O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY VA O'RTA
MAXSUS TAЪLIM VAZIRLIGI

NAMANGAN MUXANDISLIK-TEXNOLOGIYA INSTITUTI

MUXANDISLIK-TEXNOLOGIYASI FAKULTETI

UMUMTEXNIKA FANLARI

kafedraSI

# Nazahiy mexanika

fanidan

# ma'ruza matni

Namangan – 2016

Ma’ruzalar matni statika, kinematika, nuqta va sistema dinamikasi bayon etilgan.

Ma’ruzalar matnida asosiy tushunchalari va qonunlari bilan birga muxandislik faoliyatida uchraydigan boshqa masalalar ham yoritilgan.

Ma’ruzalar matni oliy o`quv yurtlari barcha yo`nalishlardagi bakalavrlar uchun mo`ljallangan. Shuningdek bu ma’ruzalar matnidan kasb-hunar kollejlarining talabari ham foydalanishi mumkin

Matnni tayyorladi:: dos. Z.Abduqahhorov.

Masъul muxarrir: d.t.n., prof. G.X. Xojimetov (TAYI "Nazariy mexanika va materiallar karshiligi" kafedrasi professori)

Ma'ruzalar matni "Umumtexnika fanlari" kafedrasi yigilishida muxokama kilindi ____ ( ____ " ___" 2016 y) № ___

Ma'ruzalar matni NamMTI ning uslubiy kengashida muxokama etildi, foydalanish uchun chop etishga rusat berildi ____ ( ____ " ___" 2016 y) № ___

## Mundarija

## KIRISH

Har bir fan asoslarini chuqur o`rganish kelajak taraqqiyotini ilmiy ko`z bilan ko`ra bilish o`quvchilarga o`rgatish jamiyatning tez suratlar bilan rivojlanishiga yo`l ochadi. Akademik M.T. O`razboev “Olim kelajakni o`z ruhiy dunyosining eng baland cho`qqisidan turib ko`ra olishi va atrofdagilarni shubhalanmasdan etaklashi bilan boshqalardan farq qilishi kerak”-degan edi. Bu esa kelajakda ijodkor shaxslarni ko`paytiradi, texnologiyaga aylanib, mehnatni unumdor bo`lishiga imkoniyat yaratadi. Mehnat samaradorligi, mahsulot sifati va xalqning farovonligi fan rivojidan bog’liqdir. Hozirgi zamon fan va texnikasining taraqqiyoti umumtexnika fanlarining asoslaridan biri bo`lgan nazariy mexanikani puxta o`rganishni talab qiladi. Nazariy mexanika texnika oliy o`quv yurtlarida o`tiladigan umumiy fanlardan biridir. Nazariy mexanika fanining qonunlari matyeriallar qarshiligi, qurilish mexanikasi, mashina va mexanizmlar nazariyasi, gidravlika, ayerodinamika kabi fanlar uchun xilma-xil murakkab texnika masalalarini nazariy baza sifatida qo`llaniladi. Nazariy mexanika fani bo`lajak mo’taxassislarga mashinalarni loyihalash va avtomatlashtirish o`rganadigan muhandislik fani sifatida ham zarur bo`lgan bilimni byeradi. Fan-texnika taraqqiyoti bilan birga nazariy mexanika bo`lajak mo’taxassislarda texnikada qo`llaniladigan jarayonlar modelini yasash va ilmiy xulosalar yaratish qobiliyatini rivojlantiradi. Texnikaning keyingi taraqqiyotlari asosida nazariy mexanika fanini puxta o`rgangan talabalar EHM ni tadbiq etgan holda, murakkab masalalarni ham yyechamiza olishi mumkin. Nazariy mexanika fani moddiy jismlarning bir-biriga ko`rsatadigan ta’siri va harakatning umumiy qonunlari haqidagi fandir. Tabiiy fanlar matyeriya harakatini va ularning xususiyatlarini o`rganadilar. Tabiiy fanlardan biri bo`lgan nazariy mexanika fani matyeriya harakatlaridan eng oddiysi hisoblangan mexanik harakatni o`rganadi. Shu bilan birga nazariy mexanika jismlarning muvozanatini ham o`rganadi, zyeroki jism muvozanati mexanik harakatning xususiy holidir.

Jismlarning vaqt o`tishi bilan fazoda bir-biriga nisbatan siljishiga mexanik harakat deb ataladi. Jismlarning boshqa bir holati deyiladi. Mexanik holatni qanday nuqtai nazardan qaralishiga qarab, nazariy mexanika uch qismga bo`linadi:

1. Statika 2. Kinematika 3. Dinamika

Statika jismlarning muvozanati, ularga qo`yilgan kuchlarni qo`shish, ayirish va ta’siri jihatidan teng bo`lgan ekvivalent kuchlar sistemasi bilan almashtirish masalalarini o`rganadi.

Kinematika jismlarning harakatini geometrik nuqtai nazardan o`rganadi. Kinematikada jismlarga ta’sir etuvchi kuch va yo`qni massasi hisobga olinmaydi.

Dinamika jismlar harakati va shu harakatni vujudga keltiruvchi kuchlar birgalikda o`rganiladi.

## MA'RUZA №1

## NAZARIY MEXANIKA FANI

## REJA:

1. Mexanik Harakat.
2. Mexanika fani.
3. Nazariy mexanika va uning tabiiy va texnik fanlar orasidagi o`rni.
4. Mexanika konnunlarining ob`ektiv xakraktyeri.
5. Mexanika rivojlanishining kiskacha asosiy tarixiy boskichlari.
6. Mexanika fanining ishlab chiqarish bilan bog`liqligi va xalk xujaligidagi masalalarni yechishdagi roli.
7. Statika fani.
8. Statikaning asosiy tushunchalari.
9. Absolyut qattiq jism.
10. Kuch haqida tushuncha.
11. Statikaning aksiomlari.

**Adabiyotlar:**

**Asosiy:**

**1.** P.Shoxaydarova, SH.Shoziyotov, SH.Zoirov «Nazariy mexanika» darslik. Toshkent 1991 yil.

**2.** T.R.Rashidov, SH.Shoziyotov, K.B.Muminov «Nazariy mexanika asoslari» darslik. Toshkent 1990 y.

**3.** S.M.Targ «Kratkiy kurs teoreticheskoy mexanika» «Visshaya shkola» 2002 g.

**4**. I.V.Meshcherskiy. Nazariy mexanikadan masalalar to`plami. O`quv qo`llanmasi Toshkent. 1989 y.

**5.** "Sbornik zadaniy dlya kursovix rabot po teoreticheskoy mexanike" pod redaktsiey A. A. Yablonskogo, «Visshaya shkola», 1985 g.

**Qo`shimcha:**

**1.** Murodov M.M., Usnatdinov K.U., Inoyatova X. "Nazariy mexanika"

**2.** Murodov M.M., Gaybullaev Z.X. "Nazariy mexanika" fanidan ma'ruzalar matni 1999 y.

**3.** S.K.Azizkoriev, Yangurazov SH. Nazariy mexanikadan masalalar yechish. O`quv qo`llanmasi. Toshkent 1980 y.

**4.** Murodov M.M., Usnatdinov K.U. "Nazariy mexanikadan nazorat savollari" 2001y.

Hozirgi zamon fani va texnikasining tez sur`atlar bilan usishi,ishlab chiqarish protsesslarining mexanizatsiyalashtirilishi va avtomatlashtirilishi hamda turli xil inshootlarni loyihalash ishlari umumtexnika fanlarining asosi bo`lgan nazariy mexanikani puxta o`rganishni talab qiladi. Nazariy mexanika fani oliy texnika o`quv yurtlarida o'tiladigan asosiy fanlardan biri bo`lib, uning qonunlari matyeriallar qarshiligi, kurilish mexanikasi, mashina va mexanizmlar nazariyasi kabi fanlar uchun xilma xil murakkab texnika masalalarini yechishda nazariy baza sifatida qo`llaniladi. Nazariy mexanikafani moddiy jismlarning bir biriga ko`rsatadigan ta’siri va mexanik Harakatning umumiy qonunlari haqidagi fandir. Moddiy duneda uchraydigan hamma xodisalar matyeriyaning Har xil ko`rinishlaridan va uning xususiyatlaridan iboratdir. Harakat matyeriyaning ajralmas va asosiy xossasi bo`lib olamda ruy byeradigan barcha xodisalarni o’z ichiga oladi.

Shuning uchun harakat so`zidan oddiy ko`chishdan tortib, molekulalar, atomlar, elektronlar, fizik - ximiyaviy, biologik o`zgarishlarda bo`ladigan murakkab protsesslar tushuniladi.

Tabiiy fanlar matyeriya harakatini va uning xususiyatlarini o`rgatadi. Tabiiy fanlardan biri bo`lgan nazariy mexanika fani matyeriya harakatlaridan eng oddiysi hisoblangan mexanik harakatni tekshiradi. Nazariy mexanika jismlarning mexanik harakati va muvozanati haqidagi fandir.

Jismlarning vaqt o`tishi bilan fazoda bir-biriga nisbatan siljishiga mexanik harakat deb ataladi. Jismlarning tinchlik holatiga muvozanat deyiladi. Mexanik masalani qanday nuqtai nazardan qo`yilishiga qarab, nazariy mexanika uch qismga bo`linadi.

1. Statika

2. Kinematika

3. Dinamika

Statika bo`limida jismlarning muvozanati, ularga qo`yilgan kuchlarni qo`shish, ayirish va kuchlarni ta’sir jixatidan teng bo`lgan ekvivalent kuchlar sistemasi bilan almashtirish masalalari tekshiriladi.

Kinematikada jismlarning harakatini geometrik nuqtai nazardan tekshiriladi. Kinematikada jismlarga ta’sir etuvchi kuch va jismlarning massasi hisobga olinmaydi. Dinamikada jismlarning harakatini shu harakatni vujudga keltiruvchi kuchga bog’lab o’rganadi.

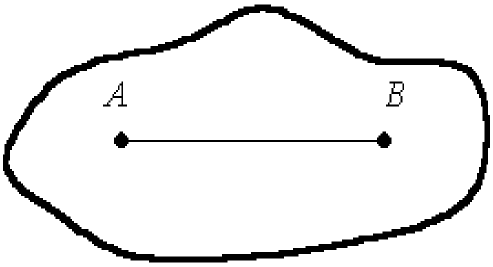
## Statikaning asosiy tushunchalari.

Statikaning asosiy tushunchalari quyidagilardan iborat.

1. Absolyut qattiq jism.

2. Kuch.

Jismning ixtiyoriy ikki nuqtasi orasidagi masofa har qanday kuchlar ta’sir qilganda ham har doim o`zgarmasdan qolsa bunday jismlarga absolyut qattiq jismlar deyiladi (defermasiyalanmaydigan jism). Demak nazariy mexanikada jismlarda bo`ladigan kichik defermasiya hisobga olinmaydi.




1-rasm.

**AB=L=const**

Jismga ta’sir etib, uning tinch holatini yoki to`g`ri chiziqli tekis Harakatini o’zgartiruvchi sababga mexanikada kuch deyiladi.

Har qanday kuch uchta faktor bilan xarakterlanadi.

1. Kuchning miqdori

2. Kuchning yo`nalishi

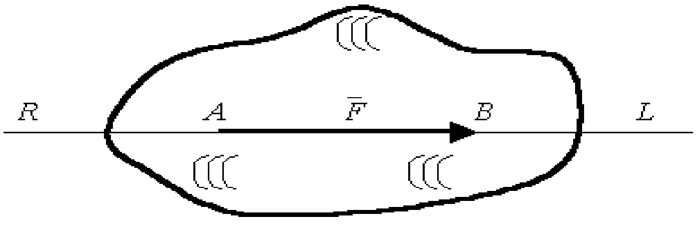
3. Kuch qo`yilgan nuqta

Kuch vektor kattalik. Kuch chizmada strelkali to`g`ri chiziq kesmasi shaklida tasvirlanadi.

Jismning bevosita kuch ta’sir yetadigan nuqtasi kuch qo`yilgan nuqta deyiladi. Tinch holatda turgan jismning qo`yilgan kuch ta’sirida olgan yo`nalishi kuchning yo`nalishi deyiladi. Kuchni miqdorini o’lchash uchun uni kuch birligi deb qabul qilingan biror kattalik bilan solishtiriladi. Xalqaro Si sistemasida N’yton (1N) qabul qilingan. Kuchni katta lotin Harflari bilan belgilab vektor qo`yiladi.

$\overline{\mathbf{F}}, \overline{\mathbf{P}}\ \overline{\mathbf{T}}, \overline{\mathbf{Q}}, \overline{\mathbf{R}}\ \overline{\mathbf{N}}, \overline{\mathbf{S}}$ va boshqalar.

Jismning biror A nuqtasiga qo`yilgan $\overline{F}$ kuchini quyidagicha ifodalash mumkin




2-rasm.

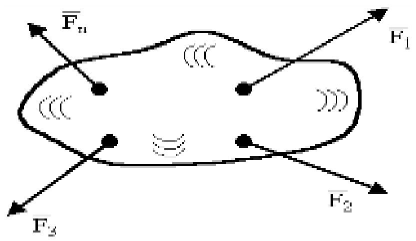
Bunda: **AV** kesmaning uzunligi kuch miqdorini ifodalaydi. Strelka **F** -kuch yo`nalishni ko`rsatadi**. A** nuqta kuch qo`yilgan nuqta.

Kuch yo`nalgan to`g`ri chiziqqa kuchning ta’sir chizig`i deyiladi.

**KL** to`g`ri chiziq **F** kuchining ta’sir chizig`i bo`ladi (2-rasm)

**Ta'riflar:**

1. Agar jismga bir nyechamizta kuchlar qo`yilgan bo`lsa bunday kuchlarga kuchlar sistemasi deyiladi. $(\overline{F}_1, \overline{F}_2, \overline{F}_3, .....\overline{F}_n)$-kuchlar sistemasi jismga qo`yilgan (rasm -3)




3- rasm

2. Ikkita kuchlar sistemasi jismga bir xil ta'sir ko'rsatsa bunday kuchlar sistemasi ekvivalent kuchlar sistemasi deyiladi.

**Masalan**. $(\overline{F}_1, \overline{F}_2, \overline{F}_3, .....\overline{F}_n)$ kuchlar sistemasining jismga ko`rsatadigan ta'sirini $(\overline{Q}_1, \overline{Q}_2, .....\overline{Q}_n)$ kuchlar sistemasi ko'rsatsa, bunday ikki kuch sistemasi o`zaro ekvivalent bo`ladi. Ularning ekvivalentligi quyidagicha yoziladi.

$$(\overline{F}_1, \overline{F}_2, \overline{F}_3, .....\overline{F}_n) \backsim (\overline{Q}_1, \overline{Q}_2, .....\overline{Q}_n)$$

3. Agar biror kuchlar sistemasining jismga ko`rsatadigan ta'sirini bitta kuch ko'rsata olsa, bunday kuchga teng ta'sir etuvchi kuch deyiladi. **(F, F,....Fn)** kuchlar sistemasining teng ta'sir etuvchisini R bilan belgilasak u holda

$$(\overline{F}_1, \overline{F}_2, \overline{F}_3, .....\overline{F}_n) \backsim R$$

4. Tinch turgan jism unga qo`yilgan $(\overline{F}_1, \overline{F}_2, \overline{F}_3, .....\overline{F}_n)$ kuchlar sistemasi ta'sirida ham tinch holatda qolsa bunday kuchlar sistemasi yoki nolga ekvivalent sistema deyiladi.

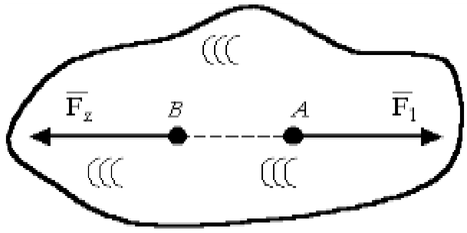
Muvozanatlashgan kuchlar sistemasi nolga ekvivalentdir.

$$(\overline{F}_1, \overline{F}_2, \overline{F}_3, .....\overline{F}_n) \backsim 0$$

**Statikaning aksiomalari**

Statikada kundalik xaetda tasdiklangan beshta aksioma bor.

**1-aksioma**: Jismga ta'sir etayotgan ikkita kuch miqdor jixatidan teng va bir to`g`ri chiziq bo`ylab qarama-qarshi tomonga yo`nalgan bo`lsa jism muvozanatda bo`ladi. (4-rasm)

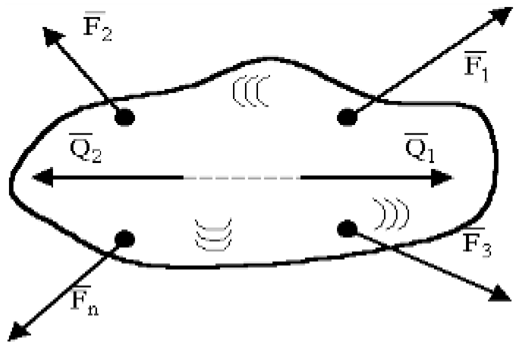



4-rasm

Bunda $F_1 = F_2$, $\overline{F}_1 = \overline{F}_2$, $\overline{F}_1$ *ва* $\overline{F}_2$, kuchlarga o`zaro muvozanatlashgan kuchlar sistemasi yoki 0 ga ekvivalent kuchlar sistemasi deyiladi.

$$(\overline{F}_1 = \overline{F}_2) \propto 0$$

**2-aksioma:** jismga ta'sir etayotgan kuchlar sistemasiga o`zaro muvozanatlashuvchi kuchlar qo'shilsa yoki olinsa kuchlar sistemasining jismga ko`rsatadigan ta'siri o`zgarmaydi. (5-rasm)




5-rasm

$\overline{F}_1, \overline{F}_2, = \overline{F}_n$ kuchlar ta'sirida jism muvozanatda turgan bo`lsin.

Shu jismga nolga ekvivalent ($\overline{Q}_1, \overline{Q}_2$) kuchlarni qo`yamiz ($\overline{Q}_1, \overline{Q}_2$) $\propto 0$ bu bilan jismni muvozanati o`zgarmaydi.

Bu aksiomalardan quyidagi natija kelib chiqadi.

Har qanday kuchni ta'sir chizig`i bo`ylab bir nuqtadan ikkinchi nuqtaga yo`nalishini o'zgartirmay ko'chirish mumkin. Bu bilan kuchning jismga ko`rsatadigan ta'siri o`zgarmaydi.

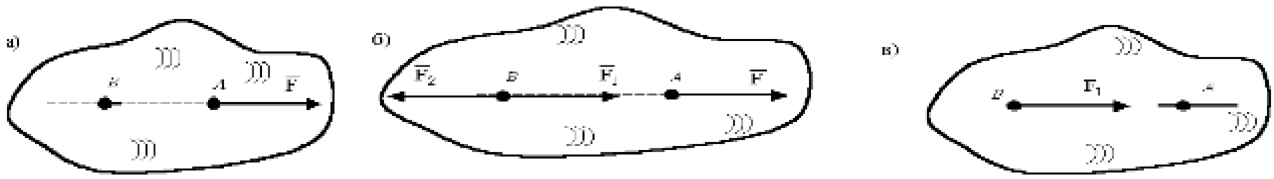
**Isbot:**.Jismning A nuqtasiga $\overline{F}$ kuchi qo`yilgan bo`lsin (6-rasm a.) Bu kuchni ta'sir chizig`i ustidagi V nuqtaga ko'chirish kerak.

Buning uchun **V** nuqtaga o`zaro muvozanatlagan $\overline{F}_1$*ва*$\overline{F}_2$ kuchlarning miqdori jismga qo`yilgan $\overline{F}$ kuchiga teng bo`lishi shart.

$$\overline{F}_1 = \overline{F}_2 = \overline{F}$$

6-rasmdagi $\overline{F}$ va $\overline{F}_2$ kuchlari nolga ekvivalent ($\overline{F}$ $\overline{F}_2$)$\propto$0 ikkinchi aksiomaga asoslanib bu kuchlarni jismdan olib tashlaymiz.

(6-rasm v) Natijada V nuqtaga qo`yilgan berilgan kuchga geometrik teng bo`lgan $\overline{F}_1 = \overline{F}$ kuchiga ega bo`lamiz (6-rasm v)



6-rasm

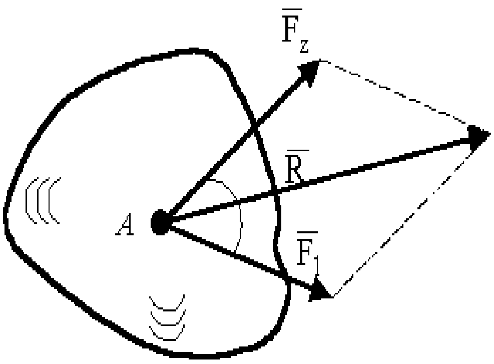
**3-aksioma.** (parallellogram aksiomasi)

Jismning biror nuqtasiga qo`yilgan turli yo`nalishdagi ikki kuchning teng ta’sir etuvchisi shu kuchlarning geometrik yig`indisiga teng bo`lib, kuchlardan tuzilgan paralelogrammning diagonali bo`ylab yo`naladi va kuchlar qo`yilgan nuqtaga qo`yilgan bo`ladi. (7-rasm)

$$\overline{R} = \overline{F}_1 + \overline{F}_2 \qquad (1)$$

Teng ta’sir etuvchi kuchning miqdori quyidagicha topiladi.

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1 F_1 \cos\varphi} \qquad (2)$$




7-rasm

bunda φ berilgan $\overline{F}_1 ва$ $\overline{F}_2$ kuchlari orasidagi burchak.

Agar φ=0 bo`lsa (2) dan

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1 F_1} = \sqrt{(F_1 + F_2)^2} = F_1 + F_2 \qquad (3)$$
$$R = F_1 + F_2$$

(3) bilan bir to`g`ri chiziq bo`ylab bir tomonga yo`nalgan ikkita kuchning teng ta’sir etuvchisi aniqlanadi.

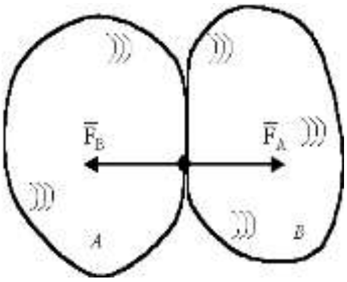
**4-aksioma.** Har qanday ta’sir miqdor jixatidan o`ziga teng va bir to`g`ri chiziq bo`ylab qarama-qarshi tomonga yo`nalgan aks ta’sirni vujudga keltiradi.

A va V jismlar berilgan bo`lsin (8-rasm). Agar A jism va V jismga $\overline{F}_A$ kuch bilan ta’sir qilsa, xuddi shu vaqtning o`zida V jism esa A jismga $\overline{F}_B$ kuch bilan ta’sir qiladi. $\overline{F}_A$ va $\overline{F}_B$ kuchlar miqdor jixatidan bir - biriga teng va qarama-qarshi tomonga yo`nalgan.

$$\overline{F}_A = -\overline{F}_B \quad \overline{F}_A = +\overline{F}_B$$

$\overline{F}_A$ va $\overline{F}_B$ kuchlar o`zaro muvozanatlashmaydi, chunki ular bir jismga qo`yilmagan.

Bu aksioma N’ytonning uchinchi qonunini ifodalaydi.




8-rasm.

Demak tabiatda bir tomonlama ta’sir yo`q har qanday ta’sirga aks ta’sir mavjud.

**5-aksioma.**

Qattiq bo`lmagan (defermasiyalanadigan) jism kuchlar ta’sirida muvozanatdan keyin ham muvozanatda qolavyeradi.

## TAYANCH IBORALAR.

Mexanik harakat, muvozanat kuch, absalyt qattiq jism, teng ta’sir etuvchi kuch, muvozanatlovchi kuch.

## TAKRORLASH UCHUN SAVOLLAR.

1. Nazariy mexanika fani nimani o`rgatadi?
2. Mexanik harakat deb nimaga aytiladi?
3. Muvozanat deb nimaga aytiladi?
4. Statika bo`limi nimani o`rgatadi?
5. Kinematika bo`limi nimani o`rgatadi?
6. Dinamika bo`limi nimani o`rgatadi?
7. Qanday jism absalyt qattiq jism deb ataladi?
8. Kuch deb nimaga aytiladi va kuch qanday faktor bilan harakatlanadi?
9. Kuchlar sistemasi deb nimaga aytiladi?
10. Teng ta’sir etuvchi kuchdan qanday farqi bor?
11. Muvozanatlovchi kuch nima va uning teng ta’sir etuvchi kuchdan qanday farqi bor?
12. Statikani aksiomalarini ta’riflang?

13.Bir nuqtaga qo`yilgan  ikkita kuchni teng ta'sir etuvchisi qanday aniqlanadi.

## MA'RUZA №2

## BOG`LANISHLAR VA BOG`LANISH REAKSIYALARI.

### REJA:

1. Bog`lanish va bog`lanish reaksiyalari
2. Erkin va erkinmas jismlar.
3. Bog`lanish reaksiya kuchlari.
4. Bog`lanishning turlari.
5. Silliq qo`zg`almas tekislik.
6. Egiluvchan yoki elastik jismlar.
7. Sharnirli qo`zg`almas tayanch.
8. Sharnirli qo`zg`aluvchan tayanch.
9. Sterjenli bog`lanish.
10. Sferik Sharnir.
11. Bog`lanishlar aksiomasi.

**Adabiyotlar:**

**Asosiy:**


1. P.Shoxaydarova, Sh.Shoziyotov, Sh.Zoirov «Nazariy mexanika» darslik. Toshkent 1991 yil.
2. T.R.Rashidov, Sh.Shoziyotov, K.B.Muminov «Nazariy mexanika asoslari» darslik. Toshkent 1990 y.
3. S.M.Targ «Kratkiy kurs teoreticheskoy mexaniki»  «Visshaya shkola» 2002 g.
4. I.V.Meshcherskiy. Nazariy mexanikadan masalalar to`plami o`quv qo`llanmasi Toshkent. 1989 y.
5. "Sbornik zadaniy dlya kursovix rabot po  teoreticheskoy mexanike" pod redaksiey A. A. Yablonskogo,  «Visshaya shkola», 1985 g.

**Qo`shimcha:**

1. Murodov M.M., Usnatdinov K.U., Inoyatova X. "Nazariy mexanika"
2. Murodov M.M., Gaybullaev Z.X. "Nazariy mexanika" fanidan ma'ruzalar matni 1999 y.
3. S.K.Azizqoriev, Yangurazov Sh. Nazariy mexanikadan masalalar yechish. O`quv qo`llanmasi. Toshkent 1980 y.
4. Murodov M.M., Usnatdinov K.U. "Nazariy mexanikadan nazorat savollari" 2001y.


Barcha jismlar nazariy mexanikada ikki gruppaga ajraladi.

1. erkin jismlar

2. erkinmas jismlar

Agar jism fazoning istalgan yo`nalishda harakatlana olsa bunday jismlar erkin jismlar deb ataladi.

**Masalan.** Havoda harakat qilayotgan samolyot, shar.

Agar jismning harakati biror yo`nalishda cheklangan bo`lsa, bunday jismni erkinmas yoki bog`lanishdagi jism deyiladi.

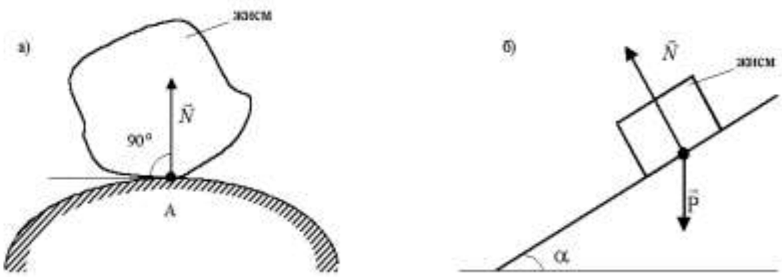
**Masalan.** Relesda turgan vagon stol ustidagi yo`q, osilgan doska va shu kabilar misol bo`ladi.

Relesda turgan vagoning vyertikal yo`nalishdagi harakati cheklangan. Bunda releslar vagon uchun bog`lanish vazifasini o`taydi, vagon esa bog`lanishdagi jismdir.

Bog`lanishning jismga ko`rsatadigan ta’sirini belgilovchi kuchga bog`lanish reaksiya kuchi yoki reaksiya kuchi deyiladi. Bog`lanish jismni qaysi tomonga ko`chishga yo`l kuymasa, reaksiya kuchi usha tomonga qarama-qarshi yo`naladi. Statikadan masala yechishda bog`lanish reaksiyasining yo`nalishini to`g`ri topish katta ahamiyatga ega. Shu sababli bog`lanishlarning asosiy turlarida reaksiya kuchlari qanday yo`nalganligini ko`rib chiqamiz.

1.Silliq qo`zg`almas tekislik ishqalanishni e`tiborga olinmaydigan darajajda silliq bo`lgan sirt odatda silliq sirt deb hisoblanadi. Jism silliq qo`zg`almas tekislik ustida muvozanatda tursa, yoki shu tekislikka nisbatan Harakatlansa, silliq qo`zg`almas tekislik jismni tekislikka perpendikulyar bo`lgan yo`nalishda harakat qilishiga to’sqinlik ko`rsatadi.

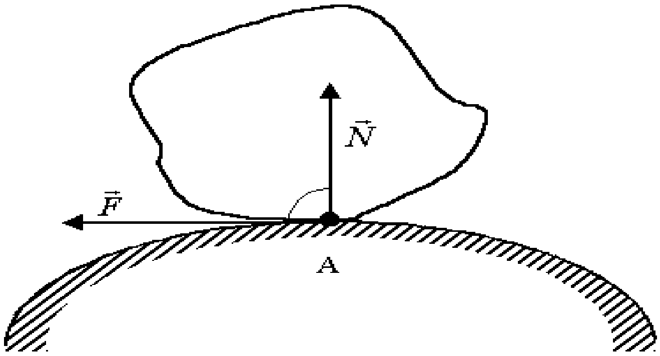
Silliq qo`zg`almas tekislikning reaksiya kuchi tekislikka perpendikulyar bo`lib, jism qaysi tomonga Harakat qila olmasa, shunga teskari yo`nalgan bo`ladi. (9-rasm a, b).




9-rasm

Bunda $\overline{N}$ - silliq qo`zg`almas tekislikning reaksiya kuchi yoki normal reaksiya deb ataladi.

Agar jism sirt silliq bo`lmasa, A nuqtada normal reaksiya kuchidan tashqari urinma reaksiya kuchi $\overline{F}$ ham bo`ladi (10-rasm). Bu $\overline{F}$ kuch ishqalanish kuchi deb ataladi.



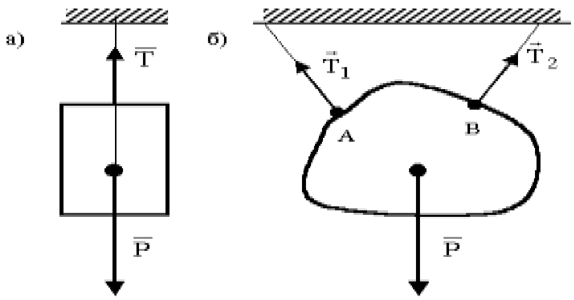

10-rasm

Bunda $\overline{N}$-normal reaksiya kuchi

$\overline{F}$-ishqalanish kuchi

## 2. Egiluvchan yoki elastik jismlar.

Jismlar cho`zilmaydigan ip, zanjir, qayish yoki sterjenli vositasida osilgan bo`lsa, ularda hosil bo`ladigan reaksiya kuchlari mos ravishda egiluvchan jismlar bo`ylab yo`nalgan bo`ladi.(11-rasm a,b) egiluvchan jismlarda hosil bo`ladigan reaksiya kuchlarini $T, T_1, T_2$ bilan belgilanadi va taranglik kuchi deb ataladi.




11-rasm

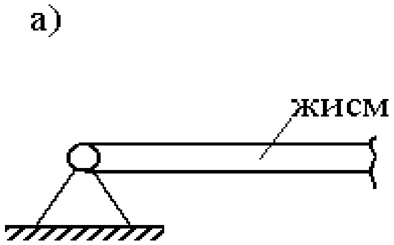
Reaksiya kuchining miqdor va yo`nalishi jismga ta’sir qiluvchi kuchga bog`liq bo`ladi.

## 3.Sharnirli qo`zg`almas tayanch.

Bu tayanch jismning ilgarilama harakat qilishiga to’sqinlik qiladi, jism sharnir atrofida aylanadi.

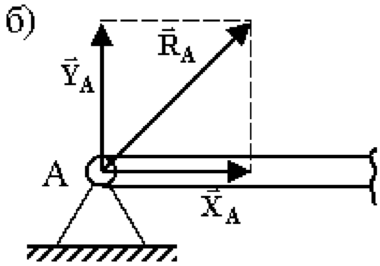
Ikkita jismning o`zaro birlashgan joyiga Sharnir deyiladi. Sharnir atrofida jismlar biri ikkinchisiga nisbatan aylana oladi.

Sharnirni belgisi (O) Sharnirli qo`zg`almas tayanchning belgisi (12-rasm,a)




12-rasm(a)

Sharnirli qo`zg`almas tayanchdagi reaksiya kuchining miqdori va yo`nalishi noma'lum. Masala yechishda Sharnirli qo`zg`almas tayanchning (12-rasm) reaksiya kuchini ikkita tashqil etuvchilarga ajratish kerak




12-rasm(b)

Bunda $\overline{R}_A$ -to`la reaksiya kuchi

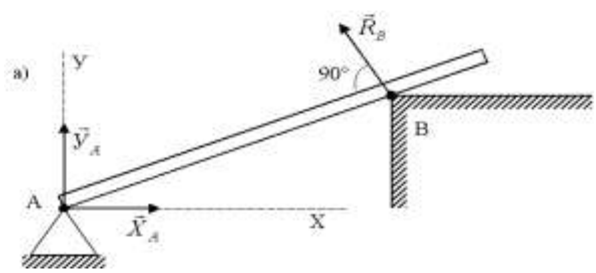
$$\overline{\boldsymbol{R}}_A = \overline{\boldsymbol{X}}_A + \overline{\boldsymbol{Y}}_A$$

$\overline{X}_A, \overline{Y}_A$ lar $\overline{R}_A$ kuchining tashqil etuvchilari.

$\overline{R}_A$ kuchining miqdori va yo`nalishi quyidagiga teng.

$$R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2} \qquad (5)$$

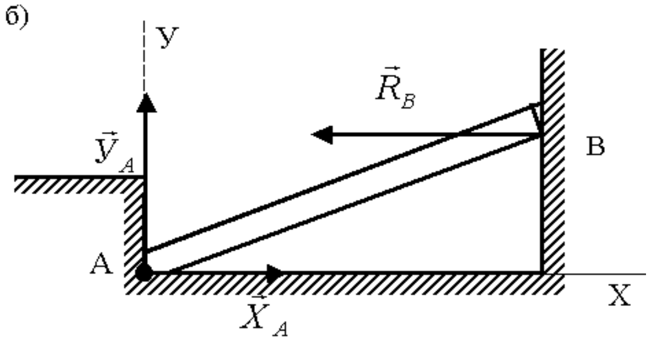
$$tg\alpha = \frac{Y_A}{X_A} \qquad (6)$$




13- rasm

bunda $\overline{X}_A, \overline{Y}_A$, $\overline{R}_B$ reaksiya kuchlri

Bir jism ikkinchi jismga tiralib turgan bo`lsa (13-rasm b) bunday holda ham reaksiya kuchining yo`nalishi noma’lum bo`lib, birinchi holdagidek tashqil etuvchilarga ajratiladi.

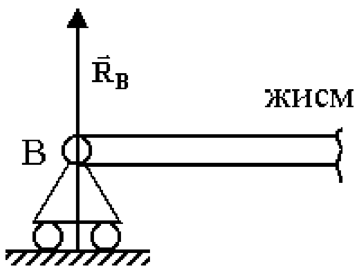



13.b -rasm

### 4.Sharnirli qo`zg`aluvchan tayanch.

Sharnirli qo`zg`aluvchan tayanchning pastiga yumalaydigan g`ildiraklar qo`yiladi. Sharnirli qo`zg`aluvchan tayanchning reaksiya kuchi g`ildirak harakat qilayotgan tekislikka perpendikulyar yo`nalgan bo`ladi. (14-rasm)

Sharnirli qo`zg`aluvchan tayanchning belgisi

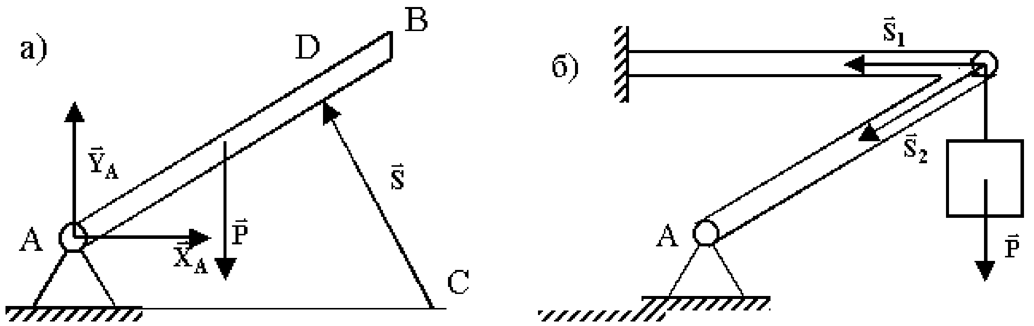



14-rasm

bunda $\overline{R}_B$ -reaksiya kuchi.

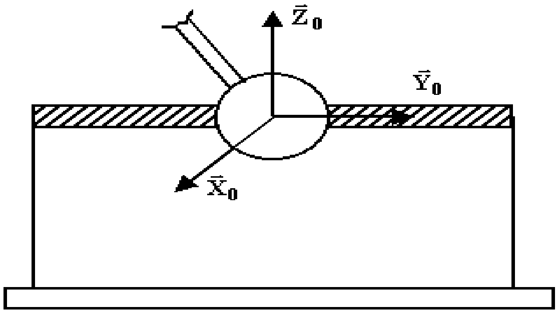
5. Muvozanati tekshirilayotgan jism og`irligini hisobga olmasa ham bo`ladigan qattiq sterjen bilan bog`langan bo`lsa sterjen bilan bog`langan bo`lsa sterjenning reaksiya kuchi sterjen bo`ylab yo`nalgan bo`ladi. (15-rasm)

Bunda CD sterjen -s $S, S_1, S_2$ tyerjenning reaksiya kuchi.




15-rasm

6. Jism sferik Sharnir vositasida bog`langan bo`lsa (16-rasm), bu Sharnir o’z markazi 0 dan o`tadigan Har qanday o`q atrofida jismni aylanishiga to’sqinlik qilmaydi. Sferik Sharnirning reaksiya kuchi 0 dan nuqtadan o`tadi, lekin qaysi tomonga yo`nalganligi noma’lum. Masala yechishda bunday reaksiya kuchini tanlab olingan koordinata o`qlari bo`ylab yo`nalgan tashqil etuvchilarga ajratish kerak.



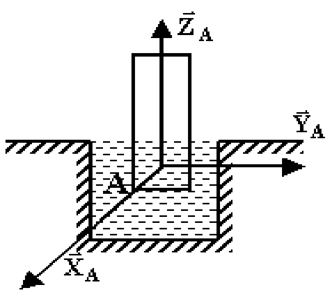

16-rasm

Bunda $X_0, Y_0, Z_0$ reaksiya kuchlari

**7. Jism podpyatnik bilan bog`langan.**

Podpyatnik ustunlarni asosini mustaxkamlash uchun xizmat qiladi va jismning faqat ustun o`qi atrofida aylanishiga yo`l qo’yadi.

Podpyatnik asosining reaksiya $Z_A$ vyertikal bo`ylab yo`qoriga yo`nalgan, devorning reaksiyasi esa $X$ va $Y$ o`qlari bo`ylab yo`nalgan va ustunning o`qiga tik bo`lgan $X_A, Y_A$ tashqil etuvchilarga ajratish kerak (17-rasm).

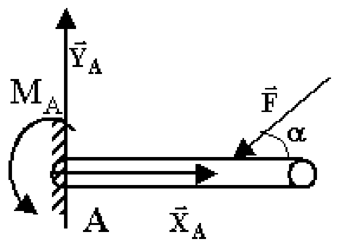



17-rasm

Bunda $X_A, Y_A$ $Z_A$ - reaksiya kuchlari.

**8. Bir uchi devorga qisib maxkamlangan balka.**

Agar (18-rasmdagi) AV balkaning A kuchi devorga qisib maxkamlangan bo`lsa, A nuqtadagi bog`lanish reaksiyasining ikita to’zuvchisidan tashqari, balkaning A nuqta atrofida aylanishiga to’sqinlik qiluvchi reaksiya momenti $M_A$ ham mavjud bo`ladi.

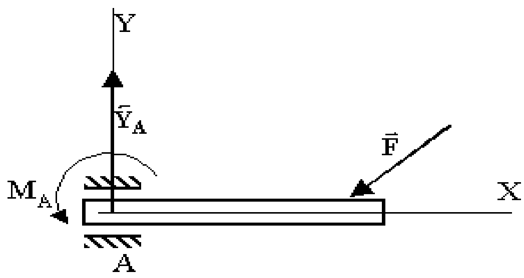



18-rasm

Bunda $\overline{X}_A, \overline{Y}_A$` reaksiya kuchlari $M_A$momenti.

9. Bir uchi gorizontal bo`ylab siljishga yo`l qo’yadigan qilib maxkamlangan balka.

19-rasmda ko`rsatilgan AV balkaning A uchi gorizontal bo`ylab siljishga yo`l qo’yadigan qilib, maxkamlangan bo`lsa, bunday bog`lanish reaksiyasi siljish tekisligiga perpendikulyar bo`lgan Y reaksiya kuchidan hamda balkaning A nuqta atrofida aylanishiga to’sqinlik qiluvchi reaksiya momenti $M_A$ dan iborat bo`ladi.

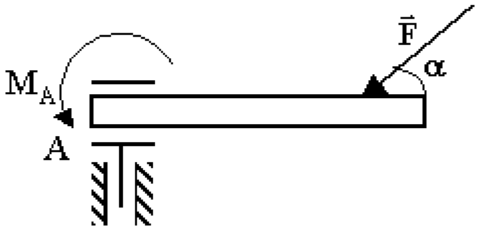



19-rasm

$Y_A$ - reaksiya kuchi.

$M_A$ - reaksiya momenti

10. Bir uchi gorizontal ham vyertikal bo`ylab siljishga yo`l qo’yadigan qilib maxkamlangan balka 20 - rasmda ko`rsatilgan AV balkaning A uchi ham gorizontal, ham vyertikal bo`ylab siljishga yo`l qo’yadigan qilib maxkamlangan. Bu holda A nuqtada faqat balkaning A nuqta atrofida aylanishiga qarshilik qiluvchi M reaksiya momenti mavjud bo`ladi.

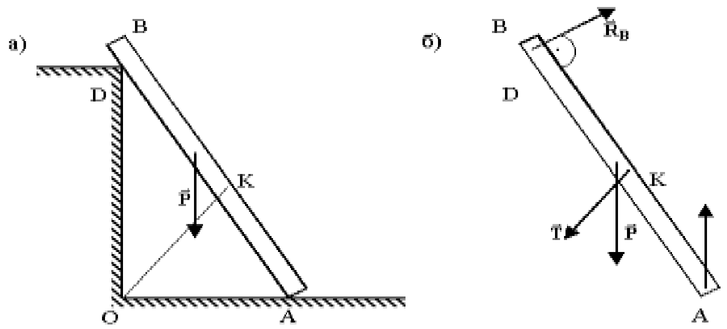



20-rasm

Bog`lanish aksiomasi bog`lanishda bo`lgan jismni erkin jism deb qarash uchun bog`lanishni reaksiya kuchi bilan almashtirish kerak.

Bu aksioma yordamida bog`lanishdagi jismlarning muvozanati tekshiriladi.

Og`irligi P bo`lgan AV balka uchun (21-rasm) OE tekislik, D tayanch va OK tros bog`lanishi bo`lib hisoblanadi




21-rasm

## TAYANCH IBORALAR.

Erkin va yerksiz jism, reaksiya kuchi.

## TAKRORLASH UCHUN SAVOLLAR.

1. Erkin jism deb qanday jismga aytiladi?
2. Yerksiz jism deb qanday jismga aytiladi?
3. Reaksiya kuchi nima?
4. Bog`lanishlarning asosiy turlarini ayting?
5. Silliq qo`zg`almas tekislikning reaksiya kuchi qanday yo`nalgan?
6. Egiluvchan yoki elastik jismlarning reaksiya kuchi qanday yo`nalgan?
7. Sharnirli qo`zg`almas tayanchning reaksiya kuchi qanday yo`nalgan?
8. Sharnirli qo`zg`aluvchan tayanchning reaksiya kuchi qanday yo`nalgan?
9. Sterjenli bog`lanish va sferik Sharnirning reaksiya kuchi qanday yo`nalgan?
10. Bog`lanish aksiomasini ta’riflang?

