**O`ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY VA
O`RTA MAXSUS TA'LIM VAZIRLIGI**

GULISTON DAVLAT UNIVERSITETI

G.G`aymnazarov, Sh.Bomurotov

ALGEBRA VA GEOMETRIYA

Maruza matni

Guliston 2018

**G`aymnazarov G, Sh.Bomurotov «Algebra va geomotriya**» fanidan maruza matni (o`quv-uslubiy majmua). Guliston 2018 y. 98 bet.

GulDU o`quv-metodik Kengashining (2-sonli bayonnomasi, 26.10.2018 yil) yig`ilish qarori bilan chop etishga tavsiya etilgan.

Ushbu o`quv qo`llanma (o`quv-uslubiy majmua) hozirgi dastur asosida tayyorlangan bo`lib, 5460100-matematika va 5480100-amaliy matematika va informatika ta'lim yo`nalishi bo`yiha ta'lim olayotgan talabalar uchun mo`ljallangan. Bu o`quv-uslubiy majmuada: Chiziqli fazo, Evklid fazosi, kvadratik shakl (forma), chiziqli operatorlar, Jordan matrisalar, guruh mavzulari bayon etilgan. Har bir mavzuga doir amaliy mashg`ulotlar uchun masalalar berilgan. Nazorat va mustaqil topshiriqlar berilgan va mavzuga doir muammolar qayd etilgan.

O`quv uslubiy majmua O`zbekiston Respublikasi Oliy va o`rta maxsus, kasb-hunar ta'limi o`quv-metodik birlashmalari faoliyatini muvofiqlashtirish Kengashi tomonidan

) nashrga tavsiya etilgan.

Taqrizchilar: O`zMU professori, fizika-matematika fanlari doktori

G`anixo`jayev R.N.

GulDU dotsenti, pedagogika fanlari nomzodi

Норжигитов Х

Г.Гаймназаров. Учебное пособие (учебно-методический комплекс) по предмету «Алгебра и геометрия». Гулистан-2016 г. 98 стр.

Ученое пособие (учебно-методический комплекс) подготовлен на основе действуюшем программой и предназначен для студентов обучающихся по специалности 5460100-математика, 5140200-физика.

В учебном-методическом комплексе изложены темы: линейное пространство. Евклидово пространство, квадратические формы, линейные операторы, матрица Жордана игруппа. Для каждой темы даны задания для практических занятий, ещё приведены контролнлных работ по каждой теме, а также приведены некоторые проблемы к данной теме.

Рекомендовано к печати постановлением учебно-методическим Советом при Министерства высшего и среднего-специалного образования Республики Узбекистана.

G.Gaymnazarov. Educational-methodical complex on algebra and theory of numerals. Gulistan-2016. p.98

This educational-methodical complex is intended for the students on the speciality 5460100-mathematics, 5140200-fysics.

This educational-methodical complex contains materials linear space, Evklid space, quadratical forms, linear operators, matrix Jordan and group.

It consics of themes on practical work. It is included methodical recommendations, the tasks on self independent work and problems on themes.

The collection has been recommendent by the Educational-methodical complex of Ministry high and average-special forming the Republic Uzbekistan. Minute №1, October 16. 2007.

MUNDARIJA

KIRISH

Algebra fani matematikada asosiy o`rinni egallaydi. Hayotning ko`pgina masalalarini yechishda avvalo unga mos bo`lgan matematik modellar tuziladi. Tuzilgan matematik modellar asosan algebraic usul bilan tekshiriladi va yechiladi. Buni biror jarayonning differensial tenglamasi yoki differensial tenglamalar sistemasi misolida ko`rish mumkin. Har bir masalaning yechimini biror toplamda (funksional fazoda) qaraladi.

Bu esa algebraic tushunchalarni, tsdiqlarni umumiy nuqtai nazardan qarashga olib keladi. Shu sabali bu o`quv-uslubiy majmuada chiziqli fazolar, Evklid fazosi, chiziqli operatorlat, kvadratik shakl(forma)lar, Jordan matrisalari, guruh. Maydon tushunchalari va unga doir masalalar ko`riladi.

Algebra fan va texnikaning juda ko`p tarmoqlarida tatbiq etiladi. Jumladan: kvant mexanikasida guruhlar nazariyasidan foydalaniladi.

Axborotlarni uzatish va qabul qilishda (televideniya, radio, uyali telefon)da operatorlar nazariyasidan keng foydalaniladi. Iqtisodiy masalalarni modellashtirish va ularning optimal yechimlarini aniqlashda chiziqli fazo (Evklid fazo) tushunchalar muhim ahamiyatga ega.

Algebra va sonlar nazariyasi fani vakalavriatning dastlabki ikki kursida o’qitilib, mutaxassislik fanlarining asosiylaridan xisoblanadi. Bu kursda to’plamlar nazariyasi elementlari, chiziqli tenglamalar sistemasi, n-tartibli determinantlar, kompleks sonlar maydoni, sonlar nazariyasi elementlari, matritsalar algebrasi, ko’phadlar, simmetrik ko’phadlar, chiziqli, bichiziqli va kvadratik formalar, vektor va Evklid fazolari, vektor va Evklid fazolarining chiziqli almashtirishlari, algebraik tuzilmalar: gruppa, halqa, maydon tushunchalari va ularga oid masalalar ko’riladi.

Fanni o’qitishning maqsadi va vazifalari

«Algebra va sonlar nazariyasi» fanining asosiy maqsadi talabalarga nazariy bilim berish, tegishli tushunchalar, tasdiqlar, algebra va sonlar nazariyasiga xos bo’lgan isbotlash usullarini o’rgatish, olgan nazariy bilimlarini masalalar echishga tadbiq eta bilish, ularda mantiqiy mushoxada qilish, fazoviy tasavvur hamda abstrakt tafakkur kabi, inson faoliyatining barcha sohalari uchun zarur bo’lgan qobiliyatni shakllantirishdan iboratdir. Fanni o’qitishning vazifasi talabalarga algebra va sonlar nazariyasiga oid bilimlar berish, olgan nazariy bilimlarini amaliyotga qo’llay bilishga o’rgatishdan va oqibat natijada ularni abstrakt fikrlash madaniyatini yuksak pog’onalarga ko’tarishdan iboratdir.

Fan bo’yicha talabalarning bilim, ko’nikma va malakalariga qo’yiladigan talablar

«Algebra va sonlar nazariyasi» o’quv fanini o’zlashtirish jarayonida amalga oshiriladigan masalalar doirasida bakalavr:

- algebra va sonlar nazariyasini tarixiy rivojlanish davrlari,kompleks sonlar maydoni, ko’pxadlar xalqasi, ratsional kasrlar va simmetrik ko’pxadlar, uzluksiz kasrlar va ularni Evklid algoritimi orasidagi bog'liqlik, multiplikativ funktsiyalar haqida ***tasavvurga ega bo'lishi va bilishi***;

-determinatlarni xossalari va ularni hisoblash usullari,Kramer formulalari,matritsalar algebrasi, chiziqli tenglamalar sistemasini echish,kompleks sonlar maydoni,ko'pxadlar va ularni ildizlari,algebraning asosiy teoremasi, ratsional kasrlarni yoyish,kvadratik shakllar va ularni kanonik shakli,chiziqli fazolar va chiziqli almashtirishlar,Evklid fazolari,matritsaning Jordan shakli,gruppa xalqa haqidagi asosiy tushunchalar, gomomorfizm haqidagi teoremalar, maydon va ularning kegaytmalari,tub sonlar, arifmetikani asosiy teoremasi,taqqoslamalar, birinchi darajali taqqoslamalarni echish ***ko'nikmalariga ega bo'lishi*** *kerak.*

- determinantlar, matritsalar algebrasi,chiziqli algebra tenglamalar sistemasi,chiziqli fazolar va chiziqli, bichiziqli hamda kvadratik shakllar,chiziqli fazolarda chiziqli almashtirishlar va Jordan shakli, asosiy algebraik strukturalar (gruppa, xalqa, maydon), taqqoslamalar va chegirmalar sinfi, tenglamalar sistemasini echish usullarini ***malakasiga ega bo'lishi kerak.***

Fanning o'quv rejadagi boshqa fanlar bilan o'zaro bog'liqligi va uslubiy jihatdan uzviy ketma-ketligi

Matematikada algebraning tutgan o'rni beqiyos. Ko'pgina matematik ob'ektlar (topologik fazolar, differentsial tenglamalar, ko'p o'zgaruvchili kompleks funktsiyalar) ni o'rganishda, avvalo ularga mos keladigan algebraik tuzilmalar (differentsial halqalar, analitik funktsiyalar halqasi) tuzib olinadi. Kvant mexanikasida esa, elementar zarrachalarni o'rganishda gruppalar nazariyasidan foydalaniladi.Iqtisodning modellashtirish masalalarida, zamonaviy kompyuterlarni qurishda va hokazolarda algebraik usullardan foydalaniladi.

Algebra va sonlar nazariyasi fani matematikaning boshqa bo'limlaridan foydalanadi va aksincha. Masalan, ravshanki matematik analiz, analitik geometriya va differentsial tenglamalar bilan chambarchas bog'langan.

Fanning ishlab chiqarishdagi o'rni

Mazkur dasturga ko'ra ushbu fan doirasida ko'plab model masalalar o'rganiladiki, bu mazkur fanni chuqur o'rgangan har bir bakalavr olgan bilim va ko'nikmalarini ilmiy-tadqiqot ishlarida, shuningdek, talim tizimida samarali foydalanishi imkonini beradi.

Fanni o'qitishda zamonaviy axborot va pedagogik texnologiyalar

Algebra va sonlar nazariyasi kursini o'qitish ma'ruza, amaliy mashg'ulotlar, seminar mashgulotlari va mustaqil ta'lim ko'rinishida olib borish bilan birga o'qitishning ilg'or va zamonaviy usullaridan foydalanish, yangi informatsion-pedagogik texnologiyalarni tadbiq qilish muhim axamiyatga ega. Chunonchi, ushbu fanni o'qitish jarayonida yangi matematik dasturlar Powerpoint, Maple, Mathcad va mavjud elektron darsliklar, vebsaytlardan foydalaniladi.

