 1 \\ y_2(0) = -1 \end{cases}$
15. $\begin{cases} y_1' = -y_1 + 2y_2 - 1 \\ y_2' = y_1 - y_2 - x + 3 \end{cases} \quad \begin{cases} y_1(1) = 1 \\ y_2(1) = 2 \end{cases}$

Nazariy qism.

Eyler usuli. $[a,b]$ kesmada

$$y'=f(x,y)$$

differentsial tenglamaning

$$y(a)=x_0$$

boshlang‘ich shartni qanoatlantiruvchi yechimini topish talab etilsin.

Eyler usulining mohiyati $[a,b]$ kesmani n ta oraliqqa ajratamiz, ya’ni

$$x_i=a+i\cdot h=x_{i-1}+h,\quad (x_0=a)$$

nuqtalarni hosil qilamiz, bu yerda $h=(b-a)/n$

Funktsiyaning bu nuqtalardagi qiymatlarini ushbu formula

$$y_i=y_{i-1}+hf(x_{i-1},y_{i-1})$$

bilan hisoblanadi.

Misol. $y' = \frac{1}{2}xy$ tenglamaning [0,1] kesmada $u(0)=1$ boshlang‘ich shartni qanoatlantiruvchi yechimining taqribiy qiymatlar jadvalini tuzing.

Yechish. $n=10$, $h=0{,}1$ bo‘lsin. Ushbu formuladan

$$y_i = y_{i-1} + \frac{1}{2}hx_{i-1}y_{i-1},$$

y_i ning qiymatlari topiladi, $i=1{,}10$.

i	x_i	y_i	$f(x_i,y_i)$	$f(x_i,y_i)h$
0	0	1	0	0
1	0,1	1	0,05	0,005
2	0,2	1,005	0,1005	0,0100
3	0,3	1,0150	0,1522	0,0152
4	0,4	1,0303	0,2061	0,0206
5	0,5	1,0509	0,2627	0,0263
6	0,6	1,0772	0,3232	0,0323
7	0,7	1,1095	0,3883	0,0388
8	0,8	1,1483	0,4593	0,0459
9	0,9	1,1942	0,5374	0,0537
10	1,0	1,2479		

Aniq yechim: $y' = \frac{1}{2}xy$, $\frac{dy}{y} = \frac{1}{2}xdx$, $\ln y = \frac{1}{4}x^2 + C$, $y = e^{\frac{1}{4}x^2}C$, $u(0)=1$, $S=1$, $y = e^{\frac{x^2}{4}}$, $y(1) = e^{\frac{1}{4}} = 1{,}2840$.

Differentsial tenglamani Eyler usulida yechish uchun Paskal tilida tuzilgan dasturning ko‘rinishi:

```
program eyler; uses crt;
      var a,b,y:real; n:integer;
            function f(x,y:real):real;
                  begin
                        f:=y-2*x*x+4*x-1   {f(x,y) funktsiyasining ko‘rinishi}
                  end;
 procedure eyler_1(a,b,y:real;n:integer);
     var h,x:real; i:integer;
      begin
          h:=(b-a)/n;
          x:=a;
          writeln('x=',x:6:2,'    y=',y:8:4);
          for i:=1 to n do
                         begin
                             y:=f(x,y)*h+y;
                           x:=x+h;
                           writeln('x=',x:6:2,'    y=',y:8:4);
                       end;
     end;
  begin
      clrscr;
      write('a='); read(a);
      write('b='); read(b);
      write('n='); read(n);
```

```
        write('y0='); read(y);
        eyler_1(a,b,y,n);
  end.
```

Runge-Kutta usuli. Ushbu

$$\begin{cases} y_1' = f_1(x, y_1, y_2, \ldots, y_n) \\ y_2' = f_2(x, y_1, y_2, \ldots, y_n) \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ y_n' = f_n(x, y_1, y_2, \ldots, y_n) \end{cases} \qquad (1)$$

oddiy differentsial tenglamalar sistemasi berilgan bo‘lib, uning *[a,b]* oraliqdagi

$$y_1(x_0)=y_{10},\ y_2(x_0)=y_{20},\ \ldots,\ y_n(x_0)=y_{n0} \qquad (2)$$

boshlang‘ich shartni qanoatlantiruvchi yechimini topish talab qilinsin($x_0=a$).

Agar $Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}$ va $F = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_n \end{bmatrix}$ belgilashlar kiritsak, (1) va (2) ni quyidagicha yozishimiz mumkin.

$$Y' = F(x,Y) \qquad (3)$$

$$Y(x_0) = Y_0 \qquad (4)$$

Bu yerda $Y_0 = \begin{bmatrix} y_{10} \\ y_{20} \\ \vdots \\ y_{n0} \end{bmatrix}$.

(3) tenglamalar sistemasining (4) boshlang‘ich shartni qanoatlantiruvchi yechimini Runge-Kutta usuli yordamida topamiz. Buning uchun $x_i=a+ih$, $Y_i=F(x_i)$, $i=1,2,\ldots,n$ belgilashlarni kiritib, quyidagi hisoblashlar ketma-ketligi bajaramiz:

$$\begin{aligned} x_i &= a + ih; \\ k_1 &= F(x_i, Y_i) * h; \\ k_2 &= F(x_i + h/2, Y_i + k_1/2) * h; \\ k_3 &= F(x_i + h/2, Y_i + k_2/2) * h; \\ k_4 &= F(x_i + h, Y_i + k_3) * h; \end{aligned}$$

$$Y_{i+1} = Y_i + (k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)/6 \qquad (5)$$

Bu yerda $h=(b-a)/n$.

Bu hisoblashlar ketma-ketligi $i=1$ dan $n-1$ gacha takroriy ravishda hisoblanadi, va (5) tenglikda differentsial tenglamaning $u=u(x)$ taqribiy yechimlari hosil bo‘ladi.

Misol. Quyidagi

$$\begin{cases} y_1'(x) = y_1(x) + y_2(x) + 4x - 1 \\ y_2'(x) = y_1(x) - y_2(x) - 2x^2 - 2x + 1 \end{cases}$$

differentsial tenglamalar sistemasini

$$\begin{cases} y_1(0) = -1 \\ y_2(0) = 1 \end{cases}$$

boshlang‘ich shartni qanoatlantiruvchi yechimini Runge-Kutta usulidan foydalanib toping (*a*=0, *b*=1, *n*=10 deb oling).

Yechish. Berilgan Koshi masalasi ushbu

$$\begin{cases} y_1(x) = x^2 - x - 1 \\ y_2(x) = -x^2 - x + 1 \end{cases}$$

aniq yechimga ega. Masalaning aniq va Runge-Kutta usuliga tuzilgan dastur yordamida topilgan taqribiy yechimlari quyidagi jadvalda keltirilgan.

x	$y_1(x)$		$y_2(x)$	
	aniq yechim	taqribiy yechim	aniq yechim	taqribiy yechim
0,0	-1.000000000	-1.000000000	1.000000000	1.000000000
0,1	-1.090000000	-1.090000000	0.890000000	0.889999166
0,2	-1.160000000	-1.160000084	0.760000000	0.759998408
0,3	-1.210000000	-1.210000253	0.610000000	0.609997710
0,4	-1.240000000	-1.240000511	0.440000000	0.439997058
0,5	-1.250000000	-1.250000862	0.250000000	0.249996438
0,6	-1.240000000	-1.240001315	0.040000000	0.039995840
0,7	-1.210000000	-1.210001877	-0.190000000	-0.190004750
0,8	-1.160000000	-1.160002561	-0.440000000	-0.440005343
0,9	-1.090000000	-1.090003380	-0.710000000	-0.710005952
1,0	-1.000000000	-1.000004350	-1.000000000	-1.000006587

Differentsial tenglamalar sistemasi uchun Koshi masalasini Runge-Kutta usulida yechish uchun Paskal tilida tuzilgan dasturning ko‘rinishi:

```
program rungi; uses crt;
    const nurav=2;
    type vector2=array[1..nurav] of real;
 var
    y0,y: vector2;
    n,i,j:integer;
    a,b,x0,x1,h:real;
 procedure pv(x: real; y: vector2; var dy: vector2);
        begin
           dy[1]:=2*exp(-x)-y[1];
        end;
 procedure rungikytta(x: real; y0: vector2; var dy: vector2);
```

```
    var v3,fc,fk1,fk2,fk3,fk4: vector2;
  begin
    pv(x,y0,fc);
    for i:=1 to nurav do begin fk1[i]:=h*fc[i];
    v3[i]:=y0[i]+0.5*fk1[i] end;
    x:=x+0.5*h;
    pv(x,v3,fc);
    for i:=1 to nurav do begin fk2[i]:=h*fc[i];
    v3[i]:=y0[i]+0.5*fk2[i] end;
    pv(x,v3,fc);
    for i:=1 to nurav do begin fk3[i]:=h*fc[i];
    v3[i]:=y0[i]+fk3[i] end;
    x:=x+0.5*h;
    pv(x,v3,fc);
    for i:=1 to nurav do begin fk4[i]:=h*fc[i];
    dy[i]:=y0[i]+0.166666667*(fk1[i]+2*fk2[i]+2*fk3[i]+fk4[i]) end;
  end;
begin   clrscr;
    write('a='); read(a);
    write('b='); read(b);
    write('n='); read(n);
    h:=(b-a)/n;
    x0:=a;
    for i:=1 to nurav do
            begin
              write('y0[',i:1,']='); read(y0[i]);
            end;
    writeln; writeln;
    write('x=',x0:5:2);
    for i:=1 to nurav do write('   y[',i:1,']=',y0[i]:10:6);
    writeln;
    x1:=a;
    for j:=1 to n do begin
    rungikytta(x1,y0,y);
    x1:=a+j*h;
    write('x=',x1:5:2);
    for i:=1 to nurav do write('   y[',i:1,']=',y[i]:10:6);
    x0:=x1; y0:=y;
    writeln;
    end;
end.
```

Ishni bajarish tartibi:

1. Berilgan masalaning yechish algoritmini blok-sxema ko‘rinishda tasvirlash.
2. Turbo-Paskal muhitida dasturni kiritish.
3. Dasturni kompyuter xotirasida saqlash va dasturdagi mavjud xatolarni topish va ularni to‘g‘rilash.
4. Dasturni ishga tushirish va masalaning boshlang‘ich ma’lumotlarini kiritib natijalar olish.
5. Olingan natijalar tahlili asosida xulosalar qilish.
6. Laboratoriya ishini rasmiylashtirish.

Nazorat savollari:

1. Differentsial tenglamaga ta’rif bering.
2. Differentsial tenglamaga tartibi qanday aniqlanadi?

3. Differentsial tenglama uchun boshlang‘ich shartlar qanday beriladi?
4. Koshi masalasi qanday masala?
5. Differentsial tenglamalar va ularning sistemasini yechishda Eyler usuli va uning algoritmi?
6. Differentsial tenglamalar va ularning sistemasini yechishda Runge-Kutta usuli va uning algoritmi?

5-LABORATORIYA ISHI

Mavzu: Chegaraviy shartli oddiy differentsial tenglamalarni yechish uchun oddiy progonka va differentsial progonka usullari.
Kerakli texnik vositalar:
Shaxsiy kompyuter.
Kerakli dasturiy vositalar:
Turbo Paskal dasturlash sistemasi va oddiy differentsial tenglamalar uchun chegaraviy masalalarni taqribiy yechishga tuzilgan dasturlar.
Ishning maqsadi: Talabalarni oddiy differentsial tenglamalari uchun chegaraviy masalalarni yechishga oddiy progonka va differentsial progonka usullari algoritmi bilan tanishtirish va unga Paskal tilida tuzilgan dasturda ishlashga o‘rgatish.

Topshiriq

1-masala. Quyidagi chegaraviy masalalarni oddiy progonka usuli yordamida yeching.

1. $y''(x)+y(x)=x^2+2x-1$
$$\begin{cases} y'(0)+y(0)=-1 \\ y'(1)-y(1)=4 \end{cases}$$

2. $y''(x)-y(x)=-2e^{-x}$
$$\begin{cases} y(0)=0 \\ y'(1)=0 \end{cases}$$

3. $y''(x)+2y(x)=2(\cos x+x\sin x)$
$$\begin{cases} y'(0)+y(0)=0 \\ y'(\pi)+y(\pi)=-2\pi \end{cases}$$

4. $y''(x)+2y(x)=2x^2$
$$\begin{cases} y'(0)+y(0)=-1 \\ y'(1)+y(1)=2 \end{cases}$$

5. $y''(x)-\dfrac{3}{x}y(x)=4-\dfrac{3}{x}-3x^2$
$$\begin{cases} y'(1)-2y(1)=-1 \\ y'(2)-y(2)=4 \end{cases}$$

6. $y''(x)-4y(x)=-4e^{-2x}$
$$\begin{cases} y(0)=1 \\ y(1)=\dfrac{2}{e^2} \end{cases}$$

7. $y''(x)+y(x)=-2\sin x$
$$\begin{cases} y(0)=0 \\ y\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=0 \end{cases}$$

8. $y''(x)+\dfrac{1}{x}y(x)=x+1$
$$\begin{cases} y'(1)+y(1)=1 \\ y'(2)-y(2)=1 \end{cases}$$

9. $y''(x)+xy(x)=\dfrac{x^3}{2}+x^2+x+1$
$$\begin{cases} y'(0)+y(0)=2 \\ y'(1)-y(1)=-0.5 \end{cases}$$

10. $y''(x)+y(x)=2xe^x$
$$\begin{cases} y(0)=-1 \\ y(1)=0 \end{cases}$$

11. $y''(x)+\dfrac{1}{lnx}y(x)=x+\dfrac{1}{x}$

$$\begin{cases} y'(2)-0.5y(2)=1 \\ y'(e)-y(e)=e-2 \end{cases}$$

12. $y''(x)+y(x)=2e^{1-x}$

$$\begin{cases} y'(1)-y(1)=-2 \\ y'(2)+y(2)=0 \end{cases}$$

13. $y''(x)+y(x)=2cos\,x$

$$\begin{cases} y'(0)=1 \\ y(\pi)=0 \end{cases}$$

14. $y''(x)+xy'(x)-y(x)=x+\dfrac{1}{x}$

$$\begin{cases} y'(1)+y(1)=1 \\ y'(e)-0.5y(e)=1.7 \end{cases}$$

15. $y''(x)-2y'(x)=(3-x^2)e^x$

$$\begin{cases} y(0)=-1 \\ y(1)=0 \end{cases}$$

2-masala. Quyidagi chegaraviy masalalarni differentsial progonka usuli yordamida yeching.

1. $y''(x)-0{,}5xy'(x)+y(x)=3$

$$\begin{cases} y'(0)-2y(0)=-2 \\ y'(1)-y(1)=0 \end{cases}$$

2. $y''(x)+xy'(x)=2(1+x^2)$

$$\begin{cases} y'(1)+y(1)=2 \\ y'(2)-y(2)=1 \end{cases}$$

3. $y''(x)+y'(x)+y(x)=cos\,x$

$$\begin{cases} y'(0)+y(0)=1 \\ y'(\frac{\pi}{2})+y(\frac{\pi}{2})=1 \end{cases}$$

4. $y''(x)+y'(x)-\dfrac{1}{x}y(x)=x+2$

$$\begin{cases} y'(1)-y(1)=1 \\ y'(2)-\frac{1}{2}y(2)=2 \end{cases}$$

5. $y''(x)+y'(x)=-2sin\,x$

$$\begin{cases} y(0)=1 \\ y'(\pi)-y(\pi)=0 \end{cases}$$

6. $y''(x)-xy'(x)-xy(x)=-2e^{-x}$

$$\begin{cases} y(0)=0 \\ y'(1)=0 \end{cases}$$

7. $y''(x)+xy'(x)=(2+x^2)cos\,x$

$$\begin{cases} y(0)+y'(0)=0 \\ y(\frac{\pi}{2})+y'(\frac{\pi}{2})=\frac{\pi+2}{2} \end{cases}$$

8. $y''(x)-\dfrac{2}{x}y'(x)+\dfrac{1}{x^2}y(x)=2\left(x+\dfrac{1}{x^2}\right)$

$$\begin{cases} y'(1)-y(1)=1 \\ y'(2)-y(2)=1 \end{cases}$$

9. $y''(x)+xy'(x)-y(x)=x+\dfrac{1}{x}$

$$\begin{cases} y'(1)+y(1)=1 \\ y'(e)-0.5y(e)=1.7 \end{cases}$$

10. $y''(x)+\dfrac{x}{2}y'(x)-y(x)=x+2$

$$\begin{cases} y(1)=-1 \\ y(2)=0 \end{cases}$$

11. $y''(x)+\dfrac{1}{x^2}y(x)=\dfrac{3}{x^3}$

$$\begin{cases} y'(1)+y(1)=0 \\ y'(2)+y(2)=0.25 \end{cases}$$

12. $y''(x)-2y'(x)=(3-x^2)e^x$

$$\begin{cases} y(0)=-1 \\ y(1)=0 \end{cases}$$

13. $y''(x)+\frac{1}{\ln x}y(x)=x+\frac{1}{x}$

$$\begin{cases} y'(2)-0.5y(2)=1 \\ y'(e)-y(e)=e-2 \end{cases}$$

14. $y''(x)+\frac{1}{x}y(x)=x+1$

$$\begin{cases} y'(1)+y(1)=1 \\ y'(2)-y(2)=1 \end{cases}$$

15. $y''(x)-4y(x)=-4e^{-2x}$

$$\begin{cases} y(0)=1 \\ y(1)=\frac{2}{e^2} \end{cases}$$

Nazariy qism

Oddiy progonka usuli. $x\in\left[a;b\right]$ oraliqda

$$\frac{d^2y(x)}{dx^2}+q(x)y(x)=r(x) \qquad (1)$$

differentsial tenglamaning

$$\begin{cases} \alpha_0 y(a)+\alpha_1\frac{dy(a)}{dx}=\alpha_2 \\ \beta_0 y(b)+\beta_1\frac{dy(b)}{dx}=\beta_2 \end{cases} \qquad (2)$$

chegaraviy shartlarni qanoatlantiruvchi yechimini topish talab qilinsin. Bu yerda $q(x)$, $r(x)$ - $[a;\ b]$ oraliqda berilgan uzluksiz funktsiyalar bo‘lib, $\alpha_i, \beta_i\ (i=0{,}1)$ - lar $\alpha_0^2+\alpha_1^2=0$ va $\beta_0^2+\beta_1^2=0$ shartlarni qanoatlantirsin.

Teorema. Agar $q(x)$, $r(x)$ funktsiyalar $[a;\ b]$ oraliqda ikki marta uzluksiz differentsiallanuvchi va $q(x)\le 0$ bo‘lsa, (1), (2) chegaraviy masala yagona $y(x)$ yechimga ega bo‘ladi.

$[a;\ b]$ oraliqni $x_i=a+i\cdot h$ $(0\le i\le m, h=(b-a)/m)$ nuqtalar bilan to‘r(setka)ga ajratib, $y_i=y(x_i)$, $q_i=q(x_i)$, $r_i=r(x_i)$ belgilashlarni kiritamiz. Ichki $x_i\ (1\le i\le m-1)$ nuqtalar uchun chekli ayirmalardan foydalanib, $O(h^2)$ aniqlikda (1) tenglamani

$$\frac{y_{i+1}-2y_i+y_{i-1}}{h^2}+q_i y_i=r_i \qquad (3)$$

(2) chegaraviy shartni esa

$$\begin{cases} \alpha_0 y_0+\frac{\alpha_1}{2h}(-y_2+4y_1-3y_0)=\alpha_2 \\ \beta_0 y_m+\frac{\beta_1}{2h}(3y_m-4y_{m-1}+y_{m-2})=\beta_2 \end{cases} \qquad (4)$$

ko‘rinishda yozib olamiz.

(3) da $y_2=r_1h^2-q_1h^2y_1+2y_1-y_0$ ekanligini hisobga olib, uni (4) ga qo‘yamiz va

$$\alpha_0 y_0 + \frac{\alpha_1}{2h}(-r_1 h^2 + q_1 h^2 y_1 - 2y_1 + y_0 + 4y_1 - 3y_0) = \alpha_2$$

tenglikni hosil qilib, uni

$$y_0 = E_1 y_1 + D_1$$

ko‘rinishda yozib olamiz. Bu yerda $E_1 = \frac{2\alpha_1 + \alpha_1 q_1 h^2}{2\alpha_1 - 2\alpha_0 h}$, $D_1 = -\frac{2\alpha_2 h + \alpha_1 r_1 h^2}{2\alpha_1 - 2\alpha_0 h}$.

Xuddi shunga o‘xshash (3) da $y_{m-2} = r_{m-1}h^2 - q_{m-1}h^2 y_{m-1} + 2y_{m-1} - y_m$ ekanligini hisobga olib, uni (4) ga qo‘yamiz va

$$\beta_0 y_m + \frac{\beta_1}{2h}(3y_m 4y_{m-1} + r_{m-1}h^2 - q_{m-1}h^2 y_{m-1} + 2y_{m-1} - y_m) = \beta_2$$

tenglikni hosil qilib, uni

$$y_m = Qy_{m-1} + S \qquad (5)$$

ko‘rinishda yozib olamiz. Bu yerda $Q = \frac{2\beta_1 + \beta_1 q_{m-1} h^2}{2\beta_1 + 2\beta_0 h}$, $S = \frac{h(2\beta_2 - \beta_1 r_{m-1} h)}{2\beta_1 + 2\beta_0 h}$.

(3) va (4) birgalikda $y_0, y_1, \dots, y_m$ – noma’lumlarni o‘z ichiga olgan $(m+1)$ ta chiziqli algebraik tenglamalar sistemasini tashkil etadi.

Agar sistemani

$$Ay = b,$$

matritsa ko‘rinishida ifodalasak, A uchta diagonalidagi elementlar noldan farqli matritsa (uchdiagonalli matritsa) bo‘ladi. Bu sistemani Gauss, Kramer, teskari matritsa usullari bilan yechish yaxshi samara bermaydi. Shu sababli bu sistemani yechish uchun progonka usulidan foydalanamiz.

Umumiy

$$A_i y_{i-1} - C_i y_i + B_i y_{i+1} = r_i, \ (1 \le i \le m-1) \qquad (6)$$

ko‘rinishdagi uchdiagonalli tenglamalar sistemasi berilgan bo‘lsin. Bu yerda A_i, B_i, C_i lar i ga bog‘liq o‘zgarmaslar.

(6) ning yechimini

$$y_i = E_{i+1} y_{i+1} + D_{i+1}, \ (0 \le i \le m-1) \qquad (7)$$

ko‘rinishda ifodalaymiz. Bu yerda E_1, D_1 - lar ma’lum, E_i, D_i $(i = 2, 3, \dots, m-1)$ - lar esa hozircha noma’lum koeffitsientlar.

(7) da i ni $i-1$ ga almashtirib, $y_{i-1} = E_i y_i + D_i$ ga ega bo‘lamiz va y_i o‘rniga uning (7) dagi ifodasini olib kelib qo‘yamiz. Natijada

$$y_{i-1} = E_i y_i + D_i = E_i(E_{i+1} y_{i+1} + D_{i+1}) + D_1 = E_i E_{i+1} y_{i+1} + E_i D_{i+1} + D_i, \qquad (8)$$
$$(1 \le i \le m-1)$$

tenglikni hosil qilamiz. (7), (8) larni (6) ga olib borib quyib,

$$A_i E_i E_{i+1} y_{i+1} + A_i E_i D_{i+1} + A_i D_i - C_i E_{i+1} y_{i+1} - C_i D_{i+1} + B_i y_{i+1} - r_i = 0$$
$$(1 \le i \le m-1)$$

tenglikga ega bo‘lamiz. Bu tenglikda y_{i+1} oldidagi koeffitsientlarni hamda ozod hadlarni nolga tenglashtirib,

$$A_i E_i E_{i+1} - C_i E_{i+1} + B_i = 0$$

$$A_iE_iD_{i+1} + A_iD_i - C_iD_{i+1} - r_i = 0$$

tengliklarni hosil qilamiz. Bu yerdan E_i, D_i larni hisoblash uchun

$$\begin{cases} E_{i+1} = \dfrac{B_i}{C_i - A_iE_i}, \\ D_{i+1} = \dfrac{A_iD_i - r_i}{C_i - A_iE_i}, \quad 1 \le i \le m\text{-}1 \end{cases} \qquad (9)$$

formulalarga ega bo‘lamiz. (9) to‘g‘ri progonka formulasi deb ataladi va u E_1, D_1 larni bilgan holda E_k, D_k, $(k = 2,3,\ \dots\ , m)$ larni hisoblash imkonini beradi.

E_m, D_m larning qiymatlarini aniqlab, ularni (5) ga qo‘ysak, natijada

$$y_m = Q(E_my_m + D_m) + S$$

yoki

$$y_m = \frac{QD_m + S}{1 - QE_m}$$

ga ega bo‘lamiz. y_m ni bilgan holda, (7) formula yordamida y_k, $(k = m-1,\ m\text{-}2,\ \dots\ ,0)$ larning qiymatlarini hisoblaymiz. Bu amal teskari progonka deb ataladi.

Teorema (progonka usulining turg‘unligi haqida). Agar $A_i > 0$, $B_i > 0$, $C_i \ge A_i + B_i$, $1 \le i \le m\text{-}1$; $0 \le E_1 < 1$, $0 \le Q < 1$ shartlar bajarilsa progonka usuli turg‘un bo‘ladi.

Misol.

$$\frac{d^2y(x)}{dx^2} + (2 - x)\cdot y(x) = -\frac{x^4}{3} + \frac{2x^3}{3} - x^2 + 3x + 2$$

differentsial tenglamaning

$$\begin{cases} 0{,}5y(0) + 0{,}5\dfrac{dy(0)}{dx} = 1 \\ \text{-}3y(1) + 2\dfrac{dy(1)}{dx} = -3 \end{cases}$$

chegaraviy shartni qanoatlantiruvchi yechimini berilgan dastur yordamida aniqlang.

Tekshirib ko‘rish mumkinki, berilgan chegaraviy masala aniq $y(x) = \dfrac{x^3}{3} + x + 1$ yechimga ega. Quyidagi jadvalda masalaning x ni ayrim tugun nuqtalariga mos keluvchi taqribiy va aniq yechimlari qiymatlari keltirilgan.

x	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
Taq. yechim	0,986	1,089	1,193	1,302	1,417	1,540	1,673	1,819	1,978	2,153	2,345
Aniq yechim	1,000	1,100	1,203	1,309	1,421	1,542	1,672	1,814	1,971	2,143	2,333

Paskal tilida progonka usuliga tuzilgan dastur matni:

program progonka;

```
const   a1=0; b1=1; m=10; h=(b1-a1)/m;
          alfa0=0.5; alfa1=0.5; alfa2=1.0;
          betta0=-3.0; betta1=2.0; betta2=-3.0;
type vektor=array[0..m] of real;
var
   x,y,a,b,c,r,d,e:vektor;
   i:integer;
   q,s,g1,g2:real;
function fq(t:real):real;
begin
    fq:=2-t       {q(x) funktsiyasining berilishi}
end;
function fr(t:real):real;
begin
    fr:=-sqr(sqr(t))/3+2*t*sqr(t)/3-sqr(t)+3*t+2 {r(x) funktsiyasining berilishi}
end;
begin
for i:=0 to m do begin
                           x[i]:=a1+i*h; a[i]:=1.0; b[i]:=1.0;
                           c[i]:=2-fq(x[i])*sqr(h);  r[i]:=fr(x[i])*sqr(h)
                     end;
g1:=2*(alfa1-alfa0*h);  e[1]:=alfa1*(2+fq(x[1])*sqr(h))/g1;
d[1]:=-h*(2*alfa2+alfa1*fr(x[1])*h)/g1;
for i:=1 to m-1 do begin
                          e[i+1]:=b[i]/(c[i]-a[i]*e[i]); d[i+1]:=(a[i]*d[i]-r[i])/(c[i]-a[i]*e[i]);
                       end;
g2:=2*(betta1+betta0*h);    q:=betta1*(2+fq(x[m-1])*sqr(h))/g2;
s:=(2*h*betta2-betta1*fr(x[m-1])*sqr(h))/g2;
y[m]:=(q*d[m]+s)/(1-q*e[m]);
for i:=m-1 downto 0 do y[i]:=e[i+1]*y[i+1]+d[i+1];
for i:=0 to m do writeln('y[',i:1,']=',y[i]:6:4);
end.
```

Differentsial progonka usuli. Differentsial progonka usuli algoritmini quyidagi berilgan misolda ko‘rib chiqamiz. Ushbu

$$y''(x)+A(x)y'(x)+B(x)y(x)=F(x) \tag{10}$$

differentsial tenglamaning

$$\begin{cases} a_{11}y'(0)+a_{12}y(0)=b_1 \\ a_{21}y'(1)+a_{22}y(1)=b_2 \end{cases} \tag{11}$$

chegaraviy shartlarni qanoatlantiruvchi yechimini topish talab qilinsin. Bu yerda $a_{11},\ a_{12},\ a_{21},\ a_{22},\ b_1,\ b_2$ –o‘zgarmaslar; $A(x),\ B(x),\ F(x)$ – $[0,1]$ oraliqda berilgan uzluksiz funktsiyalar. $y(x)$ – noma’lum funktsiya.