## MA'RUZA №3

## KESISHUVCHI KUCHLAR SISTEMASI.

### REJA:

1. Kesishuvchi kuchlar sistemasi.
2. Kesishuvchi kuchlar sistemasining teng ta'sir etuvchisi.
3. Geometrik usul.
4. Paralellogramm usuli.
5. Kuch uchburchagi usuli.
6. Kuch ko`pburchagi usuli.
7. Teng ta'sir etuvchi kuch.
8. Muvozanatlovchi kuch.
9. Geometrik muvozanat sharti.
10. Uch kuchni muvozanati haqidagi teorema.

### Adabiyotlar:

**Asosiy:**


**1.** P.Shoxaydarova, Sh.Shoziyotov, SH.Zoirov «Nazariy mexanika» darslik. Toshkent 1991 yil.

**2.** T.R.Rashidov, Sh.Shoziyotov, K.B.Muminov «Nazariy mexanika asoslari» darslik. Toshkent 1990 y.

**3.** S.M.Targ «Kratkiy kurs teoreticheskoy mexaniki» «Visshaya shkola» 2002 g.

**4**. I.V.Meshcherskiy. Nazariy mexanikadan masalalar to`plami. O'kuv qo`llanmasi Toshkent. 1989 y.

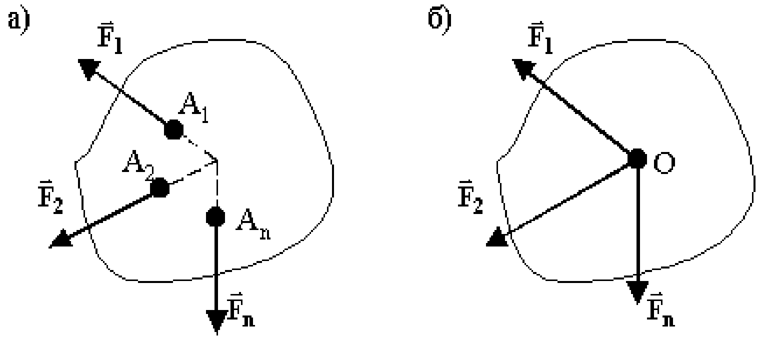
**5.** "Sbornik zadaniy dlya kursovix rabot po teoreticheskoy mexanike" pod redaktsiey A. A. Yablonskogo, «Visshaya shkola», 1985 g.


**Qo`shimcha:**


1. Murodov M.M., Usnatdinov K.U., Inoyatova X. "Nazariy mexanika"
2. Murodov M.M., Gaybullaev Z.X. "Nazariy mexanika" fanidan ma'ruzalar matni 1999 y.
3. S.K.Azizqoriev, Yangurazov Sh. Nazariy mexanikadan masalalar yechish. O`quv qo`llanmasi. Toshkent 1980 y.
4. Murodov M.M., Usnatdinov K.U. "Nazariy mexanikadan nazorat savollari" 2001y.


Ta'sir chiziqlari bir nuqtada kesishadigan kuchlar sistemasi bir nuqtada kesishuvchi kuchlar sistemasi deyiladi.

Masalan jismning $A_1, A_2, ..., A_n$ nuqtalariga ta'sir chiziqlari 0 nuqtada kesishadigan $\overline{F}_1, \overline{F}_2, ..., \overline{F}_n$ kuchlari ta'sir etsa, bu kuchlar bir nuqtada kesishuvchi kuchlar sistemasini tashqil qiladi. (22-rasm a,b).




22-rasm

Berilgan kuchlarni ularning ta'sir chiziqlari bo`ylab ko'chirish mumkin bo`lganligi tufayli, bir nuqtada kesishuvchi kuchlar sistemasini doim bir nuqtaga qo`yilgan kuchlar sistemasi deyiladi. (22-rasm b).

Bu kuchlar sistemasining teng ta'sir etuvchisi quyidagi ikki usul bilan aniqlanadi.

1. Geometrik usul

2. Analitik usul

Geometrik usuli o'z navbatida ikkiga bo`linadi.

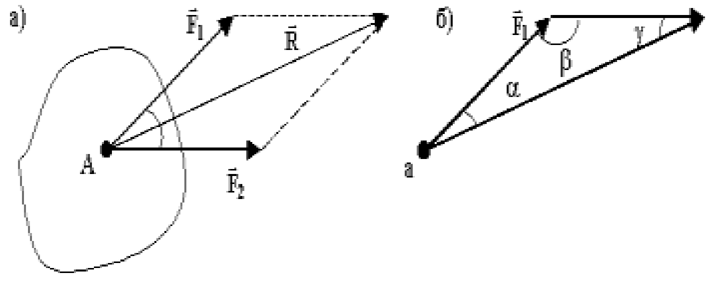
Paralellogram usuli va kuchlar ko`pburchagi qurish usuli.

a) Paralellogramm usuli

Paralellogramm aksiomasiga asosan.

$\overline{F}_1$ va $\overline{F}_2$ kuchlarning teng ta'sir etuvchisi $R = \overline{F}_1 + \overline{F}_2$ ga teng bo`lib moduli esa

$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1\,F_1\,\cos\alpha}$ ga teng bo`ladi, bunda α $\overline{F}_1$ va $\overline{F}_2$ kuchlar orasidagi burchak (23-rasm)




23-rasm

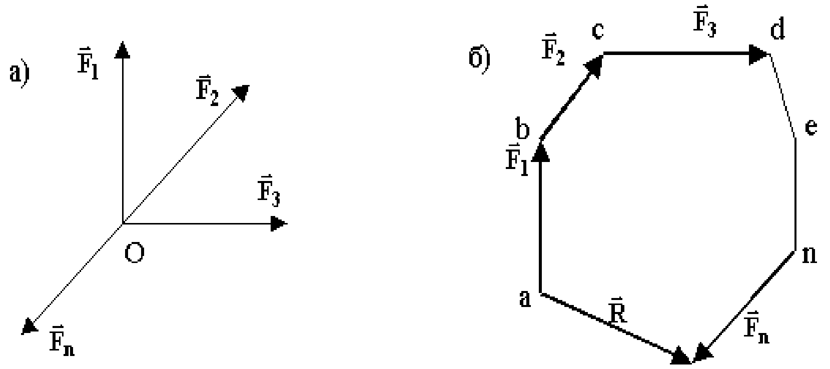
23-rasm b dan:

$$\frac{F_1}{\sin\gamma} = \frac{F_2}{\sin\beta} - \frac{R}{\sin\alpha} \qquad (7)$$

(6) va (7) formulalardan teng ta'sir etuvchi kuchning miqdori topiladi.

b) Kuchlar ko`pburchagi usuli.

Bir nuqtada kesishuvchi $\overline{F}_1, \overline{F}_2, ..., \overline{F}_n$ kuchlari berilgan bo`lsin (24 - rasm) Shu kuchlarning teng ta'sir etuvchisini topish kerak.




24-rasm

Teng ta'sir etuvchi kuchni topish uchun kuchlardan tuzilgan kuch ko`pburchagini yasaymiz. Buning uchun tekislikda ixtiyoriy a nuqtani olib, shu nuqtaga o`ziga parallel qilib $\overline{F}_1$ kuchini keltirib qo`yamiz. $\overline{F}_1$ kuchni uchiga o`ziga parallel qilib $\overline{F}_2$ kuchini $\overline{F}_2$ kuchni uchiga o`ziga parallel qilib $\overline{F}_3$ kuchini keltirib qo`yamiz va x.k. (24 - rasm b)

abcdenk -kuch ko`pburchagi hosil bo`ladi.

Berilgan kuchlarning teng ta'sir etuvchisi kuch ko`p burchagining etuvchi tomoniga teng.

Kuch ko`p burchagida strelkalar doimo bir-birining ketidan yo`nalgan bo`ladi.

Birinchi $\overline{F}_1$ kuchininng boshi bilan oxirgi $\overline{F}_n$ kuchini uchini birlashtiruvchi kuch R berilgan kuchlar sistemasining teng ta'sir etuvchisi deyiladi. Bir nuqtada kesishuvchi kuchlarning teng ta'sir etuvchisi shu nuqtaga qo`yilgan bo`lib, berilgan kuchlarning geometrik yig`indisiga teng bo`ladi.

$$\overline{R} = \overline{F}_1 + \overline{F}_2 + \overline{F}_3 + ... + \overline{F}_n = \sum_{k=1}^{n} \overline{F}_k \qquad (8)$$

$$\overline{R} = \sum \overline{F}$$

Agar bir nuqtada kesishuvchi kuchlar o`zaro muvozanatlashgan bo`lsa R=0 bo`ladi va aksincha.

Demak R=0 bo`lishi uchun kuchlardan qurilgan kuch ko`pburchagi epik bo`lishi kerak. Bir nuqtada kesishuvchi kuchlar muvozanatda bo`lishi uchun bu kuchlardan yasalgan kuch ko`pburchagining epik bo`lishi zarur va yetarli shartdir.

Bu shartga bir nuqtada kesishuvchi kuchlarning geometrik muvozanat sharti deyiladi.

**Uch kuch muvozanatiga oid teorema.**

Bir tekislikda joylashgan va o`zaro parallel bo`lmagan uchta kuch muvozanatlashsa, ularning ta’sir chiziqlari bir nuqtada kesishadi.

**Isbot.**

Jism bir tekislikda joylashgan va o`zaro parallel bo`lmagan $\overline{F}_1, \overline{F}_2, ..., \overline{F}_n$ kuchlari ta’sirida muvozanatda turgan bo`lsa ularning ta’sir chiziqlari bir nuqtada kesishadi. (25-rasm).

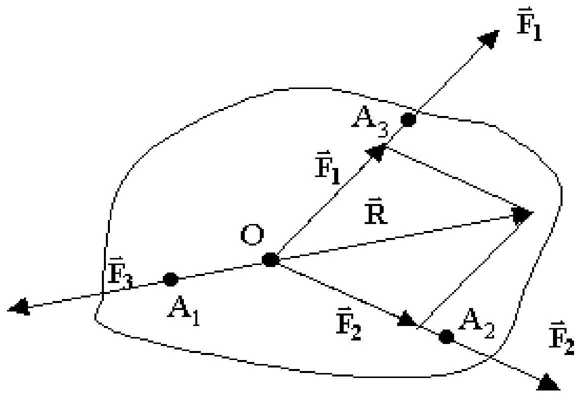
Kuchlar parallel bo`lmagani uchun ulardan ixtiyoriy ikkitasining ta’sir chizig`i biror nuqtada kesishadi. Masalan $\overline{F}_1$ va $\overline{F}_2$ kuchlarning ta’sir chiziqlarini kesishguncha davom ettiramiz $\overline{F}_1$ va $\overline{F}_2$ kuchlarni 0 nuqtaga ko’chiramiz va paralellogram qoidasiga asosan qo`shamiz.

$$R = \overline{F}_1 + \overline{F}_2$$

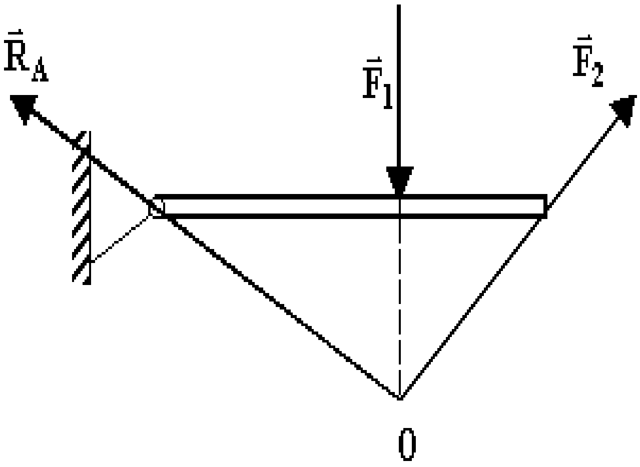
R kuchining ta’sir chizig`i $\overline{F}_1$ va $\overline{F}_2$ kuchlarining ta’sir chiziqlari kesishgan nuqtadan o`tadi. SHunday qilib jismga $\overline{R}$ va $\overline{F}_3$ kuchlari ta’sir qiladi. Ikkita kuch qo`yilgan jism muvozanatda bo`lishi uchun bu kuchlarning miqdorlari teng bo`lib, bir to`g`ri chiziq bo`ylab qarama-qarshi tomonga yo`nalgan bo`lishi kerak. Demak, $\overline{F}_3$ kuchning ta’sir chizig`i 0 nuqtadan o`tadi yoki uchta kuchning ta`sinr chizig`i bir nuqtada kesishadi reaksiya kuchining yo`nalishi aniqlanadi.

**Masalan.**

Agar AV sterjen $\overline{F}_1$ , $\overline{F}_2$ aktiv va $\overline{R}_A$ reaksiya kuchi ta’sirida muvozanatda bo`lsa $\overline{R}_A$ kuchining ta’sir chizig`i $\overline{F}_1$ va $\overline{F}_2$ kuchlar ta’sir chizig`i kesishgan nuqtadan o`tadi (26-rasm).




25-rasm




26-rasm

## TAYANCH IBORALAR.

Kuch, kesishuvchi kuchlar sistemasi, teng ta’sir etuvchi kuch, muvozanat kuch.

## TAKRORLASH UCHUN SAVOLLAR.

1. Qanday kuchlar sistemasiga kesishuvchi kuchlar sistemasi deyiladi?
2. Bir nuqtada kesishuvchi ikkita kuchning teng ta’sir etuvchisining moduli qanday aniqlanadi?
3. Kesishuvchi kuchlarning teng ta’sir etuvchisini yo`nalishi qanday aniqlanadi?
4. Teng ta’sir etuvchi kuch deb nimaga aytiladi?
5. Muvozanatlovchi kuch deb nimaga aytiladi?
6. Paralellogramm usulini tushuntiring?
7. Kuch ko`pburchagi qoidasi nimadan iborat?
8. Kuch uchburchagi usulini tushuntiring?
9. Uch kuch teoremasini ta’riflang?
10. Bir nuqtada kesishuvchi kuchlar sistemasining muvozanat sharti geometrik ko`rinishda qanday ifodalanadi?

## MA’RUZA №4

## KUCHNING O`QDAGI PROYEKSIYASI.

## REJA:

1. Kuchni o`qdagi proyeksiyasi.
2. Kuch o`qga perpendikulyar bo`lgan hol.
3. Kuch o`qga parallel bo`lgan hol.
4. Kuch modulini proyeksiyalari bo`yicha aniqlash.
5. Kuch yo`nalishini proyeksiyasi bo`yicha aniqlash.
6. Kuchni tekislikdagi proyeksiyasi.
7. Teng ta’sir etuvchi kuchni apalitik usulda aniqlash.
8. Analitik muvozanat sharti.
9. Ferma haqida tushuncha.
10. Ferma sterjenlardagi zo’riqishini tugunni kesish usuli bilan aniqlash.

**Adabiyotlar:**

**Asosiy:**

1. P.Shoxaydarova, Sh.Shoziyotov, Sh.Zoirov «Nazariy mexanika» darslik. Toshkent 1991 yil.
2. T.R.Rashidov, Sh.Shoziyotov, K.B.Muminov «Nazariy mexanika asoslari» darslik. Toshkent 1990 y.
3. S.M.Targ «Kratkiy kurs teoreticheskoy mexaniki» «Visshaya shkola» 2002 g.
4. I.V.Meshcherskiy. Nazariy mexanikadan masalalar to`plami. O`quv qo`llanmasi Toshkent. 1989 y.
5. “Sbornik zadaniy dlya kursovix rabot po teoreticheskoy mexanike” pod redaktsiey A. A. Yablonskogo, «Visshaya shkola», 1985 g.

**Qo`shimcha:**

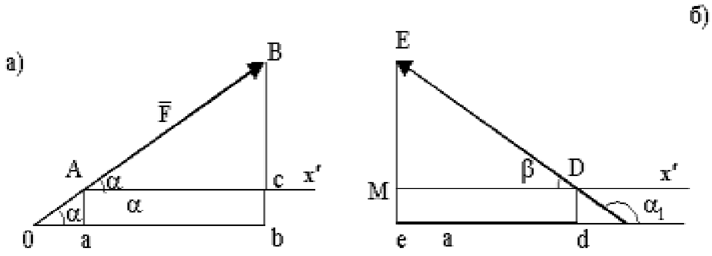
1. Murodov M.M., Usnatdinov K.U., Inoyatova X. “Nazariy mexanika”
2. Murodov M.M., Gaybullaev Z.X. “Nazariy mexanika” fanidan ma’ruzalar matni 1999 y.
3. S.K.Azizkoriev, Yangurazov SH. Nazariy mexanikadan masalalar yechish. O`quv qo`llanmasi. Toshkent 1980 y.
4. Murodov M.M., Usnatdinov K.U. “Nazariy mexanikadan nazorat savollari” 2001y.

Statika masalalarini analitik yo`l bilan yechish usuliga o’tamiz. Bu usul kuchning o`qdagi proyeksiyasi tushunchasiga asoslangan.

$\overline{F}$ kuchi va **OX** o`qi berilgan bo`lsin (27-rasm).

Kuchni shu o`qdagi proyeksiyasini topamiz. Buning uchun shu kuchning boshidan va uchidan **OX** o`qiga perpendikulyarlar tushiramiz.

**ab, ed** kuchning proyeksiyasidir.




27-rasm

Kuchni o`qdagi proyeksiyasini $F_x$ yoki X bilan belgilay-miz.

**ab = x ed =** $x_1$ x va $x_1$ larni topish uchun A va D nuqtalardan **OX** o`qiga parallel qilib X o`qini o`tkazamiz u holda **AVS** va **DEM** hosil bo`ladi.

**AVS DEM** lardan foydalanamiz. **X=AC=ab**

$$X_1 = +DM - +de$$

$$\frac{AC}{F} = \cos\alpha \quad бундан \quad AC = F\cos\alpha$$

$$\frac{DM}{F_1} = \cos\beta \quad DM = F_1\cos\beta = F_1\cos(180^0 - \alpha_1) = -F\cos\alpha_1$$

$$X = F\cos\alpha \quad X_1 = -F_1\cos\alpha_1 \qquad (9)$$

(9) formula kuchni o`qdagi proyeksiyasini ifodalaydi.

Kuchni biror o`qdagi proyeksiyasi kuch miqdori bilan kuchning shu o`q musbat yo`nalishi bilan tashqil qilgan burchagi kosinusiga ko`paytmasiga teng.

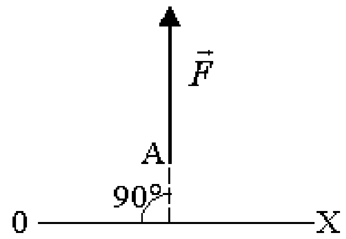
Kuchning o`qdagi proyeksiyaisi musbat va manfiy ishora bilan olinadi.

Kuch o`qning musbat tomoniga qarab yo’nalsasa kuchni proyeksiyasi musbat aksincha manfiy bo`ladi.

Kuchning ta’sir chizig`i bilan OX o`qining musbat yo`nalishi orasidagi burchak o’tkir bo`lsa kuchni proyeksiyasi musbat agar burchak o’tmas bo`lsa manfiy belgida olinadi.

**Xususiy hollar.**

1. Kuch o`qqa perpendikulyar bo`lsa $\alpha = 90^0$ kuchning o`qdagi proyeksiyasi nolga teng bo`ladi. (28-rasm).

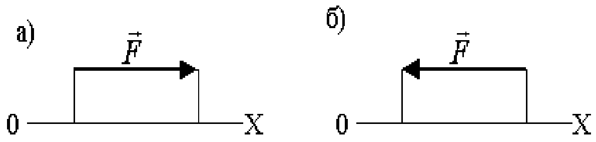



28-rasm

**X=Fcos90°=0**

**X=0**

2. Agar kuch o`qga parallel yo`nalgan bo`lsa, yoki o`qni ustida joylashganbo`lsa **(α =0, α =180** ) kuchni o`qdagi proyeksiyasi kuch miqdoriga teng bo`ladi (29 - rasm).




29 - rasm

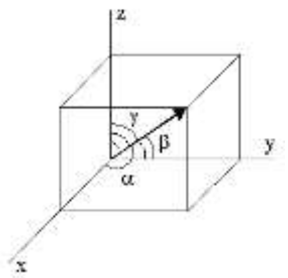
$$X = F\cos 0^0 = F \qquad X = F_1 \cos 180^0 = -F_1$$

$$X = F \qquad X_1 = -F_1$$

Agar **F** kuchining **X,Y,Z** koordinata o`qlaridagi proyeksiyalari berilgan bo`lsa kuch miqdori quyidagi formuladan topiladi (30-rasm).

$$F = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2} \qquad (10)$$

bunda ***X=Fcos$\alpha$*** ***Y=Fcos$\alpha$*** ***Z=Fcos$\alpha$*** (11)




30-rasm

**F** kuchiing yo`nalishi yo’nalsatiruvchi kosinuslar yordamida aniqlanadi.

$$\cos\alpha = \frac{X}{F}; \quad \cos\beta = \frac{Y}{F}; \quad \cos\gamma = \frac{Z}{F}; \quad (12)$$

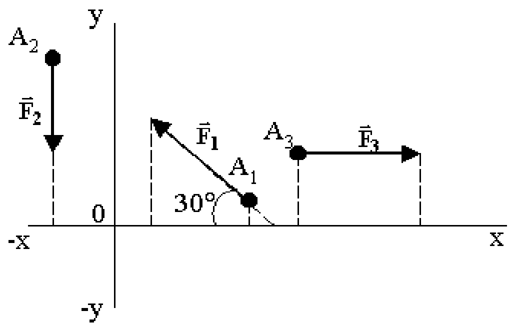
Bunda **α β γ**- F kuchi bilan **X,Y,Z** orasidagi burchak.

**MASALA № 4.**

**<u>Berilgan</u>**

$F_1$ **=6n,** $F_2$ **=8n** $F_3$ **=10n**

Shu kuchlarning koordinata o`qlaridagi proyeksiyalari topilsin. (31-rasm).




31-rasm

$F_1$ -kuchining proyeksiyalari.

**<u>Yechish.</u>** $X_1 = -F_1 \cos 30^0 = -6\frac{\sqrt{3}}{2} = -3\sqrt{3}$ n

$Y_1 = -F_1 \sin 30^0 = -6\frac{1}{2} = -3$ n

$F_2$ kuchining proyeksiyalari $X_2 = 0 \quad Y_2 = -F_2 = -8н$

$F_3$ kuchining proyeksiyalari $X_3 = F_3 = 10н \quad Y_3 = 0$

### Kuchning tekislikdagi proyeksiyasi.

$\bar{F}$ kuchini berilgan tekislikdagi proyeksiyasini topamiz **OXYZ** koordinatalar sistemasida **A** nuqtaga qo`yilgan $\bar{F}$ kuchi berilgan bo`lsin.

$\bar{F}$ kuchini **OXY** tekislikdagi proyeksiyasi kuchning boshidan va uchidan tekislikka tushirilgan perpendikulyarlar orasidagi kesmaga teng. Kuchning tekislikdagi proyeksiyasi vektor kattalikdir.

$\bar{F}$ kuch proyeksiyasining miqdori quyidagiga teng

$$F_{xy} = F\cos Q \qquad (13)$$

bunda **Q** $\bar{F}$ kuchi bilan uning proyeksiyasi orasidagi burchak.

Fazoda joylashgan kuchni **X,Y** o`qlardagi proyeksiyasini aniqlash uchun uni avval shu o`qlardagi proyeksiyasi topiladi.

Kuchning tekislikdagi proyeksiyasini koordinata o`qlariga proyeksiyalaymiz.

**Masalan.**

$\overline{F}$ kuchining **X,Y** o`qlaridagi proyeksiyasini topish uchun avval uni **XOY** tekisligiga proyeksiyalaymiz. Hosil bo`lgan $\overline{F}_{xy}$ proyeksiyasini **X,Y** o`qlariga proyeksiyalaymiz.

$$\begin{aligned} F_x &= F_{xy}\cos\varphi = F\cos Q\cos\varphi \\ F_y &= F_{xy}\sin\varphi = F\cos Q\sin\varphi \end{aligned} \qquad (14)$$

## Bir nuqtada kesishuvchi kuchlarning teng ta'sir etuvchisini analitik usulda aniqlash.

Ta'sir chiziqlari bir nuqtada kesishuvchi $\overline{F}_1, \overline{F}_2, \overline{F}_3, ..., \overline{F}_n,$ kuchlari proyeksiyalari bilan berilgan bo`lsin (32-rasm a).

$X_1, Y_1, Z_1 - \overline{F}_1$ kuchining proyeksiyalari

$X_2, Y_2, Z_2 - \overline{F}_2$ kuchining proyeksiyalari

$X_n, Y_n, Z_n - \overline{F}_n$ kuchining proyeksiyalari bo`lsin.

Shu berilgan kuchlarning teng ta'sir etuvchisini miqdor va yo`nalishini aniqlash kerak.

Teng ta'sir etuvchi kuch berilgan kuchlarning geometrik yig`indisiga teng.

$$\overline{R} = \overline{F}_1 + \overline{F}_2 + \overline{F}_3 + ... + \overline{F}_n \quad \text{yoki}$$

$$\overline{R} = \sum \overline{F} \qquad (15)$$

Teng ta'sir etuvchisini proyeksiyalarini aniqlash uchun vektorlar algebrasidagi quyidagi teoremadan foydalanamiz.

**Teorema.** Vektorlar yig`indisining biror o`qdagi proyeksiyasi qo'shiluvchi vektorlarning shu o`qdagi proyeksiyalarining algebrik yig`indisiga teng.

$$\begin{aligned} R_x &= X_1 + X_2 + X_3 + ... + X_n = \sum X_n \\ R_y &= Y_1 + Y_2 + Y_3 + ... + Y_n = \sum Y_n \\ R_Z &= Z_1 + Z_2 + Z_3 + ... + Z_n = \sum Z_n \end{aligned} \qquad (16)$$

bunda $R_x, R_y, R_z - \overline{R}$ kuchining koordinata o`qlaridagi proyeksiyasi. (16) bilan teng ta'sir etuvchi kuchning koordinata o`qlardagi proyeksiyasi topiladi.

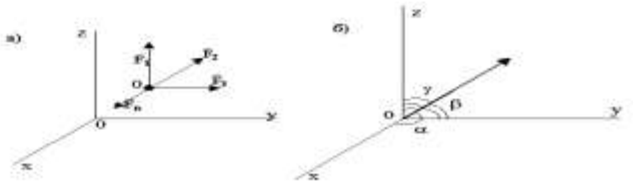
Teng ta'sir etuvchi kuchning miqdori quyidagiga teng.

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2} = \sqrt{\left(\sum X\right)^2 + \left(\sum Y\right)^2 + \left(\sum Z\right)^2} \qquad (17)$$

Yo`nalishi esa quyidagicha aniqlanadi.

$$\cos\alpha = \frac{R_x}{R}; \quad \cos\beta = \frac{R_y}{R}; \quad \cos\gamma = \frac{R_z}{R};$$

bunda **α, β, γ,** lar **R** bilan **x,y,z** o`qlari orasidagi burchak (32-rasm b)



32-rasm

Agar ta'sir chiziqlari bir nuqtada kesishgan kuchlar muvozanatda bo`lsa **R=0** bo`ladi.

$$R = \sqrt{\left(\sum X\right)^2 + \left(\sum Y\right)^2 + \left(\sum Z\right)^2} \qquad (18)$$

Teng ta'sir etuvchi **R=0** bo`lishi uchun (17) dan qavs ichidagi ifodalarning har biri **0** ga teng bo`lishi kerak.

$$\begin{aligned} &\sum X = 0 \quad X_1 + X_2 + \ldots + X_n = 0 \\ &\sum Y = 0 \quad Y_1 + Y_2 + \ldots + Y_n = 0 \\ &\sum Z = 0 \quad Z_1 + Z_2 + \ldots + Z_n = 0 \end{aligned} \qquad (19)$$

**(19) -formula ta'sir chiziqlari bir nuqtada kesishuvchi kuchlarning** analitik muvozanat shartini ifodalaydi.

Ta'sir chiziqlari bir nuqtada kesishuvchi kuchlar muvozanatda bo`lishi uchun kuchlarning **x,y,z** o`qlaridagi proyeksiyalarining yig`indisi nolga teng bo`lishi zarur va yyetarlidir.

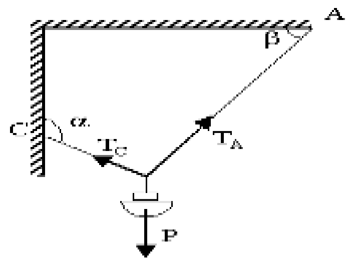
Agar kuchlar sistemasi bir tekislikda bo`lsa (19) -formula quyidagi ko`rinishda bo`ladi.

$$\sum X = 0, \quad \sum Y = 0 \qquad (20)$$

(20) - formula bir nuqtada kesishuvchi va bir tekislikla joylashgan kuchlarning analitik muvozanat shartini ifodalaydi.

**Masala.**

Og`irligi 20 n bo`lgan elektr lampa AV shnurda shipga osilgan va VS arkon bilan devorga tortib qo`yilgan . Burchak **α =60** va burchak **β=135** deb olib, **AV** shno`rning $T_A$, **VS** arkonning $T_c$, taranglik kuchlari aniqlansin. Shnur va arkonning og`irliklari hisobga olinmasin.




33-rasm

**Berilgan** **P=20n, α=60, β=135.**

**Topish kerak** $\boldsymbol{T_c}$

**Yechish.**

Jismning muvozanatini tekshiramiz. Unga ta'sir etuvchi va reaksiya kuchlarining yo`nalishini chizmada ifodalaymiz.

Koordinata o`qlarini chizmada yo'naltiramiz. Bir nuqtada kesishuvchi kuchlarning muvozanat tenglamasini tuzamiz.

$$\sum X = 0 \quad T_A \cos 60^0 - T_c \cos 45^0 = 0 \quad (1)$$
$$\sum Y = 0 \quad T_A \sin 60^0 + T_c \sin 45^0 - P = 0 \quad (2)$$

Tenglamalarni yyechamizib noma'lum reaksiya kuchlarini topamiz.

$$T_c = \frac{T_A \cos 60^0}{\cos 45^0} = \frac{T_A \cdot 0{,}5}{0{,}7} = \frac{T_A \cdot 5}{7}$$
$$T_A \cdot 0{,}86 + \frac{T_A \cdot 5}{7} \cdot 0{,}7 - 20 = 0; \quad T_A \cdot 6{,}02 + T_A \cdot 3{,}5 - 140 = 0$$
$$T_A \cdot 9.52 - 140 = 0; \quad T_A = \frac{140}{9{,}52} = 14{,}6н;$$
$$T_c = \frac{T_A \cdot 5}{7} = \frac{14{,}6 \cdot 5}{7} = \frac{73}{7} = 10{,}4нж$$
$$T_A = 14{,}6н \quad T_c = 10{,}4н$$

## Ferma haqida tushuncha.

To`g`ri chiziqli sterjenlardan tashqil topgan geometrik o`zgarmas konstruktsiyaga ferma deyladi. Sterjenlarning uchlarini birlashtiruvchi nuqta uchun yoki uzel deyladi. Sterjenlari bir tekislikda yotuvchi ferma tekis ferma deyladi. Fermaga ta'sir qiluvchi kuchlar uning tugunlariga qo`yilgan bo`ladi. Tugunlarga qo`yilgan kuchlardan fermaning sterjenlari faqat cho`zilishi yoki siqilishi mumkin.

Fermalarning sterjenlarning soni bilan tugunlar soni orasida quyidagi bog`lanish mavjud:

$$m = 2n - 3$$

bunda m – fermadagi sterjenlarning soni

n – tugunlar soni

Agar $m$<2n-3 bo`lsa, u holda ferma geometrik o`zgaruvchan bo`ladi va $m$<2n-3 bo`lganda esa, ferma geometrik o`zgarmas bo`lib, u ortiqcha sterjenlarga ega. Geometrik o`zgarmas va statik aniq fermani tuzish uchun $m$=2n-3 shart bajarilishi zarur.

Fermani hisoblash degan so'z-ferma ta`yanchlarining reaksiyalarini va fermaga qo`yilgan kuchlar ta'siridan uning sterjenlarida hosil bo`ladigan zo'riqishlarni aniqlash demakdir. Bu zo'riqishlashlarni bilish fermani loyihalash vaqtida kerakli mustaxkamlikdagi sterjenlarni tanlab olish uchun zarurdir. Bu masalani yechishda:

Ferma sterjenlarining og`irligi e`tiborga olinmaydi.

Tugunlardagi ishqalanish hisobga olinmaydi.

Fermaga ta'sir etuvchi kuchlar faqat uning tugunlariga qo`yiladi deb faraz qilinadi.

U holda fermaning har bir sterjeniga, unig uchlariga qo`yilgan va sterjen bo`ylab yo`nalgan ikki kuch ta'sir qiladi. Demak, fermaning sterjenlari bu kuchlar ta'siri faqat cho`zilish yoki siqilish mumkin.

Ferma sterjenlaridagi zo'riqishishlar asosan quyidagi usullar bilan aniqlanadi:

## Tugunlari kesish usuli.Rittyer usuli
## Ferma sterjenlaridagi zo'riqishlashlarni tugunlarni kesish usuli bilan aniqlash.

Fermaning hamma sterjenlarida hosil bo`ladigan zo'riqishishlarni aniqlash uchun tugunni kesish usulidan foydalaniladi. Bu usul bilan fermaning sterjenlaridagi zo'riqishishlarni grafik va analitik usul bilan aniqlash mumkin. Fermaning tugun kesish usuli bilan analitik hisoblash tartibi quyidagichadir:

Berilgan fermaning tugunlarini harflar bilan, sterjenlarini esa raqamlar bilan belgilab chiqamiz.

Tayanchlarni olib tashlaymiz va ularning fermaga byeradigan ta'sirini hozircha bizga noma'lum bo`lgan tayanch reaksiyalari bilan almashtiramiz.

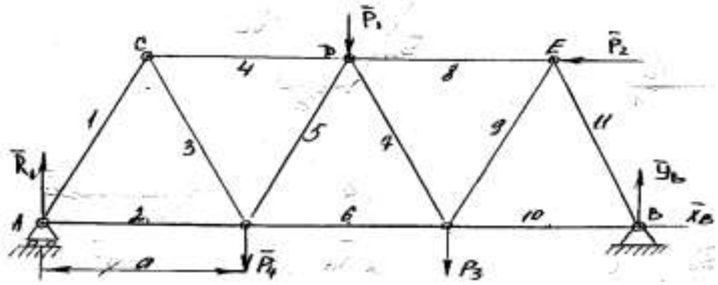
Fermaning tugunlarini kesib olamiz (kesilgan tugunlar sxemasini chizamiz)

Fermaning hamma sterjenlari cho`zilgan (zo'riqishishlar tugunlardan sterjenlar tomoniga yo`nalgan) deb faraz qilib, fermaning har bir tuguni uchun muovazanat tenglamalarini $(\sum X = 0; \sum y = 0)$ tuzamiz: tugundan tuguncha o'tish tartibi tekshirayotgan tugundagi noma'lum kuchlar soni ikkitadan ko`p bo'lmasligi kerak, degan talabni qondirishi lozim.

Bu muovazanat tenglamalarni yechamiz va sterjenlardagi izlanayotgan zo'riqishishlarning kattaligi hamda ishorasini aniqlaymiz.

**Masala**. Fermaning tayanch reaksiyalari va sterjenlarida paydo bo`ladigan zo'riqishish kuchlar aniqlansin (34-rasm) Quyidagilar berilgan:

**Berilgan.** a=5m; $R_1$=10KN, $R_2$=20KN, $R_3$=40KN.




(34-rasm)

**Yechilishi.** 1) Tayanch reaksiyalarni aniqlash .

Fermaga berilgan kuchlar, $\overline{P_1}, \overline{P_2}, \overline{P_3}, \overline{P_4}$ V Sharnirning $\overline{X_B} \text{ва} \overline{Y_B}$ reaksiyalari , A katokning $\overline{R_A}$ reaksiyasi qo`yilgan . Bu kuchlar tekislikda ixtiyoriy ravishda joylashgan kuchlar bo`lgani uchun ularning muvozanat sharti quyidagi ko`rinishda yoziladi:

$$\sum X = 0; X_B - P_2 = 0$$

$$\sum Y = 0; R_A - P_1 - P_3 - P_4 + Y_B = 0;$$

$$\sum M = 0; -P_4 \cdot a - P_1 \cdot \frac{3}{2}a - P_3 \cdot 2a + P_2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}a + Y_B \cdot 3a = 0$$

Tuzilgan tenglamalarni yechib reaksiya kuchlarini aniqlaymiz:

$$Y_B = \frac{P_4 + P_1 \cdot \frac{3}{2} + P_3 \cdot 2 - P_2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{3} = \frac{40 + 10 \cdot \frac{3}{2} + 30 \cdot 2 - 20 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{3} = 32{,}56KH$$

$$R_A = P_1 + P_3 + P_4 - Y_B = 10 + 30 + 40 - 32{,}56 = 47{,}44KH$$

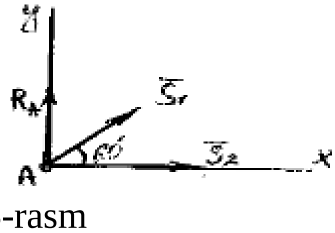
2) Sterjenlarda hosil bo`ladigan zo'riqishish kuchlarini aniqlash. Fermaning tugunlarini **A, V, S, D, E** va ***F*** harflar bilan belgilaymiz. eng oldin *A* yoki *V* tugunlarini kesish mumkin. Chunki bu tugunlarda reaksiyalari aniqlanmagan ikki sterjen (1,2,10 va II sterjenlar ) bor. *A* tugunni kesamiz. *A* tugunga *A* sharnirning $\overline{R_A}$ reaksiyasi va kesilgan 1 va 2-sterjenning $\overline{S_1} \text{ва} \overline{S_2}$ reaksiyalari qo`yilgan (35- rasm). *A* tugunga qo`yilgan kesishuvchi kuchlarning muvozanat tenglamalari tuziladi:

$$\sum X = 0; S_2 + S_1 a860^0 = 0$$

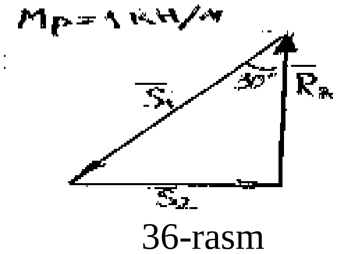
$$\sum Y = 0; R_A + S_1 a830^0 = 0$$

$$S_1 = -\frac{R_A}{a830^0} = -\frac{47{,}44}{0{,}866} = -54{,}78KH$$

$$S_2 = -S_1 a860^0 = -(-54{,}78) \cdot 0{,}5 = 27{,}39KH$$




35-rasm



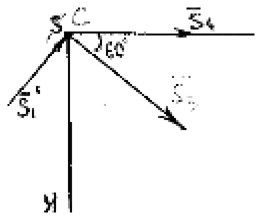

36-rasm

$\overline{\boldsymbol{S}_1}$ reaksiya kuchi rasmda ko`rsatilgan yo`nalgan teskari qarab yo`nalgan, ya'ni 1 – sterjen sotiladi. endi reaksiyalarning to`g`ri topilganini kuch uchburchagini yasab tekshirib qo`yiladi, bu uchburchak yopik bo`lishi kerak (36- rasm ).

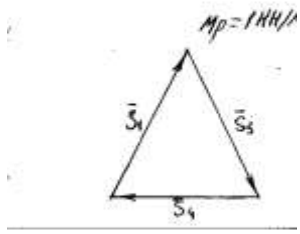
Endi qaysi tugunga o'tamiz degan savol tug'iladi. Kesiladigan tugunlar reaksiyasi aniqlangan ikki sterjen bo`lishi kerak, bu *S* tugundir. *S* tugun kesiladi, unga 1 – sterjenning xozirgina aniqlangan $\overline{S_1^1}$ = - $\overline{S_1}$ reaksiyasi, kesilgan 3 va 4 sterjenning $\overline{S_3}$ va $\overline{S_4}$ reaksiyalari qo`yilgan (36- rasm).

*S* tugunga qo`yilgan kesishuvchi kuchlarning muvozanat tenglamalari tuziladi:

$$\begin{cases} \sum X = 0; S_4 + S_3 a860^0 + S_1^1 a860 \\ \sum Y = 0; S_3 a830^0 - S_1^1 a830^0 = 0 \end{cases}$$



37- rasm



38-rasm

Bu tenglamalarni yechib 3 va 4 sterjenlardagi reaksiya kuchlarni aniqlaymiz.

$$\begin{cases} S_3 = S_1^1 = 54{,}78KH; S_4 = -S_3 a860^0 - S_1^1 a860^0 = -(S_3 + S_1^1) \cdot a860^0 \\ S_4 = -(54{,}78 + 54{,}78) \cdot 0{,}5 = -54{,}78KH; S_4 = -54{,}78KH \end{cases}$$

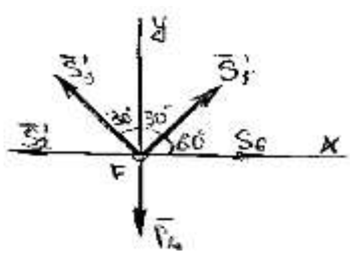
4 – sterjenning reaksiyasi manfiy bo`lib chiqdi. Demak bu sterjen siqiladi, ya'ni $\overline{\boldsymbol{S}_4}$ kuch *S* tugunga qarab yo`nalgan bo`ladi. Endi *S* tugunga qo`yilgan kuchlarning haqiqiy yo`nalishini hisobga olib, kuch uchburchagi yasaladi. (37 -rasm). U yopik bo`lishi kerak

Endi *F* tugun kesiladi, unga berilgan $\overline{P_{4,}}\overline{S_1^2},\overline{S_1^3}$ reaksiya kuchlari va kesilgan 5 va 6 - sterjenning $\overline{S_5} \text{ва} \overline{S_5}$ reaksiyalari qo`yilgan (38 -rasm).

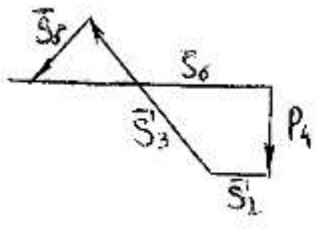
Bu kuchlar muvozanat tenglamalari tuziladi:

$$\sum X = 0; S_6 - S_2 + S_5 \cos 60^0 - S_1^3 \cos 60^0 = 0$$

$$\sum Y = 0; S_1^3 \cos 30_0 + S_5 \cos 30^0 - P_4 = 0;$$



39-rasm

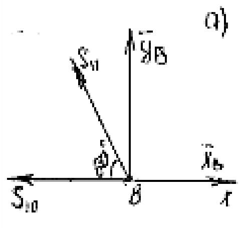


40-rasm

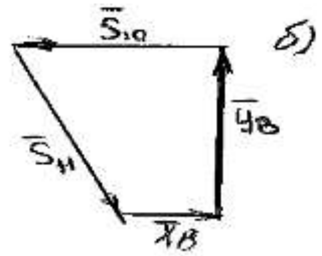
Bu tenglamalarni yechamizib 5 va 6 – sterjenlardagi reaksiya kuchlarini topamiz.

$$\begin{cases} S_5 \cos 30^0 = P_4 - S_1^3 \cos 30^0; S_5 = \dfrac{R_4}{\cos 30^0} - S_1^3 = \dfrac{2 \cdot 40}{\sqrt{3}} - 54{,}78 \\ S_5 = \dfrac{80}{1173} - 54{,}78 = 46{,}24 - 54{,}78 = -8{,}57KH.S_5 = -8{,}54KH \\ S_6 = S_1^2 - S_5 \cos 60^0 + S_1^3 \cos^0 = S_1^2 + (S_2^3 - S_5) \cdot \cos 60^0; \\ S_6 = 27{,}39 + (54{,}78 + 8{,}54) \cdot 0{,}5 = 27{,}39 + 63{,}32 \cdot 0{,}5; \\ S_6 = 31{,}66 + 27{,}39 = 59{,}05KH; S_6 = 59{,}05KH \end{cases}$$

Endi *V* tugunni kesamiz. Unga berilgan $\overline{X_B}\textit{ва}\overline{Y_B}$ reaksiyasi kuchlari va kesilgan 10 va 11 -sterjenlarning $\overline{S_{10}}\textit{ва}\overline{S_{11}}$ reaksiya kuchlari ta'sir qiladi (39- rasm ). *V* tugun ikkita muvozanat tenglamasini tuzamiz:



41-rasm



42-rasm

$$\sum X = 0; X_B - S_{10} - S_{11}\cos 60^0 = 0$$
$$\sum Y = 0; Y_1 + S_{11}\cos 30^0 = 0;$$

Bu tenglamalardan

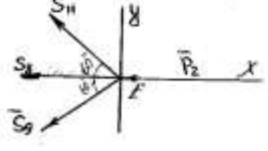
$$S_{11} = -\frac{Y_B}{\cos 30^0} = -\frac{2\cdot Y_B}{\sqrt{3}}$$
$$S_{11} = -\frac{2\cdot 32{,}56}{1{,}73} = -37{,}64KH$$
$$S_{11} = -37{,}64KH.$$

Demak, 11- sterjen siqiladi

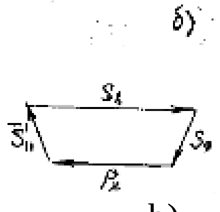
$$S_{10} = X_B - S_{11}\cos 60^0 = 20 + 37{,}64\cdot 0{,}5$$
$$S_{10} = 20 + 18{,}82 = 38{,}82KH.S_{19} = 38{,}82KH$$

$\overline{S_{10}}\textit{ва}\overline{S_{11}}$ reaksiya kuchlarini grafik usulda aniqlaymiz. Buning *V* tugunga qo`yilgan kuchlardan kuch ko`pburchakni ko`ramiz(41-rasm). Bu ko`pburchak yopik bo`lishi kerak , chunki *V* tugunga kuchlar sistemasi muvozanatda turibdi. Ixtiyoriy olib, bu nuqtaga o`ziga parallel qilib ***M10=KN/M*** masshtabda $\overline{X_B}$ kuchni keltirib qo'yamiz. Uning uchiga o`ziga parallel qilib xuddi shu masshtabda $\overline{Y_B}$ kuchini keltiramiz. Bu kuchni uchiga o`ziga parallel qilib, $\overline{S_{10}}\textit{ва}\overline{S_{11}}$ kuchni, uning uchiga o`ziga parallel qilib $\overline{S_{11}}$ kuchni keltiramiz $\overline{S_{10}}\textit{ва}\overline{S_{11}}$ kuchlarning yo`nalishini aniqlash uchun kuch ko`pburchakgini ma'lum $\overline{X_A}$ kuch yo`nalishida aylanib o'tish kerak (42-rasm).