“Algebra va sonlar nazariyasi” fani bo`yicha ishchi dastur
(leksiya kursi)

№	Mavzu	Ko`riladigan masalalar mazmuni	Vaqt, soat
1.	Chiziqli fazolar va chiziqli almashtirishlar(akslantirish)	1. Chiziqli (vektor) fazolar. Misollar.	8
		2. O`lcham va bazis, bazisdagi koordinatalar. Bazis o`zgarganda koordinatalar o`zgarishi.	
		3. Qism fazolar yig`indisi, kesishmasi, fazolarning izomorfligi.	
		4. Chiziqli almashtirishlar. Akslantirish va xossalari.	
2.	Chiziqli, bichiziqli va kvadratik shakl(forma)lar	1. Chiziqli va bichiziqli shakllar.	6
		2. Bichiziqli va kvadratik shaklllar. Kvadratik shaklning kanonik ko`rinishi Lagranj metodi.	
		3. Haqiqiy va Ermit shakllari. Inersiya qonuni. Musbat aniqlangan kvadratik shakllar.	
3.	Evklid va unitar fazolar va ulardagi chiziqli almashtirishlar	1. Evklid fazolari. Ortogonal va ortogonal sistemalar. Ortogonallashtirish.	18
		2. Ortogonal proektsiyalar. Unitar fazolar. Ortogonal almashtirishlar matisassi.	
		3. O`z-o`ziga qo`shma almashtirish. Simmetrik almashtirish matisasi. Simmetrik almashtirishning xarakteristik ildiz.	
		4. Chiziqli almashtirishlar (operatorlar) va ularning matrisalari.	
		5. Chiziqli almashtirishlar (operatorlar) ustida amallar. Teskari almashtirish (operator). Bazis o`zgarganda matrisanoning o`zgarishi.	
		6. Xos vektorlar va xos sonlar. Xarakteristik tenglama.	
		7. Unitar fazolarda chiziqli almashtirishlar. Normal almashtirishlar.	
		8. Evklid fazosida o`z-o`ziga qo`shma almashtirishar.	
		9. Unitar almahtirish. Musbat almashtirish.	
4.	Matrisaning Jordan normal formasi.	1. Matrisali ko`phadlar. λ-matrisalar.	8
		2. Ekvivalent va unibobyar λ-matrisalar. O`xshash matrisalar.	
		3. Determinantning bo`luvchilari va invariant ko`paytuvchilar. O`xshashlik va ekvivalentlik. Elementar bo`luvchilar	
		4. Jordan nomal shakli. Minimal ko`phad.	
5.	Algebraik tuzilmalar: gruppa, xalqa, maydon.	1. Guruh, qism guruh, me`yoriy tarzda bo`luvchilar, faktor guruhlar.	8
		2. Siklik guruhlar. Gomomorfizm va izomorfizm.	
		3. Xalqalar, ularning turlari. Qism xalqalar. Ideallar. Bosh ideallar xalqasi. Factor xalqa, gomomorfizm.	
		4. Maydon, qism maydon. Maydon xarakteristikasi. Izomorfizm. Algebraik yopiq maydon. Algebraik va transcendent sonlar.	
		Jami	**48**

“Algebra va sonlar nazariyasi” fani bo`yicha ishchi dastur (amaliy mashg`ulot)

№	Mavzu	Ko`riladigan masalalar mazmuni	Vaqt, soat
1.	Chiziqli fazolar va chiziqli almashtirishlar(akslantirish)	1. Chiziqli (vektor) fazolar. Misollar.	8
		2. O`lcham va bazis, bazisdagi koordinatalar. Bazis o`zgarganda koordinatalar o`zgarishi.	
		3. Qism fazolar yig`indisi, kesishmasi, fazolarning izomorfligi.	
		4. Chiziqli almashtirishlar. Akslantirish va xossalari.	
2.	Chiziqli, bichiziqli va kvadratik shakl(forma)lar	1. Chiziqli va bichiziqli shakllar.	6
		2. Bichiziqli va kvadratik shaklllar. Kvadratik shaklning kanonik ko`rinishi Lagranj metodi.	
		3. Haqiqiy va Ermit shakllari. Inersiya qonuni. Musbat aniqlangan kvadratik shakllar.	
3.	Evklid va unitar fazolar va ulardagi chiziqli almashtirishlar	1. Evklid fazolari. Ortogonal va ortogonal sistemalar. Ortogonallashtirish.	16
		2. Ortogonal proektsiyalar. Unitar fazolar. Ortogonal almashtirishlar matisassi.	
		3. O`z-o`ziga qo`shma almashtirish. Simmetrik almashtirish matisasi. Simmetrik almashtirishning xarakteristik ildiz.	
		4. Chiziqli almashtirishlar (operatorlar) va ularning matrisalari.	
		5. Chiziqli almashtirishlar (operatorlar) ustida amallar. Teskari almashtirish (operator). Bazis o`zgarganda matrisanoning o`zgarishi.	
		6. Xos vektorlar va xos sonlar. Xarakteristik tenglama.	
		7. Unitar fazolarda chiziqli almashtirishlar. Normal almashtirishlar.	
		8. Evklid fazosida o`z-o`ziga qo`shma almashtirishar.	
5.	Matrisaning Jordan normal formasi.	1. Matrisali ko`phadlar. λ-matrisalar.	8
		2. Ekvivalent va unibobyar λ-matrisalar. O`xshash matrisalar.	
		3. Determinantning bo`luvchilari va invariant ko`paytuvchilar. O`xshashlik va ekvivalentlik. Elementar bo`luvchilar	
		4. Jordan nomal shakli. Minimal ko`phad.	
7.	Algebraik tuzilmalar: gruppa, xalqa, maydon.	1. Guruh, qism guruh, me`yoriy tarzda bo`luvchilar, faktor guruhlar.	8
		2. Siklik guruhlar. Gomomorfizm va izomorfizm.	
		3. Xalqalar, ularning turlari. Qism xalqalar. Ideallar. Bosh ideallar xalqasi. Factor xalqa, gomomorfizm.	
		4. Maydon, qism maydon. Maydon xarakteristikasi. Izomorfizm. Algebraik yopiq maydon. Algebraik va transcendent sonlar.	
		Jami	**46**

“Algebra va sonlar nazariyasi” fani bo`yicha ishchi dastur
(seminar mashg`uloti (Laboratoria ishi))

№	Mavzu	Vaqt, soat
1.	Chiziqli fazo va bazisi, o’lchovi	4
2.	Vektorning koordinatalari. Bir bazisdan boshqa bazisga o’tish	4
3.	Evklid fazosi	4
4.	Chiziqli operator va uning matritsasi, obrazi, yadrosi.	4
5.	Chiziqli operatorning maxsus vektorlari va maxsus sonlari	4
	jami	20

Talabalarning mavzular yuzasidan mustaqil ishlari
(leksiya va amaliy mashg`ulot yuzasidan)

№	Mavzu	Ko`riladigan masalalar mazmuni	Vaqt, soat
1.	Chiziqli fazolar va chiziqli almashtirishlar(akslantirish)	1. Chiziqli (vektor) fazolar. Misollar.	4
		2. O`lcham va bazis, bazisdagi koordinatalar. Bazis o`zgarganda koordinatalar o`zgarishi.	4
		3. Qism fazolar yig`indisi, kesishmasi, fazolarning izomorfligi.	4
		4. Chiziqli almashtirishlar. Akslantirish va xossalari.	4
2.	Chiziqli, bichiziqli va kvadratik shakl(forma)lar	1. Chiziqli va bichiziqli shakllar.	4
		2. Bichiziqli va kvadratik shaklllar. Kvadratik shaklning kanonik ko`rinishi Lagranj metodi.	4
		3. Haqiqiy va Ermit shakllari. Inersiya qonuni. Musbat aniqlangan kvadratik shakllar.	4
3.	Evklid va unitar fazolar va ulardagi chiziqli almashtirishlar	1. Evklid fazolari. Ortogonal va ortogonal sistemalar. Ortogonallashtirish.	4
		2. Ortogonal proektsiyalar. Unitar fazolar. Ortogonal almashtirishlar matisassi.	4
		3. O`z-o`ziga qo`shma almashtirish. Simmetrik almashtirish matisasi. Simmetrik almashtirishning xarakteristik ildiz.	4
		4. Chiziqli almashtirishlar (operatorlar) va ularning matrisalari.	4
		5. Chiziqli almashtirishlar (operatorlar) ustida amallar. Teskari almashtirish (operator). Bazis o`zgarganda matrisanoning o`zgarishi.	4
		6. Xos vektorlar va xos sonlar. Xarakteristik tenglama.	4
		7. Unitar fazolarda chiziqli almashtirishlar. Normal almashtirishlar.	4
		8. Evklid fazosida o`z-o`ziga qo`shma almashtirishar.	4
		9. Unitar almahtirish. Musbat almashtirish.	4

4.	Matrisaning Jordan normal formasi.	1. Matrisali ko`phadlar. λ-matrisalar.	4
		2. Ekvivalent va unibobyar λ-matrisalar. O`xshash matrisalar.	4
		3. Determinantning bo`luvchilari va invariant ko`paytuvchilar. O`xshashlik va ekvivalentlik. Elementar bo`luvchilar	4
		4. Jordan nomal shakli. Minimal ko`phad.	4
5.	Algebraik tuzilmalar: gruppa, xalqa, maydon.	1. Guruh, qism guruh, me`yoriy tarzda bo`luvchilar, faktor guruhlar.	4
		2. Siklik guruhlar. Gomomorfizm va izomorfizm.	4
		3. Xalqalar, ularning turlari. Qism xalqalar. Ideallar. Bosh ideallar xalqasi. Factor xalqa, gomomorfizm.	4
		4. Maydon, qism maydon. Maydon xarakteristikasi. Izomorfizm. Algebraik yopiq maydon. Algebraik va transcendent sonlar.	4
		Jami	**96**

Mustaqil bajarish uchun mavzular:
(referat uchun, ajratilgan vaqt 20 soat)

1. Abel gruppalarning to'g'ri yig'indisi.
2. Chekli abel gruppalari.
3. Silov teoremalari.
4. Tub, maksimal va primar ideallar.
5. Regulyar halqalar.

