МАЪРУЗАЛАР МАТНИ

Қаттиқ жисм механикаси

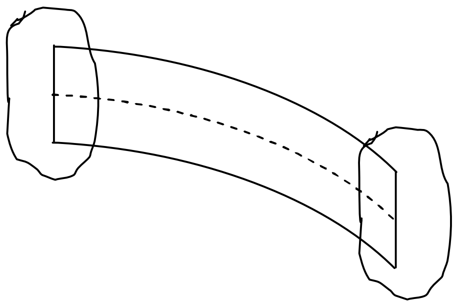
§ 36. Қаттиқ жисмнинг илгариланма ва айланма ҳаракати

Ҳар хил жисмларнинг берилган шароитда деформация қилади, яъни улар ўз шаклини ўзгартириши мумкин.

Агар жисм ўзининг шаклини ҳар қандай шароитда ўзгартирмаса, ундай жисмлар абсолют қаттиқ жисмлар дейилади.

Бунда заррачалар орасидаги масофа $d_i = const$ бўлади, яъни иккита ихтиёрий нуқталар орасидаги масофа физик жараёнда ўзгармасдан қолади. Демак ҳаракат натижасида шу d_i деярли ёки умуман ўзгармаса, бундай жисм абсолют қаттиқ жисм деймиз.

Ҳаракат давомида уларнинг ихтиёрий икки нуқта орасидаги масофа ўзгармайди, унинг зарралари параллел кўчади.

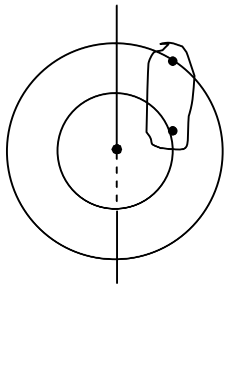


Бунда зарралар орасидаги таъсир кучлари мавжуд бўлиб, бундай кучлар ички кучлар дейилади.

Агар бошқа жисмлар томонидан бу заррачаларга куч таъсир этса, бу куч ташқи куч дейилади

Агар қаттиқ жисм ҳаракати давомида унинг ихтиёрий иккита нуқтасини туташтирувчи чизиқ фазода ўзнинг йўналишини ўзгартирмаса, бундай ҳаракатга қаттиқ жисмнинг илгариланма ҳаракати дейилади. Бу холда нуқталарнинг траекторияси параллел тўғри чизиқлардан иборат бўлади.

Ясси ҳаракат деганда шундай ҳаракат тушуниладики, бунда, ҳаракатланаётган жисмнинг ҳамма нуқталари бир текисликда қолади.



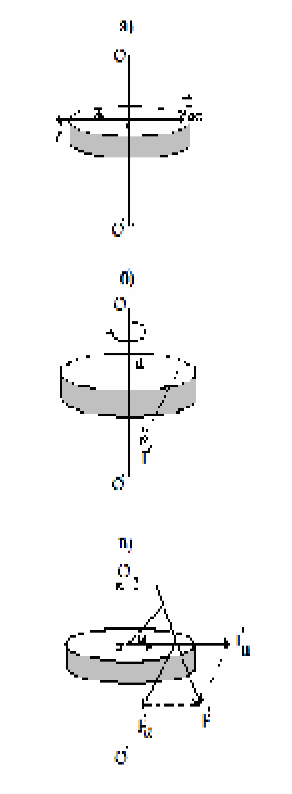
Қаттиқ жисмнинг айланма ҳаракати деб шундай ҳаракатга айтиладики, унинг ихтиёрий нуқталари концентрик айланалар чизади ва бу айланалар маркази бир тўғри чизиқда ётади, бу тўғри чизик айланиш ўқи дейилади.

Айланма ҳаракат ҳам $\omega = \frac{d\alpha}{dt}$ ва $\varepsilon = \frac{d\omega}{dt}$ параметрлар билан, ҳамда $= [\vec{\omega} \cdot \vec{\upsilon}]$, параметралр билан ўлчанади хамда тавсифланади.

§ 37. Қўзғалмас ўққа эга бўлган жисмнинг мувозанат шарти

Боғланишга эга бўлмаган жисмлар , яъни эркин жисмларнинг мувозанат шарти уларга таъсир этувчи кучларнинг вектор йиғиндиси нолга тенг бўлиши керак эди, яъни

$$\Sigma \vec{F}_i = 0$$



Боғланишга, яъни бирор айланиш ўқига эга бўлган жисмнинг мувозанат шартини кўрайлик. Жисмимиз абсолют қаттиқ жисм бўлсин.

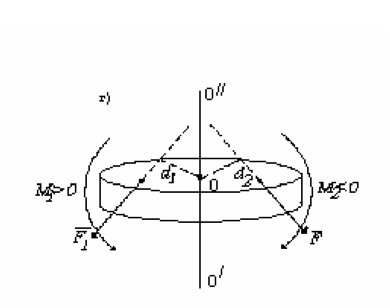
1-ҳол. Куч расмда кўрсатилгандек қўйилган бўлсин. Агар жисм мувозанатда қолса, ўқдаги деформация кучи $F_э$ бўлиб, $\vec{F}_э + \overline{F} = 0$ шарт бажарилади. Бу холда жисм тинч қолади

2- ҳол. Куч таъсир чизиғи айланиш ўқидан ўтмасин. Куч таъсир чизиғидан айланиш ўқигача бўлган энг қисқа масофа куч елкаси дейилади.

Куч елкасининг таъсир этувчи кучга кўпайтмаси шу кучнинг моменти дейилади, яъни $M = F \cdot d$ б) – ҳолда эса $M = F_1 \cdot r = F \cdot r \cdot cosa$, бу ерда $r \cdot cosa = d$, бу ерда F_{II} – ўқни деформациялашга сарф бўлади, F_1- эса жисмни айлантирувчи моментни вужудга келтиради.

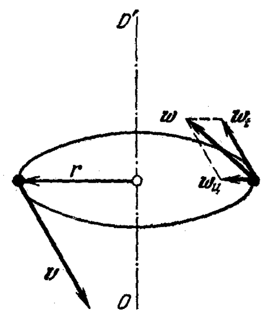
$F_{II} = F \cdot \sin a$, $F_1 = F \cdot cosa$

3-ҳол. 2 та F_1 ва F_2 кучлар таъсир қилсин. F_1 кучнинг моменти $M_1 = d_1 \cdot F_1$ ва $M_1<0$, F_2 ники эса $M_2 = d_2 \cdot F_2$, $M_2>0$. Куч моментларининг алгебраик йиғиндиси $\vec{M}_1 + \vec{M}_2 = 0$ нолга тенг бўлса, бу айланиш ўқига эга бўлган жисм мувозанатда бўлади. Демак $d_1 F_1 = d_2 F_2$. Шундай қилиб, жисмнинг мувозанат шартини қуйидагича умумий ҳолда таърифлаймиз:



Жисмга таъсир этувчи кучларнинг вектор йиғиндиси ёки уларнинг моментларнинг алгебраик йиғиндиси нолга тенг бўлса, жисм ўзининг мувозанат ҳолатини сақлайди.

§ 38. Қўзғалмас ўқ атрофида айланма ҳаракат қонуни



Траекторияси айланадан иборат ҳаракатга айланма ҳаракат деб аталар эди. Фараз қилайлик, ҳаракатдаги қандайдир заррача: 00` ўқи атрофида ω бурчак тезлик билан ҳаракат қилсин. Унинг кинематик параметрлари қуйидагича эди;

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} \quad (38\text{-}1)$$

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} \quad (38\text{-}2)$$

$\vec v = [\vec\omega \cdot \vec r]$ (38-3) эканлигини ҳисобга олсак, у ҳолда тангенциал тезланиш

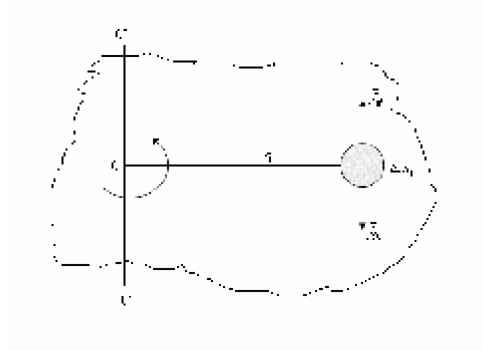
$$\vec a_e = \frac{d\vec v}{dt} = \left[\frac{d\vec w}{dt}\cdot \vec r\right] = [\vec e \cdot \vec r] \quad (38\text{-}4) \text{ ёки}$$

$$a_t = e \cdot r \text{ га тенг бўлади.}$$

Агар r=const бўлса, ҳаракат айланма ҳаракат бўлар эди. Энди бурчак тезлик ω билан таъсир этувчи куч моментлари орасидаги боғланишни қарайлик.

Агар таъсир этувчи куч моментлари $\Sigma\vec M = 0$, бўлса, жисм мувозанатда бўлар эди. ($\vec M$ -квази вектор катталик). Айланма ҳаракатда эса, куч моментлари, айланиш ўқига нисбатан нолдан фарқли бўлганлиги учун жисм айлана бўйлаб ҳаракат қилар экан.

Жисмнинг Δm_i заррачаси ўқдан r_i узоқликда бўлса, агар унга ташқи ва ички кучлар таъсир этса у ҳолда f_t – ташқи бошқа жисм томонидан, f_{iu}- ички бошқа заррачалар томонидан кучлари туфайли кучларнинг айлана текислигидаги проекциясини қараймиз.



Айланма ҳаракатга келтирувчи натижавий куч $\vec f_{iT} + \vec f_{iu}$ тенг бўлса у ҳолда $m_t \vec a_{kt} = \vec f_{iu} + \vec f_T$ ёки $\Delta m_i r_i \dfrac{d\omega}{dt} = f_{iu} + f_{it}$ тенг десак, унда 00' ўққа нисбатан бу кучлар моментини топиш учун уларни куч елкаси кўпайтмаси топилади.

$$\Delta m_i r_i^2 \frac{dw}{dt} = r_i f_{iT} + r_i f_{iu} \quad (38\text{-}6)$$

Ҳамма жисмларнинг ташкал этувчи заррачалар учун қарасак унда, шу жисмга таъсир этувчи куч моментини келтириб чиқарамиз;

$$\frac{d\omega}{dt}\Sigma\Delta m_i r_i^2 = \Sigma r_i f_{iT} + \Sigma r_i f_{iT} \quad (38\text{-}7)$$

Ички кучларнинг моментларини йиғиндиси нолга тенг, сабаби ҳар бир таъсир этувчи кучга тенг қарама-қарши йўналган куч мавжуд.

$$\text{У ҳолда} \qquad \Sigma\left[\vec{r}_i \vec{f}_{iT}\right] = \vec{M} \qquad (38\text{-}8)$$

Бу ерда М-айлантирувчи куч моменти, $I = \Sigma_i \Delta m_i r_i^{\,2}$ (38-9) ва бу ерда I- жисмнинг айланиш ўқига нисбатан инерция моменти дейилади. Юқоридаги тенглама (38-7) қуйидаги кўринишга келади:

$$\vec{M} = I \frac{d\vec{\omega}}{dt} \ (38\text{-}10) \text{ ёки}$$

$$M = I\varepsilon \ (39\text{-}11)$$

Ташқи кучларнинг айланиш ўқига нисбатан куч моменти, шу қўзғалмас ўқ атрофида айланма ҳаракат қилаётган жисмнинг инерция моменти билан бурчак тезланишининг кўпайтмасига тенг. Бу қўзғалмас ўқ атрофида айланма ҳаракат қилаётган жисм учун динамиканинг асосий қонунидир.

Инерция моментининг бирлиги $[J] = [m] \cdot [r^2] = ML^2$, СИ да $кг \cdot м^2$ ва СГС да $г \cdot см^2$.

§ 39. Импульс моменти

Илгариланма ҳаракатда жисм ҳаракати F-куч, m-масса К=mv импульс билан, айланма ҳаракатда эса М - куч моменти, I - инерция моменти, N - импульс моменти билан ҳарактерланади.

Айланма ҳаракат қилаётган жисмнинг ёки заррачаларнинг импульс (ҳаракат миқдори) моменти деб, шу жисмнинг (ҳаракат миқдорини) импульсини шу жисм айланиш ўқидан узоқлиги- r_i нинг кўпайтмасига тенг, яъни

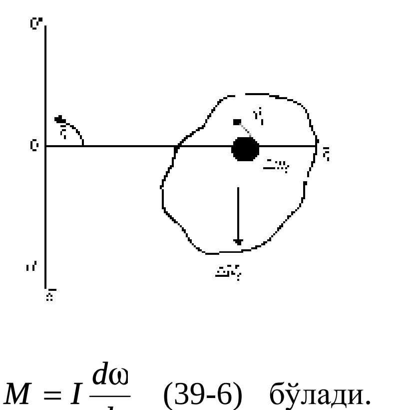
$$\Delta N_i = \Delta m_i v_i r_i \quad (39\text{-}1)$$

$$N = \Sigma_i N_i = \Sigma_i \Delta m_i r_i v_i \ (39\text{-}2)$$

$$v_i = \omega r_i \ (39\text{-}3) \text{ бўлгани учун}$$

$$N = \Sigma \Delta m_i r_i r_i w = \Sigma \Delta m_i r_i^{\,2} w = Iw \ (39\text{-}4),$$

$$\vec{N} = I\vec{\omega} \ (39\text{-}5)$$



Демак, жисмнинг импульс моменти (ҳаракат миқдори моменти) $N = I\omega$ га тенг экан, унда куч моменти $M = I\frac{d\omega}{dt}$ (39-6) бўлади. Моментнинг вақт бўйича ўзгариши эса, ўз навбатида куч моментига тенг бўлади, буни қуйидаги формула орқали ифодалаш мумкин:

$$\frac{dN}{dt} = I\frac{d\omega}{dt} = M \ (39\text{-}7)$$

Бу формула (39-7) динамиканинг асосий асосий қонуни бўлиб ҳисобланади.

Шундай қилиб, импульс моментидан (N) вақт бўйича ҳосила олсак, бу жисмнинг айлантирувчи куч моментига тенг эканлиги келиб чиқар экан.

Агар М=0 га тенг бўлса, у ҳолда $\dfrac{dN}{dt}=0$ бўлади. Бунда N=const бўлса, $I\omega = const$ эканлиги келиб чиқади.

Бу эса жисмнинг импульс моменти доимий бўлиб, жисмни ўзининг инерцияси билан ҳаракатини эслатади. Яъни, жисмга таъсир этувчи кучлар моменти ўзгармайди. Уларнинг йиғиндиси нолга тенг бўлса, жисмнинг импульс моментининг сақланиш қонуни дейилади.

Айланма ҳаракат қилаётган жисмниннг кинетик энергиясини топамиз;

$$\Delta E_i = \frac{\Delta m_i {v_i}^2}{2} = w^2 \frac{\Delta m_i {r_i}^2}{2} \qquad (39\text{-}8)$$

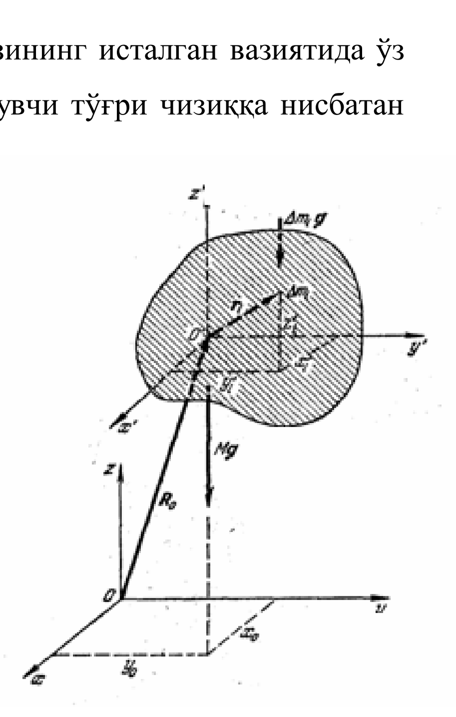
Умумий ҳолда $N = J \cdot \omega$ эканлигини ҳисобга олсак.

$E_k = \Sigma E_{ki} = \dfrac{w^2}{2}\Sigma\Delta m_i \cdot {r_i}^2 = \dfrac{Iw^2}{2} = \dfrac{N^2}{2J}$ (39-9) ифода келиб чиқади.

§ 40. Қаттиқ жисмнинг оғирлик ва инерция маркази

Жисмнинг ҳар қандай ҳаракатини қараганда, унинг нуқтаси аҳамиятга эга бўлади. Бу нуқта инерция маркази (масса ёки оғирлик маркази) дейилади. Оғирлик маркази инерция маркази билан устма-уст тушади. Агар жисмнинг ўлчами ернинг радиусидан жуда ҳам кичик бўлса, у ҳолда ҳар бир нуқтасига таъсир қилувчи кучлар, бир-бирига параллел бўлиб, Ер томон йўналган бўлар экан. Агар жисмни бурсак ҳам, унинг тенг таъсир этувчиси бир нуқтадан ўтар экан. Бу нуқта эса жисмнинг оғирлик маркази дейилади.

Агар жисмнинг оғирлик марказидан осиб қўйсак у ўзининг исталган вазиятида ўз вазиятини сақлаб туради. Демак оғирлик марказидан ўтувчи тўғри чизиққа нисбатан олинган оғилик кучи моментларининг йиғиндиси нолга тенг экан, яъни $\sum P_i d_i = 0$ қўзғалувчан $x`, y`, z`$ координаталар системасини оламиз ва унинг маркази кўрилаётган жисм оғирлик марказидан ўтсин.



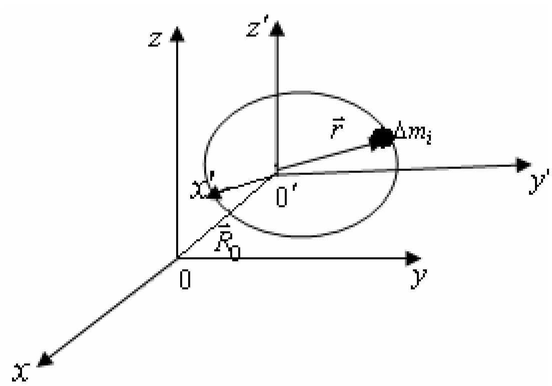
Жисм билан боғланган x', y', z' тўғри бурчакли координаталар системасини танлаб олмайликки, унинг боши жисмнинг оғирлик марказига мос тушсин. Жисмнинг ихтиёрий заррачанинг координатасини x', y', z' орқали белгилаймиз. Жисмни шундай бурайликки $x',0',z'$ унда текислик горизонтал бўлсин. Жисмнинг барча заррачаларининг оғирлик кучларини оғирлик марказидан ўтувчи горизонтал ўқлар x',z' га нисбатан моментларининг йиғиндиси нольга тенг, яъни бу тенгликларни g га бўлиб ёзсак, $\sum \Delta m_i x_i^` = 0,$ $\sum \Delta m_i y_i^` = 0,$ $\sum \Delta m_i z_i^` = 0,$ *ёки* $\sum \Delta m_i r_i^` = 0$. Бу ерда r_i`– координата бошидан i– номерли жисм заррачасига ўтказилган радиус вектор.

Демак x',y',z' ўқларнинг йўналишини қандай танламайлик юқоридаги тенгламалар бажарилаверади ва жисмнинг оғирлик маркази 0` нуқтада эканлиги келиб чиқаверади.

Қўзғалмас XOYZ координаталар системасига нисбатан жисмнинг оғирлик марказининг вазияти R_0 ни қуйидаги ифодадан аниқлаш мумкин: $R_0 = \dfrac{\sum \Delta m_i (R_0 + j_i)}{m}$

41. Қаттиқ жисм инерция марказининг ҳаракат қонунини

Агар бирор жисм, жисмнинг ихтиёрий учига арқон бойлаб судралса, у жисм илгариланма, ҳам айланма ҳаракат қилади, яъни ҳаракат мураккаб бўлади. Лекин ажабланарлиси шуки, жисмга $\vec{F}$ куч таъсир қилганда унинг инерция маркази $\vec{a}$– билан ҳаракат қилади ва $\vec{a}$– йўналиши $\vec{F}$ билан бир хил бўлади.



Жисмнинг инерция марказининг ҳаракати шундайки, унда таъсир этувчи ташқи куч - $F_{\text{ташқи}}$ ва унинг массаси инерция марказига тўпланган ва қўйилган деб ҳисоблаш мумкин.

Энди буни исбот қиламиз. Бунинг учун (40 – 5) формулага кўра жисмнинг импульси жисм инерция марказининг тезлиги билан унинг кўпайтмасига тенг эканлиги исбот қиламиз, яъни $\vec{K} = m\vec{u}_0$.

Фараз қилайлик: қўзғалувчан x^1, y^1, z^1 координаталар системасининг фазодаги йўналиши ўзгармасин ва унинг маркази инерция маркази билан устма-уст тушсин.

Агар x0yz фазовий координаталар бўйича i та зарралардан иборат жисм ҳаракат қилсин, Δm_i - массага эга бўлган заррачанинг тезликлари қуйидагича бўлади:

$$\vec{v}_i = \vec{v}_0 + \vec{v}_i \qquad (41\text{-}1)$$

$$\Delta\vec{K} = \Delta m_i \vec{v}_i = \Delta m_i \vec{v}_0 + \Delta m_i \vec{v}_i \qquad (41\text{-}2)$$

га, жисм импульси эса

$$\vec{K} = \Sigma\Delta K_i = \Sigma\Delta m_0 \vec{v}_0 + \Sigma\Delta m_i \vec{v}_i \qquad (41\text{-}3)$$

га тенг бўлади.

У ҳолда

$$\Sigma\Delta m_i\vec{v}_0 = \Sigma\Delta m_i = m\vec{v}_0 \qquad (41\text{-}4)$$

Унда

$$\Sigma\Delta m_i\vec{v}_i = \Sigma\Delta m_i\frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d}{dt}\Sigma\Delta m_i\vec{r}_i = 0 \qquad (41\text{-}5)$$

Шунииг учун

$$\vec{K} = m\vec{v}_0 \qquad (40\text{-}1)$$

бу ерда $\vec{v}_0$-инерция маркази тезлиги.

Демак, қаттиқ жисмнинг импульси унинг массаси билан инерция марказининг тезлиги кўпайтмасига тенг экан.

Энди динамиканинг II – қонунини шу жисм ҳолати учун қарайлик:

Фараз қилайлик i-заррага $\vec{f}_t + \vec{f}_{iu}$ куч тъсир этса, f_{iu} бошқа зарралари томонидан таъсир қилувчи ички куч.

Зарра импульсининг ўзгариши

$$\frac{d\Delta\vec{K}_i}{dt} = \vec{f}_{it} + \vec{f}_{iu} \qquad (41\text{-}7)$$

Буни ҳамма заррачалари учун ёзиб, суммасини оламиз:

$$\Sigma\frac{d\Delta\vec{K}_i}{dt} = \Sigma\vec{f}_{iu} + \Sigma\vec{f}_{iT} \qquad (41\text{-}8)$$

Бунда $\Sigma\vec{f}_{iu} = 0$, чунки ички кучларнинг тенг ва қарама-қарши йўналган кучлари мавжуд!

$\Sigma\vec{f}_{iT} = \vec{F}$ бўлгани учун

$$\sum_{i=1}^{N}\frac{d\Delta\vec{K}_i}{dt} = \frac{d\vec{K}}{dt} = \vec{F}\,. \qquad (41\text{-}9)$$

(41-9) ни қуйидаги кўринишда ҳам ёзиш мумкин:

$$m\frac{d\vec{v}_0}{dt} = \vec{F} \qquad (41\text{-}10)$$

Демак, жисм импульсининг вақт бўйича ўзгариши шу жисмга (жисмнинг инерция марказига) таъсир этувчи кучларнинг йиғиндисига тенг. Хулосалар: инерция марказининг тезланииши. $a_0 = \frac{du_0}{dt} = \frac{F}{m}$, яъни ташқи кучлар йиғиндисининг бутун жисм массасини нисбатига тенг экан

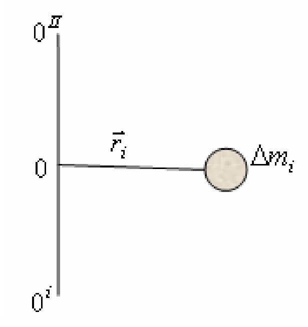
а) агар кучлар битта нуқтга қўйилса, яъни куч таъсир чизиқлари бир нуқтада кесишса юқоридаги ўринли

$m\vec{a}_0 = \Sigma\vec{F}_i$ ва $\Sigma\vec{F}_i = 0$ бўлса $\vec{v}_0 = const$ $\vec{a}_0 = 0$

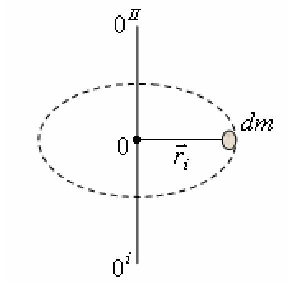
в) агар кучлар ҳар хил нуқтага қўйилиб $\vec{F}=0$ бўлса инерция марказининг тезлиги $\vec{v}_0 = const$, агар кучлар тенг бўлса, масалан жуфт кучлар бўлса у айланма ҳаракат қилади.

§ 42. Штейнер теоремаси

1. Моддий нуқтанинг инерция моменти 0’0” ўққа нисбатан $\Delta \mathrm{I}_i = \Delta m_i r_i^2$, $\mathrm{I} = \sum m_i r_i^2$ десак, нуқтавий жисмнинг инерция моменти $\mathrm{I} = mr^2$ бўлади.

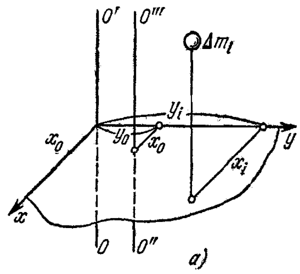


2. Инерция маркази ёки масса марказига нисбатан инерция моменти I_0 – бўлсин, у холда $\mathrm{I}_0 = \int dm \cdot r^2$ ёки $\mathrm{I}_0 = \sum \Delta m_i r_i^2$ бўлади.
3. Айланиш ўқи инерция марказидан ўтмасин. $\vec{R}_i = \vec{d} + \vec{r}_i$ $\vec{d}\{x_0, y_0\}$ соддалик учун X0У текислигида ётган нуқтани кўрамиз. Моддий нуқта инерция моменти $\Delta \mathrm{I}_i = \Delta m_i R_i^2$, бу ерда $R_i^2 = (x_0 + x_i)^2 + (y_0 + y_i)^2$ га тенг. У ҳолда $\Delta \mathrm{I}_i = \Delta m_i (x_0 + x_i)^2 + \Delta m_i (y_0 + y_i)^2$ жисмнинг инерция моменти $0^{III}0^{IV}$ ўққа нисбатан $\mathrm{I} = \sum \Delta \mathrm{I}_i = \sum \Delta m_i (x_0^2 + y_0^2) + \sum \Delta m_i (x_i^2 + y_i^2) + 2x_0 \sum \Delta m_i x_0 + 2y_0 \sum \Delta m_i y_0$ га тенг. Бу ерда $\sum \Delta m_i x_i$ ва $\sum \Delta m_i y_i = 0$. Шунинг учун $\mathrm{I} = md^2 + \mathrm{I}_0$ ёки $\mathrm{I} = \mathrm{I}_0 + md^2$.



1- расм

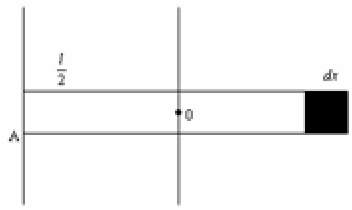
4. Ихтиёрий жисмнинг масса марказидан ўтган
X ўқига нисбатан инерция моменти $\mathrm{I}_x = m(y^2 + z^2)$,
У ўқига нисбатан инерция моменти $\mathrm{I}_y = m(x^2 + z^2)$,
Z ўқига нисбатан инерция моменти $\mathrm{I}_z = m(x^2 + y^2)$, га тенг.
Булардан $\mathrm{I}_x + \mathrm{I}_y + \mathrm{I}_z = 2m(x^2 + y^2 + z^2) = 2mR^2 = 2\mathrm{I}$, яъни
$\mathrm{I}_x + \mathrm{I}_y + \mathrm{I}_z = 2\mathrm{I}$ тенг экани келиб чиқади.



5. Ясси пластинка учун (ясси жисм учун) Z ўқига нисбатан инерция моменти $\mathrm{I} = \sum \Delta m(x^2 + y^2) = \mathrm{I}_x + \mathrm{I}_y = \mathrm{I}_z$. Демак $\mathrm{I}_x + \mathrm{I}_y + \mathrm{I}_z = 2\mathrm{I}_z$.

Штейнер – Гюйгенс теоремасининг тадбиқи.