Endi *E* tugunni keltiramiz. Bu tugunga berilgan $\overline{P_2}$ku hamda 8,9 va II – sterjenlarning reaksiya kuchlari qo`yilgan(43- rasm , a). Bunda *E* tugunga qo`yilgan II -sterjenning reaksiya kuchi $\overline{S_{21}^1}$ miqdor jixatdan $\overline{S_{21}}$ ga teng va unga qarama –qarshi yo`nalganligi e`tiborga olish kerak. *E* tugun uchun ikkita muvozanat tenglamalarni tuzamiz:



a)



b)

43- rasm

$$\begin{cases}\sum X = 0; -P_2 - S_8 - S_9\cos 60^0 = 0\\ \sum Y = 0; S_1^1\cos 30^0 - S_9\cos 30^0 = 0;\end{cases}$$

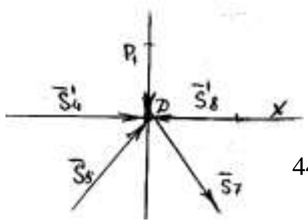
Bu tenglamalarni yechib:

$$S_9 = S_{11}^1 = 37{,}64KH.S_8 = -57{,}64KH.$$

*E* tugun uchun kuch ko`pburchagi(43-  rasm , b)

Endi *D* tugun kesamiz. Bu tugun  yerilgan $\overline{P_1}$ kuch hamda 4,5,6,7, va 8 sterjenlarning reaksiya kuchlari qo`yilgan (44 - rasm ). Muvozanat tenglamalarini tuzishda 4,5, va 8-sterjenlarning reaksiya kuchlari $\overline{S_4^1}, \overline{S_5^1} ва \overline{S_8^1} C, F$ va *E* tugunlarga qo`yilgan $\overline{S_4}, \overline{S_5} ва \overline{S_8}$ reaksiyasi kuchlarga miqdor jihatdan teng, yo`nalishi qarama-qarshi ekanligini e`tiborga olish kerak. *D* tugun uchun bitta muvozanat tenglamasini to`zib 7 sterjendagi reaksiya kuchini aniqlaymiz:

$$\begin{cases} \sum Y = 0; -P_1 + S_5^1 \cos 30^0 - S_7 \cos^0 = 0 \\ S_7 \cos 30^0 = -P_1 + S_5^1 \cos 30^0 \\ S_7 = -\dfrac{P_1}{\cos 30^0} + S_5^1 = -\dfrac{2 \cdot P_1}{\sqrt{3}} + S_5^1 \\ S_7 = -\dfrac{2 \cdot 10}{1{,}73} + 8{,}54 = -1156 + 8{,}54 = -3{,}02 \\ S_7 = -3{,}02KH. \end{cases}$$



44-расм

Demak, 7 sterjen siqiladi.

Sterjendagi zo’riqishish miqdor jihatdan unga reaksiya kuchiga teng bo`ladi. Siqiladigan sterjendagi zo’riqishish  kuchi shartli ravishda manfiy ishora bilan olinadi. Olingan natijalar quyidagi jadvalda keltirilgan:

| **Sterjen’ nomyeri** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** | **11** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Zo’riqishish, KN hisobida** | -54,78 | -27,39 | 54,78 | -54,78 | -8,54 | 59,05 | -3,02 | -57,64 | -37,84 | 38,82 | -37,64 |

## TAYANCH IBORALAR.

Kesishuvchi kuchlar sistemasi, teng ta’sir etuvchi kuch, kuchni proyeksiyasi, muvozanatlovchi kuch, ferma, sterjen, tugun, reaksiya kuchi.

## TAKRORLASH UCHUN SAVOLLAR.

1. Kuchni o`qdagi proyeksiyasi qanday aniqlanadi?
2. Kuchni modulini proyeksiyalariga asosan qanday aniqlanadi?
3. Kuchni yo`nalishi qanday aniqlanadi?
4. Teng ta’sir etuvchi kuchning miqdorini aniqlash?
5. Teng ta’sir etuvchi kuchning yo`nalishini aniqlash?

6. Bir nuqtaga qo`yilgan  kuchlarni analitik qo'yish usuli nimadan iborat?
7. Kesishuvchi kuchlar sistemasining analitik muvozanat sharti qanday ifodalanadi?
8. Qanday inshootga ferma deyiladi?
9. Tugunlarni kesish usulining mohiyati nimadan iborat?
10. Nolinchi sterjenlar to'g'risidagi lemmani ta'riflang?

## MA'RUZA №5

## NUQTAGA NISBATAN KUCH MOMENTI

**REJA:**

1. Nuqtaga nisbatan kuch momenti .
2. Nuqtaga nisbatan kuch momentini 0 ga tengligi.
3. Moment vektori
4. Varil'on teoremasi
5. Juft kuch
6. Juft kuchni momenti
7. Juft kuch momentini vektori
8. Ekvivalent juft kuchlar haqidagi teorema
9. Bir tekislikda yotuvchi juft kuchlarni qo'shish
10. Tekislikdagi juft kuchlarning muvozanat shartlari.

**Adabiyotlar:**
**Asosiy:**


**1.** P.Shoxaydarova, SH.Shoziyotov, SH.Zoirov «Nazariy mexanika» darslik. Toshkent 1991 yil.

**2.** T.R.Rashidov, SH.Shoziyotov, K.B.Muminov «Nazariy mexanika asoslari» darslik. Toshkent 1990 y.
**3.** S.M.Targ «Kratkiy kurs teoreticheskoy mexanika» «Visshaya shkola» 2002 g.
**4**. I.V.Meshcherskiy. Nazariy mexanikadan masalalar to`plami. O`quv qo`llanmasi Toshkent. 1989 y.
**5.** "Sbornik zadaniy dlya kursovix rabot po teoreticheskoy mexanike" pod redaktsiey A. A. Yablonskogo, «Visshaya shkola», 1985 g.

**Qo`shimcha:**

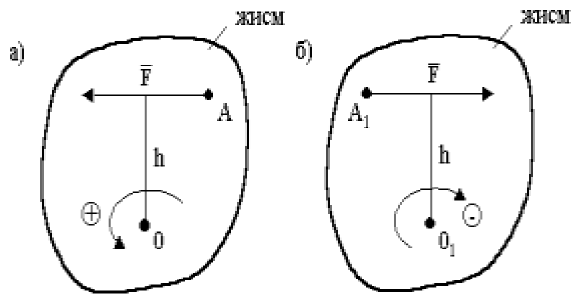
**1.** Murodov M.M., Usnatdinov K.U., Inoyatova X. "Nazariy mexanika"
**2.** Murodov M.M., Gaybullaev Z.X. "Nazariy mexanika" fanidan ma'ruzalar matni 1999 y.
**3.** S.K.Azizkoriev, Yangurazov SH. Nazariy mexanikadan masalalar yechish. O`quv qo`llanmasi. Toshkent 1980 y.
**4.** Murodov M.M., Usnatdinov K.U. "Nazariy mexanikadan nazorat savollari" 2001y.

Kesishuvchi kuchlar sistemasi, teng ta'sir etuvchi kuch, kuchni proyeksiyasi, muvozanatlovchi kuch, ferma, sterjen, tugun, reaksiya kuchi.

Mexanikada kuchni aylantiruvchi ta'siri kuch momenti deb ataladigan kattalik bilan o'lchanadi.

Jismning biror nuqta yoki o`q atrofidagi aylanma harakati kuch momentiga bog`liq bo`ladi.

Bizga 0 nuqta atrofida erkin aylana oladigan qattiq jism berilgan bo`lsin (45-rasm).




45-rasm

Jismni A nuqtaga qo`yilgan $\bar{F}$ kuchi aylantiradi.

Jismni 0 nuqta atrofida tez yoki sokin aylanishi quyidagilarga bog`liq bo`ladi.

1. Kuchni moduli yoki qiymatiga

2. Kuchning yyelkasiga

Biror nuqtaga nisbatan kuchdan moment olinsa bu nuqtaga moment markazi deyiladi. (0,0 ) moment markazi. Moment markazidan kuchning ta'sir chizig`iga tushirilgan perpendikulyarga kuchning yyelkasi deyiladi va –h balandlik belgilanadi F kuchning 0 nuqtaga nisbatan momentini quyidagi ko`rinishda belgilanadi.

$M_o$, m , $M_o(\overline{F})$ yoki $m_0(\overline{F})$ Kuch momenti N.M KNM bilan 34-rasmga asosan o’lchanadi.

$$m_0(\overline{F}) = \pm Fh \qquad (21)$$

(21) formula bilan kuchning nuqtaga nisbatan momenti topiladi.

Nuqtaga nisbatan kuch momenti quyidagicha ta’riflanadi.

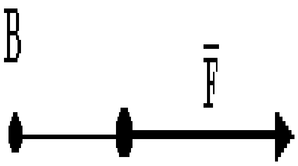
Kuch miqdori bilan shu kuch yelkasining ko`paytmasi mos ishora bilan olingan nuqtaga nisbatan kuch momenti deyiladi.

Kuch momenti musbat va manfiy ishora bilan olinadi.

Agar kuch moment markazi atrofida jismni soat stryelkasi aylanishiga qarama-qarshi tomonga aylantirsa kuch momenti musbat aksincha manfiy bo`ladi.

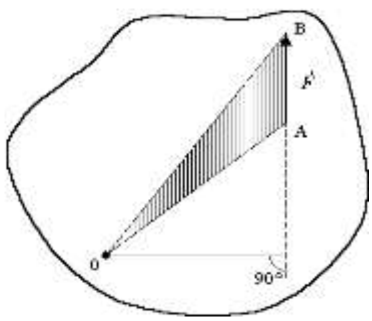
Nuqtaga nisbatan kuch momenti quyidagi xossalarga ega.

1. Agar kuchning ta’sir chizig`i momentlar markazidan o`tgan bo`lsa kuch momenti 0 ga teng bo`ladi. Chunki bu holda kuchning yyelkasi h=0 ga teng (46-rasm). $m_V = F \cdot 0 = 0$




46-rasm

2. Kuchning miqdori va yo`nalishini o’zgartirmay ta’sir chizig`i bo`ylab istalgan nuqtaga ko’chirilsa, kuch momenti o`zgarmaydi (chunki uning yelkasi o’zgarmay qoladi).




47-rasm

3. $\overline{\mathbf{F}}$ kuchining boshi va uchini moment markazi **0** bilan tutashtiramiz (47-rasm). **AOV** hosil bo`ladi. Bu uchburchakning yuzi **AOV** yuzi=1/2F.h

$$2\Delta A0B \quad юзи = F \cdot h = m_0(\overline{F})$$

$$m_0(\overline{F}) = 2\Delta AOBюзи \qquad (22)$$

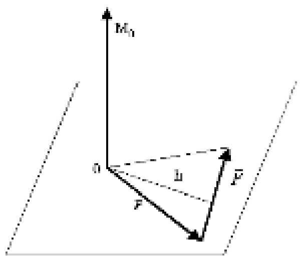
Demak, kuchning nuqtaga nisbatan momenti kuch bilan shu nuqtadan tashqil bo`lgan uchburchak yuzining ikkilanganganiga teng.

**Kuchning nuqtaga nisbatan moment vektori.**

Kuchning nuqtaga nisbatan momenti vektori moment markaziga qo`yilgan bo`lib, bu markaz va kuchning ta’sir chizig`i orqali o`tgan tekislikka perpendikulyar yo`nalgan bo`ladi.

Hamda kuchning uchidan qaraganda kuch jismni soat stryelkasi aylanishiga teskari yo`nalishda aylantirishga intiladi.

$\overline{F}$ kuchining **0** nuqtaga nisbatan moment vektorini aniqlaymiz (48-rasm) .



48-rasm

$m_0(\overline{F})$ **0** nuqtaga nisbatan olingan $\overline{\mathbf{F}}$kuch momentining vektori. $\overline{OA} = \overline{r}$ **A** nuqtaning radius vektori. **A** nuqta kuch qo`yilgan nuqtaning radius vektori bilan kuchning vektor ko`paytmasiga teng.

$$\overline{M}_0 = [\overline{r} \cdot \overline{F}] \qquad (23)$$

Moment vektori $m_0(\overline{F})$ ning uchidan qaraganda kuch jismni soat stryelkasi aylanishiga teskari yo`nalishda aylantirishga intiladi.

Moment vektorining absolyut qiymati kuch momentiga teng.

$$|\overline{M}_0| = m_0 \qquad (24)$$

(24) ni isbotlash uchun (23) dan absolyut qiymat olamiz.

$$|\overline{M}_0| = |[\overline{r} \cdot F]| = F \cdot \sin\alpha = F \cdot h = m_0$$

Bunda $\qquad h = r\sin\alpha \quad |m_0| = m_0$

## TENG TA'SIR ETUVCHINING MOMENTI TO`G`RISIDA VARIN'ON TEOREMASI.

**TEOREMA**. Bir tekislikda joylashgan kesishuvchi kuchlar teng ta'sir etuvchisining biror markazga nisbatan olingan momenti qo'shiluvchi kuchlarning o'sha markazga nisbatan olingan momentlarining algebrik yig`indisiga teng.

**Isbot**. Jismning A nuqtasiga $\overline{F}_1, \overline{F}_2, ..., \overline{F}_n$ kuchlari qo`yilgan bo`lsin. Ixtiyoriy 0 nuqta olamiz va 0 ni A bilan tutashtiramiz. 0 markazdan OA kesmaga tik qilib OX o`qini o`tkazamiz (49-rasm).

Endi $m_0(\overline{F}_1), m_0(\overline{F}_2), ..., m_0(\overline{F}_n)$, momentlarning ifodasini aniqlaymiz. (22)-formulaga asosan $m_0(\overline{F}_1) = 2\Delta 0AB_1$ yuzi.

$0AB_1$ uchburchakning yuzi asosi bilan balandligi ko`paytmasining yarmiga teng. Bunda asos OA kesma olinsa, balandligi $ob_1$ bo`ladi.

$$2\Delta 0AB_1 юзи = OA \cdot ob_1$$

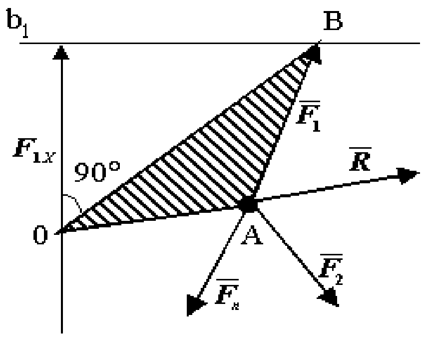
$ob_1$ kesma $\overline{F}$ kuchining ox o`qidagi proyeksiyasini bildiradi $ob_1 = F_1x$. Shuning uchun

$$m_0(\overline{F}_1) = OA \cdot F_1x \qquad (25)$$

qolgan kuchlarning momenti ham shu kabi hisoblanadi.

$\overline{F}$ kuch OA chiziqdan pastda yetganda ham (25) formula to'g'ri bo'lavyeradi, bunda kuchning proyeksiyasi manfiy bo`lganligi uchun momentning ishorasi ham manfiy bo`ladi.

$\overline{F}_1, \overline{F}_2, ..., \overline{F}_n$, kuchlarning teng ta'sir etuvchisi $\overline{R}$ bilan belgilanadi.




49-rasm

$$\overline{R} = \sum \overline{F} \qquad (26)$$

Teng ta’sir etuvchining biror o`qdagi (x o`qidagi proyeksiyasi qo’shiluvchi kuchlarning o’sha o`qdagi proyeksiyalarining yig`indisiga teng ya’ni

$$R_x = \sum F_x \qquad (27)$$

Bu tenglikning ikkala tomonini OA ga ko`paytirsak.

$$OA \cdot \overline{R}_x = \sum(\overline{F}_x \cdot OA) \qquad (28)$$

(25) - formulaga asosan

$$OA \cdot \overline{R}_x = \sum(\overline{R}) \qquad (29)$$
$$\sum(OAF_x) = \sum m_0(\overline{F})$$

(29) ni (28) ga qo’yib quyidagini hosil qilamiz.

$$m_0(\overline{R}_x) = \sum m_0(\overline{F}) \qquad (30)$$

(30) -formula Varin’on teoremasining matematik ifodasidir.

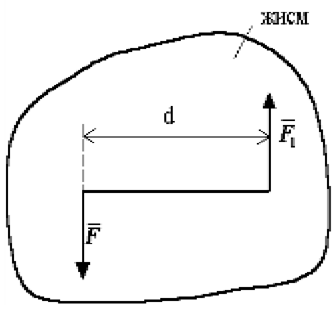
## Juft kuchlar nazariyasi.

## Juft kuch. Juft kuch momenti.

Miqdorlari teng ta’sir chiziqlari bir to`g`ri chiziqda yetmaydigan parallel va qarama-qarshi yo`nalgan ikkita kuchga juft kuch yoki juft deyiladi.

$$F = F_1; \quad \overline{F} \parallel \overline{F}_1; \quad \overline{F} = -\overline{F}_1;$$

Juft kuchni ( $\overline{F}\overline{F}_1$) ko`rinishda belgilaymiz (50-rasm).




50-rasm

( $\overline{F}\overline{F}_1$)kuchlarga juft kuchni tashqil etuvchi kuchlar deyiladi.

Juft kuchni tashqil etuvchi kuchlar orasidagi eng qisqa masofaga juft kuchning yelkasi deyiladi. Bunda d-yelka juft kuchning teng ta’sir etuvchisi 0 ga teng

$$R = F_E - F_1 = 0 \quad R = 0$$

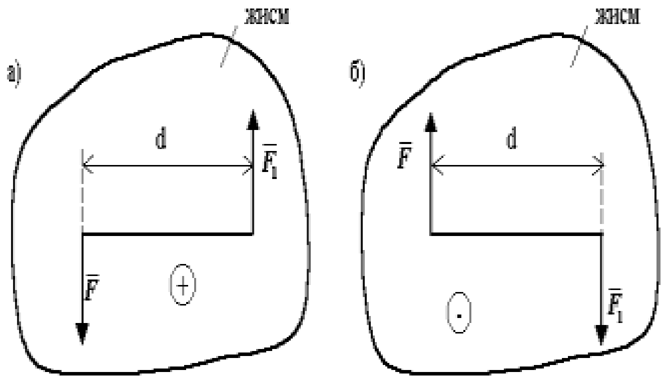
Juft kuchni bitta kuch bilan almashtirish mumkin emas. Juft kuchni tashqil etuvchi kuchlarning biri bilan juft kuch yelkasining ko`paytmasiga juft kuchning momenti deyiladi.

Juft kuchni momentini m,M bilan belgilanadi.

$$m = \pm F \cdot d = \pm F_1 d \qquad (31)$$

(31)-formula juft kuchni momentini ifodalaydi. Juft kuchning momenti musbat va manfiy bo`ladi.

Juft jismni soat strelkasi aylanishiga teskari tomonga aylantirsa uning momenti musbat, soat strelkasi aylanishi bo`yicha aylantirsa manfiy ishora bilan olinadi (51-rasm a,b).




51-rasm

$m = F \cdot d \qquad m = -F \cdot d$

Juft kuch qo`yilgan jism aylanma Harakatda bo`ladi. Juft kuchni jismga ko`rsatadigan ta’siri juft kuchni momentiga bog`liq bo`ladi, shu sababli har qanday juft kuch strelkali ey shaklida berilgan bo`lishi mumkin. Strelka eniga juft kuch momenti qo`yiladi.


51-rasm

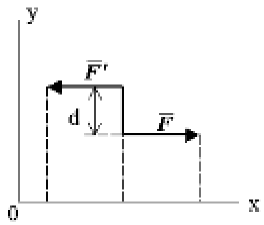
Juft kuch joylashgan tekislikka juft kuchni ta’sir tekisligi deyiladi.

**Teorema 1.**

Juft kuchni tashqil etuvchi kuchlarning har qanday o`qdagi proyeksiyalar yig`indisi 0 ga teng.

**Isbot:** Juft kuch berilgan bo`lsin (52-rasm). Shu juft kuchni x,y o`qlariga proyeksiyalaymiz.

$$\sum X = F - F^1 = 0$$
$$\sum Y = 0$$




52-rasm

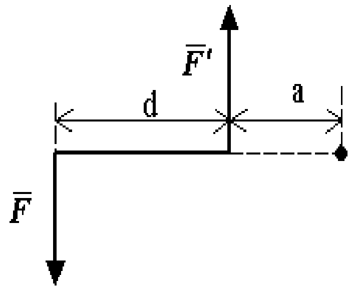
**Teorema 2.**

Juft kuchni momenti uni tashqil etuvchi kuchlardan ixtiyoriy nuqtaga nisbatan olingan momentlarning yig`indisiga teng.

$$m = m_0(\overline{F}) + m_0(\overline{F})$$

**Isbot.** Momenti $m = F \cdot d$ ga teng bo`lgan ($\overline{F}\overline{F}_1$) juft kuch berilgan bo`lsin (53-rasm). Juft kuchni tashqil etuvchi kuchlardan 0 nuqtaga nisbatan moment olamiz.

$$m_0(\overline{F}) = F(a + d)$$
$$m_0(\overline{F}^1) = -F^1 d$$




53-rasm

Bu tengliklarning ikkala qismini qo'shamiz.

$$m_0(\overline{F}) + m_0(\overline{F}^1) = F(a + d) - \overline{F}^1 a = Fa + Fd - F^1 d = Fd = m \qquad (32)$$
$$m_0 = m_0(\overline{F}) + m_0(\overline{F}^1)$$

teorema isbotlandi.

Bu teoremalar shuni ko`rsatadiki juft kuch proyeksiyalar tenglamasi

$\sum X = 0$ $\sum Y = 0$ ga ishtirok qilmaydi. Juft kuchni biror nuqtaga nisbatan olingan momentlar tenglamasiga ($\sum m_0 = 0$ ) qo'shish kerak.

**Juft kuchlarning ekvivalentligi haqidagi teorema.**

**Teorema.**

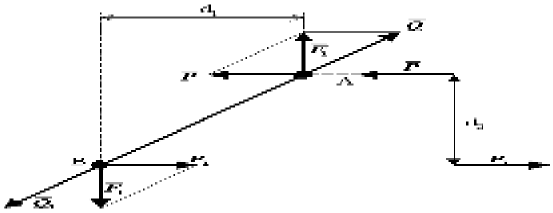
Jismga qo`yilgan Har qanday juft kuchni momenti shu juft kuchni momentiga teng bo`lgan boshqa juft kuch bilan almashtirish mumkin.

**Isbot.** Jismga momenti **M=Fd** ($\overline{F}\overline{F}_1$) juft kuchi ta'sir qilayotgan bo`lsin (54-rasm).

Ixtiyoriy D va E nuqtalardan ikkita parallel to`g`ri chiziq o`tkazamiz. Bu parallel to`g`ri chiziq F va F kuchlarning ta'sir chizig`i bilan A va V nuqtalarda kesishadi AD va BE to`g`ri chiziqlar bo`ylab yo`nalgan tashqil etuvchilarini P va Q bilan belgilaymiz. F kuchini AV va VE to`g`ri chiziq bo`ylab yo`nalgan tashqil etuvchisini Q va P bilan belgilaymiz. Demak

$$\overline{P} = -\overline{P}_1, \quad \overline{Q} = -\overline{Q}_1$$

$\overline{Q}$ va $\overline{Q}_1$ kuchlari o`zaro muvozanatlashuvchi. Shuning uchun jismdan olib tashlaymiz. Natijada ($\overline{F}\overline{F}_1$) juft kuchini ($\overline{P}\overline{P}_1$) juft kuchi bilan almashtirdik. ($\overline{P}\overline{P}_1$) juft kuchni yelkasi d ga teng. P va P kuchlarni ta'sir chiziqlari bo`ylab D va E nuqtalarga keltiramiz.



54-rasm

($\overline{F}\overline{F}_1$) juft kuchi bilan ($\overline{P}\overline{P}_1$) juft kuchining momentlari teng ekanligini isbotlaymiz.

($\overline{F}$) kuchi P va Q kuchlarning teng ta'sir etuvchisi Varin'on teoremasiga asosan

$$\begin{aligned} & m_0(\overline{F}) = m_B(\overline{P}) + m_B(\overline{Q}) \\ & m_0(\overline{F}) = F \cdot d_1 \quad m_B(\overline{P}) = Pd_2 \\ & m_B(Q) = 0 \end{aligned} \qquad (33)$$

Demak $Fd_1 = Fd_2$ teorema isbotlandi.

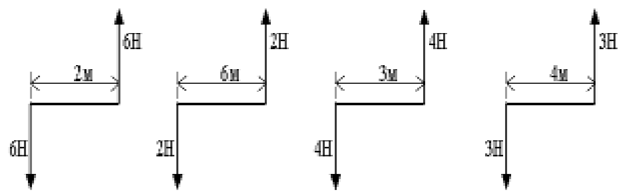
Demak momentlari teng va aylanish yo`nalishlari bir xil bo`lgan ikkita juft kuchga ekvivalent juft kuchlar deyiladi.

Bu teoremadan quyidagi natija chiqadi.

1. Juft kuchni o`zining ta'sir tekisligida har qanday vaziyatga ko'chirish mumkin, bunda juft kuchni jismga ta'siri o`zgarmaydi.

2. Juft kuchni momentini o'zgartirmay uni tashqil etuvchi kuchlarning va yelkasini istalgancha o`zgartirish mumkin bu bilan juft kuchni jismga ta'siri o`zgarmaydi.

Masalan momenti m=12 knm juft kuch berilgan bo`lsin.



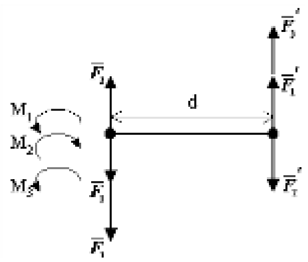

55-rasm

## Tekislikdagi juft kuchlarni qo`shish. Juft kuchlarning muvozanatlik sharti.

**<u>Teorema</u>**. Bir tekislikda joylashgan bir nyechamizta juft kuchlarni qo`shib, momenti shu juft kuchlar momentlarining yig`indisiga teng bo`lgan bitta juft kuchgakeltirish mumkin.

**<u>Isbot</u>**. Bir tekislikda joylashgan momentlari $\boldsymbol{m_1, m_2, m_3}$ bo`lgan juft kuchlar berilgan bo`lsin (56-rasm). SHu juft kuchlarni qo`shib bitta teng ta’sir etuvchi juft kuchga keltirish kerak. Berilgan juft kuchlarni umumiy d elkaga ega bo`lgan ekvivalent ($\overline{F}_1\overline{F}_1'$), ($\overline{F}_2\overline{F}_2'$) va ($\boldsymbol{\overline{F}_3\overline{F}_3'}$) juft kuchlar bilan almashtiramiz. ekvivalent juft kuchlarning ta’rifiga asosan quyidagi formulani yozamiz.

$$m_1 = F_1 d, \quad m_2 = -F_2 d, \quad m_3 = F_3 d, \qquad (34)$$




56-rasm

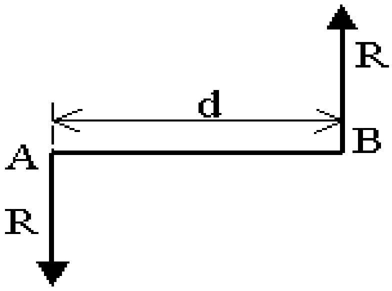
A va B nuqtalarga qo`yilgan kuchlarni qo`shib teng ta’sir etuvchisini aniqlaymiz.

$$R = F_1 - F_2 + F_3$$
$$R' = F_1' - F_2' + F_3' = F_1 - F_2 + F_3$$

Bu kuchlarning modullari teng bir biriga qarama qarshi yo`nalgan va o`zaro parallel

$$R = R', \quad \overline{R} = -\overline{R}', \quad \overline{R} \parallel \overline{R}'$$

Demak bu kuchlar bitta ($\overline{R}_1\overline{R}'$) juft kuchni tashqil yetadi. Bu juft kuchga teng ta’sir etuvchi juft kuch deyiladi. Demak berilgan uchta juft kuchlarni qo`shib bitta teng ta’sir etuvchi juft kuchga keltirdik (57-rasm).




57-rasm

Teng ta'sir etuvchi juft kuchni momenti quyidagi formula bilan topiladi.

$$M = Rd(F_1 - F_2 + F_3)d = F_1 d + (-F_2 d) + F_3 d = m_1 + m_2 + m_3$$
$$M = m_1 + m_2 + m_3 \qquad (35)$$

Agar bir tekislikda joylashgan momentlari $m_1, m_2, ..., m_n$ ga teng bo`lgan **n** ta juft kuchlar berilgan bo`lsa, bu juft kuchlarni qo`shib bitta teng ta'sir etuvchi juft kuchga keltirish mumkin.

Teng ta'sir etuvchi juft kuchni momenti yuqoridagi teoremaga asosan.

$$M = m_1 + m_2 +, ..., + m_n$$
$$M = \sum m \qquad (36)$$

Bir tekislikda joylashgan juft kuchlar muvozanatda bo`lishi uchun ularning momentlarining yig`indisi 0 ga teng bo`lishi zarur va yyetarlidir.

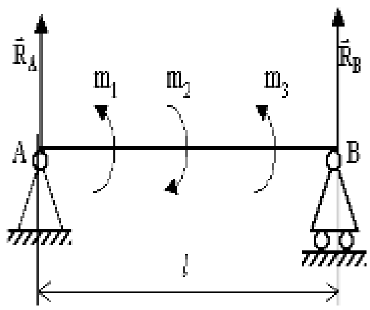
$$m_1 + m_2 +, ..., + m_n = 0$$
$$\sum m = 0 \qquad (37)$$

Bu tekislik bir tekislikda joylashgan juft kuchlarning muvozanat juft kuchlarning muvozanat shartini ifodalaydi.

**Misol.** Balka momentlari $m_1 = 6\ кнм$ , $m_2 = -8\ кнм$ , $m_3 = 12\ кнм$

bo`lgan juft kuchlar ta'sirida muvozanatda turgan bo`lsin (58-rasm).

Balkaning uzunligi ***l=5m*** tayanch reaksiyalari aniqlansin.




58-rasm

**Yechish**. Bizga ma’lumki juft kuchni boshqa bir juft kuch bilan muvozanatlash mumkin shuning uchun balkaning A va V tayanchdagi $\boldsymbol{R_A}$ va $\boldsymbol{R_B}$ reaksiya kuchlari juft kuchni tashqil qilish kerak. Ya’ni bu kuchlarni miqdorlari teng qarama-qarshi tomonga yo`nalgan va parallel bo`lishi zarur.

$$R = R', \quad \overline{R} = -\overline{R}', \quad \overline{R} \parallel \overline{R}'$$

Bu juft kuchni momenti

$$m_4 = -R_A \cdot l$$

demak balka momentlari $m_1, m_2, m_3$ *ва* $m_4$ va juft kuchlari ta’sirida muvozanatda turadi (37) tenglikka asosan.

## TAYANCH IBORALAR.

Kuch, kuch momenti, teng ta’sir etuvchi kuch, juft kuch, ekvivalent juft kuchlar, juft kuchni momenti, kuchni proyeksiyasi.

## TAKRORLASH UCHUN SAVOLLAR.

1. Nuqtaga nisbatan kuch momenti deb nimaga aytiladi?
2. Moment ishorasi qanday tanlanadi?
3. Kuch yelkasi nima?
4. Qanday holatda nuqtaga nisbatan kuch momenti nolga teng bo`ladi?
5. Kuchlarni uning ta’sir chizig`i bo`yicha ko’chirilsa, berilgan nuqtaga nisbatan kuch momenti o`zgaradimi?
6. Juft kuch nima? Nima uchun juft kuch teng ta’sir etuvchi kuchga ega emas?
7. Varin’on teoremasi nimadan iborat?
8. Erkin jism kuch ta’sirida qanday harakat qiladi?
9. Juft kuchni momenti deb nimaga aytiladi?
10. Qanday shart bajarilganda ikkita juft kuch ekvivalent bo`ladi?
11. Kesishuvchi tekislikda etuvchi ikkita juft kuch ekvivalent bo`la oladimi?
12. Juft kuchlarni qo`shish to`g`risidagi teorema nimadan iborat?
13. Juft kuchlar sistemasining muvozanat sharti.

## Ferma sterjenlaridagi zo’riqishishlarni Rittyer usuli bilan aniqlash

Agar tekis fermaning barcha sterjenlardagi zo’riqishishlarni aniqlash zarur bo`lsa, tugunni kesish usulidan foydalanish eng qulay hisoblanadi.

Lekin fermaning ayrim sterjenlardagi zo'riqishishlarni aniqlash lozim bo`lsa u holda Rittyer 1826-1906 tomonidan kashf qilingan va uning nomi bilan ataladigan usuldan foydalanish maqsadga muvofiqdir. Bu usulda ham dastlab fermaning tayanch reaksiyalari aniqlanadi.

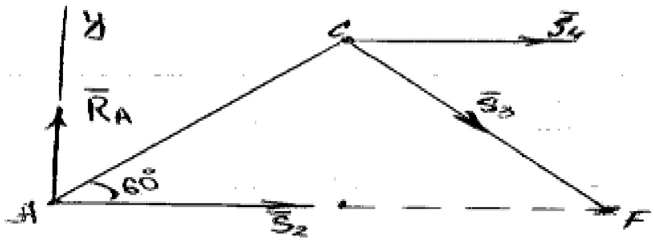
Rittyer usulining mohiyati shundan iboratki fermani biror I-I kesim bilan qirqib ikki qismga ajratiladi va ajratilgan biror kimning muvozanati tekshiriladi. Tekislikda ixtiyoriy joylashgan kuchlar sistemasining muvozanat tenglamalari yordamida uchta noma'lum kattalikni aniqlash mumkin. Shu sababli fermani shunday kesim bilan kesish kerakki, reaksiya kuchlari noma'lum bo`lgan sterjenlar soni uchtadan oshmasligi shart.

Fermaning kesilgan bir kimini tashlab yuborib, uning fermani ikkinchi kimiga ko`rsatadigan ta`sirini kesilgan sterjenlar bo`ylab tashlab yuborilgan tomonga yo`nalgan kuchlar bilan almashtiramiz, ya'ni barcha kesilgan sterjenlarni cho`ziladi deb faraz qilamiz. Tuzilgan muvozanat tenglamasi yechamiz ilganda birorta sterjenning reaksiya kuchi manfiy ishorali chiqsa, uning yo`nalishi qabul qilingan yo`nalishga qarama-qarshi bo`lib, mazkur sterjen aslida siqiladi. Fermaning qolgan qismi uchun tekislikda ixtiyoriy joylashgan kuchlar sistemasining muvozanat tenglamalari tuzilib va bu tenglamalarni yechamiz, sterjenlarning noma'lum reaksiya kuchlari aniqlanadi. Tenglamalar tuzishda shunga harakat qilish kerakki, imkoni bo`lsa har bir tenglamada noma'lumlar soni bittadan oshmasin. Tenglamalarni tuzishda moment markazi uchun uchta noma'lum reaksiya kuchidan ketma – ket ikkitasining ta'sir chizig`i kesishgan nuqtani olish tavsiya etiladi. Bunday nuqtalar moment yoki **Rittyer** nuqtalari deb ataladi. Agar reaksiya kuchi aniqlanadigan uchta sterjendan ikkitasi parallel bo`lsa, demak, ularning kesishish nuqtasi cheksizlikda yotadi, momentlar tenglamasidan birining o`rniga kuchlarning parallel sterjenlarga perpendikulyar o`qqa proyeksiyasi tenglamasini tuzish mumkin, ya'ni $\sum Y = 0$.

Rittyer usulining afzalligi shundaki, u fermaning istalgan sterjenidagi zo'riqishishni boshqa sterjenlardagi zo'riqishishlarni hisoblamay turib aniqlashga imkon beradi: uning soddaligi shundaki, bayon qilingan usulda tuzilgan har bir tenglamaga faqat bitta noma'lum kiradi.

Rittyer usuli bilan 1 – masalada berilgan fermaning 2,3 va 4, 7 va 8 – sterjenlaridagi zo'riqishishlarni aniqlaymiz. Yuqorida ko'rganimizdek, fermaga $P_1 = 10KH, P_2 = 20KH, P_3 = 30KH, P_4 = 40KH$ kuchlar ta'sir yetadi va uning tayanch reaksiyalari **RA=47,44KH, XB=20KH, YB=32,56KH** ga teng.

2, 3 va 4 – sterjenlardagi zo'riqishishni topish uchun fermaning 2, 3 va 4- sterjenlarini I – I kesim bilan kesamiz-da, fermaning o`ng tomonini tashlab yuboramiz, tashlangan qismning chap qismiga byeradigan ta'sirini mos sterjenlar bo`ylab yo`nalgan $\overline{S_2}, \overline{S_3} \text{ва} \overline{S_4}$ zo'riqishish kuchlar bilan almashtiramiz (74- rasm). Fermaning chap qismini $\overline{S_2}, \overline{S_3}, \overline{S_4} \text{ва} \overline{R_A}$ kuchlar ta'siri ostida muvozanat turibdi.



74-rasm

$\overline{S_2}$ zo'riqishish kuchini aniqlash uchun ikkita noma'lum $\overline{S_3} в а \overline{S_4}$ kuchlari kesishgan **S** nuqtaga nisbatan momentlar tenglamasini tuzamiz:

$$\begin{cases} \sum m_c = 0; -R_A \cdot \frac{a}{2} + S_2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} a = 0; \\ S_2 = \frac{R_A}{\sqrt{3}} = \frac{47,44}{1,73} = 27,4KH \end{cases}$$

$\overline{S_3} в а \overline{S_4}$ kuchlari kesishgan **F** nuqtaga nisbatan momentlar tenglamasini to`zib $\overline{S_4}$ kuchini aniqlaymiz:

$$\begin{cases} \sum m_F = 0; -R_A \cdot a - S_4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} a = 0; \\ S_4 = \frac{2R_A}{\sqrt{3}} = -\frac{2 \cdot 47,44}{1,73} = -54,8KH, S_4 = -54,8KH \end{cases}$$

2 va 4 – sterjenlar o`zaro parallel. Bu holda moment nuqtasi cheksizlikda bo`ladi. Shuning uchun kiya sterjendagi, ya'ni 3 – sterjendagi zo'riqishishni topish uchun momentlar tenglamasi emas, kuchlarning proyeksiyalari tenglamasi tuziladi. Kuchlarni shunday o`qqa proyeksiyalash kerakki, bunda ham tenglamada faqat bitta noma'lum katnashadigan bo`lsin. Bunda o`q sifatida vyertikal o`q olamiz, - rasmdagi kuchlar vyertikal o`qqa proyeksiyalanadi:

$$\sum = 0; R_A - S_3 \cos 30^0 = 0$$

$$S_3 = \frac{R_A}{\cos 330^0} = \frac{2 \cdot R_A}{\sqrt{3}} = \frac{2 \cdot 47,44}{1,73} = 54,8KH.$$

Olingan natijani 1–masalaning javobida keltirilgan jadval bilan solishtirsak, Rittyer usulida hisoblangan ferma sterjenlardagi zo'riqishishlar qiymati aniqroq bo`lishini ko`ramiz.

## TAYANCH IBORALAR.

Ishqalanish, reaksiya kuchi, ishqalanish koeffisiyenti.

## TAKRORLASH UCHUN SAVOLLAR.

1. Ishqalanish burchagi deb nimaga aytiladi?
2. Ishqalanish konusi deb nimaga aytiladi?
3. Ishqalanish burchagi bilan ishqalanish koeffisiyenti orasida qanday bog`lanish mavjud?

4. Ishqalanish kuchi deb nimaga aytiladi?
5. Dumalab ishqalanish koeffisiyenti deb nimaga aytiladi?
6. Dumalab ishqalanish momenti nimaga teng?
7. Siz ishqalanishning qanday turlarini bilasiz?
8. Sirpanib ishqalanish kuchi qaysi formula bilan aniqlanadi?
9. Muvozanat sohasi nima?
10. Sirpanib ishqalanish yoki dumalab ishqalanish yaxshimi va nima uchun?
11. Muvozanat sohasi nima?
12. Rittyer usulining moxiyati nimadan iborat?
13. Qanday fermalar ortiqcha sterjenli fermalar deyiladi?

## MA'RUZA №8 FAZODA IXTIYORIY JOYLASHGAN KUCHLAR SISTEMASI. O`QGA NISBATAN KUCH MOMENTI

**REJA:**

1. Kuchni o`qqa nisbatan momenti.
2. Kuchni o`qqa nisbatan momenti bilan shu o`qdagi nuqtaga nisbatan momenti orasidagi bog`lanishni hisoblash uchun formulalar .
3. Fazoda ixtiyoriy yo`nalgan kuslar sistemasini berilgan markazga keltirish. Kuchlar sistemasining bosh vektori va bosh momenti .
4. O`qqa nisbatan kuch momentini analitik ifodalash
5. Fazodagi kuchlar sistemasining bosh vektori va bosh momenti

**Adabiyotlar:**

**Asosiy:**


1. P.Shoxaydarova, Sh.Shoziyotov, Sh.Zoirov «Nazariy mexanika» darslik. Toshkent 1991 yil.
2. T.R.Rashidov, Sh.Shoziyotov, K.B.Muminov «Nazariy mexanika asoslari» darslik. Toshkent 1990 y.
3. S.M.Targ «Kratkiy kurs teoreticheskoy mexaniki» «Visshaya shkola» 2002 g.
4. I.V.Meshcherskiy. Nazariy mexanikadan masalalar to`plami o`quv qo`llanmasi Toshkent. 1989 y.
5. "Sbornik zadaniy dlya kursovix rabot po teoreticheskoy mexanike" pod redaktsiey A. A. Yablonskogo, «Visshaya shkola», 1985 g.


**Qo`shimcha:**

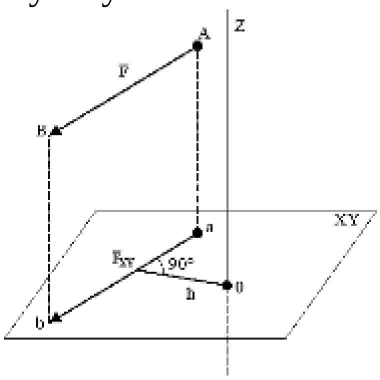

1. Murodov M.M., Usnatdinov K.U., Inoyatova X. "Nazariy mexanika"

2. Murodov M.M., Gaybullaev Z.X.. “Nazariy mexanika” fanidan ma’ruzalar matni 1999 y.
3. S.K.Azizkoriev, Yangurazov Sh. Nazariy mexanikadan masalalar yechish o`quv qo`llanmasi. Toshkent 1980 y.
4. Murodov M.M., Usnatdinov K.U. “Nazariy mexanikadan nazorat savollari” 2001y.

**Kuchni o`qqa nisbatan momenti**

Fazoda ixtiyoriy joylashgan kuchlar sistemasiga oid statika masalalarini yechishda kuchning o`qqa nisbatan momenti tushunchasidan foydalaniladi.