Differentsial progonka usuliga ko‘ra (10), (11) chegaraviy masala yechimini

$$\alpha(x)y'(x)+\beta(x)y(x)=\gamma(x) \tag{12}$$

ko‘rinishda tasvirlaymiz. Bu yerdagi $\alpha(x),\ \beta(x),\ \gamma(x)$ lar xozircha noma’lum funktsiyalar. (12) ni (10) ga olib borib qo‘yamiz va $\alpha(x),\ \beta(x),\ \gamma(x)$ larga nisbatan quyidagi

$$\begin{cases} \alpha'(x) = \alpha(x)A(x) - \beta(x) \\ \beta'(x) = \alpha(x)B(x) \\ \gamma'(x) = -\alpha(x)F(x) \end{cases} \quad (13)$$

birinchi tartibli differentsial tenglamalar sistemasini hosil qilamiz.

$$a_{11}y'(0) + a_{12}y(0) = b_1 \text{ va } \alpha(0)y'(0) + \beta(0)y(0) = \gamma(0)$$

tengliklardan

$$\alpha(0) = a_{11}, \quad \beta(0) = \mathrm{a}_{12}, \quad \gamma(0) = \mathrm{b}_1 \quad (14)$$

ni hosil qilamiz.

(13), (14) Koshi masalasini $[0,1]$ oraliqda yechib, $\alpha(1),\ \beta(1),\ \gamma(1)$ larni aniqlaymiz. Odatda bu usul to‘g‘ri progonka usuli deb ham ataladi.

$$a_{21}y'(1) + a_{22}y(1) = b_2 \text{ va } \alpha(1)y'(1) + \beta(1)y(1) = \gamma(1)$$

tengliklardan

$$y(1) = \frac{b_2\alpha(1) - a_{21}\gamma(1)}{a_{22}\alpha(1) - a_{21}\beta(1)}, \quad y'(1) = \frac{b_2\beta(1) - a_{22}\gamma(1)}{a_{21}\beta(1) - a_{22}\alpha(1)} \quad (15)$$

ga ega bo‘lamiz.

(10), (15) Koshi masalasini $[0,1]$ oraliqda yechib, $y(x)$ funktsiyasining sonli qiymatlarini hosil qilamiz. Bu usul teskari progonka usuli deyiladi.

Misol: Quyidagi

$$y''(x) + (x+1)y'(x) + (x+3)y(x) = x^4 + 7x^3 + 7x^2 + 5x + 4 \quad (16)$$

differentsial tenglamaning

$$\begin{cases} y'(0) + y(0) = 0 \\ y'(1) - y(1) = 2 \end{cases} \quad (17)$$

shartlarni qanoatlantiruvchi yechimini differentsial progonka usuliga tuzilgan dastur yordamida toping.

Tekshirib ko‘rish mumkinki, berilgan chegaraviy masala aniq

$$y(x) = x^3 + x^2 - x + 1$$

echimga ega. Quyidagi jadvalda (5.50), (5.51) chegaraviy masalaning aniq va differentsial progonka usulidan foydalanib topilgan taqribiy yechimlari keltirilgan. Jadvaldan ko‘rinib turibdiki, differentsial progonka usuli yuqori aniqlikga ega bo‘lishi bilan birga, u chegaraviy shartlarni aniq hisobga oladi.

x	Aniq yechim	Taqribiy yechim
0.0	1.000000	1.000121
0.1	0.911000	0.911107
0.2	0.848000	0.848091
0.3	0.817000	0.817073
0.4	0.824000	0.824054
0.5	0.875000	0.875035
0.6	0.976000	0.976015
0.7	1.133000	1.132997
0.8	1.352000	1.351980
0.9	1.639000	1.638965
1.0	2.000000	2.000000

Chegaraviy masalalarni differentsial progonka usulida yechishga Paskal tilida tuzilgan dastur matni:

```
program difprogon; uses crt;
const  a11=1; a12=1; a21=1; a22=-1; b1=0; b2=2;
           ndx=11; dx=0.1;
type vek=array[1..ndx] of real;
type vek1=array[1..2] of real;
type vek2=array[1..3] of real;
var
     y0,y,yt: vek1; alf0,alf: vek2; px: vek; zlx,h:real;
     i,nx:integer;
function fa(z: real): real;
begin
        fa:=z+1; { A(x) - funktsiyasining ko‘rinishi }
end;
function fb(z: real): real;
begin
       fb:=z+3;  { B(x) - funktsiyasining ko‘rinishi }
end;
function ff(z: real): real;
begin
        ff:=z*z*z*z+7*z*z*z+7*z*z+5*z+4;   { F(x)-funktsiyasining ko‘rinishi }
end;
procedure pv(x: real; y: vek2; var dy: vek2);
begin
          dy[1]:=fa(x)*y[1]-y[2];
       dy[2]:=y[1]*fb(x);
       dy[3]:=y[1]*ff(x)
end;

procedure rungikytta1(x: real; y0: vek2; var dy: vek2);
var v3,fc,fk1,fk2,fk3,fk4: vek2;
begin
       pv(x,y0,fc);
     for i:=1 to 3 do begin fk1[i]:=h*fc[i];
    v3[i]:=y0[i]+0.5*fk1[i] end;
    x:=x+0.5*h;
    pv(x,v3,fc);
    for i:=1 to 3 do begin fk2[i]:=h*fc[i];
    v3[i]:=y0[i]+0.5*fk2[i] end;
    pv(x,v3,fc);
    for i:=1 to 3 do begin fk3[i]:=h*fc[i];
    v3[i]:=y0[i]+fk3[i] end;
    x:=x+0.5*h;
    pv(x,v3,fc);
    for i:=1 to 3 do begin fk4[i]:=h*fc[i];
    dy[i]:=y0[i]+0.166666667*(fk1[i]+2*fk2[i]+2*fk3[i]+fk4[i]) end;
end;
procedure pv1(x: real; y: vek1; var dy: vek1);
begin
       dy[1]:=y[2];
       dy[2]:=-y[2]*fa(x)-y[1]*fb(x)+ff(x);
end;
procedure rungikytta2(x: real; y0: vek1; var dy: vek1);
```

```
var v3,fc,fk1,fk2,fk3,fk4: vek1;
begin
    pv1(x,y0,fc);
    for i:=1 to 2 do begin fk1[i]:=h*fc[i];
                           v3[i]:=y0[i]+0.5*fk1[i]
                     end;
    x:=x+0.5*h;   pv1(x,v3,fc);
    for i:=1 to 2 do begin fk2[i]:=h*fc[i];
                           v3[i]:=y0[i]+0.5*fk2[i]
                     end;
    pv1(x,v3,fc);
    for i:=1 to 2 do begin fk3[i]:=h*fc[i];
                           v3[i]:=y0[i]+fk3[i]
                     end;
    x:=x+0.5*h;  pv1(x,v3,fc);
    for i:=1 to 2 do begin fk4[i]:=h*fc[i];
                     dy[i]:=y0[i]+0.166666667*(fk1[i]+2*fk2[i]+2*fk3[i]+fk4[i])
                     end;
end;
begin clrscr;
for i:=1 to ndx do px[i]:=(i-1)*dx;
alf0[1]:=a11; alf0[2]:=a12; alf0[3]:=b1;
for nx:=2 to ndx do begin zlx:=px[nx-1]; h:=dx;
                          rungikytta1(zlx,alf0,alf);
                          for i:=1 to 3 do alf0[i]:=alf[i];
                    end;
y0[1]:=(b2*alf[1]-a21*alf[3])/(a22*alf[1]-a21*alf[2]);
y0[2]:=(b2*alf[2]-a22*alf[3])/(a21*alf[2]-a22*alf[1]);
writeln('x=',px[ndx]:4:2,'  yy===',y0[1]:7:4);
for nx:=ndx downto 2 do begin  zlx:=px[nx]; h:=-dx;
                                  rungikytta2(zlx,y0,y);
                                  writeln('x=',(zlx+h):4:2,'  yy=',y[1]:7:4);
                                  for i:=1 to 2 do y0[i]:=y[i];
                          end; end.
```

Ishni bajarish tartibi:

1. Berilgan masalaning yechish algoritmini blok-sxema ko‘rinishda tasvirlash.
2. Turbo-Paskal muhitida dasturni kiritish.
3. Dasturni kompyuter xotirasida saqlash va dasturdagi mavjud xatolarni topish va ularni to‘g‘rilash.
4. Dasturni ishga tushirish va masalaning boshlang‘ich ma’lumotlarini kiritib natijalar olish.
5. Olingan natijalar tahlili asosida xulosalar qilish.
6. Laboratoriya ishini rasmiylashtirish.

Nazorat savollari:

1. Differentsial tenglama uchun chegaraviy shartlar qanday beriladi?
2. Oddiy progonka usuli va uning algoritmi.
3. Differentsial progonka usuli va uning algoritmi.
4. Differentsial progonka usulining asosiy mohiyati nimadan iborat?

6-LABORATORIYA ISHI

Mavzu: Integral va integro-differentsial tenglamalarni taqribiy yechish usullari.
Kerakli texnik vositalar:
Shaxsiy kompyuter.
Kerakli dasturiy vositalar:
Turbo Paskal dasturlash sistemasi hamda integral va integro-differentsial tenglamalarni taqribiy yechish uchun tuzilgan dasturlar.
Ishning maqsadi: Talabalarni integral va integro-differentsial tenglamalarni taqribiy yechish usullari algoritmi bilan tanishtirish hamda ularni Paskal tilida tuzilgan dasturda ishlashga oʻrgatish.

Topshiriq

1-masala. Quyida berilgan 1-tur Volterra tenglamasini taqribiy yeching.

1. $\int_0^t (t-s)y(s)ds = \frac{t^4}{12} + \frac{t^3}{3} - \frac{t^2}{2}; \quad t,s \in [0;1]$
2. $\int_0^t (t-s)y(s)ds = t + \sin t - 2t\cos t; \quad t,s \in [0;\pi]$
3. $\int_0^t (t-s)^2 y(s)ds = \frac{t^5}{30} + \frac{t^3}{3}; \quad t,s \in [0;2]$
4. $\int_1^t (t-s)^2 y(s)ds = t^2 + 2; \quad t,s \in [1;2]$
5. $\int_0^t e^{t-s} y(s)ds = \cos \pi t; \quad t,s \in [0;2]$
6. $\int_1^t e^{-2(t-s)} y(s)ds = t + 1; \quad t,s \in [1;2]$
7. $\int_0^t e^{-(t-s)^2} y(s)ds = t^2 + t - 1; \quad t,s \in [0;1]$
8. $\int_0^t \sin(t-s)\pi \, y(s)ds = 1; \quad t,s \in [0;1]$
9. $\int_0^t \cos 2(t-s)y(s)ds = t^2 - 1; \quad t,s \in [0;1]$
10. $\int_0^t (t-s)^2 y(s)ds = t - 5; \quad t,s \in [0;2]$

2-masala. Quyida berilgan 2-tur Volterra tenglamasini taqribiy yeching.

1. $y(t) - \int_0^t (t-s)y(s)ds = t + 1; \quad t,s \in [0;1]$
2. $y(t) - \int_1^t (t-s)^2 y(s)ds = te^{-t}; \quad t,s \in [1;3]$
3. $y(t) - \int_2^t (t-s)y(s)ds = t^2 + t - 1; \quad t,s \in [2;4]$
4. $y(t) - \int_0^t (t-s)^2 y(s)ds = t^2 - 1; \quad t,s \in [0;1]$
5. $y(t) - \int_0^t e^{-(t-s)} y(s)ds = e^{-t}; \quad t,s \in [0;2]$

6. $y(t)-\int_0^t e^{-2(t-s)}y(s)ds = t-1; \quad t,s\in[0;1]$

7. $y(t)-\int_0^t sin\,2(t-s)y(s)ds = 2t+1; \quad t,s\in[0;1]$

8. $y(t)-\int_0^t cos(t-s)\pi\; y(s)ds = sin\,\pi t; \quad t,s\in[0;1]$

9. $y(t)-\int_0^t (t-s)^2 y(s)ds = sin\,\pi t + cos\,\pi t; \quad t,s\in[0;1]$

10. $y(t)-\int_0^t (t-s)y(s)ds = cos\,2t; \quad t,s\in[0;1]$

3-masala. Quyida berilgan 1-tur Fredgolm tenglamasini taqribiy yeching.

1. $\int_0^1 (t-s)y(s)ds = sin\,t + cos\,t$
2. $\int_0^2 (t-s)y(s)ds = t+1$
3. $\int_1^2 (t-s)^2 y(s)ds = t^2+2t-1$
4. $\int_2^4 (t-s)^2 y(s)ds = t\,ln\,t$
5. $\int_0^1 e^{-(t-s)}y(s)ds = 1$
6. $\int_0^2 e^{-2(t-s)}y(s)ds = t-1$
7. $\int_0^1 sin\,2(t-s)y(s)ds = t^2$
8. $\int_0^2 cos(t-s)y(s)ds = t-1$
9. $\int_0^1 e^{-(t-s)}y(s)ds = t^2+2$
10. $\int_0^2 (t-s)y(s)ds = sin\,2t$

4-masala. Quyida berilgan 1-tur Fredgolm tenglamasini taqribiy yeching.

1. $y(t)-0.5\int_0^1 (t-s)y(s)ds = t+1$
2. $y(t)-\int_1^2 (t-s)y(s)ds = t^2-1$
3. $y(t)-\int_0^1 (t-s)^2 y(s)ds = sin\,\pi t$
4. $y(t)-\int_0^2 (t-s)^2 y(s)ds = t-1$
5. $y(t)-\int_0^1 e^{-(t-s)}y(s)ds = t^2+t$
6. $y(t)-3\int_1^2 e^{-2(t-s)}y(s)ds = t-1$
7. $y(t)-2\int_0^1 sin\,3(t-s)y(s)ds = t^2+2$
8. $y(t)-\int_0^1 cos\,2(t-s)y(s)ds = t$
9. $y(t)-\int_1^2 (t-s)y(s)ds = e^{-t}$
10. $y(t)-\int_0^1 (t-s)^2 y(s)ds = 2$

Nazariy qism

1-tur Voltera tenglamasi. Chiziqli 1-tur Volterra tenglamasi quyidagi

$$\int_a^t k(t,s)y(s)ds = f(t), \qquad t,s\in[a,b] \tag{1}$$

ko‘rinishga ega.

Teorema. Agar $k(a,a)\neq 0$, $f(a)=0$ bo‘lib $k(t,s)$, $f(t)$ funktsiyalar (a,b) oraliqda uzluksiz $k_t^{/}(t,s)$, $f^{/}(t)$ hosilalarga ega hamda $k(t,s)\neq 0$ bo‘lsa, (1) tenglama shu oraliqda uzluksiz yagona yechimga ega bo‘ladi.

(1) tenglamani yechishda kvadratura formulasidan foydalanamiz. Dastlab (1) tenglamaning ikkala tomonini t bo‘yicha bir marta differentsiallab, hosil bo‘lgan ifodada $t=a$ desak,

$$y(a)=\frac{f^{/}(a)}{k(a,a)} \qquad (2)$$

tenglikni hosil qilamiz. (1) tenglamadagi integralni o‘zgarmas h qadamli trapetsiya formulasi bo‘yicha chekli yig‘indiga almashtirib, quyidagi

$$y(t_i)=y_i=\frac{2}{k(t_i,t_i)}\left[\frac{f(t_i)}{h}-\sum_{j=1}^{i-1}A_j k(t_i,t_j)y_j\right], \qquad (3)$$

rekurrent formulaga ega bo‘lish mumkin. Bu yerda $t_i=a+(i-1)h$, $i=2,3,\ldots$, $A_1=\frac{1}{2}$, $m>1$ lar uchun $A_m=1$.

(2) va (3) formulalar yordamida y_i $(i=2,3,\ldots)$ larni ketma-ket aniqlash mumkin.

Misol. Tuzilgan dasturdan foydalanib berilgan $a=0$, $h=0{,}05$, $f(t)=t^2$ $k(t,s)=2+t^2-s^2$ lar uchun olingan (6.2) integral tenlamaning taqribiy va aniq $y(t)=te^{-t^2/2}$ yechimlari har xil t larda quyidagi jadvalda keltirilgan.

t	Taqribiy yechim	Aniq yechim
0,0	0,000000	0,000000
0,2	0,197000	0,196040
0,4	0,370889	0,369247
0,6	0,503031	0,501162
0,8	0,582535	0,580919
1,0	0,607539	0,606531
1,2	0,584365	0,584103
1,4	0,525031	0,525436
1,6	0,444020	0,444860
1,8	0,355225	0,356218
2,0	0,269770	0,270671
2,2	0,194969	0,195628
2,4	0,134354	0,134723
2,6	0,088411	0,088523
2,8	0,055624	0,055555
3,0	0,033494	0,033327

Chiziqli 1-tur Volterra tenglamasini yechish uchun Paskal tilida tuzilgan dastur matni:

```
program volter_1; uses crt;
const
    a=0.0;        { t ning boshlang‘ich qiymati }
    n=31;         { t bo‘yicha no‘qtalar soni }
    h=0.1;        { t bo‘yicha qadam }
type  vek=array[1..n] of real;
var  y,t,c:vek;
```

```
    s:real;i,j:integer;
function f(x:real):real;
begin
    f:=x*x        { f(t) funktsiya ko‘rinishi }
end;
function f1(x:real):real;
begin
    f1:=2*x       { f'(t) funktsiya ko‘rinishi }
end;
function r(x,y:real):real;
begin
    r:=2+x*x-y*y      {r(t,s) funktsiya ko‘rinishi }
end;
  begin clrscr;
      for i:=1 to n do begin t[i]:=a+(i-1)*h; c[i]:=1.0 end;
      c[1]:=0.5;
        y[1]:=f1(a)/r(a,a); toch[1]:=ftoch(a);
       for i:=2 to n do
                begin
                     s:=0;
                  for j:=1 to i-1 do s:=s+c[j]*r(t[i],t[j])*y[j];
                     y[i]:=2/r(t[i],t[i])*(f(t[i])/h-s);
                end;
    for i:=1 to n do writeln(t[i]:5:2,'   ',y[i]:10:6);
  end.
```

2-tur Voltera tenglamasi. Chiziqli, bir jinsli bo‘lmagan 2-tur Volterra tenglamasi quyidagi

$$y(t)-\int_a^t k(t,s)y(s)ds = f(t), \qquad t,s\in[a,b] \tag{4}$$

ko‘rinishga ega. Bu yerda $k(t,s)$- yadro funktsiyasi, $s=a$, $t=b$, $t=s$ chiziqlar bilan chegaralangan uchburchak ichida va uning chegarasida uzluksiz. $f(t)$ funktsiya $[a,b]$ oraliqda uzluksiz. $y(t)$- noma’lum funktsiya.

(4) tenglamani yechishda kvadratura formulasidan foydalanamiz. (4) tenglamadagi integralni o‘zgarmas h qadamli trapetsiya formulasi bo‘yicha chekli yig‘indiga almashtirib, quyidagi

$$y(t_i)=y_i=\frac{f(t_i)+h\sum_{j=1}^{i-1}A_j k(t_i,t_j)y_j}{1-\frac{h}{2}k(t_i,t_i)}, \tag{5}$$

rekurrent formulaga ega bo‘lish mumkin. Bu yerda $t_i=a+(i-1)h$, $i=2,3,\dots$, $A_1=\frac{1}{2}$, $m>1$ lar uchun $A_m=1$. Agar (4) tenglamada $t=a$ desak,

$$y(a)=f(a) \tag{6}$$

tenglikga ega bo‘lamiz.

(5) va (6) formulalar yordamida y_i $(i=2,3,\dots)$ larni ketma-ket aniqlash mumkin.

Misol. Tuzilgan dasturdan foydalanib, berilgan $a=0$, $h=0{,}05$, $f(t)=(1-te^{2t})cos1-e^{2t}\,sin1$, $k(t,s)=1-(t-s)e^{2t}$ lar uchun olingan (4) integral tenlamaning taqribiy va aniq $y(t)=e^{t}(cos\,e^{t}-e^{t}\,sin\,e^{t})$ yechimlari har xil t larda quyidagi jadvalda keltirilgan.

t	Taqribiy yechim	Aniq yechim
0,0	-0,301169	-0,301169
0,2	-0,983602	-0,983569
0,4	-2,101015	-2,100915
0,6	-3,669153	-3,668947
0,8	-5,284334	-5,284021
1,0	-5,513842	-5,513636
1,2	-1,309168	-1,309882
1,4	10,545296	10,542137
1,6	25,010640	25,006065
1,8	14,346203	14,355014
2,0	-45,527236	-45,489898

Chiziqli 2-tur Volterra tenglamasini yechish uchun Paskal tilida tuzilgan dastur matni:

```
program volter_2; uses crt;
const
        a=0.0;       { t ning boshlang‘ich qiymati }
        n=21;        { t bo‘yicha nuqtalar soni }
        h=0.05;      { t bo‘yicha qadam }
   type  vek=array[1..n] of real;
   var  y,t,c:vek;
        s:real;i,j:integer;
function f(x:real):real;
begin
      f:=(1-x*exp(2*x))*cos(1)-exp(2*x)*sin(1) { f(t) funktsiya ko‘rinishi  }
end;
function r(x,y:real):real;
begin
      r:=1-(x-y)*exp(2*x)        { r(t,s) funktsiya ko‘rinishi  }
end;
   begin clrscr;
         for i:=1 to n do begin t[i]:=a+(i-1)*h; c[i]:=1.0 end;
         c[1]:=0.5;
         y[1]:=f(a);
         for i:=2 to n do
                        begin
                             s:=0;
                             for j:=1 to i-1 do s:=s+c[j]*r(t[i],t[j])*y[j];
                             y[i]:=(f(t[i])+h*s)/(1-h*r(t[i],t[i])/2);
                       end;
      for i:=1 to n do writeln(t[i]:5:2,'   ',y[i]:10:6);
   end.
```

Fredgolm tipidagi tenglamalar. Umumiy holda chiziqli, bir jinsli bo‘lmagan Fredgolm tipidagi integral tenglamalar

$$\alpha y(t) - \lambda \int_a^b k(t,s)y(s)ds = f(t) \qquad (7)$$

ko‘rinishga ega. Bu yerda $x, s \in [a,b]$, $k(t,s)$ - yadro funktsiyasi $[a,b]x[a,b]$ kvadratda aniqlangan va uzluksiz.

(7) da, agar $\alpha = 0$ va $\lambda = -1$ bo‘lsa, 1-turdagi; agar $\alpha = 1$ va $\lambda \neq 0$ bo‘lsa, 2-turdagi Fredgolm integral tenglamalari hosil bo‘ladi.

$t = t_i$ $(i = 1,2,..n)$ lar uchun, (7) dagi integralni o‘zgarmas $h = \frac{b-a}{n-1}$ qadam bilan trapetsiya formulasiga almashtirsak,

$$\alpha y_i - \lambda h \sum_{j=1}^{n} A_j k_{ij} y_j = f_i, \ (i = 1,2,\ldots,n) \qquad (8)$$

tenglikga ega bo‘lamiz. Bu yerda $y_i = y(t_i)$, $k_{ij} = k(t_i, t_j)$, $f_i = f(t_i)$, $t_i = a + (i-1)h$, $i = 2,3,\ldots,$ $A_1 = \frac{1}{2}$, $m > 1$ lar uchun $A_m = 1$.

(8) da $\delta_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{агар} \quad i = j \\ 0, & \text{агар} \quad i \neq j \end{cases}$ Kroneker belgilashini kiritsak, ixtiyoriy $i = 1,2,\ldots,n$ lar uchun

$$\sum_{j=1}^{n} (\alpha \delta_{ij} - \lambda h A_j k_{ij}) y_j = f_i \qquad (9)$$

n ta y_i noma’lumlarni o‘z ichiga olgan n ta chiziqli algebraik tenglamalar sistemasiga ega bo‘lamiz. (9) chiziqli algebraik tenglamalar sistemasini Gauss usulida yechib y_i larni aniqlaymiz.

Misol. Tuzilgan dasturdan foydalanib berilgan $a = -\pi$, $b = \pi$, $\alpha = 1$, $\lambda = 1$, $n = 37$, $f(t) = 25 - 16 sin^2 t$, $k(t,s) = \dfrac{0,3}{0,64\pi\, cos^2 \frac{t+s}{2}} - \pi$ lar uchun olingan (7) integral tenlamaning taqribiy va aniq $y(t) = 8,5 + \frac{128}{17} cos\, 2t$ yechimlari har xil t larda quyidagi jadvalda keltirilgan.

t	Taqribiy yechim	Aniq yechim
-3,141593	16,029411784	16,029411765
-2,792527	14,267864029	14,267864011
-2,443461	9,807468605	9,807468590
-2,094395	4,735294098	4,735294086
-1,745329	1,424667324	1,424667316
-1,396263	1,424667340	1,424667334
-1,047198	4,735294138	4,735294133
-0,698132	9,807468648	9,807468644
-0,349066	14,267864050	14,267864046
-0,000000	16,029411768	16,029411765
0,349066	14,267864050	14,267864046
0,698132	9,807468648	9,807468644
1,047198	4,735294138	4,735294133
1,396263	1,424667340	1,424667334

1,745329	1,424667324	1,424667316
2,094395	4,735294098	4,735294086
2,443461	9,807468605	9,807468590
2,792527	14,267864029	14,267864011
3,141593	16,029411784	16,029411765

Fredgolm tipidagi integral tenglamalarini yechish uchun Paskal tilida tuzilgan dastur matni:

```
program fredgolm;
 const   alfa=1;                    { α ning qiymati }
           lambda=1;                { λ ning qiymati }
           n=37;                    { t bo‘yicha nuqtalar soni }
           a=-3.14159265;           { t ning boshlang‘ich qiymati }
           b=-a;                    { t ning oxirgi qiymati }
 type
         matrisa=array[1..n,1..n+1] of real;
         vektor=array[1..n] of real;
      var
         aij:matrisa; t,y,c:vektor;
         h:real;i,j:integer;
 function f(x:real):real;
 begin
     f:=25-16*sqr(sin(x))           { f(t) funktsiyaning berilishi }
 end;
 function fk(x,s:real):real;
 begin
     fk:=0.3/(0.64*pi*sqr(cos((x+s)/2))-pi)   { k(t,s) funktsiyaning berilishi }
 end;
 function d(l,m:integer):integer;
 begin
     if l=m then d:=1 else d:=0;        { δij funktsiyaning berilishi }
 end;
 procedure gauss(b:matrisa; var y:vektor);
 var max,c:real; k,m:integer;
       begin
            for i:=1 to n do
               begin
                   max:=abs(b[i,i]); j:=i;
                   for k:=i+1 to n do if abs(b[k,i])>max then
                   begin
                        max:=abs(b[k,i]); j:=k;
                   end;
                   if j<>i then for k:=i to n+1 do
                   begin
                        c:=b[i,k]; b[i,k]:=b[j,k];
                        b[j,k]:=c;
                   end;
                   c:=b[i,i];
                   for k:=i to n+1 do b[i,k]:=b[i,k]/c;
                   for m:=i+1 to n do
                       begin
```

```
                    c:=b[m,i];
                    for k:=i+1 to n+1 do
                    b[m,k]:=b[m,k]-b[i,k]*c;
                  end;
              end;
                y[n]:=b[n,n+1];
                for i:=n-1 downto 1 do
                begin
                  y[i]:=b[i,n+1];
                  for k:=i+1 to n do
                  y[i]:=y[i]-b[i,k]*y[k]
                end;
        end;
begin
  h:=(b-a)/(n-1);
  for i:=1 to n do begin t[i]:=a+(i-1)*h; c[i]:=1 end;
  c[1]:=0.5; c[n]:=0.5;
  for i:=1 to n do for j:=1 to n do
       aij[i,j]:=alfa*d(i,j)-h*lambda*c[j]*fk(t[i],t[j]);
  for i:=1 to n do aij[i,n+1]:=f(t[i]);
  gauss(aij,y);
  for i:=1 to n do writeln('t=',t[i]:8:6,'   ',y[i]:10:9);
end.
```

Ishni bajarish tartibi:

1. Berilgan masalaning yechish algoritmini blok-sxema ko‘rinishda tasvirlash.
2. Turbo-Paskal muhitida dasturni kiritish.
3. Dasturni kompyuter xotirasida saqlash va dasturdagi mavjud xatolarni topish va ularni to‘g‘rilash.
4. Dasturni ishga tushirish va masalaning boshlang‘ich ma’lumotlarini kiritib natijalar olish.
5. Olingan natijalar tahlili asosida xulosalar qilish.
6. Laboratoriya ishini rasmiylashtirish.