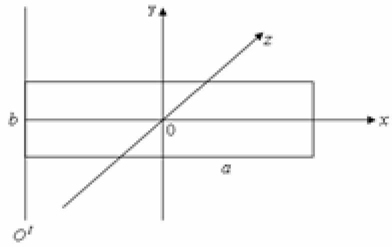
а) бир жинсли стержен учун 0 нуқтадан ўтган ўққа нисбатан



$\mathrm{I}_0 = \frac{1}{12}ml^2$. А нуқтадан ўтган ўққа нисбатан

$$\mathrm{I}_A = \mathrm{I}_0 + m\left(\frac{l}{2}\right)^2 = \frac{1}{12}ml^2 + \frac{1}{4}ml^2 = \frac{1}{3}ml^2$$

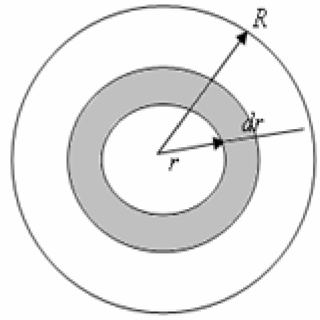
б) томонлари a ва b бўлгани учун бир жинсли пластинка учун



$\mathrm{I}_0 = 2\int_0^{\frac{l}{2}} \frac{m}{l}dx \cdot x^2$, чунки $dm = \frac{m}{e}dx$

$$\mathrm{I}_A = \int dm\cdot x^2 = \int_0^l \frac{m}{l}\cdot dx\cdot x^2 = \frac{m}{l}\cdot \frac{x^2}{3}\Bigg|_0^l = \frac{1}{3}ml^2 \ , \ dm = \frac{m}{l}dx$$

$$\mathrm{I}_x = \frac{1}{12}mb^2 \qquad \mathrm{I}_y = \frac{1}{12}ma^2 \qquad \mathrm{I}_z = \mathrm{I}_x + \mathrm{I}_y = \frac{1}{12}m(a^2 + b^2)$$

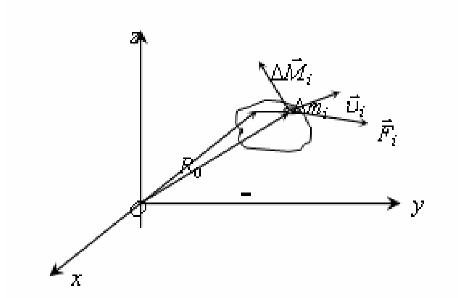


в) Диск учун $\mathrm{I}_0 = \int dm\cdot r^2 = \int \frac{m}{s}ds\cdot r^2 = \frac{m}{pR^2}\int 2prdr\cdot n^2$

$\mathrm{I}_0 = \frac{2m}{R^2}\int_0^R r^3dr = \frac{2m}{R^2}\cdot\frac{R^4}{4} = \frac{1}{2}mR^2$ д) Сфера учун $\mathrm{I}_0 = \frac{2}{5}mR^2$, е) шар учун $\mathrm{I}_0 = \frac{2}{5}mR^2$

§ 43. Қаттиқ жисм ҳаракати учун динамиканинг асосий қонунлари

Қаттиқ жисмнинг қандайдир XYZ координатасига нисбатан ҳаракатини кўрайлик ва унинг ҳар бир заррачасига таъсир этувчи куч аниқ бўлсин. Координата боши 0 ноль бўлсин, заррачага радиус – вектори $\vec{R}_i$ ва бунга таъсир этувчи куч $\vec{F}_i$ бўлсин (ташқи куч) Ньютоннинг II қонунига асосан



$$\Delta m_i \frac{d\vec{v}_i}{dt} = \vec{F}_i \qquad (43-1)$$

$\vec{R}_i -$ га кўпайтирсак $\Delta m_i\left[R_i\cdot\frac{d\vec{v}_i}{dt}\right] = \left[\vec{R}_i\cdot\vec{F}_i\right]$ (43 – 2)

Энди 0 ноль нуқтага нисбатан импульс моменти

$$\Delta\vec{N}_i = \Delta m_i\left[\vec{R}_i\cdot\vec{v}_i\right] \quad (43-3)$$

Ундан $\frac{d}{dt}$ бўйича ҳосиласи

$$\frac{d}{dt}\Delta\vec{N}_i = \frac{d}{dt}\left(\Delta m_i\left[\vec{R}_i\cdot\vec{v}_i\right]\right) = \Delta m_i\left[\frac{d\vec{R}_i}{dt}\cdot\vec{v}_i\right] + \Delta m_i\left[\vec{R}_i\cdot\frac{d\vec{v}_i}{dt}\right] \quad (43-4)$$

$\frac{d\vec{R}_i}{dt} = \vec{v}_i$ бўлгани учун $[\vec{v}_i\vec{v}_i] = v^2\sin a = 0$, $\frac{d}{dt}\Delta\vec{N}_i = \Delta m_i\left[\vec{R}_i\,\frac{d\vec{v}_i}{dt}\right]$ (43 – 5)

$$\text{Будан } R_i \Delta m_i \frac{dv_i}{dt} = \Delta M_i \qquad \frac{d\left(\Delta \vec{N}_i\right)}{dt} = \Delta \vec{M}_i \quad (43-6)$$

Барча зарралар учун

$\frac{d}{dt}\Sigma\Delta\vec{N}_i = \Sigma\Delta\vec{M}_i$ умумий ҳолда (43-7) $\frac{d\vec{N}}{dt} = \vec{M}$ (43-8) ва $\frac{d\vec{N}}{dt} = \Sigma\Delta\vec{M}$ бўлади.

Ички кучлар ўзаро компенсация бўлади. Бу момент эса ташқи ташқи кучларнинг моментларидир. Демак, қаттиқ жисмга таъсир этувчи кучлар моментининг йиғиндиси шу жисмнинг бирор қўзғалмас ўққа нисбатан импульс момментининг вақт бўйича ўзгаришига, тенг. Ёки қаттиқ жисм импульс моментининг вақт бўйича ўзгариши унга таъсир этувчи кучлар моментиларининг йўналиши бўйлаб йўналиб, унинг катталигига тенг.

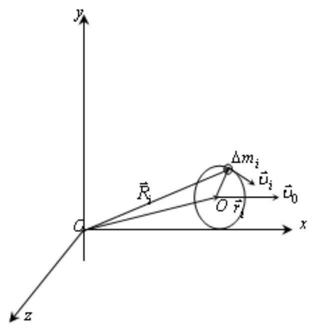
Исбот қилиш мумкин: $\frac{dN_0}{dt} = M_0$ (43-9)

Инерция марказининг импульс моментининг вақт бўйича ўзгариши унга таъсир этувчи куч моментига тенг, яъни

$$N = Iw \text{ ёки } \frac{dN}{dt} = I\frac{dw}{dt} = Ie = M \quad (43-10)$$

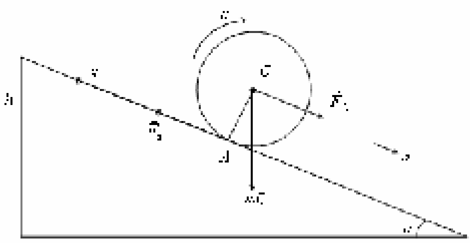
§ 44. Айланма ва илгариланма ҳаракат қилаётган жисмнинг кинетик энергияси

Ҳам айланма, ҳам илгариланма ҳаракат қилаётган жисмнинг кинетик энергиясини топиш учун унинг ихтиёрий нуқтасининг ҳаракатини кўрамиз. Қўзғалмас саноқ системасига нисбатан моддий нуқта радиус – вектори $R_i = \vec{R}_0 + \vec{r}_i, \vec{r}_i$ (44-1)- қўзғалувчан саноқ системасига нисбатан радиус вектори



Унинг вақт бўйича ўзгариши

$$\frac{d\vec{R}_i}{dt} = \frac{d\vec{R}_0}{dt} + \frac{d\vec{r}_i}{dt} \quad (44-2)$$



Ундан $\vec{v}_i = \vec{v}`_0 + \vec{v}_i$ (44-3), яъни

$$\frac{d\vec{R}_i}{dt} = \vec{v}`_i + \vec{v}_0 = \vec{v}_i \quad (44-4)$$

Моддий нуқтанинг кинетик энергияси

$$\Delta\mathrm{E}_{ki} = \frac{\Delta m_i \cdot v_i^2}{2} = \frac{\Delta m_i}{2}(\vec{v}_0 + \vec{v}`_i)^2 \quad (44-5)$$

$$\mathrm{E}_k = \Sigma\Delta E_{ki} = \frac{1}{2}\Sigma\Delta m_i\left(\vec{v}_0^{\,2} + 2\vec{v}_0\vec{v}_i^{\,1} + \vec{v}_i^{\,2}\right) \quad (44-6)$$

$$\mathrm{E}_k = \frac{1}{2}m\vec{v}_0^{\,2} + \frac{2}{2}\vec{v}_0\Sigma\Delta m_i \cdot \vec{v}_i^{\,1} + \frac{1}{2}\Sigma\Delta m_i \cdot \vec{v}^{\,2} \quad (44-7)$$

Бу ерда $\Sigma\Delta m_i \cdot \vec{v}_i^{\,1} = 0$, чунки $\Sigma\Delta m_i \cdot gr_i = 0$ эди $v` = wr_i$ (44-8) бўлгани учун

$$E_k = \frac{1}{2} m\vec{v}_0^{\,2} + \frac{1}{2} \vec{v}_0 w \Sigma \Delta m_i \cdot r_i + \frac{1}{2} w^2 \Sigma \Delta m_i \cdot r_i^2$$ ва натижада

$E_k = \frac{1}{2} m v_0^{\,2} + \frac{1}{2} I w^2$ бу ерда $\frac{1}{2} m v_0^2$ -жисмнинг илгариланма ҳаракат кинетик энергияси, $\frac{1}{2} I w^2$ эса айланма ҳаракат кинетик энергиясидир. Агар инерция маркази кўчмаса

$\frac{d\vec{R}_0}{dt} = 0 \quad \Delta E_k = \frac{\Delta m_i v^{12}}{2} = \frac{\Delta m_i w^2 r^2}{2} = \frac{1}{2} w^2 \cdot \Delta m_i r_i^2, \ \frac{w^2 \Sigma \Delta I}{2} = \frac{1}{2} I w^2, \quad E_k = \Sigma E_{ki} = w^2 \Sigma \Delta I_i = \frac{1}{2} I w^2$

Демак, жисмнинг кинетик энергияси унинг айланма ҳаракат энергиясига тенг. Қаттиқ жисм ҳаракати учун динамика қонуни тадбиқлари. Мисол учун шар йки цилиндрнинг қия текислик бўйича ҳаракатидаги тезланишни аниқлаш усулларини келтирамиз.

I - усул

1). $I_a e = M_a$, 2). $M_A = F_c r = mg \sin a \cdot r$,

3). $v = v_A + wr = wr$ 4). $\frac{dv}{dt} = \frac{dw}{dt} r = er = ae = \frac{a}{r}$,

5). $I_A \frac{a}{r} = mgr \sin a$ 6). $I_A = I_0 + mr^2$

7). $\left(I_o + mr^2\right) a = mgr^2 \sin a$, $\left(\frac{I_0}{mr^2} + 1\right) a = g \sin a$, $\quad a = \frac{g \sin a}{\frac{I_0}{mr^2} + 1}$

II – усул

1) $I_0 e = M_c$ 2) $M_c = Fr$

3) $ma = mg \sin a - F = 0, \quad v = Const \quad a = er \quad e = \frac{a}{r}$;

$I_0 \frac{a}{r} = Fr = (mg \sin a - ma) r$

$I_0 a = mgr^2 \sin a - mar^2 \qquad (I_0 + mr^2) a = mr^2 g \sin a \Rightarrow a = \frac{g \sin a}{1 + \frac{I_0}{mr^2}}$

III – усул

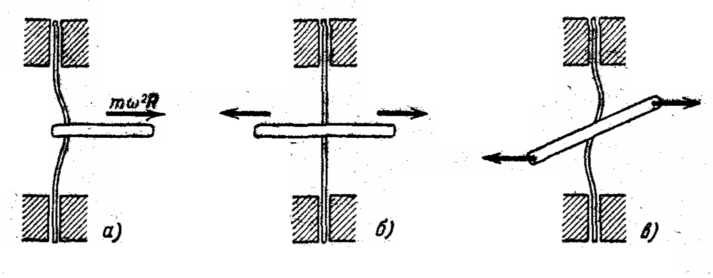
$E_k = E_n \ \frac{Iw^2}{2} = mgh = mgx \cdot \sin a w^2 = \frac{s^2}{r^2}$; $h = x \cdot \sin a$; $\frac{Iw^2}{2} = \frac{I u^2}{2r^2}$

Ҳосила олсак, $\left(\frac{Iu^2}{2r^2}\right)' = (mgx \sin a)'$; $\frac{dx}{dt} = u \qquad \frac{I}{2r^2} 2ua = mgu \sin a \qquad Ia = mgr^2 \sin a$

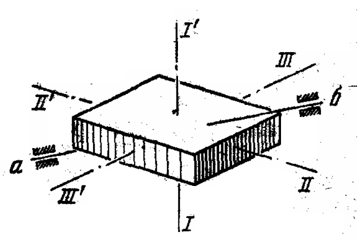
$I = I_0 + mr^2 \quad a = \frac{mr^2 g \sin a}{I} = \frac{mr^2 g \sin a}{I + mr^2} = \frac{g \sin a}{1 + \frac{I}{mr^2}}$;

$\frac{I}{m} = r^2$; шарнинг келтирилган радиусини - r десак, $a = \frac{g \sin a}{1 + \frac{r^2}{r^2}}$ бўлади.

§ 45. Эркин айланиш ўқлари



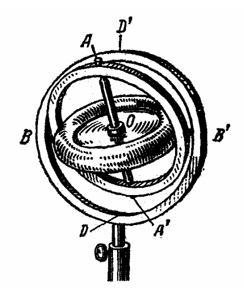
Агар жисмнинг айланиш ўқи жисмнинг масса (оғирлик) марказидан ўтмаса, марказдан қочма-инерция кучлари ўққа босим кучи беради ва уни деформациялаши мумкин. Агар стреженнинг учига яқин марказдан ва унга яқин нуқталардан ўқ ўтказиб айлантирсак, қуйидаги манзараларни кўришимиз мумкин (расмларга қаранг). Агар ўқ массалар марказидан ўтиб, инерция кучларининг ўққа тик бўлган ихтиёрий йўналишига нисбатан моменти нольга тенг бўлса, айланаётган жисмнинг ўққа таъсири бўлмайди. Бундай айланиш ўқлари эркин айланиш ўқлари дейилади.



Эркин айланиш ўқлари бўйича жисмни айлантирсак, у исталганча узоқ вақт давом этади. Агар айланиш ўқи эркин бўлмаса, у ҳолда бу ўқ атрофида (а, б) соф айланиш бажарилмайди, жисм ҳаракати мураккаб бўлади.

Масалан. I - минумум бўлган ўқлар атрофида айланиш турғун айланади, (масалан II-II^1) – максимум бўлган ўқ атрофида айланиш нотурғун бўлади, (масалан III-III^1). Турли цилиндрсимон жисмларнинг қия текисликдан текис айланма ҳаракат қилиб, сакраб ва “дўмбалоқ ошиб” ҳаракат қилиш ҳолларини таҳлил қилишни ўқувчиларга ҳавола қиламиз.

§ 46. Гироскоплар



Бирор болалар ўйинчоғи – “юла”ни (пилдироқни) айлантирсак у ўз ўқи атрофида айланиб, ўқнинг учида (мувозанатда) туради. Агар уни айлантириб ташласак ҳам, у ўзининг ўқини йўналишини ўзгартирмайди. Унинг бундай ҳолати унинг айланма ҳаракатини тамом бўлгунга қадар сақланади. Буни эса гироскоп мисолида ҳам кўрамиз. Бу ҳаракат эса динамиканинг асосий қонунига кўра тушунтирилади.

Гироскоп ёки жироскоп деб эркин симметрик ўқларига эга бўлиб, ўз ўқи атрофида бирор куч таъсирида тез айланма ҳаракат қиладиган система (жисм - дискка) га айтилади.

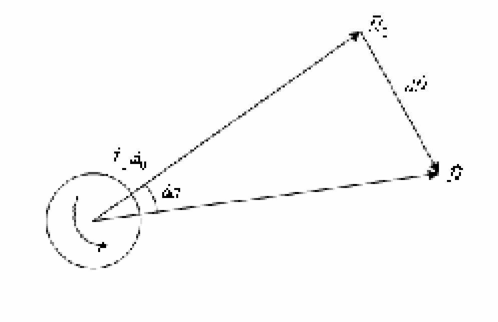
Гироскоп қонунларини кўриш учун дискни масса марказидан ўтган ўқ ёрдамидр 2 – та ҳалқага ўрнатамиз. АА^1- айланиш ўқида ва ВВ^1 ўқида ишқаланиш деярли йўқ. Энди ташқи ҳалқа ҳам DD^1 атрофида эркин айланма ҳаракат қилиши мумкин. ВВ^1 ихтиёрий равишда горизонтал ўқ, DD^1 вертикал ўқ деб атаймиз. Демак, АА^1, ВВ^1, DD^1 ўқлар гироскопнинг оғирлик марказида кесишади.

Гироскоп ҳалқаларининг ихтиёрий вазиятида мувозонат ҳолатини сақлайди. Демак, унинг айланиш ўқлари эркин айланиш ўқлари, гироскоп эса эркин гироскоп дейилади.

Агар гироскопдаги дискни тез айлантириб, гироскопнинг йўналишини ўзгартирсак ҳам, унинг ички ҳалқасига таёқ билан урсак ҳам, у ўзининг йўналишини ўзгартирмайди. Агар диск айланмаганда эди, унда таёқ билан сал тегсак, у айланма ҳаракат қилмас эди. Бу эса импульс моментининг сақланиш қонунига асосан тушунтирилади.

Ишқаланиш кучлари $f_{ишк} = 0$ ва $\sum \Delta M_i = \sum_i mgl_i = 0$ - бўлсин. (1)

Демак, ҳаракат қилаётган дискка ҳеч қандай ташқи куч моменти таъсир қилмайди ва ундан келиб чиқадики,

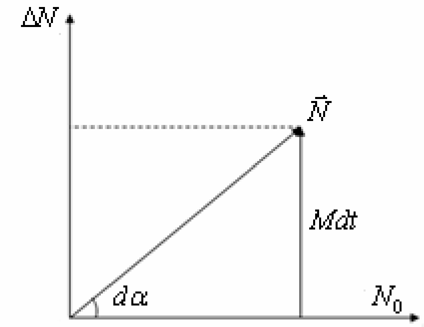


$$\vec{N} = I\vec{w} \qquad (2)$$

Инпульс моменти вектори ўзининг катталигини ва фазодаги йўналишини сақлайди:

$$\frac{d\vec{N}}{dt} = \vec{M} = 0, \qquad \vec{N} = const \qquad (3)$$

Импульс моментининг йўналиши гироскоп ўқининг йўналиши билан устма-уст тушади. Шунинг учун гироскоп ўқи, пирпирак ўқи ўзининг фазодаги йўналишини ҳаракати давомида сақлаб қолади.



Агар ҳалқага зарб бериб, масалан: dt – ичида импульс моменти

$$d\vec{N} = \vec{M} \cdot dt \qquad (4)$$

га ўзгартирсак, у ҳолда $dN << N$ бўлиб, $\vec{N}$ нинг йўналишини da - бурчакка буради. Бу ҳолда a - кичик бўлиши керак, чунки $dN << N$ ва

$$\frac{dN}{N} = \sin a \qquad (5)$$

Ҳамда $d\vec{N} \perp \vec{N}_0$ ва гироскопнинг ўзининг йўналишини ўзгартирмайди. Эркин гироскопни компас сифатида ишлатиш мумкин. Сабаби, унинг ўқи Ернинг айланма ҳаракатида иштирок этмайди.

§ 47. Эркин гироскоп ўқининг ҳаракати

Эркин гироскопнинг ўқига қандайдир куч билан таъсир қилайлик. Дискнинг айланиш ўқига нисбатан импульс моменти $\vec{N}_0$ унга перпендекуляр бўлган ўқ бўйича ўзгариш $d\vec{N}$ бўлса, натижавий импульс моменти

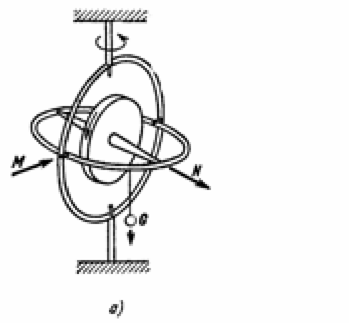
$$\vec{N} = \vec{N}_0 + d\vec{N} = \vec{N}_0 + \vec{M} \cdot dt \qquad (6)$$ га ва

$$\vec{M} \cdot dt = d\vec{N} \qquad (7)$$

га тенг бўлади. Чизмадан $da = \frac{\vec{M} \cdot dt}{N}$ (8) ва da нинг вақт бўйича ўзгариши

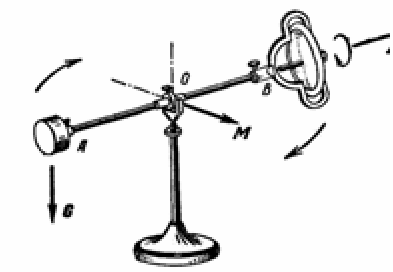
$\frac{da}{dt} = l = \frac{M}{N}$ (9) бўлади. Бунда $l = \frac{M}{N}$, l - прецессия

бурчак тезлик дейилади ва $\frac{M}{N}$ нисбатдан топилади.



А) $G-$ юк осамиз. Ҳалқа пастга тушмайди ва вертикал ўқ атрофида соат стрелкасига тескари йўналишда айланади. Юкнинг берган куч моменти

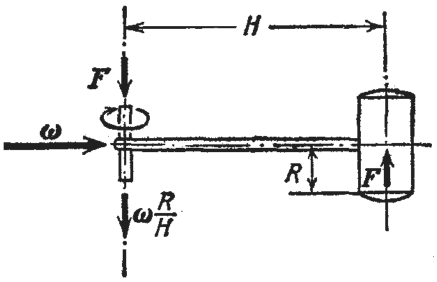
$\vec{M} = \left[\vec{R} \cdot \vec{G}\right]$ (10) га тенг.



Б) – юқорига туртсак, ҳалқа вертикал ўқ атрофида соат стрелкаси бўйича айланма ҳаракат қилади. Таёқчани олиб қўйсак унинг айланиши тўхтайди. Прецессия тўхтайди, $l = 0$. Демак гироскоп ўқига таъсир қилувчи куч унинг вазиятини ўзгартирмасдан вазият атрофида конуссимон сирт ҳосил қилиб, айланма ҳаракат прицессия қилади. Импульс моментига перпендикуляр бўлган ташкил этувчиси $\vec{r}$ ҳамма вақт таъсир этувчи кучнинг моменти М га боғлиқ.

Қўйидаги мисолни кўрсак:

Таъсир этувчи кучнинг моменти йўналишида гироскоп ўқи прицессия қилиб айланма ҳаракат қилади. Лекин гироскоп ўқи ўзининг бошланғич йўналишини сақлаб қолади.

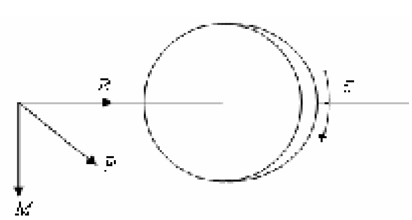


§ 48. Гироскопик кучлар

Техникада гироскопик кучлар ҳисобга олиниб, улардан кўп мақсадларда фойдаланилади. Югирик цилиндрда вужудга келувчи гироскопик кучлар югирикнинг босим кучини оширади. Шу кучни ҳисоблашни кўрамиз.

Мисол учун тегирманнинг ҳаракати вақтида югирик цилиндрик гироскоп тезлиги $\vec{u} = [\vec{w} \cdot \vec{r}]$ илгакда бўлади. Ўқнинг мусбат учи тезлиги $u = w' \cdot R$ бўлади. Бу ҳолда $w' \cdot R = w \cdot r$ бўлгани учун $w' \cdot = w \cdot \frac{r}{R}$ бўлади. Югирикнинг импульс моментининг горизонтал ташкил этувчиси $N_r = I \cdot w' = \frac{1}{2} mr^2 w \frac{r}{R} = \frac{1}{2} m \frac{r^3}{R} w$ га тенг. Чизмадан $da = wdt$ эканлигини ҳисобга олиб, $dN = N_r da$ импульс моментининг ўзгаришини топамиз.

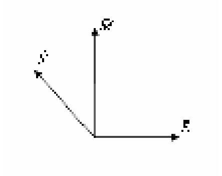
$dN = N_r wdt = FRdt$ чунки, $dN = Mdt = FRdt$. $FRdt = \frac{1}{2} mr^2 w^2 \frac{r}{R} dt$



йўналиши $\vec{F} \uparrow\uparrow \vec{w}^2$ бўлиб,

$F = \frac{1}{2} m \frac{r^3}{R^2} w^2$ $\quad \vec{F_b} \downarrow = \vec{P} + \vec{F}$, $\quad F_b > P$, демак босим кучи F катталикка кўп бўлади. Айланиб турган гироскопни бурганимизда, гироскоп ўқига қандай куч моменти таъсир қилишини кўрамиз.

Буни бурмоқчи бўлсак, шу ер текислигига перпендикуляр бўлган текислик бўйлаб, унга перпендикуляр йўналишда велоспед ғилдираги кескин ҳаракат қилади ва ва унинг вазияти



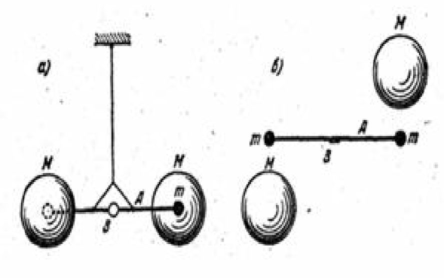
аниқлаш учун қўшимча куч қўйилиши талаб қилинади. Ўнгга бурсак, пастга тушиб, чапга бурсак юқорига чиқиб кетади. Прецесия натижасида ва бу куч w га боғлиқ.

Двигател ўқларидаги пошшивниклар ҳам шу гироскопик кучлар натижасида қўшимча кучланиш олади. Бу кучланиш w га боғлиқ бўлиб айниқса самолёт ҳаракатида жуда ҳам сезиларли таъсир қилади.

§ 50. Бутун олам торитишиш қонуни

Табиатдаги барча жисмлар ўзаро тортишади. Тортишиш кучлари Ньютон томонидан ўрганилиб, 1957 йилда Ньютоннинг тортишиш қонуни ёки «Бутун олам тортишиш» қонуни кашф этилади.

-расм



Таърифи; Массалари m_1 ва m_2 бўлган ва бир-биридан r масаофада жойлашган жисмлар орасидаги ўзаро тортишиш кучлари шу жисмларининг массаларини кучайтмасига тўғри пропорционал ($F \sim m_1 \cdot m_2$) ва улар орасидаги масофанинг квадратига тескари пропорционалдир ($\sim \frac{1}{r^2}$), яъни

$$F = F_{12} = F_{21} = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2} \quad (50\text{-}1)$$

Бу ерда γ- тортишиш доимийси ёки гравитацион доимийдир. Унинг физик маъноси: $\gamma = \frac{Fr^2}{m_1 m_2}$, яъни $m_1 = m_2 = 1\ кг$ ва орасидаги масофа $r = 1\ м$ бўлгандаги жисмлар орасидаги торишиш кучи, яъни $\gamma = F$ экан.

Моддий нуқта деб ҳисоблаб бўлмайдиган жисмлар учун (яъни, жисм ўлчами $D \sim r$) у жисмларининг ҳар бир кичик бўлаги (заррачасига) таъсир кучларини топиб, ҳар бир жисмларининг барча бўлаклари бўйича вектор йиғиндиси топилади, яъни

$$\vec F = \sum \Delta \vec F_i = \sum \gamma \frac{\Delta m_1 \Delta m_2}{r_i^3} \vec r_i .$$

Натижавий торишишни кучлари ҳар бир жисмнинг макссаларини марказига қўйилган бўлади.

Масалан; бир жинсли шардар бўлса, улар орасидаги тортишиш кучлари (ҳисоблашлар шуни кўрсатади) шу шарларнинг марказларига қўйилган бўлади. (расмга қаранг)

Тортишиш кучлари тажрибада биринчи марта 1798 йилда Кавендиш томонидан буралма тарози воситасида ўлчанилган. Кавендиш тажрибасининг схематик кўриниши қуйидагича.

Иккита мувозанатда турган m массали, ҳар бири 158 *кг* дан бўлган қўрғошин шарлар тортишиш натижасида металл симга осилган m массали шарлар системаси α бурчакка бурилади. Бурилиш бурчаги α кўзгуга тушаётган нур йўналишини ўлчаш асосида аниқланади. Жуфт кучларининг моментлари $M = 2F \cdot l$ ни бурилиш деформациясида (симда ҳосил бўлган) бўладиган куч моменти $M = f\alpha$ ни ҳисоблаш орқали аниқланади.

Бу ерда симнинг бурилиш модули f ни унинг тебраниш даврини ўлчаган ҳолда топиш мумкин:

$T = 2p\sqrt{\frac{I}{f}} = 2p\sqrt{\frac{ml^2}{2f}}$, бу ерда $I = \frac{ml^2}{2}$ - системасининг инерция моменти. Демак, f ни аниқлаб, F ни ўлчаб, тортишиш кучи ни ҳисоблаш мумкин. F ни бўлган ҳолда $\gamma = \frac{Fr^2}{mM}$ дан γ унинг қиймати аниқланади, яъни $\gamma = 6{,}65 \cdot 10^{-11}\ Н \cdot м^2/кг^2$ экан. СГС системасида $\gamma = 6{,}65 \cdot 10^{-8}\ см^2/г \cdot с^2$ ёки $г^2$ бирликларда ўлчанади.