Jismning **A** nuqtasiga qo`yilgan $\overline{F}$ kuchi va **Z** o`qi berilgan bo`lsin (75-rasm). Kuchning shu o`qqa nisbatan momentini aniqlaymiz. Buning uchun **Z** o`qiga perpendikulyar qilib **(xy)** tekisligini o`tkazamiz $\overline{F}$ kuchini shu tekislikka proyeksiyalaymiz.




75-rasm

Buning uchun boshidan va uchidan tekislikka perpendikulyar tushiramiz (75-rasm).

$\overline{ав} = \overline{F}_{xy} - \overline{F}$ kuchining **xy** tekislikdagi proyeksiyasi vektor kattalik chunki **y** qiymatga va yo`nalishiga ega. Kuchning proyeksiyasidan kuch bilan **Z** o`qiga kesishgan nuqtasiga (0) nisbatan moment olamiz. $\overline{F}$ kuchining **Z** o`qiga nisbatan momentini $m_z(\overline{F})$ bilan belgilaymiz. Kuchning Z o`qiga nisbatan momenti quyidagi formula bilan topiladi.

$$m_z(\overline{F}) = m_0(\overline{F}_{xy}) = \pm \overline{F}xy \cdot h \qquad (60)$$

Bunda **h** Fxy kuchining **0** nuqtaga nisbatan yelkasi. (60) - formula quyidagicha ta’riflanadi.

Kuchning o`qqa nisbatan momenti kuchning shu o`qqa perpendikulyar tekislikdagi proyeksiyasidan o`q bilan tekislikning kesishgan nuqtasiga nisbatan olingan momentiga teng bo`ladi.

Agar kuch jismni o`q atrofida soat stryelkasi yo`nalishiga qarama-qarshi aylantira musbat, soat stryelkasi yo`nalishi bo`yicha aylantirsa manfiy ishora bilan olinadi.

**O** nuqta bilan **a,v** nuqtalarni tutashtiramiz (76-rasm) natijada oav uchburchak hosil bo`ladi.

Bu uchburchakning yuzi

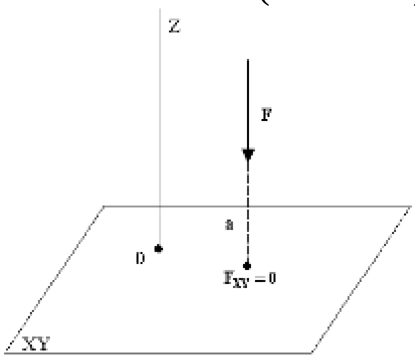
$$\Delta \text{Oav yuzi} = 1/2 \text{ Fxy h} \qquad (61)$$

$$2\cdot\Delta 0ав \quad юзи = F_{xy}\cdot h = m_z(\overline{F})$$
$$m_z(F) = 2\cdot\Delta 0ав \quad юзи \qquad (62)$$

Demak, o`qqa nisbatan kuch momenti **0** nuqtadan va $\overline{\boldsymbol{F}}\boldsymbol{xy}$ kuchdan tuzilgan uchburchak yuzining ikkilanganiga teng.

Quyidagi hollarni o`qqa nisbatan kuch momenti **0** ga teng bo`ladi.

1) $\overline{\mathbf{F}}$ kuchi **Z** o`qiga parallel bo`lsin (76-rasm)

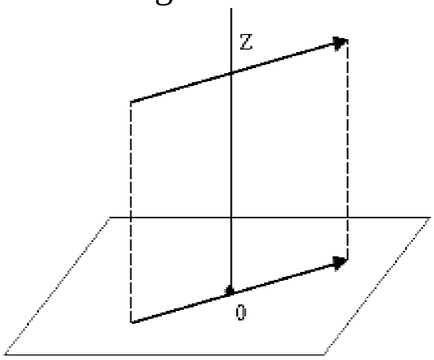



76- rasm

bu holda kuchning **Z** o`qiga perpendikulyar bo`lgan tekislikdagi proyeksiyasi 0 ga teng bo`ladi.

**Fxy=0**

2) $\overline{\mathbf{F}}$ kuchi **Z** o`qi bilan kesishgan bo`lsa




77- rasm

bu holda kuchning yelkasi nolga teng bo`ladi. **h=0.**

Bu ikki holni quyidagicha birlashtirish mumkin.

Kuch bilan o`q bir tekislikda yotgan bo`lsa kuchning shu o`qqa nisbatan momenti nolga teng bo`ladi. Bu ikki holda ham $\overline{\boldsymbol{F}}$ kuchi jismni **Z** o`qi atrofida aylantira olmaydi. Kuch jismni faqat o`q bo`ylab siljitadi. O`qqa nisbatan kuch momentining mexanik ma`nosi quyidagicha ta’riflanadi:

O`qqa nisbatan kuch momenti kuchning jismni shu o`q atrofida aylantirish effektini harakterlaydi.

O`qqa nisbatan kuch momentini aniqlash uchun;

1. O`qqa perpendikulyar tekislik o’tkazish kerak.

2. Kuchni shu tekislikka proyeksiyalash kerak ya’ni proyeksiyani modulini hisoblash kerak.

3. O`q bilan tekislikning kesishgan nuqtasidan kuchning proyeksiyasiga perpendikulyar tushirib, kuchning yelkasini aniqlaymiz **h** ni topamiz.

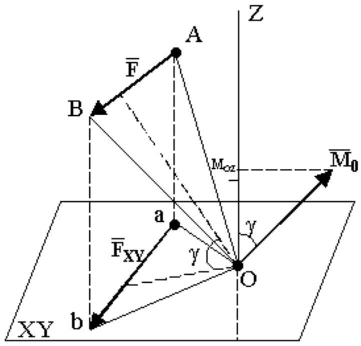
4. **Fxy·h** ni hisoblash kerak.

5. O`qqa nisbatan kuch momentini ishorasini aniqlash kerak.

**Nuqtaga nisbatan kuch momenti bilan shu nuqtadan o`tgan o`qqa nisbatan kuch momenti orasidagi munosabat.**

Fazodagi biror **A** nuqtaga $\overline{F}$ kuchi qo`yilgan bo`lsin (78- rasm).

Bu kuchni **0** nuqtaga nisbatan moment **Mo** shu nuqtaga qo`yilgan vektor kattalik bo`lib uning moduli quyidagi formula bilan topiladi;




78- rasm

$$\boldsymbol{M_0 = 2 \cdot \Delta OAB} \text{ yuzi} \qquad (63)$$

0 nuqtadan **Z** o`qini o`tkazib , $\overline{F}$ kuchini shu o`qqa nisbatan momentini aniqlaymiz. Buning uchun **Z** o`qiga perpendikulyar qilib xu tekisligini o`tkazamiz. Kuchni shu tekislikka proyeksiyalaymiz. Hosil bo`lgan **Fxy** proyeksiyadan **Z** o`qi bilan xy tekisligining 0 nuqtasiga nisbatan moment olamiz. Ma’lumki $\overline{F}$ kuchining **Z** o`qiga nisbatan moment (63) asosan

$$m_0(\overline{F}) = 2\Delta OAB \text{ yuzi} \quad (64)$$

Uchburchak **oav**, **OAV** uchburchakning (xy) tekisligidagi proyeksiyasi bo`ladi. Proyeksiyaning ta’rifiga asosan

**ΔOAV yuzi = Δ OAV yuzi cosγ**

bu formulaning ikkala qismini ikkiga ko`paytiramiz

**2ΔOAV yuzi =2 Δ OAV yuzi cosγ** (65)

(65)-formulani (63) va (64) ga asoslanib quyidagicha yozamiz.

$$m_z(\overline{F}) = M_0 \cos\gamma \qquad (66)$$

bunda $M_{oz} = M_0 \cos\gamma$ -bu $\overline{F}$ kuchning **0** nuqtaga nisbatan olingan momentining shu nuqtadan o`tgan **Z** o`qidagi proyeksiyasi. (66) ni quyidagicha yozish mumkin.

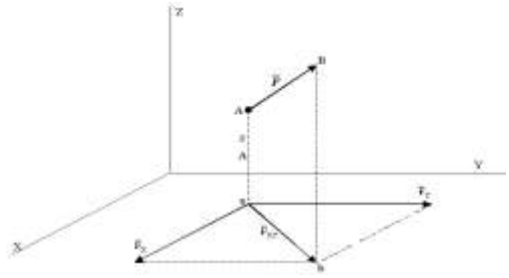
$$m_z(\overline{F}) = M_{0z} \quad (67')$$

Demak (66) yoki (67') -formulalar nuqtaga nisbatan kuch momenti bilan shu nuqtadan o`tgan o`qqa nisbatan kuch momenti haqidagi munosabatni ifodalaydi: Nuqtaga nisbatan kuch momentining shu nuqtadan o`tgan o`qdagi proyeksiyasi kuchning shu o`qqa nisbatan olingan momentiga teng.

**Koordinata o`qlariga nisbatan kuch momentini hisoblash uchun formulalar**

Agar $(\overline{F})$ kuchning koordinata o`qlaridagi proyeksiyalari **Fx, Fy** va shu kuch qo`yilgan **A** nuqtaning **x, y** koordinatalari berilgan bo`lsa (79-

rasm) $\overline{F}$ kuchning **x, y** va **z** o`qlariga nisbatan momentini quyidagi formula bilan aniqlash mumkin:

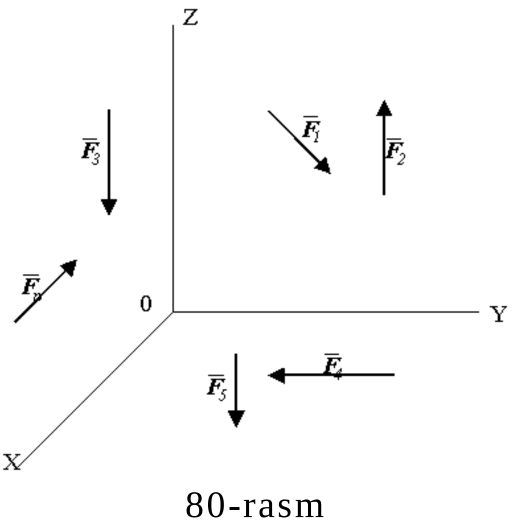


**79-rasm**

$$m_x(F) = yFz - zFy$$
$$m_y(F) = yFx - xFz \qquad (68)$$
$$m_z(F) = xFy - yFx$$

### Fazoda ixtiyoriy joylashgan kuchlar sistemasini berilgan markazga keltirish. Kuchlar sistemasining bosh vektori va bosh momenti.

Fazoda ixtiyoriy joylashgan $\overline{F}_1, \overline{F}_2, ..., \overline{F}_n$ kuchlar sistemasi berilgan bo`lsin (80-rasm). Shu kuchlarni **0** nuqtaga keltirish kerak. Fazoda ixtiyoriy joylashgan kuchlarni tekislikda ixtiyoriy joylashgan kuchlarni tekislikda ixtiyoriy joylashgan kuchlarga o`xshash bosh vektor $\overline{R}$ ga teng bo`lgan bitta kuchga va momenti bosh moment Mo ga teng bo`lgan bitta juft kuchga keltirish mumkin. Bosh vektor berilgan kuchlarning geometrik yig`indisiga

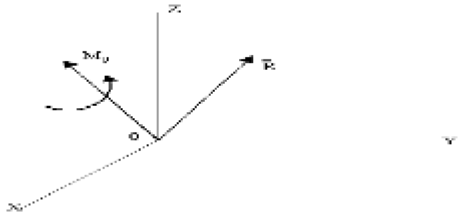



80-rasm

teng. $$\overline{R} = \overline{F}_1 + \overline{F}_2 + \overline{F}_3 + \overline{F}_4 + ,...,+ \overline{F}_n = \sum \overline{F}$$
$$\overline{R} = \sum \overline{F} \qquad (69)$$

Bosh moment esa keltirilishi kerak bo`lgan kuchlarning keltirish markaziga nisbatan olingan momentlarning geometrik yig`indisiga teng.

$$\overline{M}_O = \overline{m}_O(\overline{F}_1) + \overline{m}_O(\overline{F}_2) + ... + \overline{m}_O(\overline{F}_n) = \sum \overline{m}_O(\overline{F})$$
$$\overline{M}_O = \sum \overline{m}_O(\overline{F}) \qquad (70)$$



81-rasm

**Fazoda ixtiyoriy joylashgan kuchlar sistemasining bosh vektori va bosh momentini hisoblash.**

1. Bosh vektorni hisoblaymiz. Buning uchun (69) -chi vektor tenglamaning ikkala qismini koordinata o`qlariga proyeksiyalaymiz.

$$R_x = x_1 + x_2 + ... + x_n = \sum x$$
$$R_y = y_1 + y_2 + ... + y_n = \sum y \qquad (71)$$
$$R_z = z_1 + z_2 + ... + z_n = \sum z$$

(71) - formula bilan bosh vektorning koordinata o`qlaridagi proyeksiyalari topiladi.

Bosh vektorning moduli quyidagi formula bilan topiladi.

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2} \qquad \text{yoki}$$
$$R = \sqrt{\left(\sum X\right)^2 + \left(\sum Y\right)^2 + \left(\sum Z\right)^2} \qquad (72)$$

Bosh vektorning yo`nalishi esa quyidagi formula bilan aniqlanadi.

$$\cos\alpha = \frac{R_x}{R}; \quad \cos\beta = \frac{R_y}{R}; \quad \cos\gamma = \frac{R_z}{R} \qquad (73)$$

bunda, $\alpha, \beta, \gamma$ , $\bar{R}$ bilan **x, y, z** o`qlari orasidagi burchak.

2. Bosh momentni hisoblash.

Buning uchun vektor tenglamaning ikki qismini koordinata o`qlariga proyeksiyalaymiz va nuqtaga nisbatan kuch momenti bilan shu nuqtadan kuch momenti orasidagi munosabatdan foydalanib bosh momentning koordinata o`qlaridagi proyeksiyalarini aniqlaymiz.

$$M_{0x} = m_x(\bar{F}_1) + m_x(\bar{F}_2) + ... + m_x(\bar{F}_n) = \sum m_x(\bar{F})$$
$$M_{0y} = m_y(\bar{F}_1) + m_y(\bar{F}_2) + ... + m_y(\bar{F}_n) = \sum m_y(\bar{F})$$
$$M_{0z} = m_z(\bar{F}_1) + m_z(\bar{F}_2) + ... + m_z(\bar{F}_n) = \sum m_z(\bar{F})$$

$$M_{0x} = \sum m_x(\bar{F})$$
$$M_{0y} = \sum m_y(\bar{F}) \qquad (74)$$
$$M_{0z} = \sum m_z(\bar{F})$$

bunda $\mathbf{M_{ox}}$, $\mathbf{M_{oy}}$, $\mathbf{M_{oz}}$ - bosh moment **Mo** ning **x,y,z** o`qlaridagi proyeksiyasi.

Bosh momentning koordinata o`qlaridagi proyeksiyasi kuchlardan shu o`qqa nisbatan olingan momentlarning yig`indisiga teng.

Bosh momentning miqdori quyidagi formula bilan topiladi.

$$M_0 = \sqrt{M_{0x}^2 + M_{0y}^2 + M_{0z}^2}; \quad \text{yoki}$$
$$M_0 = \sqrt{\left[\sum m_x(\bar{F})\right]^2 + \left[\sum m_y(\bar{F})\right]^2 + \left[\sum m_z(\bar{F})\right]^2} \qquad (75)$$

Bosh momentning yo`nalishi quyidagi formula bilan topiladi.

$$\cos\alpha_1 = \frac{M_{0x}}{M_0}; \quad \cos\beta_1 = \frac{M_{0y}}{M_0}; \quad \cos\gamma_1 = \frac{M_{0z}}{M_0} \qquad (76)$$

bunda $\alpha, \beta, \gamma$ - bosh moment Mo ning mos ravishda **x,y,z** o`qlari bilan tashqil etgan burchagi.

## Fazoda ixtiyoriy joylashgan kuchlar sistemasining analitik muvozanat shartlari.

Fazoda ixtiyoriy joylashgan kuchlar sistemasi muvozanatda bo`lishi uchun bosh vektor va bosh moment bir vaqtda nolga teng bo`lishi zarur va yetarli;

$$\overline{R} = \mathbf{0} \qquad \overline{M}_0 = 0 \qquad (77)$$

(77)-tenglik kuchlarning geometrik ko`rinishdagi muvozanatlik shartini ifodalaydi. (72) va (75) formulalardan foydalanib kuchlarning analitik muvozanat sharti quyidagi ko`rinishda yoziladi.

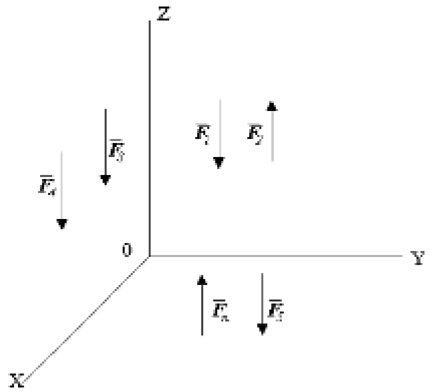
$$\begin{aligned} &\sum x = 0 \quad \sum m_x(\overline{F}) = 0 \\ &\sum y = 0 \quad \sum m_y(\overline{F}) = 0 \\ &\sum z = 0 \quad \sum m_z(\overline{F}) = 0 \end{aligned} \qquad (78)$$

(78)-formula fazoda ixtiyoriy joylashgan kuchlar sistemasining analitik muvozanatlik shartini ifodalaydi. Bu shart quyidagicha ta’riflanadi.

Fazoda ixtiyoriy joylashgan kuchlar sistemasi muvozanatda bo`lishi uchun bu kuchlarning **x,y,z** o`qlaridagi proyeksiyalarining yig`indisi va shu o`qlarga nisbatan olingan momentlarning yig`indisi nolga teng bo`lishi zarur va yetarli shartdir.

Xususiy hol. $\overline{F}_1, \overline{F}_2, \ldots \overline{F}_n$ kuchlari fazoda joylashgan va o`zaro parallel bo`lsin (82-rasm). Shu kuchlarning muvozanat shartini aniqlaymiz. Buning uchun koordinata o`qlarini birini masalan **Z** o`qini kuchlarga parallel qilib yo’naltiramiz. Parallel kuchlarga fazoda ixtiyoriy yo`nalgan kuchlarning analitik muvozanat shartini tadbiq qilamiz.

$$\begin{aligned} &\sum Z = 0 \\ &\sum m_X(\overline{F}) = 0 \\ &\sum m_Y(\overline{F}) = 0 \end{aligned} \qquad (79)$$




82-rasm

(79)-formula fazoda parallel yo`nalgan kuchlar sistemasining analitik muvozanat shartini ifodalaydi.

Fazoda parallel yo`nalgan kuchlar sistemasi muvozanatda bo`lishi uchun shu kuchlarga parallel bo`lgan o`qdagi proyeksiyalarining yig`indisi va qolgan ikkita o`qqa nisbatan momentlarining yig`indisi nolga teng bo`lishi zarur va yetarli shartdir.

**TAKRORLASH UCHUN SAVOLLAR.**

1. Muvozanat tenglamalarini yozib, uni ma`nosini tushuntiring?
2. Fazoda parallel yo`nalgan kuchlar sistemasining muvozanat tenglamalarini yozing va uni ma`nosini tushuntiring?

## MAVZU: №9 OG`IRLIK MARKAZI

### Parallel kuchlarning teng ta’sir etuvchisini aniqlash. Parallel kuchlar markazi

1. Fazodagi kuchlar sistemasining apalitik muvozanat sharti.
2. Parallel kuchlar holi.
3. Parallel kuchlar markazi koordinatalari
4. Chiziqning og`irlik markazi
5. Yuzaning og`irlik markazi
6. Xajm og`irlik markazi

**Adabiyotlar:**

**Asosiy:**


**1.** P.Shoxaydarova, Sh.Shoziyotov, Sh.Zoirov «Nazariy mexanika» darslik. Toshkent 1991 yil.
**2.** T.R.Rashidov, Sh.Shoziyotov, K.B.Muminov «Nazariy mexanika asoslari» darslik. Toshkent 1990 y.
**3.** S.M.Targ «Kratkiy kurs teoreticheskoy mexaniki» «Visshaya shkola» 2002 g.
**4**. I.V.Meshcherskiy. Nazariy mexanikadan masalalar to`plami. O`quv qo`llanmasi Toshkent. 1989 y.
**5.** “Sbornik zadaniy dlya kursovix rabot po teoreticheskoy mexanike” pod redaktsiey A. A. Yablonskogo, «Visshaya shkola», 1985 g.


**Qo`shimcha:**


**1.** Murodov M.M., Usnatdinov K.U., Inoyatova X. “Nazariy mexanika”
**2.** Murodov M.M., Gaybullaev Z.X.. “Nazariy mexanika” fanidan ma’ruzalar matni 1999 y.
**3.** S.K.Azizkoriev, Yangurazov Sh. Nazariy mexanikadan masalalar yechish o`quv qo`llanmasi. Toshkent 1980 y.
**4.** Murodov M.M., Usnatdinov K.U. “Nazariy mexanikadan nazorat savollari” 2001y.
**5.** S.M.Targ Kratkiy kurs teoreticheskoy mexaniki. Darslik Moskva 1986 y.

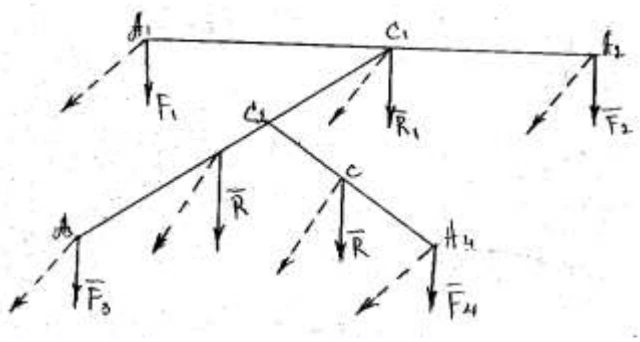

Ikki parallel kuchlarni qo`shish haqidagi qoidadan foydalanib bir qancha parallel kuchlarni qo`shamiz.

Bir tomonga qarab yo`nalgan va bir-biriga parallel bo`lgan **F1, F2, F3, F4** kuchlar berilgan bo`lsin (83-rasm). Bu kuchlar **A1**, **A2, A3, A4** nuqtalarga qo’shilgan.

**F1** va **F2** kuchlarning teng ta’sir etuvchisi **R1**, shu kuchlarning modullarining indeksiga teng **R1=F1+F2** bo`lib, **F1** va **F2** kuchlari qo’shilgan va **A1** va **A2** nuqtalarni birlashitiruvchi to`g`ri chiziqdagi **S1** nuqtaga qo’shilgan bo`ladi. **R1** kuchi kuchlarga parallel bo`lib, kuchlar yo`nalgan tomonga qarab yo`nalgandir. **C1** nuqtaning holati quyidagi munosabatdan aniqlanadi.

$$A_1C_1 = \frac{F_2}{R_1} \cdot A_1A_2 \quad (80)$$

**R1** va **F3** kuchlarni qo`shib, ularning teng ta’sir etuvchisi **R2** ni aniqlaymiz.



83-rasm

Uning moduli **R1** va **F3** kuchlarining modullarining yig`indisiga teng bo`ladi.

**R2=R1+F3=F1+F2+F3**

**R2** kuchi **R1** va **F3** kuchlari qo’shilgan **C1** va **A3** nuqtalardan o`tuvchi to`g`ri chiziqdagi **C2** nuqtaga qo`yilgan bo`ladi, kuchlarga parallel ravishda kuchlar yo`nalgan tomonga qarab yo`naladi. **C2** nuqtaning holati quyidagi munosabatdan aniqlanadi:

$$C_1C_2 = \frac{F_3}{R_2} \cdot C_1A_3$$

**R2** va **F4** kuchlarni qo`shib, **R** teng ta’sir etuvchisini aniqlaymiz.

Uning moduli **R2** va $\overline{F}$ 4 kuchlarining modullarining yig`indisiga teng

**R=R2+F4=F1+F2+F3+F4.** (80`)

$\overline{R}$ teng ta’sir etuvchi $\overline{\mathbf{R}}$**2** va $\overline{\mathbf{F}}$**4** kuchlarga parallel bo`lib, ular yo`nalgan tomonga qarab yo`nalgan bo`ladi va **S2 A4** kesmadagi **S** nuqtaga qo`yilgandir; **S** nuqtaning quyidagi munosabatdan aniqlanadi:

$$C_2C = \frac{F_4}{R} \cdot C_2A_4$$

Xuddi shuningdek, shu usul bilan bir tomonga qarab yo`nalgan n ta parallel $\overline{F_1}, \overline{F_2},,, \overline{F_n}$ kuchlar qo’shilib bitta $\overline{R}$ teng ta’sir etuvchi kuchga keltirsh mumkin. Bu kuchning moduli berilgan kuchlarning modullarining yig`indisiga teng bo`ladi:

$$R = F_1 + F_2 + ... + F_n = \sum F_k \qquad (81)$$

Parallel kuchlarning teng ta’sir etuvchi qo`yilgan S nuqtaga parallel kuchlarning markazi deyladi. (83-rasm).

**Parallel kuchlar markazining koordinatalarini va radius-vektorini aniqlash.**

Parallel kuchlar markazi tushunchasi mexanikaning ba'zi masalalarini yechishda, jumladan, jismlarning og`irlik markazini aniqlashda qo`llaniladi. Qattiq jismning $A_1(X_1,Y_1,Z_1), A_2(X_2,Y_2,Z_2)....A_n(X_n,Y_n,Z_n)$ nuqtalariga bir tomonga yo`nalgan $\overline{F_1},\overline{F_2},....\overline{F_n}$ parallel kuchlar qo`yilgan bo`lsin.

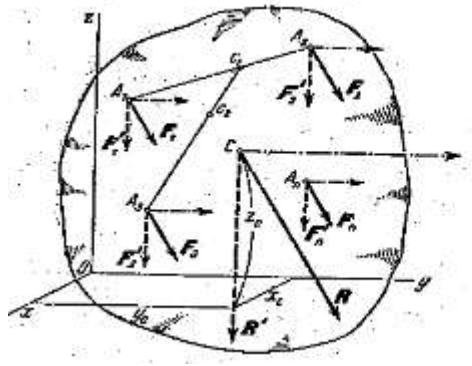
Bu kuchlar teng ta'sir etuvchisi kuchlarga parallel bo`lib, ularning modullarini yig`indisiga teng:

$$R = F_1 + F_2 + .... + F_n$$

Teng ta'sir etuvchi kuch qo`yilgan **S** nuqtaning koordinatalarini, ya'ni parallel kuchlar markazining koordinatalarini **XC ,YC , ZC** bilan belgilaymiz (84-rasm). **S** nuqtaning holati kuchlarning yo`nalishiga bog`liq emas, shuning uchun kuchlarning hammasini qo'shilgan nuqtalari atrofida $O_Z$ unga parallel qilib buramiz. Burilgan $\overline{F_1^1},\overline{F_2^1},....\overline{F_n^1}$ kuchlarga Varin`on teoremasini tatbiq etamiz. Burilgan kuchlarning teng ta'sir etuvchisi $\overline{R^1}$ bo`lgani uchun undan Y o`qiga nisbatan moment olib,

$$my(\overline{R^1}) = \sum my(\overline{F^1}); \qquad (82)$$

tengligini yozamiz. Bu holda kuchlarning yelkasi, qo`yilgan nuqtalarning abssissasiga teng bo`ladi. Rasmdan $my(\overline{R^1}) = R^1 \cdot X_c = R \cdot X_c,$ chunki **R1=R** , xuddi shunga o`xshash har bir kuchning **Y** o`qiga nisbatan momenti $my(\overline{F_1^1}) = F_1^1 \cdot X_1 = F_1 X_1$ bo`ladi, chunki $F_1^1 = F_1$ va xokazo.



84-rasm

Bu miqdorlarning hammasi (82) tenglikga qo`yilsa,

$R \cdot X_c = F_1X_1 + F_2X_2 + .... + F_nX_n$ bo`ladi.

Bundan **Xs** ya'ni parallel kuchlar markazining abssissasi aniqlanadi:

$$X_C = \frac{F_1X_1 +_1 + F_2X_2 + ... + F_nX_n}{R} = \frac{\sum F_kX_k}{R}; \qquad (83)$$

**YC** koordinatani aniqlash uchun kuchlardan **X** o`qiga nisbatan momentlar olamiz:

$$\boldsymbol{R \cdot Y_C = F_1Y_1 + F_2Y_2 + .... + F_nY_n}$$

$$Y_c = \frac{F_1Y_1 + F_2Y_2 + .... + F_nY_n}{R} = \frac{\sum F_kY_k}{R}; \qquad (84)$$

**ZC** koordinatani aniqlash uchun hamma kuchlarni qo`yilgan nuqtalari atrofida **Y** o`qiga parallel bo`lgancha buramiz va bu kuchlarga (nuqta bilan punktir qilib tasvirlangan) Varin`on teoremasini tadbiq etib, ulardan X o`qqa nisbatan momentlar olamiz:

$$-R\cdot Z_C=-F_1Z_1+(-F_2Z_2)+...+(-F_nZ_n) \qquad (85)$$

bundan **Zs** ni aniqlaymiz.

$$Z_C=\frac{F_1Z_1+F_2Z_2+....+F_nZ_n}{R}=\frac{\sum F_kZ_k}{R} \qquad (86)$$

(84) – (86) fermalar bilan parallel kuchlar markazining koordinatalari topiladi, bunda **R** - (85) tenglik bilan aniqlanadi.

(85) – (86) formulalarning har birini xos ravishda $\overline{i},\overline{j},\overline{k},$ birlik vektorlariga ko`paytirib va ularni qo`yib, parallel kuchlar markazining radius – vektorini aniqlaymiz:

$$\overline{r_c}=X_c\cdot\overline{i}+y_c\overline{j}+Z_c\overline{K}$$

$$\overline{r_c}=\frac{F_1\overline{r_1}+F_2\overline{r_2}+...+F_n\overline{r_n}}{R}=\frac{\sum F_K\overline{r_K}}{R} \qquad (87)$$

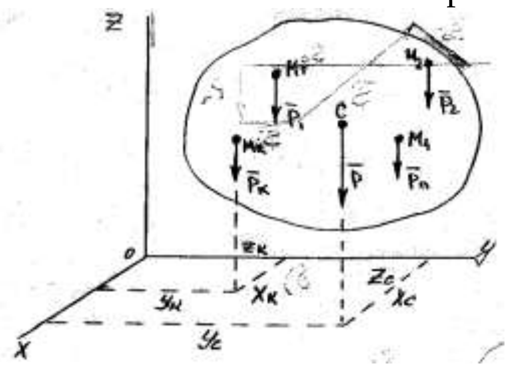
bunda $\overline{r_R}=X_R\overline{i}+Y_K\overline{j}+Z_K\overline{K}-\overline{F_K}$ kuchli qo`yilgan nuqtaning radius vektori. **K=1,2,…,n**

(84) – (87) formulalardan ko`ramizki, parallel kuchlarning teng ta’sir etuvchisi qo`yilgan **S** nuqtaning holati kuchlarning yo`nalishiga bog`liq bo`lmay, ularning miqdori va qo`yilgan nuqtalarining koordinatalariga bog`liqdir. Shunga asosan, agar kuchlar qo`yilgan nuqtalarni o’zgartirmay, barcha kuchlarni biror $\alpha$ burchakka bursak, bu kuchlarning teng ta’sir etuvchisi ham shu burchakka burilib, qo`yilgan nuqtasining holati o`zgarmaydi.

## Qattiq jismning og`irlik markazi koordinatalarining umumiy formulalari.

Biror qattiq jismning har bir bo`lagiga yerning markaziga qarab yo`nalgan tortish kuchi (og`irlik kuchi ) ta’sir yetadi. Bu kuchlarni $\overline{P_1},\overline{P_2},....\overline{P_n}$ bilan belgilaymiz. Yerning radiusiga nisbatan jismning o`lchamlari juda kichik bo`lgani uchun bu kuchlarni parallel kuchlar deb qarash mumkin. Bu parallel kuchlarning markazi – **S** nuqta jismning og`irlik markazi bo`ladi (85-rasm).

Agar (86) – (87) formulalardagi $\overline{F_K}$ kuchlarning o`rniga $\overline{P_K}$ kuchlarni olsak, jismning og`irlik markazi koordinatalarini topamiz:




85-rasm

$$\left.\begin{aligned} X_c &= \frac{1}{p}\cdot\sum p_k x_k \\ Y_c &= \frac{1}{p}\cdot\sum p_k y_k \\ Z_c &= \frac{1}{p}\cdot\sum p_k z_k \end{aligned}\right\} \qquad (88)$$

Bu yerda **Rk** (K=1,2,….n) – jism zarrarchalarining og`irliklari, **Xk, Yk, Zk** – zararchalar og`irliklarini qo`yilgan nuqtalarning koordinatalari, R - jismning og`irligi.

(88)- formulalar bilan har qanday qattiq jism og`irlik markazining koordinatalarini aniqlash mumkin. Shuning uchun bu formulalarga og`irlik markazining koordinatalari uchun umumiy formulalar deyladi.

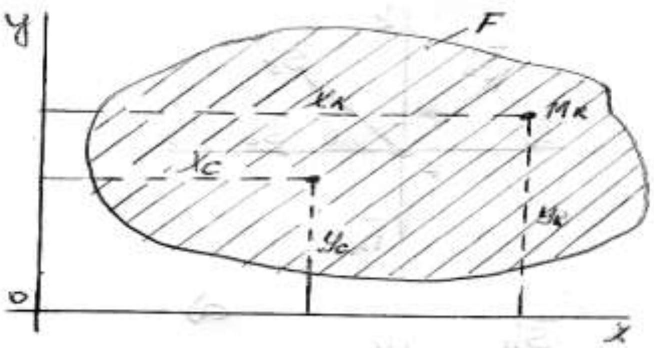
Bir jinsli jismning og`irlik markazini aniqlaymiz. Bir jinsli jismning og`irligi quyidagi formula bilan aniqlanadi $P=\gamma V$, bunda **V** - jismning xajmi, $\gamma$ - bir birlik xajmning og`irligi qattiq jismning har bir bo`lagining og`irligi shu bo`lakning xajmiga proporsional bo`ladi: $P_K=\gamma\cdot\upsilon_K$, bunda $\upsilon_k$- jismning $M_R$ bo`lagining xajmi **R** va **Rk** larning bu qiymatlarini (88) formulalarga qo`yib, suratdagi $\gamma$ umumiy ko`paytuvchini qavsdan chiqarib, maxrajdagi $\gamma$ bilan qisqartirsak

$$X_c=\frac{1}{V}\cdot\sum\upsilon_k X_k, Y_c=\frac{1}{V}\cdot\sum\upsilon_k Y_k, Z_c=\frac{1}{V}\cdot\sum\upsilon_k Z_k \qquad (89)$$

formulalar kelib chiqadi. Bir jinsli jismning og`irlik markazi jismning faqat geometrik shakliga bog`liq bo`lib, $\gamma$ ning qiymatiga bog`liq emas. Koordinatalari (89) formulalar bilan aniqlanadigan **S** nuqta xajmning og`irlik markazi deb ataladi.

**Tekis shaklning og`irlik markazi. O`qqa nisbatan tekis shakl yuzasining statik momenti.**

Bir jinsli yupqa plastinka shaklidagi jismni tekis shakl deb qarash mumkin. Tekis shakl og`irlik markazining holati ikkita **Xs** va **Ys** koordinatalari bilan aniqlanadi (86-rasm). Tekis shaklning og`irligi uning yuziga proporsional bo`ladi.




86-rasm

$P=\gamma F$, bunda **F** – tekis shaklning yuzi, $\gamma$ - bir birlik yuzaning og`irligi.Tekis shaklning yuzini elementar yuzalarga ajratamiz. Har bir **Mk** elementar yuzaning og`irligi quyidagi formula bilan topiladi: $P_K=\gamma\cdot F_K$, bunda **Fk** - uning yuzi. **Mk** elementar yuza og`irlik markazining koordinatalarini **Xk ,Yk** bilan belgilaymiz. **R** va **Rk** larning qiymatlarini (88) formulalarga qo`yamiz.

$$X_c = \frac{\sum \gamma F_k X_k}{\gamma \cdot F} = \frac{\gamma \cdot \sum F_k X_k}{\gamma F} = \frac{\sum F_k X_k}{F}$$

Demak tekis shakl og`irlik markazining koordinatalari:

$$X_c = \frac{\sum F_k X_k}{F}, Y_c = \frac{\sum F_k Y_k}{F}, \quad (90)$$

formulalar bilan topiladi. Koordinatalari (90) formulalar bilan aniqlanadigan S nuqta yuzaning og`irlik markazi deb ataladi. (90) formulalardagi $S_x = \sum F_k Y_k, S_y = \sum F_k X_k$ kattaliklar tekis shakl yuzasining X va Y o`qlariga nisbatan statik momenti deyladi. Statik momentning o`lchov birligi M$^3$ .

Demak (90) formulalarni quyidagi ko`rinishda yozish mumkin.

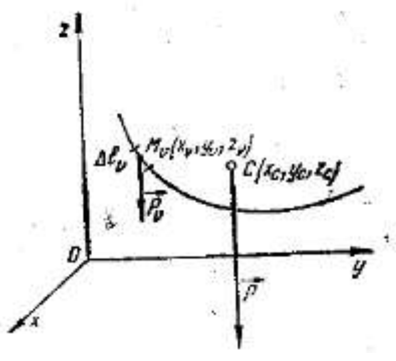
$$X_c = \frac{S_y}{F}; Y_s = \frac{S_x}{F} \quad (91)$$

bundan $S_x = F \cdot Y_c, S_y = F \cdot X_c$ (91). Tekis shakl yuzasining biror o`qqa nisbatan statik momenti shaklning yuzi bilan uning og`irlik markazidan shu o`qqacha bo`lgan masofaning ko`paytmasiga teng. Agar tekis shaklning statik momenti va yuzasi ma’lum bo`lsa, u holda tekis shakl og`irlik markazining koordinatalari (91) formulalar yordamida topiladi. Tekis shakl yuzalari shakl og`irlik markazidan o`tgan o`qlariga nisbatan statik momentlari nolga teng bo`ladi, chunki bu holda $X_x = 0, Y_c = 0$

**Chiziqning og`irlik markazi**

Uzunligi **L** ga teng bo`lgan bir jinsli **AV** chiziq burilgan bo`lsin (87-rasm). Chiziqning ko`ndalang kesimning yuzi o`zgarmasdir. Chiziqning og`irligi quyidagi formula bilan topiladi: $P = \rho \cdot L,$ bunda $\rho$ - bir birlik uzunlikning og`irligi **AV** chiziqning uzunliklari **lk** teng bo`lgan **Mk** elementlar bo`lakchalarga bo`lamiz. Har bir bo`lakchaning og`irligi quyidagi formula bilan topiladi: $P_k = pl_k$. Bo`lakchalarning og`irlik markazining koordinatalarini **Xk, Yk, Zk** bilan belgilaymiz. **R** va **Rk** ning qiymatlarini (88) formulalarga qo`yamiz:

$$X_c = \frac{\sum pl_k X_k}{pl} = \frac{p \cdot \sum l_k X_k}{pl} \quad (92)$$




87-rasm

$$\left.\begin{aligned} X_c &= \frac{1}{L}\cdot\sum l_k X_k, \\ Y_c &= \frac{1}{L}\cdot\sum l_k Y_k, \\ Z_c &= \frac{1}{L}\cdot\sum l_k Z_c \end{aligned}\right\} \qquad (93)$$

Bu yerda **L -** butun chiziqning uzunligi, **lk** – uning burchaklarining uzunligi koordinatalari (93) formulalar bilan aniqlanadigan **S** nuqtaga chiziqning og`irlik markazi deyladi.

## TAKRORLASH UCHUN SAVOLLAR.

1. Qattiq jismning og`irlik markazi deb nimaga aytiladi? Uni koordinatalari qanday topiladi?
2. Og`irlik markazi.
3. Chiziqning og`irlik markazi qanday aniqlanadi?
4. Tekis shakl yuzini statik momenti deb nimaga aytiladi?
5. Yuzaning og`irlik markazi qanday aniqlanadi?
6. Xajmning og`irlik markazi qanday aniqlanadi?

## MA’RUZA № 10 Jismlarning og`irlik markazini aniqlash usullari

REJA:

1. Og`irlik markazini aniqlash usullari.
2. Uchburchak yuzining og`irlik markazini aniqlash.
3. Simmyeriya usuli.
4. Bo`laklarga bo`lish usuli.
5. Manfiy yuza usuli.
6. Integrallash usuli.
7. Aylana enining og`irlik markazini aniqlash.
8. Doiraviy sektor yuzini og`irlik markazini aniqlash.

### Adabiyotlar

**Asosiy:**


**1.** P.Shoxaydarova, Sh.Shoziyotov, Sh.Zoirov «Nazariy mexanika» darslik. Toshkent 1991 yil.

**2.** T.R.Rashidov, Sh.Shoziyotov, K.B.Muminov «Nazariy mexanika asoslari» darslik. Toshkent 1990 y.

**3.** S.M.Targ «Kratkiy kurs teoreticheskoy mexaniki» «Visshaya shkola» 2002 g.

**4**. I.V.Meshcherskiy. Nazariy mexanikadan masalalar to`plami. O`quv qo`llanmasi Toshkent. 1989 y.

**5.** “Sbornik zadaniy dlya kursovix rabot po teoreticheskoy mexanike” pod redaktsiey A. A. Yablonskogo, «Visshaya shkola», 1985 g.


**Qo`shimcha:**

1. Murodov M.M., Usnatdinov K.U., Inoyatova X. “Nazariy mexanika”
2. Murodov M.M., Gaybullaev Z.X.. “Nazariy mexanika” fanidan ma’ruzalar matni 1999 y.
3. S.K.Azizkoriev, Yangurazov Sh. Nazariy mexanikadan masalalar yechish o`quv qo`llanmasi. Toshkent 1980 y.
4. Murodov M.M., Usnatdinov K.U. “Nazariy mexanikadan nazorat savollari” 2001y.

## Kuchni o`qqa nisbatan momenti

1) Simmetriya usuli. 1-teorema: Agar jism simmetriya o`qiga ega bo`lsa, jismning og`irlik markazi shu simmetriya o`qida yotadi. Simmetriya o`qiga ega bo`lgan jism berilgan bo`lsin (88-rasm). Koordinata o`qlarining birini misol uchun **Z** o`qini simmetriya o`qi bo`yicha yo`naltiramiz. Jism og`irlik markazining ikkita koordinatasini (94) formulalar bilan aniqlaymiz;

$$X_c = \frac{\sum \upsilon_k X_k}{V}; Y_c = \frac{\sum \upsilon_k Y_k}{V} \qquad (94)$$

Bu jismdan o`qiga nisbatan simmetrik joylashgan ikkita $M_R$ va $M^1{}_R$ nuqtalarni olamiz. Ularning atrofidan bir-biriga teng bo`lgan $V_K$ elementar xajm ajratib olamiz. $M_R$ va $M^1{}_R$ nuqtalar o`qiga perpendikulyar bo`lgan bitta to`g`ri chiziqda yotibdi va bu nuqtalardan o`qigacha bo`lgan masofalar teng;

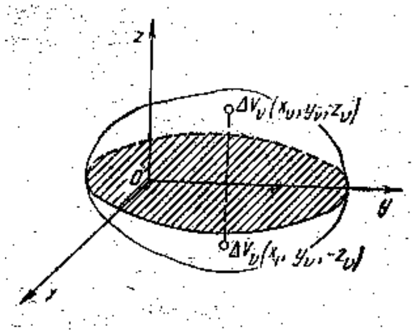
$\boldsymbol{M}_R N_R = \boldsymbol{N}_R M^1{}_R$ Demak, bu nuqtalarning $X_K$ va $Y_K$ koordinatalari o`zaro tng ishoralari esa, teskari bo`ladi. U holda har bir $X_K, Y_K$, **Zk** koordinatalar bilan aniqlanadigan $V_K$ xajmli bo`lakchaga mos keladi. Shu sababli $\sum V_R X_K = 0$ va $\sum V_R \mathbf{Yk} = 0$ tng bo`ladi. $\sum V_R X_K = V_1 X_1 + V_2 X_2 + \ldots\ldots + V_N X_N - V_1 X_1 - V_2 X_2 - \ldots\ldots - V_N X_N = 0$ shuning uchun **Xc = 0** va **Us = 0** jismning og`irlik markazi Z o`qida yetadi va uning bu o`qdagi holati bitta koordinata bilan aniqlanadi:

$$Z_C = \frac{1}{V} \sum V_K \qquad (94')$$

**2 – teorema**: Agar jism simmetriya tekisligiga ega bo`lsa, jismning og`irlik markazi shu simmetriya tekisligida yotadi (88- rasm). Buni isbot qilish uchun simmetriya tekisligi orqali Oxy tekslikni o`tkazamiz . Bu tekislikka perpendikulyar qilib Z o`qini yo’naltiramiz. Jismdan **Oxy** tekisligiga nisbatan simmetrik joylashgan ikkita **Mk** va **Mk1** nuqtalarni olamiz. Bu nuqtalarning atrofidan $\upsilon_k$ elementar xajmlarni ajratib olamiz. **Mk** va **Mk1** nuqtalar Oxy tekisligiga perpendikulyar bo`lgan bitta to`g`ri chiziqda yotibdi. Bu nuqtalardan simmetriya tekisligigacha bo`lgan masofalar o’zaro teng, ya’ni $M_k N_k = M_k^1 N_k$ (88- rasm). Demak, bu nuqtalarning Zk koordinatalari o’zaro teng bo`lib, ishoralari teskaridir.

$$\sum \upsilon_k Z_k = \upsilon_1 Z_1 + \upsilon_2 Z_2 + \ldots + \upsilon_n Z_n - \upsilon_1 Z_1 - \upsilon_2 Z_2 - \ldots - \upsilon_n Z_n = 0$$

$$Z_c = \frac{1}{V} \cdot \sum \upsilon_k Z_k = 0, X_c = \frac{1}{V} \cdot \sum \upsilon_k X_k, Y_c = \frac{1}{V} \cdot \sum \upsilon_k Y_k \quad (95)$$



88-rasm

Olingan bu natija shuni ko`rsatadiki jismning og`irlik markazi simmetrik tekisligida yotadi. Xuddi shuningdek, jism simmetrik markaziga ega bo`lsa, uning og`irlik markazi shu simmetriya markazida yopishi isbotlanadi.