Referat bajarish uchun adabiyotlar

1. Nazarov R. va boshqalar Algebra va sonlar nazariyasi, T.1993.
2. Kurosh A.G. Oliy algebra kursi, T. 1976.
3. Fadeev K.D. Leksii po algebra. M. "Nauka", 1984.
4. www.ziyonet.uz
5. www.gduportal.uz
6. http://lib.mexmat.ru
7. http://www.mcce.ru
8. http://lib.mexmat.ru

“Algebra va sonlar nazariyasi” kursining reyting ishlanmasi

№	Nazorat turlari	Soni	Ball	Jami
1.	**1. Joriy baholash**			
	1.1. Amaliy mashg’ulotlar bajarish	12	1,5	18
	1.2. Laboratoriya mashg’uloti	5	2	10
	TMI			
	1.3. Amaliy mashg’ulotlar bajarish	6	1	6
	1.4. Uy vazifa	10	1	10
	1.5. Laboratoriya ishi	5	1,2	6
	Jami			**50**
2.	**2. Oraliq baholash**			
	2.1. Og’zaki so’rash	4	1	4
	2.2. Test	2	1,5	3
	2.3. Nazorat ishi (yozma)	2	1,5	3
	TMI			
	2.4. Referat (yozma)	5	2	10
	Jami			**20**
3.	3. Yakuniy baholash			
	3.1. Yozma ish	1	30	**30**
	Jami			**100**

Baholash mezoni

1. Joriy baholash bo’yicha:

1.1. Joriy baholashda, amaliy mashg’ulotlarda to’liq qatnashib, uni topshiriqlarini to’la bajargani uchun talabaga 1,5 ball beriladi. Agar topshiriqlar to’la bo’lmasa, 0,5-1 ball beriladi.

1.2. Uyga vazifani to’liq o’z vaqtida sifatli bajargan talabaga har bir vazifa uchun 2 ballgacha beriladi.

1.3. Mustaqil ish topshiriqlari (jamoaviy ta’lim asosda) to’liq va sifatli bajarilgan ish uchun 1,2 ball, topshiriq to’liq bajarilmasa, uning bajarilish sifati va hajmiga nisbatan 0,8 ballgacha baholanadi.

2. Oraliq baholash bo’yicha:

2.1. Oraliq baholash 2 marta yozma ish olinib, har biri 3 tadan savol asosida olinadi. Har bir savolga to’g’ri javob uchun 0,6 balldan beriladi.

2.2. 4 marta og’zaki so’rov o’tkaziladi. Og’zaki so’rovda 2 tadan og’zaki javob berish talab etiladi. Har bir savolga 0,5 balldan beriladi.

3. Yakuniy baholash bo’yicha:

3.1. Yozma ishda 5 ta savol beriladi. Har bir savolga to’g’ri va thliq javob uchun 6 ball beriladi.

Agar test sinovi bhlsa 50 ta savol beriladi. Har bir to’g’ri javob uchun 0,6 ball beriladi.

ALGEBRA VA SONLAR NAZARIYASI (2-KURS) FANI BO'YIChA TA'LIM TEXNOLOGIYaLARINI IShLAB ChIQIShNING KONTsEPTUAL ASOSLARI

Bilim olish jarayoni bilan bog'liq ta'lim sifatini belgilovchi holatlar: darsni yuqori ilmiy-pedagogik darajada tashkil etilishi, muammoli mashg'ulotlar o'tkazish, darslarni savol-javob tarzida qiziqarli tashkil qilish, ilg'or pedagogik texnologiyalardan va multimedia qo'llanmalardan foydalanish, tinglovchilarni mustaqil fikrlashga undaydigan, o'ylantiradigan muammolarni ular oldiga qo'yish, talabchanlik, tinglovchilar bilan individual ishlash, ijodkorlikka yo'naltirish, erkin muloqotga kirishishga, ilmiy izlanishga jalb qilish va boshqa tadbirlar ta'lim ustuvorligini ta'minlaydi. Ta'lim samaradorligini orttirishda fanlar bo'yicha ta'lim texnologiyasini ishlab chiqishning kontseptsiyasi aniq belgilanish va unga amal qilishi ijobiy natija beradi. Fanni o'qitishning maqsadi va ta'lim berish texnologiyasini loyihalashtirishdagi asosiy kontseptual yondashuvlar quyidagilardan iborat.

Fanning maqsadi. 5460100-matematika va 5480100-amaliy matematika va informatika ta'lim yo'nalishlarida tahsil olayotgan talabalarga chiziqli fazo, chiziqli operator, kvadratik forma, matritsaning Jordan formasi va algebraik tuzilmalar tushunchalarini va ularning xossalarini o'rgatishdan iboratdir.

Fanni o'qitishning vazifalari. Chiziqli algebraning asosiy tushunchalari bo'lgan: chiziqli fazoning bazisi va o'lchovi, vektorning koordinatalari, chiziqli operatorning matritsasi va uning xos vektorlari, kvadratik formani sodda shaklga keltirish, Evklid fazosida operatorlarning xossalari, matritsaning Jordan normal formasi, gruppa, xalqa, maydon haqida bilimlar berish, olgan nazariy bilimlarning tatbiqlarini tushuntirish hamda amaliy masalalarni echishga qaratishdan va natijada fikrlash qobiliyatini rivojlantirishdan iborat.

Shaxsga yo'naltirilgan ta'lim. O'z mohiyatiga ko'ra ta'lim jarayonining barcha ishtirokchilarini to'laqonli rivojlanishlarini ko'zda tutadi. Bu esa ta'limni loyihalashtirilayotganda, albatta, ma'lum bir ta'lim oluvchining shaxsini emas, avvalo, kelgusidagi mutaxassislik faoliyati bilan bog'liq o'qish maqsadlaridan kelib chiqqan holda yondoshishga e'tibor qaratishni amalga oshiradi. Har bir talabaning shaxs sifatida kasbiy takomillashuvini ta'minlaydi. Ta'limning markaziga bilim oluvchi qo'yiladi.

Tizimli yondoshuv. Ta'lim texnologiyasi tizimning barcha belgilarini o'zida mujassam etmog'i lozim: jarayonning mantiqiyligi, uning barcha bo'g'inlarini o'zaro bog'langanligi, yaxlitligi bilim olish va kasb egallashning mukammal bo'lishiga hissa qo'shadi.

Faoliyatga yo'naltirilgan yondoshuv. Shaxsning jarayonli sifatlarini shakllantirishga, ta'lim oluvchining faoliyatini jadallashtirish va intensivlashtirish, o'quv jarayonida barcha qobiliyat va imkoniyatlarni, tashabbuskorlikni ochishga yo'naltirilgan ta'limni ifodalaydi. Egallangan bilimlarning ko'nikma va malakaga aylanishi, amaliyotda tatbiq etilishiga sharoit yaratadi.

Dialogik yondoshuv. Bu yondoshuv o'quv jarayoni ishtirokchilarining psixologik birligi va o'zaro munosabatlarini yaratish zaruriyatini bildiradi.

O’qituvchi va talabaning hamkorlikdagi ta’limiy faoliyat yuritishiga zamin yaratadi.

Hamkorlikdagi ta’limni tashkil etish. Demokratlilik, tenglik, ta’lim beruvchi va ta’lim oluvchi o’rtasidagi sub’ektiv munosabatlarda hamkorlikni, maqsad va faoliyat mazmunini shakllantirishda erishilgan natijalarni baholashda birgalikda ishlashni joriy etishga e’tiborni qaratish zarurligini bildiradi. Ta’lim jarayonida “sub’ekt-sub’ekt” munosabatlari tarkib topadi.

Muammoli ta’lim. Ta’lim mazmunini muammoli tarzda taqdim qilish orqali ta’lim oluvchi faoliyatini aktivlashtirish usullaridan biri. Bunda ilmiy bilimni ob’ektiv qarama-qarshiligi va uni hal etish usullarini, dialektik mushohadani shakllantirish va rivojlantirishni, amaliy faoliyatga ularni ijodiy tarzda qo’llashni ta’minlaydi. Muammoli savol, vazifa, topshiriq va vaziyatlar yaratish va ularga echim topish jarayonida ongli, ijodiy, mustaqil fikrlashga o’rgatiladi.

Axborotni taqdim qilishning zamonaviy vositalari va usullarini qo’llash - hozirgi axborot kommunikatsiya texnologiya vasitalari kuchli rivojlangan sharoitda ulardan to’g’ri va samarali foydalanish, axborotlarni tanlash, saralash, saqlash, qayta ifodalash ko’nikmalari hosil qilinadi. Bu jarayonda kompyuter savodxonligi alohida ahamiyat kasb etadi.

O’qitishning metodlari va texnikasi. Ma’ruza (kirish, mavzuga oid vizuallash, taqdimot, bahs) muammoviy usul, keys-stadi, pinbord, loyiha va amaliy ishlash usullari. Interfaol usullarni mavzuning mazmuniga mos holda tanlash va ulardan samarali foydalanishga o’rgatadi.

O’qitish vasitalari: o’qitishning an’anaviy vositalari (darslik, ma’ruza matni, amaliy tatbiqlar, boshqa fanlar bilan bog’liqligi va boshqalar) bilan bir qatorda – kompyuter va axborot texnologiya vositalari keng ko’lamda tatbiq etiladi.

Kommunikatsiya usullari: tinglovchilar bilan operativ ikki yoqlama (teskari) aloqaga asoslangan bevosita o’zaro munosabatlarning yo’lga qo’yilishi.

Teskari aloqa usullari va vositalari: ongli ravishda tushunish, blits-so’rov, joriy, oraliq va yakunlovchi nazorat natijalarini tahlili asosida o’qitish diagnostikasi amalga oshiriladi. Ta’lim jarayonida kafolatlangan natijaga erishish ta’minlanadi.

Boshqarish usullari va tartibi: o’quv mashg’uloti bosqichlarini belgilab beruvchi texnologik xarita ko’rinishidagi o’quv mashg’ulotlarini rejalashtirish, qo’yilgan maqsadga erishishda o’qituvchi va tinglovchining birgalikdagi harakati, nafaqat auditoriya mashg’ulotlari, balki auditoriyadan tashqari mustaqil ishlarning nazorati ham tartibli yo’lga qo’yiladi.