Кавендишдан кейин қатор тажрибалардан γ нинг қиймати аниқланди ва Кавендиш таклиф қилган γ нинг катталиги амалда тасдиқланади.

А) Тортишиш доимийси γ ни билган ҳолда Ер сиртидаги эркин тушиш тезланиши g-ни ва Ернинг массасини аниқлаш мумкин. Ньютон қлнунига биноан m массали жисмнинг Ерга тортишиш кучи жисмнинг оғирлигига тенг, яъни

$$P = \gamma\frac{mM}{R^2} \text{ ва } P = mg.$$

Бу тенгламалардан Ернинг массаси $M = \frac{gR^2}{\gamma}$. Агар $g = 9{,}81\ м/с^2$, Ер радиуси $R = 6{,}4 \cdot 10^6$ ва γ нинг қийматига қўйиб ҳисобласа, $M = 6 \cdot 10^{24}$ *кг* га тенг экан.

Б) Ньютон «Бутун олам тортишиш» қонунига биноан Ойнинг ҳаракатини ўрганади ва унинг марказига тезалнишини аниқлади. $ma_n = \gamma\frac{mM}{r^2}$, бу ерда m-Ойнинг массаси,

M -Ернинг массаси, r –Ой траекториясининг радиуси. $a_n = \gamma \frac{M}{r^2}$; $\gamma = \frac{gR^2}{M}$ эканлигни ҳисобга олсак, $a_n = \frac{gR^2}{r^2}$ ёки $\frac{a_n}{g} = \frac{R^2}{r^2}$ экан. Унинг қиймати $a_n = g\left(R^2/r^2\right) \cong 0{,}273\ см/с^2$ ёки $2{,}73 \cdot 10^{-3}\ м/с^2$

§51. «Инерт массаси ва тортишиш» массаси

«Инерт» масса- бу жисмнинг инерцияси ёки инертлигидан аниқланадиган жисмнинг массасидир. Жисмнинг «инерт» - массаси Ньютоннинг II қонунидан фойдаланиб аниқланади, яъни $m_и = \frac{F}{a}$ ёки $m_г = \frac{F}{g}$. Бутун олам тортишиш қонунига асосланиб аниқланган жисмнинг массаси «тортишиш» ёки гравитацион массаси дейилади. $P = F_T = \gamma \frac{m_г M}{R^2} = Km_г$ бу ерда $K = \gamma \frac{M}{R^2} = g$ га тенг. Буни Ньютон, $K = g$ эканлиги тажрибада тенкшириб кўрди: Бунинг учун $m_и \cdot g = K \cdot m_г$ ва $g = K \frac{m_г}{m_и}$ ни математик маятникни ёрдамида текшириб кўрди: $T = 2p\sqrt{\frac{l}{g}} = 2p\sqrt{\frac{l \cdot m_г}{K \cdot m_и}}$.

Тебраниш даври T жисмнинг массасига боғлиқ эмас, фақат $T \sim \sqrt{l}$ экан, $\frac{m_г}{m_и} = const$ бўлиб, $k = g$ ва $\frac{m_г}{m_и} = 1$ бўлса, $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ қонуният бажарилар экан.

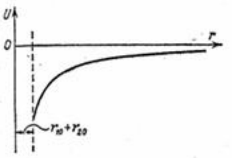
Демак, $m_и = m_г = m$ экан, яъни $m_и = \frac{F}{a}$ дан $F = 1\ Н$ ва $a = 1\ м/с^2$ бўлса $m_и = 1\ кг$ учун $P = P_{торт} = m_г g$ дан $m_г = \frac{P_{ог}}{g} = 1\ кг$ экан. Математик маятник учун $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ эканлиги ва $m_г = m_и$ эканлиги Бессель томонидан, кейинчалик Крилов томонидан текширилиб исбот қилинган.

Шундай қилиб, жисмнинг массаси ундаги модда миқдорини ҳамда унинг гравитацион ва инертлигини тавсифлайдиган сколяр физик катталик экан.

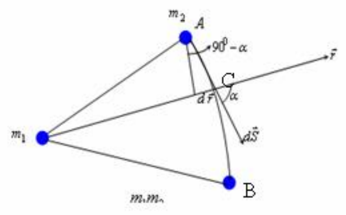
§ 52. Тортишишнинг потенциал энергияси

Жисмларнинг бошқа жисмлар билан ёки уларнинг ўзини айрим қисмлари орасидаги ўзаро таъсири натижасида эга бўлган энергиясига потенциал энегия дейилади.

Тортишиш потенциал энергиясининг ўзгариши тортишиш кучларининг бажарган ишининг тескари ишорасида олинган қийматига тенг эканлигини ҳисобга оламиз.



Тортишиш кучи $F=\gamma\frac{m_1m_2}{r^2}$, вектор кўринишда $\vec{F}=\gamma\frac{m_1m_2}{r_i^3}\vec{r}_i$ бўлса А нуқтадан С нуқтага кўчирилишида бажарилган элементар иш $dA=-\left(\vec{F}\cdot d\vec{s}\right)=-\gamma\frac{m_1m_2}{r^3}\left(\vec{r}d\vec{s}\right)$, чунки $ds\cdot\cos\alpha=dr$. $dA=-\gamma\frac{m_1m_2}{r^2}dr$. А нуқтадан В нуқтага кўчирилишда



бажарилган иш r_1 ва r_2 (нуқталардаги) масофалардаги потенциал энергиялар айирмасига тенг, яъни

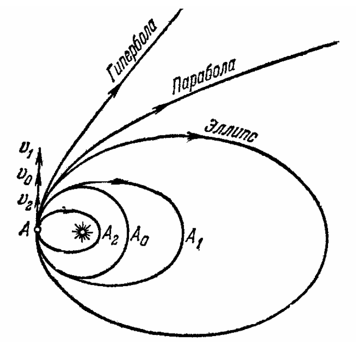
$$A=W_{n2}-W_{n1}=-\gamma\int_{r_1}^{r_2}\frac{m_1m_2}{r^2}dr$$

Бундан $A=W_{n2}-W_{n1}=-\left(\gamma\frac{m_1m_2}{r_2}-\gamma\frac{m_1m_2}{r_1}\right)$

Демак, жисмларининг ўзар тортишиши потенциал энергияси максимуми- жисмларни чексиз узоқлаштирилганда, минимуми улар орасидаги масофани энг кичик бўлганда, яъни $r=r_{10}+r_{20}$ бўлганда $W_{n\min}=-\gamma\frac{m_1m_2}{r_{10}+r_{20}}$ га тенг. Бир жинсли бўлмаган системалар учун ҳам потенциал энергия шу принципда (тамойилда) ҳисобланади.

§ 53. Коинот механикасининг асосий қонунлари

Коинот қонунлари Ньютоннинг механикасидаги асосий 4 та қонунлардан келиб чиқадиган маҳсулдир. Лекин Ньютон қонунлари кашфиётигача, Кеплер- Тихо Брагенинг кузатишларига асосланиб, планеталарнинг Қуёш атрофидаги ҳаракатининг қўйидаги қонунлари-Кеплер қонунларини кашф этди:

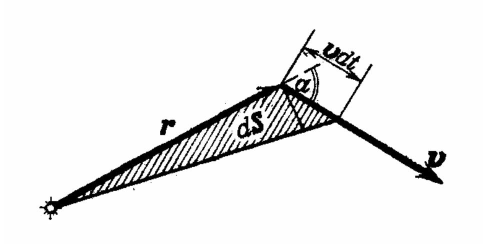


1. Барча планеталарнинг орбиталари элиписдан иборат бўлиб, уларнинг фокуслардаги бирида Қуёш ётади.
2. Планеталар ҳаракати шундай содир бўладики, Қуёш марказидан планетага ўтказилган радиус-вектор тенг вақтлар ичида тенг юзалар чизади.

3. Планеталарнинг Қуёш атрофидаги айланиш даврларининг квадратлари нисбати, орбита эллипслари катта ўқларининг кубларини нисбатига тенг:

$$\frac{T_1^2}{T_2^2}=\frac{R_1^3}{R_2^3}$$

Кеплернинг биринчи қонуни жисмнинг марказий куч майдонидаги ҳаракатини таҳлил қилишдан келиб чиқади ва унинг траекториясини аниқланади. Ҳаракат траекторияси (битта) текисликда ётади. Фараз қилайлик, планета траекторияси айланадан иборат



бўлсин. У ҳолда унга таъсир этувчи кучлар $\frac{m\upsilon_0^2}{R}=\gamma\frac{mM}{R^2}$ ва бундан $\upsilon_0=\sqrt{\gamma\frac{M}{R}}$; Ер

учун $\upsilon_1=\sqrt{\gamma\frac{M_{ep}}{R_{ep}}}=\sqrt{gR_{ep}}\approx 7{,}93\ км/c$, яъни 1-космик тезлик келиб чиқади.

Демак, орбита бўйича планетанинг орбита бўйлаб тезлиги ва орбита радиуси R бир-бири билан боғланган бўлиб, планета массасига боғлиқ

Мураккаб назарий ҳисоблашлар шуни кўрсатадики, орбита шакли планетанинг бошланғич тезлиги υ_0 га боғлиқ экан.

Агар тезлиги υ_0 га тенг бўлса, траектория айланадан иборат, агар тезлиги $u<u_0$ бўлса, траектория эллипсдаги иборат бўлиб, Қуёш эллписнинг узоқдаги фокусида жойлашади;

Агар тезлиги $\upsilon>\upsilon_0$ бўлса тораектория эллиписдан иборат бўлиб, Қуёш унинг яқин фокусида ётади.

1. Агар $W<0$ бўлса $\upsilon_0<\sqrt{\frac{2\gamma M}{R}}$ ни траектория эллипсдан иборат. Исботи:

$$W=W_k+W_n=\frac{m\upsilon^2}{2}-\gamma\frac{mM}{R};$$

Агар $\frac{m\upsilon^2}{2}=\gamma\frac{mM}{R^2}$ дан $m\upsilon^2=\gamma\frac{mM}{R}$ ва $W=-\gamma\frac{mM}{2R}<0$

2. Агар $W=0$ бўлса, $\upsilon_n=\sqrt{\frac{2\gamma M}{R}}$ ва траектория праболадан иборат бўлади. $W=W_k-W_n=\frac{m\upsilon^2}{2}-\gamma\frac{mM}{R}=0$. Бундан $\upsilon_n=\sqrt{\frac{2\gamma M}{R}}=\upsilon_{II}$ - иккинчи космик тезлик келиб чиқади.

3. Агар $W > 0$ бўлса, яъни $W_k > W_n$ бўлса, $\upsilon_г > \sqrt{\frac{2\gamma M}{R}}$ ва ҳаракат траекторияси гиперболадан иборат бўлади. Бунда планета аввалги бошланғич нуқтасига ҳеч қачон қайтиб келмайди.

Кеплернинг иккинчи қонуни импульс моментининг сақланиш қонуни натижасидир.

Қуёш атрофида ҳаракат қилаётган планетага доимий $F = \gamma\frac{mM}{r^2}$ га тенг тортиш кучи таъсир қилиб туради.

Шу сабабли қуёшнинг марказига нисабатаен планетанинг импульс моменти доимийдир, яъни $[\vec{r} \cdot m\vec{\upsilon}] = const$ ёки $[\vec{r} \cdot \vec{\upsilon}] = const$

Радиус-вектор $\vec{r}$ dt вақт ичида чизиб ўтган юза $ds = \frac{1}{2} r \cdot \upsilon \cdot dt \cdot \cos\beta$ (расмга қаранг);

$\beta = \frac{\pi}{2} - \alpha$ ва $\frac{ds}{dt} = \frac{1}{2} r \cdot \upsilon \cdot \sin\alpha = const$ ёки $\frac{\Delta s}{\Delta t} = const$. Бундан $\frac{1}{2}[\vec{r} \cdot \vec{\upsilon}] = const$

Демак, радиус вектор r нинг вақт бирлигида ўтувчи юзаси доимий катталик экан. Бундан ҳулоса шуки, планета орбита фокуси яқнида катта тезлик билан, фокусдан олисда кичик тезлик билан ҳаракат қиладилар.

Кеплернинг III- қонунини планеталарнинг орбиталари айланадан кам фарқ қилади деб осон итсботлаш мумкин. Бунда $F_M = F_T$, яъни $\frac{m\upsilon_1^2}{r_1} = \gamma\frac{mM}{r_1^2}$, $\upsilon_1^2 = \gamma\frac{M}{r_1}$, $\upsilon_1^2 = \frac{4\pi^2 r_1^2}{T_1^2}$,

$\upsilon_1 = \frac{2\pi r_1}{T_1}$, $\upsilon_1 = \omega r_1$

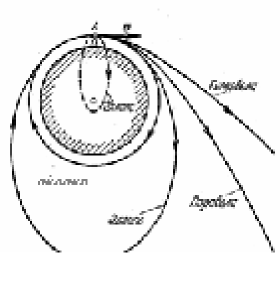
Шу сабабли $\frac{4\pi^2 r_1^2}{T_1^2} = \frac{\gamma M}{r_1}$, $\upsilon_1^2 = \gamma\frac{M}{r_1} = \frac{4\pi^2 r_1^2}{T_1^2}$

Бундан $\frac{r_1^3}{T_1^2} = \frac{gM}{4p^2} = const$ Худди шу тариқа иккинчи планета учун $\frac{r_2^3}{T_2^2} = \frac{\gamma M}{4\pi^2}$. Охирги формулалардан $\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{r_1^3}{r_2^3}$. Шундай қилиб, Кеплернинг III - қонунини исбот қилдик.

§ 54. Ер йўлдоши ва космик снарядларнинг ҳаракати

Ер йўлдошлари ва космик снарядларнинг ҳаракати Кеплер қонунларга бўйсунади. Ер атарофида ҳаракат қилиб юрган Ер йўлдошларининг сони мингдан ортиқ. Ана шуларнинг ҳаракат тезликларини кўриб чиқамиз.

Ердан h баландликда υ тезлик билан отилган жисм траекториясини кўрамиз.



1) Агар $F_M = F_T$ яъни, $\frac{m\upsilon^2}{r} = \gamma\frac{Mm}{r^2}$ бўлса, $r = R + h$

$\upsilon_n = \sqrt{\gamma\frac{M}{r}} = \sqrt{\gamma\frac{M}{R+h}}$ га тенг

Критик тезлик $\upsilon_{кр} = \sqrt{\gamma\frac{M}{R+h}} = \sqrt{g\frac{R^2}{R+h}} = R\sqrt{\frac{g}{R+h}}$

Агар $h << R$, яъни $h \approx 0$ бўлса, $\upsilon_{кр} = \upsilon_1 = \sqrt{Rg} \approx 7{,}93\ км/с$ -биринчи космик тезлик дейилади. Бу ерда орбита радиуси Ер радиусига тахминан тенг, орбита эса айланадан иборат.

2) Агар $\upsilon_n > \upsilon_{кр}$, $W = \frac{m\upsilon^2}{2} - \gamma\frac{mM}{r} = 0$ ва бундан

$\upsilon_{кр} = \sqrt{2\frac{\gamma M}{R+h}} = R\sqrt{\frac{2g}{R+h}} = \sqrt{2}\upsilon_к$ бўлса планета (снаряд) траекторияси эллипсдан иборат бўлади. Агар $h << R$ бўлса, $u_{II} = \sqrt{2}u_1 \approx 11{,}2\ км/с$ бўлиб, иккинчи космик тезлик дейилади. Агар h баландликдан снаряд шу u_{II} телик билан отилса у Ернинг тортишиш доирасидан чиқиб кетиб, Қуёш йўлдоши бўлиб қолади.

Учинчи космик тезлик ҳаракатланган снарядлар қуёш системасининг ташлаб чиқиб кетади ва унинг тезлиги $\upsilon_{III} = 16{,}7\ км/с$ га тенг.

§ 55. Деформация. Чўзилиш ва сиқилиш деформациялари

Қаттиқ жисмга бирор куч таъсир этса, жисмнинг шакли ёки ўлчами ўзгаради, ёки физикада айтилишича қаттиқ жисм деформацияланади. Қаттиқ жисмнинг механикасини ўрганганимизда жисмнинг деформациялари анча кичик ва улар жисмнинг ҳаракатига таъсир кўрсатмайди деб фараз қилиб, жисмнинг деформацияларини эътиборга олмаган эдик.

Бироқ, механиканинг бошқа кўп масалаларида кучларнинг жисмга кўрсатадиган таъсири билан кучлар юзага келтирадиган деформациялар орасидаги боғланиш қонунларини билиш ва уни ҳисобга олиш зарур бўлади.

Жисм тинч турибдими ёки нотекис ҳаракат ҳолатидами, бундан қатъий назар, жисмга куч таъсир этган барча ҳолларда жисм деформацияланади. Масалан: чизғичнинг учларига уни чўзувчи тенг ва қарама—қарши йўналган икки куч қўйилган; бу кучларнинг ортиб бориши билан чизғич чўзилади, чизғичнинг алоҳида зарралари орасидаги масофа ортади, чизғич деформацияланади. Чизғичнинг учларига қўйилган кучлар ортиши билан барча зарралар орасидаги масофалар ортади.

Энди айнан ўша чизғичга унинг бир учига қўйилган куч таъсир қилади деб фараз қилайлик. Чизғич бир куч таъсири остида тезланиши билан ҳаракат қилади, худди шу сабабли, яъни куч таъсиридан чизғичда деформациялар пайдо бўлади. Бироқ бунда деформациялар характери олдинги ҳолдагидан бошқача бўлади. Олдинги ҳолда бир жинсли чизғичнинг ҳамма қисмлари бир хил эди, бу ҳолда эса бир жинсли чизғичнинг турли қисмлари турлича деформацияланади: куч қўйилган ва унга яқин жойдаги қисмлар узоқдаги қисмларга қараганда кўпроқ чўзилади.

Умуман олганда ташқи куч таъсирида қаттиқ жисм шакли ёки ҳажмининг ёки ўлчамининг ўзгариши **деформация** деб аталади. Агар деформацияни вужудга келтирувчи куч таъсири йўқолгач, жисм ўзининг аввалги шакли ва ҳажмини тиклай олса, бундай деформация **эластик деформация**, тўла тиклай олмаса **ноэластик деформация** дейилади.

Деформацияловчи куч таъсири тўхтагач, деформацияланган жисмнинг шакли ва ўлчамларини тиклай олиш қобилияти мазкур жисмнинг **эластиклиги** деб аталади. Эластик деформацияланиш жараёнида жисмнинг деформацияланишига қаршилик кўрсатадиган кучлар вужудга келади. Мазкур кучлар **эластиклик кучлари** дейилади ва у деформацияловчи куч йўналишига қарама—қарши йўналган бўлади.

Эластиклик кучларининг вужудга келишининг сабаби қуйидагича: деформация жараёнида деформацияланувчи жисм зарраларининг орасидаги масофа ва уларнинг ўзаро жойлашиши ўзгаради. Бунинг натижасида жисм зарралари орасидаги таъсир кучларининг мувозанати бузилиб эластиклик кучлари вужудга келади. Бу кучлар зарраларнинг деформация жараёнидан аввалги, дастлабки вазиятини тиклашга ҳаракат қилади. Эластиклик кучлари деформацияланадиган жисминнг ичида, унинг қисмлари орасида вужудга келиб, зарраларнинг вазиятини ўзгартирган ташқи кучларга қарши йўналган бўлиб, уни мувозанатлайди. Бундай деформация **статик деформация** дейилади. Зарррралар орасидаги кучлар электромагнит табиатга эга бўлгани учун эластиклик кучлари ҳам электромагнит табиатга эга бўлади.

Энг содда деформациялардан бири **чўзилиш** ёки **сиқилиш** деформациясидир. Узунлиги $\mathbf{l}_0$ га кўндаланг кесимининг юзи **S** га тенг стерженнинг деформациясини энг содда модел деформацияси сифатида схематик равишда тасаввур этиш мумкин; бу модель бир—бирига пружиначалар билан бириктирилган айрим массалардан иборат. Моделнинг энг остки массасига ташқи куч қўйилганда бутун тизим тезланиш билан ҳаракат қилади; ҳар бир пружиначага таъсир этувчи кучлар пружиначадан пружиначага узатилиши билан камайиб боради. Бирор пружиначани чўзаётган куч бу пружинача орқасида келаётган ҳамма массаларга тезланиш беради ва шунинг учун пружиначалар деформацияси турлича бўлади. Деформацияланган жисмнинг турли қисмлари орасида пайдо бўладиган кучлар, ташқи кучлардан фарқли равишда, **ички кучлар ёки зўриқишлар** дейилади.

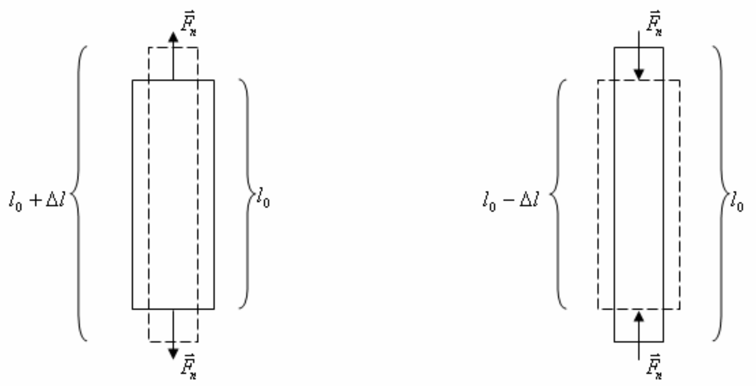
Деформациялар тақсимоти анча мураккаб бўлгани учун эмас, балки одатда кучлар билан деформациялар орасидаги боғланиш бир қийматли эмаслиги ва у қўйилган кучларнинг катталигига ва йўналишига ҳамда бошқа сабабларга боғлиқ бўлгани учун ҳам кучлар билан деформацияларни боғловчи қонунлар умумий ҳолда жуда мураккаб бўлади.

Фақат эластик жисмда кучлар ва деформациялар катталиги ўзгаришининг маълум бир интервалида кучлар деформацияларни бир қийматли аниқлайди. Куч билан деформацияни боғловчи қонуниятларни аниқлаш учун деформациянинг энг содда турини, яъни бир жинсли стерженнинг ўз ўқи бўйлаб чўзилишини ёки сиқилишини кўриб текшириш қулай.

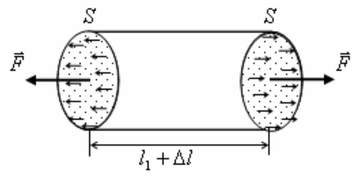
Агар стержень материали бир жинсли бўлса, стерженнинг исталган жойида белгилаб қўйилиши мумкин бўлган барча бир хил бўлаклари ҳар қандай нагрузкада бир хил чўзилади. Стерженнинг учларига $\vec{F}_{\text{н}}$ кучлар таъсир қилса, стержен узунлиги $\Delta \mathbf{l}$ миқдорга ўзгаради.

Чўзувчи кучларни мусбат деб ҳисоблаймиз; бу ҳолда $\Delta \mathbf{l}$ ҳам мусбат бўлади, яъни чўзувчи куч таъсирида $\Delta \mathbf{l}$ миқдорга узаяди. **Сиқувчи** кучларни манфий деб ҳисоблаймиз; бу ҳолда $\Delta \mathbf{l}$ ҳам манфий бўлади, яъни стержень сиқувчи кучлар таъсирида узунлиги камаяди. (1 – расм).

Деформацияни характерлаш учун стержен узайиши $\Delta \mathbf{l}$ нинг қиймати эмас, балки унинг нисбий узайиши $\frac{\Delta \mathbf{l}}{\mathbf{l}_0}$ муҳимдир.



1-расм



2-расм

Ҳар қандай бир жинсли стержен учун $e=\dfrac{\Delta \mathbf{l}}{\mathbf{l}_0}$нинг катталиги бир хил бўлиб, чўзувчи F кучнинг катталигига боғлиқдир. F куч таъсирида стерженда ички кучлар пайдо бўлади, стерженнинг қисмлари бир—бирига ўша ички кучлар (зўриқишлар) билан таъсир қилади. Стерженнинг бирор бўлагини фикран кесиб олиб, (2—расм) бу бўлакнинг мувозанат шартларини кўриб чиқамиз.

Мувозанат шартларидан бу кесманинг учларига стерженнинг қўшни қисмлари томонидан таъсир этувчи кучлар бир—бирига тенг бўлиб, қарама—қарши йўналган деган хулоса чиқади. Бу хулоса стерженнинг ҳар қандай кесмаси учун тўғри бўлгани сабабли, стерженнинг ҳар қандай қўндаланг кесимида Fга тенг бўлган ички кучлар пайдо бўлади. F зўриқишни кўндаланг кесим сиртига қўйилган куч сифатида тасаввур этиш мумкин. Стержень бир жинсли бўлгани учун зўриқиш кўндаланг кесим бўйлаб текис тақсимланади. Кўндаланг кесимнинг бирлик юзасига таъсир этувчи зўриқиш (куч) катталиги кучланиш деб аталади. Иккинчи томондан ҳар хил кесимли стерженлар учун бир хил куч таъсирида вужудга келган $\dfrac{\Delta \mathbf{l}}{\mathbf{l}_0}$ нисбий деформация стержень қанча йўғон бўлса, шунча кичик бўлади. Бундан, эластик чўзилиш (сиқилиш) деформациясида узунликнинг $\dfrac{\Delta \mathbf{l}}{\mathbf{l}_0}$ нисбий ўзгариши $\dfrac{F_n}{S}$ катталикка, яъни стержень кўндаланг кесимининг бирлик юзага тўғри келадиган кучга пропорционал бўлиши керак. Бу $\dfrac{F_n}{S}=p_n=s$ катталик юқорида айтилгандек кучланиш деб аталади. Шундай қилиб **кучланиш** деб, жисм кўндаланг кесимининг юза бирлигига таъсир қилувчи кучга айтилади: $s = \frac{F_n}{S}$ (1)

Жисмнинг ўлчамлари ўзларига нисбатан неча марта ортганлигини ёки камайганлигини кўрсатувчи катталикка **нисбий деформация** дейилади: $e = \frac{\Delta \mathbf{l}}{\mathbf{l}_0}$ (2). Инглиз физиги Роберт Гук деформацияланувчи жисмдаги кучланиш нисбий деформацияга пропорционал эканлигини аниқлаган: $s \sim \frac{\Delta \mathbf{l}}{\mathbf{l}_0}$ (3). Чўзилиш ёки сиқилиш деформацияси бўлаётган стержен учун Гук қонунини қуйидагича ёзиш мумкин. $\frac{\Delta \mathbf{l}}{\mathbf{l}_0} = k\frac{F_n}{S}$ (4). Бунда $k = \frac{1}{E}$ (5) бўлиб, бу ерда E Юнг модули ёки эластиклик модули деб аталади ва жисмнинг эластик хоссаларини асосий характеристикасидир.

Юқоридаги формулалардан қуйидаги муносабатларга эга бўламиз:

$$e = \frac{1}{E}s \quad (6) \quad \Rightarrow \quad E = \frac{s}{e}$$

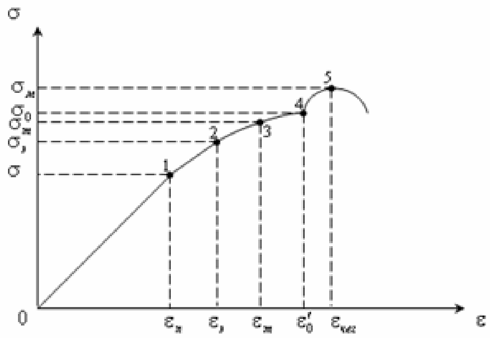
Агар стержень чизиқли ўлчамининг нисбий ўзгариши $e = 1$ бўлса, $E = s$ бўлади.

Демак, **Юнг модули** деформацияланувчи стерженнинг узунлигини 2 марта ўзгартириш учун зарур бўлган кучланиш катталигига тенг экан.

Юнг модулининг бирлиги кучланиш бирлиги билан бир хил бўлиб, $\frac{H}{м^2} = Па(Паскаль)$ билан ўлчанади. Тажрибанинг кўрсатишича, эластик деформация ҳар бир жисм учун кучланишнинг маълум бир аниқ қийматигача рўй беради. Ҳар қандай қаттиқ жисмда фақат маълум чегарагача Гук қонунига бўйсунадиган деформациялар бўла олади.

Чўзаётган F куч ёки s кучланишни аста – секин орттира бориб, стержень узайиши, яъни нисбий деформацияни аниқлаб, тажрибалар асосида s кучланиш билан e орасидаги боғланиш диаграммаси ҳосил қилинади, бу схематик диаграмма 3 – расмда келтирилган.

Зўриқиш унча катта бўлмаганда, s билан e деярли тўғри пропорционал бўлади. 1 – нуқтага боргунча боғланиш шундай давом этади. Чизиқли боғланишдан четланиш сезила бошлаган пайтдаги кучланишнинг $s = s_ч$ қиймати пропорционаллик чегараси деб аталади. Аниқроқ айтганда, пропорционаллик чегараси маълум қийматга эга эмас, чунки чизиқли боғланишдан четланишни сезиш имконияти ўлчашнинг қай даражада аниқлик билан ўтказилишига боғлиқдир.