2) **Bo`laklarga bo`lish usuli**. Agar jismni og`irlik markazlari oldindan ma’lum bo`lgan bir n yechamiz a bo`laklarga bo`lish mumkin bo`lsa, jism og`irlik markazining koordinatalari (95) -formulalar yordamida aniqlanadi.

3) **Manfiy yuza usuli**. Bu usul bo`laklarga bo`lish usulining xususiy hol. Bu usul teshigi bor jismlarga qo`llaniladi. Bu usulning moxiyati shundan iboratki, jismni teshiksiz butun jism va teshikdan iborat deb qaraladi; teshik yuzasi shartli ravishda manfiy ishora bilan olinadi. Bu usulda tatbiq etish uchun butun jismning va teshikning og`irlik markazlari ma’lum bo`lishi kerak.

4) **Integrallash usuli**. Agar jism bir nyechamizta og`irlik markazlari ma’lum bo`lgan bo`lakchalarga ajratish mumkin bo`lmasa, oldin **u** ixtiyoriy kichik $\Delta\upsilon_k$ xajmlarga bo`linadi va jism uchun (95) formula quyidagi ko`rinishni oladi.

$$X_c = \frac{1}{V} \cdot \sum \upsilon_k Z_k \quad \text{va xokazo,} \quad (96)$$

bunda **Xk , Yk ,Zk** - $\Delta\upsilon_k$ xajm ichida yotgan biror nuqtaning koordinatalari. (96) formulalarga $\Delta\upsilon_k$ nolga intildirib limitga o’tsak, quyidagilarni olamiz:

a) Xajm og`irlik markazining koordinatalari uchun:

$$X_c = \frac{1}{V} \cdot \int_V XdF, Y_c = \frac{1}{V} \cdot \int_V Yd\upsilon, Z_c = \frac{1}{V} \cdot \int_V Zd\upsilon, \quad (97)$$

b) Yuza og`irlik markazining koordinatalari uchun:

$$X_c = \frac{1}{F} \cdot \int_F XdF, Y_c = \frac{1}{F} \cdot \int_F YdF, Z_c = \frac{1}{F} \cdot \int_F ZdF \quad (98)$$

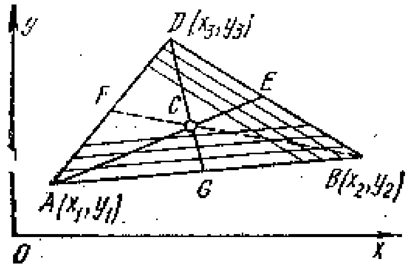
v) Chiziq og`irlik markazining koordinatalari uchun:

$$X_c = \frac{1}{L} \cdot \int_L Xdl, Y_c = \frac{1}{L} \cdot \int_L Ydl, Z_c = \frac{1}{L} \cdot \int_L Zdl \quad (99)$$

## Uchburchak yuzasining og`irlik markazi.

Ixtiyoriy **AVD** uchburchak yuzasining og`irlik markazini aniqlash uchun uchburchak yuzasini **AV** tomoniga parallel bo`lgan to`g`ri chiziq kesmasi bilan bo`lamiz (89- rasm ). Har bir bunday kesmaning og`irlik markazi uning urtasida ya'ni **DE** medianada yotadi. Demak, uchburchak yuzasining og`irlik markazi bu medianaga yotadi. Xuddi shuningdek, uchburchak yuzasini **AD** tomoniga parallel bo`lgan to`g`ri chiziq kesmasi bilan ajratsak, bu to`g`ri chiziq kesmalarining og`irlik markazi VK medianada yotadi.

Demak, uchburchak yuzasining og`irlik markazi uning uchta medianalarining kesishgan nuqtada yotadi. Geometriyadan ma'lumki, medianalarning kesishga nuqtasi asosdan mediananing




89-rasm

$\frac{1}{3}$ qismida yotadi, ya'ni **SE** = $\frac{1}{3}$**DE** Agar uchburchak uchlarining **A(X1,U1) , V(X2,U2), D(X3,U3)** koordinatalari berilgan bo`lsa, uning og`irlik markazining **S($X_c$,$U_c$)** koordinatalari quyidagi formulalardan topiladi:

$$X_c = \frac{X_1 + X_2 + X_3}{3}, \quad U_c = \frac{Y_1 + Y_2 + Y_3}{3} \qquad (100)$$

(100) formulalar analitik geometriyada keltirib chikarilgan.

**Aylana yoyining og`irlik markazi.**

Radiusi **R** ga teng, burchagi **2**$\alpha$ ga teng bo`lgan aylana yoyi **AV** ning og`irlik markazini aniqlaymiz. Buning uchun **OX** o`qini aylana yoyining simmetriya o`qi bo`ylab yo'naltiramiz (90-rasm ). U holda aylana yoyining og`irlik markazi shu **OX** o`qda yoyadi. (**Yc=O**).

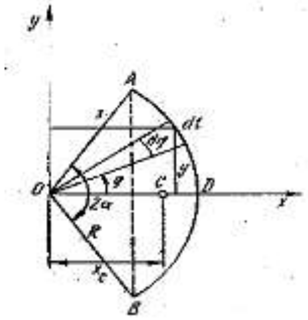
(101) formula bilan **Xs** koordinatani topamiz. Buning uchun **AV** yoyidagi **dl=Rdy** ga teng bo`lgan elementar bo`lakcha ajratib olamiz. Uning holati $\gamma$ burchakgi bilan aniqlanadi. elementar burchakga og`irlik markazining koordinatasi $X = R\cos\gamma$ ga teng (99) formulalarning birinchisiga **X** va **de** larning qiymatlarini qo`yib va butun yoyining uzunligi bo`yicha integrallaymiz:

$$X_c - \frac{1}{L}\cdot\int_A^B Xdl = \frac{1}{L}\cdot\int_{-L}^{L} R\cos\gamma\cdot Rd\gamma = \frac{R^2}{L}\cdot\int_{-L}^{L} R\cos\gamma\cdot d\gamma = \frac{R^2}{L} - \sin\gamma\Big|_{-L}^{L} = \frac{R^2}{L}\cdot[\sin L - \sin(-L)]$$

$$X_c = \frac{R^2}{L}\cdot[\sin L + \sin L] = \frac{R^2}{L}\cdot 2\sin L = \frac{2R^2}{L}\cdot\sin L$$

bunda **L –AV** yoyining uzunligi $L = R\cdot 2L$ ga teng. Demak , aylana yoyining og`irlik markazi simmetriya o`qida, yotadi va aylana markazidan

$$X_c = R\cdot\frac{\sin\alpha}{\alpha} \qquad (101)$$



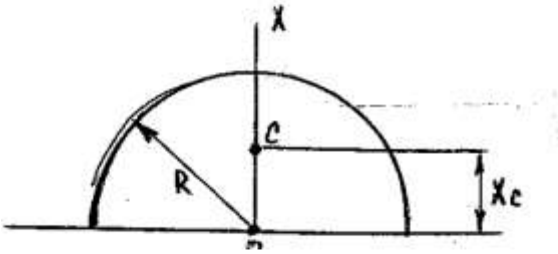
90-rasm

masofada bo`ladi. Bunda **L** burchagi radianda o`lchanadi.

Agar **2L = π** ga teng bo`lsa, yarim Aylana hosil bo`ladi (90- rasm )

Buni (99) formulaga qo`ysak,

$$X\left\{ X_c \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)}{\frac{\pi}{2}} = \frac{2}{\pi}\cdot R = \frac{2}{3{,}14}\cdot R = 0{,}64R \right.$$



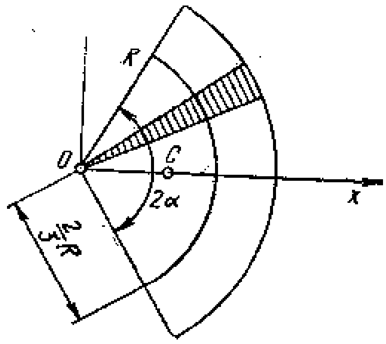
91-rasm

(101) formula bilan yarim aylana yoyining og`irlik markazinig koordinatasi topiladi.

**Doira sektori yuzasining og`irlik markazi**

Radiusi R, markaziy burchagi **2**$\alpha$ ga teng doira sektori yuzasining og`irlik markazining aniqlash uchun **X** o`qni sektor yuzasining simmetriya o`qi bo`ylab yo’naltiramiz (92- rasm ).

Sektor yuzasining bir qancha elementar sektorlardan tashqil topgan deb karaymiz. Har bir elementar sektorni balandligi **R** ga teng uch-burchak deb karasak, uning og`irlik markazi O nuqtadan $\frac{2}{3}R$ masofada yotadi. **OAV** Doira sektorining og`irlik markazi, radiusi $\frac{2}{3}R$ ga teng **AE** aylana yoyining og`irlik markazi bilan ustma-ust tushadi. (101) ga asosan



92-rasm

$$X_2 = \frac{2}{3} * \frac{R\sin\alpha}{\alpha} \qquad (101)$$

Agar $\alpha = \frac{\pi}{2}$ ga teng bo`lsa yarim doira hosil bo`ladi. (101) formuladan yarim doira og`irlik markazinig koordinatani aniqlaymiz.

$$X_c = \frac{2}{3} \cdot \frac{\sin\frac{\pi}{2}}{\frac{\pi}{2}} \cdot R = \frac{4}{3\pi} \cdot R = \frac{4}{3 \cdot 3{,}14} \cdot R = 0{,}42R \qquad (102)$$

**$X_c$=0,64R ($y_c$=0)**

**TAYANCH IBORALAR.**

Kuch, kuch momenti, teng ta'sir etuvchi kuch, moment vektori, bosh vektor, bosh moment kuchni proyeksiyasi, og`irlik markazi.

**TAKRORLASH UCHUN SAVOLLAR.**

1. Qattiq jismning og`irlik markazini aniqlash usullarini ayting va Har bir usulning ma`nosini tushuntiring?
2. Bo`laklarga bo`lish usuli qanday usul
3. Manfiy yuza qanday aniqlanadi
4. Integrallash usuli qanday niqlanadi.
5. Uchburchak yuzi, aylana yoki sektor yuzining og`irlik markazi qanday aniqlanadi?

## MA'RUZA №11 KINEMATIKA. NUQTA KINEMATIKASI

**REJA:**

1. Kinematikaga kirish.
2. Kinematika fani.
3. Klassik mexanikada vaqt va fazo tushunchasi.
4. Mexanik harakatni nisbiyligi.
5. Sanoq sistemasi. Nuqta kinematikasi. Nuqta trayektoriyasi.
6. Nuqta harakatini berilish usullari.
7. Nuqta harakatini vektor usulida berilganda uning tezligini aniqlash.
8. Vektor usulida berilganda uning tezlanishini aniqlash.
9. Nuqta harakati koordinatalar usulida berilganda uning tezlik aniqlash.
10. Nuqta harakati koordinatalar usulida berilganda uning tezlanishini aniqlash.

**Adabiyotlar:**

**Asosiy:**

1. P.Shoxaydarova, SH.Shoziyotov, SH.Zoirov «Nazariy mexanika» darslik. Toshkent 1991 yil.
2. T.R.Rashidov, SH.Shoziyotov, K.B.Muminov «Nazariy mexanika asoslari» darslik. Toshkent 1990 y.
3. S.M.Targ «Kratkiy kurs teoreticheskoy mexanika» «Visshaya shkola» 2002 g.
4. I.V.Meshcherskiy. Nazariy mexanikadan masalalar to`plami. O`quv qo`llanmasi Toshkent. 1989 y.
5. “Sbornik zadaniy dlya kursovix rabot po teoreticheskoy mexanike” pod redaktsiey A. A. Yablonskogo, «Visshaya shkola», 1985 g.

**Qo`shimcha:**

1. Murodov M.M., Usnatdinov K.U., Inoyatova X. “Nazariy mexanika”
2. Murodov M.M., Gaybullaev Z.X. “Nazariy mexanika” fanidan ma’ruzalar matni 1999 y.
3. S.K.Azizkoriev, Yangurazov SH. Nazariy mexanikadan masalalar yechish. O`quv qo`llanmasi. Toshkent 1980 y.
4. Murodov M.M., Usnatdinov K.U. “Nazariy mexanikadan nazorat savollari” 2001y.

Nazariy mexanikaning kinematik bo`limida qattiq jismlarning harakati geometrik nuqtai nazaridan tekshiriladi, ya’ni kinematikada jismlarning massasi va ularga qo`yilgan kuchlar xisobga olinmaydi. Kinematikaning teorema va formulalari texnikada turli mashina va mexanizmlar qismlarning harakati o`rganishda nazariy baza sifatida qo`llaniladi.

Kinematikada jismning harakati boshqa jism bilan bog`langan sanoq sistemasiga nisbatan tekshiriladi. Aynan bir vaqtda jism turli sanoq sistemasiga nisbatan turlicha harakat bo`lishi mumkin. Masalan, paroxod polubasidagi jism paroxod bilan bog`langan sanoq sistemasiga nisbatan harakatsiz bo`lsa, qirg`ok bilan bog`langan sanoq sistemasiga nisbatan paroxod bilan birgalikda harakatlanadi.Tabiatda absolyut harakatsiz jism bo`lmagani tufaili, absolyut qo`zg`almas sanoq sistemasi ham mavjud bo`lmaydi.

Texnika masalalarini yechishda, odatda yer bilan qo`zg`almas bog`langan sanoq sistemasi olinadi. Yerga nisbatan qo`zg`almas bo`lgan sanoq sistemasi "qo`zg`almas" sanoq" sistemasi deyiladi. Qo`zg`almas sanoq sistemasiga nisbatan jism vaziyat vaqt o`tishi bilan o`zgarmasa, jism olingan sistemaga nisbatan tinch holatda deyiladi. Agar mazkur sanoq sistemasiga nisbatan vaqt o`tishi bilan jismning vaziyati o`zgarsa, jism shu sistemaga nisbatan harakatda bo`ladi.Tanlashgan sanoq sistemasiga nisbatan har onda jismning vaziyatini aniqlash mumkin bo`lsa, uning harakati kinematik berilgan deb hisoblanadi.

Kinematikada uchraydigan barcha chiziqli o`lchovlarni (harakatdagi nuqtaning koordinatalari, o`tgan yo`lining uzunligi va xokazolar) texnik va Xalqaro SI birliklar sistemasida, metrda olinadi. Mexanikada vaqt absolyut deb hisoblanadi, ya’ni uni barcha sanoq sistemalari uchun bir xilda o`tadi deb qaraladi. Vaqtni odatda **t** bilan belgilanadi va u harakatning argumenti hisoblanadi. Vaqt o`lchovi uchun MKGSS sistemasida soat yoki minut, SI sistemasida sekund (s) qabul qilingan.

Ko`chish va harakat tushunchalari mexanikaning asosiy tushunchalaridir. Biroq sanoq sistemasiga nisbatdan nuqtaning ma’lum vaqt **t** ichida fazoda bir holatdan boshqa holatga ixtiyoriy  ravishda o`tishi ko`chish deyiladi.

Nuqtaning boshlang`ich holatdan oxirgi holatga vaqtga bog`liq holda aniq bir usulda o`tishini harakat deb aytamiz.

Fazoda harakatlanayotgan nuqtaning biror sanoq sistemasiga nisbatan holati bilan vaqt orasidagi bog`lanishni ifodalovchi tenglama nuqtaning harakat qonuni aniqlaydi.

Kinematikaning asosiy masalasi nuqtaning (yoki jismning) harakat qonunlarini o`rganishdan iborat. Ixtiyoriy vaqt ichida fazoda nuqtaning holatini biror sanoq sistemasiga nisbatan aniqlash mumkin bo`lsa, u holda nuqtaning harakat qonuni ma’lum bo`ladi. Agar nuqtaning biror sanoq sistemasiga nisbatan harakat qonuni berilgan bo`lsa, nuqta harakatning kinematik harakteristikalari: troyektoriya, tezlik va tezlanishlarni aniqlash mumkin bo`ladi.

Qattiq jism harakatini kuzatar ekanmiz, ko`pincha uning nuqtalari turlicha harakat qilishini ko`ramiz. Shuning uchun jism harakatini o`rganishda uning nuqtalari harakatini o`rganishga to`g`ri keladi. Dastlab nuqta kinematikasini o`rganib, undan qattiq jism kinematikasini o`rganishga o`tiladi. Demak, kinematika ikki qismga bo`linadi.

1. Nuqta kinematikasi.
2. Absolyut qattiq jism kinematikasini.

## Nuqta kinematikasi.
## Nuqta  harakatining berilish usullari.

Nuqtaning fazoda qoldirgan iziga yoki chizgan chizig`iga nuqtaning trayektoriyasi deyiladi.

Agar vaqtning har bir momentidagi nuqtaning fazodagi holatini biror koordinatalar sistemasiga nisbatan aniqlash mumkin bo`lsa, nuqta harakati berilgan deyiladi. Demak, nuqtaning harakatini bilish uchun uning har bir vaqtdagi holatini aniqlash kifoya.

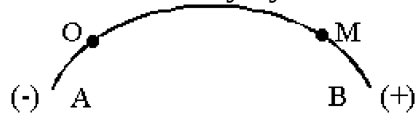
Nuqtaning harakati quyidagi uch usul bilan berilgan bo`ladi: tabiiy, koordinatalar va vektor.

### 3.1. Nuqta harakatini tabiiy usulda berilish.

Nuqta harakatini bu usulda berish uchun uning trayektoriyasi oldindan berilgan bo`lishi kerak.

Nuqtaning trayektoriyasi berilgan bo`lsin (93-rasm).

M nuqtaning biror vaqtdagi holatini aniqlaymiz. Buning uchun trayektoriya ustida qo`zg`almas 0 nuqtani hisoblash boshi deb olamiz. M nuqtaning 0 nuqtaga nisbatan holati **S** yoy bilan aniqlanadi.




93-rasm

$$S = O\breve{M}$$

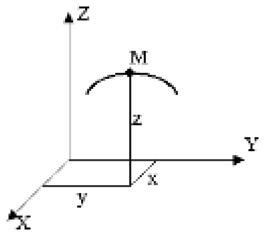
**M** nuqta harakatlanganda vaqt o`tishi bilan **S** koordinata o`zgaradi.

**S=f(t) (1)**

(1) tenglama M nuqtaning trayektoriya bo`ylab harakatlanish qonuni yoki harakat tenglamasi deyiladi. Agar bu yoy bilan t vaqt orasidagi (I,I) munosabat berilgan bo`lsa nuqtaning istalgan vaqtdagi vaziyatini fazoda aniqlash mumkin. Nuqtaning harakatini tabiiy usulda berishi uchun uning trayektoriyasi, kordinatalar boshi 0 nuqta (1)-tenglama va harakat yo`nalishi berilgan bo`lishi kerak.

## 2. Nuqta harakatining koordinatalar usulida berilishi.

M nuqtaning **OXYZ** sistemaga nisbatan holati uning uchta **X,Y,Z** dekart koordinatalar sistemasi bo`yicha aniqlanadi (94-rasm).




94-rasm

M nuqta harakatlanganda vaqt o`tishi bilan uning koordinatalari o`zgaradi. Demak, harakat qilayotgan nuqta koordinatalari vaqtning funktsiyasidir.

**X=f (t);**
**Y=f (t);(2)**
**Z=f (t);**

(2) -formula nuqta harakatining dekart koordinatalaridagi tenglamasi yoki nuqta trayektoriyasining parametrik tenglamalari deyiladi.

Nuqtaning harakat tenglamasidan **t** vaqtni chiqarib tashlasak nuqtaning trayektoriya tenglamasini hosil qilamiz.

Agar nuqta bir tekislikda misol uchun **OXY** tekisligida harakatlansa (2)-tenglamalar quyidagi ko`rinishni oladi.

**X=f (t)**
**Y=f (t)(3)**

Agar nuqta to`g`ri chiziqli harakatda bo`lsa masalan faqat **OX** o`qi bo`ylab harakatlansa (2) tenglamani quyidagicha yozamiz.

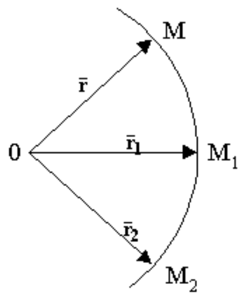
**X=f (t) (4)**

(4) formula nuqtaning to`g`ri chiziqli harkat tenglamasi bo`ladi.

## 3. Nuqta harakatini vektor usulida berilishi.

Nuqtaning fazodagi holatini **r** radius-vektori bilan aniqlash mumkin. (95-rasm.)

Nuqta fazoda harakatlanganda radius - vektorning moduli va yo`nalishi o`zgaradi:




95-rasm.

$$\bar{r} = \bar{r}(t) \qquad \textbf{(5)}$$

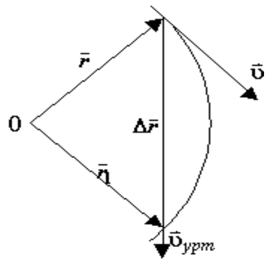
(5) - tenglamaga nuqta harakatining vektor ko`rinishdagi tenglamasi deyiladi.

### 4. Nuqta harakati vektor usulda berilganda uning tezligini aniqlash.

Bizga nuqta harakatini vektor ko`rinishdagi tenglamasi berilgan bo`lsin:

$$\bar{r} = \bar{r}(t) \qquad \textbf{(6)}$$

Nuqtaning tezligini topish kerak. Nuqtaning t vaqtdagi holati $\bar{r}$ radius vektori bilan **t** , vaqtdagi holati r radius - vektori bilan aniqlansin (96-rasm).




96-rasm

$$\Delta t = t_1 - t$$

$$\Delta r = \bar{r}_1 - \bar{r}$$

$$\bar{r}_1 = \bar{r} + \Delta\bar{r}$$

$$\bar{\vartheta}_{урт} = \frac{\Delta\bar{r}}{\Delta t}$$

Bu nuqtaning **Δt** vaqt ichidagi o`rtacha tezligi bo`ladi.

O`rtacha tezlik $\Delta\bar{r}$ bo`ylab yo`naladi. O`rtacha tezlikning **Δt > 0** dagi limitiga nuqtaning berilgan momentdagi tezligi deyiladi.

$$\bar{\vartheta} = \lim_{\Delta t \to 0} \bar{\vartheta}_{урт} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\bar{r}}{\Delta t} = \frac{dr}{dt}; \qquad (7)$$

$$\bar{\vartheta} = \frac{dr}{dt}$$

Bunda $\bar{\vartheta}$ - M nuqtaning **t** vaqtdagi tezligi. Nuqtaning tezligi vektor kattalik. Tezlik birligi uchun

$$\frac{см}{сек}, \frac{м}{сек}, \frac{км}{соат}$$

Demak, nuqta harakat tenglamasi vektor usulda berilgan bo`lsa uning tezligi radius-vektoridan vaqt bo`yicha olingan birinchi tartibli hosilaga teng bo`ladi.

Tezlikning yo`nalishini aniqlaymiz. **$\Delta t \to 0$** ga intilganda MI nuqta **M** ga intiladi. Natijada **MMI** kesuvchi **M** nuqtada trayektoriyaga o`tkazilgan urinmaga aylanadi. Nuqtaning tezligi shu nuqtadan trayektoriyaga o`tkazilgan urinma bo`yicha nuqta harakat qilayotgan tomonga qarab yo`naladi.

### 5. Nuqta harakati koordinatalar usulida berilganda uning tezligini aniqlash.

Nuqta harakatining dekart koordinatalardagi tenglamalari berilgan bo`lsin:

$$\mathbf{X=f\ (t),} \quad \mathbf{Y=f\ (t),} \quad \mathbf{Z=f\ (t).} \qquad (8)$$

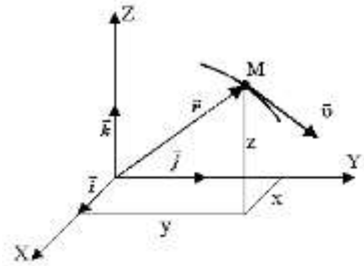
Nuqta tezligining moduli va yo`nalishini aniqlaymiz.

M nuqta to`g`ri burchakli Oxyz koordinata sistemasiga nisbatan harakat qilsin (97-rasm).

M nuqtaning $\bar{r}$ radius-vektorini koordinata o`qlari bo`yicha yo`nalgan tashqil etuvchilari orqali quyidagicha yozamiz.

$$\bar{r} = X\bar{i} + Y\bar{j} + Z\bar{k} \qquad (9)$$

bunda $\bar{i}, \bar{j}, \bar{k}$ koordinata o`qlari bo`yicha yo`nalgan birlik vektorlar.




97-rasm

(9) formulani (7) formulaga qo`yib vaqt bo`yicha hosila olamiz.

$$\bar{\vartheta} = \frac{d}{dt}\left(X\bar{i} + Y\bar{j} + Z\bar{k}\right) = \frac{dX}{dt}\bar{i} + \frac{dY}{dt}\bar{j} + \frac{dZ}{dt}\bar{k} \qquad (10)$$

(10)- formuladagi birlik vektorlar oldidagi koeffisientlar nuqta tezligining mos ravishda **X,Y,Z** o`qlaridagi proyeksiyasi bo`ladi:

$$\vartheta_x = \frac{dx}{dt} = \dot{x}, \quad \vartheta_y = \frac{dy}{dt} = \dot{y}, \quad \vartheta_z = \frac{dz}{dt} = \dot{z} \qquad (11)$$

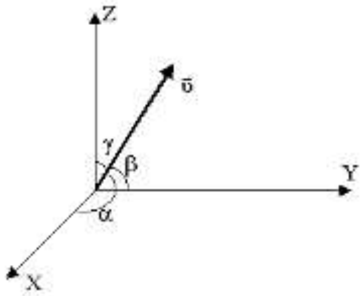
Bunda $\vartheta_x, \vartheta_y, \vartheta_z, -\vartheta$ ning **X,Y,Z** o`qlaridagi proyeksiyalari. Nuqta tezligining qo`zg`almas koordinata o`qlaridagi proyeksiyalari uning tegishli koordinatalaridan vaqt bo`yicha olingan birinchi tartibli hosilaga teng.

(11) formuladan foydalanib, nuqta tezligining moduli va yo`nalishini aniqlaymiz.

$$\vartheta = \sqrt{\vartheta_x^2 + \vartheta_y^2 + \vartheta_z^2} = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \qquad (12)$$

$$\cos\alpha = \frac{\vartheta_x}{\vartheta}; \quad \cos\beta = \frac{\vartheta_y}{\vartheta}; \quad \cos\gamma = \frac{\vartheta_z}{\vartheta}; \qquad (13)$$

Bunda α, β, γ-V vektori bilan **X,Y,Z** o`qlari orasidagi burchakni ifodalaydi. (98-rasm)



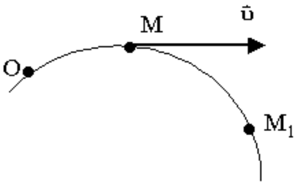

98-rasm

**Nuqta harakati tabiiy usulda berilganda uning tezligini aniqlash.**

Nuqta trayektoriyasi shu trayektoriya bo`ylab harakat qonuni berilgan bo`lsin.

**S=f(t)**

Nuqta tezligini aniqlaymiz. Nuqta **t** vaqtda **M** ga kelib uning holati **S** yoyi bilan $\mathbf{t_1}$, vaqtda esa $\mathbf{M_1}$ ga kelib uning holati $\mathbf{S_1}$ yoyi bilan aniqlansin (99-rasm).




99-rasm

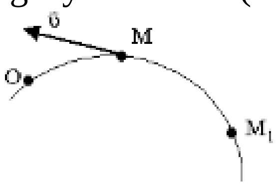
$$S = O\breve{M}$$
$$S_1 = O\breve{M}_1$$
$$\Delta t = t_1 - t$$
$$\Delta S = S_1 - S$$
$$\vartheta_{ypm} = \frac{\Delta S}{\Delta t}$$

bunda $\vartheta_{ypm}$ - $\Delta t$ vaqt ichsidagi o`rtacha tezlikning moduli. **M** nuqtaning **t** vaqtdagi tezligining modulini aniqlaymiz.

$$\vartheta = \lim_{\Delta t \to 0} \vartheta_{ypm} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{dS}{dt}; \quad \vartheta = \frac{dS}{dt} \qquad (14)$$

Nuqta harakati tabiiy usulda berilgan bo`lsa (14) formula bilan nuqta tezligining moduli topiladi.

Tezlik moduli holatini aniqlovchi **S** yoydan vaqt bo`yicha olingan birinchi tartibli hosilaga teng bo`ladi. Agar $\frac{dS}{dt} > 0$ bo`lsa V tezlik vektori **S** yoy koordinata ortib borayotgan tomonga yo`nalgan bo`ladi. Agar $\frac{dS}{dt} < 0$ bo`lsa **S** yoy kamayadigan tomonga yo`naladi (100-rasm).




100-rasm

## 7. Nuqta harakati vektor usulida berilganda uning tezlanishini aniqlash.

Nuqta tezligining moduli va yo`nalishi jixatidan o`zgarishini harakterlash uchun tezlanish degan tushuncha kiritiladi.

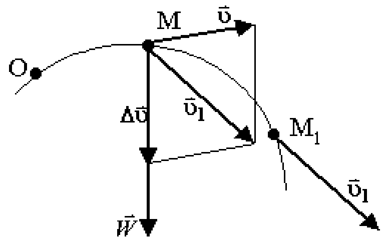
Nuqta egri chiziqli trayektoriya bo`ylab harakatlanib, t vaqtda M nuqtada $t_1$ , vaqtda esa $M_1$, nuqtada bo`lsin (101-rasm).

$\bar{\upsilon}$ va $\bar{\upsilon}_1$, M va $M_1$ nuqtalarning tezliklari, Δt vaqt ichida nuqta tezligi $\Delta\bar{\upsilon}$ orttirma oladi.

$$\Delta t = t_1 - t$$

$$\Delta\bar{\upsilon} = \bar{\upsilon}_1 - \bar{\upsilon}$$

$$\bar{\upsilon}_1 = \bar{\upsilon} + \Delta\bar{\upsilon}$$




101-rasm

$\Delta\bar{\upsilon}$ ning **Δt** ga nisbati **Δt** vaqt ichidagi nuqtaning o`rtacha tezlanishi deyiladi.

$$\overline{W}_{ypm} = \frac{\Delta\bar{\upsilon}}{\Delta t}$$

o`rtacha tezlanishning **Δt→0** intilgandagi limitiga nuqtaning berilgan t vaqtdagi yoki haqiqiy tezlanishi deyiladi.

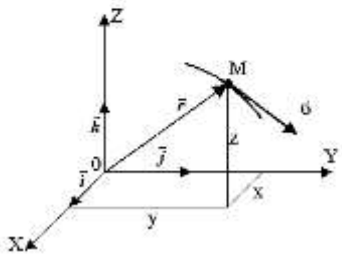
$$\overline{W} = \lim_{\Delta t \to 0} \overline{W}_{ypm} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\bar{\upsilon}}{\Delta t} = \frac{d\bar{\upsilon}}{dt} \quad \overline{W} = \frac{d\bar{\upsilon}}{dt} \qquad \overline{W} = \frac{d^2\bar{r}}{dt^2} \quad (15)$$

Demak, nuqtaning tezlanishi nuqta tezligidan vaqt bo`yicha olingan birinchi tartibli hosilaga yoki radius - vektoridan vaqt bo`yicha olingan ikkinchi tartibli hosilaga teng. O`rtacha tezlanish trayektoriyasining botiq tomoniga qarab yo`nalganligi uchun nuqta tezlanishi W ham trayektoriyaning botiq tomoniga qarab yo`nalgan bo`ladi.

Nuqta tezlanishining birligi m/sek$^2$ bilan o`lchanadi.

## Nuqta harakati koordinatalar usulida berilganda uning tezlanishini aniqlash.

Nuqta koordinatalari vaqtni funktsiyasi shaklida berilgan bo`lsin (102-rasm).




102-rasm

$$X = f_1(t); \quad Y = f_2(t); \quad Z = f_3(t)$$

Nuqta tezligining moduli va yo`nalishi topilsin. Nuqta tezligini koordinata o`qlari bo`yicha yo`nalgan tashqil etuvchilari orqali quyidagicha yozamiz.

$$\bar{\upsilon} = \upsilon_X \bar{i} + \upsilon_Y \bar{j} + \upsilon_Z \bar{k} \qquad (16)$$

Bunda $\upsilon_X$, $\upsilon_Y$, $\upsilon_Z$ - $\bar{\upsilon}$ tezlikning proyeksiyalari. $\bar{i}, \bar{j}, \bar{k}$ qo`zg`almas koordinata o`qlari bo`yicha yo`nalgan birlik vektorlar (17) formulani (15) formulaga qo`yib vaqt bo`yicha hosila olamiz.

$$\bar{W} = \frac{d\upsilon_X}{dt}\bar{i} + \frac{d\upsilon_Y}{dt}\bar{j} + \frac{d\upsilon_Z}{dt}\bar{k} \qquad (17)$$

(17)-formuladagi birlik vektorlari oldidagi koeffisiyentlar nuqta tezlanishining proyeksiyasini ifolaydi.

$$W_X = \frac{d\upsilon_X}{dt}; W_Y = \frac{d\upsilon_Y}{dt}; W_Z = \frac{d\upsilon_Z}{dt} \qquad (18)$$

yoki

$$W_X = \frac{d\upsilon_X}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{dx}{dt}\right) = \frac{d^2x}{dt^2} = \ddot{x}$$

$$W_Y = \frac{d^2y}{dt^2} = \ddot{y} \qquad W_Z = \frac{d^2z}{dt^2} = \ddot{z} \qquad (18)$$

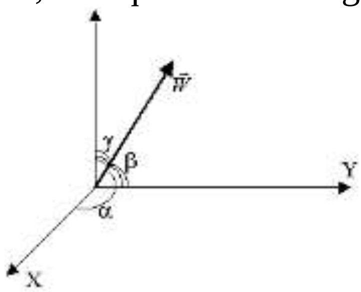
bunda $W_x$, $W_y$, $W_z$ -$\bar{W}$ tezlanishning proyeksiyasi (18) yoki (17) formulalar bilan nuqta tezlashining qo`zg`almas **X,Y,**Z o`qlaridagi proyeksiyasini aniqlaymiz.

Nuqta tezlashining proyeksiyasini tezlik proyeksiyalaridan vaqt bo`yicha olingan birinchi tartibli yoki nuqtaning tegishli koordinatalaridan vaqt bo`yicha olingan ikkinchi tartibli hosilaga teng.

Nuqta tezlanishining moduli va yo`nalishi quyidagi formula bilan topiladi.

$$W = \sqrt{W_X^2 + W_Y^2 + W_Z^2} \quad (19)$$

bunda $\alpha,\beta,\gamma$,-$\bar{W}$ bilan X,Y,Z o`qlari orasidagi burchaklar (103-rasm).




103-rasm

$$\cos\alpha_1 = \frac{W_X}{W}; \cos\beta_1 = \frac{W_Y}{W}; \cos\gamma_1 = \frac{W_Z}{W}; \qquad (20)$$

**N a t i j a:**

Nuqta harakati koordinatalar usulida berilgan bo`lsa (19) formula bilan nuqta tezlanishini moduli hamda (20) formula bilan tezlanishining yo`nalishi topiladi.

## TAYANCH IBORALAR.

Fazo, vaqt, sanoq sistemasi, mexanik harakat, trayektoriya, tezlik, tezlanish.

**TAKRORLASH UCHUN SAVOLLAR.**

1.Kinematika nimani o`rgatadi?
2.Kinematikani asosiy masalalarini ayting?
3.Nuqta trayektoriyasi deb nimaga aytiladi?
4.Nuqta harakati tabiiy usulda qanday beriladi?
5.Nuqta harakati koordinatalar usulida qanday beriladi?
6.Nuqtani trayektoriya tenglamasi qanday topiladi?
7.Nuqta harakati vektor usulida qanday beriladi?
8.Nuqta harakati usulida berilganda uning tezligi qanday aniqlanadi? Nuqtani tezligi qanday yo`nalgan bo`ladi?
9.Nuqtani tezlanishi vektor usulida qanday aniqlanadi? Nuqtani tezlanishi qanday yo`nalgan?
10.Nuqta tezligining dekart koordinatalar o`qlaridagi proyeksiyalari nimaga teng?
11.Nuqta tezligining miqdori va yo`nalishi proyeksiyalar bo`yicha qanday aniqlanadi?
12.Nuqta tezlanishining dekart koordinatalari o`qlaridagi proyeksiyasi nimaga teng?
13.Nuqta tezlanishining miqdor va yo`nalishi proyeksiyalari bo`yicha qanday aniqlanadi?

## MA’RUZA №12 Nuqta harakati tabiiy usulda berilganda uning tezlanishini aniqlash.

**REJA:**

1. Nuqtaning troektoriyasi
2. Tabiiy o`qlar
3. Egri chiziqning egriligi
4. Egrilik radiusi
5. Nuqtaning tezligi
6. Nuqtaning tezlanishi
7. Nuqta harakati tabiiy usulda berilganda uning tezlanishini aniqlash
8. Tezlanish vektori
9. Nuqtaning tekis harakati
10. Tekis o`zgaruvchan harakati

**Adabiyotlar:**

**Asosiy:**


**1.** P.Shoxaydarova, Sh.Shoziyotov, Sh.Zoirov «Nazariy mexanika» darslik. Toshkent 1991 yil.
**2.** T.R.Rashidov, Sh.Shoziyotov, K.B.Muminov «Nazariy mexanika asoslari» darslik. Toshkent 1990 y.
**3.** S.M.Targ «Kratkiy kurs teoreticheskoy mexaniki» «Visshaya shkola» 2002 g.

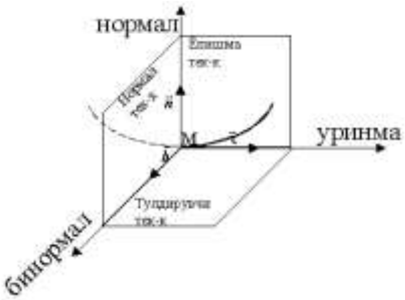
**4**. I.V.Meshcherskiy. Nazariy mexanikadan masalalar to`plami o`quv qo`llanmasi Toshkent 1989 y.
**5.** “Sbornik zadaniy dlya kursovix rabot po teoreticheskoy mexanike” pod redaktsiey A. A. Yablonskogo, «Visshaya shkola», 1985 g.

**Qo`shimcha:**

**1.** Murodov M.M., Usnatdinov K.U., Inoyatova X. “Nazariy mexanika”
**2.** Murodov M.M., Gaybullaev Z.X.. “Nazariy mexanika” fanidan ma’ruzalar matni 1999 y.
**3.** S.K.Azizqoriyev, Yangurazov Sh. Nazariy mexanikadan masalalar yechish. O`quv qo`llanmasi. Toshkent 1980 y.
**4.** Murodov M.M., Usnatdinov K.U. “Nazariy mexanikadan nazorat savollari” 2001y.

Nuqta trayektoriyasi berilgan bo`lsin. Shundan bitta nuqta olib unga urinma o`tkazamiz. M nuqtadan urinmaga perpendikulyar qilib o`tkazilgan tekislikka normal tekislik deb aytiladi.

Normal tekislik bilan yopishma tekislikning kesishgan chizig`i bosh normal deyiladi. M nuqtadan bosh normalga perpendikulyar qilib o`tkazilgan tekislikka to`g`rilovchi tekislik deyiladi. Normal tekislik bilan to`g`rilovchi tekislikning kesishgan chizig`iga binormal deyiladi (104-rasm).




104-rasm

Urinma, bosh normal va binormaldan tashqil topgan o`qlarga tabiiy o`qlar deyiladi. Bu o`qlar $M\bar{\tau}\bar{n}\bar{b}$ tabiiy koordinatalar sistemasini tashqil yetadi. Tabiiy o`qlarning birlik vektorlarini tashqil yetadi. Tabiiy o`qlarning birlik vektorlarini mos ravishda $\bar{\tau},\bar{n},\bar{b}$ bilan belgilaymiz. (104-rasm)

Oliy matematika kursidan ma’lumki egri chiziqning berilgan nuqtadagi egrilik radiusi **ρ** quyidagi formula bilan aniqlanadi.

$$\rho = \frac{1}{K}$$

bunda K egri chiziqning egriligi deyiladi.

**Nuqta harakati tabiiy usulda berilganda uning tezlanishi topishi.**

Nuqta tezligini quyidagi ko`rinishda yozamiz.

$$\bar{\upsilon} = \upsilon\bar{\tau} \quad (21)$$

bunda $\bar{\tau}$ urinmaning birlik vektori. (21) ni (15) ga qo`yamiz.

$$\bar{W} = \frac{d\bar{\upsilon}}{dt} = \frac{d}{dt}(\upsilon\bar{\tau}) = \frac{d\upsilon}{dt}\bar{\tau} + \upsilon\frac{d\bar{\tau}}{dt} \qquad (22)$$

bunda

$$\frac{d\bar{\tau}}{dt}=\frac{\upsilon}{\rho}\bar{n}\,(23)$$

bu yerda **n̄** bosh normalning birlik vektori. (23) ni (22) ga qo`yamiz.

$$\overline{W}=\frac{d\upsilon}{dt}\bar{\tau}+\frac{\upsilon^2}{\rho}\bar{n} \qquad (24)$$

$$\overline{W_\tau}=\frac{d\upsilon}{dt}\bar{\tau} \qquad (25)$$

bunda

$$\overline{W_n}=\frac{\upsilon^2}{\rho}\bar{n} \qquad (26)$$

(25), (26) formulalar bilan nuqta tezlanishning urinma va bosh normal bo`ylab yo`nalgan tashqil etuvchilari aniqlanadi.

Tezlanishning urinma bo`yicha yo`nalgan tashqil etuvchisi $\overline{W_\tau}$ ga nuqtaning urinma yoki tangensial tezlanishi deyiladi.

$$W_\tau=\left|\frac{d\upsilon}{dt}\right|=\left|\frac{d^2S}{dt^2}\right| \qquad (27)$$

Agar $\frac{d^2S}{dt^2}>0$ bo`lsa urinma tezlanish $\overline{W_\tau}$ nuqta tezligi bilan bir xil yo`nalgan bo`ladi. $\frac{d^2S}{dt^2}<0$ bo`lsa urinma tezlanish $\overline{W_\tau}$ nuqta tezligiga qarama-qarshi yo`nalgan bo`ladi.

Nuqta tezlanishining bosh normal bo`yicha yo`nalgan tashqil etuvchisi $\overline{W}_n$ ga nuqtaning normal yoki markazga intilma tezlanishi deyiladi.

Normal tezlanishining moduli quyidagi formula bilan topiladi.

$$W_n=\frac{\upsilon^2}{\rho} \qquad (96)$$

Nuqtaning normal tezlanishi har doim bosh normal bo`ylab trayektoriyaning botik tomoniga qarab yo`nalgan bo`ladi. (96)-formulani quyidagicha yozamiz.

$$\overline{W}=\overline{W}_\tau+\overline{W}_n \qquad (97)$$

(97) - formula nuqta tezlanishining tabiiy o`qlar bo`yicha yo`nalgan tashqil etuvchilari orqali ifodasidir.