Nazorat savollari:

1. Matematik modellashtirishda ob’ektning qanday xossalari integral ko‘rinishda ifodalanadi?
2. Integral tenglama deb qanday tenglamaga aytiladi? Misollar keltiring.
3. Volterra tipidagi 1-tur integral tenglama deb qanday tenglamaga aytiladi?
4. Volterra tipidagi 2-tur integral tenglama deb qanday tenglamaga aytiladi?
5. Fredgolm tipidagi 1-tur integral tenglama deb qanday tenglamaga aytiladi?
6. Fredgolm tipidagi 2-tur integral tenglama deb qanday tenglamaga aytiladi?
7. Volterra tipidagi integral tenglamalarni yechish algortimini keltiring.
8. Fredgolm tipidagi integral tenglamalarni yechish algortimini keltiring.

7-LABORATORIYA ISHI

Mavzu**: O‘zgaruvchan kesimli to‘sin egilishi masalasining matematik modeli va uni yechish usuli.**

Kerakli texnik vositalar:

Shaxsiy kompyuter.

Kerakli dasturiy vositalar:

Turbo Paskal dasturlash sistemasi va o‘zgaruvchan kesimli to‘sin egilishi masalasining taqribiy yechish uchun tuzilgan dastur.

Ishning maqsadi: Talabalarni o‘zgaruvchan kesimli to‘sin egilishi masalasining matematik modeli va uni yechish usuli algoritmi bilan tanishtirish hamda unga Paskal tilida tuzilgan dasturda ishlashga o‘rgatish.

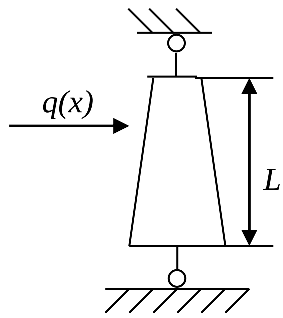
Topshiriq

Agar $q(x)=q_0=100$ va $J(x)$ qo‘ydagi ko‘rinishda berilgan bo‘lsa, to‘sin egilishini hisoblang va uni grafik ko‘rinishda tasvirlang.

1. $J(x)=1+0,1x;$	2. $J(x)=1,5\text{-}0,05x;$	3. $J(x)=1+\sin(0,5\pi x);$
4. $J(x)=1+\cos(0,5\pi x);$	5. $J(x)=1+e^{-2x};$	6. $J(x)=2\text{-}e^{-x};$
7. $J(x)=1+x^2\text{-}x;$	8. $J(x)=1+x\text{ -}x^2;$	9. $J(x)=1+2x^2\text{-}2x;$
10. $J(x)=1+0,5\sin(\pi x);$	11. $J(x)=1\text{-}0,5\cos(\pi x);$	12. $J(x)=1+0,5\cos(\pi x);$
13. $J(x)=2\text{-}1,5e^{-x};$	14. $J(x)=1+1,5x^2\text{-}x;$	15. $J(x)=1,6+\cos(2\pi x);$

Nazariy qism

Uzunligi L ga teng, uchlari sharnirli mahkamlangan, o‘zgaruvchan kesimli elastik to‘sin(balka)ning egilishi haqidagi masalani qaraylik (rasm). To‘singa $q(x)$ kuch ta’sir etayotgan bo‘lsin. U holda to‘sin deformatsiyalanib uning kesimlarida kuchlanishlar hosil bo‘ladi.



Расм

Agar kuchlanishni σ va deformatsiyani ε deb belgilasak, ular orasidagi bog‘lanish Guk qonuniga asosan

$$\sigma = E\varepsilon \qquad (1)$$

bo‘ladi. Bu yerda E - elastiklik moduli.

To‘sinning ixtiyoriy nuqtasidagi egilishini $u(x)$ deb olsak, u deformatsiya bilan quyidagicha bog‘langan:

$$\varepsilon = -z\frac{d^2u}{dx^2} \qquad (2)$$

(1) va (2) ni to‘sinning muvozanat tenglamasi

$$\frac{d^2M}{dx^2} + q = 0, \quad M = \iint_F z\sigma dF,$$

ga qo‘yib,

$$E\frac{d^2}{dx^2}\left[J(x)\frac{d^2u}{dx^2}\right] = q \qquad (3)$$

tenglamani hosil qilamiz. Bu yerda $J = J(x)$ – inertsiya momenti, F -to‘sin ko‘ndalang kesim yuzasi, M -kuch momenti, z - to‘sin sirtidan uning o‘q kesimigacha bo‘lgan masofa.

Xususiy holda o‘zgarmas kesimli elastik sterjenni egilishi haqidagi masalani qarasak, (3) tenglama

$$EJ\frac{d^2}{dx^2}\left(\frac{d^2u}{dx^2}\right) = q$$

ko‘rinishni oladi.

To‘sinning uchlari sharnirli qilib mahkamlanganligi uchun (3) tenglama $x = 0$ va $x = L$ da

$$u = 0 \quad \text{va} \quad \frac{d^2u}{dx^2} = 0 \qquad (4)$$

shartlarni qanoatlantirishi kerak.

(3) va (4) birgalikda o‘zgaruvchan kesimli to‘sinning egilishi masalasining matematik modeli bo‘ladi.

(3) tenglamada $\bar{u}=\dfrac{u}{u_0}$, $\bar{x}=\dfrac{x}{L}$, $\overline{J(x)}=\dfrac{J(x)}{J_0}$, $\bar{q}=\dfrac{L^4}{Eu_0J_0}q$ almashtirishlarni bajarib (va qulaylik uchun oldingi belgilashlarni saqlab qolib)

$$\frac{d^2}{dx^2}\left[J(x)\frac{d^2u}{dx^2}\right]=q \tag{5}$$

tenglamani hosil qilamiz. (4) shart esa $x=0$ va $x=1$ da quyidagi

$$u=0 \quad \text{va} \quad \frac{d^2u}{dx^2}=0 \tag{6}$$

ko‘rinishni oladi.

(5) tenglamaning (6) shartni qanoatlantiruvchi yechimini Bubnov-Galyorkin usuliga asosan

$$u(x)=\sum_{n=1}^{N}u_n\sin n\pi x \tag{7}$$

ko‘rinishda qidiramiz. (7) ning hosilalarini hisoblab,

$$u'(x)=\sum_{n=1}u_n n\pi\cos n\pi x; \qquad u''(x)=-\sum_{n=1}u_n(n\pi)^2\sin n\pi x;$$

$$J(x)u''(x)=-\sum_{n=1}u_n(n\pi)^2J(x)\sin n\pi x;$$

$$[J(x)u''(x)]'=-\sum_{n=1}u_n(n\pi)^2[J'(x)\sin n\pi x+n\pi J(x)\cos n\pi x];$$

$$[J(x)u''(x)]''=$$

$$-\sum_{n=1}u_n(n\pi)^2[J''(x)\sin n\pi x+2J'(x)n\pi\cos n\pi x-(n\pi)^2J(x)\sin n\pi x];$$

larni (5) ga olib borib quyidagi

$$\sum_{n=1}u_n[(n\pi)^4J(x)\sin n\pi x-(n\pi)^2J''(x)\sin n\pi x-2(n\pi)^3J'(x)\cos n\pi x]=q(x)$$

tenglikni hosil qilamiz.

Bu tenglikni ikkala tomonini $\sin m\pi\pi$ ga ko‘paytirib, uni 0 dan 1 gacha integrallaymiz va natijada u_n larga nisbatan

$$\sum_{n=1}c_{mn}u_n=q_n\,,\ m=1,2,\ldots,N \tag{8}$$

tenglamalar sistemasini hosil qilamiz. Bu yerda $q_m=\int_0^1 q(x)\sin m\pi x dx;$

$$c_{mn}=\int_0^1[(n\pi)^4J(x)\sin n\pi x-(n\pi)^2J''(x)\sin n\pi x-$$

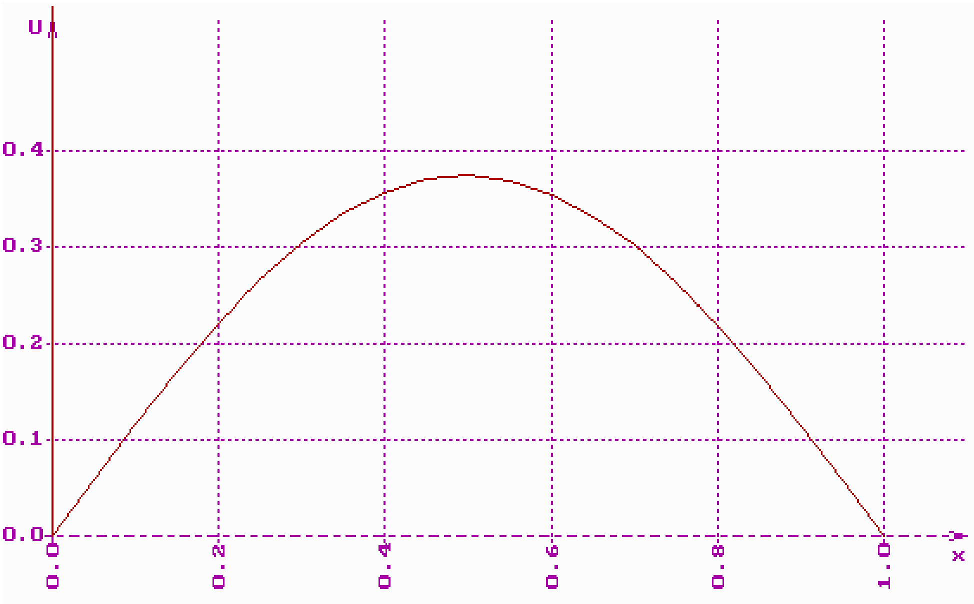
$$-2(n\pi)^3J'(x)\cos n\pi x]\sin m\pi x dx$$

lar Simpson formulasi yordamida hisoblanadi.

(8) tenglamalar sistemasini Gauss usulida yechib, u_n larni aniqlaymiz va uni (7) ga quyib $u(x)$ ni aniqlaymiz.

Misol: $J(x)=1+0{,}1x$ va $q=20$ lar uchun chetlari sharnirli mahkamlangan to‘sin egilishini hisoblang.

Yechish. Bubnov-Galyorkin qatorida ya’ni (7) da $N=5$ uchun to‘sin egilishi quyidagi grafikda keltirilgan.



To‘sin egilishini aniqlashga Paskal tilida tuzilgan dastur matni:

```
program egilish; uses crt;
  const n=5;  {Bubnov-Galyorkin usulidagi yig‘indilar soni}
    type
       stroka=array[1..n+1] of real;
       matrisa=array[1..n] of stroka;
       vektor=array[1..n] of real;
       my_fun=function (p,u:integer;b:real):real;
     var
       a:matrisa; x:vektor; s,xy,max,c,int1:real;
       kl,i,j,k,m:integer;
     function fj(x:real):real; { J(x) – funktsiyasining ko‘rinishi}
          begin
             fj:=1+0,1*x;
          end;
     function fj1(x:real):real;  { J/(x) – funktsiyasining ko‘rinishi}
          begin
             fj1:=0,1;
          end;
     function fj2(x:real):real;  { J//(x) – funktsiyasining ko‘rinishi}
          begin
             fj2:=0;
          end;
     function fq(x:real):real;  {q(x) – funktsiyasining ko‘rinishi}
          begin
             fq:=20;
          end;
     function f(k,r:integer; x:real):real;
          var a1,a2,a3,a4,as,ac,fx0,fx1,fx2:real;
          begin
```

```
            a1:=k*pi; a2:=a1*a1; a3:=a2*a1; a4:=a2*a2;
            fx0:=fj(x); fx1:=fj1(x); fx2:=fj2(x);
            as:=sin(k*pi*x); ac:=cos(k*pi*x);
            f:=(a4*fx0*as-a2*fx2*as-2*a3*fx1*ac)*sin(r*pi*x);
        end;
   function q(k,r:integer; x:real):real;
        begin
            q:=fq(x)*sin(r*pi*x);
        end;
   procedure simpson(a,b:real;n,j,l:integer; g:my_fun; var int:real);
      var h,s,s1,s2:real; i:integer;
        begin  h:=(b-a)/(2*n); s1:=0; s2:=0; s:=g(j,l,a)+g(j,l,b);
              for i:=1 to n do s1:=s1+g(j,l,a+(2*i-1)*h);
             for i:=1 to n-1 do s2:=s2+g(j,l,a+2*i*h);
             int:=h*(s+4*s1+2*s2)/3;
        end;
   procedure gauss(b:matrisa; var y:vektor);
     begin
         for i:=1 to n do
           begin
             max:=abs(b[i,i]); j:=i;
             for k:=i+1 to n do if abs(b[k,i])>max then
             begin
                  max:=abs(b[k,i]); j:=k;
             end;
             if j<>i then for k:=i to n+1 do
             begin
                  c:=b[i,k]; b[i,k]:=b[j,k];
                  b[j,k]:=c;
             end;
             c:=b[i,i];
             for k:=i to n+1 do b[i,k]:=b[i,k]/c;
             for m:=i+1 to n do
                begin c:=b[m,i];
                 for k:=i+1 to n+1 do
                    b[m,k]:=b[m,k]-b[i,k]*c;
                end;
           end;
             y[n]:=b[n,n+1];
             for i:=n-1 downto 1 do
             begin  y[i]:=b[i,n+1];  for k:=i+1 to n do
                        y[i]:=y[i]-b[i,k]*y[k]
             end;       end;
begin  clrscr;
     for i:=1 to n do for j:=1 to n do begin  simpson(0,1,10,i,j,f,int1); a[i,j]:=int1 end;
   for j:=1 to n do  begin  simpson(0,1,10,i,j,q,int1);  a[j,n+1]:=int1 end;
   gauss(a,x);
   for kl:=1 to 11 do
     begin
        xy:=(kl-1)*0.1;  s:=0.;
        for m:=1 to n do s:=s+x[m]*sin(m*pi*xy);
        writeln('x=',xy:3:1,'   y=',s:8:6);
```

end; end.

Ishni bajarish tartibi:

1. Berilgan masalaning yechish algoritmini blok-sxema ko‘rinishda tasvirlash.
2. Turbo-Paskal muhitida dasturni kiritish.
3. Dasturni kompyuter xotirasida saqlash va dasturdagi mavjud xatolarni topish va ularni to‘g‘rilash.
4. Dasturni ishga tushirish va masalaning boshlang‘ich ma’lumotlarini kiritib natijalar olish.
5. Olingan natijalar tahlili asosida xulosalar qilish.
6. Laboratoriya ishini rasmiylashtirish.

Nazorat savollari:

1. O‘zgaruvchan kesimli to‘sin egilishi masalasining matematik modeli.
2. Inertsiya kuchi va inertsiya momenti nima?
3. Muvozanat tenglamasi nima?
4. To‘sin chetlarining mahkamlanish turlarini ayting.
5. O‘zgaruvchan kesimli to‘sin egilishi masalasining yechish algoritmini keltiring.

8-LABORATORIYA ISHI

Mavzu: O‘zgaruvchan kesimli sterjen tebranishi masalasining matematik modeli va uni yechish usuli.

Kerakli texnik vositalar:

Shaxsiy kompyuter.

Kerakli dasturiy vositalar:

Turbo Paskal dasturlash sistemasi va o‘zgaruvchan kesimli sterjen tebranishi masalasining taqribiy yechish uchun tuzilgan dastur.

Ishning maqsadi: Talabalarni o‘zgaruvchan kesimli sterjen tebranishi matematik modeli va uni yechish usuli algoritmi bilan tanishtirish hamda unga Paskal tilida tuzilgan dasturda ishlashga o‘rgatish.

Topshiriq

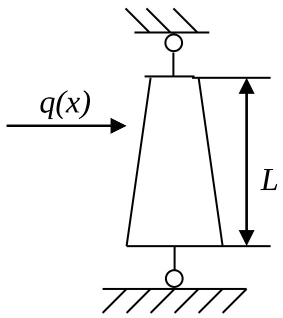
Agar $q(x)=q_0=10$, $m(x)=20$, $\varphi(x)=0$, $\psi(x)=0$, $\Delta t=0.01$, nt=250 bo‘lib $J(x)$ esa quyidagi ko‘rinishlarda berilgan bo‘lsa, sterjen o‘rtasining (x=0,5) tebranishini aniqlang va uning grafigini chizing.

1. $J(x)=1+0{,}1x$;	2. $J(x)=1{,}5-0{,}05x$;	3. $J(x)=1+\sin(0{,}5\pi x)$;
4. $J(x)=1+\cos(0{,}5\pi x)$;	5. $J(x)=1+e^{-2x}$;	6. $J(x)=2-e^{-x}$;
7. $J(x)=1+x^2-x$;	8. $J(x)=1+x-x^2$;	9. $J(x)=1+2x^2-2x$;
10. $J(x)=1+0{,}5\sin(\pi x)$;	11. $J(x)=1-0{,}5\cos(\pi x)$;	12. $J(x)=1+0{,}5\cos(\pi x)$;
13. $J(x)=2-1{,}5e^{-x}$;	14. $J(x)=1+1{,}5x^2-x$;	15. $J(x)=1{,}6+\cos(2\pi x)$;

Nazariy qism

Uzunligi L ga teng, uchlari sharnirli mahkamlangan, o‘zgaruvchi kesimli sterjenga $q=q(t)$ kuch ta’sir etayotgan bo‘lsin (rasm). Sterjenning tebranish masalasini qarab chiqamiz. Sterjenning tebranish funktsiyasi (progib)ni $W(x,t)$ deb belgilaylik. U holda kuchlanish va deformatsiya orasidagi bog‘lanish

$$\sigma = E\varepsilon \qquad (1)$$



Расм

ko‘rinishda, $W(x,t)$ va ε deformatsiya orasidagi bog‘lanish esa quyidagi ko‘rinishga ega bo‘ladi:

$$\varepsilon = -z\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \tag{2}$$

Sterjenning tebranish masalasida inertsion kuch hosil bo‘lib, harakat tenglamasi quyidagi munosabat yordamida ifodalanadi

$$\frac{\partial^2 M}{\partial x^2} + q = m\frac{\partial^2 W}{\partial t^2} \tag{3}$$

Bu yerda t-vaqt; m-sterjen massasi; $q = q(t)$-sterjenga ta’sir etayotgan kuch; $M = \iint\limits_F z\sigma dF$ - inertsiya momenti.

(1), (2) va (3) yordamida sterjenning tebranishini ifodalovchi

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left[EJ(x)\frac{\partial^2 W}{\partial x^2}\right] + m\frac{\partial^2 W}{\partial t^2} = q(t) \tag{4}$$

xususiy hosilali differentsial tenglamani hosil qilamiz.

(4) tenglama $x = 0$ va $x = L$ larda quyidagi chegaraviy

$$W = 0; \qquad \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} = 0 \tag{5}$$

va $t = 0$ da boshlang‘ich

$$W = \varphi(x), \qquad \frac{\partial W}{\partial t} = \psi(x) \tag{6}$$

shartlar bilan birgalikda, sterjenning tebranishi haqidagi masalasining matematik modelini tashkil etadi.

Xususiy holda $F = const$ bo‘lsa, u holda

$$EJ\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(\frac{\partial^2 W}{\partial x^2}\right) + m\frac{\partial^2 W}{\partial t^2} = q(t)$$

tenglamani olamiz.

(4) –(6) da quyidagi $\overline{W} = \frac{W}{W_0}$, $\bar{x} = \frac{x}{l}$, $\overline{J(x)} = \frac{J(x)}{J_0}$, $\bar{m} = \frac{m}{m_0}$, $\bar{t} = \sqrt{\frac{EJ_0}{m_0 l^4}} \cdot t$, $\bar{q} = \frac{l^4}{EW_0 J_0} q$ almashtirishlarni bajarib (va oldingi belgilashlarni saqlab qolib) quyidagi

$$m(x)\frac{\partial^2 W}{\partial t^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2}\left[J(x)\frac{\partial^2 W}{\partial x^2}\right] = q(t) \tag{7}$$

xususiy hosilali differentsial tenglamani hosil qilamiz. (5) va (6) shartlar esa $x = 0$ va $x = 1$ da

$$W(x,t) = 0, \qquad \frac{\partial^2 W(x,t)}{\partial x^2} = 0 \tag{8}$$

va $t = 0$ da

$$W(x,t) = \varphi(x), \qquad \frac{\partial W(x,t)}{\partial t} = \psi(x) \tag{9}$$

ko‘rinishni oladi.

Bubnov-Galyorkin usuliga ko‘ra (7) tenglamaning (8) shartni qanoatlantiruvchi yechimini

$$W(x,t) = \sum_{n=1}^{N} y_n(t) \sin n\pi x \tag{10}$$

ko‘rinishda qidiramiz. (10) ni (7) ga qo‘yib

$$\sum_{n=1} y_n''(t)\sin n\pi x + \sum_{n=1} y_n(t)[J(x)(n\pi)^4 \sin n\pi x - 2J'(x)(n\pi)^3 \cos n\pi x -$$

$$- J''(x)(n\pi)^2 \sin n\pi x]\frac{1}{m(x)} = \frac{q(t)}{m(x)}$$

tenglikni hosil qilamiz.

Bu tenglikni ikkala tomonini sinmπx ga ko‘paytirib, uni 0 dan 1 gacha integrallaymiz va natijada

$$y_m''(t) + \sum_{n=1}^{N} a_{mn} y_n(t) = q_m(t), \qquad m = 1,2,\ldots,N \tag{11}$$

ko‘rinishdagi oddiy differentsial tenglamalar sitemasiga ega bo‘lamiz. Bu yerda

$$a_{mn} = 2\int_0^1 [J(x)(n\pi)^4 \sin n\pi x - 2J'(x)(n\pi)^3 \cos n\pi x -$$

$$- J''(x)(n\pi)^2 \sin n\pi x]\frac{\sin m\pi x}{m(x)}dx$$

$$q_m(t) = q(t)\int_0^1 \frac{\sin m\pi x}{m(x)}dx$$

(11) tenglamalar sistemasi uchun boshlang‘ich shartlar quyidagi

$$y_m(0) = y_{mo}, \qquad y_m'(0) = y_{m1} \tag{12}$$

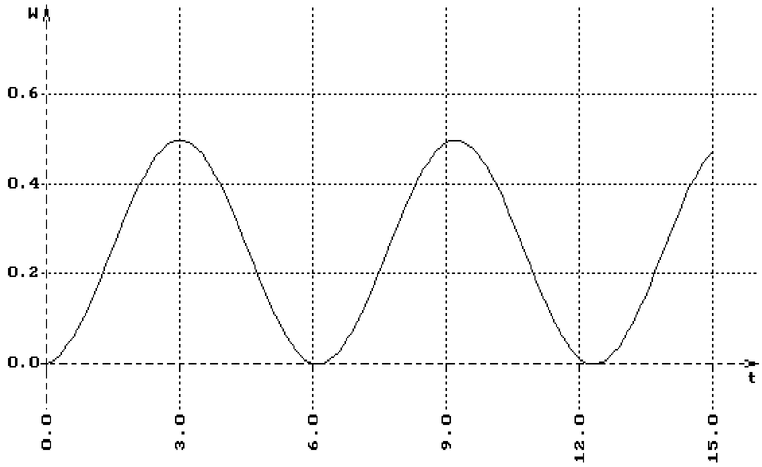
ko‘rinishni oladi. Bu yerda

$$y_{m0} = 2\int_0^1 \varphi(x)\sin m\pi\pi xd, \quad y_{m1} = 2\int_0^1 \psi(x)\sin m\pi\pi xd$$

(11), (12) Koshi masalasini Runge-Kutta usulida yechamiz. Topilgan $y_n(t)$ ni (10) ga olib borib qo‘yamiz va sterjenning tebranish $W(x,t)$ funktsiyasi aniqlaymiz.

Misol: Ushbu $J(x) = 1 + 0{,}1 \cdot x$, $\varphi(x) = \psi(x) = 0$, $m(x) = 100$, $q(x) = 20$ lar uchun sterjen o‘rtasining($x = 0{,}5$) tebranishini aniqlang va uni grafik ko‘rinishda tasvirlang.

Yechish. $n = 3$, $nt = 151$, $ht = 0{,}1$ lar uchun, yuqorida keltirilgan dasturdan foydalanib berilgan masalaning sonli yechimi olindi va natija quyidagi grafikda tasvirlangan.