Monitoring va baholash: o’quv mashg’ulotida ham butun kurs davomida ham o’qitishning naitijalarini reja asosida nazorat va tahlil qilib boriladi. Kurs oxirida yozma, og’zaki yoki test topshiriqlari yordamida tinglovchilarning bilimlari baholanadi. Baholarning haqqoniy bo’lishiga, oshkoraligiga alohida e’tibor qaratiladi.

I BOB

Bobda chiziqli fazolar, unga doir misollar, chiziqli bog'langanlik, chiziqli bog'lanmaganlik, fazoning bazisi va o'lchovi, vektorning bazisdagi koordinatalari, qism fazolar va ular ustida amallar, izomorf fazolar bayon etilgan.

Bobda 4 amaliy mashg'ulot mo'ljallangan, talabalar amaliy mashg'ulotda misol va masalalar echadi. Bunda nazariy bilimlarni; ta'riflar, teoremalar, formulalarni tatbiqlaydilar.

1-mavzu: CHIZIQLI FAZO VA UNING BAZISI, O`LCHOVI, VEKTORNING KOORDINATALARI.

Fanni o'qitish texnologiyasi:
"Chiziqli fazo va uning bazisi, o`lchovi, vektorning koordinatalari" mavzusidagi ma'ruza mashg'ulotining texnologik xaritasi

T/r	Bosqichlar va bajariladigan ish mazmuni	Amalga oshiruvchi shaxs, vaqt
1	**Mashg'ulotga tayyorgarlik bosqichi:** **1.1. Dars maqsadi:** Chiziqli fazo tushunchasini berish. Fazoning bazisini, o`lchovini tushuntirish. **1.2. Identiv maqsadlar:** **1.2.1.** Chiziqli fazo tushunchasiga ega bo`ladi. **1.2.2.** Vektorning bazisdagi koordinatalarini tushunib oladi. **1.3. Asosiy tushunchalar:** Fazo, bazis, o`lchov, koordinatalar, chiziqli ko`pxillilik, qobiq. **1.4. Dars shakli:** ma'ruza. **1.5. Foydalaniladigan metod va usullar:** taqdimot, munozara, aqliy hujum, baxs. **1.6. Kerakli jihoz va vositalar: kompyuter, videoprorektor.**	**O'qituvchi**
2	**O'quv mashg'ulotni tashkil qilish bosqichi:** **2.1.** Mavzu va ko'rib chiqiladigan savollar tushuntiriladi. **2.2.** To'plamlar bir-biridan qanday farqlanadi – deb savol beriladi ?	**O'qituvchi**
3	**Guruhda ishlash bosqichi:** **3.1.** Chiziqli fazo ta'riflanadi, masalalar keltiriladi. **3.2.** Bazis tushuntiriladi va o'lchov tushuntiriladi. **3.3.** Teorema isbot qilinadi. Vektor koordinatalari aytiladi. **3.4.** Vektor koordinata tadbiqlari aytiladi.	**O'qituvchi – talaba**
4	**Mustahkamlash va baholash uchun savollar:** **4.1.** Ta'rif, bazis, o'lchov takrorlanadi. **4.2.** Teorema so'raladi. Koordinata ta'rifi takrorlanadi. **4.3.** Talabalar baxolanadi.	**O'qituvchi-talaba**
5	**O'quv mashg'ulotini yakunlash bosqichi:** **5.1.** Maqsad va vazifalar bajarilganligi tahlil qilinadi, tegishli xulosalar chiqariladi. **5.2.** Mustaqil ish topshiriqlari uyga vazifa sifatida beriladi (S[0,1] fazoni tekshirish).	**O'qituvchi**

Ko'rib chiqiladigan asosiy savollar:

1. Chiziqli fazo tushunchasi va uning bazisi, o`lchovi.
2. Vektorning bazisdagi koordinatasi.

Tayanch iboaralar va tushunchalar.

Fazo, bazis, o`lchov, koordinatalar, chiziqli ko`pxillilik, qobiq.

Mavzuda ko`rib chiqiladigan muammolar:

1. Fazoning bazis va ixtiyoriy vektorini bazis orqali ifodalash.

2. Bazis o`zgarganda koordinatalar o`zgarishi.

1- savol bo`yicha dars maqsadi:

1. Chiziqli fazo tushunchasini berish.
2. Fazoning bazisini, o`lchovini tushuntirish.

Identiv o`quv maqsadlari:

1. Chiziqli fazo tushunchasiga ega bo`ladi.

2. Vektorning bazisdagi koordinatalarini tushunib oladi.

1- savol bayoni

Faraz qilaylik M to`plam bo`lsin. $M = \{x_1, x_2, \cdots\}$. Bu to`plam elementlariga nisbatan aniq bir to`plamni tushunish mumkin. Masalan: elementlari sonlardan, vektorlardan, matrisalardan iborat bo`lishi mumkin. Agar elementlari vektorlardan iborat bo`lsa, M vektorlar to`plami deyiladi. Agar elementlari ko`phadlardan iborat bo`lsa, $M$ ko`phadlar to`plamidan iborat bo`ladi va hokazolar.

Endi M ko`phadlar to`plami qanday bo`lmasin uning elementlarini «vektorlar» deb ataymiz. Bu «vektor» tushunchasi, ya'ni elementlarni «vektor» deb atash keng ma'noda tushuniladi.

Ta'rif: Agar M to`plamda ikki vektorning (elementning) $x_k, x_s$ yig'indisi $x_k, x_s$ va biror $x_k$ vektorni $\lambda$ songa ko`paytmasi λx_k tushunchasi kiritilgan bo`lib quyidagi shartlar:

1. $\forall x_k, x_s \in M \quad x_k + x_s = x_n,\ x_n \in M \quad \lambda x_k = x_m,\ x_m \in M$

2. $x_k + x_s = x_s + x_k$

3. $x_k + (x_s + x_p) = (x_k + x_s) + x_p$;

4. $\exists \theta \in M,\ \mathrm{x_k} + \theta = x_k$; θ-nol vektor deyiladi.

5. $\exists x_k^{/} \in M,\ x_k + x_k^{/} = \theta$; $x_k^{/}$-vektor x_k vektorga qarama-qarshi deyiladi.

6. $\lambda(x_e + x_s) = \lambda x_k + \lambda x_p$;

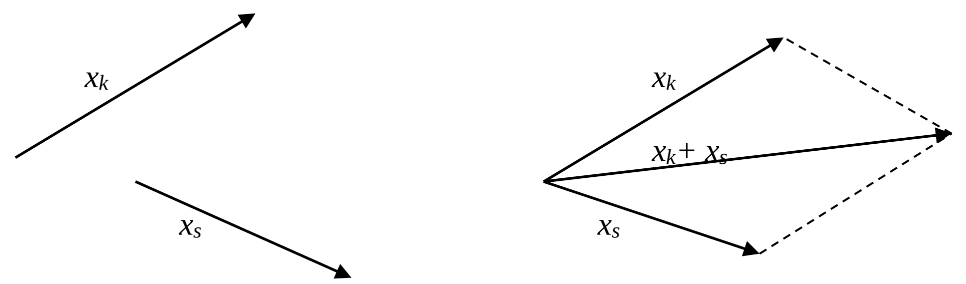
7. $\lambda(\alpha x_k) = (\lambda\alpha)x_k$; $(\alpha\lambda$ -sonlar)

8. $1 \cdot x_k = x_k$

bajarilsa, u holda bunday M to`plam vektorlarning chiziqli fazosi deyiladi.

Agar shu shartlardan birortasi bajarilsa, u holda M to`plam chiziqli fazo deyiladi.

Misollar: 1. M to`plam $XOY$ tekislikda yotuvchi geometrik ma’nodagi vektorlar to`plami bo`lsin.



Bu qaralayotgan M to`plam chiziqli fazodan iborat.

2. M to`plam $n$-chi tartibli determinanti 0 dan farqli bo`lgan kvadrat matrisadan iborat bo`lsin.

$$x_i = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

Ikki matrisaning yig’indisi deb ularning mos elementlarining yig’indisiga aytiladi. λ sonni x_i ga ko`paytirish uchun $x_i$ matrisaning hamma elementlari λ ga ko`paytirish kerak. Bu qabul qilingan amallarga ko`ra 1,2,3 shartlarni tekshhirish qiyin emas. 4 shart uchun 0 dan iborat bo`lgan matrisa qaraladi.5 shart uchun ixtiyoriy matrisaga qarama-qarshi matrisa sifatida hamma elementlari qarama-qarshi ishora bilan olinadi. Demak, matrisalar to`plami chiziqli fazoni tashkil etadi.

3. Darajasi n dan oshmaydigan $P_n(x)$ ko`phadlarni qaraylik;

$$P_n(x) = a_n x^n + a_{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0$$

ko`phadlarni qo`shish, songa ko`paytirishni oddiy ma’noda ko`ramiz. Bu to`plam ham chiziqli fazoni tashkil etadi.

4. $[a,b]$ segmentda uzluksiz bo`lgan funksiyalar to`plamini olib qaraylik.

$$M = \{f_1(x), f_2(x) \cdots\}$$

Ixtiyoriy $f_i(x)$ funksiya $[a,b]$ segmentda uzluksiz.

Ikki funksiyani qo`shish va songa ko`paytirishni oddiy ma’noda qaraymiz. Demak, uzluksiz funksiyalar to`plami ham chiziqli fazoni tashkil etadi.

5. M to`plam XOY tekislikning faqat 1-chi chorakda yotuvchi vektorlardan iborat bo`lsin. Bu yyerda 5-shart bajarilmaydi.

Faraz qilaylik, R biror chiziqli fazo bo`lsin, bu chiziqli fazoda n ta vektorni olib qaraylik.

$$x_1, x_2, x_3, \cdots, x_n \quad (1)$$

Ta’rif. Agar hech bo`lmasa bittasi 0 dan farqli bo`lgan

$$\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \cdots, \lambda_n \quad (2)$$

sonlar mavjud bo`lib,

$$\lambda_1 x_1 + \lambda_2 x_2 + \lambda_3 x_3 + \cdots + \lambda_n x_n \quad (3)$$

tenglik bajarilsa, u holda (1) vektorlar sistemasi chiziqli bog’langan deyiladi.