Nuqtaning to`la tezlanishining moduli va yo`nalishi quyidagi formulalar bilan topiladi.

$$W=\sqrt{\overline{W}^2{}_\tau+\overline{W}^2{}_n} \qquad (98)$$

$$tg\alpha=\frac{|W_\tau|}{W_n} \qquad (99)$$

Demak, nuqtaning harakati tabiiy usulda (69) formula bilan berilganda (95)-(99) formulalar orqali nuqta tezlanishining moduli va yo`nalishi aniqlanadi.

Agar nuqtaning harakati to`g`ri chiziqli bo`lsa trayektoriyaning egrilik radiusi $\infty$ ga teng bo`ladi.

$$W_n = \frac{\upsilon^2}{\infty} = 0 \qquad W_n = 0$$

Nuqtaning normal tezlanishi egri chiziqli harakatda mavjud bo`lib nuqta tezligining yo`nalish jixatdan o`zgarishini harakterlaydi.

Urinma tezlanishi esa tezlikning modul jixatidan o`zgarishini harakterlaydi.

**10. Nuqtaning tekis o`zgaruvchan harakati.**

Agar urinma tezlanish o`zgarmas bo`lsa, bunday harakatiga tekis o`zgaruvchan harakat deyiladi. Tekis o`zgaruvchan harakat tenglamasini aniqlaymiz.

Demak nuqtaning urinma tezlanishi.

$$\mathbf{W_\tau = Const,}$$

$$W_\tau = \frac{d\upsilon}{dt}$$

$W_\tau = \frac{d\upsilon}{dt}$ **integrallab nuqta tezligini topamiz.**

$$\boldsymbol{\upsilon = \upsilon_0 + W_\tau \cdot t} \qquad \mathbf{(100)}$$

bunda $\upsilon_o$ - boshlang`ich tezligi

$\upsilon$ -oxirgi tezligi.

(100) ni integrallab harakat qonunini topamiz.

$$S = \upsilon_0 t + \frac{W_\tau t^2}{2} \qquad (101)$$

S - yoy koordinatasi.

Demak (100), (101) formulalar bilan tekis o`zgaruvchan harakatdagi nuqta tezligi va trayektoriya bo`ylab harakat tenglamasini topamiz.

**TAYANCH IBORALAR.**

Trayektoriya, tezlik, tezlanish urinma, bosh normal, binormal tabiiy o`qlar, urinma va normal tezlanishlar. Tekis harakat, tekis o`zgaruvchan harakat.

**TAKRORLASH UCHUN SAVOLLAR.**

1. Qanday o`qlar tabiiy o`qlar deb ataladi?
2. Nuqta tezlanishini tabiiy o`qlarga proyeksiyalari nimaga teng?
3. Qanday harakatda nuqtaning urinma tezlanishi 0 ga teng bo`ladi?
4. Qanday harakatda nuqtaning normal tezlanishi nolga teng bo`ladi?
5. Nuqta harakati tabiiy usulda berilganda uning tezligi qanday topiladi?
6. Nuqtani qanday harakatiga tekis harakat deyiladi?
7. Nuqtani tezligi qanday topiladi?
8. Qanday harakatga tekis o`zgaruvchan harakat deyiladi?
9. Tezlik formulasini yozing?
10. Yo`l formulasini yozing?

## MA’RUZA №13 QATTIQ JISMLAR KINEMATIKASI.

### REJA:

1. Qattiq jismning ilgarilama harakati.
2. Qattiq jismning qo`zg`almas o`q atrofidagi aylanma harakati.
3. Burchak tezligi
4. Burchak tezlanishi.
5. Qattiq jismning tekis aylanishlari.
6. Qattiq jismning tekis o`zgaruvchan aylanishlari.

### Adabiyotlar:

### Asosiy:


**1.** P.Shoxaydarova, Sh.Shoziyotov, Sh.Zoirov «Nazariy mexanika» darslik. Toshkent 1991 yil.

**2.** T.R.Rashidov, Sh.Shoziyotov, K.B.Muminov «Nazariy mexanika asoslari» darslik. Toshkent 1990 y.

**3.** S.M.Targ «Kratkiy kurs teoreticheskoy mexaniki» «Visshaya shkola» 2002 g.

**4**. I.V.Meshcherskiy. Nazariy mexanikadan masalalar to`plami o`quv qo`llanmasi Toshkent. 1989 y.

**5.** “Sbornik zadaniy dlya kursovix rabot po teoreticheskoy mexanike” pod redaktsiey A. A. Yablonskogo, «Visshaya shkola», 1985 g.


### Qo`shimcha:


**1.** Murodov M.M., Usnatdinov K.U., Inoyatova X. “Nazariy mexanika”

**2.** Murodov M.M., Gaybullaev Z.X.. “Nazariy mexanika” fanidan ma’ruzalar matni 1999 y.

**3.** S.K.Azizkoriev, Yangurazov Sh. Nazariy mexanikadan masalalar yechish o`quv qo`llanmasi. Toshkent 1980 y.

**4.** Murodov M.M., Usnatdinov K.U. “Nazariy mexanikadan nazorat savollari” 2001y.


Kinematikaning bu qismida qattiq jismlarning quyidagi harakatlarini o`rganiladi.

Qattiq jismning ilgarilanma harakati.

Qattiq jismning qo`zg`almas o`q atrofidagi aylanma harakati.

Qattiq jismning tekis parallel harakati.

Qattiq jismning ilgarilanma va aylanma harakatlari eng oddiy harakat bo`lib hisoblanadi. Kinematikasida uchraydigan masalalar ikki qismga bo`linadi.

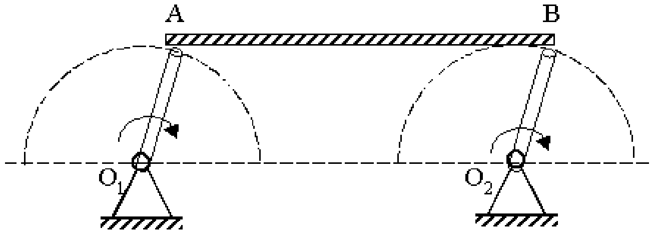
Jismni harakati va harakatning kinematik harakteristikalarini aniqlanadi.

Qattiq jism har bir nuqtasining harakati tekshiriladi.

### QATTIQ JISMNING ILGARILANMA HARAKATI.

Jism harakatlanganda shu jismda olingan kesma hamma vaqt o`z-o`ziga parallel qolsa bunday harakatga qattiq jismning ilgarilanma harakati deyiladi.

Parvoz sparnigini harakati ham ilgarilanma harakatga misol bo`ladi. Ilgarilanma harakatdagi jism nuqtalarining trayektoriyalari to`g`ri chiziqli va egri chiziqli bo`lishi mumkin. **AB** sparnik hamma vaqt o`z-o`ziga parallel qoladi, ya’ni ilgarilanma harakat qiladi (105-rasm) **O1A=O2B**



105- rasm

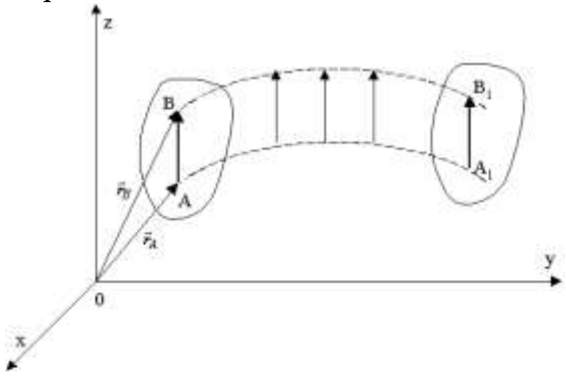
Qattiq jismning ilgarilanma harakatiga oid quyidagi teoremani isbotlaymiz.

**<u>Teorema:</u>**

Ilgarilanma harakatdagi jismning hamma nuqtalari bir xil trayektoriya chizadi va har onda miqdor va yo`nalishlari jixatdan bir xil tezlikka va bir xil tezlanishga ega bo`ladi.

**<u>Isbot:</u>**

**OXYZ** koordinatalar sistemasiga nisbatan ilgarilanma harakat qilayotgan qattiq jism berilgan bo`lsin. (106-rasm). Bu jismda ixtiyoriy ikkita **A** va **B** nuqtalari olamiz **t** vaqtda bu nuqtalarning holati $\bar{r}_A$ va $\bar{r}_B$ radius vektorlari bilan aniqlanadi.



106-rasm

Qattiq jismdagi **AB** va **A1B1** kesmalar o`zaro parallel. Jism absolyut qattiq bo`lganligi uchun AB kesma o`zgarmaydi. **AD=const**. Jism ilgarilanma harakatda bo`lganligi uchun **AB** vektorning yo`nalishi ham o`zgarmaydi. Agar A nuqtaning trayektoriyasi **AAI**, yoyni **AB** masofaga siljitsak, bu trayektoriya B nuqtaning trayektoriyasi bilan ya’ni. **BBI** yoy bilan ustma ust tushadi.

Shuning uchun $\bar{r}_A$ va $\bar{r}_B$ vektorlari o`zgarganda, ularning A va B nuqtalarining chizgan trayektoriyalari bir xil bo`ladi. Ya’ni **AA1=BB1 va AA1||BB1** ga.

$$\bar{r}_B = \bar{r}_A + \overline{AB} \quad (29)$$

bunda **t** vaqt bo`yicha hosila olamiz.

$$\frac{d\bar{r}_B}{dt} = \frac{d\bar{r}_A}{dt} + \frac{d(\overline{AB})}{dt}$$

$$\frac{d\bar{r}_B}{dt} = \bar{\upsilon}_B; \qquad \frac{d\bar{r}_A}{dt} = \bar{\upsilon}_A; \qquad \frac{d(\overline{AB})}{dt} = 0$$

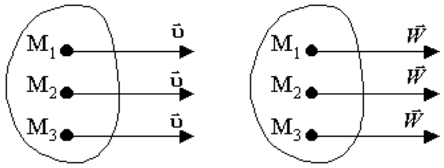
$$\bar{\upsilon}_B = \bar{\upsilon}_A \qquad (30)$$

**A** va **B** nuqtalar ixtiyoriy nuqtalar bo`lganligi uchun ilgarilanma harakatdagi jismning qolgan hamma nuqtalarning tezliklari bir xil bo`ladi.

(29) dan t vaqt bo`yicha hosila olamiz.

$$\frac{\overline{\upsilon}_B}{dt} = \frac{\overline{\upsilon}_A}{dt} \text{ yoki } \overline{W}_B = \overline{W}_A \qquad (31)$$

Ilgarilanma harakat qilayotgan qattiq jismning biror nuqtasining tezlik va tezlanishini topsak, jismning qolgan nuqtalarning tezlik va tezlanishiga teng bo`ladi. (107 - rasm.)



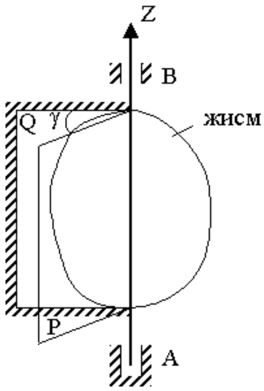

107-rasm

**Qattiq jismning qo`zg`almas o`q atrofidagi aylanma harakati. burchak tezligi va burchak tezlanishi.**

Jism harakati davomida uning ikki nuqtasi qo`zg`almasdan qolsa qattiq jismning bunday harakatiga qo`zg`almas o`q atrofidagi aylanma harakat deyiladi. Shu qo`zg`almas nuqtalardan o`tgan to`g`ri chiziqqa aylanish o`qi deyiladi. Bizga qo`zg`almas o`q atrofida aylanuvchi qattiq jism berilgan bo`lsin (qattiq jism berilgan bo`lsin) (16 - rasm). Shu jismning har bir vaqtdagi holatini aniqlaymiz. A va B nuqtalar qo`zg`almas nuqtalardir. Shu nuqtalar orqali Z o`qini o`tkazamiz Z - jismning aylanish o`qi. Jismning holatini aniqlash uchun aylanish o`qidan Q va P tekisliklarini olamiz. Bunda Q qo`zg`almas tekislik, P qo`zg`aluvchi tekislik. P - tekisligi jismga qattiq biriktirilgan va jism bilan birga aylanadi. Jismning holatini aniqlash uchun P tekislikning Q ga nisbatan holatini aniqlash kifoya. P- tekislikning holati φ burchagi bilan aniqlanadi. φ-ga aylanish burchagi deyiladi. Jism o`q atrofida aylaganda burchagi vaqt o`tishi bilan o`zgaradi.

$$\boldsymbol{\varphi = f(t)} \qquad (32)$$

(32) ifodaga jismning qo`zg`almas o`q atrofidagi aylanma harakat tenglamasi deyiladi.




108-rasm

Aylanma harakat qonuni, burchak tezligi bilan burchak tezlanishga aylanma harakatning kinematik harakteristikasi deyiladi.

Aylanish burchagi φ dan vaqt bo`yicha olingan birinchi hosila jismning burchak tezligi deyiladi va ω bilan belgilanadi:

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} \qquad \omega = \varphi = f'(t) \quad (33)$$

Bunda hosilaning ishorasi jismning aylanish yo`nalishini ifodalaydi. Agar $\omega = \varphi = f'(t)$ bo`lsa, shu onda f(t) funktsiya usuvchan bo`ladi, ya'ni o`qning yo`nalishdan karaganda jism soat stryelkasi aylanishga teskari yo`nalishida aylanadi: $\varphi = f'(t) < 0$ bo`lsa,shu onda f(t) funktsiya kamayuvchan bo`ladi, ya'ni jism soat stryelkasi aylanishi bo`yicha aylanadi.

Demak, jismning burchak tezligi aylanish burchagidan vaqt bo`yicha olingan birinchi tartibli hosilaga teng bo`ladi.

Burchak tezligining birligi

$$\omega = \frac{рад}{сек} = \frac{1}{сек} = сек^{-1} \qquad (34)$$

Burchak tezlanishi burchak tezligidan vaqt bo`yicha olingan ikkinchi tartibli hosilaga teng bo`ladi.

$$\zeta = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{d^2t} \qquad (35)$$

Burchak tezlanishini birligi.

$$\omega = \frac{рад}{сек} = \frac{1}{сек} = сек^{-1}$$

Burchak tezlanishi burchak tezligidan vaqt bo`yicha olingan ikkinchi tartibli hosilaga teng bo`ladi.

## JISMNING TEKIS VA TEKIS O`ZGARUVCHAN AYLANMA HARAKATI.

Qattiq jism qo`zg`almas o`q atrofida bir xil vaqt oraligida bir xil burchakga burilsa jism tekis aylanma harakatda deyiladi. Tekis aylanma harakat burchak tezligi ω=const bo`ladi.

$$\boldsymbol{\varphi = \omega\, t} \qquad (36.)$$

Teks aylanma harakat tenglamasi (109) ga teng bo`ladi. Tekis aylanishdagi jismning burchak tezligini bir minutdagi aylanishlar soni bilan ifodalaydi. Jism bir marta to`la aylaganda φ=2π bo`ladi.

Jism bir minutda n marta aylanmasi, tekis aylanma harkatning burchak tezligi quyidagiga teng bo`ladi.

$$\omega = \frac{2\pi n}{60} = \frac{\pi n}{30}\frac{рад}{сек} \qquad (37)$$

bunda n - jismning I minutdagi aylanishlar soni. Agar jismning bir minutdagi aylanishlar soni berilgan bo`lsa (37) formula uning burchak tezligi topiladi.

Agar aylanma harakat burchak tezlanishi ζ=const bo`lsa jism tekis o`zgaruvchan aylanma harakatda bo`ladi.

ω=ω0+ζ t (38)

(38) formula bilan istalgan paytdagi jism tekis o`zgaruvchan harakat burchak tezligi topiladi.

ω0 - boshlang`ich burchak tezlik

ω - ixtiyoriy vaqtdagi burchak tezlik.

$$\varphi = \omega_0 t + \frac{\zeta t^2}{2} \qquad (39)$$

(39) bilan tekis o`zgaruvchan aylanishda burilish burchagi topiladi.

Yoki tekis o`zgaruvchan aylanma harakat qonuni aniqlanadi.

**TAKRORLSHA UCHUN SAVOLLAR..**

1. Qattiq jismning qanday harakatiga ilgarilama harakat deb ataladi?
2. Ilgarilama harakat qilayotgan qattiq jism nuqtalarining trayektoriyasi, tezligi va tezlanishi haqidagi teorema qanday ta’riflanadi?
3. Qattiq jismning egri chiziqli ilgarilama harakatiga misollar keltiring?
4. Qattiq jismning qo`zg`almas o`q atrofidagi aylanmani harakat ta’rifini ayting? Bu harakatga misollar keltiring?
5. Jismning burchak tezlik va burchak tezlanishi nima? Ularning o`lchov birligi qanday?
6. Qattiq jismning qanday aylanishiga tekis aylanish deyiladi?
7. Jismning bir minutdagi aylanishlar soni bilan burchak tezlik orasida qanday bog`lanish mavjud?
8. Jismning qanday aylanishiga tekis o`zgaruvchan aylanishi deyiladi?
9. Tekis o`zgaruvchan aylana harakatda jismning burchak tezligi va aylanish burchagi qaysi formula bilan topiladi?

## MA’RUZA №14 Qo`zg`almas o`q atrofida aylanuvchi qattiq jism nuqtasining tezligi va tezlanishi.

REJA:

1. Qo`zg`almas o`q atrofida aylanuvchi qattiq jism tezligini aniqlash.
2. Qo`zg`almas o`q atrofida aylanuvchi qattiq jismning tezlanishini aniqlash.
3. Tezlik vektorining yo`nalishi.
4. Tezlanish vektorinng yo`nalishi.

**Adabiyotlar**

**Asosiy:**


**1.** P.Shoxaydarova, Sh.Shoziyotov, Sh.Zoirov «Nazariy mexanika» darslik. Toshkent 1991 yil.
**2.** T.R.Rashidov, Sh.Shoziyotov, K.B.Muminov «Nazariy mexanika asoslari» darslik. Toshkent 1990 y.
**3.** S.M.Targ «Kratkiy kurs teoreticheskoy mexaniki» «Visshaya shkola» 2002 g.
**4**. I.V.Meshcherskiy. Nazariy mexanikadan masalalar to`plami o`quv qo`llanmasi Toshkent 1989 y.
**5.** “Sbornik zadaniy dlya kursovix rabot po teoreticheskoy mexanike” pod redaktsiey A. A. Yablonskogo, «Visshaya shkola», 1985 g.

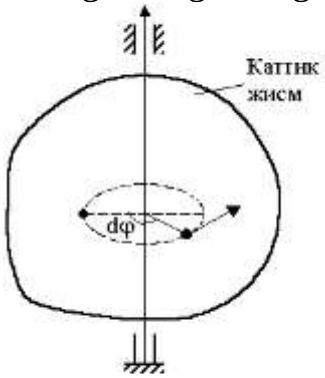

**Qo`shimcha:**


**1.** Murodov M.M., Usnatdinov K.U., Inoyatova X. “Nazariy mexanika”
**2.** Murodov M.M., Gaybullaev Z.X.. “Nazariy mexanika” fanidan ma’ruzalar matni 1999 y.
**3.** S.K.Azizkoriev, Yangurazov Sh. Nazariy mexanikadan masalalar yechish o`quv qo`llanmasi. Toshkent 1980 y.
**4.** Murodov M.M., Usnatdinov K.U. “Nazariy mexanikadan nazorat savollari” 2001 y.

Bizga qo`zg`almas Z o`qi atrofida aylanuvchi qattiq jism berilgan bo`lsin.

Shu jismni ixtiyoriy M nuqtasining tezligi va tezlanishini aniqlaymiz.

h - M nuqtadan aylanish o`qigacha bo`lgan masofa. (109-rasm) Z qo`zg`almas aylanish o`qi. Jism absolyut qattiq bo`lganligi uchun h = const bo`ladi. Jism o`qiatrofida aylanganda M nuqta aylanish o`qiga perpendikulyar tekislikda radiusi h ga teng bo`lgan aylana chizadi.




109-rasm

Jism o`q atrofida dφ burchakka burilganda M nuqta dS yo`lni bosib o`tadi.

$$dS = \overset{\frown}{M_0 M}$$

$$\mathrm{dS} = \mathrm{hd}\varphi$$

M nuqtaning tezligi:

$$\upsilon = \frac{dS}{dt} = \frac{d(\varphi h)}{dt} = h\frac{d\varphi}{dt} = h \cdot \omega \qquad (40)$$

yoki

$$\upsilon = \omega\, h,$$

bunda ω - jismning burchak tezligi. (40) formula bilan qo`zg`almas o`q atrofida aylanuvchi qattiq jism nuqtasining chiziqli tezligi topiladi. Qo`zg`almas o`q atrofida aylanma harakatdagi jism ixtiyoriy nuqtasining chiziqli tezligining miqdori jism burchak tezligi bilan qo`zg`almas o`qdan nuqtagacha bo`lgan masofaning ko`paytmasiga teng. Chiziqli tezlik vektori $\bar{\upsilon}$ M nuqtada h ga perpendikulyar bo`lib, jism aylanayotgan tomonga yo`nalgan bo`ladi. Qattiq jism tezliklari shu nuqtalardan aylanish o`qigacha bo`lgan masofaga proporsionaldir.

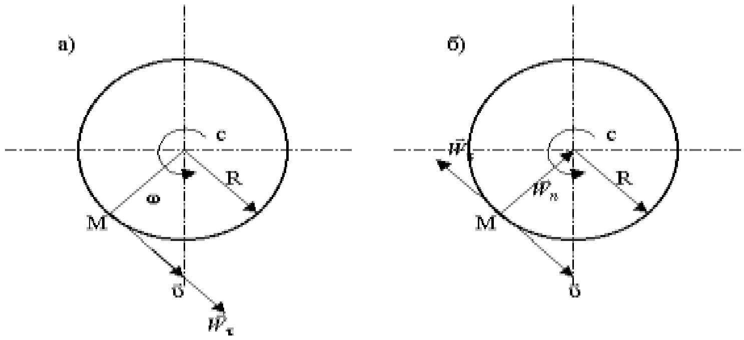
M nuqtaning urinma tezlanishini topamiz. Urinma tezlanishini topamiz. Urinma tezlanishi.

$$W_\tau = \frac{d\upsilon}{dt} = \frac{d(\omega h)}{dt} = h \cdot \zeta$$

$$W_\tau = \frac{d\upsilon}{dt} = \frac{d(\omega h)}{dt} = h \cdot \zeta \qquad (41)$$

Qo`zg`almas o`q atrofida aylanuvchi jism ixtiyoriy nuqtasining urinma tezlanishi jismning burchak tezlanishi bilan shu nuqtadan aylanish o`qigacha bo`lgan masofaning ko`paytmasiga teng.

Urinma tezlanish shu nuqtadan h ga perpendikulyar bo`lib, tezlanuvchan aylanma harakatda $\bar{\upsilon}$ tezlik yo`nalishi bo`yicha (110-a), sokinlanuvchan aylanma harakatda esa unga teskari yo`naladi (110-b) rasm.




110-rasm

M nuqtaning normal tezlanishini topamiz.

$$W_n = \frac{\upsilon^2}{\rho} = \frac{(\omega h)^2}{h} = \frac{\omega^2 h^2}{h} = \omega^2 h \qquad W_n = \frac{\upsilon^2}{\rho} = \frac{(\omega h)^2}{h} = \frac{\omega^2 h^2}{h} = \omega^2 h \qquad (42)$$

Normal tezlanishi aylanish radiusi h bo`ylab aylanish o`qi tomon yo`nalgan bo`ladi.

$\overline{W_\tau}$ - aylanma tezlanish,. $\overline{W_\tau}$ es markazga intilma tezlanishi deb ham yuritiladi.

$\overline{W_\tau} \perp \overline{W_\tau}$ bo`lganda to`la tezlanishni moduli quyidagicha aniqlanadi.

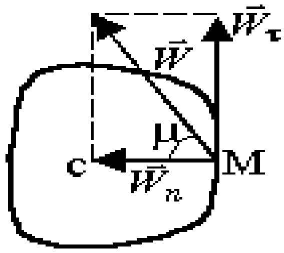
$$W = \sqrt{W_\tau^2 + W_n^2} = \sqrt{\zeta^2 h^2 + \omega^4 h^2} = h\sqrt{\zeta^2 + \omega^4}$$

$$W == h\sqrt{\zeta^2 + \omega^4} \qquad (43)$$

Tezlanishining yo`nalishi esa quyidagi formuladan topiladi.

$$tg\mu = \frac{|\zeta|}{\omega^2} \qquad (44)$$

bunda tezlanish bilan normal tezlanish orasidagi burchak




(111-rasm)

## TAYANCH IBORALAR.

Ilgarilama harakat, aylanma harakat, burchak, tezlanish, tekis aylanma harakat, tekis o`zgaruvchan aylanishlar, tezlik, tezlanish, urinma tezlanish, normal tezlanish.

## TAKRORLSHA UCHUN SAVOLLAR.

1. Aylanma harakat qilayotgan qattiq jism nuqtasining tezligini modul va yo`nalishi qanday topiladi?
2. Qo`zg`almas o`q atrofida aylanayotgan qattiq jism nuqtasining urinma va normal tezlanishi qanday aniqlanadi?
3. Bu tezlanishlar qanday yo`nalgan bo`ladi?
4. Qo`zg`almas o`q atrofida aylanayotgan qattiq jism nuqtasining tezlanishi qanday aniqlanadi? Bu tezlanishning yo`nalishi qanday?

## MA’RUZA №15 QATTIQ JISMNING TEKIS PARALLEL HARAKATI

**REJA:**

1. Qattiq jismning tekis parallel harakati.
2. Tekis parallel harakat ta’rifi.
3. Tekis parallel harakatga misollar.
4. Tekis parallel harakat tenglamasi.
5. Tekis parallel harakat ilgarilama va aylanma harakatga ajratish.
6. Tekis shakl nuqtasini tezligini aniqlash.
7. Tezlikni miqdorini aniqlash.
8. Tezlikni yo`nalishini aniqlash.
9. Tekis shakl ikki nuqtasi tezligini proyeksiyasi haqidagi teorema.
10. Teorema yordamida nuqta tezligini aniqlash.

**Adabiyotlar:**

**Asosiy:**


**1.** P.Shoxaydarova, Sh.Shoziyotov, Sh.Zoirov «Nazariy mexanika» darslik. Toshkent 1991 yil.
**2.** T.R.Rashidov, Sh.Shoziyotov, K.B.Muminov «Nazariy mexanika asoslari» darslik. Toshkent 1990 y.
**3.** S.M.Targ «Kratkiy kurs teoreticheskoy mexaniki» «Visshaya shkola» 2002 g.
**4**. I.V.Meshcherskiy. Nazariy mexanikadan masalalar to`plami o`quv qo`llanmasi Toshkent 1989 y.
**5.** “Sbornik zadaniy dlya kursovix rabot po teoreticheskoy mexanike” pod redaktsiey A. A. Yablonskogo, «Visshaya shkola», 1985 g.

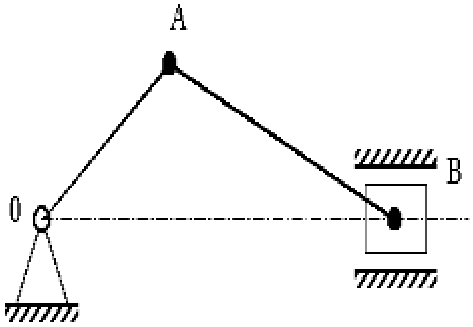

**Qo`shimcha:**


**1.** Murodov M.M., Usnatdinov K.U., Inoyatova X. “Nazariy mexanika”
**2.** Murodov M.M., Gaybullaev Z.X. “Nazariy mexanika” fanidan ma’ruzalar matni 1999 y.
**3.** S.K.Azizkoriev, Yangurazov Sh. Nazariy mexanikadan masalalar yechish o`quv qo`llanmasi. Toshkent 1980 y.
**4.** Murodov M.M., Usnatdinov K.U. “Nazariy mexanikadan nazorat savollari” 2001y.


Tekis parallel harakat tenglamasi. Tekis parallel harakatni igarilama va aylanma harakatga ajratish.

Qattiq jismda olingan hamma nuqtalar jism harakatida biror qo`zg`almas tekislikka parallel tekislikda harakatlansa, uning bunday harakatiga tekis parallel harakat deyiladi.

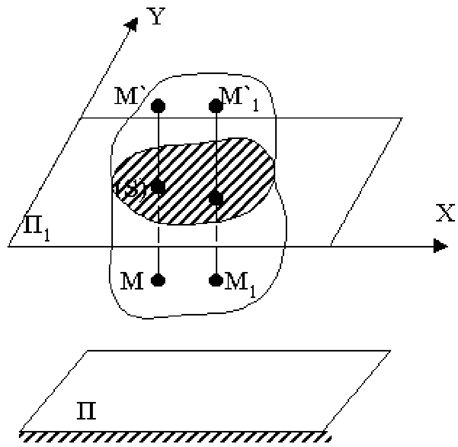
**Masalan:** To`g`ri chiziqli yo`ldagi mashina g`ildirakning harakati. Krivoship shatunli mexanizmdagi shatunining harakati (112 - rasm).



112-rasm

**OXU** koordinatalar sistemasiga nisbatan tekis parallel harakat qilayotgan jism berilgan bo`lsin. Jismning tekis paralell harakatini o`rganish uchun jismda qo`zg`almas tekislikka perpendikulyar bo`lgan **MM1** ixtiyoriy kesmani olamiz. Tekis paralell harakat ta’rifiga ko`ra **MMI** kesmaning nuqtalaridan **P** tekislikkacha bo`lgan masofalar o`zgarmasdan qoladi shu sababli **MM1** kesma har doim o`ziga paralell ravishda harakatlanadi. Binobarin **MM1** kesma igarilama harakatda bo`ladi. Ilgarilama harakat ta’rifiga ko`ra jismning barcha nuqtalari bir xil trayektoriya chizadi, tezlik va tezlanishlari teng bo`ladi. Shu sababli ilgarilama harakatdagi jismning bitta nuqtasining harakatini o`rganish kifoya.

Jismni qo`zg`almas **P** tekislikka parallel bo`lgan **P1** tekislik bilan kesib, kesimda hosil bo`lgan yuzani (S) bilan belgilaymiz (113-rasm). MM1 kesmani (S) kesimdagi nuqtasini 0 bilan belgilaymiz u holda MM1 kesmani harakatini o`rganish o`rniga 0 nuqtasini harakatini o`rganamiz.

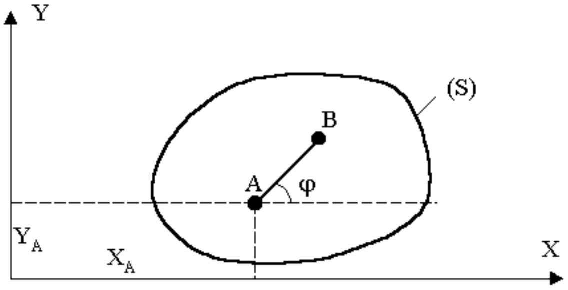


113-rasm

Xuddi shuningdek **MM1** kesmaga paralell $\mathbf{M_1M_1^1}$ kesmani olsak $M_1M_1^1$ Kesma ham ilgarilanma bo`lgani uchun uning (S) kesimdagi 0I nuqtasini harakatini o`rganish kifoya. Jismni MM1, $M_1M_1^1$ $M_2M_2^1$ kesmalar to`plamidan iborat deb qarash mumkin va bunday jismning harakatini o`rganish o`rniga uning (S) kesimini harakatini o`rganish kifoya. (S) yuzaga tekis shakl deyiladi. Tekis shakl harakatlanadigan P, tekislikka tekis shaklning harakat tekisligi deyiladi.

**OXU** koordinatalar sistemasiga nisbatan harakat qilayotgan (S) tekis shakl berilgan bo`lsin. Bu tekis shakldagi **AB** kesmani vaziyati A nuqtaning $\overline{X}_A, \overline{Y}_A$ koordinatalari va A nuqta atrofida φ aylanish burchagi bilan aniqlanadi.

$\varphi$ - **AB** kesmani **OX** o`qi bilan tashqil qilgan burchagi (114 - rasm)




114-rasm

**A** nuqtani qutb deb qabul qilamiz. Jism harakatlanganda **Xa,Ua**, koordinatasi va burchagi vaqtning funktsiyasi sifatida o`zgaradi. Shuning uchun $\overline{\overline{X_A}}, \overline{\overline{Y_A}}$, $\varphi$ ni quyidagicha yoziladi.

$$\overline{\overline{X_A}} = f_1(t)$$
$$\overline{\overline{Y_A}} = f_2(t) \qquad (45)$$
$$\varphi = f_3(t)$$

(45) formulaga qattiq jismning tekis parallel harakat tenglamalari deyiladi.

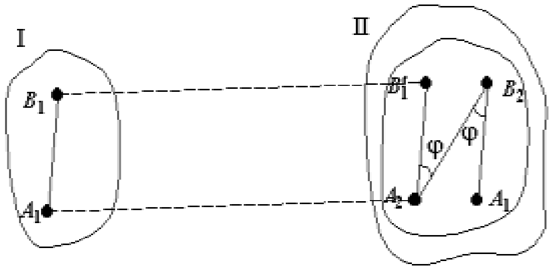
Tekis parallel harakat ilgarilanma va aylanma harakatdan iborat ekanligini tekshiramiz.

**Teorema:**

Tekis shaklning shakl tekisligida bir holdan ikkinchi holga har qanday ko`chishini bir ilgarilanma harakat va qutb deb ataluvchi biror nuqtadan shakl tekislikiga perpendikulyar o`qituvchi o`q atrofida - aylanma harakatdan tashqil topgan deb qarash mumkin.

**Isbot:**

Tekis shakl tekisligida I holatdan **P** holatga kuchgan bo`lsin (115-rasm) I holatda tekis shaklda ixtiyoriy A1B1 kesmani olamiz. II holatda **A1B1** kesma **A2B2** holatini egalasin. Tekis shaklga shunday ilgarilama ko`chish byeramizki **A1** nuqta **A2** nuqta bilan ustma-ust tushsin. **B1** nuqta esa $B_1^1$ holatini egallasin. Agar tekis shaklni **A2** nuqtadan shakl tekisligiga tik ravishda o`tuvchi o`q atrofida $B_1^1$,**A2,B2=φ** burchakka aylantirsak u holda **A2B1≡A2B2** bo`lgani tufayli **A2,B1** kesma **A2,B2** ustma - ust tushadi. Jism esa II holatini egallaydi. Xuddi shu yo`l bilan jismni II holatdan III holatga va xokazo keltirish mumkin. Demak, qattiq jismning tekis parallel harakati ilgarilanma va aylanma harakatlarning yig`indisidan iborat.




115-rasm

$Y_A = f_2(t)$ ilgarilanma harakat

$X_A = f_1(t)$
$Y_A = f_2(t)$ tenglamasi

$\varphi = f_3(t)$ aylanma harakat tenglamasi.

Teoremani boshqacha usulda quyidagichi isbotlaymiz (115 rasm) Jismga shunday ilgarilanma ko`chish beramizki natijada **BI** nuqta **B2** bilan ustma ust tushsin **A1** nuqta esa **A1** holatni egallasin **A1B1 A1B2** bo`ladi.

Agar tekis shaklni **B2** nuqtadan o`tuvchi o`q atrofida $A_1^1$**,B2,A2=φ** burchakka bursak **A1B2** kesma **A1, B2=A2B2**, bo`lganligi uchun **A1 B2** bilan ustma -ust tushadi tekis shakl esa II holatini egallaydi **A2** yoki **B2** nuqtalarga qutb deb ataladi.

Teoremani isbotidan ko`ramizki tekis shaklni ilgarilanma ko`chishi qutbni tanlab olishga bog`liq bo`ladi. Haqiqatdan AI nuqtani holati I holda **A1A2** II holda **A1** $A_1^1$ bo`ladi. **A1A2 ≠A1** $A_1^1$

Aylanish burchagi **φ** esa qutbni tanlab olishga bog`liq bo`lmaydi.

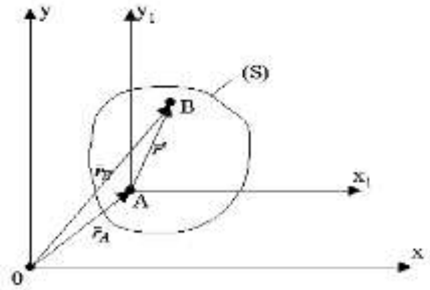
## QATTIQ JISMNING ISTALGAN NUQTASINING TEZLIGINI QUTB USULIDA ANIQLASH.

**Teorema:**

Tekis shakl ixtiyoriy **B** nuqtasining tezligi **A** tezligi bilan (**B** nuqtasining tezligi **A** qutb tezligi bilan) **B** nuqtaning kutb atrofida aylaganda hosil qilgan tezligining geometrik yindisiga teng.

**Isbot.**

Tekis parallel harakat qilayotgan tekis shakl berilgan bo`lsin shu tekis shakldagi **B** nuqtasining tezligini aniqlashimiz kerak. B nuqtaning vaziyati bilan aniqlanadi (116- rasm).




116-rasm

$\bar{r}_B = \bar{r}_A + \bar{r}'$

$\bar{r}_A$ - A qutbning radius vektori.

$\bar{r}_B$ - B nuqtaning radius vektori

$\bar{r}'$- **V** nuqtaning **AX/Y/** koordinatalariga nisbatan aniqlaydigan radius vektori.

Sistemasigi nisbatan vaziyatini aniqlaydigan radius - vektor (46) dan **t** vaqt bo`yicha hosila olamiz va **B** nuqtaning tezligini aniqlaymiz.

$$\frac{d\bar{Z}_B}{dt} = \frac{d\bar{Z}_A}{dt} + \frac{d\bar{r}'}{dt} \qquad (46)$$

$$\frac{d\bar{Z}_B}{dt} = \bar{\upsilon}_B; \frac{d\bar{Z}_A}{dt} = \bar{\upsilon}_A; \frac{d\bar{r}'}{dt} = \bar{\upsilon}_{BA}; \qquad (47)$$

(47) ni (43) ga qo`yamiz u holda

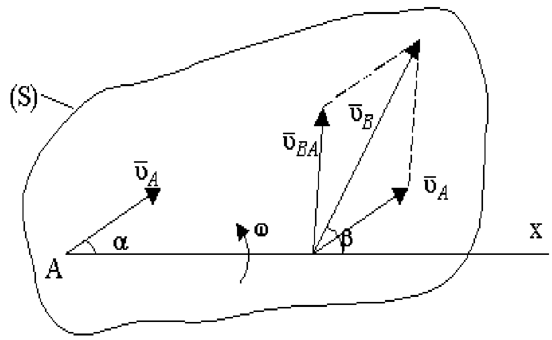
$$\bar{\upsilon}_B = \bar{\upsilon}_A + \bar{\upsilon}_{BA} \qquad (48) \text{ yoki}$$

$$\upsilon_B = \bar{\upsilon}_A + \bar{\omega}_X \overline{AB} \qquad (49)$$

(49) formuladan tekis parallel harakat qilayotgan qattiq jismning ixtiyoriy **B** nuqtasining tezligi topiladi. Bunda tezlik **B** nuqtaning **A** qutb atrofida aylaganda hosil qilgan tezligi. Bu tezlikning miqdori quyidagiga teng.

$$\boldsymbol{\upsilon_{BA} = \omega\, AB} \quad (50)$$

bunda $\bar{\omega}$-burchak tezlik. $\bar{\upsilon}_{BA}$ tezlik vektori aylanish radiusi AV ga perpendikulyar ravishda tekis shaklning aylanish yo`nalish bo`yicha yo`naladi ya'ni $\bar{\upsilon}_{BA} \perp$**ABga** V nuqtaning tezligi $\bar{\upsilon}_A$ va $\bar{\upsilon}_{BA}$ vektorlardan tuzilgan paralellogramning dioganali bo`ylab yo`nalgan bo`ladi (117-rasm.)




117-rasm

Tekis shakl biror nuqtasining tezligi va aylanma harakatining burchak tezligi berilganda tekis shaklning boshqa nuqtasining tezligini (16,4) formuladan aniqlash qutb usulida deyiladi.

## TEKIS SHAKL IKKI NUQTASI TEZLIKLARNING PROYEKSIYASI HAQIDAGI TEOREMA. TEOREMA.

**Tekis shakl ikki nuqtasi tezliklarning shu nuqtalardan o`tgan to`g`ri chiziqdagi proyeksiyasi o`zaro teng.**

**<u>Isbot</u>**.

Tekis shaklda **A** va **B** nuqtalarni olamiz. **A** nuqtani qutb deb qabul qilamiz. Ma'lumki, **B** nuqtaning tezligini (50) shaklda yozish mumkin. **A** va **B** nuqtalar orqali **X** o`qini o`tkazamiz (118 rasm) (50) ni o`qqa proyeksiyalaymiz.

$$(\bar{\upsilon}_B)_X = (\bar{\upsilon}_A)_X + (\bar{\upsilon}_{BA})_X$$

$\bar{\upsilon}_{BA} \perp$**X** bo`lganligi uchun $(\bar{\upsilon}_{BA})_X = 0$ bo`ladi. Shunday qilib

$$(\bar{\upsilon}_B)_X = (\bar{\upsilon}_A)_X \quad (51) \text{ ya'ni}$$

25- rasmga asosan

$$\upsilon_B \cos\beta = \upsilon_A \cos\alpha \qquad (52)$$

Bu teorema yordamida A nuqta tezligining miqdor va yo`nalishi B nuqta tezligining yo`nalishi berilganda **B** nuqta tezligining modulini topish mumkin.

## TAYANCH IBORALAR.

Tezlik, tezlanish, burchak tezlik, burchak tezlanish, ilgarilama harakat, aylanma harakat, tekis parallel harakat, kuchni o`qdagi proyeksiyasi.

## TAKRORLASH UCHUN SAVOLLAR..

1. Qattiq jismning qanday harakatiga ilgarilama harakat deb ataladi?
2. Ilgarilama harakat qilayotgan qattiq jism nuqtalarining trayektoriyasi, tezligi va tezlanishi haqidagi teorema qanday ta’riflanadi?
3. Qattiq jismning egri chiziqli ilgarilama harakatiga misollar keltiring?
4. Qattiq jismning qo`zg`almas o`q atrofidagi aylanmani harakat ta’rifini ayting? Bu harakatga misollar keltiring?
5. Jismning burchak tezlik va burchak tezlanishi nima? Ularning o`lchov birligi qanday?
6. Qattiq jismning qanday aylanishiga tekis aylanish deyiladi?
7. Jismning bir minutdagi aylanishlar soni bilan burchak tezlik orasida qanday bog`lanish mavjud?
8. Jismning qanday aylanishiga tekis o`zgaruvchan aylanishi deyiladi?
9. Tekis o`zgaruvchan aylana harakatda jismning burchak tezligi va aylanish burchagi qaysi formula bilan topiladi?
10. Aylanma harakat qilayotgan qattiq jism nuqtasining tezligini modul va yo`nalishi qanday topiladi?
11. Qo`zg`almas o`q atrofida aylanayotgan qattiq jism nuqtasining urinma va normal tezlanishi qanday aniqlanadi? Bu tezlanishlar qanday yo`nalgan bo`ladi?
12. Qo`zg`almas o`q atrofida aylanayotgan qattiq jism nuqtasining tezlanishi qanday aniqlanadi? Bu tezlanishning yo`nalishi qanday?
13. Qattiq jismning qanday harakatiga tekis parallel harakat deyiladi?
14. Tekis parallel harakat nyechamizta tenglama bilan aniqlanadi?
15. Jismni tekis parallel harakatini qanday ikki harakatga ajratish mumkin?
16. Jismning burchak tezligi va burchak tezlanishi qutbiga bog`liqmi?
17. Tekis shakl nuqtasining tezligi qanday aniqlanadi?
18. $\bar{\sigma}_{в}=\bar{v}_{a}+\bar{v}_{вa}$ tenglikdagi $\bar{\sigma}_{вa}$ tezlikni moduli qanday topiladi? U qanday yo`nalgan?
19. Tekis shakl ikki nuqtasi tezligini proyeksiyasi haqidagi teoremani ta’riflang?

## MA’RUZA №16 TEZLIKLAR ONIY MARKAZI.

### REJA:

1. Tezliklar oniy markazi
2. Tezliklar oniy markazini aniqlash.
3. Tezliklar oniy markazidan foydalanib tekis shakl nuqtasining tezligini aniqlash

4. Tezliklar oniy markazini aniqlashining ba’zi hollari.
5. Tekis shakl ikki nuqtasi tezliklari parallel bo`lgan hol.
6. Tezliklar oniy markazi cheksizlikda bo`lgan hol.
7. Tekis shakl ixtiyoriy nuqtasining tezlanishini aniqlash.
8. Tekis shakl nuqtasining urinma tezlanishi miqdorini aniqalash.
9. Urinma tezlanishini yo`nalishini aniqlash.
10. Tekis shakl nuqtasi normal tezlanishini miqdorini aniqlash.
11. Normal tezlanishni yo`nalishini aniqlash.