3-расм

Эластик деформацияда ташқи кучнинг таъсири тўхталиши билан деформация бутунлай йўқолади, яъни жисм дастлабки ўлчамларига қайтади. Аммо кучланиш эластиклик чегараси деб аталувчи қийматдан ортиқ бўлганда, бошқа тур деформация — **пластик деформация** вужудга келади (2—4 соҳалар), бу деформация кучнинг таъсири тўхтагандан сўнг ҳам бутунлай йўқолиб кетмайди. Пластик деформация эластик деформацияга қараганда осонроқ содир бўлади.

$s = s(e)$ боғланиш диаграммасининг энг содда кўриниши бўлади.

1) $s = s(e)$ боғланиш ҳар хил жисмлар учун ҳар хил бўлиб, уларнинг кўриниши турли материаллар учун турлича бўлади. Сабаби, деформация жараёни деформацияланувчи жисмнинг табиатига, яъни унинг структурасига, заррачаларнинг орасидаги таъсир кучига ва жисмнинг таркибига боғлиқдир.

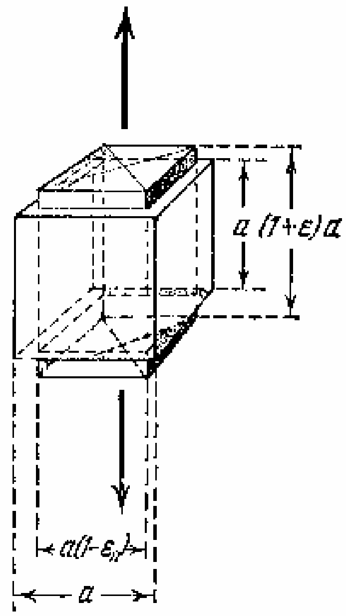
2)Пластик деформация соҳасида (оқувчанлик соҳа) эгри чизиқ деформация ўқига деярли параллел бўлиб боради — бу қисмда кучланишлар деярли ортмайди, деформациялар эса ортади. Пластик деформация соҳасида, кучларнинг таъсири тўхтагач, жисмнинг узунлиги дастлабки узунлигидан катта бўлади; унда чўзилиш қолдиқ деформацияси сақланади.

3) e_r — нисбий деформация ортиши билан кучланишлар эгри чизиғи бир оз кўтарилади ва максимал қийматга эришади. Бунда стержень узилиб кетиш мумкин. Кучланишнинг бунга мос қиймати **мустаҳкамлик чегараси** дейилади (5—нуқта). Агар бирор жисмнинг мустаҳкамлик чегараси эластиклик чегарасига яқин бўлса, бундай жисм фақат жуда кичик қолдиқ деформацияни беради; бундай жисм **мўрт** деб юритилади. Катта пластик деформация бера оладиган жисмлар **пластик** жисмлар дейилади; масалан қўрғошин ёки рух симларда анча катта пластик ва қолдиқ деформациялар бера олади.

4). «Кучланиш — деформация» эгри чизиғининг 0—2 қисмига мос келадиган деформация ва кучланишларнинг кичик қийматлари соҳаси мазкур материалнинг **эластик деформациялар** соҳасидир. $e_э$ дан кичик бўлган деформациялардагина стержень эластик жисм каби бўлади. Синалаётган материалнинг чўзилишидаги эластик чегарасига тўғри келувчи $2(s_э, e_э)$-нуқта $s_п$ ва $s_э$ қийматлари орасида ётади.

$s(e)$ эгри чизиқнинг бош қисми тўғри чизиқдир; кучланиш билан деформация орасидаги боғланиш бу қисмда тахминан 1-нуқтагача пропорционаллик қонуни билан тасвирлаш мумкин: $s = Ee$.

$s = Ee$ муносабатга **Гук қонуни** деб аталади. Гук қонуни ўринли бўладиган соҳа пропорционаллик соҳаси дейилади; кучланиш ва деформация учун Гук қонуни ўринли бўладиган ҳолдаги энг ката $s_п$ ва $e_п$ қийматлари **пропорционаллик чегараси** дейилади.



«Деформацион — кучланиш» эгри чизиғининг эластиклик чегарасидан ташқарида ётган қисми **пластик деформациялар соҳаси** дейилади ва деформациялар бундай бўлганда синалаётган жисм эластик бўлмайди.

Агар деформацияни пластик деформациялар соҳасида ётувчи бирор e_0^1 қийматга етказиб, кейин куч камайтирилса, деформация катталиги бир оз камаяди. Куч бутунлай олиб қўйилганда e_0 қолдиқ деформация e_0^1 каби қийматга эга бўлади. Пластиклик соҳасида қолдиқ деформациялар бошланғич деформацияларга деярли тенг бўлади. Бу соҳада, одатда, 2 та характерли нуқта бўлади: оқувчанлик чегараси (2—нуқта) ва мустаҳкамлик чегараси (5—нуқта). Оқувчанлик чегарасига эришилгач, материал «оқа» бошлайди; бу эса нагрузка ортирилмаган ҳолда ҳам деформациялар ортаверишини билдиради. $\sigma_М$ мустаҳкамлик чегараси — намуна ҳали емирилмайди турадиган ҳолдаги энг катта кучланиш бу чегарадан ортса, синалаётган намуна емирилади.

Стерженнинг чўзилиши ва сиқилишидаги деформациялар жуда содда бўлади. Стерженда фикран ажралиб олинган куб бундай деформацияда параллепипед бўлиб қолади.

Бунда кубнинг ва бутун стерженнинг кўндаланг кесими ҳам ўзгаради: чўзилишда кўндаланг кесимлар кичраяди, сиқилишда эса катталашади.

Тажрибалар стерженнинг кўндаланг кесими камайиши e узайиши деформациясига пропорционал эканини кўрсатади. Кубнинг (4—расм) кўндаланг ёғини (чўзилиш кучланишиларига нормал бўлган ёқ) чегаралаб турган қирранинг нисбий қисқаришини e_n билан белгиласак, $e_n = me$ бўлади.

Бу ерда m — кўндаланг сиқилиш модули ёки Пуассон коэффициенти деб аталади. Кўндалангига сиқилиш модули m, Юнг модули каби, материалнинг эластиклик хоссаларининг муайян характеристикасидир.

Содда мулоҳазалардан, бир жинсли изотроп материалнинг кўндаланлигига сиқилиш модули (m) $\frac{1}{2}$ дан ортиқ бўла олмаслиги келиб чиқади.

Стержень чўзилишидан олдин унинг ичида фикран ажратиб олинган a томонли бирор кубнинг ҳажми a^3 бўлсин, (4—расм) деб фараз қилайлик. Агар кубнинг қирралари стержень ўқига параллел бўлса, деформациялангандан сўнг кубнинг ҳажми қуйидагига тенг бўлади:

$$V = a_1 \cdot b_1 \cdot c_1 = (1-e_n)a \cdot (1-e_n)a \cdot (1+e)a = a^3(1+e)(1-e_n)^2$$

$V = a^3(1+e)(1-me)^2$ ($e_n = me$ эканлигини ҳисобга олдик.)

Чўзилишда ҳажм камаймайди, шу сабабли $\varepsilon > 0$ эканлигини ҳисобга олиб ва жуда кичик миқдорларни ҳисобга олмасак, $m \leq \frac{1}{2}$ келиб чиқади.

§56. Деформацияланган жисм энергияси ва унинг зичлиги

Дастлабки узунлиги $\mathbf{l}_0$ бўлган стерженга s кучланиш таъсир қилганда, унинг янги узунлиги $\mathbf{l} = \mathbf{l}_0 + \Delta\mathbf{l}$ бўлади.

$\frac{\Delta\mathbf{l}}{\mathbf{l}_0} = a\ s$ формулага кўра $\Delta\mathbf{l} = a\ s\ \mathbf{l}_0$ ва стерженнинг янги узунлиги:

$\mathbf{l} = \mathbf{l}_0(1 + a\ s)$.

Бу формуладан кўринадики, эластик деформация чегарасигача стерженнинг узунлиги кучланиш s га чизиқли боғланишда ўзгаради. Стерженни чўзганда ёки сиққанда ташқи кучлар иш бажаради. Стерженга ҳар бир муайян вақт пайтида таъсир қилаётган куч — $F_n = \frac{ES\Delta\mathbf{l}}{\mathbf{l}_0}$ деформация вақтида бир хил қолмай, балки стержень узунлигининг $\Delta\mathbf{l}$ ўзгаришига пропорционал равишда ўзгариб боради. Стерженнинг узунлиги $\mathbf{l}_0$ қийматидан $\mathbf{l}_0+\Delta\mathbf{l}$ қийматгача ўзгарсин; у ҳолда A иш $A=\overline{F}_n\cdot\Delta\mathbf{l}$ га тенг бўлади.

Бунда $\overline{F}_n$ –кучнинг ўртача қийматидир. $\overline{F}_n$ кучнинг ўсиши $\Delta\mathbf{l}$ нинг узайишига чизиқли боғлиқ бўлгани учун, кучнинг ўртача қиймати– $\overline{F}_n=0$ ($\Delta\mathbf{l}=0$ бўлганда) билан $F_n=\dfrac{ES\Delta\mathbf{l}}{\mathbf{l}_0}$ нинг ($\Delta\mathbf{l}$ нинг берилган қийматида) ўрта арифметик қийматига тенг, яъни:

$$\overline{F}_n=\frac{1}{2}\frac{ES}{\mathbf{l}_0}\Delta\mathbf{l}$$

Бундан: $A=\dfrac{1}{2}\dfrac{ES}{\mathbf{l}_0}\cdot\Delta\mathbf{l}^2$ ёки бу ифодани $dA=F_n\cdot d\left(\Delta\mathbf{l}\right)$ ва $A=\int dA=\int\limits_0^{\Delta\mathbf{l}}\dfrac{ES}{\mathbf{l}_0}\cdot d\left(\Delta\mathbf{l}\right)$ интеграл орқали келтириб чиқаришимиз мумкин.

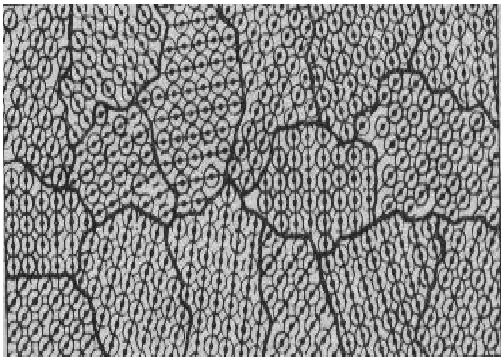
Бу иш эластик деформацияланган стерженда потенциал энергия ҳосил қилиш учун сарфланади : $E_p=\dfrac{1}{2}\dfrac{ES}{\mathbf{l}_0}\Delta\mathbf{l}^2$.

Бу энергиянинг ҳажм бирлигига тўғри келган қисми–яъни потенциал энергия қисми $\overline{\omega}=\dfrac{E_p}{V}=\dfrac{1}{2}\dfrac{ES\Delta\mathbf{l}^2}{\mathbf{l}_0 S\,\mathbf{l}_0}=\dfrac{E\Delta\mathbf{l}^2}{2\mathbf{l}_0^2}=\dfrac{E\varepsilon^2}{2}$ га тенг бўлади.

Шундай қилиб, эластик деформацияланган стерженнинг потенциал энергияси абсолют деформация квадрати – $\Delta\mathbf{l}^2$ га пропоционал экан.

Юқоридаги фикрлар металларга хосдир. Рентгеноскопик тадқиқотларнинг кўрсатишича, одатдаги ҳолатда металлар бир–бирига нисбатан хаотик жойлашган майда–майда кристаллчалар тўпламидан иборатдир. Кристалларда атомлар кристалл панжара ҳосил қилиб тайинли бир тартибда жойлашади. Агар материалнинг бутун намунаси бир кристаллдан иборат (монокристалл) бўлса эди, унинг эластиклик хоссалари турли йўналишларда турлича бўлар эди. Бундай жисмлар **анизотроп жисмлар** дейилади. Ҳақиқатда эса металлдаги майда кристаллчалар хаотик жойлашган бўлиб, бир–бирига тахминан 5–расмда схематик равишда тасвирлангандек мутлақо ҳар хил жойлашади. Шунинг учун ҳар хил йўналишлар бўйича эластик хоссалари бир хил бўлиб, металл **изотроп** жисмдир.

Эластик деформациялар зонасида кристаллчалар силжимасдан ва бузилмасдан ўз шаклини ўзгартиради. Нагрузка олингандан кейин кристаллчалар аввалги ҳолатига қайтади.

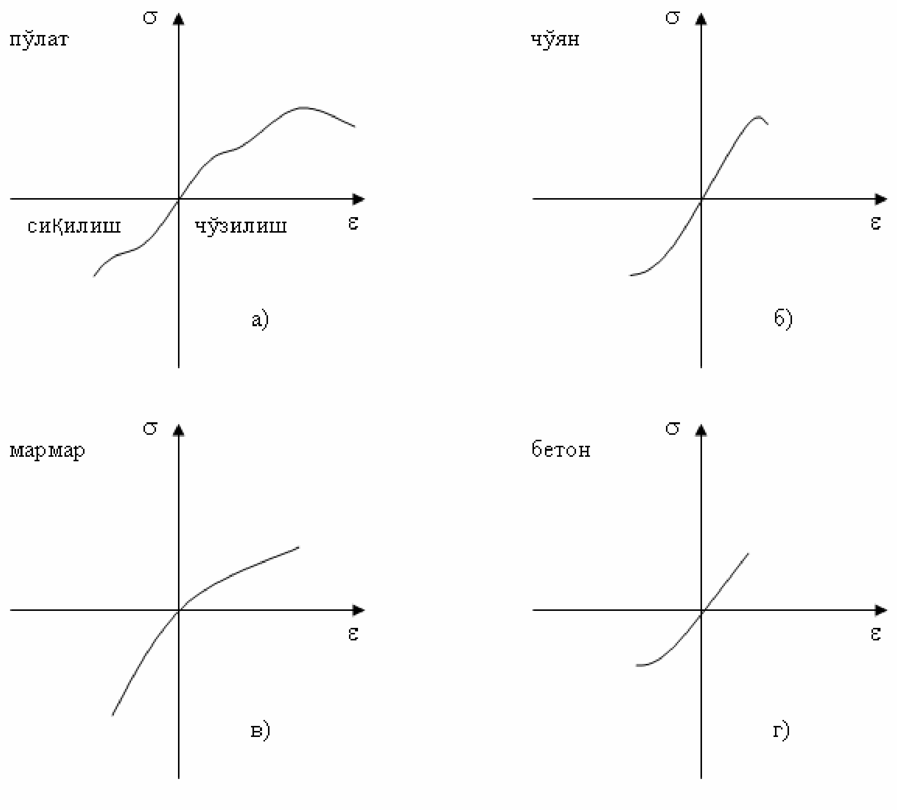


Пластик деформациялар зонасида эса кристаллчаларнинг шакли ўзгаришидан ташқари, уларда сирпаниш юз беради, шунингдек, улар бир—бирига нисбатан силжийди ва синади. Энди бу ўзгаришлар нагрузка олингандан кейин йўқола олмайди ва жисм деформацияланганича қолади, унда қолдиқ деформациялар пайдо бўлади. Пластик деформациялар технологияда муҳим аҳамият касб этади: металларни штамповка қилиш, эгиш, болғалаб буюм ясаш пластик деформациялар туфайлигина мумкин бўлади. Агар металларда фақат эластик деформациялар бўлганда эди — металлдан ҳеч нарса ясаб бўлмас эди.

Металл ва бошқа материалларнинг механикавий хоссалари маълум бир тарзда тайёрланган маълум ўлчам ва маълум шаклга эга бўлган стерженларнинг чўзилишига қараб аниқланади. Бу стерженлар материаллар синаладиган махсус машиналарда чўзиб кўрилади.

Металларнинг сиқилишидаги Юнг модули катталиги чўзилишдаги модули катталиги билан бир хил бўлади. 6 а— расмда одатдаги пўлат учун характерли бўлган «деформация—кучланиш» эгри чизиғи кўрсатилган. Сиқилишдаги пропоционаллик чегарасининг қиймати чўзилишдаги қийматидан бошқача бўлади ва эгри чизиқнинг пластик деформациялар зонасидаги характери ҳам бир оз бошқачадир.

Бошқа материаллар учун «кучланиш—деформация» эгри чизиғининг шакли бутунлай бошқача бўлади. Чўянга оид бу эгри чизиқ 6 б—расмда берилган. Чўзилишда чўян учун пластик деформациялар зонаси йўқ деса бўлади. Эластиклик зонасига етгандан кейин деярли сезиларсиз оқувчанлик зонаси бўлади ва намуна бирданига емирила бошлайди. $s(e)$ диаграммаси чўяннинг диаграммасига ўхшаган материаллар мўрт материаллар деб, пўлатга ўхшаб пластик деформациялар зонаси анча катта бўлган материаллар эса қовушқоқ материаллар дейилади.



6-расм

Бирор материални амалда ишлатишда қовушқоқ ва мўрт материал хоссаларининг бу фарқини билиш жуда муҳимдир. Агар бирор машина ишлаб турганда кучланишлар баъзи жойларда эластиклик чегарасидан катта бўлса, қовушқоқ материалдан ясалган машина синмайди, мўрт материалдан ясалган машина эса синиб қолади.

6 г,в—расмда баъзи материаллар учун кучланиш билан деформация орасидаги боғланиш эгри чизиқлари таққослаш учун берилган, мармар ва бетон каби мўрт материаллар чўзилишдан кўра сиқилишга анча яхши бардош

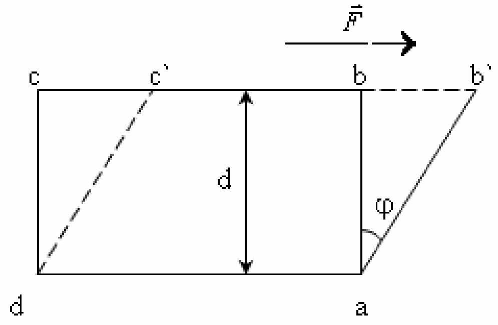
беради, яъни уларнинг сиқилишдаги мустаҳкамлик чегаралари чўзилишдагидан анча юқори бўлади.

Материалнинг эластик хоссаларини билган ҳолда анча мустаҳкам ва ихчам машина, иншоот ва қурилмаларни ишлаб чиқариш ва қуриш мумкин.

§57. Силжиш деформацияси

Силжиш модули силжиш деформациясида қаттиқ жисмнинг эластик хусусиятини характерловчи катталикдир. Силжиш деформацияси қаттиқ жисм қатламларининг бир—бирига нисбатан параллел силжишидан содир бўлади. Бирор жисмда, соддалик учун куб шаклидаги жисмда силжиш деформацияси ҳосил қилиш учун унинг бир томонига у билан айни бир текисликда ётувчи F куч билан таъсир этамиз. Бу куч ўзи таъсир қилаётган сиртга уринма бўйича йўналган бўлади. Бу куч таъсирида жисмнинг қатламлари бир—бирига нисбатан силжийди ва таъсир қилаётган сиртга тик бўлган ҳар қандай ab физик тўғри чизиқ (яъни қаттиқ жисмнинг муайян заррачалари билан боғланган чизиқ) бирор j бурчакка бурилади. Куб шаклидаги жисмнинг кўндаланг $abcd$ квадрат кесими ab^1c^1d ромбга айланади, (7—расм).

Бунда қаттиқ жисмнинг маҳкамланган пастки горизонтал қатламидан ташқари ҳамма қатламлари силжийди. Шу билан бир вақтда жисмда ташқи таъсир кучининг йўналишига тескари йўналишда $\vec{F}_э$ эластиклик кучи ҳосил бўлади. Деформация мувозанат ҳолатга оид бўлса, $\vec{F} = -\vec{F}_э$ бўлади. Агар жисм бир жинсли бўлса, ҳар бир горизонтал кесимга таъсир қилувчи кучлар кесим бўйича текис тақсимланади.



7-расм

Силжиш бурчаги кичик бўлганда, j қиймати (7—расм) $tgj = \frac{bb^1}{d}$ ёки тақрибан $j \approx \frac{bb^1}{d}$ га тенг бўлади. Бунда $d = ab$ —жисмнинг қалинлиги, bb^1— юқори қатламнинг пастки қатламга нисбатан силжишининг абсолют қиймати. Бундан кўринадики, j силжиш бурчаги нисбий силжишни характерлайди, шунинг учун Гук қонуни бажариладиган чегараларда қуйидаги тенгликни ёзиш мумкин:

$$j = n\frac{F}{S},$$

бунда жисмнинг қандай материалдан ясалганлигига боғлиқ ўзгармас сон $n -$силжиш коэффициенти дейилади.

S эса F куч таъсир қилаётган сиртнинг юзи. Кучланиш $s = \frac{F}{S}$ ни киритиб, формулани ўзгартирамиз $j = ns$.

F куч қаралаётган кесим текислигида ётганлиги учун ҳосил бўлган кучланиш **тангенциал кучланиш** дейилади. n га тескари катталик

$N = \frac{1}{n} \Rightarrow n = \frac{1}{N}$, бу ерда $N -$силжиш модули дейилади.

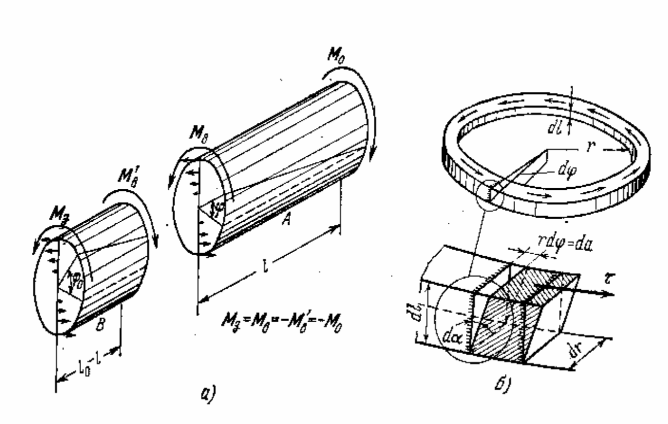
Силжиш коэффициенти ўрнига формулага силжиш модули N киритсак: $j = \frac{1}{N}s$. Бир жинсли изотроп жисмларнинг кўпчилиги учун силжиш модули N сон жиҳатдан, Юнг модули Е нинг тахминан 0,4 қисмига тенг ($N \approx 0.4E$).

§58. Буралиш деформацияси

Бир жинсли доиравий кесимга эга бўлган стерженнинг бир асоси стержень ўқи атрофида иккинчи асосига нисбатан бирор j бурчакка буралган бўлсин.

Стерженнинг ўқига перпендикуляр бўлган ҳар қандай кесимида ички зўриқишларнинг стержень ўқига нисбатан моменти стерженни бураётган кучларнинг моментига тенг. Ҳақиқатдан ҳам, буралган стерженнинг бирор В қисмини фикран кесиб оламиз (8$-$расм). В қисми тинч тургани учун унга таъсир этувчи кучларнинг моментлари нолга тенг. Бу қисмга бир томондан ташқи кучларнинг M моменти, ички томондан кесимга уринма йўналишда таъсир этувчи ички зўриқишларнинг M^1 моменти таъсир қилади; M^1 катталиги M га тенг бўлиб, қарама$-$қарши йўналгандир.

Стерженнинг қўзғалмас асосидан $\mathbf{l}$ масофада турган жойидан қалинлиги $d\mathbf{l}$ етарлича кичик бўлган диск кесиб олиб, бурилишда бу дискнинг пастки асоси j бурчакка юқори асоси $j + \Delta j$ бурчакка бурилади деб фараз қиламиз. Бу дискдан ички радиуси r ва ташқи радиуси $r + \Delta r$ ҳалқа кесиб оламиз (8 б$-$расм). У ҳолда бу ҳалқадан кесиб олинган ҳамма кубчаларнинг сурилиш деформацияси бир хил бўлиб, айни бир da бурчакка тенг бўлади. Диск юқориги асоси деформацияланмасдан пастки асосига нисбатан жуда кичик dj бурчакка бурилгани учун da силжиш бурчаги халқанинг r радиусига пропорционал бўлади. Ҳалқанинг юқориги сирти пастки сиртига нисбатан da миқдорда кўчади: $da = da \cdot d\mathbf{l} = r \cdot dj$



Шунинг учун силжиш бурчаги $da = r\dfrac{dj}{d\mathbf{l}}$, яъни ҳалқанинг силжиш бурчаги ҳалқа радиуси билан стерженнинг бурилиш бурчагидан унинг узунлиги бўйича олинган $\dfrac{dj}{d\mathbf{l}}$ ҳосила кўпайтмасига тенг.

$$s_t = Nda \qquad \text{ва} \qquad da = \frac{dj}{d\mathbf{l}} \cdot r$$

формулаларга асосан, s_t кучланиш қуйидагича ёзилади: $s_t = Nda = Nr\dfrac{dj}{d\mathbf{l}}$.

Шунинг учун ҳалқа сиртидаги зўриқиш $s_t \cdot 2p\, r\, dr = 2p\, r^2 N \dfrac{dj}{d\mathbf{l}} dr$.

Бу зўриқишнинг стержень ўқига нисбатан моменти қуйидагига тенг:

$$dM = 2p\, r^3 N \frac{dj}{d\mathbf{l}} dr .$$

Дискнинг бутун сиртидаги зўриқишлар моменти қуйидагига тенг:

$$M = 2\pi N \frac{d\varphi}{d\mathbf{l}} \int_0^{d/2} r^3\, dr = \frac{\pi d^4}{32} N \frac{d\varphi}{d\mathbf{l}}$$

Бу момент стерженни бураётган М моментга тенг бўлиши керак, чунки исталган икки қўшни дискка қўйилган моментлар бир—бирига тенг.

Охирги тенглама шуни кўрсатадики, агар стержень бир жинсли бўлса, стерженнинг буралиш бурчаги $\dfrac{dj}{d\mathbf{l}}$ ҳосиласи стержень бўйлаб ўзгармас бўлади. Стерженнинг бир—биридан $\mathbf{l}_0$ масофада турган четки кесимларининг бурилиш бурчаги қуйидагига тенг: $j_0 = \mathbf{l}_0 \dfrac{dj}{d\mathbf{l}}$ ёки $\dfrac{j_0}{\mathbf{l}_0} = \dfrac{dj}{d\mathbf{l}}$.

Бундан: $M_0 = \dfrac{\pi d^4}{32} N \dfrac{\varphi_0}{\mathbf{l}_0}$ келиб чиқади.

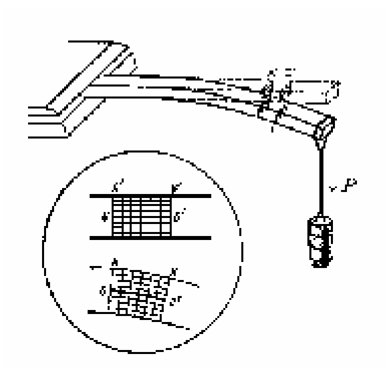
$\frac{pD^4}{32}\frac{N}{\mathbf{l}_0}$ — катталик стерженнинг буралишдаги қаттиқлик коэффициенти дейилади.

Энди W_n — деформация потенциал энергиясини аниқлаймиз. F уринма кучнинг буришда бажарган иши, унинг ҳосил қилган моменти билан бурилиш бурчагига кўпайтмасига тенг: $dA = M \cdot dj$.

Буралаётган вақтда куч моменти бир хил қолмайди, балки унинг ўзи j бурчакка боғлиқдир. Шунинг учун ҳам $\Delta A = M\Delta j$ формуладаги ифодани М нинг ўртача моментининг қиймати $M = \frac{1}{2}Dj^2$ деб ҳисоблаш керак. Бундан $A = Mj = \frac{1}{2}Dj^2$ ёки $\int M\,dj$ бўйича интеграллаш керак бўлади. Потенциал энергия W_n сон жиҳатдан шу ишга тенг: $W_n = \frac{1}{2}Dj^2$.

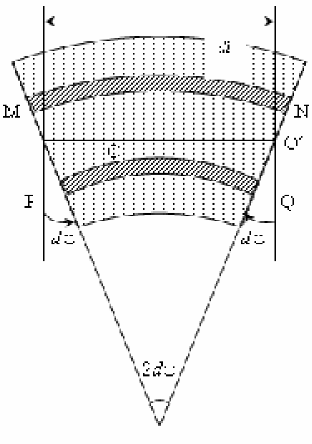
Бу ерда D — буралиш модули, $D = \frac{pNr^4}{2L_0}$, j — буралиш бурчаги

§52. Эгилиш деформацияси

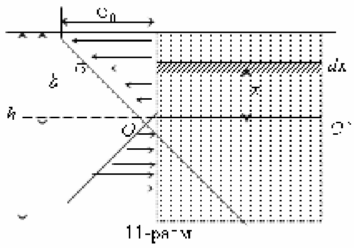


Стерженлар (балка, ғўла) нинг ўз ўқига нормал бўлган кучлар таъсири остида эгилиши қаттиқ жисмнинг деформациясига оид жуда муҳим мисол бўлади. Стержень эгилганда унинг барча кўндаланг кесимлари яссилигича қолади (9—расм).