Sterjen tebranishini aniqlashga Paskal tilida tuzilgan dastur matni:

program kol_ster; uses crt;
  const n=5*;* { Bubnov-Galyorkin usulidagi yig‘indilar soni }
    nt=151*;* { t bo‘yicha olingan nuqtalar soni }

```
      ht=0.1; { t bo‘yicha olingan qadam }
      n2=2*n;
type
      matrisa=array[1..n,1..n] of real;
      vektor=array[1..n] of real;
      vektor2=array[1..n2] of real;
      vektort=array[1..nt] of real;
      my_fun=function (b:real):real;
var
      a:matrisa; v0,v:vektor2; b:vektor; t1,s,int1:real;
      l,i,j,k,r,p:integer; vt:vektort;
   function fj(x:real):real;
         begin
            fj:= 1+0.1*x;  { J(x) – funktsiyasining ko‘rinishi}
         end;
   function fj1(x:real):real;
         begin
            fj1:= 0.1;  { J/(x) – funktsiyasining ko‘rinishi}
         end;
   function fj2(x:real):real;
         begin
            fj2:= 0.0 ;   { J//(x)– funktsiyasining ko‘rinishi}
         end;
   function ffi(x:real):real;
         begin
            ffi:=0.;   {φ(x) – funktsiyasining ko‘rinishi}
         end;
   function ffj(x:real):real;
         begin
            ffj:=0;     {ψ(x) - funktsiyasining ko‘rinishi}
         end;
   function ffis(x:real):real;
         begin
            ffis:=ffi(x)*sin(r*pi*x);
         end;
   function ffjs(x:real):real;
         begin
            ffjs:=ffj(x)*sin(r*pi*x);
         end;
   function fm(x:real):real;
         begin
            fm:=100;  {m(x) – funktsiyasining ko‘rinishi}
         end;
   function f(x:real):real;
         var a1,a2,a3,a4,as,ac,fx0,fx1,fx2:real;
         begin
            a1:=k*pi; a2:=a1*a1; a3:=a2*a1; a4:=a2*a2;
            fx0:=fj(x); fx1:=fj1(x); fx2:=fj2(x);
            as:=sin(k*pi*x); ac:=cos(k*pi*x);
```

```
               f:=2.*(-a4*fx0*as+a2*fx2*as+2*a3*fx1*ac)*sin(r*pi*x)/fm(x);
           end;
     function q0(x:real):real;
           begin
               q0:=20;  {q(x) – funktsiyasining ko‘rinishi}
           end;

     function q(x:real):real;
           begin
               q:=q0(x)*sin(p*pi*x)/fm(x);
           end;
      procedure simpson(a,b:real;n:integer; g:my_fun; var int:real);
          var h,s1,s2:real;
           begin
               h:=(b-a)/(2*n);
               s1:=0; s2:=0;
               s:=g(a)+g(b);
               for i:=1 to n do s1:=s1+g(a+(2*i-1)*h);
               for i:=1 to n-1 do s2:=s2+g(a+2*i*h);
               int:=h*(s+4*s1+2*s2)/3;
           end;
procedure pv(x: real; y: vektor2; var dy: vektor2);
           begin
            for i:=1 to n do
                  begin
                     dy[i]:=y[n+i];
                     s:=0;
                     for l:=1 to n do s:=s+a[i,l]*y[l];
                     dy[n+i]:=s+b[i];
                  end;
           end;
procedure rungikytta(t: real; y0: vektor2; var dy: vektor2);
      var v3,fc,fk1,fk2,fk3,fk4: vektor2;
 begin
      pv(t,y0,fc);
      for i:=1 to n2 do begin fk1[i]:=ht*fc[i];
      v3[i]:=y0[i]+0.5*fk1[i] end;
      t:=t+0.5*ht; pv(t,v3,fc);
      for i:=1 to n2 do begin fk2[i]:=ht*fc[i];
      v3[i]:=y0[i]+0.5*fk2[i] end;
      pv(t,v3,fc);
      for i:=1 to n2 do begin fk3[i]:=ht*fc[i];
      v3[i]:=y0[i]+fk3[i] end;
      t:=t+0.5*ht; pv(t,v3,fc);
      for i:=1 to n2 do begin fk4[i]:=ht*fc[i];
      dy[i]:=y0[i]+0.166666667*(fk1[i]+2*fk2[i]+2*fk3[i]+fk4[i]) end;
 end;
begin  clrscr;
       for r:=1 to n do  for k:=1 to n do
             begin
                 simpson(0,1,10,f,int1);
                 a[r,k]:=int1;
```

```
            end;
      for p:=1 to n do
            begin
                  simpson(0,1,10,q,int1);
                  b[p]:=2*int1;
            end;
      for r:=1 to n do
            begin
                  simpson(0,1,10,ffis,int1);
                  v0[r]:=2*int1;
            end;
      for r:=1 to n do
            begin
                  simpson(0,1,10,ffjs,int1);    v0[n+r]:=2*int1;
            end;
      for j:=1 to nt do
          begin t1:=(j-1)*ht;
                rungikytta(t1,v0,v);
                for i:=1 to n2 do v0[i]:=v[i];  s:=0;
                for k:=1 to n do s:=s+v[k]*sin(k*pi/2);
                vt[j]:=s;
          end;
          for i:=1 to nt do write(vt[i]:8:3);
end.
```

Ishni bajarish tartibi:

1. Berilgan masalaning yechish algoritmini blok-sxema ko‘rinishda tasvirlash.
2. Turbo-Paskal muhitida dasturni kiritish.
3. Dasturni kompyuter xotirasida saqlash va dasturdagi mavjud xatolarni topish va ularni to‘g‘rilash.
4. Dasturni ishga tushirish va masalaning boshlang‘ich ma’lumotlarini kiritib natijalar olish.
5. Olingan natijalar tahlili asosida xulosalar qilish.
6. Laboratoriya ishini rasmiylashtirish.

Nazorat savollari:

1. O‘zgaruvchan kesimli sterjen tebranishi masalasini matematik modeli.
2. O‘zgaruvchan kesimli sterjen tebranishi masalasining muvozanat tenglamasini keltiring.
3. O‘zgaruvchan kesimli sterjen tebranishi masalasini yechish algoritmini keltiring.
4. Sterjen chetlarining mahkamlanish turlarini ayting.

9-LABORATORIYA ISHI

Mavzu: Sterjen turg‘unligi masalasining matematik modeli va uni yechish usuli.

Kerakli texnik vositalar:

Shaxsiy kompyuter.

Kerakli dasturiy vositalar:

Turbo Paskal dasturlash sistemasi va sterjen turg‘unligi masalasining taqribiy hisoblash uchun tuzilgan dasturlar.

Ishning maqsadi: Talabalarni sterjen turg‘unligi masalasining matematik modeli va uni yechish usuli algoritmi bilan tanishtirish hamda unga Paskal tilida tuzilgan dasturda ishlashga o‘rgatish.

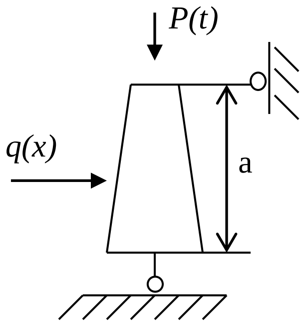
Topshiriq

Agar q=0, $U_i(0)=10^{-3}$, $W_i(0)=0$ bo‘lsa kritik vaqt va kritik yukni aniqlang. Bu yerda *s, i* parametrlarni quyidagi ko‘rinishda oling

1. *i*=1*; s*=0,1*;* 2. *i*=3; *s*=0,1*;* 3. *i*=5; *s*=0,1*;* 4. *i*=7; *s*=0,1*;*
5. *i*=1*; s*=0,05*;* 6. *i*=3; *s*=0,05*;* 7. *i*=5; *s*=0,05*;* *8. i*=7; *s*=0,05*;*
9. *i*=1*; s*=0,01*;* *10. i*=3; *s*=0,01*;* 11. *i*=5; *s*=0,01*;* *12. i*=7; *s*=0,01*;*
13. *i*=1*; s*=0,025*;* *14. i*=3; *s*=0,025*;* 15. *i*=5; *s*=0,025*;* *16. i=7*; *s*=0,025*;*

Nazariy qism

Uzunligi a ga teng bo‘lgan, uchlari sharnirli qilib mahkamlangan o‘zgarmas kesimli sterjenga, rasmda ko‘rsatilgandek siquvchi kuch $p(t)=\vartheta t$ ta’sir etayotgan bo‘lsin.



Расм

Bu holda sterjenga inertsiya kuchidan tashqari, yana $p(t)\dfrac{\partial^2 W}{\partial x^2}$ kuch ta’sir etadi. Agar oldingi qaralgan masalalardek, sterjenning muvozanat tenglamasidan foydalansak, quyidagi

$$EJ\frac{\partial^4 W}{\partial x^4}+p(t)\frac{\partial^2 W}{\partial x^2}+m\frac{\partial^2 W}{\partial t^2}=q \qquad (1)$$

tenglamani hosil qilamiz. (1) tenglama $x=0$ va $x=a$ larda quyidagi chegaraviy

$$W=0; \qquad \frac{\partial^2 W}{\partial x^2}=0 \qquad (2)$$

va $t=0$ da boshlang‘ich

$$W=\varphi(x), \qquad \frac{\partial W}{\partial t}=\psi(x) \qquad (3)$$

shartlar bilan birgalikda, elastik sterjenning turg‘unligi haqidagi masalaning matematik modelini tashkil etadi.

Turg‘unlik masalasining asosiy muammolaridan biri kritik vaqt $t_{кр}$ va kritik yuk $p(t_{кр})$ ni topishdan iborat.

Turg‘unlik nazariyasida kritik vaqt $t_{кр}$ ni topishning bir necha kriteriya(alomati)lari mavjud. Amaliyotda keng foydalaniladigan kriteriyalardan biri bu – sterjen o‘zgarish funktsiyasini, sterjen qirqimining radiusidan katta bo‘lmasligidir.

Bubnov-Galyorkin usuliga ko‘ra (1) tenglamaning (2) shartni qanoatlantiruvchi yechimini

$$W(x,t)=\sum_{n=1}^{N}W_n(t)\sin\frac{n\pi x}{a} \qquad (4)$$

ko‘rinishda qidiramiz. (4) ni (1) ga olib borib qo‘yamiz, va

$$\sum_{n=1}^{N}\left[EJ\left(\frac{n\pi}{a}\right)^4 W_n(t)-p(t)\left(\frac{n\pi}{a}\right)^2 W_n(t)+mW_n''(t)\right]\sin\frac{n\pi x}{a}=q$$

tenglikni hosil qilamiz. Bu tenglikni ikkala tomonini $\sin\dfrac{i\pi x}{a}$ ga ko‘paytirib, *x* bo‘yicha $[0;a]$ oraliqda integrallaymiz. Natijada

$$W_i''(t)+i^2\omega^2\left[i^2-\frac{p(t)}{p_э}\right]W_i=\frac{2\alpha_i}{am}q, \quad i=\overline{1,N} \qquad (5)$$

tenglamalar sistemasiga ega bo‘lamiz. Bu yerda $\omega^2 = \frac{EJ}{m}\left(\frac{\pi}{a}\right)^4 -$xususiy tebranish chastotasi; $p_э = \frac{EJ\pi^2}{a^2} -$ Eyler kritik kuchi; $\alpha_i = 1-(-1)^i$.

(5) da $\overline{W}_i = \frac{W_i}{r}$, $\bar{t} = \frac{\omega t}{\sqrt{s}} = \frac{p}{p_э}$, $\bar{q} = \frac{q}{rm_0\omega_0^2}$ o‘lchovsiz parametrlarni kiritib,

$$W_i'' + i^2 s(i^2 - t)W_i = \frac{2s\alpha_i}{i\pi}q, \quad i = \overline{1,N} \tag{6}$$

tenglamaga ega bo‘lamiz. Bu yerda $s = \overline{p}_э^{\,3}\left(\frac{\pi c E}{\vartheta a}\right)^2$ va $\overline{p}_э = \frac{p_э}{EF_0}$ - o‘lchovsiz parametrlar; $c = \sqrt{E/\rho}$ - sterjen materialida tovush tarqalish tezligi; ρ-sterjen materialining zichligi; $r = \sqrt{J_0 / F_0}$ -sterjen inertsiya kesimining radiusi.

(6) tenglamalar sistemasini

$$\begin{cases} W_i' = U_i \\ U_i' = \frac{2s\alpha_i}{i\pi}q - i^2 s(i^2 - t)W_i \end{cases} \tag{7}$$

ko‘rinishda yozib olamiz. (7) uchun boshlang‘ich shartlar quyidagicha bo‘ladi:

$$W_i(0) = W_{i0}, \quad U_i(0) = U_{i0} \tag{8}$$

(7) tenglamaning (8) shartlarni qanoatlantiruvchi yechimini Runge-Kutta usulida aniqlaymiz. Vaqt bo‘yicha har bir qadamda sterjen turg‘unligi kriteriyasi shartini tekshirib boramiz va bu shart bajarilgandagi t ni kritik vaqt sifatida qabul qilamiz.

Sterjen turg‘unligini aniqlash uchun Paskal tilida tuzilgan dastur matni:

```
program ustoy_st; uses crt;
label 1;
  const N=3; s=0.1; q=0; nt=2551; ht=0.1;
      type
         vektor2=array[1..2] of real;
        matr=array[1..nt] of real;
      var
         v0,v:vektor2; w:matr; t1:real;  i,j:integer;
      function fdel(x:real):real;
            var a1:real;
             begin
                 a1:=x/2-trunc(x/2);  if a1=0 then fdel:=0 else fdel:=2;
             end;
  procedure pv(x: real; y: vektor2; var dy: vektor2);
            begin
             dy[1]:=y[2];   dy[2]:=2*fdel(n)*s*q/n/pi-n*n*s*(n*n-x)*y[1];
            end;
  procedure rungikytta(t: real; y0: vektor2; var dy: vektor2);
      var v3,fc,fk1,fk2,fk3,fk4: vektor2;
   begin
      pv(t,y0,fc);  for i:=1 to 2 do begin fk1[i]:=ht*fc[i];
      v3[i]:=y0[i]+0.5*fk1[i] end;
      t:=t+0.5*ht;  pv(t,v3,fc);
```

```
      for i:=1 to 2 do begin fk2[i]:=ht*fc[i];
      v3[i]:=y0[i]+0.5*fk2[i] end;
      pv(t,v3,fc);  for i:=1 to 2 do begin fk3[i]:=ht*fc[i];
      v3[i]:=y0[i]+fk3[i] end;
      t:=t+0.5*ht;  pv(t,v3,fc);  for i:=1 to 2 do begin fk4[i]:=ht*fc[i];
      dy[i]:=y0[i]+0.166666667*(fk1[i]+2*fk2[i]+2*fk3[i]+fk4[i]) end;
  end;
begin  clrscr;  v0[1]:=0.001; v0[2]:=0;
     for j:=1 to nt do
        begin t1:=(j-1)*ht;  rungikytta(t1,v0,v);
             for i:=1 to 2 do v0[i]:=v[i];   w[j]:=v[1];
             if w[j]>=1 then goto 1;
        end;
1: for i:=1 to j do write(w[i]:8:3);
  writeln; writeln('n=',n:3,'  t=',t1:6:3);
end.
```

Ishni bajarish tartibi:

1. Berilgan masalaning yechish algoritmini blok-sxema ko‘rinishda tasvirlash.
2. Turbo-Paskal muhitida dasturni kiritish.
3. Dasturni kompyuter xotirasida saqlash va dasturdagi mavjud xatolarni topish va ularni to‘g‘rilash.
4. Dasturni ishga tushirish va masalaning boshlang‘ich ma’lumotlarini kiritib natijalar olish.
5. Olingan natijalar tahlili asosida xulosalar qilish.
6. Laboratoriya ishini rasmiylashtirish.

Nazorat savollari:

1. Sterjen turg‘unligi haqidagi masalani matematik modeli.
2. Kritik vaqt va kritik kuch nima?
3. Kritik vaqt va kritik kuchni aniqlash kritiriyasi nimadan iborat?
4. Eyler kuchi deb qanday kuchga aytiladi?
5. Sterjen turg‘unligi haqidagi masalani yechish algoritmini keltiring.

III. MUSTAQIL ISH.

3.1. Talabalarning mustaqil ishini tashkillashtirish bo‘yicha uslubiy ko‘rsatma

Talabaning informatika fani bo‘yicha mustaqil ishini bajarishdan asosiy maqsad – o‘qituvchining rahbarligi va nazorati ostida nazariy va amaliy mashg‘ulotlar doirasida hamda bu mashg‘ulotlar doirasidan chetlashgan mavzularni mustaqil ravishda chuqur o‘rganish, kelajakda zarur bo‘ladigan ko‘nikmalarni shakllantirish va rivojlantirishdir.

Ushbu uslubiy ko‘rsatmada talabalarning mustaqil ishlarini tashkillashtirish uchun zaruriy mavzular va ularni bajarish uchun tavsiyalar keltirilgan hamda talaba mustaqil ishining shakli, mazmuni va hajmi ifoda etiladi.

Uslubiy ko‘rsatma oliy o‘quv yurtlarining matematika- informatika mutaxassisliklari uchun mo‘ljallangan. Mazkur ko‘rsatmadan talabalar o‘z bilimlarini mustaqil oshirish maqsadida foydalanishlari zarur.

So‘z boshi

Informatika fanining asosiy masalasi-muammosi insoniyat faoliyatining boshqa biror sohasida bo‘lmagan-uchramagan informatsion-axborot inqirozini (behisob ko‘payib ketishini) yengib o‘tishdir. Ammo qo‘yilgan masalani yechishni zamonaviy axborot texnologiyalari majmui-super-kompyuterlar, kompyuter va axborot tizimlari, mahalliy va global tarmoqlar, Internet umumjahon tarmoqlaridan unumli foydalangan holda amalga oshirish mumkin.

Informatikaning inson faoliyatining mustaqil sohasi sifatida ajralib chiqishi birinchi navbatda kompyuter texnikasining rivojlanishi bilan bog‘liq.

Informatika - kompyuterlar yordamida va ularni qo‘llash muhiti vositasida axborotni yangilash jarayonlari bilan bog‘liq bo‘lgan inson faoliyati sohasidir.

Informatika keng ma’noda insoniyat faoliyatining barcha sohalarida asosan kompyuterlar va telekommunikatsiya aloqa vositalari yordamida axborotni qayta ishlashi bilan bog‘liq fan, texnika va ishlab chiqarishning xilma-xil tarmoqlari birligini o‘zida namoyon etadi.

Informatikani tor ma’noda o‘zaro aloqador uch qism - texnik vositalar, dasturiy vositalar va algoritmik vositalar sifatida tasavvur etish mumkin.

Mazkur uslubiy ko‘rsatmada talabaning mustaqil ishini tashkillashtirishda quyidagi mezonlar asos qilib olingan:

- Mustaqil ish bevosita sonli usullar fani bo‘yicha aniq topshiriqlardan iborat bo‘lishi lozim;
- Mustaqil ish o‘qituvchi tomonidan doimiy ravishda nazorat qilinishi shart.

Ushbu mezonlarning bajarilishini ta’minlash maqsadida talabalarni quyidagi shart-sharoitlar bilan ta’minlash maqsadga muvofiq hisoblanadi:

- Talaba tomonidan bajariladigan mustaqil ishning aniq bir uslubda bo‘lishini ta’minlash;
- Zaruriy axborot ta’minotining mavjudligi, masalan, o‘quv adabiyotlari, elektron darsliklar va boshqalar;
- Zaruriy uslubiy ta’minotning mavjudligi;
- Test materiallarining mavjudligi;
- Texnik ta’minotning mavjudligi;
- Talabaga mustaqil ishni bajarishi uchun aniq vaqtlarni belgilash;
- O‘qituvchilar tomonidan maslahatlarni tashkillashtirish;
- Mustaqil ishlarni dolzarbligini ta’minlash;
- Talabalar o‘rtasida olingan natijalar bo‘yicha konferensiyalar tashkillashtirish;
- Olingan natijalar bo‘yicha talabalarni rag‘batlashtirish.

Shulardan kelib chiqqan holda talabalar informatika kursini o‘rganishi mobaynida nafaqat nazariy va amaliy, balki mustaqil holda ham ishlashlari zarur bo‘ladi, chunki ajratilgan soatlarning kamligi, bevosita mavjud bo‘lgan dasturiy va texnikaviy vositalarni o‘rganish zaruriyati va hozirgi kunda doimiy yangilanib turilayotgan adabiyotlar bilan tanishib borish muntazam ravishda shug‘ullanishni talab qiladi.

Mustaqil ish rejasi

№	Mavzu nomi	Ajratilgan soat
1	**3**	**4**
1	Xatoliklar arifmetikasi va asosiy teoremalari	2
2	Tenglamalarni taqriban yechishning barcha usullari.	2
3	Chiziqli tenglamalar sistemasini Gauss usuli bilan yechish algoritmi va dasturi	2
4	Kvadrat ildizlar usuli yordamida. tenglamalar sistemasini yechishning algiritmi va dasturi.	2
5	Lagranj interpolyasion ko‘phadni qurish va xatoligini baholash algoritmi va dasturi	2
6	Lagranj interpolyasion ko‘phadni qurish va xatoligini baholash algoritmi va dasturi	2
7	Simpson va to‘g‘ri to‘rtburchak formulasi bo‘yicha aniq integralning taqribiy qiymatini topish.	2
8	Simpson va to‘g‘ri to‘rtburchak formulasi bo‘yicha aniq integralning taqribiy qiymatini topish.	2
9	Integrallar qiymatini hisoblashda qo‘llaniladigan formulalarni taqqoslash	2
10	Integrallar qiymatini hisoblashda qo‘llaniladigan formulalarni taqqoslash	2
11	Oddiy differensiyal tenglamalarni yechishning Koshi usuli.	2
12	Oddiy differensiyal tenglamalarni yechishning Koshi usuli.	2
13	Eng kichik kvadratlar usuli uchun algiritm va dastur	2
14	Eng kichik kvadratlar usuli uchun algiritm va dastur	2

Izoh. Ushbu mavzular guruh jurnalida qayd etib boriladi.

O‘ZBEKISTON RESPUBLIKASI

OLIY VA O‘RTA MAXSUS TA’LIM VAZIRLIGI

NAVOIY DAVLAT PEDAGOGIKA INSTITUTI

"INFORMATIKA O‘QITISH METODIKASI" KAFEDRASI

Mustaqil ish kundaligi

Fan_______________________________

Mustaqil ish mavzusi:

____

Guruh

____

Talaba

____

Rahbar

____

№	Mavzu	Soat	Musta qil ish shakli	Mashg‘u lot turi bo‘yicha	Sana	Imzo	Bajarilganligi haqida belgi
1	Xatoliklar arifmetikasi va asosiy teoremalari	2	referat, misollar bilan	Ama liy			
2	Tenglamalarni taqriban yechishning barcha usullari.	2	algoritm, hisoblash dasturi, natijalar tahlili	Ama liy			
3	Chiziqli tenglamalar sistemasini Gauss usuli bilan yechish algoritmi va dasturi	2	algoritm, hisoblash dasturi, natijalar tahlili	Ama liy			
4	Kvadrat ildizlar usuli yordamida . tenglamalar sistemasini yechishning algoritmi va dasturi.	2	algoritm, hisoblash dasturi, natijalar tahlili	Ama liy			
5	Lagranj interpolyasion ko‘phadni qurish va xatoligini baholash algoritmi va dasturi	4	algoritm, hisoblash dasturi, natijalar tahlili	Ama liy			
6	Simpson va to‘g‘ri to‘rtburchak formulasi bo‘yicha aniq integralning taqribiy qiymatini topish.	4	algoritm, hisoblash dasturi, natijalar tahlili	Ama liy			
7	Integrallar qiymatini hisoblashda qo‘llaniladigan formulalarni taqqoslash	4	algoritm, hisoblash dasturi, natijalar tahlili	Ama liy			
8	Oddiy differensiyal tenglamalarni yechishning Koshi usuli.	4	algoritm, hisoblash dasturi, natijalar tahlili	Ama liy			
9	Eng kichik kvadratlar usuli uchun algoritm va dastur	4	algoritm, hisoblash dasturi, natijalar tahlili	Ama liy			

Maslahat o‘tkazilganligini qayd qilish jadvali

№	Maslahat mazmuni	Sana	O‘qituvchi F.I.Sh.	Imzo
1.				
2.				
3.				
4.				
5.				
6.				

Izoh: Maslahat sonini aniqlashda quyidagiga amal qilingan. Akademik guruhda talabalar soni o‘rtacha 25-30 ta bo‘ladigan bo‘lsa, 28 soatli yuklamani bajarish uchun o‘qituvchi taxminan 1 soatdan har bir talabaga vaqt ajratishi lozim. Har bir maslahat 5-10 minut davom etsa, biz 1 soatni qoplagan bo‘lamiz. Demak, 6 ta maslahat o‘tkazilsa kifoya.

Matematik va kompyuterli modellashtirish asoslari fanidan mustaqil ishlarni bajarish uchun tavsiyalar
(III kurs)

1-Mavzu. Xatoliklar arifmetikasi va asosiy teoremalari

Hajmi: 2 soat
Maqsadi: Talaba bevosita masalalar ro‘yxatidan o‘zi tanlagan variant bo‘yicha tayyorlanib, adabiyotlar bilan ishlab, o‘z fikr-mulohazalarini yorita olishi.
Referatni rasmiylashtirish tartibi:

- Titul varaqasi
- Mavzu
- Reja
- Asosiy matn
- Foydalanilgan adabiyotlar ro‘yxati
- Foydalanilgan internet manbalari
- Matnning elektron varianti
- Referatni jildlash
- Referat hajmi kamida 10 bet, 14 punktli shrift va 1,5 intervalda bo‘lishi lozim
- Ilovada taqdimot uchun tayyorlanilgan slaydlarni kiritish lozim.

Mavzu bo‘yicha qo‘llaniluvchi didaktik va texnik vositalar: Kompyuter, disketa yoki kompakt-disk.
Tavsiya etilgan adabiyotlar: [1-6] va Internet manbalari

1- Mustaqil ishga doir masalalar variantlari.

1. Quyidagi sonlarni qiymatli uch xona(raqam)gacha yaxlitlab, hosil bo‘lgan taqribiy sonlarning absolyut Δ va nisbiy δ xatosini aniqlang:

a) 2,1514; 6)0,16152; v)0,01204; g) 1,225;
d) 0,001528; ye)-392,85; j) 0,1545; z) 0,03922.

2. Quyidagi taqribiy sonlarning absolyut xatosini ularning nisbiy xatosiga asoslanib aniqlang:

a) a = 13267, δ= 0,1 %; *b)* a = 2,32, δ = 0,7%;
v) a = 35,72, δ = 1 %; g) a = 0,896, δ = 10%.

3. Bir necha burchaklarning o‘lchanishi natijasida quyidagilar olindi: d_1 = 21°37'3", d_2 =45°, d_3 =1°10", d_4 = 75°20'44".

d_1, d_2, d_3, d_4 sonlarining nisbiy xatosini absolyut xatolikni 1 ga teng deb hisoblab aniqlang.

4. Agar x sonining absolyut xatosi aniq bo‘lsa, undagi qiymatli raqamlar sonini aniqlang.

a)x = 0,3941, Δ_x =0,25-10"; b)x = 0,1132, Δ_x=0,1*10"^{3};
v)x = 38,2543, Δ_x =0,27-10 ^{2}; g) x = 293,481, Δ_x=0,1.

5. a sonining nisbiy xatosi aniq bo‘lsa, undagi qiymatli raqamlar sonini aniqlang.

a)a = 1,8921, δ_o=*0,1-YU*"^{2}; *b)* a = 0,2218, δa =0,2-10"^{1};
v) d = 22,351, δ_o = 0,1; g) a = 0,02425, δ_a = 0,5 • 10"^{2}.

6. Taqribiy sonlarning ko‘paytmasini toping va hisoblashlarning xatoligini aniqlang (berilgan sonlarning barcha raqamlari qiymatli deb hisoblagan holda).

a) 3,49 • 8,6; b) 25,1 • 1,743; v) 0,02 • 16,5;
g) 0,253 • 6,54 • 86,6; d) 1,78 • 9,1 • 1,183; e) 482,56 • 0,0052.

7. Taqribiy sonlarning bo‘linmasini toping.

a) 5,687 ÷ 5,032; 6)0,144 ÷ 1,2; v) 216÷4;
g) 726,676÷829; d) 754,9367÷ 36,5.

8. To‘g‘ri to‘rtburchakning tomonlari 4,02 ± 0,01 m, 4,96 ± 0,01 m.ga teng. To‘g‘ri to‘rtburchakning yuzasini hisoblang.

9. Doiraning radiusi R ni 0,5 sm aniqliqda o‘lchaganda 12 sm soni hosil bo‘ldi. Doira yuzini hisoblashdagi absolyut va nisbiy xatoni toping.

10. Kubning har bir qirrasi 0,02 sm aniqlikda o‘lchanganda 6 sm ga tengligi ma’lum bo‘ldi. Kubning hajmini hisoblashdagi absolyut va nisbiy xatolikni toping.

Funksiyaning absolyut va nisbiy xatosini topish

11. $y=\dfrac{ab}{\sqrt[3]{c}}$ $\quad a$ = 3,85 ±0,01; b = 2,0435 ± 0,004; s = 962,6 ±0,1.

12. $y=\left[\dfrac{(a+b)c}{m-n}\right]^2$ $\quad a$ = 4,3 ±0,05; b = **17,2** + 0,02; s = 22 ±0,05; t = 12,477 ±0,003; p = 8,37 ±0,005.

13. $y=\dfrac{\sqrt{ab}}{c}$ $\quad$ a = 228,6 + 0,05; b = 86,4±0,02; s = 68,7±0,05.

14. $y=\dfrac{m^3(a+b)}{c-d}$ $\quad a$ = 13,5 ±0,02; b = 7,5±0,02; s= 34,5±.0,022; = *3,325* ±0,005; t = 4,22 ±0,004.

15. $y=\dfrac{\sqrt{ab}}{c}$, $\quad a$ = 3,845 ± 0,004; b = 6,2 ±0,05; s = 0,8 ±0,1.

Mavzu bo‘yicha qo‘llaniluvchi didaktik va texnik vositalar: Kutubxona kompyuter sinfidagi Sonli usullar fanidan tayyorlanilgan elektron darslik bo‘yicha mavzu bilan tanishish.
Tavsiya etilgan adabiyotlar: Elektron darslik

2-Mavzu. Tenglamalarni taqriban yechishning barcha usullari

Hajmi: 2 soat
Maqsadi: Tenglamalarni taqriban yechishning barcha usullarini o‘rganish. Talaba bevosita masalalar ro‘yxatidan o‘zi tanlagan variant bo‘yicha tayyorlanib, adabiyotlar bilan ishlab, o‘z fikr-mulohazalarini yorita olishi.