**Adabiyotlar:**

**Asosiy:**

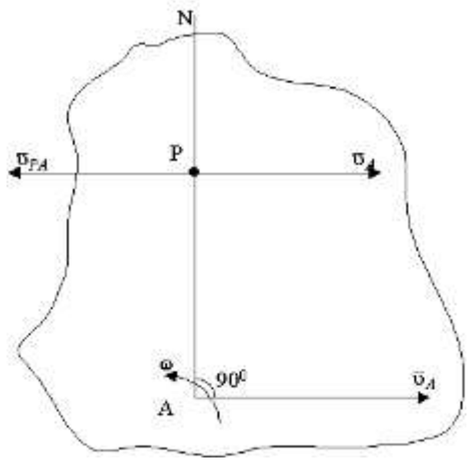
**1.** P.Shoxaydarova, Sh.Shoziyotov, Sh.Zoirov «Nazariy mexanika» darslik. Toshkent 1991 yil.
**2.** T.R.Rashidov, Sh.Shoziyotov, K.B.Muminov «Nazariy mexanika asoslari» darslik. Toshkent 1990 y.
**3.** S.M.Targ «Kratkiy kurs teoreticheskoy mexanika» «Visshaya shkola» 2002 g.
**4**. I.V.Meshcherskiy. Nazariy mexanikadan masalalar to`plami. O`quv qo`llanmasi Toshkent 1989 y.
**5.** “Sbornik zadaniy dlya kursovix rabot po teoreticheskoy mexanike” pod redaktsiey A. A. Yablonskogo, «Visshaya shkola», 1985 g.

**Qo`shimcha:**

**1.** Murodov M.M., Usnatdinov K.U., Inoyatova X. “Nazariy mexanika”
**2.** Murodov M.M., Gaybullaev Z.X. “Nazariy mexanika” fanidan ma’ruzalar matni 1999 y.
**3.** S.K.Azizqoriev, Yangurazov Sh. Nazariy mexanikadan masalalar yechish o`quv qo`llanmasi. Toshkent 1980 y.
**4.** Murodov M.M., Usnatdinov K.U. “Nazariy mexanikadan nazorat savollari” 2001y.

Agar (S) tekis shakl ilgarilanma harakatda bo`lmasa, bu shaklda har onda tezligi 0 ga teng bo`lgan bitta nuqta mavjud bo`ladi. Tezligi 0 teng bo`lgan bundan nuqtagatezliklar oniy markazi deyiladi. Tekis shaklning tezligi 0 ga teng bo`lgan bitta nuqtasi mavjudligini isbotlaymiz.Tekis shakl biror **A** nuqtasining tezligi $\bar{\upsilon}_A$ va shu A nuqta atrofidagi aylanma harakatning burchak tezligi **ω** berilgan bo`lsin (118- rasm). **A** nuqtani qutb deb olamiz.

Qutbdan aylanma harakat yo`nalishida $\bar{\upsilon}_A$ ga perpendikulyar **AN** to`g`ri chizig`ini o`tkazamiz. **A** nuqtadan boshlab **AN** to`g`ri chiziqqa **AP** kesmani qo`yamiz.



118-rasm

$$AP = \frac{\upsilon_A}{\omega}$$

**P** nuqtaning tezligini quyidagicha yozamiz.

$$\bar{\upsilon}_P = \bar{\upsilon}_A + \bar{\upsilon}_{PA} \quad (53)$$

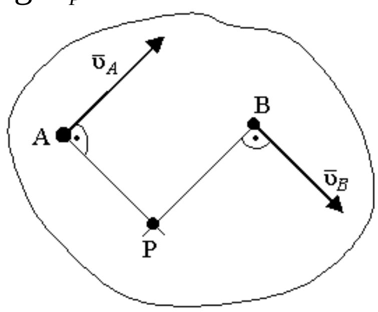
**P** nuqtaning (tezligini) **A** qutb atrofida aylanishdagi tezligining modulini topamiz.

$$\upsilon_{PA} = \omega \cdot AP = \omega \frac{\upsilon_A}{\omega} = \upsilon_A$$

$$\upsilon_{PA} = \upsilon_A$$

**P** nuqtada $\bar{\upsilon}_{PA}$ vektori $\bar{\upsilon}_A$ ga qarama-qarshi yo`nalgan bo`ladi.

U holda (53) tenglikdan $\upsilon_P = 0$ bo`lishi kelib chiqadi. Demak, P nuqta tezliklar oniy markazining holati harakati davomida o`zgartirib turadi. Tezliklarning oniy markazi shu nuqtalardan tezliklarga tushirilgan perpendikulyarning kesishgan nuqtasida yetadi. Demak, tezliklarning oniy markazini topish uchun tekis shakldа yotgan ikkita ixtiyoriy **A** va **V** nuqtalarning tezliklarning yo`nalishi berilgan bo`lishi kerak. Shu nuqtalardan ularning tezliklariga perpendikulyarning kesishgan nuqtasi tezliklarning oniy markazi bo`ladi (119 -rasm) **P** nuqta tezliklarning oniy markazi bu nuqtaning 0 ga teng $\upsilon_P = 0$.



119-rasm

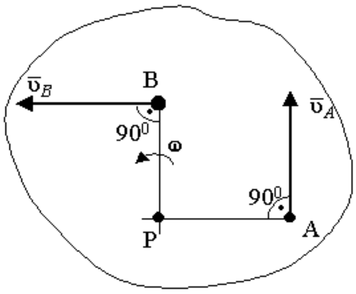
## TEZLIKLAR ONIY MARKAZI YORDAMIDA TEKIS SHAKL NUQTALARNING TEZLIGINI TOPISH.

Shakldа ko`rsatilgan holatda **S** tekis shakldа yotgan **P** nuqta tezliklarning oniy markazi markazi bo`lsin. Shakldagi ixtiyoriy **A** va **V** nuqtalarning tezliklarini topish kerak (120-rasm). Buning uchun **P** nuqtani qutb deb qabul qilamiz. **A** va **V** nuqtalarning tezliklari uchun quyidagi formulalarni yozamiz.

$$\bar{\upsilon}_A = \bar{\upsilon}_P + \bar{\upsilon}_{PA}$$
$$\bar{\upsilon}_B = \bar{\upsilon}_P + \bar{\upsilon}_{BP}$$

Bu yerda $\boxed{\upsilon_P = 0}$ bo`lganligi uchun quyidagicha yozamiz.

$$\bar{\upsilon}_A = \bar{\upsilon}_{AP} \qquad \bar{\upsilon}_B = \bar{\upsilon}_{BP}$$




120-rasm

$\bar{\upsilon}_A = \bar{\upsilon}_{AP}, \bar{\upsilon}_B = \bar{\upsilon}_{BP}$ va $\bar{\upsilon}_{AP} = \bar{\upsilon}_{BP}$ - **A** va **B** nuqtalarni tezliklar oniy markazi atrofida aylaganda hosil tezligi.

$$\begin{matrix} \upsilon_{AP} = \omega \cdot AP \\ \upsilon_{BP} = \omega \cdot BP \end{matrix} \text{ yoki } \begin{matrix} \upsilon_A = \omega \cdot AP \\ \upsilon_B = \omega \cdot BP \end{matrix} \qquad (54)$$

$$\bar{\upsilon}_A \perp AP \qquad \bar{\upsilon}_B \perp BP$$

$$\omega = \frac{\upsilon_A}{AP}; \qquad \omega = \frac{\upsilon_B}{BP}; \qquad (55)$$

(55) formula bilan tekis shaklning burchak tezligi topiladi. Demak, biror onda oniy markazi ma’lum bo`lgan tekis shakl nuqtalarning shu ondagi tezliklarini aylanma harakatdagi jism nuqtalarning tezliklari kabi topish mumkin.(54) formuladan tekis shakl nuqtalarining ayni paytdagi tezliklari orasidagi munosabatni aniqlaymiz.

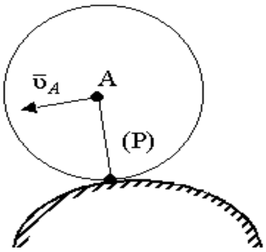
$$\frac{\upsilon_A}{PA} = \frac{\upsilon_B}{PB} \qquad (56)$$

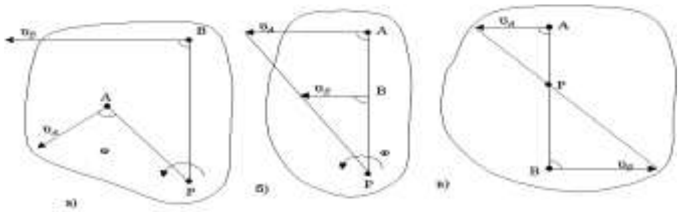
Ya’ni har ondagi tekis shakl nuqtalari tezliklarning moduli oniy markazdan to nuqtalargacha bo`lgan masofaga proporsional bo`ladi. Demak, tezliklar oniy markazi bilan tekis shaklning har qanday nuqtasining tezligini topish uchun shu shaklda yotgan ixtiyoriy **A** nuqtasining tezligining moduli va yo`nalishi berilgan bo`lishi kifoya.

**BA’ZI HOLLARDA TEZLIKLAR ONIY MARKAZINI ANIQLASH.**

Agar tekis shakl biror qo`zg`almas sirt ustida sirpanmasdan yumalab harakat qilsa, u holda urinish nuqtasi tezliklarining oniy markazi bo`ladi. **P** urinish nuqtasi tezliklarning oniy markazi bo`ladi $\upsilon_P = 0$ (120 - rasm)

Agar tekis shakl biror **A** nuqtasining tezligi $\bar{\upsilon}_A$ va V nuqta tezligining yo`nalishi ma’lum bo`lsa, tezliklar oniy markazi **A** va **V** nuqtalardan tezliklarga o`tkazilgan perpendikulyarlarning kesishgan nuqtasida bo`ladi (121-rasm a).



121 – rasm 122 - rasm

1. Agar tekis shakl **A** va **V** nuqtalarining tezliklari parallel va **AV** kesmaga perpendikulyar yo`nalgan bo`lsa, u holda tezliklar oniy markazini aniqlash uchun tezliklarning moduli ham berilgan bo`lishi kerak (122-rasm b,v)

$$\frac{\upsilon_B}{\upsilon_A} = \frac{|PB|}{|PA|}$$

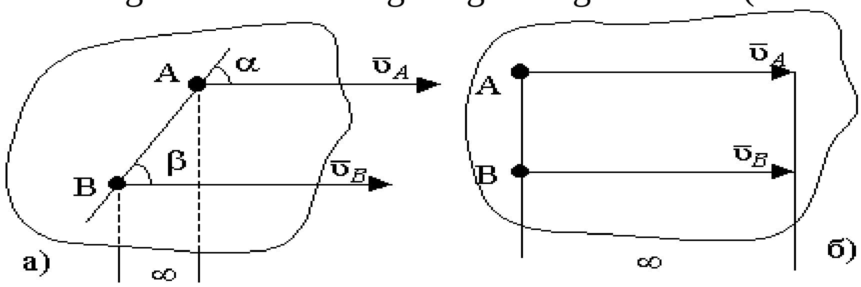
Demak, **A** va **V** nuqtalar tezlik vektorning uchi oniy markazdan o`tuvchi to`g`ri chiziqda yotadi. Shu to`g`ri chiziqning (AV) kesma bilan kesilgan nuqtasi tezliklar oniy markazi bo`ladi.

2. Agar tekis shakl **A** va **V** nuqtalarning tezliklari bir biri bilan parallel bo`lib **AV** kesma $\upsilon_A$ tezlikka perpendikulyar bo`lmasa bu holda **A** va **V** nuqtalardan ularni tezliklariga tushirilgan perpendikulyarlar o`zaro parallel bo`lib kesishmaydi. Demak tezliklar oniy markazi cheksizlikda bo`ladi (31 rasm a). **A** va **V** nuqtalarning tezliklarini **AV** to`g`ri chiziqqa proyeksiyalaymiz. U holda

$$\upsilon_A \cos\alpha = \upsilon_B \cos\beta \quad \alpha=\beta$$

$$\boldsymbol{\upsilon_A = \upsilon_B}$$

Agar tekis shakl **A** va **V** nuqtalarining tezliklari teng va parallel yo`nalgan bo`lsa, u holda tezliklar oniy markazi cheksizlikda bo`ladi /**AR**/=∞ tekis shaklning burchak tezligi 0 ga teng bo`ladi (123-rasm b)




123– rasm

Bu holda tekis shaklning barcha nuqtalarining teziklari o`zaro teng va parallel bo`ladi, ya'ni tekis shakl oniy ilgarilanma harakatda bo`ladi.

### TEKIS SHAKL NUQTASINING TEZLANISHINI ANIQLASH.

**Teorema:**

Tekis shakl ixtiyoriy **A** nuqtasining tezlanishi qutb tezlanishi bilan **V** nuqtaning qutb atrofida aylanishdan hosil bo`lgan tezlanishlarining geometrik yig`indisiga teng.

**Isbot:**

Tekis shakl ixtiyoriy V nuqtasini tezligini aniqlaydigan (46) formula berilgan bo`lsin.

$$\overline{\upsilon}_B = \overline{\upsilon}_A + \overline{\upsilon}_{BA}$$

(46) dan vaqt bo`yicha hosila olamiz.

$$\frac{d\overline{\upsilon}_B}{dt} = \frac{d\overline{\upsilon}_A}{dt} + \frac{d\overline{\upsilon}_{BA}}{dt} \qquad (57)$$

bunda

$$\frac{d\overline{\upsilon}_B}{dt} = \overline{W}_B; \quad \frac{d\overline{\upsilon}_A}{dt} = \overline{W}_A; \quad \frac{d\overline{\upsilon}_{BA}}{dt} = \overline{W}_{BA} \qquad (58)$$

(58) ni (57) ga qo`yamiz u holda

$$\overline{W}_B = \overline{W}_A + \overline{W}_{BA} \qquad (59)$$

(59) formula bilan tekis shaklning istalgan **V** nuqtasining tezlanishi topiladi.

Bunda $\overline{W}_A$ - A qutbning tezlanishi. $\overline{W}_{BA}$- B nuqtaning **A** qutb atrofida olganda hosil bo`lgan tezlanishi. **Wva** tezlanishini urinma va normal tezlanishlarga ajratamiz.

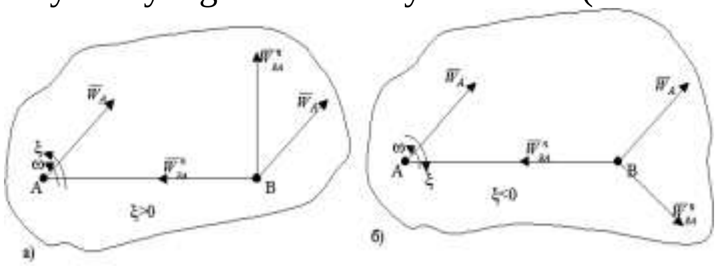
$$\overline{W}_{BA} = \overline{W}_{BA}^{\tau} + \overline{W}_{BA}^{n} \qquad (60)$$

Bunda $\overline{W}_{BA}^{\tau}$ va $\overline{W}_{BA}^{n}$ B Nuqtaning tekis shakl bilan birga

$$\begin{aligned} \overline{W}_{BA}^{\tau} &= \zeta \cdot AB \\ \overline{W}_{BA}^{n} &= \omega^2 \cdot AB \end{aligned} \quad \text{bunda} \quad \begin{aligned} &\overline{W}_{BA}^{\tau} \perp \overline{W}_{BA}^{\tau} \\ &\overline{W}_{BA} = |AB|\sqrt{\zeta^2 + \omega^4} \end{aligned} \qquad (61)$$

$\overline{W}_{BA}^{n}$ - tezlanish vektori har doim V nuqtadan A qutbga qarab yo`nalgan bo`ladi.

$\overline{W}_{BA}^{\tau}$ - tezlanish vektorining yo`nalishi tekis shaklning harakatiga bog`liq bo`ladi. Agar tekis shaklning harakati tezlanuvchan bo`lsa ya’ni **ε>0** $\overline{W}_{BA}^{\tau}$ tezlanish shakl aylanayotgan tomonga qarab yo`nalgan bo`ladi. Aks holda **ε<0** shakl aylanayotgan teskari yo`naladi (124-rasm a,b)




124-rasm

(62) ni (61) ga qo`yib V nuqtaning tezlanishi topiladi.

$$\overline{W}_B = \overline{W}_A + \overline{W}_{BA}^{\tau} + \overline{W}_{BA}^{n} \qquad (62)$$

Tekis shaklning har qanday **V** nuqtasining tezlanishi qutbning tezlanishi bilan **V** nuqtaning tekis shakl shu birga shu qutb atrofida aylanishdan hosil bo`lgan urinma (aylanma) va normal tezlanishlarning geometrik yig`indisiga teng bo`ladi.

Tekis shakl ixtiyoriy nuqtasi tezlanishining miqdor va yo`nalishini (62) dan foydalanib aniqlash murakkab bo`lishi mumkin. Bunday holda $\overline{W}_B$ tezlanishni bir biriga perpendikulyar yo`nalgan o`qlardagi proyeksiyalari topiladi. Buning uchun o`qlardan birini, masalan **X** o`qni, aylanish radiusi (**AV**) bo`ylab, ikkinchisini esa unga perpendikulyar ravishda o`tkazib (63) ni shu o`qlarga proyeksiyalaymiz:

Tezlanish $\overline{W_B}$ ning koordinata o`qlaridagi proyeksiyalari ma’lum bo`lsa, uning moduli va yo`nalishi quyidagi formulalardan topiladi.

$$W_B = \sqrt{W_{BX}^2 + W_{BY}^2} \qquad (64)$$

$$\cos(\overline{W}, X) = \frac{W_{BX}}{W_B}; \qquad \cos(\overline{W}, Y) = \frac{W_{BY}}{W_B}; \qquad (65)$$

## TAYANCH IBORALAR.

Tezlik, tezlanish, tekis parallel harakat, to`g`ri chiziqli harakat, aylanma harakat, oniy markaz.

## TAKRORLASH UCHUN SAVOLLAR.

1. Tezliklar oniy markazi deb nimaga aytiladi?
2. Tekis shakl ikki nuqtasi tezliklarining yo`nalishi ma’lum bo`lsa, tezliklar oniy markazini qanday aniqlash mumkin?
3. Tezliklar oniy markazi cheksizlikda bo`lgan paytda tekis shakl nuqtalarining tezligini aniqlang?
4. Burchak tezligi qanday aniqlanadi?
5. Tekis shaklning **A** va **V** ikki nuqtasi berilgan. Bunda A nuqtasini tezligi AV ga perpendikulyar yo`nalgan ekanligi ma’lum V nuqtani tezligi qanday yo`naladi?
6. Tekis shakl ixtiyoriy nuqtasining tezlanishi qanday aniqlanadi?
7. Urinma tezlanishni miqdori qanday topiladi?
8. Urinma tezlanishni yo`nalishini aniqlang?
9. Normal tezlanishni miqdori qanday topiladi?
10. Normal tezlanishni yo`nalishini aniqlang?
11. $\overline{a_B} = \overline{a_A} + \overline{a_{BA}}^2 + \overline{a_{BA}}^\tau$ tenglikdagi $\overline{a_{BA}}^\tau$ va $\overline{a_{BA}}^n$ tezlanishlarning moduli qanday topiladi? Ular qanday yo`nalgan?

## MA’RUZA №17 NUQTANING MURAKKAB HARAKATI.

### REJA:

1. Nuqtaning nisbiy harakati.
2. Nuqtaning ko`chirma harakati.
3. Nuqtaning absolyut harakati.
4. Tezliklarni qo`shish haqidagi teorema.
5. Tezlikning miqdori.
6. Tezlikning yo`nalishi.

### Adabiyotlar:

### Asosiy:

**1.** P.Shoxaydarova, Sh.Shoziyotov, Sh.Zoirov «Nazariy mexanika» darslik. Toshkent 1991 yil.

**2.** T.R.Rashidov, Sh.Shoziyotov, K.B.Muminov «Nazariy mexanika asoslari» darslik. Toshkent 1990 y.

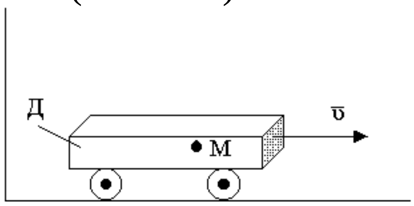
**3.** S.M.Targ «Kratkiy kurs teoreticheskoy mexaniki» «Visshaya shkola» 2002 g.

**4**. I.V.Meshcherskiy. Nazariy mexanikadan masalalar to`plami. O`quv qo`llanmasi Toshkent. 1989 y.
**5.** "Sbornik zadaniy dlya kursovix rabot po teoreticheskoy mexanike" pod redaktsiey A. A. Yablonskogo, «Visshaya shkola», 1985 g.

**Qo`shimcha:**

**1.** Murodov M.M., Usnatdinov K.U., Inoyatova X. "Nazariy mexanika"
**2.** Murodov M.M., Gaybullaev Z.X. "Nazariy mexanika" fanidan ma'ruzalar matni 1999 y.
**3.** S.K.Azizkoriev, Yangurazov SH. Nazariy mexanikadan masalalar yechish. O`quv qo`llanmasi. Toshkent 1980 y.
**4.** Murodov M.M., Usnatdinov K.U. "Nazariy mexanikadan nazorat savollari" 2001y.

Agar nuqta yoki qattiq jism bir vaqtda ikkita yoki undan ko`p harakatda ishtirok qilsa nuqtaning, qattiq jismning bunday harakatiga murakkab yoki absolyut harakat deyiladi. Masalalarni yechishda nuqta yoki jismning harakatini ikki va undan ortiq koordinata sistemalariga nisbatan tekshirishga to`g`ri keladi. Bunday holda koordinata sistemalaridan biri qo`zg`almas deb olinib, qolganlari esa unga nisbatan ma'lum qonunga muvofik harakat qiladi deb ko`riladi. Bu holda nuqta qo`zg`almas koordinatalar sistemasiga nisbatan murakkab harakatda bo`ladi. Masalan: Avtobus yoki poezd ichidagi passajirning harakati. Bu misolda yer bilan bog`langan koordinatalar sistemasi qo`zg`almas bo`lib, poezd, avtobus bilan bog`langan koordinatalar sistemasi qo`zg`aluvchi koordinatalar sistemasidan iborat bo`ladi. M nuqtaning vagonga nisbatan qilgan harakatiga nisbiy harakat deyiladi. Uning vagon bilan birga yerga nisbatan qilgan harakatiga ko`chirma harakat deyiladi. M nuqtaning bevosita yerga nisbatan qilgan harakati murakkab harakat bo`ladi (125-rasm).

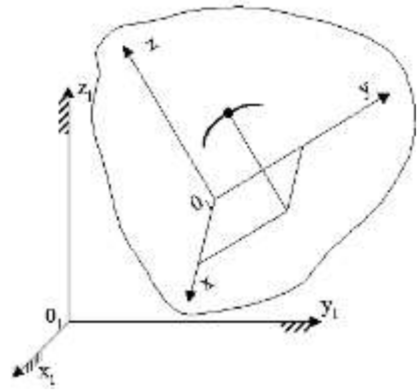


125-rasm

Ma'lum bir harakat qiluvchi D jism berilgan bo`lsin. OXO'Z - D jismga maxkam o`rnatilgan qo`zg`almas sistema. O, X, U, Z - qo`zg`almas koordinatalar sistemasi (126-rasm.) M nuqtaning qo`zg`aluvchi koordinata sistemasi koordinata sistemasiga nisbatan qilgan harakatiga nisbiy harakat deyiladi.

Nuqtaning nisbiy harakatdagi tezligi va tezlanishiga shu nuqtaning nisbiy tezligi va nisbiy tezlanishi deyiladi.

Nuqtaning nisbiy tezligini $\overline{\upsilon}_r$ bilan, nisbiy tezlanishini $\overline{W}_r$ bilan belgilaydi. M nuqtaning qo`zg`aluvchi sistema bilan yoki D jism bilan birga qo`zg`almas sistemaga nisbatan qilgan harakatiga ko`chirma harakat deyiladi. M nuqtaning ko`chirma harakatdagi tezligi va tezlanishiga shu nuqtaning ko`chirma tezligi va ko`chirma tezlanishi deyiladi. Nuqtaning ko`chirma tezlikni $\overline{\upsilon}_e$ bilan




126-rasm.

ko`chirma tezlanishini $\overline{W}_e$ bilan belgilaymiz. M nuqtaning bevosita qo`zg`almas koordinatalar sistemasiga nisbatan harakati murakkab harakat yoki absolyut harakat deyiladi. Nuqtaning absolyut yoki murakkab harakatdagi absolyut tezlik, tezlanishini absolyut tezlanish deyiladi. Absolyut tezlikni $\overline{\upsilon}_a$ bilan, absolyut tezlanishini $\overline{W}_a$ bilan belgilaymiz.

## TEZLIKLARNI QO`SHISH HAQIDAGI TEOREMA.

**Teorema:**

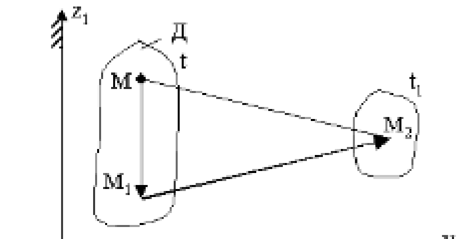
Nuqtaning absolyut tezligi uning nisbiy va ko`chirma tezliklarining geometrik yig`indisiga teng.

$\overline{\upsilon}_a = \overline{\upsilon}_r + \overline{\upsilon}_e$ (139)

**Isbot:**

Qo`zg`almas to`g`ri burchakli O, X, U, Z koordinata sistemasiga nisbatan harakat qilayotgan D jism berilgan bo`lsin. Shu jismga nisbatan M nuqta harakat qiladi. berilgan bo`lsin D jismning t va $t_1$ vaqtlardagi holatlari berilgan bo`lsin (127 - rasm.)

$\Delta$t vaqt ichida M nuqta D jismga nisbatan $\overline{MM_1}$ masofaga jism bilan birga $\overline{MM_2}$ masofaga siljiydi.




127 – rasm

Bunda $\overline{MM_1}$ va $\overline{M_1M_2}$ - mos ravishda M nuqtaning nisbiy va ko`chirma siljish vektori MM2 nuqtaning absolyut siljish vektori. Rasmdan:

$$\overline{MM_2} = \overline{MM_1} + \overline{M_1M_2} \qquad (140)$$

(140) - formulaning ikkala qismning $\Delta$t ga bo`lamiz:

$$\frac{\overline{MM_2}}{\Delta t} = \frac{\overline{MM_1}}{\Delta t} + \frac{\overline{M_1M_2}}{\Delta t} \qquad (141)$$

(141) formuladagi

$$\frac{\overline{MM_2}}{\Delta t}, \ \frac{\overline{MM_1}}{\Delta t} \quad ва \quad \frac{\overline{M_1M_2}}{\Delta t}$$

- mos ravishda M nuqtaning Δt vaqt ichidagi o`rtacha absolyut, nisbiy va ko`chirma tezligi bo`ladi.
Nuqtaning biror ixtiyerii t vaxtdagi tezligini topish uchun (141) ni Δt→0 intiltirib limit olamiz:

$$\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\overline{MM_2}}{\Delta t}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\overline{MM_1}}{\Delta t}+\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\overline{M_1M_2}}{\Delta t}$$

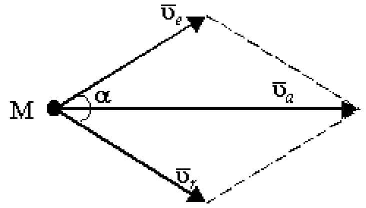
bunda

$$\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\overline{MM_2}}{\Delta t}=\overline{\upsilon}_a,\qquad \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\overline{MM_1}}{\Delta t}=\overline{\upsilon}_r,\qquad \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\overline{M_1M_2}}{\Delta t}=\overline{\upsilon}_e,\quad (142)$$

Demak (142) formulani quyidagicha yozamiz.

$$\overline{\upsilon}_a=\overline{\upsilon}_r+\overline{\upsilon}_e$$

Teorema isbot qilindi. (142) formula nuqtaning ko`chirma harakati ilgarilanma va aylanma harakatlardan iborat bo`lgan hollarda ham urinlidir.
Absolyut tezlikning modulini va yo`nalishini aniqlash uchun nisbiy va ko`chirma tezliklardan paralellogram yasash kerak (128 - rasm).




128- rasm.

Absolyut tezlikning moduli quyidagi formula bilan aniqlanadi.

$$\upsilon=\sqrt{\upsilon_r^2+\upsilon_e^2+2\upsilon_r\upsilon_e\cos\alpha}\qquad (143)$$

bunda α, $\overline{\upsilon}_r$ va $\overline{\upsilon}_e$ tezliklar orasidagi burchak.
Agar I α=0 bo`lsa, ya'ni $\overline{\upsilon}_r$ bilan $\overline{\upsilon}_e$ tezliklar bir to`g`ri chiziq bo`ylab bir tomonga yo`nalgan bo`lsa, absolyut tezlik quyidagicha topiladi.

$$\upsilon_a=\sqrt{\upsilon_r^2+\upsilon_e^2+2\upsilon_r\upsilon_e}=\upsilon_r+\upsilon_e$$

Agar II α=90° bo`lsa, ya'ni $\overline{\upsilon}_r\perp\overline{\upsilon}_e$, absolyut tezlik I

$$\upsilon_a=\sqrt{\upsilon_r^2+\upsilon_e^2}$$

Agar α=180° bo`lsa, ya'ni $\overline{\upsilon}_r$ bilan $\overline{\upsilon}_e$ bir to`g`ri chiziq bo`ylab qarama qarshi yo`nalgan bo`lsa absolyut tezlik quyidagicha topiladi.

$$\upsilon_a=\sqrt{\upsilon_r^2+\upsilon_e^2-2\upsilon_r\upsilon_e}=|\upsilon_r-\upsilon_e|$$

Agar nisbiy, ko`chirma va absolyut tezliklaridan ixtiyoriy ikkitasi ma'lum bo`lsa, uchunchi noma'lum tezlikni tezliklarni qo`shish haqidagi teoremadan foydalanib aniqlash mumkin.

## MA'RUZA №18 NUQTANING KO`CHIRMA HARAKATI AYLANMA HARAKATDAN IBORAT BO`LGAN HOLDA TEZLANISHLARNI QO`SHISH TEOREMASI.

### REJA:

1. Tezlanishlarni qo`shish haqidagi teorema.
2. Ko`chirma harakat ilgarilanma bo`lgan hol.
3. Ko`chirma harakat aylanma bo`lgan hol.
4. Kariolis tezlanishning miqdorini aniqlash.

5. Kariolis tezlanishi yo`nalishini aniqlash.

**Adabiyotlar**

**Asosiy:**

**1.** P.Shoxaydarova, Sh.Shoziyotov, Sh.Zoirov «Nazariy mexanika» darslik. Toshkent 1991 yil.
**2.** T.R.Rashidov, Sh.Shoziyotov, K.B.Muminov «Nazariy mexanika asoslari» darslik. Toshkent 1990 y.
**3.** S.M.Targ «Kratkiy kurs teoreticheskoy mexaniki» «Visshaya shkola» 2002 g.
**4**. I.V.Meshcherskiy. Nazariy mexanikadan masalalar to`plami o`quv qo`llanmasi Toshkent 1989 y.
**5.** "Sbornik zadaniy dlya kursovix rabot po teoreticheskoy mexanike" pod redaktsiey A. A. Yablonskogo, «Visshaya shkola», 1985 g.

**Qo`shimcha:**

**1.** Murodov M.M., Usnatdinov K.U., Inoyatova X. "Nazariy mexanika"
**2.** Murodov M.M., Gaybullaev Z.X. "Nazariy mexanika" fanidan ma'ruzalar matni 1999 y.
**3.** S.K.Azizkoriev, Yangurazov Sh. Nazariy mexanikadan masalalar yechish o`quv qo`llanmasi. Toshkent 1980 y.
**4.** Murodov M.M., Usnatdinov K.U. "Nazariy mexanikadan nazorat savollari" 2001y.

**Teorema:** Nuqtaning ko`chirma harakati aylanma harakatdan iborat bo`lgan holda nuqtaning absolyut tezlanishi uning nisbiy, ko`chirma va Kariolis tezlanishlarning geometrik yig`indisiga teng bo`ladi.

$$\overline{W}_a = \overline{W}_r + \overline{W}_e + \overline{W}_\kappa \qquad (144)$$

bunda $\overline{W}_r, \overline{W}_e, \overline{W}_\kappa$ lar mos ravishda nuqtaning ko`chirma nisbiy va Kariolis tezlanishlari bo`ladi.

$\overline{W}_r$ âà$\overline{W}_e$ tezlanishlarni urinma va normal tezlanishlarga ajratish mumkin.

$$\overline{W}_r = \overline{W}_r^\tau + \overline{W}_r^n \qquad (145)$$

$W_r^\tau$ ning moduli quyidagiga teng

$$W_r^\tau = \frac{d\upsilon_r}{dt} = \frac{d^2 S_r}{dt^2};$$

$W_r^n$ ning moduli:

$$W_r^n = \frac{\upsilon_r^2}{\rho}$$

Agar nuqtaning nisbiy harakati to`g`ri chiziqli bo`lsa
$W_r^n = 0$ bo`ladi.

$$\overline{W}_e = \overline{W}_e^\tau + \overline{W}_e^n \qquad (146)$$

$\overline{W}_e^\tau$ ning moduli quyidagiga teng

$$\overline{W}_e^\tau = \zeta_e h$$

$\overline{W}_e^n$ We ning moduli

$$\overline{W}_e^n = \omega_n^2 \cdot h$$

(145) va (146) larni (144) ga qo`yamiz u holda

$$\overline{W}_a = \overline{W}_r^n + \overline{W}_r^\tau + \overline{W}_e^\tau + \overline{W}_\kappa \qquad (147)$$

ko`chirma harakat aylanma harakatdan iborat bo`lgan holda nuqtaning absolyut tezlanishi (147) formuladan topiladi.

$\overline{W}_a$ absolyut tezlanishning modulini aniqlash uchun (147) x,y,z, koordinata o`qlariga proyeksiyalab, uning shu o`qlardagi $W_{ax}$, $W_{ay}$, $W_{az}$ proyeksiyalarini topish kerak. Absolyut tezlanishning modulini quyidagi formula bilan aniqlaymiz:

$$\overline{W}_a = \sqrt{W_{ax}^2 + W_{ay}^2 + W_{az}^2}$$

## KARIOLIS TEZLANISHINING MODULINI VA YO`NALISHINI ANIQLASH.

Kariolis tezlanish murakkab harakatdagi nuqtaning ko`chirma harakat burchak tezligi bilan nisbiy harakat tezligining vektorli ko`paytmasining ikkilanganiga teng.

$$\overline{W}_к = 2(\overline{\omega}_e \times \overline{\upsilon}_r) \qquad (148)$$

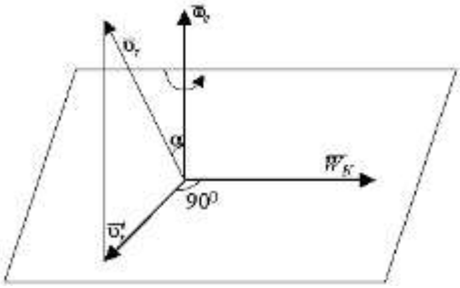
Agar $\overline{\omega}_e$ bilan $\overline{\upsilon}_r$ orasidagi burchak kattaligini α bilan belgilasak, Kariolis tezlanishining moduli quyidagicha teng bo`ladi.

$$\overline{W}_к = 2\overline{\omega}_e\overline{\upsilon}_r \sin\alpha \qquad (149)$$

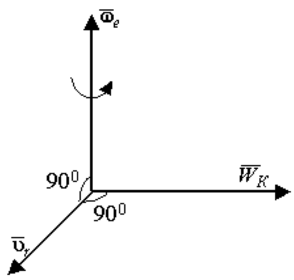
Kariolis tezlanishning yo`nalishini aniqlaymiz. M nuqtaning nisbiy tezligi $\overline{\upsilon}_r$ berilgan bo`lsin. Kariolis tezlashining yo`nalishining aniqlash uchun M nuqtadan $\overline{\omega}_e$ burchak tezlik vektoriga perpendikulyar qilib. P tekisligini o`tkazamiz. Nisbiy tezlik $\overline{\upsilon}_r$ ni shu tekislikka proyeksiyalaymiz $\overline{\upsilon}_r'$ proyeksiyani M nuqta atrofida aylanish yo`nalishga qarab, 90 burchakka bursak Kariolis tezlanishini yo`nalishi. (129 - rasm) Agar $\overline{\omega}_e \perp \overline{\upsilon}_r$ bo`lsa (130 - rasm) sinα=1. U holda

$$\overline{W}_к = 2\overline{\omega}_e\overline{\upsilon}_r \qquad (150)$$

Nuqtaning Kariolis tezlanishi quyidagi hollarda nolga teng bo`ladi.



129-rasm



130-rasm.

1. Ko`chirma harakat ilgarilanma harakat bo`lsa bu holda we = 0 shuning uchun **$W_k$=0** bo`ladi.

Ko`chirma harakat ilgarilanma harakat bo`lganda nuqtaning absolyut tezlanishi shu nuqtaning nisbiy va ko`chirma tezlanishlarning geometirik yig`indisiga teng bo`ladi.

$$\overline{W}_a = \overline{W}_r + \overline{W}_e \qquad (151)$$

Shunday qilib, ko`chirma harakat ilgarilanma harakat bo`lganda, nuqtaning absolyut tezlanishi nisbiy tezlanish $\overline{W}_r$ va ko`chirma tezlanish $\overline{W}_e$ larga qurilgan paralellogramning diagonali bilan ifodalanadi. Bu holda absolyut tezlanishning moduli quyidagicha topiladi.

$$W_a = \sqrt{W_r^2 + W_e^2 + 2W_rW_e\cos\alpha} \qquad (152)$$

bunda **α**$\overline{W}_r$ vektori bilan $\overline{W}_e$ vektori orasidagi burchak.

2.Nuqtaning nisbiy tezligi $\overline{\upsilon}_r$ 0 ga teng bo`lsa $\upsilon_r = 0$ $W_к = 0$.

3. $\overline{\omega}_e$ va $\overline{\upsilon}_r$ vektorlar o`zaro paralel bo`lsa, chunki bu holda $\alpha=0°$, $\alpha=180°$ $W_k=0$ bo`ladi.

## TAYANCH IBORALAR.

Trayektoriya, tezlik, tezlanish, urinma, bosh normal, binormal, tabiiy o`qlar, urunma va normal tezlanishlar, tekis harakat, tekis o`zgaruvchan harakat.

## TAKRORLASH UCHUN SAVOLLAR

1. Nuqtaning nisbiy harakatini ayting?
2. Nuqtaning ko`chirma harakatini ayting?
3. Nuqtaning absolyut harakatini ayting?
4. Tezliklarni qo`shish haqidagi teoremani ta'riflang?
5. Tezlikning miqdori qanday aniqlanadi?
6. Tezlikning yo`nalishi qanday aniqlanadi?
7. Tezlanishlarni qo`shish haqidagi teoremani ta'riflang?
8. Ko`chirma harakat ilgarilanma bo`lganda nuqtaning tezlanishi qanday aniqlanadi?
9. Ko`chirma harakat aylanma bo`lganda nuqtaning tezlanishi qanday aniqlanadi?
10. Kariolis tezlanishni miqdori qanday aniqlanadi?
11. Kariolis tezlanishini yo`nalishini aniqlang?.

# MA'RUZA №19 DINAMIKA.

## Dinamikaning asosiy tushunchalari.

## REJA:

1. Dinamaka predmeti
2. Asosiy tushunchalar
3. Ta'riflar
4. Massa
5. Moddiy nuqta, kuch.
6. Mexankaning asosiy qonunlari.
7. Inersional sanoq sistemasi.
8. Nuqta harakatining dekart koordinatalardagi differensial tenglamalari.
9. Nuqta dinamikasining birinchi asosiy masalasi.
10. Nuqta dinakmikasining ikkinchi asosiy masalasi.

## Adabiyotlar:

### Asosiy:

**1.** P.Shoxaydarova, Sh.Shoziyotov, Sh.Zoirov «Nazariy mexanika» darslik. Toshkent 1991 yil.
**2.** T.R.Rashidov, Sh.Shoziyotov, K.B.Muminov «Nazariy mexanika asoslari» darslik. Toshkent 1990 y.
**3.** S.M.Targ «Kratkiy kurs teoreticheskoy mexaniki» «Visshaya shkola» 2002 g.
**4**. I.V.Meshcherskiy. Nazariy mexanikadan masalalar to`plami o`quv qo`llanmasi Toshkent. 1989 y.
**5.** "Sbornik zadaniy dlya kursovix rabot po teoreticheskoy mexanike" pod redaktsiey A. A. Yablonskogo, «Visshaya shkola», 1985 g.

**Qo`shimcha:**


1. Murodov M.M., Usnatdinov K.U., Inoyatova X. “Nazariy mexanika”
2. Murodov M.M., Gaybullaev Z.X. “Nazariy mexanika” fanidan ma’ruzalar matni 1999 y.
3. S.K.Azizkoriev, Yangurazov Sh. Nazariy mexanikadan masalalar yechish. O`quv qo`llanmasi. Toshkent 1980 y.
4. Murodov M.M., Usnatdinov K.U. “Nazariy mexanikadan nazorat savollari” 2001y.


Nazariy mexanikaning dinamika bo`limida jismlarning harakati ularning massasiga va harakatni vujudga keltiruvchi kuchlarga bog`liq ravishda tekshiriladi.

Jism harakatlanganda unga o`zgarmas kuchlardan tashqari miqdor va yo`nalish jixatidan o`zgaradigan kuchlar ham ta’sir yetadi. Jismlarning o`zaro ta’sir kuchlari vaqtga, jism holatiga va uning tezligiga ma’lum munosabatda bog`liq bo`ladi.

Masalan: elektrovoz reostatini ketma-ket ulashda i1k o`zishda hosil bo`ladigan tortish kuchi jismning harakatiga bog`liq, xavoning qarshilik kuchi esa jismning tezligiga bog`liq bo`ladi. Demak, umumiy holda jismga ta’sir etuvchi kuchlar vaqtga, jismning holatiga va tezligiga bog`liq bo`ladi.

$$\bar{F} = \bar{F}(t, \bar{r}, \bar{\upsilon})$$

bunda $t$ -vaqt, $\bar{r}$ -radius vektor , $\bar{\upsilon}$ -nuqta tezligi.

Jismning qo`yilgan kuchlar ta’sirida o`z tezligini tez yoki sekin o`zgartirish xususiyati jismning inyertligi deyiladi. Jismning inyertligini miqdor jixatidan ifodalovchi fizik kattalik jismning massasi deyiladi. Mexanikada jismning massasi o`zgarmas, skalyar va musbat kattalik deb qaraladi. Dinamikada dastlab jismlarning o`lchamlari va massalarining taqsimlanishini e’tiborga olmagan holda ularning harakatini o`rganish uchun moddiy nuqta tushunchasi kirtiladi. Harakatini o`rganishda o`lchamlari ahamiyatga ega bo`lmagan, lekin massaga ega bo`lgan jism moddiy nuqta deyiladi.

Dinamikada jismning harakatini o`rganishni, odatda, uning nuqtasining harakatini o`rganishdan boshlanadi.

Dinamika ikki qismga bo`linadi:

1. Moddiy nuqta dinamikasi
2. Mexanik sistema va qattiq jism dinamikasi.

Dinamikada quyidagi ikkita masala yechamiz:

1. Nuqta yoki sistemaning harakati berilgan, shu nuqta yoki sistemaga ta’sir qiluvchi kuchni topish kerak.
2. Nuqta yoki sistemaga ta’sir qiluvchi kuchlar berilgan, nuqta yoki sistemaning harakatini aniqlash kerak.

## DINAMIKANING ASOSIY QONUNLARI.

Mexanika qonunlari jismlarning tezliklari yorug`lik tezligidan ancha kichik bo`lgan holda o`rinli bo`ladi. Dinamika quyidagi 4 ta qonunga asoslangan:

*1-qonun (inersiya qonuni)*

Agar nuqtaga kuch ta’sir etmasa nuqta o`zining tinch yoki to`g`ri chiziqli tekis harakat holatini saqlaydi.

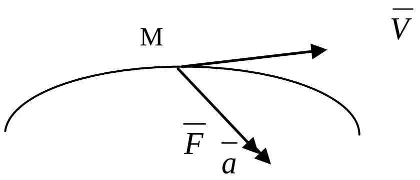
Inersiya qonuniga ko`ra $\bar{F} = 0$ bo`lsa, $\bar{\alpha} = 0$ bo`ladi, $\bar{\upsilon} = -{}”nst$ bo`ladi. Bu yerda $\bar{\upsilon}$ – moddiy nuqtaning tezlik vektori, $\bar{\alpha}$ - tezlanish vektori, $\bar{F}$ -kuch vektori.