Горизонтал стерженнинг бир учи қаттиқ маҳкамлаб қўйилган, иккинчи учига юк осилган ёки вертикал йўналган $\vec{P}$ куч қўйилган бўлсин. $\vec{P}$ куч таъсирида стержен эгилади, стерженнинг ўқига перпендикуляр бўлган ва куч қўйишдан олдин вертикал текисликда турган ҳар бир кўндаланг кесими эгувчи куч томонга оғı ıсси бўлганича қолаверади (9— расм).



10-расм



11-расм

Стерженнинг учига қўйилган куч моменти таъсиридаги деформацияни ўрганамиз. Балка (стержень) дан $\Delta \mathbf{l}$ кичик бўлак кесиб оламиз (10 − расм). Балка деформацияланганда бўлакнинг иккала кўндаланг кесими dj бурчакка қийшайиб оғиб қолади. 00^1 ўрта чизиққа ёндашган қатламнинг узунлиги ўзгармайди. Шунинг учун бу қатлам «нейтрал» қатлам деб аталади. Нейтрал қатламдан юқорида ётган қатлам чўзилади, пастки қатлам сиқилади. қатламларнинг сиқилиши ёки чўзилиши улардан нейтрал қатламгача бўлган масофага пропорционал бўлади, чунки деформацияланганда ҳам кўндаланг кесим ясси бўлганича қолади.

Агар деформация катталиги пропорционаллик чегарасидан чиқиб кетмаса, ҳар бир қатламдаги нормал кучланишни унинг узайиши ёки қисқаришига пропорционал деб фараз қилиш мумкин. У ҳолда узунлиги $d\mathbf{l}$ бўлган бу балканинг кўндаланг кесимидаги кучланишлар 11 − расмда кўрсатилганидек бўлади.

Агар тайинли бир қатламдан нейтрал қатламгача бўлган масофа x билан белгиланса, бу ердаги кучланиш: $s = s_0 \frac{x}{b}$ бўлади, бу ерда s_0 − нейрал қатламдан b масофадаги узоқ қатламдаги кучланиш.

Балканинг ҳамма кесимлари бир хил бўлиб, тўғри тўртбурчак шаклида бўлсин; у ҳолда найтрал қатлам балканинг ўртасига жойлашган бўлиб, $b = \frac{h}{2}$ бўлади, бу ерда h − балка кўндаланг кесими бўйича баландлиги. Шундай қилиб, кесимининг кенглиги a га тенг бўлган балкада нейтралдан x масофада турган ва қалинлиги dx бўлган қатламдаги зўриқиш қуйидагига тенг:

$$dF = \sigma\, a\, dx = \frac{\sigma_0}{b} xadx = \frac{2\sigma_0 a}{h} xdx .$$

Кўндаланг кесимдаги ҳамма зўриқишлар жуфт–жуфт бўлиб қўйилган, шунинг учун ҳамма кучларнинг натижаловчиси нолга тенг, барча зўриқишлар моменти қўйилган кучлар жуфтининг М моментига тенг бўлиши керак:

$$M = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} xdF = \frac{2\sigma_0 a}{h} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} x^2 dx = \frac{2\sigma_0}{h} I$$

Ифодадаги $I = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} ax^2 dx$ миқдор балка кўндаланг кесимининг нейтрал қатлам орқали ўтувчи ўққа нисбатан «инерция» моменти деб аталади.

Балка учун интегралдан $I = \frac{ah^3}{12}$ эканлиги келиб чиқади. Балканинг кўндаланг кесимидаги зўриқишлар моменти: $M = \frac{s_0}{b} \int ax^2 dx = \frac{s_0}{b} I$.

Бу ерда b – нейтрал қатламдан ҳисобланган энг катта масофа, s_0 – максимал кучланиш.

Демак, кўндаланг кесимдаги зўриқишларнинг моменти билан кўндаланг кесимдаги максимал s_0 кучланиш содда боғланишга эга бўлади: $M = s_0 \frac{I}{b} = s_0 w$ ва $w = \frac{I}{b}$ бу ерда w катталик кесимнинг қаршилик моменти деб аталиб, кесим инерция моментининг энг узоқдаги қатламгача бўлган масофага нисбатига тенг.

Бир учидан маҳкамланган балка(стержен) нинг $F = P$ куч таъсирида эгилиш деформациясининг катталиги эгилиш стреласи l қуйидаги ифода билан аниқланади: $l = \frac{P \cdot L^2}{3EI} = \frac{4PL^3}{ab^3 E}$.

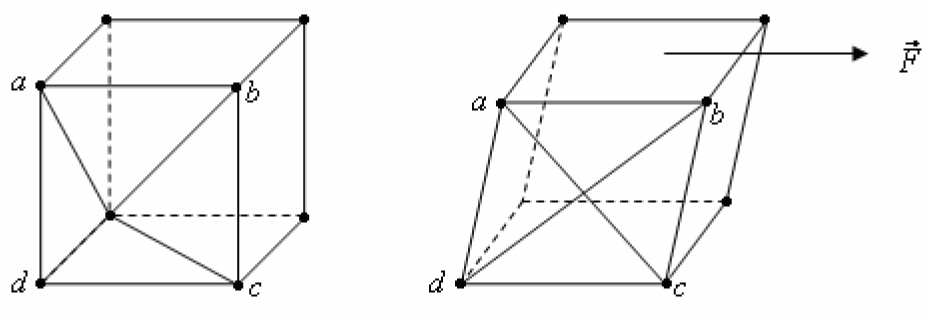
Бу ерда E –Юнг модули, L – балканинг узунлиги.

Агар икки таянч устида ётган балка(стержен) нинг марказига пастга қараб йўналган $F = P$ куч қўйилган бўлса, у ҳолда L ўрнига $\frac{L}{2}$ ва P ўрнига $\frac{P}{2}$ бўлишини ҳисобга олиб, эгилиш стреласи $l = \frac{PL^3}{4ab^3 E}$ га тенг эканлиги келиб чиқади. Бу ифодалардан амалиётда деформацияланаётган жисм учун эластиклик модули — Юнг модули — Е нинг қийматини аниқлаш мумкин.

§60 Деформацияларни қаттиқ жисмларнинг кристалл тузилиши нуқтаи назаридан изоҳлаш

Монокристаллардаги сиқилиш ва чўзилиш эластик деформациялари кристалл панжараларнинг мавжудлиги нуқтаи назаридан осонгина тушунтирилиши мумкин. Кристалл панжарани мувозанати панжарани ташкил қилувчи зарралар орасидаги тортишиш ва итаришиш кучларининг ўзаро компенсациялашиб туришидан келиб чиқади. Масалан, ион панжарада кристалл сиқилганда қўшни ионлар орасидаги r_0 масофа қисқаради, итаришиш кучлари тортишиш кучларидан катта бўлиб қолади. Бунинг натижасида, кристаллни сиқаётган ташқи кучга акс таъсир қилувчи итаришиш йиғинди кучи вужудга келади. Ионлар мувозанат ҳолатдан қанча кўп чиқирилган бўлса, итаришиш кучи ҳам шунча кўп бўлади. Ташқи кучнинг таъсири тўхтаса, ионлар ўзларининг мувозанат ҳолатига қайтади, панжара дастлабки кўринишга келади. Кристалл чўзганда ҳам, худди шунинг каби , қўшни ионлар орасидаги масофа ортади, тортишиш кучлари итаришиш кучларидан катта бўлади, кристалл бутунлигича ташқи чўзувчи кучга таъсир кўрсатади.

Силжиш деформацияси вақтида панжара қийшаяди. Агар панжара энг содда куб ион панжарадан иборат бўлса, панжаранинг ҳар бир элементар шўъбаси(ячейка)куб шаклдан қийшиқ бурчакли паралипипедга айланади. ac диогонал қисқариб, bd диоганал узаяди (12 — расм).



12-расм

Натижада а ва с ионлар орасидаги итришиш кучлари, b ва d ионлар орасидаги тортишиш кучлари нисбатан ортиқча вужудга келади. Панжара ўзининг дастлабки шаклини тиклашга интилади, бу эса эластик силжиш деформациясининг вужудга келишига сабаб бўлади.

Силжиш ҳодисаси юз берганда пластик ва қолдиқ деформацияларининг пайдо бўлишини ҳам тушунтириш мумкин.

Атомларнинг геометрик мунтазам жойлашганлиги туфайли кристалларнинг фазовий панжарасида шундай текислик бўладики, панжаранинг бўлаклари бири иккинчисига нисбатан ўша текисликлар бўйича маълум даражада силжиши натижасида мусбат ионлар яна манфий ионлар устига келиб қолади. У ҳолда бу ионлар ўзаро худди дастлабки панжарадаги каби жойлашиб қолади ва уларни ўз ўрнига қайтарувчи кучлар бўлмайди. қолдиқ деформациянинг пайдо бўлиши мана шундай вужудга келади.

Кристалл панжаралар назарияси кристалларнинг мустаҳкамлигини ҳисоблаш имконини беради. Бироқ, монокристаллар учун ҳисоблаб чиқарилган мустаҳкамлик чегарасининг қийматлар кузатишларда ўлчанадиган қийматлардан жуда ҳам катта бўлади.

Сабаби реал кристалларнинг панжараси идеал кристалларнинг панжарарсидан фарқ қилади. Реал кристалларда ҳамма вақт ички нуқсонлар (дефектлар) бўлади: зарралар банд қилмаган бу жойлар, тартиб бузилган жойлар бўлади. Панжаранинг сиртидаги ёки ичидаги жуда кичик нуқсонлар бутун кристаллнинг парчаланишига олиб боради.

Поликристалл жисмлар амалда монокристаллардан мустаҳкамроқ бўлади. Поликристалл жисмларнинг механик хоссалари алоҳида кристаллчаларнинг шаклига ва улар орасидаги тутиниш кучларига боғлиқдир. Одатдаги металлар шулар жумласидандир.

Кристалл жисмни ташкил қилувчи айрим кристаллчалар шаклининг қандай ўзгариши, шунингдек уларнинг вазиятларининг ўзгариши бутун қаттиқ жисм механик хоссаларининг ўзгаришига сабаб бўлади.

Назорат ва такрорлаш учун саволлар.

1. Деформация деб нимага айтилади ?
2. Эластик ва ноэластик деформацияларга таъриф беринг ?
3. Мўрт жисм нима?
4. Гук қонунини таърифланг ?
5. Эластиклик коэффиценти нимани билдиради ?
6. Нима учун эластиклик кучлари электромагнит табиатга эга ?
7. Стержень деформацияси учун Гук қонунини ёзиб таърифланг ?
8. Механик кучланиш нима ? Унинг бирлиги?
9. Юнг модулининг маъноси ?
10. Нисбий деформация $\frac{\Delta \mathbf{l}}{\mathbf{l}_0}$ билан механик кучланиш s орасидаги боғланиш графигини чизиб, уни тавсифланг ?
11. Оқувчанлик нимани билдиради ?
12. Мустаҳкамлик чегараси нима ?
13. Мустаҳкамлик запаси деб нимага айтилади ?.
14. Эластик деформация энергияси формуласини келтириб чиқаринг ? (стержен ёки балка, тўсин учун)
15. Эластик деформация энергия зичлигини формуласини келтириб чиқаринг ?
16. Силжиш деформациясини таърифланг ?
17. Силжиш модулини маъносини тушунтиринг ?
18. Бурилиш деформацияси деб нимага айтилади ?
19. Буралиш модулининг маъносини тушунтиринг ?
20. Буралиш деформациясида бажарилган ишни келтириб чиқаринг ?
21. Эгилиш деформациясини тавсифланг ?
22. Эгилиш деформациясида жисм шаклини ўзгаришини тушунтиринг.
23. Эгилиш деформациясида жисмнинг кўндаланг кесимдаги зўриқиш моменти формуласини келтириб чиқаринг ?
24. Бир учидан маҳкамланган балканинг эгилиш стреласини аниқловчи ифодани тавсифланг ?
25. Иккита учидан таянч қўйилган балка ёки стерженнинг эгилиш стреласини формуласини ёзиб, уни тавсифланг ?
26. Изотроп ва анизотроп жисмлар деб нимага айтилади ?

27. Монокристаллар нима учун анизотроп ?

28. Анизотроп жисм учун Гук қонуни қандай ёзилади ? Нега ?

§ 59. Модданинг қаттиқ, суюқ, газ ҳолатлари

Ҳамма жисмлар молекула атомлардан ташкил топиб, унда молекулалар ва атомлар доимий узлуксиз ҳаракатда бўлади.

Лекин бу молекулалар ҳаракати шундай сустки, у жисмнинг умумий ҳолати ва шаклига таъсир қилмайди.

Жисмдаги молекулалар сони шунча кўпки, заррачаларнинг ҳаракатини узлуксиз ва текис деб қараш мумкин.

Қаттиқ жисм нималиги биламиз. У шакли бирор куч таъсиридагина ўзгариш мумкин, яъни деформация натижасида. Суюқлик ва газлар- ёки шу ҳолатларда жисм ўз шаклига эга бўлмайди. Улар қандай идишга солинса, шу идиш шаклини эгаллайди.

Газларда эса,молекулалар эркин ҳаракатда бўлади ва молекулалар тўқнашгунга қадар тўғри ҳаракат қилиб боради ва идиш деворигача бу давом этади. Шу шаклда унинг молекулалари бутун идиш ҳажмини қоплайди. Шунинг учун газлар шаклга эга эмас ва молекулалар орасида деярли ҳеч қандай тортиши кучларни йўқ ёки шу таъсир кучлари жуда кичик, яъни f_m жуда кичик.

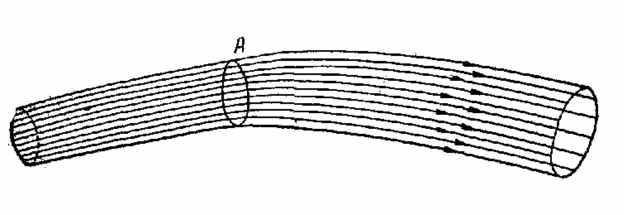
Бундан келиб чиқадики, суюқлик ўз шаклига эга бўлмаса ҳам, доимий ҳажмга эга экан. Унинг ҳажми фақат ташқи куч таъсиридаги ўзгариш мумкин.

Лекин суюқлик молекулалари суюқликни тарк этиб атмосферага чиқиши учун улар суюқлик сиртида қандайдир иш бажариб кетиши керак.

Бу иш эса буғдаги яширин иссиқликка тенг эди. Буни молекуляр физикада кўрасиз. Демак, хулоса қилиб айтганда, қаттиқ жисм ҳажмга эга, газ ҳолатидаги жисм ҳар иккаласига ҳам эга эмас.

§ 60. Суюқликларнинг стационар оқими

Суюқликларнинг ва газларнинг ҳаракатида айрим-айрим заррачалари орасида ички ишқаланиш кучлари мавжуд. Бу кучлар ички ишқаланиш кучлари ёки қовушқоқлик кучлари дейилади. Лекин айрим қисмларда, масалан, ҳаво, сув учун ишқаланиш кучлари жуда кичик. Бунда $f_u \approx 0$ деса бўлади. Агар ички ишқаланиш кучлари жуда кичик бўлса, бундай суюқлик ва газ идеал-суюқлик ёки идеал газ дейилади. Лекин тажрибада буларнинг идеали йўқ ва шунинг учун аввал $f_u = 0$ деб олиб суюқларинг ҳолати ўрганилади ва сўнгра тузатмада f_u ҳисобга олинади.

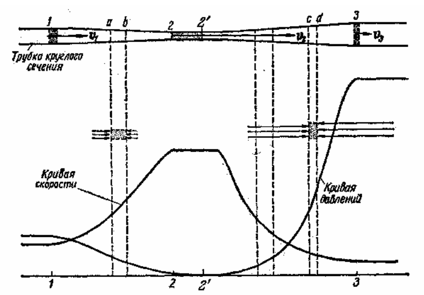


Демак содда ҳол кўрилиб, сўнгра мураккаб ҳол кўрилади.

Агар суюқлик оқаётганда унинг параметрлари u,P,p,T вақт бўйича ўзгармаса, яъни u,P, r ,T(t)=const бўлса, бундай оқиш-стационар оқиш дейди.

Акс ҳолда оқим ностационар бўлади. Кинематика нуқтаи назаридан газнинг, суюқликнинг идеал ҳолда трубадан, каналдан оқиши мураккаб жараёндир, сабаби унинг ҳар бир участкасида Т,Р, r ,u ҳар хил бўлади. Шунинг учун содда ҳолни кўрайлик.

Суюқликнинг қандайдир участкасини кўрайлик. Унда юпқа симдан ҳалқа ясаб, унинг ичидаги ўтаётган суюқликни қарайлик. Бунда ҳар бир участкасида элементар трубалар-найларга ажратиб қарасак ҳам уларнинг ҳолатида тезликлари шу А-юзага перпендикуляр йўналган бўлади. Агар S-юза ўзгармаса демак, u -йўналиши ўзгармас.
Энди шу трубанинг кесими ўзгарувчан бўлсин.



Аввал $q = \frac{Q}{t} = \frac{\Delta m}{\Delta t} = rvs$ (1) эканлигини ҳисобга оламиз.

А-да S_1, тезлик u_1, В-да S_2, тезлик u_2 ва зичликлар мос равишда r_1 ва r_2 бўлсин.

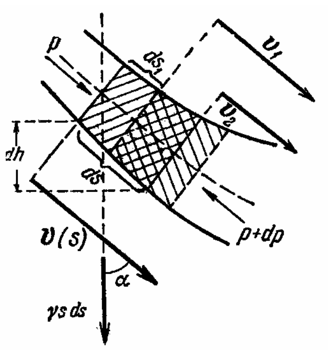
t=1c да оқиб ўтган модда массаси $q = \frac{Q}{t} = rus$ тенг эканлигидан, оқим узлуксиз стационар оқим эканлиги ҳолда $\begin{matrix} q_1 = r_1 v_1 s_1 \\ q_2 = r_2 v_2 s_2 \end{matrix}$ ва

S_1-дан S_2-дан (2) ўтган суюқлик бир—бирига уланган трубадан оққани учун q_1=q_2 бундан миқдорларини аниқланади. Бундан $r_1 v_1 s_1 = r_2 v_2 s_2 = const$ ёки $q = rvs = const$ эканлиги келиб чиқади.
Бу эса масса оқимининг доимийлик қонунининг ёзилишидир.
Агар суюқлик сиқилмаса, унда r =const, у ҳолда $ru\,s$ =const дан $u \cdot s = const$ бўлади. У ҳолда s←,v→ ва s→,v← экан (расмга қаранг).

§61. Идеал суюқлик зарраси учун динамиканинг асосий қонунини

Труба кесими юзасидан ўтаётган суюқлик оқимининг Р,u ,s-га боғлиқлигини билган ҳолда, унинг босими билан тезлик ўртасидаги боғланишни топиш мумкин, яъни

P=f (u)=?



Мас: қандайдир вертикалга α—бурчак ҳосил трубадан оқаётган идеал суюқликни кўрайлик.
Бирор t-моментда

1) x координатада босим p бўлсин, S-юза бўйича
2) x+dx да эса босим $p+dp$ бўлсин.

Р-бу ерда кўп параметрга боғлиқ бўлгани учун.

$$dp = \frac{dp}{dx} \cdot dx \qquad (1)$$

деб ёзиш мумкин

Кучлар фарқи, яъни босим кучи

$$F_6 = pS - \left(p + \frac{dp}{dx} \cdot dx \right) \cdot S = -S \cdot \frac{dp}{dx} \cdot dx \qquad (2)$$

Иккинчидан оғирлик кучининг ташкил қилувчиси F_x таъсир қилади.

3) Оғирлик кучи

$$dP = dV \cdot g = S \cdot dx \cdot g$$

бу ерда солиштирма оғирлик

$$g = rg \qquad (3)$$

га тенг $dV = S \cdot dx$ ташкил қилувчиси:

$$F_0 = gs \cdot dx \cdot \cos a \qquad (4)$$

$$\Delta ma = \Delta m \cdot \frac{dv}{dt} \quad dm = qs \cdot dx$$

Ньютон қонунига асосан

$$\sum \Delta F_i = \Delta m_i a_i \text{ ёки } dF_i = \Delta m \frac{du}{dt} \qquad (5)$$

$dm = qs \cdot dx - s\frac{dp}{dx} \cdot dx + gs \cdot dx \cdot \cos a = p \cdot s \cdot dx \cdot \frac{ds}{dt}$ $/ : s \cdot dx$ га тенгламани бўлиб ёзамиз:

$$-\frac{dp}{dx} + g \cdot \cos a = r \frac{du}{dt} \qquad (6)$$

Бу - суюқ ёки газ заррачалари ҳаракати учун қовушқоқ бўлмаган ҳолдаги ҳаракат қонуни кўринишининг ёзилишдир.

Бу формула стационар ва стационар бўлмаган оқимлар учун ҳам ўринлидир.

Агар труба горизонтал ҳолатида бўлса $\cos a = 0$, чунки $a = 90^0$ ва $-\frac{dp}{dx} = p\frac{du}{dt}$ бўлади (7)

а) $\frac{dp}{dx}$ **p** $0\textit{бўлса}\frac{du}{dt}$ **f** бўлади у ҳолда р$\leftarrow$ $u \rightarrow$

б) $\frac{dp}{dx}$ **p** $0\textit{бўлса}\frac{du}{dt}$ **p** o бўлади. р$\rightarrow$ $u \leftarrow$

бу формулаларнинг физик маъноси шуки, босим агарда шу dx масофада, камайса умумий заррачалари мусбат тезланиш олади, ёки босимнинг ўзгариши жисм заррачалари оладиган тезланишнинг тескари ишорали ўзгаришга пропорционал,

а) р$\rightarrow$ $u \leftarrow$, р$\leftarrow$ $u \rightarrow$

б) агар u =const бўлса унда

$$\frac{du}{dt} = 0, \qquad -\frac{dp}{dx} = 0, \qquad p = const$$ (8) бўлади.

Энди соддароқ ҳолни кўрайлик.

V=v(x) (9) боғланиш, яъни

Тезлик формуласи бўлиб, фақат x га боғлиқ бўлсин. dt вақт ичида (t-моментда) $dx_1 = u$ dt га силжийди.

$$\text{Унда } u_1 = u(x) + \frac{du}{dx} \cdot dx \quad (10)$$

Унда t ва t+dt вақт орасида тезликнинг ўзгариши.

$$du = u_1 - ux) = \frac{du}{dx} \cdot dx \quad (11)$$

Бунда $dx_1 = s\,(x) \cdot dt$ (12) десак, y функция учун

$\Delta y = \frac{\partial y}{\partial x} \cdot dx$ каби $du = \frac{du}{dx} dx$ $du = \frac{du}{dx} u(x) \cdot dt, dt$ бўйича ҳосила олсак $\frac{du}{dt} = u \cdot \frac{du}{dx} = \frac{d}{dx}\left(\frac{u^2}{2}\right)$

(13)

Демак, суюқлик заррачалари тезлигининг ўзгариши унинг тезлик квадрати ярмисидан йўл бўйича олинган ҳосилага тенг. Буни (6) га қўйсак

$$-\frac{dp}{dx} + g \cos a = p \cdot \frac{d}{dx}\left(\frac{u^2}{2}\right) \quad (14)$$

Бу тенглама қовушқоқ бўлмаган суюқлик ёки газларнинг стационар оқими учун динамика қонуни кўринишидир.

§ 62. Бернулли тенгламаси

Стационар оқим учун, қовушқоқ бўлмаган ҳамда сиқилувчан бўлмаган суюқлик заррачасининг ҳаракати учун динамиканинг асосий қонунини қуйидагича ёзган эдик:

$$-\frac{dp}{dx} + g \cdot \cos a = p \cdot \frac{d}{dx}\left(\frac{u^2}{2}\right) \quad (62\text{-}1)$$

Бунда r -зичлик ва g солиштирма оғирлик деб олган эдик ва булар ҳаракатга боғлиқ бўлмасирн, яъни r -const

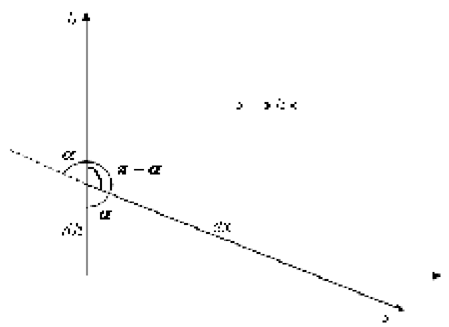
$$-dh = dx \cdot \cos a \quad (62\text{-}2)$$

$\cos a = -\frac{dh}{dx}$ ва r -ни дифференциал остига киритиб, (62-1) тенгламани қуйидагича ёзамиз:

$$-\frac{dp}{dx} - g \cdot \frac{dh}{dx} = \frac{d}{dx}\left(\frac{pv^2}{2}\right) (62\text{-}3)$$

$$-\frac{dp}{dx} - g \cdot \frac{dh}{dx} - \frac{d}{dx}\left(\frac{uv2}{2}\right) = 0, \text{ бундан}$$

$$\frac{d}{dx}\left(p + gh + \frac{rv^2}{2}\right) = 0 \text{ бўлади } (62\text{-}4)$$



$$p + gh + \frac{rv^2}{2} = Э = const \quad (62\text{-}5)$$

Бу Бернулли тенгламаси бўлиб, сиқилувчан бўлмаган суюқликнинг стационар оқими учун динамиканинг асосий қонунининг кўринишидир.

Бунда –р суюқлик заррачасига таъсир қилувчи статистик, $gh-$ босимнинг h-га боғлиқ ҳолда ўзгариши бўлиб, гидростатик босим, $\frac{pv^2}{2}$ -динамик босим дейилади.

Горизонтал труба бўйича суюқлик учун dh=0 бўлгани учун

$$p+\frac{rv^2}{2}=const \text{ бўлади } p\rightarrow\ v\leftarrow p\leftarrow v\rightarrow$$

Бернулли тенгламаси орқали суюқликниннг оқиши, унинг динамикаси, яъни гидродинамика масалалари ҳал қилинади. Бернулли тенгламаси труба бўйлаб ҳаракат қилаётган суюқлик заррачалари энергияси сақланиши қонунидан келиб чиқадиган хусусий ҳолдир: P -ташқи куч иши унинг потенциал энергияси ва кинетик энергиясининг ўзгаришига тенгдир

Яна шуни таъкидлаш лозимки, Бернулли тенгламасидан u катта бўлган соҳада p-кичик, u -кичик бўлган соҳада $P-$ катта бўлишини кўрсатади.

§63. Суюқликнинг идишдан оқиши – Торичелли формуласи

Бернулли тенгламасидан фойдаланиб ихтиёрий баландликдаги идишнинг ихтиёрий сатҳидан оқиб чиқаётган суюқлик тезлигини аниқлаш мумкин. Юза бўйлаб p_0 ва u_0 бир ҳил бўлсин. Юза қатламидаги суюқлик учун

$$\frac{ru^2}{2}+h_0g+P_0=Э=const. \qquad (63-1)$$

Демак, оқиш узулуксиз. У ҳолда энергиянинг сақланиш қонуни ва масса оқимининг узулуксизлиги, яъни $q=rus=const$ дан фойдаланиб

$$Э=\frac{ru_0^2}{2}+gh_0+P_0=\frac{ru^2}{2}+gh+P \qquad (63-2)$$

тенгликни ёзамиз. Суюқликни оқиб чиқаётган трубанинг диаметри идиш деаметридан ва суюқлик баландлигидан жуда кичик, у ҳолда

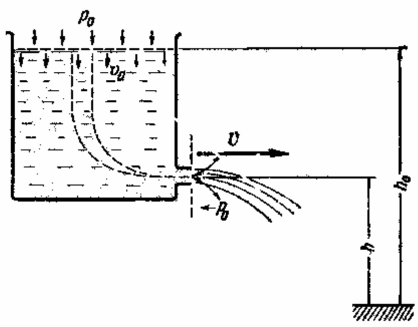
$p=const$ (63 – 3) ва идиш

ичида $p=p_0$ деб ҳисоблаймиз.

Бу ҳолда тенглама $\frac{r}{2}\left(u^2-u_0^2\right)=rg(h_0-h)$

кўринишига келади.

Агар $S_{ид}>>S_{Тр}$ лигини ҳисобга олсак, яъни идиш юзаси $S_{ид}$ трубанинг юзаси $S_{тр}$ дан чексиз катта бўлгани учун улардаги сув зарраларининг



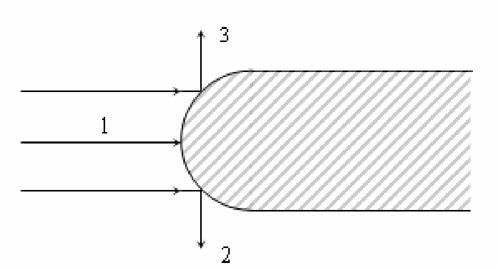
тезликлари. $u_{Tp} >> u_{ид}$ муносабатда бўлади, яъни $u_0 \approx 0$ деб ҳисоблаш мумкин. Трубадан оқиб чиқаётган сув оқимининг тезлиги $u = \sqrt{\frac{2g}{r}(h_0 - h)} = \sqrt{2gh_0}$ га тенг бўлади. Бу Торличелли формуласидир. Демак, идеал суюқликнинг трубадан оқиш тезлиги уни $h_0 - h$ баландликдан унинг эркин тушишидаги тезлигига тенг тезлик билан оқиб чиқар экан.