Reja:
1. Mavzuga doir adabiyotlar bilan tanishish
2. Qo‘yilgan masalaning modelini tuzish
3. Qo‘yilgan masalaning ixtiyoriy dasturlash tilidagi dasturini tuzish

Mustaqil ishga doir masalalar variantlari.

Tenglamaning ildizlarini grafik usulda ajrating va uning taqribiy yechimlarini e=0.001 aniqlikda yuqorida sanab o‘tilgan barcha usullar yordamida toping va natijalarni tahlil qiling.

1. a) $2x^3-2x-1=0$ b) $3x+\cos x+1=0$
2. a) $x^3-x+7=0$ b) $\ln x+2\sqrt{x}=0$
3. a) $2x^3-2x^2+3x+1=0$ b) $x+\cos x-1=0$
4. a) $2x^3-x-5=0$
5. a) $x^3-3x^2+2x-4=0$ b) $x^2+4\cdot\sin x=0$
6. a) $x^3+2x^2+5x+2=0$ b) $\ln x+x+1=0$
7. a) $2x^3+2x-4=0$ b) $2x-\lg x=3$
8. a) $x^3-2x^2+7x-1=0$
9. a) $2x^3+3x+4=0$ b) $x^2=3\sin x$
10. a) $x^3-3x^2+6x+2=0$ b) $3x-2\ln x=4$

Mavzu bo‘yicha qo‘llaniluvchi didaktik va texnik vositalar: Kompyuter, disketa yoki kompakt-disk.
Tavsiya etilgan adabiyotlar: [1-6] va Internet manbalari

3-Mavzu. Chiziqli tenglamalar sistemasini Gauss usuli bilan yechish algoritmi va dasturi

Hajmi: 2 soat
Maqsadi: Talaba bevosita masalalar ro‘yxatidan o‘zi tanlagan variant bo‘yicha tayyorlanib, adabiyotlar bilan ishlab, o‘z fikr-mulohazalarini yorita olishi.

Reja:
1. Mavzuga doir adabiyotlar bilan tanishish
2. Qo‘yilgan masalaning modelini tuzish
3. Qo‘yilgan masalaning ixtiyoriy dasturlash tilidagi dasturini tuzish

Chiziqli tenglamalar sistemasini Gauss usuli bilan yechishga doir masalar variantlari

1. $$\left.\begin{aligned} &1,4x_1+0,3x_2-0,4x_3+0,9x_4=1,3,\\ &0,6x_1-0,4x_2+1,3x_3-0,6x_4=-0,4,\\ &0,8x_1-2,2x_2-0,5x_3+0,5x_4=0,6,\\ &0,3x_1+1,4x_2+0,6x_3-1,3x_4=0,9.\end{aligned}\right\}$$

2. $$\left.\begin{aligned} &7,5x_1-2,4x_2+4,1x_3+1,2x_4=9,9,\\ &7,1x_1+2,7x_2-1,4x_3+1,4x_4=6,9,\\ &-1,8x_1-x_2+4,3x_3+1,3x_4=7,9,\\ &1,5x_1-3,4x_2+7,8x_3-1,8x_4=15,1.\end{aligned}\right\}$$

3. $$\left.\begin{aligned} &-3,1x_1+2x_2-4x_3+5x_4=4,9,\\ &2x_1-x_2+x_3+1,2x_4=-9,7,\\ &x_1-3x_2-2x_3+2,7x_4=13,1,\\ &5x_1-x_2+3x_3+7,8x_4=10,6.\end{aligned}\right\}$$

4. $$\left.\begin{aligned} &2,6x_1-3,1x_2+3,4x_3+2,5x_4=3,5,\\ &6,6x_1+9,9x_2-2,3x_3-0,1x_4=-4,3,\\ &10,1x_1+3,2x_2-3,7x_3-2,8x_4=3,8,\\ &8,9x_1+6,4x_2+1,1x_3+3,9x_4=-7,8.\end{aligned}\right\}$$

5. $$\left.\begin{aligned} &3,5x_1+0,2x_2+3,8x_3-0,3x_4=0,8,\\ &4,5x_1+2,1x_2-0,1x_3-0,2x_4=1,1,\\ &-2,1x_1+3,2x_2+0,2x_3-0,2x_4=0,2,\\ &3,2x_1+1,8x_2-3,2x_3+0,2x_4=0,1..\end{aligned}\right\}$$

6. $$\left.\begin{aligned} &1,1x_1+2,3x_2+5,5x_3+2,3x_4=7,9,\\ &3,3x_1+1,3x_2+1,8x_3+3,1x_4=2,6,\\ &2,6x_1+4,3x_2+1,1x_3+1,7x_4=10,6,\\ &1,1x_1+3,8x_2+2,9x_3+2,7x_4=9,3.\end{aligned}\right\}$$

7. $$\left.\begin{aligned} &1,3x_1+3,2x_2+2,1x_3+3,3x_4=1,9,\\ &3,5x_1-4,1x_2-5,3x_3-2,5x_4=-4,7,\\ &2,8x_1+3,5x_2-7,6x_3-4,9x_4=-6,7,\\ &1,4x_1+2,8x_2+3,9x_3-1,8x_4=-4,8.\end{aligned}\right\}$$

8. $$\left.\begin{aligned} &0,2x_1+0,8x_2-0,1x_3+0,2x_4=0,1,\\ &0,8x_1+1,1x_2+0,1x_3+1,1x_4=2,3,\\ &-0,3x_1+0,1x_2+3,0x_3-2,0x_4=0,1,\\ &0,1x_1+1,1x_2+1,1x_3-1,3x_4=0,2.\end{aligned}\right\}$$

9. $$\left.\begin{aligned} &1,1x_1+1,3x_2-6,3x_3-4,5x_4=6,3,\\ &3,9x_1-0,7x_2-6,8x_3-4,7x_4=2,7,\\ &2,8x_1+3,3x_2+9,1x_3+2,8x_4=6,9,\\ &3,1x_1+2,7x_2+3,4x_3-8,1x_4=-7,1.\end{aligned}\right\}$$

10. $$\left.\begin{aligned} &1,1x_1+2,3x_2+3,4x_3-2,0x_4=6,5,\\ &2,8x_1-1,2x_2-2,3x_3-3,9x_4=8,8,\\ &3,9x_1+2,8x_2-1,3x_3+2,8x_4=4,1,\\ &2,7x_1-3,6x_2+2,6x_3+1,7x_4=-8,7.\end{aligned}\right\}$$

11. $$\left.\begin{aligned} &6,1x_1-x_2-x_3+1,5x_4=7,6,\\ &-x_1+6,3x_2-x_3+5,7x_4=3,9,\\ &-x_1-x_2+6,7x_3+3,4x_4=4,6,\\ &2,2x_1-x_2+3,1x_3-1,4x_4=7,2.\end{aligned}\right\}$$

12. $$\left.\begin{aligned} &2,3x_1-1,1x_2+3,4x_3+2,6x_4=4,3,\\ &3,4x_1+3,8x_2+3,6x_3-2,1x_4=6,5,\\ &3,9x_1-0,3x_2-0,1x_3+2,3x_4=6,3,\\ &3,1x_1-0,7x_2+3,8x_3-1,1x_4=5,1.\end{aligned}\right\}$$

13. $$\left.\begin{array}{l} -x_1+0{,}1x_2-2{,}1x_3-0{,}1x_4=0{,}2, \\ 0{,}8x_1+0{,}2x_2-0{,}2x_3-0{,}8x_4=1{,}4, \\ 0{,}3x_1-0{,}2x_2+0{,}4x_3+0{,}5x_4=2{,}1, \\ 1{,}1x_1+3{,}1x_2+0{,}2x_3-1{,}1x_4=-0{,}1. \end{array}\right\}$$

14. $$\left.\begin{array}{l} 0{,}7x_1-x_2+3{,}2x_3+4{,}1x_4=0{,}1, \\ x_1+x_2-8{,}3x_3+2{,}4x_4=10{,}2, \\ 3{,}8x_1-0{,}5x_2-2{,}4x_3+8{,}8x_4=1{,}1, \\ 8{,}3x_1+7{,}3x_2-0{,}7x_3+10{,}1x_4=9{,}2. \end{array}\right\}$$

15. $$\left.\begin{array}{l} 2{,}1x_1+3{,}3x_2-0{,}7x_3+0{,}1x_4=1{,}1, \\ 8{,}3x_1+12{,}1x_2-9{,}3x_3+8{,}7x_4=3{,}3, \\ 4{,}8x_1+6{,}2x_2+3{,}4x_3-2{,}5x_4=3{,}5, \\ 2{,}6x_1+3{,}7x_2+9{,}8x_3-7{,}6x_4=3{,}4. \end{array}\right\}$$

16. $$\left.\begin{array}{l} 0{,}1x_1+0{,}3x_2+0{,}4x_3+0{,}2x_4=0{,}1, \\ 0{,}3x_1+2{,}1x_2+3{,}4x_3+4{,}6x_4=6{,}2, \\ 0{,}5x_1+3{,}3x_2+6{,}4x_3+10{,}1x_4=8{,}3, \\ 0{,}2x_1+4{,}1x_2+10{,}3x_3+2{,}9x_4=9{,}2. \end{array}\right\}$$

Mavzu bo‘yicha qo‘llaniluvchi didaktik va texnik vositalar: Kompyuter, disketa yoki kompakt-disk.
Tavsiya etilgan adabiyotlar: [1-6] va Internet manbalari

4-Mavzu. Kvadrat ildizlar usuli yordamida tenglamalar sistemasini yechishning algoritmi va dasturi.

Hajmi: 4 soat
Maqsadi: Talaba bevosita masalalar ro‘yxatidan o‘zi tanlagan variant bo‘yicha tayyorlanib, adabiyotlar bilan ishlab, o‘z fikr-mulohazalarini yorita olishi.

Reja:
4. Mavzuga doir adabiyotlar bilan tanishish
5. Qo‘yilgan masalaning modelini tuzish
6. Qo‘yilgan masalaning ixtiyoriy dasturlash tilidagi dasturini tuzish

Mavzu bo‘yicha qo‘llaniluvchi didaktik va texnik vositalar: Kutubxona kompyuter sinfidagi Informatika fanidan tayyorlanilgan elektron darslik bo‘yicha mavzu bilan tanishish.
Tavsiya etilgan adabiyotlar: [1-6]

5-Mavzu. Lagranj interpolyasion ko‘phadni qurish va xatoligini baholash algoritmi va dasturi

Hajmi: 4 soat
Maqsadi: Talaba bevosita masalalar ro‘yxatidan o‘zi tanlagan variant bo‘yicha tayyorlanib, adabiyotlar bilan ishlab, o‘z fikr-mulohazalarini yorita olishi.

Reja:
1. Mavzuga doir adabiyotlar bilan tanishish
2. Qo‘yilgan masalaning modelini tuzish
3. Qo‘yilgan masalaning ixtiyoriy dasturlash tilidagi dasturini tuzish

Lagranj interpolyasion ko‘phadni qurishga doir masalar variantlari

Teng uzoqlikda joylashgan tugunlarda y funksiyaning qiymatlari berilgan. Nyutonning birinchi va ikkinchi interpolyatsion formulalari yordamida ko‘phad quring va x nuqtadagi qiymatini hisoblang.

x	y	№	x
1,375	5,04192	1	1,3832
1,380	5,17744	3	1,3926
1,385	5,32016	5	1,3862

x	y	№	x
0,115	8,65729	2	0,1264
0,120	8,29729	4	0,1315
0,125	7,95829	6	0,1232

1,390 1,395 1,400	5,47069 5,62968 5,79788	7	1,3934
		9	1,3866
		11	1,3795

0,130 0,135 0,140	7,64893 7,36235 7,09613	8	0,1334
		10	0,1285
		12	0,1356

x	y	№	x
1,415 1,420 1,425 1,430 1,435 1,440 1,445	0,888551 0,889599 0,890637 0,891667 0,892687 0,893698 0,894688	13	1,4179
		15	1,4258
		17	1,4396
		19	1,4236
		21	1,4315
		23	1,4215
		25	1,4277

x	y	№	x
0,150 0,155 0,160 0,165 0,170 0,175 0,180	6,61659 6,39989 6,19658 6,00551 5,82558 5,65583 5,42667	14	0,1521
		16	0,1611
		18	0,1662
		20	0,1542
		22	0,1625
		24	0,1711
		26	0,1753

Teng uzoqlikda joylashmagan tugunlarda y funksiyaning qiymatlari berilgan. Lagranj interpolyatsion formulalari yordamida ko‘phad quring va x nuqtadagi qiymatini hisoblang.

x	*y*	№	*x*
0,43	1,63597	1	0,702
0,48	1,73234	3	0,512
0,55	1,87686	5	0,645
0,62	2,03345	7	0,736
0,70	2,22846	9	0,608
0,75	2,35973	11	0,478

x	*y*	№	x
0,02	1,02316	2	0,102
0,08	1,09590	4	0,114
0,12	1,14725	6	0,125
0,17	1,21483	8	0,203
0,23	1,30120	10	0,154
0,30	1,40976	12	0,087

X	*y*	№	*x*
0,35	2,73951	13	0,526
0,41	2,30080	15	0,453
0,47	1,96864	17	0,482
0,51	1,78776	19	0,552
0,56	1,59502	21	0,436
0,64	1,34310	23	0,635
0,69	1,16321	25	0,667

x	*y*	№	*x*
0,68	0,80866	14	0,896
0,73	0,89492	16	0,812
0,80	1,02964	18	0,774
0,88	0,20966	20	0,955
0,93	1,34087	22	0,715
0,99	1,52368	24	0,984
1,07	1,75826	26	0,845

Mavzu bo‘yicha qo‘llaniluvchi didaktik va texnik vositalar: Kutubxona kompyuter sinfidagi Informatika fanidan tayyorlanilgan elektron darslik bo‘yicha mavzu bilan tanishish.
Tavsiya etilgan adabiyotlar: Elektron darslik, ma’ruza matni

6-Mavzu. Simpson va to‘g‘ri to‘rtburchak formulasi bo‘yicha aniq integralning taqribiy qiymatini topish.

Hajmi: 4 soat
Maqsadi: Talaba bevosita masalalar ro‘yxatidan o‘zi tanlagan variant bo‘yicha tayyorlanib, adabiyotlar bilan ishlab, o‘z fikr-mulohazalarini yorita olishi.

Reja:
1. Mavzuga doir adabiyotlar bilan tanishish
2. Qo‘yilgan masalaning modelini tuzish
3. Qo‘yilgan masalaning ixtiyoriy dasturlash tilidagi dasturini tuzish

Variantlar:
Integrallarning qiymatini 3xona aniqlikda trapetsiya va Simpson formulalari yordamida hisoblang..

1.	$\int\limits_{0,8}^{1,6} \frac{dx}{\sqrt{2x^2+1}}$	2.	$\int\limits_{1,2}^{2,8} \frac{dx}{\sqrt{x^2+3,2}}$	3.	$\int\limits_{1}^{2} \frac{dx}{\sqrt{2x^2+1,3}}$
4.	$\int\limits_{0,2}^{1,2} \frac{dx}{\sqrt{x^2+1}}$	5.	$\int\limits_{0,6}^{1,4} \frac{dx}{\sqrt{2x^2+3}}$	6.	$\int\limits_{0,4}^{1,2} \frac{dx}{\sqrt{2+0,5x^2}}$
7.	$\int\limits_{1,4}^{2,4} \frac{dx}{\sqrt{3x^2-1}}$	8.	$\int\limits_{1,2}^{2,4} \frac{dx}{\sqrt{0,5+x^2}}$	9.	$\int\limits_{0,4}^{1,2} \frac{dx}{\sqrt{3+x^2}}$
10.	$\int\limits_{0,6}^{1,6} \frac{dx}{\sqrt{1+2x^2}}$	11.	$\int\limits_{2}^{3} \frac{dx}{\sqrt{x^2-1}}$	12.	$\int\limits_{0,5}^{1,5} \frac{dx}{\sqrt{x^2+2}}$
13.	$\int\limits_{1,2}^{2,6} \frac{dx}{\sqrt{x^2+0,6}}$	14.	$\int\limits_{1,4}^{2,2} \frac{dx}{\sqrt{3x^2+1}}$	15.	$\int\limits_{0,8}^{1,8} \frac{dx}{\sqrt{x^2+4}}$
16.	$\int\limits_{1,8}^{2,6} \frac{dx}{\sqrt{x^2+0,25}}$	17.	$\int\limits_{0,6}^{1,6} \frac{dx}{\sqrt{x^2+0,8}}$	18.	$\int\limits_{1,2}^{2} \frac{dx}{\sqrt{x^2+1,2}}$
19.	$\int\limits_{1,4}^{2,2} \frac{dx}{\sqrt{2x^2+0,6}}$	20.	$\int\limits_{3,2}^{4,2} \frac{dx}{\sqrt{0,5x^2+1}}$	21.	$\int\limits_{0,8}^{1,8} \frac{dx}{\sqrt{2x^2+0,3}}$
22.	$\int\limits_{1,2}^{2,0} \frac{dx}{\sqrt{0,5x^2+1,5}}$	23.	$\int\limits_{2,1}^{3,1} \frac{dx}{\sqrt{x^2-3}}$	24.	$\int\limits_{1,3}^{2,3} \frac{dx}{\sqrt{0,2x^2+1}}$
25.	$\int\limits_{0,4}^{1,4} \frac{dx}{\sqrt{12x^2+0,5}}$	26.	$\int\limits_{1,3}^{2,3} \frac{dx}{\sqrt{3x^2-0,4}}$	27.	$\int\limits_{1,4}^{2,8} \frac{dx}{\sqrt{1,5x^2+0,7}}$

Mavzu bo‘yicha qo‘llaniluvchi didaktik va texnik vositalar: Kutubxona kompyuter sinfida mavjud elektron darslik doirasidagi test , krossvord bandlari bilan ishlash.
Tavsiya etilgan adabiyotlar: Elektron darslik

7-Mavzu. Integrallar qiymatini hisoblashda qo‘llaniladigan formulalarni taqqoslash.
Hajmi: 4 soat
Maqsadi: Talaba bevosita masalalar ro‘yxatidan o‘zi tanlagan variant bo‘yicha tayyorlanib, adabiyotlar bilan ishlab, o‘z fikr-mulohazalarini yorita olishi.

Reja:
1. Mavzuga doir adabiyotlar bilan tanishish
2. Qo‘yilgan masalaning modelini tuzish
3. Qo‘yilgan masalaning ixtiyoriy dasturlash tilidagi dasturini tuzish

Variantlar:

Mavzu bo‘yicha qo‘llaniluvchi didaktik va texnik vositalar: Kafedra kompyuter sinfidagi kompyuterlarda bevosita mavzu bo‘yicha dastur bilan tanishish.

Tavsiya etilgan adabiyotlar: [1-6]

8-Mavzu. Oddiy differensiyal tenglamalarni yechishning Koshi usuli.

Hajmi: 4 soat
Maqsadi: Talaba bevosita masalalar ro‘yxatidan o‘zi tanlagan variant bo‘yicha tayyorlanib, adabiyotlar bilan ishlab, o‘z fikr-mulohazalarini yorita olishi.

Reja:
1. Mavzuga doir adabiyotlar bilan tanishish
2. Qo‘yilgan masalaning modelini tuzish
3. Qo‘yilgan masalaning ixtiyoriy dasturlash tilidagi dasturini tuzish

Variantlar:
Eyler va Runge-Kutta usullari yordamida berilgan differensial tenglama uchun Koshi masalasini h=0.1 qadam bilan [0;1] oraliqda yechimini topish algoritmi va dasturini tuzing.

№	Tenglama	Boshlan\ich shart
1	$y' = (x+1)^{1/2}y - 0{,}5x^2$	$y(0) = 1{,}2$
2	$y' = (x^2+1)^{1/2}y + 4{,}5x$	$y(0) = 1{,}4$
3	$y' = 3{,}4x^2y - 2{,}8x^2$	$y(0) = 0{,}6$
4	$y' = (x+3)^{1/2}y - 1{,}3x^2$	$y(0) = 1{,}6$
5	$y' = 4{,}5x^2 + y - 6{,}4x + 1$	$y(0) = 4{,}2$
6	$y' = 2{,}7x^2y + 3{,}8x + y$	$y(0) = 4{,}6$
7	$y' = 8{,}5x^3y + \sin x^2$	$y(0) = 2{,}8$
8	$y' = 5{,}2x - y + 4.8x^3$	$y(0) = 4{,}2$
9	$y' = 4{,}2xy + x^2 - \cos x$	$y(0) = 4{,}8$
10	$y' = 5{,}4xy + 1{,}5x^2 + \ln y$	$y(0) = 2{,}6$
11	$y' = 8{,}6x^3y - 5{,}1x^2 + 2$	$y(0) = 4{,}2$
12	$y' = (3{,}5x+1)y + x^2 + 1{,}6$	$y(0) = 2{,}6$
13	$y' = (2x+5)^{1/2}y + 1{,}5x^2$	$y(0) = 2{,}4$
14	$y' = (x^2-1)^{1/3}y - 0{,}6x^2$	$y(0) = 1{,}2$
15	$y' = (2x+1)^{1/2}y + 3{,}4x^2 + 1{,}2$	$y(0) = 1{,}2$
16	$y' = (3x^2+1)y - 3{,}4x^2 + 1{,}4$	$y(0) = 1{,}5$
17	$y' = (4x^2+1)y - 3{,}5x^2 + 1{,}2$	$y(0) = 1{,}6$
18	$y' = (4x^2-1)y + 1{,}8x^3 - 12$	$y(0) = 1{,}2$
19	$y' = x^{1/2} + 7x^3y - 3x^2$	$y(0) = 3{,}2$
20	$y' = 4{,}6x^3 + 2x^3 + 2.8$	$y(0) = 2{,}9$

Mavzu bo‘yicha qo‘llaniluvchi didaktik va texnik vositalar: Kafedra kompyuter sinfidagi kompyuterlarda bevosita mavzu bo‘yicha dastur bilan tanishish.
Tavsiya etilgan adabiyotlar:[1-6]

9-Mavzu. Eng kichik kvadratlar usuli uchun algoritm va dastur

Hajmi: 2 soat
Maqsadi:Amaliy mashg‘ulotga tayyorgarlik ko‘rish.
Reja:
1. Excelda avtoto‘ldirishlar va avtohisoblashlar
2. Progressiya. Saralash amali.

3. Funksiya ustasi. Nisbiy va absolyut murojaat
4. Excelda jadvalli hujjat tayyorlash

Mavzu bo‘yicha qo‘llaniluvchi didaktik va texnik vositalar: Kafedra kompyuter sinfidagi kompyuterlarda bevosita mavzu bo‘yicha dastur bilan tanishish.
Tavsiya etilgan adabiyotlar: [1-6]

Mustaqil ishni baholash tartibi

“Navoiy davlat pedagigika institutida talaba mustaqil ishini tashkil etish, nazorat qilish va baholash tartibi to‘g‘risidagi” nizomga binoan talabaning mustaqil ishini baholash 100 foizlik tizim bo‘yicha olinib, keyinchalik uni bevosita ballga aylantirish tavsiya etiladi. Reja asosida bajarilgan ishlarning mantiqiy xulosasi sifatida taqdimot hisoblanadi, shu bois taqdim etilgan natijalar bo‘yicha quyidagi jadval asosida talabaning bilimi baholanadi:

№	Bajarilgan ishlar	Maksimal ball	Ball
1.	Kundalik bo‘yicha barcha bandlarning bajarilganligi	10	
2.	Referatni elektron variantining mavjudligi	5	
3.	Maslahatlarga qatnashganligi	5	
4.	Taqdimot faylining mavjudligi	25	
5.	Internetdan ma’lumotlar to‘planganligi	5	
6.	Mustaqil ish mavzusini yorita olish qobiliyati	20	
7.	Mavzu bo‘yicha berilgan savollarga javoblar	20	
8.	Taqdimot jarayonida talabaning faolligi	10	
	Jami:	100	

Iqtidorli talabalar uchun mavzular

Iqtidorli talabalarni qiziqarli mavzular bo‘yicha mustaqil ishini tashkillashtirish maqsadida hamda kelajakda konferensiyalarda ularning ishtirok etishlarini ta’minlash maqsadida quyidagi mavzular tavsiya etiladi:

1. Chiziqli algebraik tenglamalar sistemasini yechishning Zeydel usuli
2. Ikkinchi tartibli integrallarni taqribiy hisoblash.
3. Chiziqli bo‘lmagan tenglamalar sistemalarini taqribiy yechish usullari
4. Fanga doir saytlar tahlili

Ushbu mavzularni bajarish maqsadida talabalar ijodiy guruhlari tashkillashtirishi mumkin va bu orqali mustaqil ishlarning bajarishiga ruxsat beriladi. Ushbu ijodiy guruhlar taqdimoti qo‘yilgan barcha talablar asosida o‘tkaziladi.

Mustaqil ish hisobot to‘plamining tarkibi:

1. Titul varaqasi
2. Baholash jadvali
3. Mustaqil ish rejasi
4. Mustaqil ish kundaligi
5. Maslahat o‘tkazilganligi grafigi
6. Referat
7. Taqdimot uchun tayyorlanilgan hujjatlar

Asosiy adabiyotlar

1. A.A.Abduqodirov va boshqalar. Hisoblash matematikasi va dasturlash. – T.: O‘qituvchi, 1996.
2. A.A. Abduqodirov. Hisoblash matematikasi va dasturlashdan laboratoriya ishlari. – T.: O‘qituvchi, 1993.
3. В.М. Заварикин, В.Г. Житомирский, М.П. Лапчик. Численные методы.- М.: Просвещение, 1991.
4. Г.Н. Воробьёва, А.Н. Данилова Практикум по вычислительной математики.- М., Высшая школа,1991.
5. M. Isroilov. Hisoblash metodlari. I – qism. – T.: O‘qituvchi, 1988.
6. K. Safoyeva, N. Beknazarova. Operasiyalarni tekshirishning matematik usullari. 2 – qism. – T.: O‘qituvchi, 1990.

Qo‘shimcha adabiyotlar

1. V.Q.Qobulov. Funksional analiz va hisoblash matematikasi. – T.: O‘qituvchi, 1976.
2. Калиткин Н.Н. Численные методы. - М., Наука, 1978, 512с.
3. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы. - М.: Наука, 1989, 432с.
4. Демидович Б.П., Марон И.А. Основы вычислительной математики. - М., Наука, 1966, 664с.
5. Самарский А.А. Введение в численные методы. - М.: Наука, 1997, 239с.
6. www.ziyonet.uz, WWW.almath.ru , www.book.ru , www.exponenta.ru internet portallari va qidiruv saytlari.