*2-qonun (dinamikaning asosiy qonuni).*

Nuqtaga ta’sir etayotgan kuchning miqdori uning massasi bilan tezlanishining ko`paytmasiga teng bo`lib, kuch bilan tezlanishning yo`nalishi bir xil bo`ladi.

$$F = m\alpha \qquad (152)$$

bunda: $F$ - kuch miqdori
$m$ - nuqtaning massasi
$\alpha$ - nuqtaning tezlanishi




131-Rasm

Nuqtaning massasi quyidagicha aniqlanadi.

$$m = \frac{F}{\alpha} \qquad (153)$$

Jismning og`irligi uning massaci bilan erkin tushish tezlanishining ko`paytmasiga teng. $P = mg$

$$\text{bundan} \quad m = \frac{P}{g} \qquad (154)$$

bunda ***g***-erkin tushishi tezlanishi ***g=9,81 m/c***$^2$

(152) ning vektor ko`rinishi quyidagicha yoziladi.

$$m\overline{\alpha} = \vec{F} \qquad (155)$$

Kinematikadan ma’lumki nuqtaning tezlanishi quyidagiga teng.

$$\overline{\alpha} = \frac{d\overline{\upsilon}}{dt}; \qquad \overline{\alpha} = \frac{d^2 r}{dt^2} \qquad \text{u holda}$$

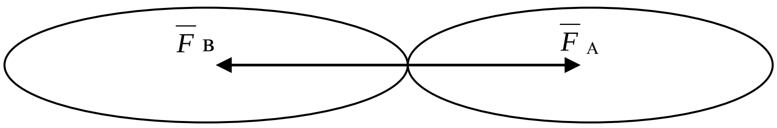
(153) tenglama quyidagicha yoziladi

$$m\frac{d^2\overline{r}}{dt^2} = F \qquad m\frac{d\overline{V}}{dt} = \overline{F} \qquad (156)$$

(153) va (154) tenglikka nuqta dinamikasining asosiy tenglamasi deyiladi.

*3-qonun (ta’sir va aks ta’sir qonuni)*

Har qanday ta’sir miqdor jixatidan o`ziga teng bo`lgan va bir to`g`ri chiziq bo`ylab teskari tomonga yo`nalgan aks ta’sirni vujudga keltiradi.




***132-Rasm***

***A*** jism ***V*** jismga kuchi bilan ta’sir etsa, ***V*** jism ham ***A*** jismga kuch bilan ta’sir qiladi.

$$\overline{F}_A = -\overline{F}_B$$
$$\left|\overline{F}_A\right| = \left|\overline{F}_B\right| \qquad (157)$$

Bu yerda $\overline{F}_A$ va $\overline{F}_e$ kuchlari o`zaro muvozanatlashmaydi, chunki kuchlar har xil jismga qo`yilgan .

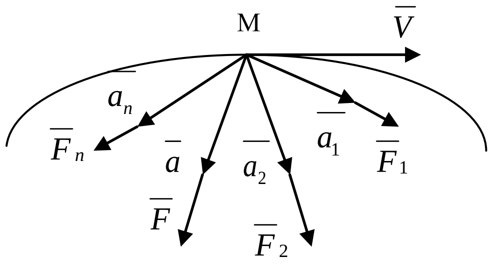
*4-qonun (kuchlar ta’sirining erkinlik qonuni)*

Nuqtaning bir nechta kuch birdaniga ta’sir etganda olgan tezlanishi shu kuchlarning har biri alohida-alohida ta’sir etganda olgan tezlanishlarining geometrik yig`indisiga teng.

$$\overline{\alpha} = \overline{\alpha}_1 + \overline{\alpha}_2 + \overline{\alpha}_3 + ... + \overline{\alpha}_n \quad (158)$$

bunda $\overline{\alpha}$ - nuqtaning $\overline{F}_1, \overline{F}_2, \overline{F}_3, ..., \overline{F}_n$ kuchlari birdaniga ta’sir etganda olgan tezlanishi.
$\overline{\alpha}_1, \overline{\alpha}_2, \overline{\alpha}_3 ... \overline{\alpha}_n$ - shu kuchlarning har biri alohida-alohida ta’sir etganda olgan tezlanishi (rasm-102)
(158)-tenglamani ikkala qismini nuqtaning massasiga ko`paytiramiz.

$$m\overline{\alpha} = m\overline{\alpha}_1 + m\overline{\alpha}_2 + m\overline{\alpha}_3 + ... + m\overline{\alpha}_n$$



133-Rasm

$$m\alpha = \overline{F}_1 + \overline{F}_2 + \overline{F}_3 + ... + \overline{F}_n$$

yoki $m\alpha = \sum \overline{F}_k$ (159)

Klassik mexanika qonunlari o`rinli bo`lgan sanoq sistemasi inersial sistema deyiladi. Texnika masalalarini yechishda inersial sistema sifatida yer bilan bevosita bog`langan sistema olinadi.

*Mexanik o`lchov birliklari sistemasi*

Hamma mexanik kattaliklarni o’lchash uchun 3 ta asosiy o`lchov birliklarini kiritish yetarlidir. Bulardan ikkitasi uchun vaqt va uzunlik birliklari olinishi kinematika bo`limidan ma’lum. 3- o`lchov birligi sifatida massa yoki kuchning o`lchov birliklari olinadi.

Mexanikada bir-biridan farq qiluvchi ikkita turdagi birliklar sistemasi kiritiladi.
Birinchi tur birliklar sistemasi.

Halqaro SI birliklar sistemasining tarkibiy qismi bo`lgan MKS sistemasi keng qo`llaniladi. Bu sistemada asosiy o`lchov birliklari uchun quyidagi birliklar olinadi:

1. Uzunlik birligi – 1 metr (m)
2. Massa birligi – 1 kilogramm (kg)
3. Vaqt birligi – 1 sekund (sek)

Qolgan barcha mexanik kattaliklarning birligi asosiy birliklardan hosilaviy birlik sifatida olinadi.

Masalan: kuch birligi uchun 1 n’yuton (N) qabul qilinadi. 1N=kgm/s$^2$, ya’ni 1kg massaga 1m/c$^2$ tezlanish beradigan kuch birligi 1N ga teng.
Ikkinchi tur birliklar sistemasi.

Texnik birliklar sistemasi deb ataluvchi MKGSS sistemasi ham qo`llaniladi. Bu sistemada asosiy o`lchov birliklari uchun quyidagi birliklar qabul qilinadi.

1. uzunlik birligi 1 metr (m)
2. kuch birligi – 1 kilogramm kuch (kgk)
3. vaqt birligi – 1 sekund- (sek)

Bu birliklar sistemasida massa birligi uchun bir texnik massa birligi (***t m b***) qabul qilingan

$\mathbf{1}(\boldsymbol{t\ m\ b})=\frac{1ђ‹ђ}{“/\_^{2}}$

***1kgk=9,81n*** ***1n=0,102kgk***

Bundan tashqari quyidagi munosabatlar o`rinlidir:

***1kgk=1tmb•1m/s²***

***1kgk=1kg•9,81 m/s²***

Har qanday massani yechishda faqat bitta birliklar sistemasidan foydalanish kerak.

## Moddiy nuqta harakatining Dekart koordinatalaridagi differensial tenglamalari.

Massasi ***t*** ga teng bo`lgan M nuqta $\overline{F}$ kuchi ta’sirida qo`zg`almas ***OXO’Z*** koordinatalar sistemasiga nisbatan harakatlanayotgan bo`lsin. $\overline{F}$ -nuqtaga qo`yilgan barcha kuchlarning teng ta’sir etuvchisi.

Nuqta dinamikasining asosiy tenglamasini yozamiz:

$$m\overline{\alpha}=\vec{F} \qquad (160)$$

$\overline{\alpha}=\frac{d\overline{\vartheta}}{dt}=\frac{d^2r}{dt^2}$ bo`lgani uchun (160) formula quyidagicha yoziladi.

$$m\frac{d\overline{\vartheta}}{dt}=\overline{F};\ (161) \qquad m\frac{d^2r}{dt^2}=F \qquad (162)$$

(161) yoki (162) tenglamalar erkin moddiy nuqta harakati differensial tenglamasining vektorli ifodasi deyiladi.

(161) tenglamani koordinata o`qlariga proyeksiyalaymiz

$$m\frac{d\overline{V}_›}{dt}=\overline{F}_›; \qquad m\frac{d\overline{V}_y}{dt}=F_y, \qquad m\frac{d\overline{V}_z}{dt}=\overline{F}_z;\ (163)$$

bunda $\vartheta_›=\vartheta_\_=\vartheta_z$ tezlik vektorining ***X,Y,Z*** o`qlaridagi proyeksiyasi

$$V_{x›}=\frac{dx}{dt}=\dot{X}, \qquad V_y=\frac{dy}{dt}=\dot{Y}, \qquad V_z=\frac{dz}{dt}=\dot{Z},\ (164)$$

***$F_x$, $F_y$, $F_z$-F*** kuchining ***X,Y,Z*** o`qlaridagi proyeksiyasi.

(163) formulaga nuqta harakatining Dekart koordinatalardagi differensial tenglamalari deyiladi.

(164) ni (163) ga qo`ysak quyidagi tenglamalar hosil bo`ladi.

$$m\frac{d^2›}{dt^2}=\overline{F}_›; \qquad m\frac{d^2y}{dt^2}=\overline{F}_y; \qquad m\frac{d^2z}{dt^2}=\overline{F}_z;(165)$$

$$\text{yoki}\ mx''=F_x; \qquad my''=F_y; \qquad mz''=F_z;\ (165.1)$$

(165), (165.1) formulalar ham nuqta harakatining Dekart koordinatalardagi differensial tenglamalarini ifodalaydi. Agar nuqta bir tekislikda ***(XOU)*** tekisligida harakat qilsa, (165) tenglama quyidagicha yoziladi:

$$m\frac{d\overline{\vartheta}_›}{dt}=\overline{F}_›; \qquad m\frac{d\overline{\vartheta}_y}{dt}=\overline{F}_y; \qquad (166)$$

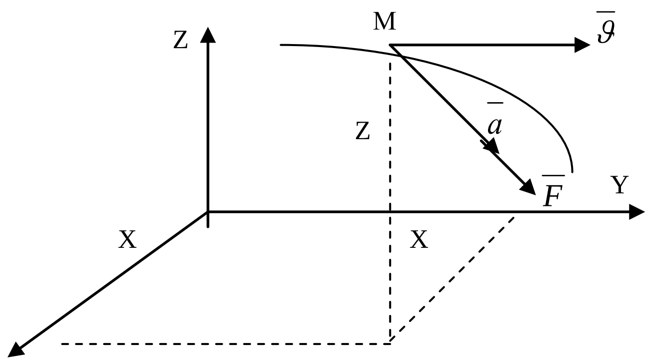
Agar nuqta to`g`ri chiziqli harakat qilsa (165) tenglama quyidagicha yoziladi

$$m\frac{d\overline{\vartheta}_›}{dt}=\overline{F}_›; \qquad (167)$$

(167) tenglamaga to`g`ri chiziqli harakatning differensial tenglamasi deyiladi.

134-Rasm

**Nuqta dinamikasining ikki asosiy masalasi.**




Moddiy nuqta dinamikasining birinchi asosiy masalasida nuqtaning massasi va harakat qonuni berilgan, nuqtaga ta’sir etuvchi kuchni topish o`rganiladi.

Nuqta dinamikasining ikkinchi masalasida nuqtaning massasi bilan unga ta’sir qiluvchi kuch berilgan nuqta harakatini vaqtni funktsiyasi shaklida aniqlash kerak.

## TAYANCH IBORALAR.

Ilgarilama harakat, aylanma harakat, burchak tezlik, burchak tezlanish, tekis aylanma harakat, tekis o`zgaruvchan aylanishlar, tezlik, tezlanish, urinma tezlanish, normal tezlanish.

## TARORLASH UCHUN SAVOLLAR

1. Dinamika bo`limi nimani o`rgatadi?
2. Asosiy tushuncha va ta’riflarni ayting.
3. Massa deb nimaga aytiladi?
4. Moddiy nuqta deb nimaga aytiladi?
5. Ichki va tashqi kuchlarni ayting.
6. Mexanikaning asosiy qonunlarini ayting.
7. Inersional sanoq sistemasi deb nimaga aytiladi?
8. Nuqta harakatining dekart koordinatalardagi differensial tenglamalarni yozing.
9. Tabiiy tenglamalarni yozing.
10. Nuqta uchun dinamikaning ikki asosiy masalasini ayting.

# MA’RUZA №20 Nuqta dinamikasining ikkinchi asosiy masalasi.

## REJA:

1. Nuqta harakatining differensial tenglamasi.
2. Nuqta dinamikasining birinchi masalasini yechish.
3. Nuqta dinamikasining ikkinchi masalasini yechish.
4. Boshlang`ich shartlar.
5. Integral o`zgarmaslar.
6. Differensial tenglamani integrallashning xususiy hollari.
7. Kuch o`zgarmas bo`lgan hol.
8. Kuch vaqtning funktsiyasi bo`lgan hol.

9. Kuch masofaning funktsiyasi bo`lgan hol.
10. Kuch nuqta tezligining funktsiyasi bo`lgan hol.

## Adabiyotlar:

**Asosiy:**

**1.** P.Shoxaydarova, SH.Shoziyotov, SH.Zoirov «Nazariy mexanika» darslik. Toshkent 1991 yil.
**2.** T.R.Rashidov, SH.Shoziyotov, K.B.Muminov «Nazariy mexanika asoslari» darslik. Toshkent 1990 y.
**3.** S.M.Targ «Kratkiy kurs teoreticheskoy mexanika» «Visshaya shkola» 2002 g.
**4**. I.V.Meshcherskiy. Nazariy mexanikadan masalalar to`plami. O`quv qo`llanmasi Toshkent. 1989 y.
**5.** “Sbornik zadaniy dlya kursovix rabot po teoreticheskoy mexanike” pod redaktsiey A. A. Yablonskogo, «Visshaya shkola», 1985 g.

**Qo`shimcha:**

**1.** Murodov M.M., Usnatdinov K.U., Inoyatova X. “Nazariy mexanika”
**2.** Murodov M.M., Gaybullaev Z.X. “Nazariy mexanika” fanidan ma’ruzalar matni 1999 y.
**3.** S.K.Azizkoriev, Yangurazov Sh. Nazariy mexanikadan masalalar yechish o`quv qo`llanmasi. Toshkent 1980 y.
**4.** Murodov M.M., Usnatdinov K.U. “Nazariy mexanikadan nazorat savollari” 2001y.

Nuqtani massasi bilan harakat tenglamalari berilgan bo`lsin.

$$\mathbf{x = f_1(t), y = f_2(t), z = f_3(t)} \qquad (168)$$

Harakatni vujudga keltiruvchi kuchni proyeksiyalarini aniqlaymiz. Buning uchun berilgan tenglamalardan vaqt bo`yicha ikki matra hosila olamiz.

$$\mathbf{\frac{d^2x}{dt^2} = f_1''(t), \quad \frac{d^2y}{dt^2} = f_2''(t); \quad \frac{d^2z}{dt^2} = f_3''(t);} \qquad (169)$$

Nuqta harakatining dekart koordinatalardagi differensial tenglamalariga qo`yamiz.

$$\mathbf{m\frac{d^2x}{dt^2} = \overline{F}_x; \quad m\frac{d^2y}{dt^2} = \overline{F}_y; \quad m\frac{d^2z}{dt^2} = \overline{F}_z;} \qquad (170)$$

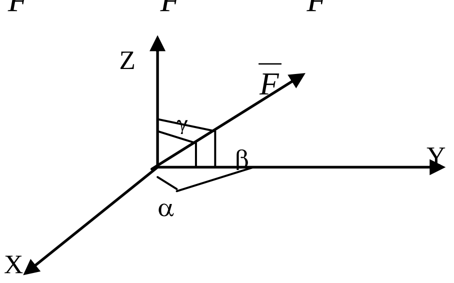
$$\mathbf{F_x = mf_1''(t); \quad F_y = mf_2''(t); \quad F_z = mf_3''(t);} \qquad (171)$$

Nuqtaga ta’sir etuvchi kuchning miqdori quyidagiga teng:

$$\mathbf{F = \sqrt{F_x^2 + \ F_y^2 + \ F_z^2}} \qquad (172)$$

Nuqtaga ta’sir etuvchi kuchning yo`nalishi yo’nalsatiruvchi kosinuslar yordamida topiladi.

$$-os\alpha = \frac{F_x}{F}; \cos\beta = \frac{F_y}{F}; \cos\gamma = \frac{F_z}{F} \qquad (173)$$



135-Rasm

Bunda, α, β, γ- F kuch vektori bilan koordinata o`qlari orasidagi burchak.

Nuqta dinamikasining birinchi masalasiga doir masalalar yechish tartibi.

Nuqta dinamikasining birinchi asosiy masalasi quyidagi tartibda yechamiz.

1). Nuqta tezlanishining koordinata o`qlaridagi proyeksiyasi topiladi.

2). (163)–formula bilan nuqtaga ta’sir etuvchi kuchning koordinata o`qlaridagi proyeksiyasi topiladi.

3). (172), (173)- formulalar bilan nuqtaga ta’sir etuvchi kuchning miqdori va yo`nalishi topiladi.

Nuqta dinamikasining birinchi masalasini yechishga doir misollar.

Misol №1.

Massasi ***0,2 kg*** bo`lgan moddiy nuqtaning harakati ***x=3cos2πt*** , ***y=4sinπt*** (sm) tenglamalar bilan ifodalanadi, bu yerda t-sekundlar hisobida. Nuqtaga ta’sir qiluvchi kuchning koordinatalari orqali ifodalansin.

Yechish. Nuqta tezlanishining koordinata o`qlaridagi proyeksiyasini aniqlaymiz.

$$\alpha_› = \frac{d^2x}{dt^2} = -12\pi^2\cos 2\pi t$$

$$\alpha_y = -4\pi^2\sin\pi t$$

nuqtaga ta’sir etuvchi kuchlarning koordinata o`qlaridagi proyeksiyasini aniqlaymiz

$$m\frac{d^2›}{dt^2} = \overline{F}_›; \qquad m\frac{d^2y}{dt^2} = \overline{F}_y;$$

$$\cos 2\pi t = \frac{x}{3}$$

$$\sin\pi t = \frac{y}{4} \quad F_x = m(-12\pi^2\cos 2\pi t) = -12\pi^2 m\frac{x}{3} = -4\pi^2 \bullet 0{,}2x = -0{,}8\bullet 986x = -7{,}89x$$

$$F_{\_} = m(-4\pi^2\sin\pi t) = -4\cdot 9{,}86\cdot 0{,}2\cdot\frac{\_\_}{4} = -9{,}86\cdot 0{,}2\_\_ = -1{,}97\_\_$$

Misol № 2

Massasi 2,04 bo`lgan jism gorizontal to`g`ri chiziq bo`ylab tebranma harakat qiladi. Jismning tebranma harakat tenglamasi quyidagicha aniqlanadi.

$$› = 10\sin\frac{\pi}{2}t \quad \text{M}$$

Jismga ta’sir qiluvchi kuch bilan uning harakat tenglamasi orasidagi munosabat va shu kuchning eng katta qiymati topilsin.

Yechish:Nuqta tezlanishining koordinata o`qlaridagi
proyeksiyasini topamiz.

$$v_x = \frac{dx}{dt} = 5\pi\cos\frac{\pi}{2}t$$

$$\alpha_x = \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{d\vartheta_x}{dt} = -\frac{5\pi^2}{2}\sin\frac{\pi}{2}t$$

$$\sin\frac{\pi}{2}t = \frac{x}{10}$$

$$F_x = m\frac{d^2x}{dt^2} = m\left(-\frac{5\pi^2}{2}\sin\frac{\pi}{2}t\right) = -\frac{m\cdot 5\cdot 9{,}86}{2}\cdot\frac{x}{10} =$$

$$-\frac{2{,}04\cdot 5\cdot 9{,}86x}{20} = -\frac{2{,}04\cdot 9{,}86›}{4} = -5{,}03ђн$$

$$F_{\max} = m\cdot\frac{5\pi^2}{2}\sin\frac{\pi}{2}t = \frac{2{,}04\cdot 5\cdot 9{,}86}{2} = \frac{100{,}5}{2} = 50{,}3H$$

## Nuqta dinamikasining ikkinchi masalasini yechish.

Moddiy nuqta dinamikasining ikkinchi asosiy masalasida massasi va nuqtaga ta'sir etuvchi kuch berilganda nuqtaning harakat qonuni aniqlanadi.
Bu masalani yechishda nuqta harakatining differensial tenglamalarini har birini ikki martadan integrallaymiz. $\vartheta_y = \frac{dy}{dt} = \dot{Y},$ U holda

$$x = f_1(t, c_1, c_2, ..., c_6),$$
$$y = f_2(t, c_1, c_2, ..., c_6), \qquad (174)$$
$$z = f_3(t, c_1, c_2, ..., c_6)$$

(174) tenglama nuqta harakatining tenglamasini ifodalaydi.
Bunda **$s_1$, $s_2$,…, $s_6$** -ixtiyoriy o`zgarmas miqdorlar, bu o`zgarmas miqdorlarni topish uchun boshlang`ich shartlardan foydalanamiz.
Nuqtaning boshlang`ich paytidagi ***t=0*** holatini va tezligini ifodalovchi shartlar – boshlang`ich shartlar deyiladi.
Masalan; boshlang`ich shartlar quyidagicha yoziladi.

**t=0**
$$x = x_0, \quad \vartheta_x = \vartheta_{0x}$$
$$y = y_0, \quad \vartheta_y = \vartheta_{0y}$$
$$z = z_0, \quad \vartheta_z = \vartheta_{0z}$$

Nuqta harakatining differensial tenglamasini nuqtaga ta'sir etuvchi kuch bir vaqtda nuqta koordinatasiga, tezligiga va vaqtga bog`liq bo`lganda integrallash mumkin emas. Differensial tenglamani faqat quyidagi hollarning birida integrallash mumkin.

1) Nuqtaga ta'sir etuvchi kuch o`zgarmas bo`lsa, $\overline{F} = const$ (og`irlik kuchi)
2) Kuch vaqtning funktsiyasi bo`lsa, $\overline{F} = F(t)$ (tortish kuchi)
3) Kuch masofaning funktsiyasi bo`lsa, $\overline{F} = F(s)$ (elastiklik kuchi)
4) Kuch nuqta tezligining funktsiyasi bo`lsa, $\overline{F} = F(\vartheta)$ (qarshilik kuchi)

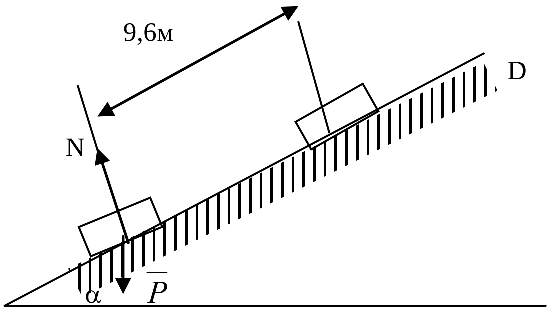
Nuqta dinamikasining ikkinchi masalasiga doir masalalar yechish tartibi:
Moddiy nuqta dinamikasining ikkinchi asosiy masalasi quyidagi tartibda yechamiz.
1.Inersial sanoq sistemasini kiritib, koordinata o`qlari tanlab olinadi.
2.Nuqtaga ta'sir etuvchi va bog`lanish reaksiya kuchlari chizmada ko'rsatiladi.
3.Nuqta harakatining differensial tenglamalari tuziladi.
4.Nuqta harakatining boshlang`ich shartlari aniqlanadi, ya'ni **t=0** bo`lgan boshlang`ich paytda

$$x = x_0, \vartheta_x = \vartheta_{0x}$$
$$y = y_0, \vartheta_y = \vartheta_{0y}$$
$$z = z_0, \vartheta_z = \vartheta_{0z}$$

aniqlab olinadi.
4. Tuzilgan tenglamalrning har biri ikki martadan integrallanadi.
5. Integrallashda hosil bo`ladigan o`zgarmas miqdorlarni boshlang`ich shartlardan foydalanib topiladi.
6. Tuzilgan differensial tenglamalarning boshlang`ich shartlarni qanoatlantiruvchi yechimi aniqlanali va izlanayotgan noma'lumlar topiladi.

Nuqta dinamikasining ikkinchi masalasiga doir masalalar yechish.
Masala №1.

Ogir jism gorizontga $30^0$ burchak ostida og`gan silliq tekislik bo`ylab pastga tushadi. Agar jismning tezligi boshlang`ich paytda 2m/s ga teng bo`lgan bo`lsa, jism 9,6 M yo`lni qancha vaqtda o`tishi topilsin.
Yechish.
Jismga ta’sir etuvchi kuchlarning yo`nalishini chizmada ifodalaymiz.




136-Rasm

Yo`l harakatining differensial tenglamasini tuzamiz. Buning uchun to`g`ri chiziqli harakat tenglamasidan foydalanamiz.

$$m\frac{d^2\text{›}}{dt^2}=\overline{F}_{\text{›}};\qquad m\frac{d\vartheta}{dt}=\overline{F}_{\text{›}};$$

chizmadan $F = P\sin\alpha = mg\cdot\sin\alpha$

$$m\frac{d^2\text{›}}{dt^2}=mg\sin\alpha$$

$$\frac{d^2\text{›}}{dt^2}=g\sin\alpha \qquad (175)$$

(175) ni integrallaymiz

$$\frac{d^2\text{›}}{dt^2}=\frac{d\vartheta_x}{dt}=g\sin\alpha$$

$$d\vartheta_x = g\sin\alpha\cdot dt \qquad (176)$$

$$\vartheta_x = g\sin\alpha\cdot t + c_1$$

$$\vartheta_x=\frac{dx}{dt}g\sin\alpha\cdot t+c_1$$

$$dx = g\sin\alpha tdt + c_1dt$$

$$x = g\sin\alpha\cdot\frac{t^2}{2}+c_1t+c_2 \qquad (27)$$

$c_1$ *ва* $c_2$ Узгармас микдорларни аниклаймиз.

$\mathrm{t}=0 \quad \mathrm{x}=x_0=0 \quad V_x=V_{0x}=2$ м/с

Бунинг учунбошлангич шартларни (26) ва (27)тенгламаларга куямиз.

$\mathrm{c}_1=2 \quad c_2=0$ *у холда* $\vartheta_x = g\sin\alpha\cdot t+2$

$$x = g\sin\alpha\cdot\frac{t^2}{2}+2t \qquad (28)$$

**(178) dan t ni aniqlaymiz.**

$$9,6 = 9,8 \cdot 0,5\frac{t^2}{2} + 2t$$
$$19.2 = 4.9t^2 + 4t$$
$$4.9t^2 + 4t - 19.2 = 0$$
$$t_{12} = \frac{-4 \pm \sqrt{16 + 4 \cdot 19.2 \cdot 4.9}}{2 \cdot 4.9} = \frac{-4 \pm \sqrt{352}}{9.8};$$
$$t_1 = \frac{-4 \pm 19.6}{9.8} = \frac{15.6}{9.8} = 1.6 \text{ сек}$$
$$\mathrm{t} = 1.6\text{сек}$$

## TAYANCH IBORALAR

Kuch, tezlanish, massa, differensial tenglama, boshlang`ich shartlar.

## TAKRORLASH UCHUN SAVOLLAR.

1. Nuqta dinamikasining differensial tenglamasini yozing.
2. Dinamikaning birinchi masalasini qanday yechamiz?
3. Dinamikaning ikkinchi masalasini qanday yechamiz?
4. Boshlang`ich shartlar deb nimaga aytiladi?
5. Integral o`zgarmaslar qanday aniqlanadi?
6. Differensial tenglamani qanday hollarning birida integrallash mumkin?
7. Kuch o`zgarmas bo`lgan holni ayting.
8. Kuch masofaning funksiyasi bo`lgan holni ayting.
9. Kuch vaqtning funksiyasi bo`lgan holni ayting.
10. Kuch nuqta tezligining funktsiyasi bo`lgan holni ayting.

# MA’RUZA № 21 Moddiy nuqta nisbiy harakatining differensial tenglamalari. Ko`chirma va Kariolis inersiya kuchlari.

## REJA:

1. Nuqtaning nisbiy harakati.
2. Inersial bo`lmagan sanoq sistemasi.
3. Nisbiy harakatning differensial tenglamasi.
4. Qo`zg`almas sanoq sistemasi ilgarilanma bo`lgan hol.
5. Qo`zg`almas sanoq sistemasi ilgarilama to`g`ri chiziqli bo`lgan hol.
6. Qo`zg`almas sanoq sistemasiga nisbatan tinch holatda bo`lgan hol.
7. Ko`chirma inersiya kuchlari.
8. Kariolis inersiya kuchlari.
9. Klassik mexanikaning nisbiy prinsipi.
10. Nisbiy muvozanat.

## Adabiyotlar:

### Asosiy:

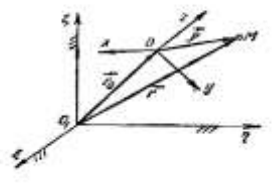
**1.** P.Shoxaydarova, Sh.Shoziyotov, Sh.Zoirov «Nazariy mexanika» darslik. Toshkent 1991 yil.

**2.** T.R.Rashidov, Sh.Shoziyotov, K.B.Muminov «Nazariy mexanika asoslari» darslik. Toshkent 1990 y.
**3.** S.M.Targ «Kratkiy kurs teoreticheskoy mexaniki» «Visshaya shkola» 2002 g.
**4**. I.V.Meshcherskiy. Nazariy mexanikadan masalalar to`plami o`quv qo`llanmasi Toshkent 1989 y.
**5.** “Sbornik zadaniy dlya kursovix rabot po teoreticheskoy mexanike” pod redaktsiey A. A. Yablonskogo, «Visshaya shkola», 1985 g.

**Qo`shimcha:**

**1.** Murodov M.M., Usnatdinov K.U., Inoyatova X. “Nazariy mexanika”
**2.** Murodov M.M., Gaybullaev Z.X. “Nazariy mexanika” fanidan ma’ruzalar matni 1999 y.
**3.** S.K.Azizkoriev, Yangurazov Sh. Nazariy mexanikadan masalalar yechish. O`quv qo`llanmasi. Toshkent 1980 y.
**4.** Murodov M.M., Usnatdinov K.U. “Nazariy mexanikadan nazorat savollari” 2001y.

Moddiy nuqtaning inersial bo`lmagan sanoq sistemasiga nisbatan harakatini tekshiramiz. Faraz qilaylik, massasi m ga teng bo`lgan M nuqta biror OXYZ sanoq sistemasiga nisbatan harakatlansin. Bu sistemasining o`zi ham boshqa bir inersial $O_1X_1Y_1Z_1$ sanoq sistemasiga nisbatan ma’lum qonun asosida harakatlanayotgan bo`lsin. M nuqtaga qo`yilgan aktiv kuchlarning teng ta’sir etuvchisi $F_1$ bog`lanish reaksiyasining teng ta’sir etuvchisi N ga teng.



137-Rasm

N’ytonning ikkinchi qonuniga asosan:

$m\bar{a} = \bar{F} + \bar{N}$ (1)

bunda $\bar{a}$ nuqtaning absolyut tezlanishi

$\bar{a} = \bar{a}_2 + \bar{a}_e + \bar{a}_k$ (2)

(2) ni (1) ga qo`ysak

$m\bar{a}_e + m\bar{a}_2 + m\bar{a}_k = \bar{F} + \bar{N}$ yoki (3)

$m\bar{a}_2 = \bar{F} + \bar{N} + (-m\bar{a}_e) + (-m\bar{a}_k)$ (4)

bu yerda $(-m\bar{a}_e)$ va $(-m\bar{a}_e)$ vektorlar mos ravishda ko`chirma va kariolis inersiya kuchlari ularni quyidagicha belgilaymiz.

$$-m\bar{a}_r = \bar{F}_e^{en} - ma_k + \bar{F}_k^{en} \qquad (5)$$

(5) ni (4) ga qo`yamiz

$$m\bar{a}_r = \bar{F} + \bar{N} + \bar{F}_e^{en} + \bar{F}_k^{en} \qquad (6)$$

(6) tenglama moddiy nuqta nisbiy harakatining differensial tenglamasining vektorli ko`rinishi deyiladi. (6) ni ikki tomonini OXYZ koordinata o`qlariga proyeksiyalaymiz.

$m\ddot{x} = \overleftarrow{F}_x + \overleftarrow{N}_x + \overleftarrow{F}_{ex} + \overleftarrow{F}_{kx}$

$m\ddot{y} = F_y + N_y + F_{ey} + F_{ky}$

$m\ddot{z} = F_z + N_z + F_{ez} + F_{kz}$ (7)

(7) nuqta nisbiy harakati differensial tenglamasining koordinata o`qlaridagi proyeksiyasini ifodalaydi. Quyidagi xususiy hollarni ko`rib chiqamiz.

1. Qo`zg`aluvchi sanoq sistemasi ilgarilanma harakatda bo`lsin. U holda $a_e = 0$ $F_k = 0$

Moddiy nuqta nisbiy harakatining differensial tenglamasi

$m\bar{a}_2 = \bar{F} + \bar{N} + \bar{F}^e$ 18) ko`rinishda yoziladi.

2. Qo`zg`aluvchi sanoq sistema ilgarima va to`g`ri chiziqli teng o`lchovili harakatda bo`lsin.

$\vec{a}_e = 0$ $\vec{a}_k = 0$ $\bar{F}^e = 0$, $\bar{F}^k = 0$ bo`lib differensial tenglama quyidagicha yoziladi.

$m\bar{a}_2 = \bar{F} + \bar{N}$ (9)

3. Nuqta qo`zg`aluvchi sanoq sistemasiga nisbatan to`g`ri chiziqli va teng o`lchovi harakatlansin $(\vartheta_r = const)$ $a_r = 0$ bo`lib differensial tenglama quyidagi ko`rinishda yoziladi

$\bar{F} + \bar{N} + \bar{F}^e + \bar{F}^k = 0$ (10)

4. Nuqta qo`zg`aluvchi sanoq sistemasiga nisbatan tinch holatda bo`lsin. Bu holda V2 = 0, ar = 0 F^k = 0 bo`ladi. Differensial tenglama ko`rinishda yoziladi

F + N + F^e = 0

ya’ni berilgan kuchlar, reaksiya kuchlari va ko`chirma inersiya kuchlari har onda o`zaro muvozanatlanadi.

(11) - tenglama moddiy nuqta nisbiy muvozanat tenglamasining vektorli ko`rinishini ifodalaydi.

## TAYANCH IBORALAR

Nisbiy ko`chirma va absalyt harakta, ko`chirma va Kariolis inersiya kuchlari, nisbiylik prinsipi, nisbiy muvozanat, vaznsizlik.

## TAKRORLASH UCHUN SAVOLLAR.

1. Nuqtaning nisbiy va absalyt differensial tenglamalari orasida qanday farq bor?
2. Ko`chirma inersiya kuchlari qaysi formula bilan topiladi?
3. Kariolis inersiya kuchlari qaysi formula bilan topiladi?
4. Klassik mexanikaning nisbiylik prinsipining moxiyati nimadan iborat?
5. Qanday sanoq sistemasiga inersial sanoq sistemasi deyiladi?
6. Qanday sanoq sistemasiga inersial bo`lmagan sanoq sistemasi deyilai?
7. Qachon nuqta nisbiy muvozanatda bo`ladi?
8. Nuqtani qanday harakatiga nisbiy harakat deyiladi?
9. Nuqtani qanday harakatiga ko`chirma harakat deyiladi?
10. Nuqtani qanday harakatiga absalyt harakat deyiladi?

## MA’RUZA №22 Nuqtaning erkin tebranma harakati tebranish amplitudasi fazasi, chastotasi va davri

## REJA:

1. Nuqtani erkin tebranma harkati.

2. Erkin tebranma harkat differensial tenglamasi.
3. Erkin tebranma harkatni harkat tenglamasi.
4. Tebranish amplitudasi.
5. Tebranish davri.
6. Tebranish chastotasi va fazasi.
7. Nuqtani sinuvchi tebranma harkati.

**Adabiyotlar:**

**Asosiy:**

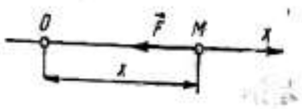

**1.** P.Shoxaydarova, Sh.Shoziyotov, Sh.Zoirov «Nazariy mexanika» darslik. Toshkent 1991 yil.
**2.** T.R.Rashidov, Sh.Shoziyotov, K.B.Muminov «Nazariy mexanika asoslari» darslik. Toshkent 1990 y.
**3.** S.M.Targ «Kratkiy kurs teoreticheskoy mexaniki» «Visshaya shkola» 2002 g.
**4**. I.V.Meshcherskiy. Nazariy mexanikadan masalalar to`plami o`quv qo`llanmasi Toshkent 1989 y.
**5.** "Sbornik zadaniy dlya kursovix rabot po teoreticheskoy mexanike" pod redaktsiey A. A. Yablonskogo, «Visshaya shkola», 1985 g.


**Qo`shimcha:**


**1.** Murodov M.M., Usnatdinov K.U., Inoyatova X. "Nazariy mexanika"
**2.** Murodov M.M., Gaybullaev Z.X. "Nazariy mexanika" fanidan ma'ruzalar matni 1999 y.
**3.** S.K.Azizkoriev, Yangurazov Sh. Nazariy mexanikadan masalalar yechish. O`quv qo`llanmasi. Toshkent 1980 y.
**4.** Murodov M.M., Usnatdinov K.U. "Nazariy mexanikadan nazorat savollari" 2001y.


Tabiat va texnikada tebranma harakatlar juda ko`p uchraydi. Har qanday inshoot yoki mashinaning tarkibiga kiradigan barcha qismi ma'lum darajada elastik bo`lganidan tebranish kobiliyatiga egadir. M nuqtaning erkin tebranma harakatini tekshiramiz. Faraz qilaylik O nuqta M nuqtaning muvozanat holati bo`lsin. Nuqtani O nuqtadan x masofaga olib borib qo`yib yuborilganda u yana muvozanat holatiga qaytishi uchun intiladi. Nuqta hamma vaqt muvozanat holatiga qarab yo`nalgan kuch ta'sirida bo`lsin. Bunday kuchga qaytaruvchi kuch deyiladi.

M nuqta harakatining tenglamasini aniqlaymiz. Buning uchun O nuqtani koordinata boshi qilib x o`qini o`tkazamiz.




138-Rasm

Qaytaruvchi kuch modulini topish formulasi

F=cx bunda

F - qaytaruvchi kuch

s - proporsionallik koeffisiyenti s ni birligi kg/sm, g/sm

x - nuqtaning muvozanat holatidan chetga chiqish masofasi

Qaytaruvchi kuchni x o`qidagi proyeksiyasi

x=-F x=-cx

(-) ishora qaytaruvchi kuchni tezlikka teskari yo`nalishini bildiradi.

M nuqta harakatining differensial tenglamasini tuzamiz.

$m\frac{d^2x}{dt^2} = -F \qquad m\frac{d^2x}{dt^2} = -cx$

$m\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{cx}{m} = 0$

$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{cx}{m} = 0 \qquad \frac{c}{m} = k^2$ - bilan belgilaymiz.

$\frac{d^2x}{dt^2} + k^2x = 0$ yoki x+k$^2$x = 0 (1)

(1) - formula erkin tebranma harakatning differensial tenglamasi.

(1) - umumiy yechamini topamiz. Buning uchun harakteristik tenglama tuzamiz

$r^2 + k^2 = 0$ (2)

(2) - tenglama (1)ni harakteristik tenglamasi

$r^2 = - k^2 \qquad r_{1?2} = \pm\sqrt{-k^2} = \pm ki$

$r_1 = ki \qquad r_2 = - ki$

Differensial tenglamalarning nazariyasiga asosan (1) ni umumiy yechish quyidagicha

$x = s_1\cos kt + c_2 \sin kt$ (3)

Bu yerda $S_1S_2$ ixtiyoriy o`zgarmas miqdorlar: $S_1$ va $S_2$ larni topish uchun boshlang`ich shartlar berilishi kerak.

$t=0 \quad x=x_0 \quad V=V_0$

(3) dan vaqt bo`yicha hosila olamiz.

$V=x = -c_1k\sin kt = c_2k\cos kt$ (4)

(4) bilan erkin tebranma harakatdagi (.) ning tezligi topiladi

t=0 va $x=x_0$ larni (3)ga qo`yamiz, u holda $c_1=x_0$

t=0 va $V=V_0$ larni (4) qo`yamiz.

$V_0=c_2k$

$s_1$ va $s_2$ larni qiymatlarini 3 ga qo`yamiz.

$x = x_0\cos\kappa t + \frac{\upsilon_0}{\kappa}\sin\kappa t$ (5)

(5) - tenglama ham M nuqtaning harakat tenglamasi bo`ladi.

(3) ni boshqacha ko`rinishga keltiramiz.

$s_1$ va $s_2$ larni o`rniga a va α kichik o`zgarmas miqdorlarni kiritamiz. bo`lar orasida quyidagicha bog`lanish bor.

$s_1 = a \sin\alpha$

$s_2 = a \cos\alpha$ (6)

(6) ni (3) ga qo`yib quyidagini hosil qilamiz.

x = a sinα conkt + a conα sinkt

$x = a \sin(kt+\alpha)$

(7) ham (1) ning yechami bo`la oladi.

(7) - formula fizikadan ma’lumki nuqtani garmonik tenglamasidir.

Demak qaytaruvchi kuch ta’sirida nuqta garmonik tebranishga egadir.

a - tebranish amplitudasi

Nuqtani muvozanat holatidan eng katta masofaga og`ishiga nuqtaning amplitudasi deyiladi

$kt+\alpha$ tebranish fazasi

Tebranish fazasi nuqtaning t vaqtdagi vaziyatini va qaysi tomonga qarab harakat qilishini ko`rsatadi

K - siklik chastota (doiraviy takrorlik)

K nuqtaning $2\pi$ sekundda to`la tebranishlar sonini ko`rsatadi

Nuqtani to`la bir marta tebranish uchun ketgan vaqtga tebranish davri deyiladi

$$T = \frac{2\pi}{\kappa} \qquad \kappa = \sqrt{\frac{c}{m}}$$

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{c}{m}}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{c}}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{c}} \qquad (8)$$

(8) tebranish davrini topish formulasi

a bilan (a) ni aniqlaymiz

Buning uchun (6) dan foydalanamiz

$$c_1^2 + c_2^2 = a^2$$

$$a = \sqrt{c_1^2 + c_2^2}$$

$c_1$ va $c_2$ larning qiymatini qo`yamiz

$$a = \sqrt{x_0^2 + \left(\frac{\vartheta_0}{\kappa}\right)^2} \qquad (9)$$

(9) - erkin tebranish amplitudasini topish formulasi

(6) ni bir biriga bo`lamiz

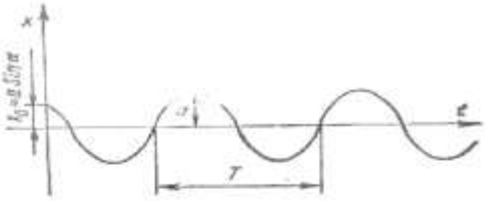
$$\frac{c_1}{c_2} = tg\alpha$$

$$tg\alpha = \frac{\kappa x_0}{\vartheta_0} \qquad (10)$$

bunda $\alpha$ - boshlang`ich faza

(10) bilan $\alpha$ ni aniqlaymiz

(7) ni grafigini chizamiz




139-Rasm

Qaytaruvchi kuch ta’siridagi nuqtani qilgan tebranma harakatiga erkin tebranma harakat deyiladi.

## Foydalanilgan adabiyotlar:

1. P. SHohaydarova va boshqalar. Nazariy mexanika.-T.: “O’qituvchi”,1992 y.-408 b.
2. T.R.Rashidov va boshqalar. Nazariy mexanika asoslari.-T.: “O’qituvchi”,1991 y.-584 b.
3. I.V.Meshcherskiy. Nazariy mexanikadan masalalar to`plami.-T.: “O’qituvchi”, 1990 y.-472 b .
4. M.M. Murodov,X.M.Inoyatova, K.U.Usnatdinov.Nazariy mexanika.- T.:” Istiqlol”, 2004 y.-212 b.
5. S.M.Targ. Kratkiy kurs teoreticheskoy mexaniki. - M.:”Visshaya shkola”,2002 g.-416 b.
7. A. Azizqoriyev, S.K. Yangurazev. Nazariy mexanikadan masalalar yechish.- T.: “O’qituvchi”, 1980 y.-332 b.
8. D.I.Tolibova. Nazariy mexanika (Dinamika). -T.: “O’qituvchi”,1987 y.-224 b.
9. Sh.A.Shoobidov va boshqalar.Nazariy mexanika. -T.: “O’qituvchi”, 2008 y.-240 b.