Бу ихтиёрий бурчак остида оқиб чиқаётган сув оқими учун ўринлидир.

§ 64. Суюқлик ёки газ оқимининг жисмга таъсири

Суюқлик ёки газ оқими жисмга таъсир кучларини битта натижавий кучга ёки жуфт куч моментларига тенглаштириш мумкин.

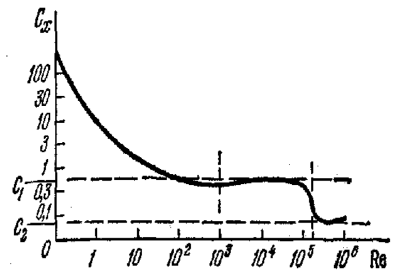
1-ҳолда жисм фақат 1 та кучлар таъсир қилсин. Бу кучни иккита перпендикуляр кучларга ажратишимиз мумкин. 1- чисини оқим бўйлаб – марказий қаршилик кучи. 2-си унга перпендикуляр.



1-расм

Агар жисм симметрик бўлса, ва симметрия ўқи оқим бўйлаб йўналган бўлса, у ҳолда фақат 1-куч аҳамиятга эга. Пешона қаршилик кучи – марказий қаршилик кучи ёки пешона кучи дейилади. Бу жисмнинг шаклига, ўлчамига ва оқим тезлигига ҳамда суюқликнинг хоссасига боғлиқ:

$$F_{пеш} = C_x S \cdot \frac{ru^2}{2}$$



Бу куч $F_{пеш} \sim S, \frac{ru^2}{2}$ ва C_x коэффициентларга боғлиқ экан.

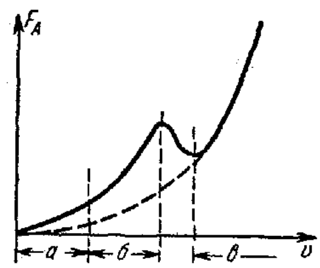
C_x - марказий қаршилик кучи коэффициенти доимий бўлмай, у Рейнольдс сонига боғлиқ (2-расмга қаранг).

Рейнольдс сони $R_e = \frac{ulr}{h}$ га тенг бўлиб, у $R_e \sim \frac{1}{h}$.

$R \approx 100$ бўлганда, шар учун, $F \sim u$, яъни қаршилик кучи тезликка тўғри пропорциноал бўлади.

Агар $R \approx 1{,}5 \cdot 10^5$ бўлса, C_x - тез ўзгаради: R_e - суюқлик оқимининг инерцияси билан қовушқоқлик оқимидаги нисбий ролни аниқлайди.

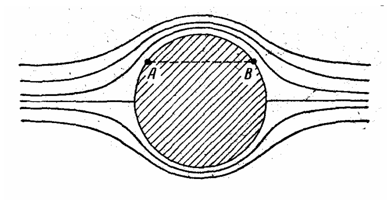
R_e - катта бўлса инерция кучлари, кичик бўлса қовушқоқлик қаршилик учини u га боғлиқлигида асосий рольни ўйнайди.



Масалан: шар учун $R_e \sim F \sim \frac{u_0^3}{gl}$

Қаршилик кучини тезликка боғлиқлигини тушунтириш учун идеал суюқликдаги оқимга жисмнинг қаршилик кучини қарайлик. Агар жисм сирти силлиқ шар ёки цилиндр шаклида деб олсак, жисмга ишқаланиш кучлари таъсир қилмайди. Фақат статик босим кучи таъсир қилади деб фараз қилайлик.

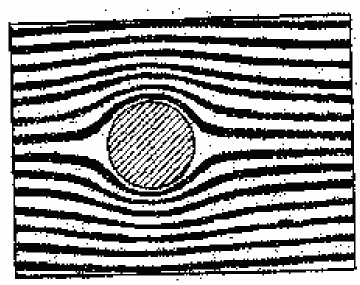
А ва В нуқталарда симметрия нуқтаи назардан оқиб ўтаётган суюқлик миқдори бирдай. Демак, унда тезлик ҳам бир хил.



$$u_A = u_B$$

Ундан келиб чиқадики, жисмга идеал суюқликда таъсир қиладиган куч- $F = 0$.

Назарий текширишлар шуни кўрсатадики, узлукли оқим рўй бериб, жисмни айланиб, оқиб ўтган идеал суюқликда, жисмнинг қаршилик кучи нольга тенг.



Лекин биз бундай ҳолатни кичик u ларда кузатамиз. Буни тажрибада кўриш мумкин. Катта тезликда уюрма ҳосил бўлиб, суюқлик оқими ўзгариб оқади!

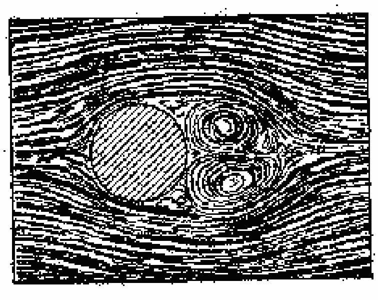
Бунда таъсир этувчи кучлар нольга тенг эмас, сабаби жисмнинг орқаси ва олдидан таъсир этаётган кучлар тенг эмас, чунки

$$u_A \neq u_B \quad \text{ва} \quad p_A = p_B \sim \frac{ru^2}{2} \cdot S \;\; \Rightarrow \;\; F_n = F_{дин}$$

$p_A = p_B$ дан тахминан $\frac{ru^2}{2}$ - динамик босимга катта. Шунинг учун суюқлик идеал бўлишига қарамай, уюрмани ҳосил қилиб жисмдан оқиб ўтса, у ҳолда жисмнинг суюқлик оқимига қаршилик кучи нольга тенг эмас. Шу сабабли суюқлик жисмга, у идеал бўлганда ҳам, қандайдир куч билан таъсир қилади.

Ёпишқоқ суюқликларда эса, яна сиртга уринма кучлар суюқлик томонидан таъсир қилиб, оқим билан олиб кетишга ҳаракат қилади. Агар оқим уюрмасиз – узлуксиз бўлса ҳам, агар жисм ёпишқоқ бўлса марказий қаршилик кучи мавжуд. Бу эса жисм сирти бўйлаб уринма шаклида йўналган кучлар йиғиндисидан иборат. Агар оқим узликли – уюрмали бўлса, яна оқимнинг ўзилиши натижасида, босимлар фарқи вужудга келиши натижасида натижавий $F_д$ куч вужудга келади.

Агар уюрмага диққат билан қарасак, уюрма ҳосил қилган суюқлик оқиб унинг ўрнига бошқа суюқлик оқими (қисми) келиб тўлдиради. Бунинг натижасида уюрма камайиб-кўпайиб, йўқолиб-пайдо бўлиб туради. Бу эса босимлар



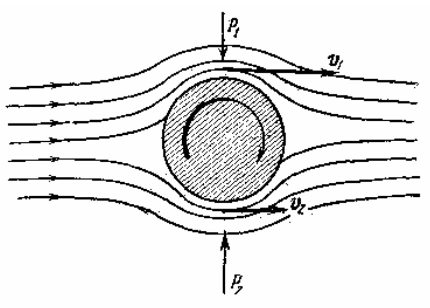
фарқини ўзгартириб, унинг катталигини тебрантириб туради. Буни тахминан ўртачасини ҳисоблаш мумкин. Ана шу уюрманинг оқими натижасида жисмда пайдо бўладиган қаршилик, уюрмавий қаршилик дейилади $(F_у)$. Шундай қилиб, қаршилик кучи

$F = F_{дин} + F_{ишк} + F_{уюрмавий}$ га тенг бўлади.

Юқоридагидан хулоса қилиб қўйидагиларни таъкидлаймиз. Агар суюқлик текис оқиб жисмни айланиб ўтса, унинг орқасида қандайдир уюрмавий – ҳаракат қолади ва бу ҳаракат кинетик энергиянинг камайиши жисмларнинг қаршилик кучини енгишга сарф қилинган ишга тенг:

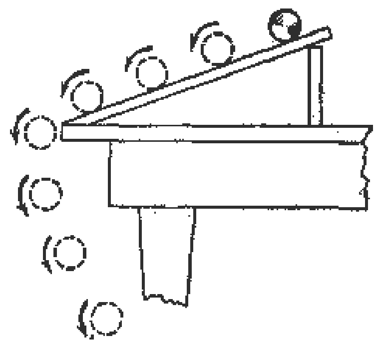
Хулоса қилиб айтганда, жисмнинг ёпишқоқ суюқлиги оқимдаги марказий қаршиликлари сабаблари учта:

1. Ёпишқоқ уринма кучлар
2. Оқим узилишидан ҳосил бўладиган босимлар фарқи туфайли
3. Босим уюрма ҳосил қилиши натижасида тебраниши



7-расм

Жисмнинг суюқлик оқимидаги қаршилик кучи унинг шаклига боғлиқ. Шунинг асосида пойга автомобили, самолёт ва ракеталар шакли танлаб олинади. Ўткир учи эса суюқликнинг уюрма қилиш эхтимоллигини камайтиради.



8-расм

Агар суюқлик ёки газ оқимига айланма ҳаракат қилиётган цилиндрни қўйсак, унга кўтариш кучига ўхшаш оқимга перпендикуляр куч таъсир қилади.

Цилиндирнинг чизиқли ҳолати юқори қисмида оқим йўналиши билан устма – уст тушади. Пастки қисмда қарама- қарши қисмлар ҳам шундай $u_ю > u_п$. Демак, босмлар ҳар хил бўлади. Агар куч ошса $u \rightarrow$ ва $w \rightarrow$ ошади.

$p_2 - p_1 \sim \vec{F}$ кўтарувчи куч бўлади. Шу куч Магнус кучи дейилади. Суюқлик ёки газ оқимидаги айланма ҳолат қилаётган цилиндрда кўндаланг кучлар ҳосил бўлиши Магнус эффекти дейилади.

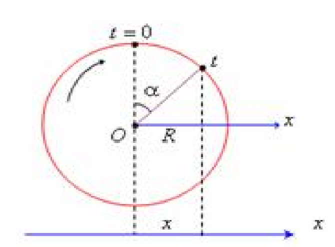
Буни қоғоздан қилинган цилиндрнинг столдан айланма ҳаракат қилиб тушишидан кўрса бўлади. Самолёт қаноти ва парусни айланма ҳаракат қилаётган цилиндир билан алмаштириш мумкин.

Кемага қурилган – Парус ўрнига айлантирувчи цилиндрлар билан алмаштирилган, бу Флетнер ротари деб аталади.

Жисмнинг газ оқимида ҳаракати, унда кўтарувчи кучнинг вужудга келиши, Жуковский – Кутта формуласини келтириб чиқаришни ўқувчиларга ҳавола қилинади.

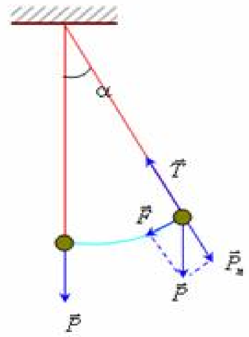
§ 65. Даврий жараёнлар ва гармоник тебранма ҳаракат

Табиатда рўй берадиган ҳодисаларнинг даврий такрорланиши, даврий равишда рўй беришини кузатамиз. Масалан: Ойнинг Ер атрофида айланиши, кечаси билан кундузнинг алмашиниши, соат маятнигининг тебраниши, айланма ҳаракат қилувчи жисмлар. Булар қандайдир даврдан сўнг ўз ҳолатини такрорлайди.



-расм

Агар бу ҳаракатларнинг бирор параметр –f (t) билан ифодаланса, бунда $f(t)=f(t+T)$ га тенг, яъни T- вақтдан кейин яна шу қийматга эга бўлар эди. Бунинг графикларини sin ёки cos функциялари қонунлари билан ифодалаш мумкин. Табиатда ҳаракатлар мураккаб ҳаракатлардир. Қандайдир қисқа вақт интервалида уларнинг ҳаракатини даврий ҳаракат деб қараш мумкин ва унда, бу ҳаракат даврий равишда ўзгариши мумкин.



-расм

Шу даврий ҳаракатларнинг ҳаммасига –тебранма ҳаракат деб аталади. Даврий бўлмаган ҳаракатлар эса тебранма ҳаракатнинг хусусий ҳолидир. Буларнинг энг соддаси гармоник тебранма ҳаракатдир. Гармоник ҳаракат деб, параметрлари синус ёки косинус қонуни бўйича ўзгарадиган даврий тебранма ҳаракатга айтилади.

Масалан. Айлана бўйлаб ҳаракат қилаётган нуқталарнинг ўқларга проекцияси косинус ёки синуслар қонуни бўйича ўзгаради.

Бурилиш бурчаги

$$\alpha=\omega\cdot t \text{ ва}$$

$x=R\sin a=R\sin wt$ (65-1) бўлади, $v=\frac{N}{t}$ бўлгани учун

$\omega=2\pi v=\frac{2\pi}{T}$ (65-2) ва $T=\frac{2\pi}{\omega}$ (65-2)

Бу ерда T-бир марта айланиш учун кетган вақт, ω-циклик частота.

$v=\frac{1}{T}$ (65-3) тўғри частота- бир секунддаги тебранишлар сонини англатади.

Гармоник ҳаракат ҳамма двигателларда учрайди, қатор механик системаларнинг асосий фаолиятини ташкил этади.

Энди гармоник ҳаракатларнинг вужудга келиш сабабини кўрайлик. Ҳаракатнинг сабабчиси куч бўлса, унда қандай кучлар таъсир этишини кўрамиз.

1. **Математик маятникнинг** тебранма ҳаракатини кўрайлик. Таъсир этувчи кучлар:

$$T = P \cdot \cos\alpha$$
$$F = P \cdot \sin\alpha \qquad (65\text{-}4)$$

Мувозанат ҳолатидан чиққанда, мувозанатга қайтарувчи F куч шу йўналишда маятникнинг ҳаракатига сабаб бўлади. Бу унинг ҳусусий ҳаракати дейилади. Хусусий тебранма ҳаракат деб шундай ҳаракатга айтиладики, бунда унга ўзидаги ички кучлар таъсир қилиб, бошқа жисмлар томонидан ҳеч қандай таъсир қилмайди.

Агар ипнинг осилиш нуқтасида ишқаланиш сезиларли даражада бўлса, бунда маятник ҳаракати секинлашиб, аста-секин тўхтайди.

Унда $W_к \rightarrow Q$, яъни унинг кинетик энергияси ишқаланиш кучларини енгишга сарф бўлади. Агар ишқаланиш кучларини минимумга келтирсак, бунда унинг ҳаракати гармоник ҳаракатга яқинлашади. Соддалик учун F_u=0 бўлсин.

Унинг амплитудаси, яъни энг катта силжиши

$$x \approx l\alpha, \ \alpha \approx \sin\alpha \ \left(\alpha \le 11 - 12^0 \, \textit{ларда}\right) \ (65\text{-}5)$$

Ёй бўйича таъсир қилувчи куч:

$$F = mg\sin\alpha \approx mg\alpha \ (65\text{-}6)$$

Унда шарча ҳаракатининг тенгламаси

$m\ddot{x} = -F$ (65-7), минус бўлишига сабаб F куч ҳаракатга қарама-қарши йўналганлиги дир. Ҳаракат тенгламаси

$$m\ddot{x} = -mg\frac{x}{t} \ (65\text{-}8) \text{ ёки}$$

$\ddot{x} + \frac{g}{e}x = 0$ (65-9) кўринишга эга бўлади. Бу ерда F-куч мувозанат ҳолатига

қайтарувчи куч ҳам дейилади ва мувозанат ҳолатига йўналган.

$\frac{g}{\mathbf{l}} = \omega_0^{\ 2}$ *ёки* $\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{\mathbf{l}}}$ бўлиб, $w_0 -$ циклик частота дейилади.

Ҳаракат тенгламаси ва унинг ечими $\ddot{x} + \omega_0^{\ 2}x = 0$, $x = A\sin\left(\sqrt{\frac{g}{\mathbf{l}}}t + \varphi_0\right)$(65-10) кўринишларда бўлади. (65-10), бу ерда $\varphi = \omega_0 t + \varphi_0$ тебраниш фазасидир.

Агар x дан икки марта ҳосила олсак $\ddot{x} = -\frac{g}{l} A\sin\left(\sqrt{\frac{g}{l}} + \varphi_0\right) = \frac{-g}{l}x$ ва буни (65-9)- га қўйсак, бу ечим ҳаракат тенгламасини қаноатлантиради.

Демак, маятникнинг тебранма тенгламаси

$x = A\sin(\omega_0 t + \varphi_0)$ кўринишда бўлади.

Бу ерда А-тебраниш амплитудаси, $\varphi = \omega t + \varphi_0$ тебраниш фазаси, φ_0-бошланғич фазаси, яъни $t = 0$ тенг бўлгандаги тебраниш фазаси.

Агар $\varphi_0 = 0$ бўлса, унда бошланғич фазасиз тебранма ҳаракат бўлади.

Тебраниш даврийдир, яъни Т-даврда яна такрорланиши керак.

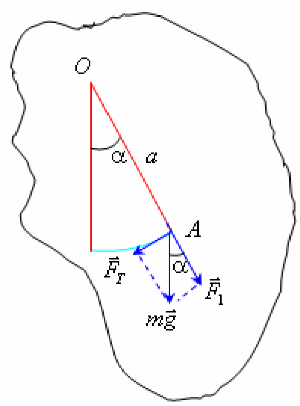
Бунинг учун (65-10) – да фаза 2π га ўзгариши керак, Sin – даврий функциядир. Энди математик маятникнинг тебраниш даври Т нинг ифодасини келтириб чиқамиз. (9) дан

$\omega_0 = \frac{g}{l}$ $\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$ ва $\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}$ бўлгани учун улардан $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ (65-11) ни ҳосил қиламиз. Бу эса математик маятникнинг тебраниш даври формуласи, тебраниш частотаси эса

$\nu = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l}}$ (65-12) формула билан аниқланади. Шундай қилиб, гармоник тебранма ҳаракат қилаётган математик маятникнинг тебраниш даври $T \approx \sqrt{l}$ ва $T \approx \frac{1}{\sqrt{g}}$, лекин маятник шарчасининг массасига боғлиқ эмас экан.

§ 66. Физик маятникнинг хусусий тебраниши

Оғирлик марказидан ўтмаган ҳар қандай нуқтасидан осилган ва мувозанат атрофида тебранма ҳаракат қиладиган жисм ёки жисмлар системасига физик маятник дейилади. Ихтиёрий жисм олиб уни О нуқтасида осилиб тебранма ҳаракатга келтирайлик, лекин айланма ҳаракат қилмасин. Оғирлик маркази А нуқтада бўлсин. Унда $OA = a$. Мувозанатга қайтарувчи куч моменти



-расм

$M = mga\sin\alpha$ (65-14) га тенг.

Айланма ҳаракат учун динамиканинг қонунига асосан: $Ie = M$ ёки

$I\varepsilon = -mga\sin\alpha$, $\varepsilon = \ddot{\alpha}$ -бурчак тезланиш. (65-15) Кичик бурчакларда sin≈α ,бўлганлиги учун $l\ddot{\alpha} + mga\alpha = 0$ ёки $\ddot{\alpha} + \frac{mga}{l}\alpha = 0$ (65-16) Бу ҳаракат тенгламасининг ечими синус ёки косинус қонуниятига бўйсунади, яъни;

$$x = A\sin\left(\sqrt{\frac{mga}{I}}t + \gamma_0\right) \quad (65\text{-}17)$$

Бу ерда $\omega_0 = \sqrt{\frac{mga}{I}}$ (65-18)-тебранма ҳарактнинг циклик частотаси.

Энди юқоридаги ифодадан физик маятникнинг тебраниш даврини аниқлаймиз;

$$\omega_0 = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T} \text{ ва } T = \frac{2p}{w_0} = 2p\sqrt{\frac{I}{mga}} = 2p\sqrt{\frac{l_0}{g}} \quad (65\text{-}19)$$

Бу ерда $l_0 = \frac{I}{ma}$ (65-20) бўлиб, физик маятникниг келтирилган узунлигидир. Бу шундай катталикки, бу физик маятникнинг тебраниш даври шу узунликдаги математик маятникнинг тебраниш даврига тенгдир.

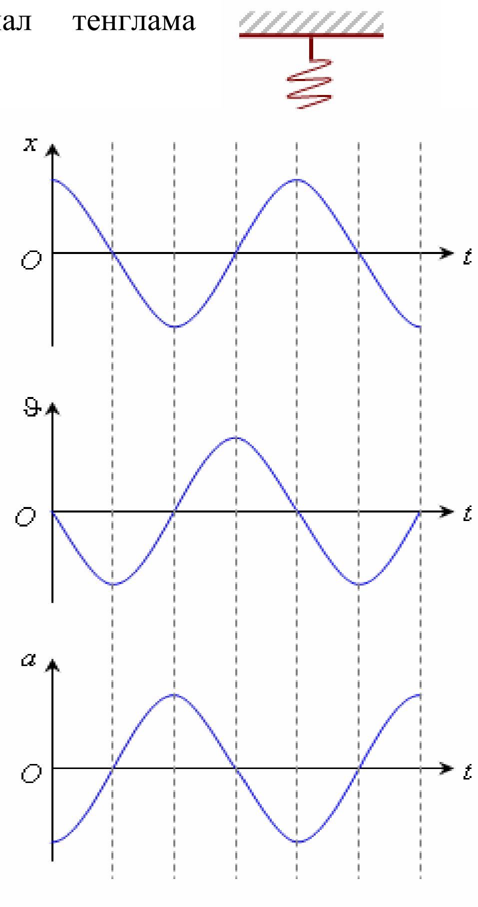
§ 67.Эластик пружинага осиб қўйилган юкнинг тебраниши

Идеал эластик пружинага осилган юкнинг гармоник тебранма ҳаракатини кўрамиз. Гук қонунига асосан

$F_T = k\Delta l$ ёки $F_э = -kx$ (65-21). Шунинг учун тебранма ҳаракат тенгламаси

$m\ddot{x} = F = -kx$ ёки $m\ddot{x} + kx = 0$ (65-22) кўринишида бўлади.

Унинг кўринишини бир жинсли диффенренциал тенглама кўринишига келтирамиз;



$$\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0 \quad (65\text{-}23)$$

Унинг ечими sin ва cos қонунияти бўйича бўлади:

$$x = A\sin\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t + \varphi_0\right) \quad (65\text{-}24)$$

Бу ерда $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ бўлиб, циклик частотадир.

Маятникнинг тебраниш даври

$T = 2\pi\cdot\sqrt{\frac{k}{m}}$ (65-25), демак, $T \sim \sqrt{m}$, $T \sim \frac{1}{\sqrt{k}}$

бўлиб T - географик кенгликка боғлиқ эмас. Маятникнинг тебранма ҳаракат кинетик энергияси

$$E_k = \frac{mu^2}{2} = \frac{m}{2}\dot{x}^2 = \frac{m}{2}A^2 w^2 Cos^2(wt + j_0)$$

ва потенциал энергияси

$$E_n = \frac{kx^2}{2} = \frac{k}{2}A^2 \sin^2(\omega t + \varphi_0)$$ га тенг

Тўла энергияси эса

$$E_k + E_n = \frac{kA^2}{2} = const$$ экан.

Энди тебраниш даврини топишга Кёнинг теоремасини тадбиқ этамиз. Умумлашган координата q ни киритиб, кинетик ва потенциал энергиялар ифодаларини ёзамиз.

$$E_n = \frac{a}{2}q^2 = \frac{k}{2}x^2$$ ва

$E_k = \frac{b\dot{q}^2}{2} = \frac{m}{2}u^2 = \frac{m}{2}\dot{x}^2$ бу ерда α ва β лар потенциал ва кинетик энергиялардаги коэффициентлар. Теоремага биноан.

$w_0 = \sqrt{\frac{a}{b}} = \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{2p}{T}$. Бу ердан тебраниш даври

$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ га тенг экан ва T~$\sqrt{m}$, T~$\frac{1}{\sqrt{k}}$ бўлиб. Географик кенгликка боғлиқ эмас экан. Кёнинг теоремасини матиематик ва физик маятникларга тадбиғини ўқувчиларнинг ўзларига мустақил таҳлил қилиши тавсия этилади.

§ 68. Хусусий тебранишда энергияининг ўзгариши

Хусусий эркин тебранишларда уларга таъсир

этувчи куч F~x дир ва улар ўзининг мувозанат ҳолати атрофида шу куч таъсирида тебранади. Масалан: пластинканинг тебранишини кўрайлик. Албатта мувозанат ҳолати атрофида тебрансин, у ҳолда унинг энергиялари

$E_{k\max} = \frac{m\upsilon^2}{2} = \frac{mA^2\omega^2}{2}$ (65 -26) ва

$E_{n\max} = \frac{kx_0^{\,2}}{2} = \frac{kA^2}{2}$ (65 -27) га тенг.

x_1 u ва a ларнинг вақтга боғлиқ графикларни

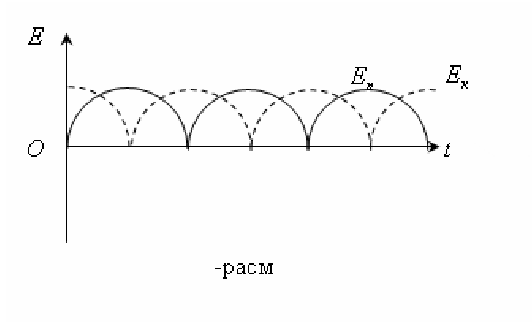
таҳлил қиламиз ва $m\omega^2 = k$ эканлигини ҳисобга

олсак, $W_{k\max} = W_{n\max}$ экан. Лекин $W_k \Rightarrow$max да $W_{n\Rightarrow}$min, $W_{p\Rightarrow}$max да $W_k \Rightarrow$ min бўлади (графикка қаранг). Лекин E_n=$E_к$=E_{nmax}=const эканлигини унутмаслик керак.

§ 69. Сўнувчан тебранма ҳаракат

Табиатда ҳаракатларнинг деярли ҳаммаси, агар унга даврий куч таъсир қилиб турмаса, у сўнади. Оддий тебранма ҳаракатлар учун кўрган мисолларда $F_u \neq 0$ бўлсин.

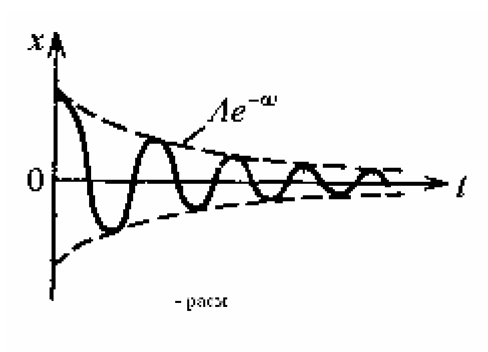
$F_u \sim u$ га мураккаб боғланган. Лекин тебраниш тезлиги жуда кичик бўлгани учун $F_u \sim u$, яъни



$$F_u \approx h\dot{x} \quad (66\text{-}1)$$

Бу ерда h-ишқаланиш коэффициенти (қаршилик кучининг коэффициенти). Энг содда тенгламани тебранма ҳаракат, бу пружинали маятник ҳаракатидир. Унинг учун ҳаракат тенгламаси.

$m\ddot{x} = -kx - h\dot{x}$ (66-2) кўринишда бўлади. Тенгламани m га бўлиб



$w_0{}^2 = \frac{k}{m}$ *ва* $a = \frac{h}{2m}$ (66-3) (α- сўниш коэффициенти) белгилашлар киритсак, ҳаракат тенгламасининг кўриниши $\ddot{x} + 2\alpha\dot{x} + \omega_0{}^2 x = 0$ шаклда бўлади. Бунинг ечими:

$x = Ae^{-at}\cos(wt + j_0)$. Бу ерда циклик частота ω

$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$ ёки $\omega = \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{h^2}{4m^2}}$ (66-4) га тенг бўлади.

$T = \frac{2\pi}{\omega}$ (66-5) сўнувчи тебранишларнинг шартли тебраниш давридир.

α - бу ерда сўнишнинг тезлигини билдирувчи сўниш коэффициенти дейилади. Демак, $\alpha = \frac{h}{2m}$ бўлгани учун $h \to$ билан $\alpha \to$ ортади.

Сўнишнинг тезлигини кўпинча тебраниш сонига қараб баҳолашда сўниш коэффициенти билан эмас, балки, сўниш декременти (логарифмик декремент) билан баҳоланади.

Декрементнинг катта-кичиклигига қараб, неча марта тебрангандан сўнг унинг мувозанат ҳолатидан силжишининг неча марта камайиши билан баҳоланади.