Ta’rif. Agar (3) tenglik faqat

$$\lambda_1 = 0,\ \ \lambda_2 = 0,\ \lambda_3 = 0,\ \cdots,\ \lambda_{\mathrm{n}} = 0 \quad (4)$$

bo`lgandagina bajarilsa, u holda (1) vektorlar sistemasi chiziqli bog’lanmagan deyiladi.

Fazodan olingan ixtiyoriy n-ta vektoprlar sistemasi chiziqli bog’langan yoki bog’lanmagan bo`lishi mumkin. Ular haqida quyidagi teoremani keltiramiz.

Teorema. Agar x_1, x_2, …, x_{n} vektorlar sistemasi chiziqli bog’langan bo`lsa, u holda ulardan bittasini qolganlari orqali ifodalash mumkin.

Isbot. Faraz qilaylik (1) vektorlar sistemasi chiziqli bog'langan bo`lsin. Demak (3) tenglik $\lambda_i$ larning birortasi 0 dan farqli bo`lganda o`rinlidir. Buni e'tiborga olib (3) ni quyidagicha yozamiz. Aniqlik uchun $\lambda \neq 0$ deb qaraylik.

$$x = -\frac{\lambda_2}{\lambda_1}x_2 - \frac{\lambda_3}{\lambda_1}x_3 - \cdots - \frac{\lambda_n}{\lambda_1}x_n, \quad -\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \beta_2, \ -\frac{\lambda_3}{\lambda_1} = \beta_3, \ \cdots \quad x = \beta_2 x_2 + \beta_3 x_3 + \cdots + \beta_n x_n \qquad (5)$$

Bu (5) tenglik x_1 vektorni qolganlari orqali ifodalashdan iboratdir.

Ta'rif. Agar R fazoda n ta vektor chiziqli bog'lanmagan bo`lsa, u holda R fazo *n* o`lchovli chiziqli fazo deyiladi va R_n deb belgilanadi.

Faraz qilaylik $x_1, x_2, \cdots x_n$ (1a) chiziqli bog'lanmagan bo`lsin.

$x_1, x_2, \cdots x_n, x_{n+1}$ (6) chiziqli bog'langan bo`lsin. U holda (1a) chiziqli erkli deyiladi. Endi (6) sistema chiziqli bog'langan bo`lganligi uchun itsbotlangan teoremaga asosan ularning bittasini qolganlari orqali ifodalash mumkindir. Shuning uchun x_{n+1} ni qolganlari orqali ifodalaymiz.

$x_{n+1} = \alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \cdots + \alpha_n x_n$ (7). Bu (7) x_{n+1} vektorning (Ia) ifodalanishi deyiladi.

Ta'rif. Rn fazoning n ta chiziqli bog'lanmagan vektorlar to`plami bu fazoning bazisi deyiladi.

Shunday qilib, agar R fazoda bazis vektorlar soni n bo`lsa, u holda bunday fazo n o`lchovli fazo deyiladi va R_n deb belgilanadi.

Masalan, XOY tekislikda vektorlar fazosi 2 o`lchovli fazoni tashkil etadi. $R_2$ fazo $R_1$ fazo to`g'ri chiziqlar ustida yotuvchi vektorlar fazosi bo`lib bir o`lchovlidir.

NAZORAT TOPSHIRIQLARI VA SAVOLLAR:

1. Vektorlarning chiziqli fazosini tushuntirib bering va misollar keltiring.
2. Fazoning bazisi deb nimaga aytiladi? To`g'ri javobni aniqlang.

A) Chiziqli bog'langan vektorlar soni

B) Chiziqli bog'lanmagan vektorlar soni.

C) Fazoda n ta chiziqli bog'lanmagan vektor topilib, nQ1 tasi chiziqli bog'langan bo`lsa, n ta chiziqli bog'lanmagan vektorlar.

D) n chiziqli bog’langan, lekin fazoda nQ1 ta chiziqli bog’lanmagan vektorlar .

E) Har qanday chiziqli bog’lanmagan vektorlar.

3. Fazoning o`lchovi deb nimaga aytiladi? R^2 va R^3 fazolarga misollar keltiring.

4. Fazo tushunchasini izohlang.

2-asosiy savol bo`yicha dars maqsadi:

1. Vektorning bazisdagi koordinatalarini tushuntirish.
2. Koordinatalar o`zgarishini tushuntirish .

Identiv o`quv maqsadlar:

1. Vektorning bazisdagi koordinatalarini tushunib oladi.
2. Koordinatalar o`zgarishini o`rganid oladi.

2- savol bayoni:

Faraz qilaylik, R_n biror n o`lchovli fazo bo`lsin uning bazisi

$$x_1, x_2, \cdots x_n \qquad (1)$$

vektorlardan iborat bo`lsin. Endi quyidagi vektorlar sistemasini olaylik.

$$x_1, x_2, \cdots x_n, x_{n+1} \qquad (2)$$

Bu (2) chiziqli bog’langan, shuning uchun (2) dagi x ni qolganlari orqali ifodalash mumkin.

$$x = \xi_1 x_1 + \xi_2 x_2 + \xi_3 x_3 + \cdots + \xi_n x_n \qquad (3)$$

Bu (3) x vektorning bazis orqali ifodalanishi deyiladi. Bundagi

$$\xi_1, \xi_2, \xi_3, \cdots, \xi_n \qquad (4)$$

Sonlar agar x vektorning (1) bazisdagi koordinatalari deyiladi. Agar biz (1) bazisdagi boshqa bir

$$y_1, y_2, y_3, \cdots, y_n \qquad (5)$$

Bazisi tanlasak, u holda o`sha biz qarayotgan $x$ vektorning koordinitalari boshqa bo`ladi, ya’ni

$$x = \eta_1 y_1 + \eta_2 y_2 + \eta_3 y_3 + \cdots + \eta_n y_n \qquad (6)$$

Biz x vektorning (I) (va (5) bazisdagi koordinatalari orasidagi bog'lanish keltirib chiqarishimiz mumkin. Buning uchun (I) dagi har bir vektorni (5) bazis orqali ifodalaymiz va bu ifodalarni (3) ga qo`yamiz. Natijada (6) ga asosan biz $\xi_i$ va $\eta_i$ larga bog'liq bo`lgan sistemani hosil qilamiz. Bu sistemani η_i larga nisbatan chiziqli tenglamalar sistemasi ko`rinishda yechamiz. Natijada quyidagilarga ega bo`lamiz.

$$\begin{cases} \eta_1 = b_{11}\xi_1 + b_{12}\xi_2 + b_{13}\xi_3 + \cdots + b_{1n}\xi_n \\ \eta_2 = b_{12}\xi_1 + b_{22}\xi_2 + b_{23}\xi_3 + \cdots + b_{2n}\xi_n \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ \eta_n = b_{n1}\xi_1 + b_{n2}\xi_2 + b_{n3}\xi_3 + \cdots + b_{nn}\xi_n \end{cases} \qquad (7)$$

Bu (7) bazis o`zgarganda koordinatalarning o`zgarishi deyiladi.

Nazorat savollar:

1. Vektorning bazisdagi koordinatasi deb nimaga aytiladi?
2. Bazis o`zgarganda x vektor koordinatalri qanday o`zgaradi? Tushuntiring.

Mavzu bo`yicha mustaqil ish topshiriqlari:

1. Ko`phadlarning chiziqli fazosi va uning bazisi.
2. Koordinatalar o`zgarishini matrisa ko`rinishida hosil qilish.

Mavzu bo`yicha asosiy xulosalar

Chiziqli fazodagi o`zaro chiziqli bog'lanmagan vektorlar bazisni tashkil etadi. Bazis orqali ixtiyoriy vektor ifodalash mumkin. Bazis o`zgarganda vektorning koordinatalari o`zgaradi

Mavzuga oid adabiyotlar

1. Xojiyev J.X., Faynleb A.S. Algebra va sonlar nazariyasi kursi, Toshkent, "O`zbekiston", 2001 y.
2. Kurosh A.G. Oliy algebra kursi, T. "O`qituvchi" 1976.
3. www.ziyonet.uz
4. www.gduportal.uz

2-mavzu: Izomorf fazolar. Qism fazolar.

Fanni o'qitish texnologiyasi:
"Izomorf fazolar. Qism fazolar" mavzusidagi ma'ruza mashg'ulotining texnologik xaritasi

T/r	Bosqichlar va bajariladigan ish mazmuni	Amalga oshiruvchi shaxs, vaqt
1	**Mashg'ulotga tayyorgarlik bosqichi:** **1. 1. Dars maqsadi:** Izomorf fazoni o`rgatish. Qism fazolarning birlashmasi va kesishmasini o`rgatish. **1.2. Identiv maqsadlar:** 1.2.1. Izomorf fazo tushunchasiga ega bo`ladi. 1.2.2. Qism fazolarning birlashmasi va kesishmasini bilib oladi. **1.3. Asosiy tushunchalar:** Fazo, izomorfizm, gomommorfizm, qism fazo, birlashma, kesishma. **1.4. Dars shakli:** ma'ruza. **1.5. Foydalaniladigan metod va usullar:** taqdimot, munozara, aqliy hujum, baxs. **1.6. Kerakli jihoz va vositalar:** videoprorektor.	**O'qituvchi**
2	**O'quv mashg'ulotni tashkil qilish bosqichi:** **2.1.** Mavzu va ko'rib chiqiladigan savollar tushuntiriladi. **2.2.** Izomorfizm nima – deb savol beriladi ? **2.3.** To`plam birlashmasi va kesishmasi so`raladi.	**O'qituvchi**
3	**Guruhda ishlash bosqichi:** 3.1. Izomorfizm ta'riflanadi, masalalar keltiriladi. 3.2. Izomorfizm haqida teorema keltiriladi. 3.3. Qism fazolar ustida amallar ko'rib o'tiladi.	**O'qituvchi – talaba**
4	**Mustahkamlash va baholash uchun savollar:** 4.1. Ta'rif, teorema takrorlanadi. 4.2. Qism fazolar birlashmasi va kesishmasining xossalari muxokama qilinadi. 4.3. Talabalar baxolanadi.	**O'qituvchi-talaba**
5	**O'quv mashg'ulotini yakunlash bosqichi:** 5.1. Maqsad va vazifalar bajarilganligi tahlil qilinadi, tegishli xulosalar chiqariladi. 5.2. Mustaqil ish topshiriqlari uyga vazifa sifatida beriladi (Birlashma va kesishmalarning o'lchovlari qanday bo'ladi?).	**O'qituvchi**

Ko'rib chiqiladigan asosiy savollar:
1. Chiziqli fazolarning izomorfizmi.
2. Qism fazolar va ular ustida amallar.