TESTLAR TO‘PLAMI

1. Real jarayonning matematik tavsivlanishi noaniqligidan kelib chiqadigan xatolik nima deyiladi?
A) *matematik model xatoligi
B) boshlang‘ich ma’lumotlar xatoligi
C) yo‘qotib bo‘lmaydigan xatolik
2. Hisoblashlarda qatnashayotgan taqribiy a son bilan shu sonning aniq qiymati A orasidagi farq nima deyiladi?
A) absalyut xatolik
B) *xatolik
C) nisbiy xatolik
3. Tartibida transsendent funksiyalar mavjud bo‘lgan tenglamalar
A) bir noma’lum algebraik tenglamadir
B) teskari trigonometrik tenglamadir
C) *transendent tenglamalardir
4. Berilgan tenglamani haqiqiy ildizlarini topish necha bosqichda bajariladi?
A) 1 bosqichda
B) *2bosqichda
C) cheksiz ko‘p
5. Haqiqiy ildizlarni taqribiy hisoblash deganda nima tushuniladi?
A) *ildizni berilgan aniqlikkacha hisoblash
B) haqiqiy ildizni ajratish
C) yaxlitlash
6. Ketma-ket yaqinlashish usulining mohiyati nimadan iborat?
A) *yechimning ma’lum yaqinlashishi bo‘yicha navbatdagi aniqroq (yechimni) yaqinlashishni topishdan iborat
B) ichma-ich joylashgan kesmalar ketma-ketligini ko‘rishdan iborat
C) ildizlar joylashgan oraliqni qidirib topishdan iborat
7. Ketma-ket yaqinlashish usuli nima deyiladi?
A) grafik usul
B) *n’yuton usuli
C) iteratsiya
8. Kesmaning teng ikkiga bo‘lish usulining mohiyati berilgan qatorni toping.
A) izlanayotgan ildizlar joylashgan oraliqni topish
B) *ichma-ich joylashgan kesmalar ketma-ketligini ko‘rish
C) teng ta’sir prinsipini topish
9. Yaxlitlash natijasida paydo bo‘ladigan xatolik nima deyiladi?
A) usul xatolik
B) hisoblash xatoligi
C) *yo‘qotib bo‘lmaydigan xatolik
10. Nisbiy xatolik chegarasi qaysi harf bilan belgilanadi?
A) h
B) *E
C) c
11. Usul xatolikka ta’rif bering
A) *yechimda qo‘llanilgan usullar noaniqligidan kelib chiqadigan xatolik
B) hisoblashlarda vujudga keladigan xatolik
C) yaxlitlash natijasida vujudga keladigan xatolik
12. h kattalik qanday kattalik?
A) nisbiy xatolik chegarasi
B) daraja xatoligining belgisi

C) *absolyut xatolik chegarasi
13. Oʻnli kasr koʻrinishda berilgan sonning chapdan noldan farqli raqamdan boshlangan barcha raqamlari.
A) ishonchli raqam
B) *qiymatli raqam
C) aniq son
14. N’yuton usuli yana qanday usul deyiladi?
A) *urinmalar usuli
B) interpolyatsiya usuli
C) iteratsiya usuli
15. Vatarlar usulining mohiyati
A) izlanayotgan izldizga urinmalar utkazib cheksiz yaqinlashish
B) *istalgan vatar oʻtkazish bilan izlanayotgan yaqinlashuvchi ketma-ketlikni tuzish
C) ma’lum yaqinlashishboʻyicha navbatdagi yaqinlashishni topish
16. Birlashgan usulda qaysi usullar birgalikda qoʻllaniladi?
A) iteratsiya-interpolyatsiya usullari
B) nyuton-gauss usullari
C) *urinmalar-vatarlar usullari
17. Toʻgʻri chiziqli interpolyatsiyalash usulida vatar oʻtkazish jarayonini necha marta takrorlash mumkin?
A) faqat bir marta
B) ikki marta
C) *cheksiz koʻp
18. Chiziqli algebraik tenglamalar sistemasining noma’lumlarini ma’lum taqribiy qiymatini topish usullari.
A) *iteratsion usul
B) aniq usul
C) iteratsion aniq usul
19. Aniq usulga misol keltiring
A) gauss usuli
B) kvadrat ildizlar usuli
C) *a va b javoblar
20. Chiziqli tenglamalar sistemasini yechish usullari nechta guruhga boʻlinadi?
A) yagona guruh
B) *2 ta guruh
C) 3 ta guruh
21. Toʻgʻri xulosani toping
A) *algebraik tenglamalar sistemasining tartibi uncha katta boʻlmasa aniq usul, aks holda iteratsion usuldan foydalaniladi.
B) Algebraik tenglamalar sistemasining tartibi kichik boʻlsa aniq usul, aks holda iteratsion usuldan foydalaniladi
C) Bu usullardan foydalanish algebraic tenglamalar sistemasining tartibiga bogʻliq emas
22. Noma’lumlarni ketma-ket yoʻqotish usuli nima deyiladi?
A) kramer usuli
B) *gauss usuli
C) kvadrat ildizlar usuli
23. “Toʻgʻri yurish” va “Teskari yurish” qaysi usulga xos?
A) *gauss usuliga
B) kramer usuliga
C) iteratsion usulga
24. n noma’lumli chiziqli algebraic tenglamalar sistemasini Gauss usuli bilan yechish uchun nechta koʻpaytirish va boʻlish amali zarur boʻladi?

A) $N = n^2 + 6n - 1 \ \ Tn$ ta

B) * $N = \frac{n}{3}(n^2 + 6n - 1)$ ta

C) $N = \frac{n}{3}(6n - 1)$ ta

25. Musbat aniqlangan simmetrik matritsali chiziqli tenglamalar sistemasini yechish uchun qaysi usuldan foydalaniladi?
A) teskari matritsani topish usulidan
B) kramer usulidan
C) *kvadrat ildizlar usulidan
26. Agar A matritsa uchun n=m shart bajarilsa u qanday matritsa hisoblanadi (n-satr, m-ustunlar soni)
A) satr matritsa
B) ustun matritsa
C) *kvadrat matritsa
27. Bosh diagonaliga tegishli bo‘lmagan barcha elementlari nollardan iborat kvadrat matritsa … deyiladi.
A) *diagonal matritsa
B) kvadrat matritsa
C) birlik matritsa
28. Lagranj interpolyatsion formulasida tugunlar orasidagi masofa o‘zgarmas bo‘lsa hosil bo‘ladigan ifoda nima deyiladi?
A) *Lagranj koeffitsiyenti
B) Lagranj formulasi
C) interpolyatsiya qadami
29. To‘g‘ri tasdiqni ko‘rsating
A) *funksiya o‘zgarmas songa ko‘paytirilsa, uning chekli ayirmasi o‘sha songa ko‘payadi
B) chekli ayirmalar faqat jadvalga joylashtiriladi
C) chekli ayirmalarning ikkita xossasi mavjud
30. f(x)=0 tenglamaning chap tomonidagi funksiyani nolga aylanuvchi $x=x_0$ qiymat bu tenglamaning … deyiladi?
A) qiymat
B) *ildiz
C) ishorasi
31. x-cos x=0 tenglamaning [0;1] kesmadagi ildizi kesmani necha marta teng ikkiga bo‘lish bilan topiladi
A) 13
B) *12
C) 10
32. f(x)=0 tenglama [a:b] oraliqda yechimga ega bo‘lishi uchun qanday shart bajarilishi kerak.
A) *f(a)⊙f(b)<0
B) f(a)⊙f(b)>0
C) f(a)⊙f(b)=0

33.Chiziqli almashtirish natijasida sistema uchburchak yoki trapetsiya ko‘rinishga keltirilsa qanday usul qo‘llanilgan hisoblanadi
A) *gauss usuli
B) n’yuton usuli
C) vatarlar usuli
34.Gauss usulida noldan farqli bo‘lishi talab etiladigan elementlar qaysi.
A) * bosh elementlar
B) barcha koeffitsiyentlari

C) ozod haqlar
35. Agar chiziqli tenglamalar sistemasi n-tartibli bo‘lsa element tanlangandan so‘ng koeffitsiyentlarni topish uchun nechta bo‘lish amali bajariladi
A) n ta
B) n+1 ta
C) *n-1 ta
36. Funksiyalar ko‘rinishining turi keltirilgan qatorni aniqlang
A) analitik, grafik
B)*analitik, grafik jadval
C)grafik

FAN DASTURI

O‘ZBEKISTON RESPUBLIKASI

OLIY VA O‘RTA MAXSUS TA’LIM VAZIRLIGI

Ro‘yxatga olindi

№______________

2015–yil “__”_________

Vazirlikning 2015–yil “__” “__”dagi “_______”– sonli buyrug‘i bilan tasdiqlangan

MATEMATIK VA KOMPYUTERLI MODELLASHTIRISH ASOSLARI

FAN DASTURI

Bilim sohasi: 100000 –Gumanitar

Ta’lim sohasi: 110000 –Pedagogika

Ta’lim yo‘nalishi: 5110700 – Informatika o‘qitish metodikasi

TOSHKENT – 2015

Fan dasturi Oliy va **o‘**rta maxsus, kasb-hunar ta’limi y**o‘**nalishlari b**o‘**yicha **o‘**quv-uslubiy birlashmalari faoliyatini muvofiqlashtiruvchi kengashning 2015–yil “___” ____________dagi ____– son majlis bayoni bilan ma’qullangan.

Fan dasturi Nizomiy nomidagi Toshkent davlat pedagogika universitetida ishlab chiqildi.

Tuzuvchilar:

Mamarajabov Mirsalim Elmirzayevich	Nizomiy nomidagi TDPU “Informatika o‘qitish metodikasi” kafedrasi dosenti, pedagogika fanlari nomzodi
Xaytullayeva Nafisa Saxobiddinovna	Nizomiy nomidagi TDPU “Informatika o‘qitish metodikasi” kafedrasi o‘qituvchisi

Taqrizchilar:

Isakov I.	Guliston davlat universiteti «Amaliy matematika va informatika» kafedrasi dosenti, pedagogika fanlari nomzodi
Boltaev B.	O‘zbekiston Respublikasi Xalq ta’lim vazirligi qoshidagi Respublika Ta’lim markazi “Ta’lim jarayoniga axborot kommunikasiya texnologiyalarini joriy etish” bo‘limini boshlig‘i, fizika-matematika fanlari nomzodi, dosent

Fan dasturi Nizomiy nomidagi Toshkent davlat pedagogika universiteti o‘quv–uslubiy kengashida tavsiya qilingan (2015–yil “___” ____________dagi ____– sonli bayonnoma).

KIRISH

Matematik modellashtirish real ob’ekt yoki jarayonlarni o‘rganishning eng samarali va universal tadqiqot usullaridan biri sifatida shakllandi. Shu sababli hozirgi kunda fan va texnika, xalq xo‘jaligi va boshqa sohalarda uchraydigan ko‘pgina amaliy masalalar matematik modellashtirish vositasida muvaffaqiyatli yechilmoqda.

Real ob’ektlarning modellari, modellashtirish fan va texnikada har xil g‘oya va gipotezalarni tekshirish, qayta ishlashda hamda eksperiment materiallari to‘plashda allaqachonlardan buyon ishlatilib kelinmoqda. Ammo, ob’ekt va hodisalarning bevosita matematik modelini qurish yoki ularni modellashtirish jarayoni mutaxassislardan juda katta mehnat va malaka talab qiladi. Bu jarayon bir necha bosqichdan iborat bo‘lib, unda sonli usullar modellashtirish jarayonida hosil bo‘ladigan matematik masalalarni yechishda eng qudratli matematik vositalardan biri sifatida katta ahamiyatga ega. O‘ozirgi kunda fan-texnika taraqqiyoti va bu taraqqiyot asosida sodir bo‘layotgan iqtisodiy, ijtimoiy hamda siyosiy sohalardagi rivojlanishni axborot texnologiyalari, shu jumladan kompyuterli texnologiyalarsiz tasavvur etib bo‘lmaydi. Ushbu texnologiyalar yordamida biror bir masalani hal etishda modellashtirish usul va vositalari, ayniqsa matematik va kompyuterli modellashtirish usullari keng qo‘llanilmoqda.

Fanning maqsad va vazifalari

5110700 – Informatika o‘qitish metodikasi ixtisosligi bo‘yicha bakalavrlarni tayyorlash Davlat ta’lim standartida mutaxassislik fanlari qatorida “Matematik va kompyuterli modellashtirish asoslari” o‘quv fani alohida o‘rin tutadi.

Ushbu fanning asosiy **maqsadi** – bakalavrlarda amaliy masalalarni hal etishda modellashtirish usul va vositalaridan foydalanish, hususan matematik va kompyuterli modellashtirish texnologiyalarini chuqur o‘zlashtirib olish, ta’lim tizimiga oid ilmiy izlanishlarda ulardan unumli foydalana olish malaka va ko‘nikmalarini hosil qilishdan iborat.

Fanning **vazifasi –** fizik, matematik va boshqa modellarni tuzish, formallashtirish, amaliy masalalar va ularni kompyuterda yechish, kompyuterda modellashtirish, hisoblash eksperimentni o‘tkazish matematik modellarni yechish usullari, sonli usullar, kuzatish natijalarini qayta ishlash, matematik dasturlash, chiziqli dasturlash, kompyuterli modellashtirish texnologiyasi, kompyuterli modellashtirishning dasturiy vositalari, o‘quv kompyuterli modellar, kompyuterli modellarni ishlab chiqish va ulardan o‘quv jarayonida foydalanish va ulardan muayan foydalanish haqida ma’lumot berishdan iborat.

Fan bo‘yicha talabalarning bilimi, ko‘nikma va malakalariga qo‘yiladigan talablar

“Matematika va kompyuterli modellashtirish asoslari” o‘quv fanini o‘zlashtirish jarayonida amalga oshiriladigan masalalar doirasida bakalavr:

-model tushunchasi va uning turlarini, modellashtirish, modellarni qurishning asosiy tamoyillari va xossalarini, amaliy masalalarni kompyuterda yechish bosqichlari, hisoblash eksperimenti, eksperiment natijalarining aniqliligi va ishonchliligi, modelning tahlili, matematik modellarni yechish usullari, matematik dasturlash, chiziqli dasturlash masalasi va uni yechish usullari, kompyuterli modellashtirish texnologiyasi, kompyuterli modellashtirishning dasturiy vositalari, kompyuterli modellarni ishlab chiqishga doir **bilimga ega bo‘lishi;**

- fizik va matematik modellar, formallashtirish, modellarni qurishning asosiy tamoyillari va xossalarini, amaliy masalalar va ularni kompyuterda yechish bosqichlari, matematik va axborotli modellashtirish, kompyuterli modellashtirish, hisoblash eksperimenti, eksperiment natijalarining aniqliligi va ishonchliligi, modelning tahlili va talqini, sonli usullar, algebraik va transsendent tenglamalarni taqribiy yechish usullari, vatarlar, urinmalar va iteratsiya usullari, tenglamalar sistemasini taqribiy yechish usullari, funksiyalarni interpolyatsiyalash va yaqinlashtirish, sonli differensiallash va integrallash, kuzatish natijalarini qayta ishlash usullari, matematik dasturlash, chiziqli dasturlash masalasi va uni yechish usullari, kompyuterli modellarni ishlab chiqish va ularni o‘quv jarayonidagi o‘rniga doir **ko‘nikmaga ega bo‘lishi;**

- modellarni qurish amaliy masalalarni kompyuterda yechish, matematik modellarni yechish, algebraik va transsendent tenglamalarni, vatarlar, urinmalar va iteratsiya usullarida taqribiy yechish, funksiyalarni interpolyatsiyalash va yaqinlashtirish, sonli differensiallash va integrallash, kuzatish natijalarini qayta ishlash, dasturlash masalasi va uni yechish, kompyuterli modellashtirishning dasturiy vositalarida ishlash, o‘quv kompyuterli modellar ishlab chiqish va ulardan o‘quv jarayonida foydalanishga doir **malakalariga ega bo‘lishi kerak.**

Fanning o‘quv rejadagi boshqa fanlar bilan o‘zaro bog‘liqligi, uslubiy jihatidan uzviyligi va ketma-ketligi

Bu fan Oliy matematika, Informatika fanlarning nazariy va amaliy xulosalariga tayanadi. Bu fan 7-8-semestrlarda o‘qitiladi. Dasturni amalga oshirish o‘quv rejasida rejalashtirilgan matematika va umumkasbiy fanlaridan olingan nazariy va amaliy bilimlarga tayanadi.

Fanning ta’limdagi o‘rni

“Matematika va kompyuterli modellashtirish asoslari” o‘quv fani insonlarda zamonaviy kompyuter muhitida ma’lum bir dunyoqarashni shakllantirishga hizmat qilishi bilan bir qatorda, uning axboriy madaniyatni egallashida asosiy rol o‘ynaydi. Bugungi «Axborot” asrida yoshlarning kompyuter savodxonligini oshirib gina qolmay, balki matematik va kompyuterli modellashtirishni o‘rgatish orqali yangi dasturlar va modellar yaratishlariga zamin bo‘ladi. Urta umumta’lim maktablari, akademik lisey va kasb – hunar kollejlarda «Informatika» yo‘nalishidagi fanlarni o‘qitish uchun kadrlarni tayyorlab beradi.

Fanni o‘qitishda foydalaniladigan zamonaviy axborot va pedagogik texnologiyalar

Fanning o‘qitilishida yangi pedagogik va axborot texnologiyalaridan unumli foydalanish ko‘zda tutiladi. Nazariy ma’lumotlar amaliyot va ko‘rgazmalilik bilan mustaxkamlangandagina, chuqur bilimga ega bo‘lish mumkin. Shuning uchun dasturda amaliy-laboratoriya ishlariga katta e’tibor qaratilgan.

Talabalarning “Matematika va kompyuterli modellashtirish asoslari” o‘quv fanini o‘zlashtirishlari uchun o‘kitishning ilg‘or va zamonaviy usullaridan foydalanish, yangi axborot-kommunikasiya va pedagogik texnologiyalarini tadbiq qilish muhim ahamiyatga egadir.

Fanni o‘qitishda zamonaviy pedagogik texnologiyalarni qo‘llashda ta’lim jarayonini optimallashtirish uchun omil bo‘ladigan pedagogik texnologiyalardan “Fikrlar xujumi”, “Klaster” metodi, “Bumerang”, “Skorobey”, “Tarozi”, “Yelpig‘ich” texnologiyasi va boshqalardan foydalaniladi.

Fanni o‘zlashtirishda darslik, o‘quv va uslubiy qo‘llanmalar, elektron materiallar, tarqatma materiallar, virtual kartochkalar foydalaniladi. Nazariy ma’lumotlar amaliyot va ko‘rgazmalilik bilan mustahkamlashi kerak. Amaliy-laboratoriya ishlari kompyuter yordamida o‘tkaziladi.

Asosiy qism

Fanning nazariy mashg'ulotlari mazmuni

Modellashtirish asoslari

Model va modellashtirish tushunchalari. Modellarning turlari, fan va texnikada modellashtirish, fizik va matematik modellar, formallashtirish, modellarni qurishning asosiy tamoyillari va xossalari, amaliy masalalar va ularni kompyuterda yechish bosqichlari.

Matematik modellashtirish asoslari

Matematik va axborotli modellashtirish. Matematik modellar ob'ektiv borliqni o'rganish va unga ta'sir etish vositasi sifatida.

Matematik modelni qurish metodlari. Matematik modellarga qo'yiladigan asosiy talablar. Matematik modellashtirishning asosiy bosqichlari. Matematik model va uning real ob'ekti orasidagi bog'liklik. Matematik modellarning nazariy va amaliy tadqiqoti, ularning adekvatligi.

Modellashtirishning statistik asoslari. Taqsimot turlari. Gipotezalarni qo'yish va tekshirish. Baholash va bashorat. Xatoliklar. Eksperiment natijalarini ishonchliligini, haqqoniyligini tekshirish va ishonchlilik intervali. Dispersion analiz haqida tushuncha. Stoxastik modellar haqida tushuncha.

Sonli usullar

Algebraik va transsendant tenglamalarni taqriban yechish usullari. Vatar, urinma va oddiy iterasiya usullari, uning yaqinlashish shartlari. Yechimning xatoligini baholash.

Chiziqli tenglamalar sistemasini yechish usullari. Gauss usuli. Uning algoritmi. Kvadrat ildizlar usuli. Tenglamalar sistemasi uchun iterasiya usuli, yaqinlashishning yetarli shartlari.

Funksiyalarni interpolyasiyalash. Interpolyasiya bosh masalasining qo'yilishi, uning geometrik interpretasiyasi. Lagranj interpolyasion formulasi. Xatolikni baholash. Interpolyasion formulaning yagonaligi.

Nyutonning I interpolyasion formulasi. Xatolikni baholash.

Sonli differensiallash. Lagranj va Nyuton ko'phadlarini differensiallash. Xatoliklarni baholash.

Aniq integralni taqriban hisoblash formulalari. Aniqlikni baholash.

Oddiy differensial tenglamalarni taqriban yechish. Funksiya hosilasiga ko'ra yechilgan birinchi tartibli oddiy differensial tenglamalar uchun Koshi masalasini taqriban yechish.

Eyler va Runge-Kutta usullari. Taqribiy yechimning geometrik ifodasi.

Matematika statistika elementlari. Kuzatish natijalariga ishlov berish. O'rta qiymatlar va eng kichik kvadratlar usullari.

Matematik dasturlash

Matematik dasturlash va operasiyalarni tekshirish usullari bilan yechiladigan masalalar.

Chiziqli dasturlash masalalarining qo'yilishi va unda qo'llaniladigan modellar. Chiziqli dasturlash masalalarining matematik modellari. Turli hil xayotiy masalalarning matematik modellari va ularni taxlili. Chiziqli dasturlash masalasining geometrik talqini. Chiziqli dasturlash masalasini yechishning grafik usuli. Grafik usulga keltiriladigan masalalar. Chiziqli dasturlash masalasini simpleks usulda yechish. Sipleks usulida yechishning algoritimi. Boshlang'ich bazisni topish. Sipleks usulda masalalar yechish. Simpleks jadvallar usuli. Simpleks jadval usulida yechish algoritmi. Sun'iy bazis usuli. Sun'iy bazis usulida yechish algoritmi. Sun'iy bazis usulida masalalar yechish. Chiziqli dasturlashning o'zaro ikki yoqlama masalalari va ularning matematik modellari. O'zaro ikki yoqlama simpleks- usul. Transport masalasi va uning qo'yilishi. Transport masalasini yechish usullari. Shimoliy - g'arb burchak va potensiallar usullari.

Ta’lim jarayonini optimallashtirish masalasi va unda modellashtirish usullaridan foydalanish.

Kompyuterli modellashtirish

Formallashtirilgan masalalarni yechishda kompyuterdan foydalanish. Kompyuterli modellashtirish texnologiyasi.

Eksperiment, uning maqsadi va vazifalari. Eksperiment turlari.

Hisoblash eksperimenti. Eksperiment o‘tkazish bosqichlari. Eksperimentni loyihalash, rejalashtirish va o‘tkazishda yangi axborot texnologiyalaridan foydalanish. Eksperimentning matematik va dasturiy ta’minotlari. Kompyuterli modellar tuzish va ulardan o‘quv jarayonida foydalanish.

Amaliy mashg‘ulotlarni tashkil etish bo‘yicha ko‘rsatma va tavsiyalar

Amaliy mashg‘ulotlarda talabalar muayyan masala bo‘yicha mavjud bo‘lgan yoki mustaqil tarzda kichik ishchi guruhlari yordamida hosil qilingan masallarning modellarni tuzib, ushbu masalalarni hal qilish usullarni muxokama qiladilar va kompyuterdan foydalanib modellashtirish usullari bilan shug‘ullanadilar.

Amaliy mashg‘ulotlarning taxminiy tavsiya etiladigan mavzulari:

1. Xatoliklar arifmetikasi. Xatoliklarni aniqlashda differensial hisobini qo‘llash.
2. Tenglamalarni taqriban yechishning vatar va urinmalar usuli.
3. Oddiy iterasiya usuli.
4. Gauss usuli.
5. Kvadrat ildizlar usuli.
6. Tenglamalar sistemasini yechishning iterasiya usuli.
7. Lagranj interpolyasion ko‘phadini qurish va xatoligini baholash.
8. Nyutonning I va II interpolyasion ko‘phadlarini qurish va xatoliklarini baholash.
9. Lagranj va Nyuton interpolyasion ko‘phadlarni sonli differensiallash.
10. Trapesiya formulasi bo‘yicha sonli integrallash va aniqlikni baholash.
11. Simpson formulasi bo‘yicha sonli integrallash va aniqlini baholash.
12. Koshi masalasini taqriban yechishning Eyler usuli.
13. Koshi masalasini taqriban yechishning Runge-Kutta usuli.
14. Eng kichik kvadratlar usuli.
15. Chiziqli dasturlashga keltiriladigan masallarning matematik modelini qurish.
16. Chiziqli dasturlash masalasini grafik usulda yechish.
17. Simpleks jadval usulida masalalar yechish.
18. O‘zaro ikki yoqlama simpleks- usuldan foydalanib masalalar yechish.
19. Transport masalasini yechishning shimoli - g‘arb burchak usuli.
20. Potensiallar usuli.

Amaliy mashgulotlarni tashkil etish bo‘yicha kafedra professor-o‘qituvchilari tomonidan ko‘rsatma va tavsiyalar ishlab chiqiladi. Unda talabalar asosiy ma’ruza mavzulari bo‘yicha olgan bilim va kunikmalarini amaliy masalalarning yechimlarini izlab topish va kompyuterga dasturlar tuzish orqali bilimlarini yanada boyitadilar. Shuningdek, darslik va o‘quv ko‘llanmalar asosida talabalar bilimlarini mustaxkamlashga erishish, tarqatma materiallardan foydalanish, ilmiy maqolalar va tezislarni chop etish orkali talabalar bilimini oshirish, masalalarning dasturini tuzish, mavzular bo‘yicha ko‘rgazmali qurollar tayyorlash va boshqalar tavsiya etiladi.

Laboratoriya mashg‘ulotlarini tashkil etish bo‘yicha ko‘rsatmalar va tavsiyalar

Laboratoriya mashg‘ulotlarning taxminiy tavsiya etiladigan mavzulari:

1. Amaliy masalalarini kompyuterda modellashtirish.
2. Matematik, fizik, iqtisodiyot va axborot modellarni qurish.
3. Matematik modellarni sonli usullar, matematik dasturlash usullari bilan yechish.
4. Kompyuterli modellar tuzish va hisoblash eksperimentini o‘tkazish.
5. O‘quv jarayoni bilan bog‘liq masalalarni matematik va kompyuterli modellarini tuzish.
6. Excel elektron jadvalida simpleks jadvalini tuzish va masalalar yechish.
7. O‘zaro ikki yoqlama simpleks- usuldan foydalanib Excel elektron jadval orqali masalalar yechish.
8. Hisoblash eksperimentining dasturiy ta’minoti bilan tanishish.
9. Hisoblash eksperimentini loyihalash va rejalashtirish.
10. Hisoblash eksperimentini o‘tkazish.

Mustaqil ta’limni tashkil etishning shakli va mazmuni

Talaba mustaqil ta’limni tayyorlashda muayyan fanning xususiyatlarini xisobga olgan xolda quyidagi shakllardan foydalanish tavsiya etiladi:

– ma’ruzalar qismini mustaqil o‘zlashtirish;

– elektron darsliklar va o‘quv qo‘llanmalar, avtomatlashtirilgan o‘rgatuvchi va nazorat qiluvchi tizimlar bilan ishlash;

– maxsus adabiyotlar bo‘yicha fanlar bo‘limlari yoki mavzulari ustida ishlash;

– yangi axborot-kommunikasiya texnologiyalarni o‘rganish;

– talabaning o‘quv-ilmiy-tadqiqot ishlarini bajarish bilan bog‘liq bo‘lgan fanlar bo‘limlari va mavzularni chuqur o‘rganish;

– faol va muammoli o‘qitish uslubidan foydalaniladigan o‘quv mashg‘ulotlari;

– masofaviy ta’lim.

Tavsiya etilayotgan mustaqil ta’lim mavzulari:

– matematik va axborotli modellashtirish; sonli usullar; matematik dasturlash va operasiyalarni tekshirish usullari bilan yechiladigan masalalar; ta’lim jarayonini optimallashtirish masalasi va unda modellashtirish usullaridan foydalanish; grafik ma’lumotlarni modellashtirish; matnli ma’lumotlarni modellashtirish; qujjatlarni yaratish modeli; elektron jadvallarda modellashtirish; elektron jadvallarni modellashtirish etaplari; ma’lumotlar omborida axborotlar modeli; formallashtirilgan masalalarni yechishda kompyuterdan foydalanish; kompyuterli modellashtirish texnologiyasi; eksperiment; kompyuterli modellar tuzish va ulardan o‘quv jarayonida foydalanish.

Fan dasturning informasion-uslubiy ta’minoti

Mazkur fanni o‘qitish jarayonida ta’limning zamonaviy metodlari, pedagogik va axborot-kommunikasiya texnologiyalari qo‘llanilishi nazarda tutilgan:

- ma’ruza darslarida zamonaviy kompyuter texnologiyalari yordamnda prezentasion va elektron-didaktik texnologiyalaridan;
- laboratoriya mashgulotlarida zamonaviy pedagogik texnologiyalaridan- aqliy xujum, guruhli fikrlash, klaster va b.;
- mustaqil ishlarini tashkil etishida kompyuterning tarmoqlaridan foydalanish.