Агар t_1 моментда унинг силжиши x_1 бўлса, яъни $x_1 = Ae^{-\alpha t_1}\cos(\omega_1 t_1 + \varphi_0)$ (66-6)

ва $x_2 = t_1 + T$ дан сўнг x_2 бўлсин:

$x_2 = Ae^{-\alpha t_2}\cos(\omega_1 t_1 + \varphi_0 + 2\pi)$ ва $t_2 = \frac{2\pi}{\omega_1} + t_1$

$x_2 = Ae^{-\alpha t_1}\cos(\omega_1 t_1 + \varphi_0 + 2\pi)\cdot e^{-\alpha T_1}$

$x_2 = Ae^{-at_1-aT_1}\cos(w_1t_1 + j_0 + 2p) = xe^{-aT_1}$ бундан $\frac{x_1}{x_2} = e^{\alpha T_1}$ (66-7)

ёки $\frac{x_1}{x_2} = e^{-\theta}$. Бу ерда $\theta = \alpha T_1$ - сўнишнинг логарифмик декрементидир. θ - нинг ифодаси $\theta = \ln\frac{x_1}{x_2}$ (66-8).

Шундай қилиб, сўниш декременти, кетма-кет иккита бир томонга силжишларнинг катталиклари нисбати натурал логарифмига тенг экан.

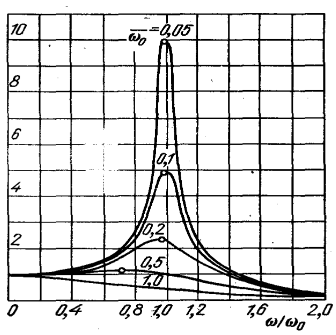
Агар x_2 NT_1 вақтдан кейин бўлса, у ҳолда

$\ln\frac{x_1}{x_N} = N\theta$ тенг (66-9). Чунки $\frac{x_1}{x_N} = e^{N\alpha T_1} = e^{N\theta}$ бўлгани учун. Бундан

$N\theta = \ln\frac{x_1}{x_N}$ бўлади**.** У ифодадан $\theta = \frac{1}{N}\ln\frac{x_1}{x_N}$ (66-10). N марта тебрангандан кейинги силжиш орқали θ ни шу ифода ёрдамида ҳисоблаш мумкин.

§70. Мажбурий тебраниш ва резонанс

Ташқи даврий равишда таъсир қилувчи куч таъсирида бўладиган тебранишларга мажбурий тебранишлар дейилади. Мажбурий тебраниш ташқи куч частотаси билан тебранади. Бу тебранишни математик маятник мисолида кўрамиз. Мувозанат ҳолатига қайтарувчи куч



$F_u = mg\sin\alpha \approx -mg\cdot\frac{x}{l}$, чунки $\alpha = \sin\alpha \approx \frac{x}{l}$.

Ишқаланиш кучи эса

$F_u \sim v = \dot{x}$ ва $F_u = -h\dot{x}$ ҳамда ташқи таъсир этувчи куч

$F_T = F_0\cos\beta t$ га тенг бўлсин.

Ҳаракат тенгламасини Ньютоннинг II қонунига асосан

$m\ddot{x} = -kx - h\dot{x} + F_u\cos\beta t$ ёки $m\ddot{x} = -\frac{mg}{l}x - h\dot{x} + F_0\cdot\cos\beta t$ кўринишда ёзамиз.

Тенгламанинг ҳар икки томонини m га бўлсак,

$\ddot{x} + 2\alpha\dot{x} + \omega_0^2 x = \frac{F_0}{m}\cdot\cos\beta t$. Бу тенгламанинг ечими

$x = A_M\cos(\beta t + \varphi)$ кўринишида бўлади. Бу ерда β - ташқи куч частотаси, A_M - мажбурий тебранма ҳаракат амплитудаси бўлиб, $A_M = \frac{F_0}{m\sqrt{(\omega_0^2 - \beta^2)^2 + 4\alpha^2\beta^2}}$ га тенг.

$\omega_0 = \beta$ бўлганда, яъни $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{g}{l}} = \sqrt{\dfrac{k}{m}} = \beta$ да тебраниш амплитудаси максимумга интилади, яъни резонанс рўй беради, яъни $A_{\max} = \dfrac{F_0}{2m\alpha \cdot \beta} = \dfrac{F_0}{h \cdot \beta}$, $h \to 0$ да $A_M \to \infty$.

Демак, ташқи куч частотаси системанинг хусусий частотасига тенг бўлганда системанинг тебраниш амплитудасини кескин ошишига резонанс ҳодисаси дейилади.

Амплитуданинг частотага боғлиқлиги, яъни $A = f(\omega)$ эгри чизиғи – амплитуда резонанс эгри чизиғи дейилади.

§71. Тебранишларни қўшиш

Битта X ўқи бўйлаб тарқалаётган иккита частоталари бир хил бўлган тебранишларни қўшилишидаги натижавий тебранишларнинг тенгламасини келтириб чиқарамиз.

Фараз қилайлик, тебранишлар косинус қонуни бўйича ўзгарсин ва

$$\begin{aligned} x_1 &= A_1 \cos(\omega t + \varphi_{10}), \\ x_2 &= A_2 \cos(\omega t + \varphi_{20}) \end{aligned}$$ кўринишида бўлсин.

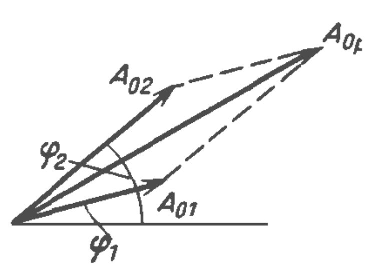
Бу ерда A_1 ва A_2 - тебранишлар амплидудаси, ва φ_{10} ва φ_{20} - бошланғич фазалари. Натижавий тебранишни $x = x_1 + x_2 = A\cos(\omega t + y)$ кўринишида излаймиз.

Ихтиёрий вақт моментида тебранишлар вазиятлари расмда кўрсатилган вазиятларда бўлсин. У ҳолда тебранишларнинг фазалари φ_1 ва φ_2 бўлсин. У холда натижавий тебраниш амплитудасини косинуслар теоремасидан фойдаланиб топамиз:

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1)}$$

Натижавий тебранишнинг бошланғич фазасини ҳам чизмадан фойдаланиб топамиз:

$$tg\varphi = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y}{x} = \frac{A_1 \sin\varphi_1 + A_2 \sin\varphi_2}{A_1 \cos\varphi_1 + A_2 \cos\varphi_2}$$



Чунки

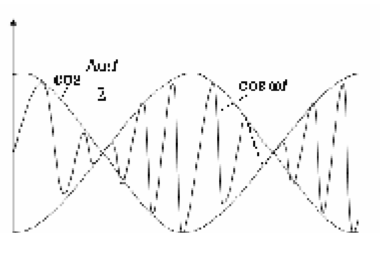
$y_1 = A_1 \sin\varphi_1$ $\quad y_2 = A_2 \sin\varphi_2$ ва

$x_1 = A_1 \cos\varphi_1$, $x_2 = A_2 \cos\varphi_2$ га тенг.

Демак тебранишларни қўшишда $(\omega_1 = \omega_2 = \omega)$ аввал натижавий тебраниш амплитудаси А ни сўнгра бошланғич фаза φ ни ҳисоблаб, уни $x = A\cos(\omega t + \varphi)$ кўринишида ёзамиз. Демак, иккита бир томонга йўналган бир хил частотали тебранишларнинг натижавий тебраниши ҳам гармоник тебраниш бўлар экан.

§72. Титраш. Тепкили тебраниш

Фараз қилайлик, битта йўналишдан иккита частоталари ҳар хил лекин бир – бирига жуда яқин бўлган



тебранишларни қўшилишини кўрайлик. Тебранишлар $x_1 = A_1 \cos(\omega_1 t + \varphi_{10})$ ва $x_2 = A_2 \cos(\omega_2 t + \varphi_{20})$ кўринишида бўлсин. Натижавий тебраниш $x = x_1 + x_2 = A_1 \cos(\omega_1 t + \varphi_{10}) + A_2 \cos(\omega_2 t + \varphi_{20})$ ни умумий кўринишини таҳлил қиламиз. Соддалик учун $A_1 = A_2 = A$ ва $\varphi_{10} = \varphi_{20} = 0$ $\omega_1 = \omega$, $\omega_2 = \omega + \Delta\omega$ бўлсин. Шартга кўра, частоталар фарқи $\Delta\omega << \omega$ бўлсин. У ҳолда $X = A\cos\omega t + A\cos(\omega + \Delta\omega)t = 2A\cos\frac{\Delta\omega}{2}t \cdot \cos\omega t$ бўлади. $\frac{2w + \Delta w}{2} \approx w$ деб ҳисоблаймиз.

Натижавий тебраниш амплитудаси $2A\cos\frac{\Delta\omega}{2}t$ қонуният билан ўзгаради, частотаси ω га тенг бўлади ва тебраниш графиги расмда кўрсатилгандек бўлади. бу кўринишдаги тебранишлар “титраш” ёки тепкили тебраниш деб аталади ва техникада, қурилишда қўлланилади.

§73. Ўзаро перпендикуляр (тик) бўлган тебранишларни қўшиш

Ўзаро тик бўлган ва частоталари $(\omega_1 = \omega_2 = \omega)$ бўлган иккита тебранишларнинг қўшилиши натижасида ҳосил бўлган тебранишлар тенгламасини келтириб чиқарамиз ва уни таҳлил қиламиз. Фараз қилайлик, тебранишлар

$$x = A\cos\omega t$$
$$y = B\cos(\omega t + \varphi)$$

кўринишларда бўлсин. Бунга мисол, пружинали маятникни бир вақтда ҳам бўйлама, ҳам кўндаланг тебранишини кўришимиз мумкин.

Натижавий тебраниш траекториясини топамиз. Унинг учун тенгламалардан t ни йўқотамиз:

$$\cos\omega t = \frac{x}{A}; \qquad Sin\omega t = \sqrt{1 - \cos^2\omega t} = \sqrt{1 - \frac{x^2}{A^2}}$$

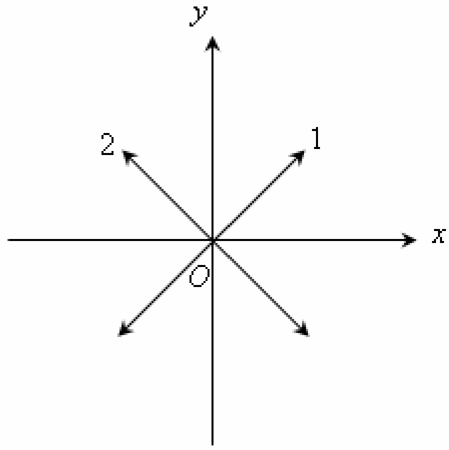
Буларни иккинчи тенгламага қўйсак

$$y = B(\cos\omega t \cdot \cos\varphi - \sin\omega t \cdot \sin\varphi), \Rightarrow \frac{y}{B} = \frac{x}{A}\cos\varphi - \sin\varphi \cdot \sqrt{1 - \frac{x^2}{A^2}}$$

Бунда $\sin j \cdot \sqrt{1-\frac{x^2}{A^2}} = \frac{x}{A}\cos j - \frac{y}{B}$. Бу тенгламани иккала томони квадратга кўтариб, соддалаштирсак

$$\frac{x^2}{A^2}+\frac{y^2}{B^2}-2\frac{xy}{AB}\cos\varphi=\sin^2\varphi \qquad (70\text{-}3)$$

ҳосил бўлади.



-расм

Бу эллипс тенгламасидир.А ва В лар эса эллипснинг катта ва кичик ярим ўқларининг катталигидир.

Энди хусусий ҳолларини кўрамиз.

1) Фазалар фарқи $\varphi=0$ бўлсин. У ҳолда $Cos0^0=1$ ва $Sin0^0=0$ бўлгани учун

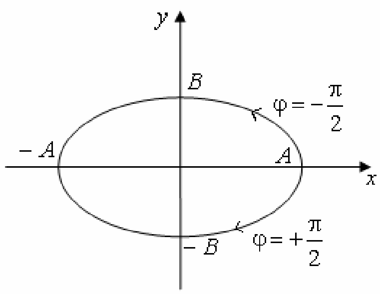
$$\frac{x^2}{A^2}+\frac{y^2}{B^2}-2\frac{xy}{AB}=0 \Rightarrow \left(\frac{y}{B}-\frac{x}{A}\right)^2=0 .$$

Бундан траектория тенгламаси $y=\frac{B}{A}x$. Бу эса тўғри чизиқ тенгламасидир (1-график).

2) Фазалар фарқи $\varphi=180^0$ бўлса, $Sin180^0=0$ ва $Cos180^0=-1$ бўлгани учун тебраниш траекториясининг тенгламаси $y=-\frac{B}{A}x$ кўринишида бўлади (графикда иккинчи тўғри чизиқ).

3) $\varphi=\pm\frac{\pi}{2}$ бўлса а) $\varphi=\frac{\pi}{2}$ да $\left.\begin{aligned}x&=A\cos\omega t\\ y&=-B\sin\omega t\end{aligned}\right\}$ ва траектория тенгламаси

$\frac{x^2}{A^2}+\frac{y^2}{B^2}=1$ кўринишда бўлиб, траектория эллипсдан иборат бўлади.



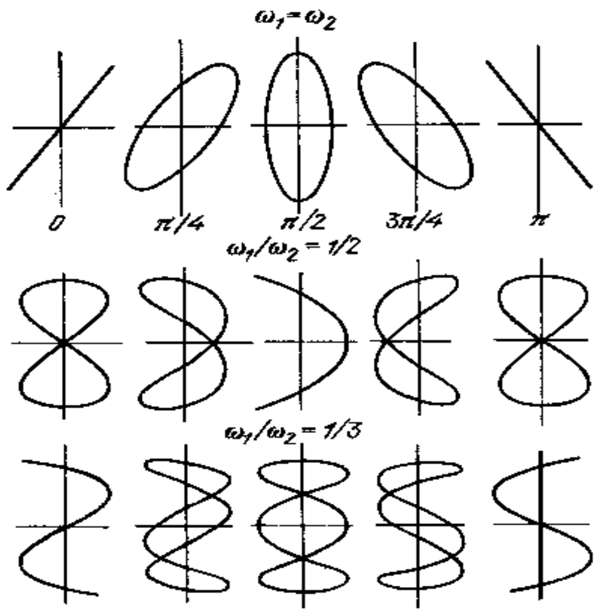
б) $\varphi=-\frac{\pi}{2}$ да $\left.\begin{aligned}x&=A\cos\omega t\\ y&=B\sin\omega t\end{aligned}\right\}$. Бу ҳолда ҳам

траектория тенгламаси эллипсдан иборат бўлади, лекин тебраниш йўналиши а ҳолдагига нисбатан тескари йўналишда бўлади.

в) Агар $A=B$ бўлса, траектория айланадан иборат бўлади, яъни $x^2+y^2=A^2=R^2$.

4) Агар частоталари тенг бўлмаса, бир-бирига каррали тенг бўлса, масалан $\omega_1:\omega_2=1:n$ ва $\varphi=\frac{\pi}{2}$ бўлса, траектория мураккаб кўринишларда бўлади. бу траекториялар шакллари Лиссажу шакллари дейилади. Ҳар хил частотали ўзаро тик

тебранишларнинг қўшилиши натижасида ҳосил бўлган шакллар – Лиссажу шаклларидан бир қатори расмда кўрсатилган.



§74. Тўлқинлар

Бизга маълумки, бирор жисмнинг муҳитдаги тебранма ҳаракати шу жисм турган муҳитга узатилади. Агар тебраниш ҳавода бўлса, ўзининг ҳаракатини ҳаво заррачаларига ўзатади. Ҳаво заррачаларини тебранма ҳаракати барча йўналишда ҳаво бўйлаб тарқалади. Бу ҳодиса суюқликларда ҳам, қаттиқ жисмларда ҳам рўй беради.

Шу тебранишнинг муҳитда вақт бўйича тарқалиш жараёнига **тўлқин** дейилади.

Агар тўлқин йўлида тўсиқ бўлмаса, у барча йўналишларда бир хилда тарқалади.

Ихтиёрий бир вақт моментида тебранишлар шу муҳитни бирор (юзасига) сиртига бир вақтда етиб боради. Бу юза **тўлқин сирти (юзаси)** ёки **тўлқин фронти** деб аталади ва бу сиртдаги муҳит заррачалари бир хил фазада тебранади.

Тўлқин сирти –сферик сирт бўлса $\rightarrow$ сферик тўлқин,

Ясси сирт $\rightarrow$ ясси тўлқин дейилади

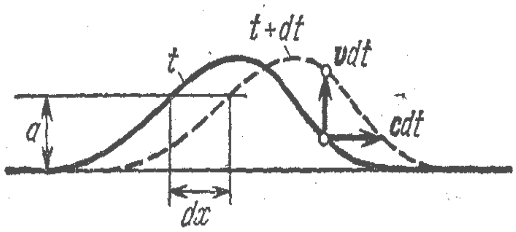
Масалан: Тебранишлар сувда тарқалганда, тўлқинлар айлана дўнгликлар ҳосил қилади – сув сиртида, сув ҳажмида эса тўлқин сферик бўлади.

Бирор цилиндр ичидаги поршеннинг тебранма ҳаракати поршень ичидаги газга берилсин. Бу ерда ясси тўлқин вужудга келади. Тўлқин сирти цилиндр ўқига перпендикуляр бўлган ясси текисликдан иборат.

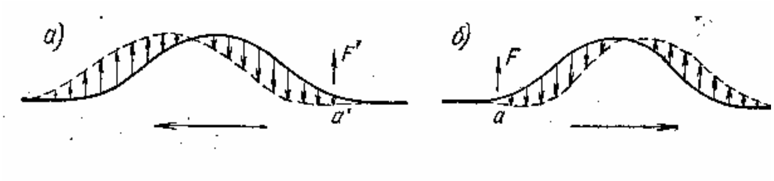
Бунда заррачаларнинг тебраниши тўлқин тарқалиши йўналиши бўйлаб йўналган. Бундай тўлқин **бўйлама** тўлқин дейилади. Агар муҳитнинг заррачаларини тебраниш йўналиши тўлқин тарқалиши йўналишига перпендикуляр бўлса, бундай тўлқин **кўндаланг** тўлқин дейилади. Рубоб ва бошқа торли асбобларнинг торини тебраниши кўндаланг тўлқинга мисол бўла олади.

Торнинг тебраниши шу тор бўйлаб тарқалиши оддий тўлқинга мисол бўла олади.

Энди тебранишнинг тарқалиш жараёнини кўрайлик.



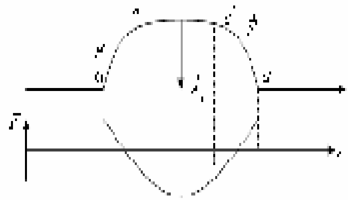
Дўнглик $c=\frac{dx}{dt}$ тезлик билан тор (стержень) бўйича силжийди, яъни c тезлик билан тўлқин тарқалади. Агар торнинг таранглик кучи T ва $\rho=\frac{m}{l}$ - узунлик бирлигига тўғри келадиган массаси аниқ бўлса , у ҳолда тор бўйлаб тебранишнинг тарқалиш тезлиги – тўлқин тезлиги $c=\sqrt{\frac{T}{\rho}}$



формула билан аниқланади. Тарқалиш вақтида тўлқин шакли ўзгармайди, лекин у c тезлик билан силжийди. Тор заррачаларини тебраниш тезлиги $u=\frac{dy}{dt}$ га тенг бўлади.

Энди ихтиёрий вақт моментидаги торнинг тебраниш кўринишини таҳлил қилайлик.

Бу шаклдан тўлқин қайси йўналишда тарқалиши билиб бўлмайди. Шунинг учун F' ва F кучларини катталиги ва йўналишини билишимиз зарур. $F_э$ катталиги T га ва торнинг эластиклик коэффициентига боғлиқ ва $F_э \sim T$.



Агар берилган вақт моментида тор нуқталарини ҳаракати маълум бўлса, унда тўлқин тарқалиш йўналишини қўйидагича расмдан аниқлаш мумкин:

Тебранишнинг тарқалиш тезлиги $c=\sqrt{\frac{T}{\rho}}$ ва шунинг учун:

а) тарқалиш тезлиги c торнинг таранглик кучи ва унинг чизиқий зичлиги $\rho=\frac{m}{l}$ га боғлиқ.

б) муҳитнинг эластиклиги қанча катта бўлса, тебранишларнинг тарқалиш тезлиги шунча катта бўлади.

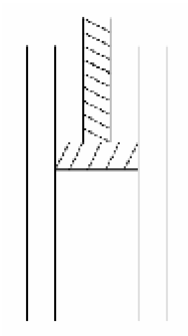
в) Инертлиги катта, яъни зичлиги катта бўлган муҳитда тўлқин тарқалиш тезлиги кичикдир.

Бирлиги $[c]=\dfrac{[T]^{1/2}}{[\rho]^{1/2}}$; СИ да $[c]=м/с$ СГС да $[c]=см/с$

§75. Ясси синусоидал тўлқин

Аввалги мавзуда кўрган мисолимиз, яъни поршенни цилиндр ичидаги тебранма ҳаракатининг уни ичидаги газга узатилиш жараёнини кўрайлик. Фараз қилайлик, поршень y_0 вазиятга нисбатан косинус ёки синус қонунига биноан тебранма ҳаракат қилсин, яъни

$$y_0(t)=A\sin\omega t$$



У холда поршен юзасига тегиб турган газ заррачалари ҳам шу қонунят бўйича тебранма ҳаракатга келади. поршен юзасидан х масофада турган заррачалар $\tau=\dfrac{x}{c}$ вақтда кечикиб харакатга келади. Бунда ихтиёрий х масофадаги заррачаларнинг тебранишини $y(x,t)=A\sin\omega(t-\tau)=A\sin\left(\omega t-\dfrac{\omega x}{c}\right)$ тенглама билан ифодалаш мумкин. Бу тенглама ясси югурувчи синусоидал тўлқиннинг умумий тенгламаси дейилади.

Бу тенглама ихтиёрий вақт моментидаги саноқ системасидан х масофадаги заррачалари тебранишининг (ёки мувозанат ҳолатидан) силжишини кўрсатади.

Демак, шу цилиндирдаги барча заррачалар амплитудаси А, циклик частотаси $\omega=2\pi\nu$ бўлган ва фазаси х га боғлиқ бўлган гармоник тебранма ҳаракат қилади.

Тўлқин фронти шу цилиндр ўқига перпендикуляр бўлган текисликдир ва шунинг учун ҳам тўлқин ясси тўлқиндир.

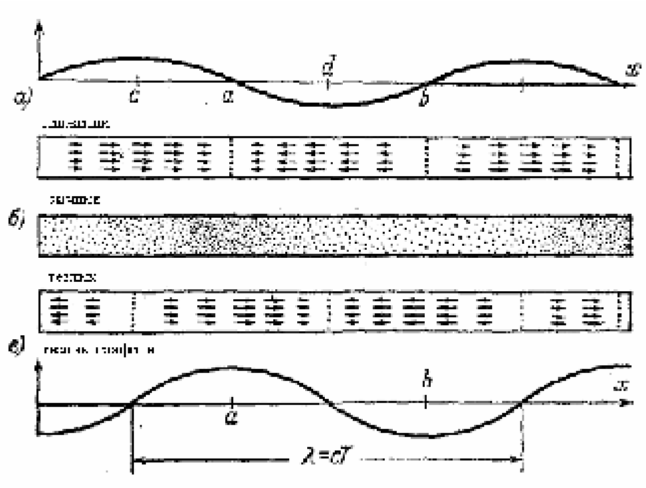
Тебраниш тезлиги u ни y дан вақт бўйича ҳосила олиб топамиз:

$$u=\frac{dy}{dt}=Aw\cos\left(wt-\frac{wx}{c}\right)$$

Бу ерда тезлик амплитудаси $u_m=Aw$ га тенг.

Бир хил фазада тебранувчи нуқталар орасидаги энг яқин масофа унинг тўлқин узунлигидир ёки битта тўла тебраниш вақтида тўлқиннинг босиб ўтган йўли унинг тўлқин узунлиги дейилади.

$$l = cT = \frac{c}{v}; \quad \text{бу ерда } v \text{ - частота.}$$



Ҳавода ёки бирор газ муҳитда тўлқин тарқалаётган бўлса, λ иккита сийраклашган ёки қуюқлашаган (зичлашган) соҳалар орасидаги масофадир.

Товуш тўлқини – товуш (частотаси 20 Гц дан 20кГц гача бўйича) тебранишлари узатилганда муҳит соҳаларида босим ўзгаради. Демак зичлик ҳам ўзгаради. Демак муҳитда босим ёки унинг зичлигининг тебранишилари вақт бўйича узатилади.

Демак, механик тўлқин ҳаракати – бу муҳит зичлигининг ўзгаришини фазода тарқалишидир.

Шу жараённи схематик – график тавсифлаймиз. Расм ва графикларнинг таҳлили шуни кўрсатадики, тебранишларнинг газда тарқалиш жараёни – бу заррачаларнинг ҳаракати узатилар экан, демак тебраниш энергияси узатилар экан.

Бундан ҳулоса шуки, туташ муҳитларда тебранишларнинг тарқалиши-тўлқин тарқалиши-энергиянинг фазода тарқалиш ҳодисаларидан биридир.

Энди иккита саноқ бошидан x_1 *ва* x_2 масофада заррачаларнинг тебраниш фазалари орасидаги фарқ, яъни фаза силжишини топайлик. Буни λ масофадаги тебранишлар орасидаги фазалар фарқи 2π бўлса, $\Delta x = x_2 - x_1$ масофадаги фазалар фарқи $\Delta\varphi$ ни пропорция асосида топамиз:

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi \cdot \Delta x}{\lambda} = \frac{2\pi(x_2 - x_1)}{\lambda}.$$

Бу формуладаги $\frac{2\pi}{\lambda} = k$ тўлқин сони деб аталади ва $2p$ *м* масофада нечта тўлқин жойлашишини кўрсатади. У ҳолда югурувчи ясси тўлқин тенгламасининг кўриниши қуйидагича ёзамиз:

$$y = A\sin\left(\omega t - \frac{\omega x}{c}\right) = A\sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{cT}x\right) = A\sin(\omega t - kx)$$

Бу тенгламадан икки марта 2 марта ҳосила олиб заррачаларни тезланишини топамиз:

$$a = \frac{d^2y}{dt^2} = -Aw \qquad \sin w\left(t - \frac{x}{c}\right) = Aw^2 \cdot \sin(wt - kx) = -w^2 y.$$

Бундан кўринадики, тезланиш ҳам силжиш каби синус қонуни бўйича ўзгаради, лекин фазаси қарама – қарши, яъни фазалар фарқи π га фарқ қилади.

Бошқача айтганда тезланиш йўналиши силжиш йўналишига қарама – қаршидир. Унинг графиги ва уни таҳлил қилиш ўқувчиларга ҳавола қилинади.

§76. Тўлқин ҳаракат энергияси

Ҳар қандай тебранаётган жисм ёки система муҳитда тўлқин манбаи бўлади. У ўзининг энергиясини энг яқин турган заррачаларга узатади. Бу заррача тебраниш системасидан олган энергияни кейинги бошқа заррачаларга узатади. Шундай қилиб, тебраниш манбаининг энергияси муҳит заррачалари воситасида узатилади.

Тебранаётган система ёки жисмни ўз энергиясини мухитга бериш жараёни нурланиш дейилади.

Муҳит заррачалари W_k нинг энергияга эга, шу сабабли улар маълум тезлик (импульс) олиб ҳаракатланади. Шу жумладан потенциал энергиясига ҳам эга, сабаби муҳит зичлиги ўзгаради, яъни даврий равишда деформацияланади.

Агар тўлқин келгунга қадар муҳит зичлиги ρ_0, тўлқин келгандаги зичлиги ρ бўлса, у ҳолда ҳажм бирлигидаги заррачаларнинг кинетик энергияси

$$W_k = \frac{r_0 + r}{2}\cdot\frac{u^2}{2} \approx \frac{r_0 u^2}{2},$$ чунки $\rho_0 \approx \rho$. У ҳолда $$W_k = r\cdot\frac{u^2}{2}$$

Тебраниш тезлиги $u = Aw\cos\left(wt - \frac{wx}{c}\right)$ га тенглигини ҳисобга олсак, $W_k = \frac{1}{2}\rho_0\omega^2 A^2\cos^2\left(\omega t - \frac{\omega x}{c}\right)$ га тенг бўлади.

Муҳитдаги заррачаларнинг потенциал энергияси $W_п$ ни ҳавони (газни) адиабатик сиқилади деб фараз қилиб аниқлаймиз. Деформацияланган эластик муҳитнинг потенциал энергияси

$$W_n = \frac{1}{2\mu}\sigma^2$$ га тенг.

. Бу ерда $m = \frac{1}{rc^2}$ муҳитнинг эластиклик коэффициенти, $s = \frac{\Delta y}{\Delta x} \approx \frac{\partial y}{\partial x}-$ муҳитнинг нисбий деформация катталиги. У ҳолда $W_n = \frac{1}{2}rc^2\cdot\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)^2$ га тенг.

$\frac{\partial y}{\partial x} = -A\frac{\omega}{c}\cos\left(\omega t - \frac{\omega x}{c}\right)$ га тенглигини ҳисобга олсак $W_n = \frac{1}{2}r_0 A^2 w^2\cos^2\left(wt - \frac{wx}{c}\right)$ га тенг бўлади.