Mavzuga oid tayanch tushunchalar va iboralar:

Fazo, izomorfizm, gomommorfizm, qism fazo, birlashma, kesishma.

Mavzuda ko'rib chiqiladigan muammolar:

1. Qism fazolarning birlashmasi va kesishmasining o`lchovi.
2. Fazolarning izomorfligi.

1-savol bo'yicha dars maqsadi:
Izomorf fazoni o`rgatish.
Identiv o'quv maqsadlari:
Izomorf fazo tushunchasiga ega bo`ladi.

1-savol bayoni

Faraz qilaylik R_1 va R_2 chiziqli fazolar bo`lsin, ularni elementlarini quyidagicha belgilaymiz.

$$R_1 = \{x_1, x_2, x_{3,} \cdots, x_n, \cdots\}, \quad R_2 = \{y_1, y_2, y_3, \cdots, y_n, \cdots\}$$

Ta'rif. Agar R_1 va R_2 fazolarning vektorlari orasida o`zaro bir qiymatli moslik o`rgatilgan bo`lib, bu moslik ikki vektorning yig'indisi va soni ko`paytirish amallariga nisbatan ham o`rinli bo`lsa, u holda bunday fazolar izomorf fazolar deyiladi.

Bu ta'rifni quyidagicha ifodalash mumkin.

$$\{R_1 \ni x_i \leftrightarrow y_i \in R_2\} \Rightarrow \left\{ \begin{matrix} x_k + x_s \leftrightarrow y_k + y_s \\ \lambda x_i \leftrightarrow \lambda y_i \end{matrix} \right\} \qquad R_1 \sim R_2$$

Izomorf fazoga taaluqli bo`lgan teoremani keltiramiz.

Teorema. Hamma bir hil o`lchovli fazolar bir-biriga izomorfdir.

Isbot. Faraz qilaylik R_1 va R_2 fazolar bir hil o`lchovli bo`lsin. Ularning bazislarini mos ravishda $e_1, e_2, \cdots, e_n$ va $f_1, f_2, \cdots, f_n$ deb olaylik. Endi $x \in R_1, \quad x = \alpha_1 e_1 + \alpha_2 e_2 + \cdots + \alpha_n e_n$ vektorga monoton $y \in R_2, \quad y = \alpha_1 f_1 + \alpha_2 f_2 + \cdots + \alpha_n f_n$ vektorni mos qilib qo`yamiz. Bu moslik o`zaro bir qiymatlidir. Bunday moslik vektorlarni qo`shishda ham va soni vektorga ko`paytirishda ham saqlanadi. Demak n o`lchovli $R_1$ va $R_2$ fazolar bir-biriga izomorfdir, ya'ni $R_1 \sim R_2$. Teorema isbot bo`ldi.

Nazorat savollari

1. To`gri jumlani ajrating .

   A) Har xil o`lchovli fazolar o`zaro izomorf.

   V) Bir xil o`lchovli fazolar izomorf emas.

   S) O`lchovlari teng bo`lgan hamma fazolar o`zaro izomorf

D) Izomorf fazolar mavjud emas.

E) Ikkita R_1 va R_2 fazolarda hamma vaqt izomorf moslik o`rnatish mumkin.

2-savol bo'yicha dars maqsadi:
Qism fazolarning birlashmasi va kesishmasini o`rgatish.
Identiv o'quv maqsadlari:
Qism fazolarning birlashmasi va kesishmasini bilib oladi.
2-savol bayoni

Faraz qilaylik, R_n biror fazo bo`lsin. Bu fazoning vektorlaridan $M$ to`plam tuzaylik. Agar M to`plam fazo shartlarini qanoatlantirsa, u qism fazo deyiladi. Endi quyidagi vektorlarni olaylik,

$$x_1, x_2, x_3 \cdots x_m \qquad (1)$$

Bu vektorlardan quyidagi ifodani tuzaylik.

$$\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \alpha_3 x_3 + \cdots + \alpha_m x_m = y_1 \qquad (2).$$

Bu (2) yig'indi (7) sistemaning chiziqli kombinatsiyasi deyiladi. Endi (2) ga o`xshash

$$\beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_3 + \cdots + \beta_m x_m = y_2 \qquad (2a)$$

kombinatsiya tuzaylik. Bunday $\{y_k\}$ to`plam, ya'ni

$$\{y_k\} = \{y_1, y_2, \cdots\} = L \quad (3)$$

to`plam fazo shartlarini qanoatlantiradi. Demak, L-qism fazo, ya'ni $L \in R_n$. Bunday qism fazo chiziqli kobik deyiladi.buning o`lchovi R_n fazoning o`lchovidan ortiq emas. $L$-ning o`lchovini S- desak, u holda $S \le n$.

R_n fazodan ixtiyoriy x_0. x_0 -tayinlangan. Ixtiyoriy x_k vektorni olib qaraylik.

$$x_0 + x_k = y_{0k}, k = 1,2,3, \qquad (4)$$

Vektorlar sistemasi tuzaylik. y_{0k} vektorlar x_k vektorlarni x_0 bo`yicha siljishi deyiladi. Bunday $\{y_{0k}\} = H$ vektorlar to`plami R_n fazoning bir qismi bo`lib qism fazoni tashkil etadi. Buni tekshirib ko`rish mumkin. H qism fazolar chiziqli ko`pxillik deyiladi.

Faraz qilaylik, R_n chiziqli fazo bo`lsin. Uning U_1 va U_2 qism fazolarni olaylik, ya'ni

$$U_1 = \{x_1, x_2, \cdots\} \text{ va } U_2 = \{y_1, y_2, \cdots\}$$

bo`lsin. U holda

$$W = U_1 + U_2 = \{x_i + y_i\}, \quad x_i \in U_1, U_2, y_i \in U_2$$

to`plam $U_1$ va $U_2$ qism fazolarning yig'indisi deyiladi. W-qism fazo ekanligini ko`rsatish mumkin. U_1 va U_2 qism fazolardagi vektorlarning ayrimlari umumiy bo`lishi mumkin. Bu umumiylardan tuzilgan $U$ to`plam qism fazolarning kesimi deyiladi. Hosil bo`lgan $U$ kesim to`plam ham qism fazo ekanini ko`rsatish mumkin. Endi $W = U_1 + U_2$ va $U = U_1 \cap U_0$ qism fazolaning o`lchovi haqida to`xtab o`tamiz $\dim R_n = n$ (dimision-o`lchov) deb olsak, u holda

$$\dim(U_1 + U_2) + Dim(U_1 \cap U_2) = DimU_1 + DimU_2$$

tenglikni isbotlash mumkin.

Qism fazolarning yig'indisi bilan birgalikda ularning to`g'ri yig'indisi tushunchasi ham mavjud. Buni quyida ko`rib o`tamiz. $W = U_1 + U_2$ qism fazolarning yig'indisining vektori $R_n$ fazoning vektori bo`lgani uchun $z_{ij} \in M$ $z_{ij} = x_i + y_i$ vektorni U_1 va U_2 qism fazolarning boshqa vektorlari orqali ifodalash mumkin. Bunday ifodalanish faqat birgina emas, bir nechta bo`lishi mumkin. Shu nuqtai nazardan qism fazolarning to`g'ri yig'indisi tushunchasini kiritamiz. Qism faxzolarning to`g'ri yig'indisi qism fazolarning yig'indisi kabi aniqlanib undagi har bir vektor $U_1$ va $U_2$ qism fazo vektorlari orqali faqat birgina ko`rinishda ifodalanadi.

Ana shunday qism fazolarning yig'indisi qism fazolarning to`g'ri yig'indisi deyiladi va uni $U_1 \oplus U_2 = \overline{W}$ deb belgilanadi. $\overline{W}$ to`g'ri yig'indi har bir vektor birgina ko`rinishda ifodalanadi.

Teorema. Rn fazo W to`g'ri yig'indidan iborat bo`lishi uchun $U_1 \cap U_0 = 0$ (ya'ni kesim faqat bitta nol element) bo`lishi zarur va kifoyadir.

Bu teoremani boshqacha ko`rinishda ham ifodalash mumkin.

Teorema. Rn fazo U_1 va U_2 o`zining qism fazolarning yig'indisi bo`lishi uchun qism fazolar bazisining birlashmasi Rn fazo bazisini tashkil etishi zarur va kifoyadir.

Nazorat savollari

1. Quyidagini izohlab bering.

$$\dim(u_1 \cup u_2) + \dim(u_1 \cap u_2) = \dim u_1 + \dim u_2 .$$

2. Qism fazo o'lchovi fazo o'lchovi bir-biriga qanday bog'liq?
3. Birlashma yoki kechishmaning bazisi qanday aniqlanadi?

Mavzu bo'yicha mustaqil ish topshiriqlari:

1. Qism fazolar va ularning birlashmasi (yig'indisi) kesishmasi.[1] §39§45
2. Vektorlar sistemasining chiziqli qobig'i va ko`pxillik [1], §44, §46.

Mavzu bo'yicha asosiy xulosalar:

Hamma bir xil o`lchovli fazolar o`zaro izomorfdir.

Qism fazoning o'lchovi asosiy fazoning o'lchovidan katta emas.

Mavzuga oid adabiyotlar

1. Xojiyev J.X., Faynleb A.S. Algebra va sonlar nazariyasi kursi, Toshkent, "O`zbekiston", 2001 y.
2. Kurosh A.G. Oliy algebra kursi, T. "O`qituvchi" 1976.
3. www.ziyonet.uz
4. www.gduportal.uz

I-BOB BO’YICHA AMALIY VA LABORATORIYA MASHG’ULOTLARINI BAJARISH YUZASIDAN KO’RSATMALAR

1.1. Chiziqli fazo va uning bazisi, o`lchovi, vektorning koordinatalari

Amaliy mashg’ulot olib borish texnalogiyasi

Dars maqsadi: Chiziqli fazo tushunchasini, bazis va o`lchov misol va masalalar asosida o`rgatish.