Didaktik vositalar

1. Jihozlar va uskunalar, moslamalar: elektron doska-Hitachi, LCD-monitor, elektron ko‘rsatgich (ukazka).
2. Video – audio uskunalar: video va audiomagnitofon, mikrofon, kolonkalar.
3. Kompyuter va mul’timediali vositalar: komp’yuter, proektor, DVD-diskovod, Web-kamera, video-ko‘z (glazok).

Foydalaniladigan asosiy darslik va o‘quv qo‘llanmalar, elektron ta’lim resurslari hamda qo‘shimcha adabiyotlar ro‘yxati

Asosiy darsliklar va o‘quv qo‘llanmalar

1. T.X.Holmatov, N.I.Toyloqov. Amaliy matematika, dasturlash va kompyuterning dasturiy ta’minoti. T.: “Mexnat”, 2000 y.
2. V.A.Karimova va boshqalar. Tizimli tahlil asoslari Darslik. T.: “O`zbekiston faylasuflari milliy jamiyati nashriyoti”, 2014 y.
3. U.Yuldashev, F.Sharipxodjayeva, F.Zokirova. Sonli usullar. O`quv qo`llanma. Toshkent, TDPU, 2012 y.
4. G.P.Ismatullayev, M.S.Kosbergenova. Hisoblash usullari. O`quv qo`llanma. T.: “Tafakkur bo`stoni”, 2014 y.
5. К.Сафоева. Математик программалаш. Ўқув қўлланма. Т.:УАЖБҲТ, 2004 й.
6. Меняев Михаил Федорвич. Информационные технологии управления. Москва, «Омега-Л», 2003 г.

Qo‘shimcha adabiyotlar

1. Yuldashev U.Yu., Boqiev R.R., Karimov O. Matematik dasturlash (ma’ruza matnlari) T.: TDPU, 2000 y.
2. Е.И.Гребенюк. Технические средства информатизации. Учебник ML: Издательский центр «Академия», 2007 г.
3. Михаил Федорвич Меняевю Информационные технология управленияю Москва, «Издательский Омегал», 2003 г.

Elektron ta’lim resurslari

1. www.tdpu.uz
2. www.ziyonet.uz
3. www.tuit.uz
4. www.pedagogika.uz
5. http://rapidshare.com/ files/6775262/ akulich_matem_natahaus.rar
6. http://win-web.ru/uchebniki/load/bahvalov_chisl_meth-99460d52f5a71d4cc1b7dcd133dc6cea.html

FANNING ISHCHI DASTURI

O‘ZBEKISTON RESPUBLIKASI
OLIY VA O‘RTA MAXSUS TA’LIM VAZIRLIGI

NAVOIY DAVLAT PEDAGOGIKA INSTITUTI

Ro‘yxatga olindi:
№____________
«____»________2018 – yil.

«Tasdiqlayman»
O‘quv ishlar bo‘yicha prorektor
A.Kushakov ______________
«____»____________2018 – yil.

MATEMATIK VA KOMPYUTERLI MODELLASHTIRISH ASOSLARI FANINING

ISHCHI O‘QUV DASTURI

Bilim sohasi: 100000 – Gumanitar

Ta’lim sohasi: 110000 – Pedagogika

Ta’lim yo‘nalishi: 5110700- Informatika o‘qitish metodikasi

Navoiy -2018

Ushbu ishchi dastur 201_ yil __ __________da BD-5110700-3.07 bilan ro‘yxatdan o‘tkazilgan va O‘zbekiston Respublikasi Oliy va o‘rta maxsus ta’lim vazirligi tomonidan 201_ yil __ ___________da tasdiqlangan "Matematik va kompyuterli modellashtirish asoslari " namunaviy fan dasturi, namunaviy o‘quv rejaga muvofiq ishlab chiqildi.

Tuzuvchilar:

Ruziyev Rauf Axmatovich - Navoiy davlat pedagogika instituti «Informatika o‘qitish metodikasi» kafedrasi dotsenti, f-m.f.n

Djurayev Davron Doniyorovich - Navoiy davlat pedagogika instituti «Informatika o‘qitish metodikasi» kafedrasi o‘qituvchisi

Taqrizchilar:

Yodgorov G‘.R. - "Informatika o‘qitish metodikasi" kafedrasi mudiri

O‘tapov T.U. - "Informatika o‘qitish metodikasi" dotsenti, pedagogika fanlari nomzodi

Fanning ishchi o‘quv dasturi "informatika o‘qitish metodikasi" kafedrasining 2018 yil "__" ____dagi "____" son yig‘ilishida muhokamadan o‘tgan va fakultet kengashida muhokama qilish uchun tavsiya etilgan.

Kafedra mudiri:_________________________f.-m.f.n. Yodgorov G‘.R.

Fanning ishchi o‘quv dasturi "Fizika-matematika" fakulteti kengashida muhokama etilgan va foydalanishga tavsiya qilingan (2018 yil "__" ____dagi "____" son bayonnoma).

Fakultet kengashi raisi:____________________dots.Kamolov I.R.

NavDPI 2018 yil ___ - avgustdagi 1-sonli ilmiy uslubiy kengashida muhokama qilib tasdiqlangan.

Kelishildi: O‘quv uslubiy boshqarma boshlig‘i______________ **Xolmirzayev N.A.**

KIRISH

Matematik modellashtirish real ob’ekt yoki jarayonlarni o‘rganishning eng samarali va universal tadqiqot usullaridan biri sifatida shakllandi. Shu sababli hozirgi kunda fan va texnika, xalq xo‘jaligi va boshqa sohalarda uchraydigan ko‘pgina amaliy masalalar matematik modellashtirish vositasida muvaffaqiyatli yechilmoqda.

Real ob’ektlarning modellari, modellashtirish fan va texnikada har xil g‘oya va gipotezalarni tekshirish, qayta ishlashda hamda eksperiment materiallari to‘plashda allaqachonlardan buyon ishlatilib kelinmoqda. Ammo, ob’ekt va hodisalarning bevosita matematik modelini qurish yoki ularni modellashtirish jarayoni mutaxassislardan juda katta mehnat va malaka talab qiladi. Bu jarayon bir necha bosqichdan iborat bo‘lib, unda sonli usullar modellashtirish jarayonida hosil bo‘ladigan matematik masalalarni yechishda eng qudratli matematik vositalardan biri sifatida katta ahamiyatga ega. Hozirgi kunda fan-texnika taraqqiyoti va bu taraqqiyot asosida sodir bo‘layotgan iqtisodiy, ijtimoiy hamda siyosiy sohalardagi rivojlanishni axborot texnologiyalari, shu jumladan kompyuterli texnologiyalarsiz tasavvur etib bo‘lmaydi. Ushbu texnologiyalar yordamida biror bir masalani hal etishda modellashtirish usul va vositalari, ayniqsa matematik va kompyuterli modellashtirish usullari keng qo‘llanilmoqda.

Fanning maqsadi va vazifalari

5110700 – Informatika o‘qitish metodikasi ixtisosligi bo‘yicha bakalavrlarni tayyorlash Davlat ta’lim standartida mutaxassislik fanlari qatorida «Matematik va kompyuterli modellashtirish asoslari» o‘quv fani alohida o‘rin tutadi.

Ushbu fanning asosiy *maqsadi* – bakalavrlarda amaliy masalalarni hal etishda modellashtirish usul va vositalaridan foydalanish, hususan matematik va kompyuterli modellashtirish texnologiyalarini chuqur o‘zlashtirib olish, ta’lim tizimiga oid ilmiy izlanishlarda ulardan unumli foydalana olish malaka va ko‘nikmalarini hosil qilishdan iborat.

Fanning *vazifasi* – fizik, matematik va boshqa modellarni tuzish, formallashtirish, amaliy masalalar va ularni kompyuterda yechish, kompyuterda modellashtirish, hisoblash eksperimentni o‘tkazish matematik modellarni yechish usullari, sonli usullar, kuzatish natijalarini qayta ishlash, matematik dasturlash, chiziqli dasturlash, kompyuterli modellashtirish texnologiyasi, kompyuterli modellashtirishning dasturiy vositalari, o‘quv kompyuterli modellar, kompyuterli modellarni ishlab chiqish va ulardan o‘quv jarayonida foydalanish va ulardan muayan foydalanish haqida ma’lumot berishdan iborat.

Fan bo‘yicha talabalarning malakasiga qo‘yiladigan talablar

“Matematika va kompyuterli modellashtirish asoslari” o‘quv fanini o‘zlashtirish jarayonida amalga oshiriladigan masalalar doirasida bakalavr:

-model tushunchasi va uning turlarini, modellashtirish, modellarni qurishning asosiy tamoyillari va hossalarini, amaliy masalalarni kompyuterda yechish bosqichlari, hisoblash eksperimenti, eksperiment natijalarining aniqliligi va ishonchliligi, modelning tahlili, matematik modellarni yechish usullari, matematik dasturlash, chiziqli dasturlash masalasi va uni yechish usullari, kompyuterli modellashtirish texnologiyasi, kompyuterli modellashtirishning dasturiy vositalari, kompyuterli modellarni ishlab chiqish ***to‘g‘risida tasavvurga ega bo‘lishi;***

– fizik va matematik modellar, formallashtirish, modellarni qurishning asosiy tamoyillari va hossalarini, amaliy masalalar va ularni kompyuterda yechish bosqichlari, matematik va axborotli modellashtirish, kompyuterli modellashtirish, hisoblash eksperimenti, eksperiment natijalarining aniqliligi va ishonchliligi, modelning tahlili va talqini, sonli usullar, algebraik va transsendent tenglamalarni taqribiy yechish usullari, vatarlar, urinmalar va iterasiya usullari, tenglamalar sistemasini taqribiy yechish usullari, funksiyalarni interpolyasiyalash va yaqinlashtirish, sonli differensiallash va integrallash, kuzatish natijalarini qayta ishlash usullari, matematik dasturlash, chiziqli dasturlash masalasi va uni yechish usullari, kompyuterli modellarni ishlab chiqish va ulardan o‘kuv jarayonida foydalanishni ***bilishi va ulardan foydalana olishi;***

- modellarni qurish amaliy masalalarni kompyuterda yechish, matematik modellarni yechish, algebraik va transsendent tenglamalarni, vatarlar, urinmalar va iterasiya usullarida taqribiy yechish, funksiyalarni interpolyasiyalash va yaqinlashtirish, sonli differensiallash va integrallash, kuzatish natijalarini qayta ishlash, dasturlash masalasi va uni yechish, kompyuterli modellashtirishning dasturiy vositalarida ishlash, o‘quv kompyuterli modellar ishlab chiqish va ulardan o‘kuv jarayonida foydalanish ***ko‘nikmalariga ega bo‘lishi lozim***.

O‘quv rejadagi boshqa fanlar bilan bog‘liqligi

Bu fan Oliy matematika, Informatika fanlarning nazariy va amaliy xulosalariga tayanadi. Bu fan VII, VIII-semestrlarda o‘qitiladi. Dasturni amalga oshirish o‘quv rejasida rejalashtirilgan matematika va umumkasbiy fanlaridan olingan nazariy va amaliy bilimlarga tayanadi.

Fanni o‘qitishda zamonaviy axborot va pedagogik texnologiyalar

Fanning o‘qitilishida yangi pedagogik va axborot texnologiyalaridan unumli foydalanish ko‘zda tutiladi. Nazariy ma’lumotlar amaliyot va ko‘rgazmalilik bilan mustaxkamlangandagina, chuqur bilimga ega bo‘lish mumkin. Shuning uchun dasturda amaliy-laboratoriya ishlariga katta e’tibor qaratilgan.

Shaxsga yo‘naltirilgan ta’lim. Bu ta’lim o‘z mohiyatiga ko‘ra ta’lim jarayonining barcha ishtirokchilarini to‘laqonli rivojlanishlarini ko‘zda tutadi. Bu esa ta’limni loyihalashtirilayotganda, albatta, ma’lum bir ta’lim oluvchining shaxsini emas, avvalo, kelgusidagi mutaxassislik faoliyati bilan bog‘liq o‘qish maqsadlaridan kelib chiqqan holda yondoshilishni nazarda tutadi.

Tizimli yondoshuv. Ta’lim texnologiyasi tizimning barcha belgilarini o‘zida mujassam etmog‘i lozim: jarayonning mantiqiyligi, uning barcha bo‘g‘inlarini o‘zaro bog‘langanligi, yaxlitligi.

Faoliyatga yo‘naltirilgan yondoshuv. Shaxsning jarayonli sifatlarini shakllantirishga, ta’lim oluvchining faoliyatni aktivlashtirish va intensivlashtirish, o‘quv jarayonida uning barcha qobiliyati va imkoniyatlari, tashabbuskorligini ochishga yo‘naltirilgan ta’limni ifodalaydi.

Dialogik yondoshuv. Bu yondoshuv o‘quv munosabatlarini yaratish zaruriyatini bildiradi. Uning natijasida shaxsning o‘z-o‘zini faollashtirishi va o‘z-o‘zini ko‘rsata olishi kabi ijodiy faoliyati kuchayadi.

Hamkorlikdagi ta’limni tashkil etish. Demokratik, tenglik, ta’lim beruvchi va ta’lim oluvchi faoliyat mazmunini shakllantirishda va erishilgan natijalarni baholashda birgalikda ishlashni joriy etishga e’tiborni qaratish zarurligini bildiradi.

Muammoli ta’lim. Ta’lim mazmunini muammoli tarzda taqdim qilish orqali ta’lim oluvchi faoliyatini aktivlashtirish usullaridan biri. Bunda ilmiy bilimni ob’ektiv qarama-qarshiligi va uni hal etish usullarini, ialektik mushohadani shakllantirish va rivojlantirishni, amaliy faoliyatga ularni ijodiy tarzda qo‘llashni mustaqil ijodiy faoliyati ta’minlanadi.

Axborotni taqdim qilishning zamonaviy vositalari va usullarini qo‘llash - yangi kompyuter va axborot texnologiyalarini o‘quv jarayoniga qo‘llash.

O‘qitishning usullari va texnikasi. Ma’ruza (kirish, mavzuga oid, vizuallash), muammoli ta’lim, keys-stadi, pinbord, paradoks va loyihalash usullari, amaliy ishlar.

O‘qitishni tashkil etish shakllari: dialog, polilog, muloqot hamkorlik va o‘zaro o‘rganishga asoslangan frontal, kollektiv va guruh.

O‘qitish vositalari: o‘qitishning an’anaviy shakllari (darslik, ma’ruza matni) bilan bir qatorda – kompyuter va axborot texnologiyalari.

Kommunikatsiya usullari: tinglovchilar bilan operativ teskari aloqaga asoslangan bevosita o‘zaro munosabatlar.

Teskari aloqa usullari va vositalari: kuzatish, blits-so‘rov, oraliq va joriy va yakunlovchi nazorat natijalarini tahlili asosida o‘qitish diagnostikasi.

Boshqarish usullari va vositalari: o‘quv mashg‘uloti bosqichlarini belgilab beruvchi texnologik karta ko‘rinishidagi o‘quv mashg‘ulotlarini rejalashtirish, qo‘yilgan maqsadga erishishda o‘qituvchi va tinglovchining birgalikdagi harakati, nafaqat auditoriya mashg‘ulotlari, balki auditoriyadan tashqari mustaqil ishlarning nazorati.

Monitoring va baholash: o‘quv mashg‘ulotida ham butun kurs davomida ham o‘qitishning natijalarini rejali tarzda kuzatib borish. Kurs oxirida yozma ish variantlari yordamida tinglovchilarning bilimlari baholanadi.

“Matematika va kompyuterli modellashtirish asoslari” fanidan mashg‘ulotlarning mavzular va soatlar bo‘yicha taqsimlanish

t/r	Mavzular nomi	Jami soat	Ma’ruza	Amaliy mashg‘ulot	Laboratoriya mashg‘uloti	Mustaqil ta’lim
1.	Modellashtirish asoslari	**10**	2	-	2	6
2.	Matematik modellashtirish asoslari	**18**	-	2	-	16
3.	Sonli usullar	**74**	16	20	14	24
4.	Matematik dasturlash	**34**	6	6	6	16
5.	Kompyuterli modellashtirish	**16**	4	4	2	6
	Jami	**152**	**28**	**32**	**24**	**68**

Asosiy qism
Fanning uslubiy jihatdan uzviy ketma-ketligi

Modellashtirish asoslari

Model va modellashtirish tushunchalari. Modellarning turlari, fan va texnikada modellashtirish, fizik va matematik modellar, formallashtirish, modellarni qurishning asosiy tamoyillari va hossalari, amaliy masalalar va ularni kompyuterda yechish bosqichlari.

Qo‘llaniladigan ta’lim texnologiyalari: dialogik yondoshuv, munozara, o‘z-o‘zini nazorat, pog‘ona, piramida, kichik guruhlarda ishlash, BBB jadvali, T chizma.

Adabiyotlar: A1; A2; A3; A4; Q1.

Matematik modellashtirish asoslari

Matematik va axborotli modellashtirish. Matematik modellar ob’ektiv borliqni o‘rganish va unga ta’sir etish vositasi sifatida.

Matematik modelni qurish metodlari. Matematik modellarga qo‘yiladigan asosiy talablar. Matematik modellashtirishning asosiy bosqichlari. Matematik model va uning real ob’ekti orasidagi bog‘liklik. Matematik modellarning nazariy va amaliy tadqiqoti, ularning adekvatligi.

Modellashtirishning statistik asoslari. Taqsimot turlari. Gipotezalarni qo‘yish va tekshirish. Baholash va bashorat. Xatoliklar. Eksperiment natijalarini ishonchliligini, haqqoniyligini tekshirish va ishonchlilik intervali. Dispersion analiz haqida tushuncha. Stoxastik modellar haqida tushuncha.

Qo‘llaniladigan ta’lim texnologiyalari: dialogik yondoshuv, muammoli ta’lim, munozara, BBB jadvali, T chizma

Adabiyotlar: A1; A3; A4; E1.

Sonli usullar

Algebraik va transsendant tenglamalarni taqriban yechish usullari. Vatar, urinma va oddiy iterasiya usullari, uning yaqinlashish shartlari. Yechimning xatoligini baholash.

Chiziqli tenglamalar sistemasini yechish usullari. Gauss usuli. Uning algoritmi. Kvadrat ildizlar usuli. Tenglamalar sistemasi uchun iterasiya usuli, yaqinlashishning yetarli shartlari.

Funksiyalarni interpolyasiyalash. Interpolyasiya bosh masalasining qo‘yilishi, uning geometrik interpretasiyasi. Lagranj interpolyasion formulasi. Xatolikni baholash. Interpolyasion formulaning yagonaligi.

Nyutonning I interpolyasion formulasi. Xatolikni baholash.

Sonli differensiallash. Lagranj va Nyuton ko‘phadlarini differensiallash. Xatoliklarni baholash.

Aniq integralni taqriban hisoblash formulalari. Aniqlikni baholash.

Oddiy differensial tenglamalarni taqriban yechish. Funksiya hosilasiga ko‘ra yechilgan birinchi tartibli oddiy differensial tenglamalar uchun Koshi masalasini taqriban yechish.

Eyler va Runge-Kutta usullari. Taqribiy yechimning geometrik ifodasi.

Matematika statistika elementlari. Kuzatish natijalariga ishlov berish. O‘rta qiymatlar va eng kichik kvadratlar usullari.

Qo‘llaniladigan ta’lim texnologiyalari: dialogik yondoshuv, munozara, o‘z-o‘zini nazorat, pog‘ona, piramida, kichik guruhlarda ishlash, BBB jadvali, T chizma.

Adabiyotlar: A2; A3; A4; Q1; E2.

Matematik dasturlash

Matematik dasturlash va operasiyalarni tekshirish usullari bilan yechiladigan masalalar.

Chiziqli dasturlash masalalarining qo‘yilishi va unda qo‘llaniladigan modellar. Chiziqli dasturlash masalalarining matematik modellari. Turli hil xayotiy masalalarning matematik modellari va ularni taxlili. Chiziqli dasturlash masalasining geometrik talqini. Chiziqli dasturlash masalasini yechishning grafik usuli. Grafik usulga keltiriladigan masalalar. Chiziqli dasturlash masalasini simpleks usulda yechish. Sipleks usulida yechishning algoritimi. Boshlang‘ich bazisni topish. Sipleks usulda masalalar yechish. Simpleks jadvallar usuli. Simpleks jadval usulida yechish algoritmi. Sun’iy bazis usuli. Sun’iy bazis usulida yechish algoritmi. Sun’iy bazis usulida masalalar yechish. Chiziqli dasturlashning o‘zaro ikki yoqlama masalalari va ularning matematik modellari. O‘zaro ikki yoqlama simpleks- usul. Transport masalasi va uning qo‘yilishi. Transport masalasini yechish usullari. Shimoliy - g‘arb burchak va potensiallar usullari.

Ta’lim jarayonini optimallashtirish masalasi va unda modellashtirish usullaridan foydalanish.

Qo‘llaniladigan ta’lim texnologiyalari: dialogik yondoshuv, muammoli ta’lim, munozara, BBB jadvali, T chizma

Adabiyotlar: A1; A3; Q1.

Kompyuterli modellashtirish

Formallashtirilgan masalalarni yechishda kompyuterdan foydalanish. Kompyuterli modellashtirish texnologiyasi.

Eksperiment, uning maqsadi va vazifalari. Eksperiment turlari.

Hisoblash eksperimenti. Eksperiment o‘tkazish bosqichlari. Eksperimentni loyihalash, rejalashtirish va o‘tkazishda yangi axborot texnologiyalaridan foydalanish. Eksperimentning matematik va dasturiy ta’minotlari. Kompyuterli modellar tuzish va ulardan o‘quv jarayonida foydalanish.

Qo‘llaniladigan ta’lim texnologiyalari: muammoli ta’lim, blits, munozara, o‘z-o‘zini nazorat, pog‘ona, piramida, kichik guruhlarda ishlash, BBB jadvali, Venna diagrammasi.

Adabiyotlar: A1; A2; A3; A4; E2.

“Matematika va kompyuterli modellashtirish asoslari” fani bo‘yicha ma’ruza mashg‘ulotining kalendar tematik rejasi

№	Ma’ruza mavzulari	Soati
VII-semestr		
1-2-Modul. Modellashtirish asoslari. Matematik modellashtirish asoslari		
1.1	Modellashtirish asoslari va amaliy masalalar va ularni kompyuterda yechish bosqichlari. Matematik modellashtirish asoslari	2
3-Modul. Sonli usullar		
3.1	Algebraik va transsendant tenglamalarni taqriban yechish usullari	4
3.2	Chiziqli tenglamalar sistemasini yechish usullari	4
3.3	Funksiyalarni interpolyasiyalash. Lagranj va Nyutonning interpolyasion formulasi.	2
3.4	Sonli differensiallash. Lagranj va Nyuton ko‘phadlarini differensiallash	2
3.5	Aniq integralni taqriban hisoblash formulalari	2
3.6	Oddiy differensial tenglamalarni taqriban yechish va yechimning geometrik ifodasi. Eyler va Runge-Kutta usullari.	2
Jami		**18**
VIII-semestr		
4-Modul. Matematik dasturlash		
4.1	Matematik dasturlash va operasiyalarni tekshirish usullari bilan yechiladigan masalalar. Chiziqli dasturlash masalalarining matematik modeli.	2
4.2	Transport masalasi va uning qo‘yilishi	2
4.3	Ta’lim jarayonini optimallashtirish masalasi va unda modellashtirish usullaridan foydalanish	2
5-Modul. Kompyuterli modellashtirish		
5.1	Formallashtirilgan masalalarni yechishda kompyuterdan foydalanish. Kompyuterli modellashtirish texnologiyasi	2
5.2	Eksperiment va uning turlari. Kompyuterli modellar tuzish va ulardan o‘quv jarayonida foydalanish	2
Jami		**10**
UMUMIY SOAT		**28**

Amaliy mashg‘ulotning tavsiya etiladigan mavzulari

Amaliy mashg‘ulotlarda talabalar muayyan masala bo‘yicha mavjud bo‘lgan yoki mustaqil tarzda kichik ishchi guruhlari yordamida hosil qilingan masallarning modellarni tuzib, ushub masalalarni hal qilish usullarni muxokamal qiladilar va kompyuterdan foydalanib modellashtirish usullari bilan shug‘ullanadilar.

“Matematika va kompyuterli modellashtirish asoslari” fanlari bo‘yicha amaliy mashg‘ulotining kalendar tematik rejasi

№	Amaliy mashg‘ulot mavzulari	Soati
VII-semestr		
2-Modul. Matematik modellashtirish asoslari		
2.1	Xatoliklar arifmetikasi.	2
3-Modul. Sonli usullar		
3.1	Vatar, urinma va oddiy iterasiya usullari.	2

3.2	Chiziqli tenglamalar sistemasini yechish usullari va algoritmlari.	2
3.3	Kvadrat ildizlar usuli. Tenglamalar sistemasini yechishning iterasiya usuli.	2
3.4	Lagranj va Nyutonning interpolyasion ko‘phadlarini qurish va xatoliklarini baholash.	2
3.5	Lagranj interpolyasion ko‘phadlarini sonli differensiallash	2
3.6	Nyuton interpolyasion ko‘phadlarini sonli differensiallash	2
3.7	Trapesiya formulasi bo‘yicha sonli integrallash va aniqlikni baholash	2
3.8	Simpson formulasi bo‘yicha sonli integrallash va aniqlini baholash	2
3.9	Koshi masalasini taqriban yechishning Eyler usuli	2
3.10	Koshi masalasini taqriban yechishning Runge-Kutta usuli. Eng kichik kvadratlar usuli	2
Jami		**22**
VIII-semestr		
4-Modul. Matematik dasturlash		
4.1	Chiziqli dasturlashga keltiriladigan masalalarning matematik modelini qurish. Chiziqli dasturlash masalasini grafik usulda yechish	2
4.2	Simpleks jadval usulida masalalar yechish, O‘zaro ikki yoqlama simpleks-usuldan foydalanib masalalar yechish	2
4.3	Transport masalasini yechishning shimoli-g‘arb burchak usuli	2
5-Modul. Kompyuterli modellashtirish		
5.1	Hisoblash eksperimenti. Eksperiment o‘tkazish bosqichlari.	2
5.2	Kompyuterli modellar tuzish va ulardan o‘quv jarayonida foydalanish.	2
Jami		**10**
UMUMIY SOAT		**32**

Laboratoriya mashg‘ulotlarining tavsiya etiladigan mavzulari

Laboratoriya ishlari talabalarda amaliy mashulotlarda tuzilgan dasturlarni kompyuter yordamida natijalalarini ko‘rib, ularni taxlil qiladi va xulosalar chiqaradilar

“Matematika va kompyuterli modellashtirish asoslari” fani bo‘yicha laboratoriya mashg‘ulotining kalendar tematik rejasi

№	Laboratoriya mashg‘ulotlarining mavzulari (barcha)	Soati
VII-semestr		
1-2-Modul. Modellashtirish asoslari. Matematik modellashtirish asoslari		
1.1	Amaliy masalalarini kompyuterda modellashtirish. Matematik, fizik, iqtisodiyot va axborot modellarni qurish	2
3-Modul. Sonli usullar		
3.1	Matematik modellarni sonli usullar, matematik dasturlash usullari bilan yechish. Tenglamalarni taqribiy yechishning vatar, urinma va oddiy iteratsiya usullari	4
3.2	Chiziqli tenglamalar sistemasini yechishning Gauss, kvadrat ildizlar va iteratsiya usullari hamda ularning algoritmi.	2
3.3	Lagranj hamda Nyutonning interpolyatsion ko‘phadlarini qurish va xatoliklarni aniqlash.	2
3.4	Lagranj va Nyuton interpolyatsion ko‘phadlarini sonli differensiallash	2
3.5	Aniq integralni taqribiy hisoblash formulalari. Trapesiya va Simpson formulasi bo‘yicha sonli integrallash va aniqlikni baholash	2
3.6	Koshi masalasini taqriban yechishning Eyler va Runge-Kutta usuli. Matematika statistika elementlari.	2

Jami		**16**
VIII-semestr		
4-Modul. Matematik dasturlash		
4.1	Chiziqli dasturlash masalalarining qo‘yilishi, ularni yechishda qo‘llaniladigan modellar. O‘quv jarayoni bilan bog‘liq masalalarni matematik va kompyuterli modellarini tuzish.	2
4.2	Excel elektron jadvalida simpleks jadvalini tuzish va masalalar yechish.	2
4.3	Transport masalasi, uning qo‘yilishi va yechish usullari.	2
5-Modul. Kompyuterli modellashtirish		
5.1	Hisoblash eksperimentining dasturiy ta’minoti. Uni loyihalash va rejalashtirish	2
Jami		**8**
Umum jami		**24**

Kurs ishi (loyihasi) tarkibi, ularga qo‘yiladigan talablar

O‘quv rejasida mazkur fandan kurs ishi yozish rejalashtirilmagan.