Бу ерда зичликлар фарқи кам бўлгани учун, $r \cong r_0$ деб олдик. Юқоридаги ифодалардан кўринадики, $W_к = W_п$ га тенг экан. У ҳолда умумий энергия (энергия зичлиги)

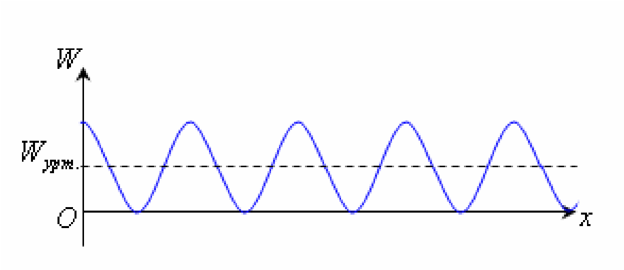
$W = W_k + W_p = r_0 A^2 w^2 \cos^2\left(wt - \frac{wx}{c}\right)$ га тенг бўлади.

Шундай қилиб тўлқин қисмининг энергияси зичликка, амплитуда ва частота квадратларига тўғри пропорционал экан.

Энди юза бирлигидан $(\Delta S = 1б.)$ ва вақт бирлигида $(\Delta t = 1c)$ ўтаётган энергияни, яъни энергия оқимини ҳисоблайлик.

$$U_3 = \frac{\Delta U}{\Delta S \cdot \Delta t} = \frac{W \cdot c \cdot \Delta S \cdot \Delta t}{\Delta S \cdot \Delta t} = W \cdot c = r_0 A^2 w^2 c \cdot \cos^2\left(wt - \frac{wx}{c}\right)$$

Бу тенглама бирлик юзадан вақт бирлигида берилган йўналишда ўтувчи энергияни кўрсатади. Бу тенгламада вектор-катталик-тезлик с қатнашгани учун вектор катталик бўлиб Умов вектори дейилади.



-расм

Техникада кўпинча – тўлқин интенсивлиги деган катталик ишлатилади. У тўлқин ўзи билан биргаликда «элтаётган» энергия оқими зичлигининг ўртача қийматидир, яъни $I = W_{ўрт} \cdot c$ га тенг. га тенг бўлгани учун (графикка қаранг)

$$W_{ўрт} = \left(r_0 A^2 w^2 Cos^2\left(wt - \frac{wx}{c}\right)\right)_{ўрт} = \frac{1}{2} r_0 A^2 w^2$$

$I = \frac{1}{2} r_0 A^2 w^2 \cdot c$ га тенг.

§77. Тўлқин интерференцияси

Бир неча тўлқинлар амалда бир-бири билан учрашиб, қўшилиб мураккаб натижавий тўлқинлар ҳосил қилади. Биз энг содда ҳол, когерент тўлқинларнинг бир-бири билан қўшилиб, кучайиши ёки сусайиши-интерференция ҳодисасини кўрамиз. Частоталари бир хил, фазалар фарқи вақт бўйича ўзгармайдиган тўлқинлар когерент тўлқинлар дейилади.

Биз синусоидал тўлқин тенгламасини косинусоидал кўринишда (ўқув қўлланмасидаги кўринишга ўхшаш бўлиши учун) оламиз. Бу умумий физик манзарани ўзгартирмайди ва фақат тригонометрик ўзгатиришлар бироз фарқ қилади.

Фараз қилайлик , 2 та тўлқин $y_1 = A_1 \cdot Cos\omega\left(t - \frac{x_1}{c}\right)$ ва $y_2 = A_2 \cdot Cos\omega\left(t - \frac{x_2}{c}\right)$ бир томонга ҳаракат қилиб ўзаро учрашсин. Натижавий тўлқин тенгламаси $y = A \cdot Cos(\omega t + \Delta\varphi)$ кўринишда бўлади ва бу тўлқинларни тебранишларни қўшиш каби қўшамиз. У ҳолда натижавий амплитуда $A^2 = A_1^{\ 2} + A_2^{\ 2} + 2A_1A_2Cos\Delta\varphi$ ва фазалар фарқи $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(x_2 - x_1) = \frac{2\pi\cdot\Delta x}{\lambda}$ га тенг бўлади.

1. Агар $\Delta\varphi = \frac{2\pi\cdot\Delta x}{\lambda} = 2\pi n(n = 0,1,2,3...)$ шарт бажарилса, унда Δx $\frac{\lambda}{2}$ нинг жуфт каррасига тенг бўлади, натижавий тўлқин амплитудаси $A = A_1 + A_2$ га тенг бўлади ва тўлқинлар қўшилиб бир-бирини кучайтиради, яъни максимум шарти бажарилади.

2. Агар $\Delta\varphi = \frac{2\pi\cdot\Delta x}{\lambda} = (2n+1)\pi$ шарт бажарилса, унда Δx $\frac{l}{2}$нинг тоқ $(2n+1)$ каррассига тенг бўлади ва натижавий тўлқин амплитудаси минимум, яъни $A = A_1 - A_2$ га тенг. Бундай ҳолат ёки нуқталарда тўлқинлар қўшилиб тебраниш сусаяди, агар $A_1 = A_2$ бўлса, $A = 0$ бўлади.

Энди бир тўғри чизиқ бўйлаб қарама-қарши тарқалаётган икки когерент тўлқинларнинг қўшилиши натижасидаги интерференция ҳодисасини кўрайлик. Координата бошида бошланғич фазалар фарқи 0 га тенг бўлган ҳолни кўрайлик

$$y_1 = A\cdot Cos\omega\left(t - \frac{x}{c}\right)$$

$$y_2 = B\cdot Cos\omega\left(t + \frac{x}{c}\right)$$

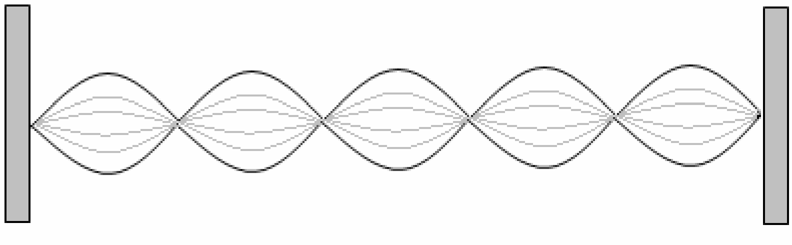
y_2 ни $y_2 = A\cdot Cosw\left(t+\frac{x}{c}\right) + (B-A)\cdot Cosw\left(t+\frac{x}{c}\right)$ кўринишда ёзамиз.

У ҳолда натижавий тўлқин тенгламаси

$$y = y_1 + y_2 = A\cdot Cosw\left(t-\frac{x}{c}\right) + A\cdot Cosw\left(t+\frac{x}{c}+(B-A)\right)\cdot Cosw\left(t+\frac{x}{c}\right) =$$

$$2A\cdot Cos\frac{wx}{c}\cdot Coswt + +(B-A)\cdot Cosw\left(t+\frac{x}{c}\right)$$

Кўринишда бўлади.



1-ҳад амплитудаси $2A\cdot Cos\frac{\omega x}{c}$ бўлган турғун тўлқиндир.

2-ҳал амплитудаси (В-А) га тенг бўлган югурувчи тўлқиндир. Агар А=В бўлса, натижавий тўлқин турғун (расмга қаранг) бўлади. Тугунлар орасидаги масофа $\frac{\lambda}{2}$ га тенг ёки тугунларнинг (дўнгликларнинг) координатаси $x = n\frac{\lambda}{2}$ га тенг. Демак, турғун тўлқинлар бир тўғри чизиқ бўйича қарама-қарши йўналган бир хил амплитудали ва частотали тўлқинларнинг қўшилишидан ҳосил бўлади. Бу тўлқинларнинг олиб ўтаётган энергиялари тенг бўлганлигидан улар ҳосил қилган натижавий турғун тўлқинда энергия узатилиши рўй бермайди. Демак, натижавий энергия оқими нолга тенг бўлади. Турғун тўлқин тугунлари орасига тўғри келадиган тўла энергия ўзгармас бўлади.

Турғун тўлқин тугунларидаги зарралар сиджимагани учун, улар орқали кинетик энергия узатилмайди. Турғун тўлқин тугунларида нисбий деформация вақт бўйича ўзгармас бўлгани учун улар орқали потенциал энергия ҳам узатилмайди.

Фақат тугунлар орасидаги қисмда кинетик энергияни потенциал энергияга ва потенциал энергияни никетик энергияга айланиши кузатилади.

Амалиётда лаборатория қурилмаси ёрдамида товуш тўлқини учун турғун тўлқин ҳосил қилиниб, ундан тўлқин узунлиги λ ни аниқлаш мумкин.

§ 78. Товуш ва унинг табиати

Эластик муҳитда тарқалаётган тўлқинларнинг частотаси 20 Гц дан (баъзи адабиётларда 16 ёки 17 Гц) 20000 Гц гача бўлса, бундай механик тўлқинларни инсон эшитиш органи сезади. Бундай тўлқинлар-товуш тўлқинлари ёки товуш деб аталади. Частотаси 20 Гц дан кичик бўлган тўлқинлар инфра товуш деб аталади ва буни инсон сезмайди.

Частотаси 1 Гц дан 10^{13} Гц гача бўлган тўлқинларни хусусиятини ўрганадиган физиканинг бўлимига акустика дейилади.

Товуш ҳам механик бўйлама тўлқин бўлиб муҳитнинг зичлигига, унинг хусусиятига боғлиқ бўлган тезлик билан тарқалади.

Газларда товуш тарқалиш тезлиги $c = \sqrt{g\frac{P}{r}}$ -Лаплас формуласи бўйича ҳисобланади. Бу ерда γ -адиабата кўрсаткичи, $p -$ (ҳаво) босими, $r -$ зичлиги.

Шуни таъкидлаш керакки, муҳитнинг ҳарорати доимий бўлганда босимнинг ўзгариши зичликни ўзгаришига тўғри пропорционал ва $\frac{P}{r} = const$ бўлгани учун газларда товушни тарқалииш тезлиги босимга боғлиқ бўлиб қолмайди.

Лекин газларда товушнинг тарқалиш тезлиги унинг ҳароратига боғлиқ ва бу боғланиш газ ҳолат тенгламасига асосан қуйидагича ёзамиз: $c = \sqrt{\gamma \frac{RT}{\mu}}$

Бу ерда $R = 8{,}31\, Ж/моль \cdot К$ –универсал газ доимийси, μ –газнинг моляр массаси.

Демак, товуш тезлиги температура-ҳароратга боғлиқ, яъни с~$\sqrt{T}$.

Қаттиқжисмларда тўлқинлар ҳам бўйлама, ҳам кўндаланг тарқалади, шунинг учун товушнинг бўйлама тезлиги $c_б = \sqrt{\frac{E}{g}}$, кўндаланг тўлқин тарқалиш тезлиги $c_к = \sqrt{\frac{G}{p}}$ формула билан ҳисобланади.

Бу ерда Е-муҳит учун Юнг модули, G-силжиш модули. Қаттиқ жисмларда бўйлама тўлқинларнинг тарқалиш тезлиги кўндаланг тўлқинларнинг тарқалиш тезлигидан деярли икки марта катта.

Шунинг учун ер қимирлашини икки марта сезамиз, чунки ер қимирлаш марказидан биз турган жойга бўйлама тўлқин аввалроқ, кўндаланг тўлқин эса кейинроқ етиб келади.

Товуш тезлиги амалда турғун тўлқин ҳосил қилиниб, тугунлар орасидаги масофани ўлчаган ҳолда аниқланади, яъни тугунлар орасидаги масофа $d = \frac{\lambda}{2}$ бўлса, $\lambda = \frac{c}{v}$ дан $c = \lambda v = 2dv$ орқали ҳисобланади.

Товуш тарқалаётган фазонинг қисми товуш майдони деб аталади. Товуш майдони товуш босими катталиги билан характерланади: $p = ru \cdot c$ ёки $u = AwCosw\left(t - \frac{x}{c}\right) = y'$ ва

$$p = r \cdot w \cdot A \cdot c \cdot Cosw\left(t - \frac{x}{c}\right)$$

Бу формуладан кўринадики, товуш босими ва муҳит заррачаларининг тезлиги бир хил фазада тебранади. $P_0 = rwAc -$ товуш босими амплитудаси деб юритилади.

Товуш тарқлаётганда ўз йўналишида энегия олиб ўтади ва бу катталик кўпинча товуш интенсивлиги катталиги билан характерланади. Товуш тарқалиш йўналишига тик бўлган юза бирлигидан ўтувчи энергия оқимига товуш интенсивлиги дейилади ва $I = \frac{1}{2} \cdot p \cdot A^2 \cdot \omega^2 \cdot c$ формула билан ифодаланади. $p_0 = p \cdot \omega \cdot A \cdot c$ эканлигини ҳисобга олсак, $I = \frac{1}{2} \cdot \frac{{p_0}^2}{rc}$. Бу ерда $r\,c -$ катталик муҳитнинг акустик қаршилиги дейилади.

Демак, товуш интенсивлиги товуш босими амплитудасининг квадратига тўғри пропорционал, муҳитнинг акустик қаршилигига тескари пропорционалдир.

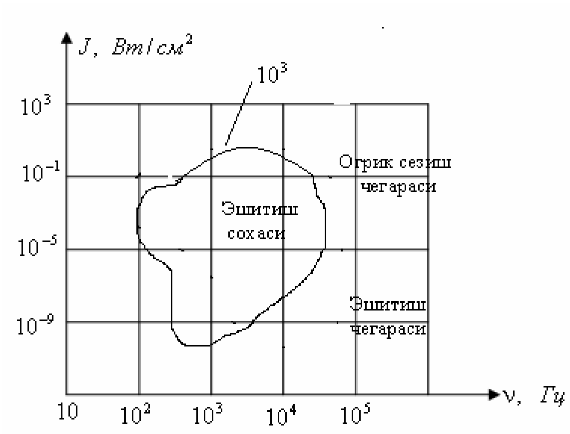
Товуш муҳитда тарқалганда унинг энергияси муҳит томонидан ютилади. Демак, унинг амплитудаси интенсивлик тўлқин тарқалиш йўналиши масофаси бўйича камайиб боради, яъни $A = A_0 e^{-br}$ ёки $I = I_0 e^{-2br}$. Бу ерда –муҳитда товуш амплитудасининг сўниш коэффициенти. Товуш тарқалиш тезлиги ва йўналиши фақатгина газнинг температурасига боғлиқ бўлибгина қолмай, балқи ундаги газ ҳаракатига ҳам боғлиқ. Масалан; ҳавода шамол товуш тезлигининг йўналиши ва катталигига сезиларли таъсир қилади.

Энли товуш параметрлари билан танишамиз;

Товушнинг баландлиги товуш тебранишининг частотаси билан ҳарактерланди. Частотаси қанча катта бўлса, шунча овоз баланд ҳисобланади.

Товушнинг қаттиқлиги-товуш кучини ҳарактерлайди ва унинг интенсивлиги билан ҳарактерланади. Қулоқ сеза оладиган товушнинг минимал интенсивлиги эшитиш чегараси дейилади.

Қулоқнинг товушни сезиш ва эшитиш соҳаси расмда кўрсатилган ва унинг максимал қиймати 1000 дан 3000 Гц бўлган товушлар тўғри келади.



Товуш қаттиқлигини унинг интенсивлигига боғлиқлиги Вебер-Фехнер томонидан ўрганилиб, товуш интенсивлигини билан қаттиқлиги тақрибан логарифмлик қонуният билан ўсиши аниқланди.

Шу қонуниятга биноан товуш қаттиқлиги L–товуш босими даражасини кўрсатувчи катталиги сифатида киритилган:

$$L = 2k\lg\frac{p}{p_0} \quad \text{ёки} \quad L = k\lg\frac{I}{I_0}$$

Бу ерда $p = \sqrt{rvI}$ $-\nu$ частотали товушнинг ўртача квадратик босими, p_0 – шу частота учун эшитиш чегараси (чегаравий босим).

Агар к-1 бўлса белларда, к=10 бўлса товуш босими децибелларда ўлчанади (Олим А.Г.Белл шарафига қўйилган)

Айрим товушларнинг характеристикалари қуйидагича;

№	Товуш	Децибел-ҳисобида	Товуш интенсивлиги Ж/м^{2}с ёки Вт/м^2	Эффектив босим
1.	Соат юришида чиққан товуш	20	$1\cdot10^{-7}$	$6{,}4\cdot10^{-3}$

2.	Секин гаплашганда	40	$1\cdot10^{-5}$	$6{,}4\cdot10^{-2}$
3.	Ўртача нутқ.	60	$1\cdot10^{-3}$	$6{,}4\cdot10^{-1}$
4.	Қичқирганда	80	$1\cdot10^{-1}$	6,4
5.	Оғриқ сезиш	120	$1\cdot10^{3}$	$6{,}4\cdot10^{2}$

Бу катталиклар -1000 Гц ли товуш учун келтирилган бўлиб, бу қийматлар нисбатан тахминий келтирилган.

Агар товуш манбаи ва товуш қабул қилувчи-приёмник бир-бирига нисбатан ҳаракатланса, приёмник қабул қилган товуш частотаси товуш манбаи частотасидан фарқ қилан экан. Бу ҳодиса Допплер эффекти деб аталади.

1. Товуш манбаи муҳитда тинч турган приёмникка u тезлик билан яқинлашаётган бўлса, приёмникда қабул қилинаётган частота ортади:

$$v^1 = \frac{v}{1 - v/c}$$

2. Агар товуш манбаи кузатувчи –приёмникдан u тезлик билан узоқлашаётган бўлса, приёмникда қабул қилинаётган частота камаяди:

$$v^1 = \frac{v}{1 + v/c}$$

3. Агар приёмник товуш манбаига u тезлик билан яқинлашса, приёмник қабул қилган товуш частотаси $v^1 = v\cdot\left(1+\frac{u}{c}\right)$ га тенг бўлади, яъни приёмник қабул қилаётган товуш частотаси ортган бўлади.
4. Агар приёмник товуш манбаидан u тезлик билан узоқлашаётган бўлса, у қабул қилаётган частота камаяди ва $v^1 = v\cdot\left(1-\frac{u}{c}\right)$тенг бўлади.

Бу келтирилган формулалар товуш манбаи ва приёмник бир тўғри чизиқда ётган ҳол учун тўғридир. Агар улар бир тўғри чизиқда ётмаса у ҳолда u ва с тезликларнинг шу тўғри чизиққа проекцияси олинади.

Ультра товушлар, яъни частоталари 20 кГц дан юқори бўлган товушлар ультратовуш генраторлари ёрдамида ҳосил қилинади. Улар кўпинча пьезоэлектрик эффект асосида кристаллар ёрдамида ҳосил қилинади. Бундай кристалларга-кварц, турмалаш, сегнет тузи, барий титанат ва бошқа жисмлардан кесиб олинган пластинкалар киради.

Магнитстрикцион эффект асосида ишлайдиган кристалл пластинкаларда ҳосил қилинадиган ультратовушлар интенсивлиги анча катта бўлади ва бундай асосдаги генераторлар қишлоқ хўжалигида, медицинада ва илмий текшириш ишларида кенг ишлатилади.

Пьезоэффект асосида ишлайдиган генератор пластинкаси муҳитга туширилиб, унга даврий равишда ўз ўлчамини ўзгартириб (деформацияланиб) туради. Бу эса ўз навбатида пластинкани ўраб турган муҳитга узатади.

Пластинканинг хусусий частотаси (кварц учун) $n = \frac{284 \cdot 10^3}{d}$ Гц формула билан топилади.

Аввалдан ҳисобланган қалинликдаги пластинка ясалиб, у ёрдамида керакли частотадаги ультра товуш ҳосил қилинади.

Магнитострикцион эффект асосидаги стоерженнинг ҳусусий частотаси $n = \frac{2{,}5 \cdot 10^5}{\mathbf{l}}$ Гц формула билан ҳисобланади. Бу ерда $l-$ стерженнинг см даги узунлиги. Ультра товушлар гидролакацияда, эхолотларда, техникада металлардаги дефектларни аниқлашда, медицинада ва фармкологияда ҳамда вакуум технологиясида кенг ишлатилади.

Назорат саволлар

I ГУРУҲ

1. Классик механика нимани ўргатади?
2. Фазо ва вақтнинг асосий тушунчалари.
3. Тўғри чизиқли ҳаракатда тезлик ва тезланиш.
4. бурчакли тезлик ва тезланиш.
5. Айланма ҳаракатда тезлик ва тезланиш. Ўлчов бирликлари.
6. Эркин тушиш.
7. Жисмнинг чизиқли ва бурчак тезликларининг боғланиши.
8. Вертикал отилган жисм ҳаракати.
9. Куч тушунчаси ва ўзаро таъсир.
10. Эластик кучлар. Гук қонуни.
11. Ньютон қонунлари.
12. Вазинсизлик.
13. Галилейнинг нисбийлик принципи.
14. Куч импулси.
15. Жисм импулси.
16. Импулс моменти тушунчаси.
17. Дискнинг инерция моменти.
18. Шарнинг инерция моменти.
19. Бутун олам тортишиш қонуни.
20. Кавендиш ва Жолли тажрибалари.
21. Оғирлик кучининг бажарган иши.
22. Гармоник жараёнлар.
23. Математик маятник қонунлари.
24. Кристал ва аморф жисмлар.

25. Эластик ва пластик қаттиқ жисмлар.
26. Тўлқин. Ясси тўлқин тенгламаси.
27. Бўйлама ва кўндаланг тўлқинлар.
28. Ультратовушлар.
29. Идеал суюқ лик ва унинг ҳаракати.
30. Оқимнинг узлуксизлик теоремаси.
31. Идишдан суюқликнинг оқиб чиқиши.
32. Торичелли формуласи.
33. Магнус эффекти.
34. Эркин тушишни аниқлаш методлари.
35. Классик(мумтоз) механикани қўлланиш чегараси.
36. Механик иш ва унинг бирликлари.
37. Қувват, иш ва унинг бирликлари.
38. Потенциал энергия.
39.Ультратовушнинг қўлланилиши.
40. Пружининиг эластиклик коэффициенти.
41. Механик катталикларнинг ўлчов бирликлари.
42. Ишқаланиш кучи.
43. Импулс моменти.
44.Умов-Пойтинг вектори.
45. Товуш ва унинг параметрлари.
46. Нормаль,тангенциал ва тўла тезланишлар.
47. Массанинг тезликка боғлиқлиги.
48. Сўнишнинг логорифимик декременти.
49. Механик резонанс ҳодисаси.
50. Мажбурий тебранма ҳаракат.

II ГУРУҲ

1. Саноқ системаси деб нимага айтилади.
2. Оний тезлик тушунчаси.
3. Ўртача тезлик тушунчаси.
4. Ёпиқ саноқ системаси. Ички ва ташқи кучлар.
5. Кучларни ўлчаш. Куч бирликлари.
6. Жисм инертлиги тушунчаси. Ньютоннинг II-қонуни.
7. Жисм оғирлиги. Юкланиш.
8. Аддитивлик ва массанинг сақланиш қонуни.
9. Иш ва энергия. Ўлчов бирликлари.
10. Кинетик ва потенциал энергия.
11. Абсолют ноэластик тўқнашув.
12. Механик энергиянинг сақланиш қонуни.
13. Механик системанинг мувозанат шарти.
14. Жисм импулси ва куч импулси.
15. Инерция кучи. Марказдан қочма куч.
16. Баллистик маятник.
17. Фуко маятниги.
18. Қаттиқ жисмнинг илгариланма ва айланма ҳаракати.
19. Айланаётган жисм кинетик энергияси.
20. Инерция моменти. Ўлчов бирликлари.
21. Стерженнинг инерция моменти.
22. Реактив ҳаракат
23. Куч моменти. Куч елкаси.

24. Эквивалент масса тушунчаси.
25. Осмон механикасининг қонунлари.
26. Космик тезликлар.
27. Даврий жараёнлар.
28. Тебранма жараёнлар.
29. Гармоник тебранма ҳаракатда энергия.
30. Ўзаро перпендикуляр тебранишларни қўшиш.
31. Эркин тебранма ҳаракат.
32. Қаттиқ жисм деформацияси. Юнг модули.
33. Механик тўлқинларда интерференция ва дифракция.
34. Тўлқин энергияси.
35. Турғун тўлқинлар.
36. Доплер эффекти.
37. Бернулли тенгламаси.
38. Қовушқоқ суюқликнинг оқиши.
39. Ламинар ва турбулент оқим.
40. Деформациянинг кучланишга боғлиқлиги.
41. Жисмнинг инерция моментини аниқлаш усуллари.
42. Эркин айланиш ўқлари.
43. Инерция кучлари ва уларни вужудга келиши.
44. Деформацияланган пружина энергияси.
45. Жисмнинг қия текисликда ҳаракати.
46. Вазнсиз блокка осилган жисмнинг ҳаракати.
47. Сирпаниш ишқаланиш.
48. Пружинали маятникнинг ҳаракат тенгламаси.
49. Физик маятникнинг тебранма ҳаракат тенгламалари.
50. Физик маятникнинг келтирилган узунлиги.

III ГУРУҲ

1. Эгри чизиқли ҳаракат.
2. Горизонтал отилган жисм ҳаракати. Траекторияси.
3. Горизонтга бурчак остида отилган жисм ҳаракати. Траекторияси.
4. Нормаль ва тангенциал тезланишлар.
5. Ишқаланиш кучи. Ишқаланиш коэффициенти.
6. Инерциал ва ноинерциал саноқ системалари.
7. Айланиш ўқига эга бўлган жисмнинг мувозанат шарти.
8. Абсолют эластик тўқнашув.
9. Масса маркази ҳаракати ҳақидаги теорема.
10. Кёниг теоремаси.
11. Импулснинг сақланиш қонуни.
12. Кориолис кучи ва унинг намоён бўлиши.
13. Масса маркази ҳаракати ҳақидаги теорема.
14. Динамик айланма ҳаракат учун асосий қонунлар.
15. Гироскоплар ва уларнинг қўлланилиши.
16. Қия текисликдан жисмнинг тушиши.
17. Максвелл маятниги.
18. Ўзгарувчан массали жисм ҳаракати.
19. Мещерский тенгламалари.
20. Илгариланма ва айланма ҳаракат қилаётган жисм кинетик энергияси.
21. Гравитацион майдон. Гравитацион майдон кучланганлиги.

22. Кеплер қонунларининг исботи.
23. Гюгенс-Штейнер теоремаси.
24. Тебранма жараёнда тезлик ва тезланиш.
25. Юкли пуржинада гармоник тебраниш.
26. Математик маятник.
27. Физик маятник.
28. Бир ўқ бўйича тебранишларни қўшиш.
29. Тепкили тебраниш (титраш).
30. Сўнувчан тебранма ҳаракат.
31. Деформация энергияси.
32. Суюқлик ёки газ оқимининг жисмга таъсири.
33. Силжиш деформацияси.
34. Буралиш деформацияси.
35. Эластиклик модулини аниқлаш усули.
36. Обербек маятниги.
37. Ернинг тортиш майдонида жисм ҳаракати.
38. Эркин гироскоп.
39. Гироскоп прицессияси.
40. Самолёт қанотиниг кўтариш кучи.
41. Жисмнинг оғирлик ва инерция маркази.
42. Қовушқоқ муҳитда шарчанинг ҳаракати. Стокс формуласи.
43. Блокка осилган жисмнинг ҳаракати.
44. Жисмнинг ноинерциал саноқ системасида ҳаракати.
45. Айланма ҳаракат қилаётган саноқ системасида тинч жисмга таъсир қилувчи куч.
46. Айланма ҳаракат қилаётган саноқ системасида ҳаракат қилаётган жисмга таъсир қилувчи кучлар.
47. Ернинг айланма ҳаракатини жисм ҳаракатига таъсири.
48. Импулс моментини сақланиш қонуни.
49. Пружинали маятник учун энергия сақланиш қонуни.
50. Физик маятникнинг кинетик ва потенциал энергияси.

Фойдаланиладиган дарслик ва ўқув қўлланмалар рўйхати

Асосий

1. Стрелков С.П. Механика—Тошкент, ўқитувчи, 1977.
2. Сивухин Д.П. Умумий физика курси. 1—том. Механика. Тошкент, ўқитувчи, 1981 й.
3. Турсунметов К.А., Далиев Х.С. Механика 1—қисм. Тошкент., Университет 2000 й.
4. Стрелков С.П. ва бошқалар. Умумий физика курсидан масалалар тўплами. Механика. Тошкент , ўқитувчи, 1981 й.
5. Чертов А.Воробьев А Умумий физика курсидан масалалар тўплами. Тошкент, ўзбекистон, 1988 й.
6. Волькенштейн С.В Умумий физикадан масалалар тўплами
7. Назиров Э.Н. ва бошқалар. Механика ва молекуляр физикадан практикум. Ўзбекистон, Т.—2001й
8. Турсунметов К.А. ва бошқалар. Умумий физика курсидан практикум. Механика. Университет. Т.—1998й.

Қўшимча

9. Аҳмаджонов О.И. Физика курси. Механика ва молекуляр физика. Тошкент, ўқитувчи, 1985.
10. Хайкен .С.Э Физические основў механики. М. «Наука» 1971.
11. Зайдель И. Элементарные оценки ошибок измерений М., 1959.