Identiv o`quv maqsadi

Chiziqli fazo tushunchasiga ega bo`ladi va bunda fazoning o`lchovi, bazisini o`rganib oladi.

Kerakli materiallar:

Proskuryakov I.V. Sbornik zadach po lineynoy algebre.(M.1978) kitobidan № 1277-1279, 1282, 1283.1285-1293 masalalar.

Bevosita echib ko’rsatiladigan masalalar:

1) 1277,1278,1310 masalalar

Mustaqil echish uchun:

1) 1282 a),b) 1283, 1311, 1291-1293, 1317

Adabiyotlar

1. Proskuryakov I.V. Sbornik zadach po lineynoy algebre. M.1978.
2. Fadeev D.K., Sominskiy I.S. Sbornik zadach po vo’sshey algebre. M. Nauka 1977 .

1.2. Izomorf fazo. Qism fazo.

Dars maqsadi: Izomorf fazo, qism fazo va ular ustida amallarni misol va masalalar asosida o`rgatish.

Identiv o`quv maqsadi

Izomorf fazo, qism fazo va ular ustida amallarni o`rganib oladi.

Kerakli materiallar:

Proskuryakov I.V. Sbornik zadach po lineynoy algebre.(M.1978) kitobidan № 1310-1311,1317,1318.

Bevosita echib ko'rsatiladigan masalalar:

1285-1290,1318 masalalar

Mustaqil echish uchun:

1311, 1317

Adabiyotlar

1. Proskuryakov I.V. Sbornik zadach po lineynoy algebre. M.1978.
2. Fadeev D.K., Sominskiy I.S. Sbornik zadach po vo'sshey algebre. M. Nauka 1977 .

II-BOB BO'YIChA YaKUNIY XULOSALAR:

Chiziqli fazodagi o`zaro chiziqli bog'lanmagan vektorlar bazisni tashkil etadi. Bazis orqali ixtiyoriy vektor ifodalash mumkin. Bazis o`zgarganda vektorning koordinatalari o`zgaradi. Hamma bir xil o`lchovli fazolar o`zaro izomorfdir.

II-BOB BO'YIChA O'Z-O'ZINI TEKShIRISh UChUN NAZORAT SAVOLLARI

3. Vektorlarning chiziqli fazosini tushuntirib bering va misollar keltiring.
4. Fazoning bazisi deb nimaga aytiladi? To`g'ri javobni aniqlang.

A) Chiziqli bog'langan vektorlar soni

B) Chiziqli bog'lanmagan vektorlar soni.

C) Fazoda n ta chiziqli bog'lanmagan vektor topilib, nQ1 tasi chiziqli bog'langan bo`lsa, n ta chiziqli bog'lanmagan vektorlar.

D) n chiziqli bog'langan, lekin fazoda nQ1 ta chiziqli bog'lanmagan vektorlar .

E) Har qanday chiziqli bog'lanmagan vektorlar.

3. Fazoning o`lchovi deb nimaga aytiladi? R^2 va R^3 fazolarga misollar keltiring.
4. Fazo tushunchasini izohlang.
5. Vektorning bazisdagi koordinatasi deb nimaga aytiladi?
6. Bazis o`zgarganda x vektor koordinatalri qanday o`zgaradi? Tushuntiring.
7. To`gri jumlani ajrating .

   A) Har xil o`lchovli fazolar o`zaro izomorf.

   V) Bir xil o`lchovli fazolar izomorf emas.

   S) O`lchovlari teng bo`lgan hamma fazolar o`zaro izomorf

   D) Izomorf fazolar mavjud emas.

   E) Ikkita R_1 va R_2 fazolarda hamma vaqt izomorf moslik o`rnatish mumkin.
8. Quyidagini izohlab bering.

$$\dim(u_1 \cup u_2) + \dim(u_1 \cap u_2) = \dim u_1 + \dim u_2 .$$

9. Qism fazo o'lchovi fazo o'lchovi bir-biriga qanday bog'liq?
10. Birlashma yoki kechishmaning bazisi qanday aniqlanadi?

II BOB

Bu bobda chiziqli operatorlar, unga doir misollar, operatorning xossalari, operatorning xos sonlari, xos vektorlari. Xos vektorni topish uchun xarateristik ko`phad (tenglama) ko`rib o`tiladi.

Bobda 4 ta amaliy mashg`ulot mo`ljallangan. Bunda chiziqli operatorlar va uning matrisasiga, operator ustida amallarga, xarakteristik tenglama, xos sonlar va xos bektorlarga doir masalalar ko`riladi.

1-MAVZU: **CHIZIQLI OPERATORLAR**

Fanni o`qitish texnalogiyasi:
"Chiziqli operatorlar" mavzusidagi ma'ruza mashg'ulotining texnologik xaritasi

T/r	Bosqichlar va bajariladigan ish mazmuni	Amalga oshiruvchi shaxs, vaqt
1	**Mashg'ulotga tayyorgarlik bosqichi:** **1.1. Dars maqsadi:** Talabalarga operator tushunchasi beriladi, misollar keltiriladi, ma`lum shartlardagina operator chiziqli bo`lishligi tushuntiriladi. **1.2. Identiv maqsadlar:** 1.2.1. Operator nima ekanligi misollar bilan tushuntiriladi. 1.2.2. Operator chiziqli bo`lish shartini ayta oladi. 1.2.3. Operatorni bir vektorni boshqa vektorga akslantirishni tushuntirib bera oladi. **1.3. Asosiy tushunchalar:** Operator, operator matrisasi, yig'indi, ko`paytma, birlik operator, teskari operator. **1.4. Dars shakli:** ma'ruza. **1.5. Foydalaniladigan metod va usullar:** taqdimot, munozara, aqliy hujum, baxs. **1.6. Kerakli jihoz va vositalar: kompyuter, videoprorektor.**	**O'qituvchi**
2	**O'quv mashg'ulotni tashkil qilish bosqichi:** **2.1.** Mavzu va ko'rib o`tiladigan masalalar tushuntiriladi. Avvalo operator haqida tushuncha beriladi. So`ngra misollar keltiriladi. Chiziqli operator ta`rifi beriladi. Misollar keltiriladi. Ixtiyoriy $R_n$ fazoda A operatorning matrisasini tuzish masalasi ko`rib o`tiladi. **2.2.** Talabalarga savollar beriladi va muhokama-mushohada yuririladi. 2.2.1. Funksiya deb nimaga aytiladi? 2.2.2. Akslantirish nima? 2.2.3. Akslantirishlar necha xil bo`ladi?	**O'qituvchi**
3	**Guruhda ishlash bosqichi:** 3.1. Talabalar tomonidan berilgan tushuncha va ta`rifga doir ko`rib o`tilgan misoldan boshqa misollar keltirish talab qilinadi. 3.2. Operatorning matrisasini tuzishda nimaga e`tibor berilishi	**O'qituvchi – talaba**

	muhokama qilinadi. 3.3. Talabalarning muhokamalari umumlashtiriladi va xulosa qilinadi. 3.4. Mavzuning qaysi sohalarda tadbiq etishi va matematikaning qaysi sohalarda juda zarurligi qayd etiladi.	
4	**Mustahkamlash va baholash uchun savollar:** 4.1. Chiziqli va chiziqli bo`lmagan operatorga misol keltiring. 4.2. Agar A:X→Y bo`lsa, $X \in R_n$ bo`lsa u qayerda bo`lishi mumkin?	**O'qituvchi-talaba**
5	**O'quv mashg'ulotini yakunlash bosqichi:** 5.1. Yakunlovchi fikrlar aytiladi. Maqsad va vazifalar bajarilganligi tahlil qilinadi, tegishli xulosalar chiqariladi. 5.2. Bilimlarni baholash uchun nazorat (test) savollar beriladi.	**O'qituvchi**

Ko'rib chiqiladigan asosiy savollar:

1. Chiziqli operatorlar va uning matrisasi
2. Chiziqli operatorlar ustida amallar

Mavzuga oid tayanch tushuncha va iboralar:

Operator, operator matrisasi, yig'indi, ko`paytma, birlik operator, teskari operator.

Mavzuda ko`rib chiqiladigan muammolar:

1. Chiziqli operator tushunchasi.

2. Operatorni matrisa ko`rinishda tasvirlash.

3. Operatorlarning ketma-ket bajarilishi.

4. Teskari operatorning mavjudligi.

1-savol bo`yicha dars maqsadi.

1. Chiziqli operator va uning asosiy matrisasi tushunchasini berish.

Identiv o`quv maqsadlar:

1. Chiziqli operatorni tushunib oladi.
2. Operator matrisasini tuzadi.

1-savol bayoni

Faraz qilaylik, R_n biror chiziqli fazo bo`lsin. Ihtiyoriy *x* vektorini *y* vektorga biror qonun qoida bilan mos keltiraylik. Bunday moslik *x* vektorini *y* vektorga almashtirish deyiladi. Almashtirishlar operatorlar deb yuritiladi.

Masalan. 1) $y = f(x) = x^2$ bu yerda qonun yoki qoida kvadratga ko`tarishdir.

$$x = 2 \to y = 4 \qquad x = 3 \to y = 9$$

2) f moslik hosila olish bo`lsin. $y = x^2$ bo`lsa $y' = 2x$

$$y = x^2 \to 2x = \frac{dy}{dx} \qquad y = \sin x \to \cos x = y'$$

demak opetatorlar amallardir. Yana bunga misollar keltiraylik. Vektorlarni paralel ko`chirish, simmetriya, proyeksiyalar, burish va hokazolar. Shunday qilib operatorlarni amallar deymiz. Ularni

$A, B, C, \cdots$ harflar bilan belgilaymiz. $Ax = y$

$x \in R_n, y \in R_n$ yoki $y \notin R_n$ bo`lishi ham mumkin.

Ta'rif. Agar biror A operator R_n fazoda quyidagi shatrlarni qanoatlantirsa, u holda bunday operator chiziqli operator deyiladi.

1) $A(x_1 + x_2) = Ax_1 + Ax_2$

2) $A(\lambda x) = \lambda Ax, \lambda -$ o`zgarmas son.