Mustaqil ishlar mavzulari, mazmuni va ularga ajratilgan soatlar

Darslik va o‘quv qo‘llanmalardan foydalanib, barcha mavzularni o‘rganish. Tarqatma materiallar bo‘yicha ma’ruza qismlarini o‘zlashtirish

Talabalarning mustaqil ishlari har bir ma’ruza mavzusi asosida tashkil etiladi. Fanni o‘rganish jarayonida mustaqil ishlarning bir necha turlaridan foydalaniladi:

1) adabiyotlar bilan ishlash;
2) ijodiy ish;
3) ishlarni elektron ko‘rinishda bajarish;
4) ba’zi mavzular bo‘yicha referatlar tayyorlash.

Mustaqil ishlarni tashkil etishda internet va axborot manbalaridan doimiy foydalaniladi.

Tavsiya etilayotgan mustaqil ishlarning mavzulari:

t/r	Mustaqil ta’li mavzulari	Berilgan topshiriqlar	Bajarish muddati	Hajmi (soatda)
VII-semestr				
Modellashtirish asoslari				
1.	Model va modellashtirish tushunchalari.	Individual topshiriqlarni bajarish.Amaliy dasturlar yaratish	1- hafta	2
2.	Modellarning turlari, fan va texnikada modellashtirish, modellarni qurishning asosiy tamoyillari va xossalari	Individual topshiriqlarni bajarish.Amaliy dasturlar yaratish	2- hafta	2
3.	Amaliy masalalar va ularni kompyuterda yechish bosqichlari.	Individual topshiriqlarni bajarish.Amaliy dasturlar yaratish	3- hafta	2
Matematik modellashtirish asoslari				
4.	Matematik va axborotli modellashtirish. Matematik modellar ob’ektiv borliqni o‘rganish va unga ta’sir etish vositasi sifatida.	Individual topshiriqlarni bajarish.Amaliy dasturlar yaratish	4- hafta	2
5.	Matematik modelni qurish	Individual	5- hafta	2

	metodlari. Matematik modellarga qo‘yiladigan asosiy talablar.	topshiriqlarni bajarish.Amaliy dasturlar yaratish		
6.	Matematik modellashtirishning asosiy bosqichlari. Matematik model va uning real ob’ekti orasidagi bog‘liklik.	Individual topshiriqlarni bajarish.Amaliy dasturlar yaratish	6- hafta	2
7.	Matematik modellarning nazariy va amaliy tadqiqoti, ularning adekvatligi.	Individual topshiriqlarni bajarish.Amaliy dasturlar yaratish	7- hafta	2
8.	Modellashtirishning statistik asoslari. Taqsimot turlari.	Individual topshiriqlarni bajarish.Amaliy dasturlar yaratish	8- hafta	2
9.	Gipotezalarni qo‘yish va tekshirish. Baholash va bashorat.	Individual topshiriqlarni bajarish.Amaliy dasturlar yaratish	9- hafta	2
10.	Xatoliklar. Eksperiment natijalarini ishonchliligini, haqqoniyligini tekshirish va ishonchlilik intervali.	Individual topshiriqlarni bajarish.Amaliy dasturlar yaratish	10- hafta	2
11.	Dispersion analiz haqida tushuncha. Stoxastik modellar haqida tushuncha.	Individual topshiriqlarni bajarish.Amaliy dasturlar yaratish	11- hafta	2
Sonli usullar				
12.	Xatoliklar arifmetikasi. Xatoliklarni aniqlashda differensial hisobini qo‘llash	Individual topshiriqlarni bajarish.Amaliy dasturlar yaratish	12- hafta	2
13.	Tenglamalarni taqriban yechishning vatar usuliga doir masalalar yechish	Individual topshiriqlarni bajarish.Amaliy dasturlar yaratish	12- hafta	2
14.	Oddiy iterasiya usuliga doir masalalar yechish. Gauss usuliga doir masalalar yechish	Individual topshiriqlarni bajarish.Amaliy dasturlar yaratish	13- hafta	2
15.	Kvadrat ildizlar usuliga doir masalalar yechish	Individual topshiriqlarni bajarish.Amaliy dasturlar yaratish	13- hafta	2
16.	Tenglamalar sistemasini yechishning iterasiya usuliga doir masalalar yechish	Individual topshiriqlarni bajarish.Amaliy dasturlar yaratish	14- hafta	2
17.	Lagranj interpolyasion ko‘phadini qo‘rish va xatoligini baholashga doir masalalar yechish	Individual topshiriqlarni bajarish.Amaliy dasturlar yaratish	14- hafta	2

18.	Nyutonning I va II interpolyasion ko‘phadlarini qurish va xatoliklarini baholashga doir masalalar yechish	Individual topshiriqlarni bajarish.Amaliy dasturlar yaratish	15- hafta	2
19.	Lagranj va Nyuton interpolyasion ko‘phadlarni sonli differensiallash	Individual topshiriqlarni bajarish.Amaliy dasturlar yaratish	15- hafta	2
20.	Trapesiya formulasi bo‘yicha sonli integrallash va aniqlikni baholash	Individual topshiriqlarni bajarish.Amaliy dasturlar yaratish	16- hafta	2
21.	Simpson formulasi bo‘yicha sonli integrallash va aniqlini baholashga doir masalalar yechish	Individual topshiriqlarni bajarish.Amaliy dasturlar yaratish	17- hafta	2
22.	Koshi masalasini taqriban yechishning Eyler usuli va Runge-Kutta usuli	Individual topshiriqlarni bajarish.Amaliy dasturlar yaratish	18- hafta	2
23.	Koshi masalasini taqriban yechishning. Eng kichik kvadratlar usuliga doir masalalar yechish	Individual topshiriqlarni bajarish.Amaliy dasturlar yaratish	18- hafta	2
Jami				**46**
VIII-semestr				
Matematik dasturlash				
1.	Matematik dasturlash va operasiyalarni tekshirish usullari bilan yechiladigan masalalar. Chiziqli dasturlash masalalarining qo‘yilishi va unda qo‘llaniladigan modellar.	Individual topshiriqlarni bajarish.Amaliy dasturlar yaratish	1- hafta	2
2.	Chiziqli dasturlash masalasining geometrik talqini. Chiziqli dasturlash masalasini yechishning grafik usuli.	Individual topshiriqlarni bajarish.Amaliy dasturlar yaratish	3- hafta	2
3.	Chiziqli dasturlash masalasini simpleks usulda yechish. Sipleks usulida yechishning algoritimi.	Individual topshiriqlarni bajarish.Amaliy dasturlar yaratish	4- hafta	2
4.	Boshlang‘ich bazisni topish. Sipleks usulda masalalar yechish. Simpleks jadvallar usuli. Simpleks jadval usulida yechish algoritmi.	Individual topshiriqlarni bajarish.Amaliy dasturlar yaratish	6- hafta	2
5.	Sun’iy bazis usuli. Sun’iy bazis usulida yechish algoritmi. Sun’iy bazis usulida masalalar yechish.	Individual topshiriqlarni bajarish.Amaliy dasturlar yaratish	7- hafta	2
6.	O‘zaro ikki yoqlama simpleks-usuldan foydalanib masalalar	Individual topshiriqlarni	8- hafta	2

	yechish. O‘zaro ikki yoqlama simpleks- usul	bajarish.Amaliy dasturlar yaratish		
7.	Transport masalasi va uning qo‘yilishi. Transport masalasini yechish usullari.	Individual topshiriqlarni bajarish.Amaliy dasturlar yaratish	10-hafta	2
8.	Shimoliy - g‘arb burchak va potensiallar usullari.	Individual topshiriqlarni bajarish.Amaliy dasturlar yaratish	11- hafta	2
Kompyuterli modellashtirish				
9.	Formallashtirilgan masalalarni yechishda kompyuterdan foydalanish. Kompyuterli modellashtirish texnologiyasi.	Individual topshiriqlarni bajarish.Amaliy dasturlar yaratish	12- hafta	2
10.	Hisoblash eksperimenti. Eksperiment o‘tkazish bosqichlari. Eksperimentni loyihalash, rejalashtirish va o‘tkazishda yangi axborot texnologiyalaridan foydalanish.	Individual topshiriqlarni bajarish.Amaliy dasturlar yaratish	14- haftalar	2
11.	Eksperimentning matematik va dasturiy ta’minotlari. Kompyuterli modellar tuzish va ulardan o‘quv jarayonida foydalanish.	Individual topshiriqlarni bajarish.Amaliy dasturlar yaratish	16- hafta	2
Jami				**22**
UMUMIY SOAT				**68**

Dasturning information uslubiy ta’minot

Mazkur fanni o‘qitish jarayonida ta’limning zamonaviy metodlari, pedagogik va axborot-kommunikasiya texnologiyalari qo‘llanilishi nazarda tutilgan:

- ma’ruza darslarida zamonaviy kompyuter texnologiyalari yordamnda prezentasion va elektron-didaktik texnologiyalaridan;
- laboratoriya mashgulotlarida zamonaviy pedagogik texnologiyalaridan- aqliy xujum, guruhli fikrlash, klaster va b.;
- mustaqil ishlarini tashkil etishida kompyuterning tarmoqlaridan foydalanish.

Didaktik vositalar

4. Jihozlar va uskunalar, moslamalar: elektron doska-Hitachi, LCD-monitor, elektron ko‘rsatgich (ukazka).
5. Video – audio uskunalar: video va audiomagnitofon, mikrofon, kolonkalar.
6. Kompyuter va mul’timediali vositalar: komp’yuter, proektor, DVD-diskovod, Web-kamera, video-ko‘z (glazok).

BAHOLASH MEZONI

I. Umumiy talablar

1. Matematik va kompyuterli modellashtirish asoslari fanidan talabalarning bilimini reyting tizimi orqali baholashdan maqsad, talabalarda o‘qitilayotgan fanni chuqur egallash, topshiriqlarga ijodiy yondoshish, mustaqil fikrlash, o‘z bilimini muntazam ravishda oshirishga intilish hamda adabiyotlardan keng foydalanish kabi xususiyatlarni rivojlantirish va ushbu tariqa raqobatbardosh mutaxassislarni tayyorlashga erishish.

2. **Matematik va kompyuterli modellashtirish asoslari** fanidan reyting tizimi quyidagi vazifalarni bajarishga qaratilgan:

- talabalar fanni o‘zlashtirishini muntazam ravishda nazorat qilib borish, ularni semestr (o‘quv yili) davomida o‘z ustlarida uzluksiz faol ishlashlarini ta’minlash;
- talabalar bilimini haqqoniy, aniq va adolatli baholash hamda natijalarini ularga muntazam ravishda ma’lum qilish;
- talabalarda mustaqil ishlash ko‘nikmalarini keng rivojlantirish;
- professor–o‘qituvchilarda ma’ruza va amaliy mashg‘ulotlarga puxta tayyorgarlik ko‘rish, baholash savollarini tuzishda mas’uliyatini oshirish.

3. Fan bo‘yicha maksimal reyting bali, o‘quv rejasida aynan shu fanga ajratilgan soatlar miqdori bilan belgilanadi.

Talaba bilimini baholashda, avval uning o‘zlashtirish ko‘rsatkichi aniqlanadi, so‘ng dars soatlari miqdoriga muvofiq, uning fan bo‘yicha reytingi hisoblab topiladi.

II. Baholash turlari va shakllari

4. Matematik va kompyuterli modellashtirish asoslari fanidan talabalarning fan bo‘yicha o‘zlashtirishini baholash semestr (o‘quv yili) davomida muntazam ravishda olib boriladi va quyidagi turlar orqali amalga oshiriladi:

Joriy baholash (JB); Oraliq baholash (OB); Yakuniy baholash (YaB)

JB da fanning har bir mavzusi bo‘yicha talabaning bilim darajasini (o‘zlashtirishini) aniqlab borish nazarda tutiladi va u odatda, amaliy mashg‘ulotlar (seminar yoki laboratoriya ishlari) darslarida amalga oshirilishi mumkin.

1. Joriy baholash (JB). Joriy nazorat o‘tilgan 8-10 soat amaliy mashg‘ulot materiali bo‘yicha o‘tkaziladi. Masalan: “**Matematik va kompyuterli modellashtirish asoslari”** fani **Informatika o‘qitish metodikasi** ta’lim yo‘nalishi IV - kurs talabalari uchun (ajratilgan dars soatlari VII-semestr 18 ma’ruza, 22 amaliy va 16 laboratoriya, VIII-semestr 10 ma’ruza, 10 amaliy va 8 laboratoriya) (Mustaqil ta’lim VII-semestr 46 soat, VIII-semestr 22 soat) maksimal ball – 35 (I-15 b; II -20 b;), 35 ball umumiy baholashning 35% ni tashkil etsa, unda (JB) baholashning birinchi bosqichi 15 balni ikkinchi bosqichi 20 balni tashkil etadi.

Joriy nazoratda talabaning bilimiga reyting ballari qo‘yishga quyidagi talablar qo‘yiladi.

JB.ning foizi	Baho	Talabaning bilim darajasi va malakasiga talablar
86 – 100	A’lo	Amaliy mashg‘ulotlarda faol ishtirok etsa, kompyuterda masala va mashqlarni mustaqil fikr chiqarib to‘g‘ri yechsa, javoblarni izohlab ularning amaliy ahamiyatini anglay olsa, masalani yechishga ijodiy yondoshsa, o‘z fikrini to‘la ifodalay olsa, laboratoriya mashg‘ulotlarini o‘z vaqtida bajarib topshirsa, mustaqil ta’limni o‘zlashtirsa;
71 – 85	Yaxshi	Amaliy mashg‘ulotlarda faol ishtirok etsa, masala va mashqlarni to‘g‘ri yechsa, javoblarni izohlay olsa, fikrini mustaqil ifodalay olsa, masala mohiyatini to‘la tushunsa, laboratoriya mashg‘ulotlarini o‘z vaqtida bajarib topshirsa, mustaqil ta’limni o‘zlashtirsa.
55 – 70	Qoniqarli	Amaliy mashg‘ulotlarda ishtirok etib masala va mashqlarni o‘qituvchi yordamida to‘g‘ri yechsa, yechimlardan olingan javoblarni

		mohiyatini tushunsa, masalani yechish jarayonini tushuntira olsa, laboratoriya mashg‘ulotlarini o‘z vaqtida bajarsa, mustaqil ta’limni qisman o‘zlashtirsa.
0 – 54	Qoniqarsiz	Masalalarni shartini to‘g‘ri tushunib ularni yecha olmasa, masalalarni yechimi to‘g‘risida aniq tasavvurga ega bo‘lmasa, o‘qituvchi yordamida ham masalalarni yechishga qiynalsa, nazariy va amliy bilimlarini bog‘lay olmasa, laboratoriya mashg‘ulotlarini o‘z vaqtida bajarmasa va topshira olmasa, mustaqil ta’limni o‘zlashtirmasa.

2. Oraliq baholash (OB). OB da fanning bir necha mavzularini qamrab olgan bo‘lim yoki qism bo‘yicha nazariy mashg‘ulotlar o‘tib bo‘linganidan so‘ng talabaning nazariy bilimlari baholanadi va unda talabaning muayyan savol yoki muammoni yechish mahorati va qobiliyati aniqlanadi.

OB nazorati o‘tilgan ma’ruza mashg‘ulot materiali bo‘yicha o‘tkaziladi.
Shu mashg‘ulotlarda o‘tilgan mavzular bo‘yicha kamida uchta savolni o‘z tarkibiga oluvchi bir nechta variantlar tuziladi. Talaba tanlagan bitta variant savollariga “yozma” usulda batafsil javoblar yozadi, «og‘zaki» usulda esa savollarga og‘zaki javoblar beradi. Har bir savolga javoblar uchun aniq maksimal ballar belgilangan.

Masalan: “**Matematik va kompyuterli modellashtirish asoslari”** fani **Informatika o‘qitish metodikasi** ta’lim yo‘nalishi IV-kurs talabalari uchun (ajratilgan dars soatlari VII-semestr 18 ma’ruza, 22 amaliy va 16 laboratoriya, VIII-semestr 10 ma’ruza, 10 amaliy va 8 laboratoriya) (Mustaqil ta’lim VII-semestr 46 soat, VIII-semestr 22 soat) maksimal ball – 35 (I-15 b; II -20 b;), 35 ball umumiy baholashning 35% ni tashkil etsa, unda (OB) baholashning birinchi bosqichi 15 balni ikkinchi bosqichi 20 balni tashkil etadi.

Oraliq nazoratda talaba bilimini baholashda quyidagi talablar qo‘yiladi:

Foiz	Baho	Talaba bilimi va malakasiga talablar
86-100%	A’lo	Savollardagi mavzularning barchasiga asoslangan, ilmiy xatoliklarga yo‘l qo‘yilmagan holda javoblar bersa, mavzu materiali mohiyatini to‘la tushunib yetgan bo‘lsa, ijodiy fikr yuritsa, mustaqil mushohada qilsa, nazariy bilimlarni amalda qo‘llashga misollar keltira olsa, xulosa va qarorlar qabul qilishda faol bo‘lsa, material bo‘yicha to‘la tasavvurga ega bo‘lsa va talaba ilmiy-uslubiy maqolalar yozishga loyiq bo‘lsa.
71 – 85%	Yaxshi	Savollarning barchasiga to‘liq javob bersa, juz’iy xatoliklarga yo‘l qo‘ymasa. Material mohiyatni tushunib yetgan bo‘lsa, ijodiy fikr yurita olsa, nazariy bilimlarni amaliy ahamiyatini anglab yetgan bo‘lsa, material bo‘yicha tasavvurga ega bo‘lsa Qo‘shimcha adabiyotlardan mustaqil foydalana olish qobiliyatiga ega bo‘lsa.
55 – 70 %	Qoniqarli	Savollarga javoblar yozgan bo‘lsa, yo‘l qo‘ygan xatolari juz’iy xatolar bo‘lmasa, material mohiyatini tushungan bo‘lsa, nazariy bilimlarni amaliy ahamiyatini anglagan bo‘lsa, mavzular bo‘yicha tasavvurga ega bo‘lsa va auditoriya mashg‘ulotlariga to‘liq qatnashgan bo‘lsa.
0 – 54 %	Qoniqarsiz	Savollarga javob berishga qiynalsa, material mohiyatini tushunmasa, tasavvuri sayoz bo‘lsa, nazariy bilimlarni amaldagi ahamiyatni anglab yetmasa, savollarni ko‘pchiligiga javob bera olmasa va darslarga muntazam qatnashmagan bo‘lsa.

Fan bo‘yicha **JB** va **OB** turlarida talaba to‘plashi mumkin bo‘lgan maksimal reyting ballning miqdori 70 ballni tashkil etadi va bu umumiy baholashning 70% ni tashkil etadi. **JB** va **OB** natijalariga ko‘ra talaba 39 balldan (55% dan)ortiq ball to‘plasa, u holda talaba **YB** lashga kirishga ruxsat etiladi, aks holda esa talaba yakuniy nazoratga ruxsat etilmaydi va akademik qarzdor hisoblanadi.

3. Yakuniy baholash (YaB). YaB da fanning semestr (o‘quv yili) davomida o‘tilgan hajmi doirasida talabaning bilimi baholanadi. YaB turiga ajratilgan ballar miqdori, umumiy ballning 30% (mustaqil ta'lim bilan birga 30 % yoki 30 ball) miqdorida belgilanadi. YaB turi Oliy va o‘rta maxsus ta’lim vazirligining 333-sonli buyrug‘iga asosan tayanch tushinchalarga asoslangan “Yozma ish” (50%) usulida yoki boshqa usullarda (50%, og‘zaki, test, himoya va hokazo) ham o‘tkazilishi mumkin.

5. O‘quv rejaga muvofiq o‘qitilishi bir necha semestr (o‘quv yili) ga rejalashtirilgan fan bo‘yicha talabaning umumiy reyting balli, har bir semestr (o‘quv yili) davomida shu fan bo‘yicha talaba tomonidan to‘plangan reyting ballar yig‘indisi bilan aniqlanadi.

6. Baholash turlari har bir fanning xususiyatlaridan kelib chiqqan holda, dars jarayonida so‘rov o‘tkazish, test savollariga javob berish, nazorat ishlarini bajarish, suhbat va shu kabi boshqa shakllarda ham amalga oshirilishi mumkin.

7. Dekanat va kafedralar belgilangan tartibda fan bo‘yicha talabaning OB, JB hamda YaB turlarida ko‘rsatgan o‘zlashtirish ko‘rsatkichlarini tahlil etib borishlari va ularning natijalarini belgilangan shakldagi qaydnomalarda qayd etishlari lozim. Baholash natijalari o‘quv bo‘limida zudlik bilan ishlovdan o‘tkaziladi.

8. Reyting natijalari fakultet kafedralarida va “Fizika-matematika” fakulteti kengashida muntazam ravishda muhokama etib boriladi va tegishli qarorlar qabul qilinadi.

“Matematik va kompyuterli modellashtirish asoslari ” fani bo‘yicha talabalarning bilimini baholash
R E Y T I N G J A D V A L I

Yuqori baholash bali (YuB)-100 ball. Saralash bali (SB)- 55 ball.
Joriy va oraliq baholashlarga 70 ball yakuniy baholashga esa 30 ball beriladi.

№	Nazorat turlari	semestr	Nazorat shakllari	Nazorot turlari bo‘yicha ballar	Nazorat turlarini o‘tkazish sanasi
1	2	3	4	5	6
I	Joriy nazorat	VII,VIII	Amaliy	15 ball	
			Amaliy	20 ball	
	Jami		**2 ta**	**35 ball**	
II	Oraliq nazorat	VII,VIII	Og‘zaki	15 ball	
			Yozma	20 ball	
	Jami		**2 ta**	**35 ball**	
III	Yakuniy nazorat	VII,VIII	Yozma	30 ball	
Jami				**100**	

III. Talaba bilimini baholash tartibi

9. Semestr davomida o‘qitilgan fan bo‘yicha maksimal ballning kamida 55% ni to‘plagan talaba qoniqarli o‘qiyotgan deb hisoblanadi. Semestr davomida o‘qitilgan fan bo‘yicha maksimal ballning 55% dan kam ball to‘plagan talaba, qoniqarsiz o‘qiyotgan talaba (akademik qarzdor) deb hisoblanadi.

10. Semestr davomida fanlar bo‘yicha to‘plangan ballar quyidagi o‘zlashtirish ko‘rsatkichlari bilan baholanadi:

86 – 100% – “a’lo”; 71 – 85% – “yaxshi”; 55 – 70% – “o‘rta”; 54% dan kam – “qoniqarsiz”.

11. Talabaning barcha turdagi amaliyotlardan olgan bilim va ko‘nikmalari, kurs ishi yoki kurs loyihasi, bitiruv malakaviy ishi (loyihasi), davlat attestatsiyasi natijalari o‘zlashtirish ko‘rsatkichlari bilan baholanadi va reyting daftarchasida alohida qayd etiladi.

12. Reyting ballarini hisoblashda talabaning o‘quv mashg‘ulotlardagi faolligi, mustaqil ishlarni bajarishda ijodiy yondosha olishi, o‘quv mehnat intizomiga amal qilish sifatlari ham hisobga olinishi (reyting balli doirasida 10% gacha) maqsadga muvofiq.

13. JB, OB va YaB turlarida fanni o‘zlashtira olmagan (55% dan kam ball to‘plagan) yoki sababli baholash turlarida ishtirok eta olmagan talabalarga 1 hafta muddat ichida qayta baholashdan o‘tishga ruxsat berilishi mumkin.

14. Fan bo‘yicha belgilangan maksimal reyting ballning 55% dan kam ball to‘plagan talaba, belgilangan tartibda rektorning buyrug‘i bilan talabalar safidan chetlashtiriladi.

15. Talabani kursdan kursga o‘tkazish o‘quv rejada muayyan semestr (o‘quv yili)ga belgilangan fanlardan talaba to‘plagan reyting ballar miqdori hisobga olinadi va rektorning buyrug‘i bilan amalga oshiriladi.

IV. Reyting natijalarini qayd qilish tartibi

17. Har bir fan bo‘yicha o‘tkazilgan baholash turlarida talaba to‘plagan reyting ballar miqdori, dekanat tomonidan belgilangan tartibda tasdiqlangan shakldagi qaydnomada qayd qilinadi.

18. Semestr davomida fan bo‘yicha o‘tkazilgan baholash turlarida talaba to‘plagan “Umumiy ball” talabaning “Reyting daftarchasi”da qayd etiladi.

19. Har bir fan bo‘yicha o‘tkaziladigan baholash turlarining (JB, OB va YaB) natijalari dekanat va kafedralar tomnidan reyting nazorati ekranida muntazam ravishda yoritib boriladi.

20. Reyting nazorati ekranini tashkil etish va uni belgilangan muddatlarda rasmiylashtirish vazifasi fakultet dekani zimmasiga yuklatiladi.

O‘quv-uslubiy adabiyotlar va elektron ta’lim resurslari ro‘yxati

Asosiy darslik va o‘quv qo‘llanmalar

7. K.Safoeva Matematik programmalsh. O‘quv qo‘llanma. T.:UAJBHT, 2004 y.
8. T.X.Holmatov, N.I.Toyloqov. Amaliy matematika, dasturlash va kompyuterning dasturiy ta’minoti. T.: “Mexnat”, 2000 y.
9. U.Yuldashev, F.Sharipxodjayeva. Sonli usullar. Qo‘llanma. T.: [s.n], 2012 y.
10. Меняев Михаил Федорвич. Информационные технологии управления. Москва, «Омега-Л», 2003 г.

Qo‘shimcha adabiyotlar

4. Yuldashev U.Yu., Boqiev R.R., Karimov O. Matematik dasturlash (ma’ruza matnlari) T.: TDPU, 2000.

Elektron ta’lim resurslari

1. Математическое программирование в примерах и задачах. Акулич И.Л. **http://rapidshare.com/ files/6775262/ akulich_matem_natahaus.rar)**
2. Численные методы – Бахвалов (**http://win-web.ru/uchebniki /load/ bahvalov_ chisl_meth-99460d52f5a71d4cc1b7dcd133dc6cea.html**

O‘QUV-USLUBIY ADABIYOTLAR VA ELEKTRON TA’LIM RESURSLARI RO‘YXATI

Asosiy darslik va o‘quv qo‘llanmalar

1. K.Safoeva Matematik programmalsh. O‘quv qo‘llanma. T.:UAJBHT, 2004 y.
2. T.X.Holmatov, N.I.Toyloqov. Amaliy matematika, dasturlash va kompyuterning dasturiy ta’minoti. T.: “Mexnat”, 2000 y.
3. U.Yuldashev, F.Sharipxodjayeva. Sonli usullar. Qo‘llanma. T.: [s.n], 2012 y.
4. Меняев Михаил Федорвич. Информационные технологии управления. Москва, «Омега-Л», 2003 г.

Qo‘shimcha adabiyotlar

5. Yuldashev U.Yu., Boqiev R.R., Karimov O. Matematik dasturlash (ma’ruza matnlari) T.: TDPU, 2000.

Elektron ta’lim resurslari

3. Математическое программирование в примерах и задачах. Акулич И.Л. **http://rapidshare.com/ files/6775262/ akulich_matem_natahaus.rar)**
4. Численные методы – Бахвалов (**http://win-web.ru/uchebniki /load/ bahvalov_ chisl_meth-99460d52f5a71d4cc1b7dcd133dc6cea.html**