Misollar

I) R_n da x ga o`tkazuvchi operatorni olib qaraylik.

$Ax = x, \quad Ax_1 = x_1, \quad Ax_2 = x_2$ yuqoridagi shartlarni tekshiramiz.

1. $A(x_1 + x_2) = x_1 + x_2 = Ax_1 + Ax_2$

$$A(x_1 + x_2) = Ax_1 + Ax_2$$

2. $A(\lambda x) = \lambda x, x = Ax$

$$A(\lambda x) = \lambda Ax.$$

Demak, bunday operator chiziqli operator. Bunday operatorni birlik yoki ayniyat operator deyiladi.

2) $x \to 0, \quad \forall x$ ya'ni x vektor nol vektorga o`tsin. $Ax = 0$ bunday operator nolovoy operator deyiladi. Bu operator ham chiziqlidir, chunki

1. $A(x_1 + x_2) = 0 = 0 + 0 = Ax_1 + Ax_2$

2. $A(\lambda x) = 0 = \lambda \cdot 0 = \lambda Ax$

3) $Ax = -x$ chiziqli operator, bu vektorni qarama-qarshi tasvirlash yoki oynali tasvirlash operatori .

4) $Ax = x^2$ haqiqiy sonlar fazosida

$x_1, x_2 \quad Ax_1 = x^2, \quad Ax_2 = x^2 \quad A(x_1 + x_2) = (x_1 + x_2)^2 \neq x_1^2 + x_2^2 = Ax_1 + Ax_2$

$A(x_1 + x_2) \neq Ax_1 + Ax_2$

demak, $Ax = x^2$ chiziqli emas. R_n fazo berilgan A operatorni qaraylik. $Ax = y$ (I) $y \in R_n$, y vektor x vektorni obrazi (tasviri) deyiladi. x vektor y vektorni asli. Obrazlar to`plamini W bilan belgilaymiz. bu $R_n$ fazoning bir qismi u qism fazoni tashkil etadi. Buni tekshirib ko`rish mumkin. Ya'ni $Ax = 0$ (2) shart bajarilishi mumkin. Shu (2) shart qanoatlantiruvchi x vektorlar to`plamini $U$ deb belgilaylik. $x \in U, x \neq 0$. $U$ to`plam A operatorning yadrosi deyiladi. U qism fazoni tashkil qiladi. qism fazoning o`lchovi operatorning defekti deyiladi.

R_n fazoda A chiziqli operator berilgan bo`lsin. Fazoning bazislaridan biri quyidagicha bo`lsin. $e_1, e_2, \cdots, e_n$ (I) bu bazis vektorlarga operatorni tatbiqlaymiz. $Ae_1 = f_1, \; Ae_2 = f_2, \cdots, \; Ae_n = f_n$ (2) bu bazis vektorlarning tasviri $f_k \notin R_n$. Endi (2) vektorlarning har birini (I) bazis orqali ifodalaymiz.

$$\begin{aligned} f_1 &= a_{11}e_1 + a_{21}e_2 + \cdots + a_{n1}e_n \\ f_2 &= a_{21}e_1 + a_{22}e_2 + \cdots + a_{n2}e_n \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ f_n &= a_{1n}e_1 + a_{2n}e_2 + \cdots + a_{nn}e_n \end{aligned}$$

Endi bu oxirgi sistemadan quyidagi matrisani tuzamiz.

$$Ae = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

Bu matrisa A operatorning (I) bazisdagi matrisasi deyiladi. Biz (I) bazis o`rniga boshqa bazis olib qaraylik. $e_1', e_2', \cdots, e_n'$ $(I')$ u holda uning matrisasi $Ae'$ bo`ladi. $Ae' \neq Ae$ ga. Bu yuqoridagi muhokamadan ko`rinadiki, operator bilan matrisa o`zaro bir qiymatli moslikda. Boshqacha qilib aytganda operator berilganda biz uning matrisasini tuza olamiz. O`z navbatida har qanday matrisa operatordan iboratdir.

Masalan, fazoning vektorlari $x=(a_1,a_2,a_3)$ $Ax=y=(a_1,2a_2,3a_3)$ bu operatorning $e_1=(1,0,0)$ $e_2=(0,1,0)$ $e_3=(0,0,1)$ bazisdagi matrisasi tuzilsin.

$$Ae_1, Ae_2, Ae_3 = ?$$

$$Ae_1 = (1,2\cdot 0,3\cdot 0) = (1,0,0)$$

$$Ae_2 = (0,2\cdot 1,3\cdot 0) = (0,2,0)$$

$$\text{A}e_3 = (0,2\cdot 0,3\cdot 1) = (0,0,3)$$

$$\begin{cases} Ae_1 = (1,2\cdot 0,3\cdot 0) = (1,0,0) \\ Ae_2 = (0,2\cdot 1,3\cdot 0) = (0,2,0) \\ Ae_3 = (0,2\cdot 0,1\cdot 3) = (0,0,3) \end{cases} \qquad (1)$$

$$Ae = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & \text{a}_{1n} \\ a_{21} & \text{a}_{22} & \cdots & \text{a}_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & \text{a}_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix} \quad \text{(2) dan}$$

$$\begin{aligned} Ae_1 &= (1,0,0) = 1\cdot e_1 + 0\cdot e_2 + 0\cdot e_3 \\ Ae_2 &= (0,2,0) = 0\cdot e_1 + 2\cdot e_2 + 0\cdot e_3 \\ Ae_3 &= (0,0,3) = 0\cdot e_1 + 0\cdot e_2 + 0\cdot e_3 \end{aligned} \qquad Ae = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

Ae operatorning bazisdagi matrisasi.

Nazorat topshiriqlari.

Quyidagilardan nechtasi chiziqli operator bo`ladi.

1) Ax=x 2) Ax=-x 3) Ax=x+a

4) Ax=2x 5) Ax=$\dfrac{dx(t)}{d(t)}$ 6) $Ax=\int_a^b x(t)dt$

A) hammasi V) uchtasi S) birortasi emas

D) Faqat 5 va 6 E) faqat 7 dan boshqasi

1.2 Operator matrisasini tushuntiring

1.3 Birlik matrisa uchun matrisa tuzing

2-savol bo`yicha dars maqsadi.

Operator ustida amallar o`rgatish.

Identiv o`quv maqsadlari.

1. Operatorlarni ko`paytirishni o`rganib oladi.
2. Teskari operatorni tushunib oladi.

2-savol bayoni

Faraz qilaylik, R_n fazoda A, B chiziqli operatorlar berilgan bo`lsin. Ixtiyoriy *x* vektor uchun shunday C operator mavjud bo`lib, A*x*+B*y*=C*x* shartni qanoatlantirsa, u holda C operator A va B operatorning yig'indisi deyiladi. Operatorning yig'indisini A+B=C deb yozamiz. Operatorlarning yig'indisi quyidagi qonunlarga bo`ysunadi.

1. (A+B)*x*=(B+A)*x* komutativlik.
2. (A+B)+C=A+(B+C) assotsiativlik

Endi operatorning ko`paytmasini ko`rib o`tamiz. Agar operator *x* vektorni *y* vektorga o`tkazsa va B operator *y* ni z ga o`tkazsa, ya'ni A*x*=*y*, B*y*=z bo`lsa, u holda *x* vektorni z ga o`tkazuvchi C operator A va B operatorlar ko`paytmasi deyiladi. BA*x*=B(A*x*)=Cz=z deb yoziladi.

Operatorlarning ko`paytmasi quyidagi qonunlarga bo`ysunadi:

1. $AB \neq BA$
2. $A(BC) = (AB)C$
3. $A(B+C) = A\cdot B + A\cdot C$

Operatorlar ko`paytmasi operatorlarning ketma-ket bajarilishidan iborat. 1-xossani ko`rib o`tamiz, ya'ni $AB \neq BA$ munosabatni ko`rsatamiz. A operator geometrik ma'noda x ni OX o`qiga proyeksiyalashni olaylik. B deb vektorning 90^0 ga burilishini olaylik.

$Ax_1 = np_{OX}x_1 = x_1, x_1 \perp x_2 \qquad B(Ax_1) = Bx_1 = x_2, BAx_1 = x_2 \neq 0$

$Bx_1 = x_2, A(Bx_1) = Ax_2 = np_{OX}x_2 = 0, ABx_1 = 0 \quad x_2 \neq 0, \; A\cdot B \neq B\cdot A$

Agar A operator x vektorni y ga o`tkazgan bo`lib, $Ax = y, By = x$ bo`lsa u holda $A$ va $B$ bir- biriga teskari operator deyiladi. $A$ operatorga teskari operator $A^{-1}$ deb yoziladi. $AA^{-1} = A^{-1}A = E$ birlik operator o`zini-o`ziga o`tkazaveradi.
$Ex = x$

Misol. A integrallash va B hosila olish bo`lsin.

$$x = t^2, \quad Ax = \frac{1}{3}t^3 + C, \quad B(Ax) = t^2$$

teskari operatorning mavjud bo`lishi operator matrisalarining maxsus yoki maxsusmas bo`lishiga bog'liqdir. Agar operator matrisaning determinanti noldan farqli bo`lsa, ya'ni matrisa maxsusmas bo`lsa, u holda bunday operatorga teskari operator mavjud. Shunday qilib teskari operator mavjud bo`lishi uchun uning matrisasi maxsusmas bo`lishi kerak.

Misol. A operator differensiallash bo`lsin. Shu operatorni ko`phadlar bazisida $(1, x, x^2, x^3)$ ko`rib o`taylik.

$R_3(t) = \{a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3\}$ sistemalar ko`phadni tashkil etadi. Masalan

$R_3(t) = \{t_1(t), x_2(t), x_3(t), x_3(t), \cdots\}$ $\quad x_1(t) = 1 - 2t^2 \quad x_2(t) = -2 + t + \frac{3}{2}t^2 + t^3$

$x_3(t) = -3 + t + t^2, \quad x_4(t) = 5 + 3t$

$(1, x, x^2, x^3)$ bazis bo`ladi, chunki

$\{\alpha_0 + \alpha_1 t + \alpha_2 t^2 + \alpha_3 t^3 = 0\}, \quad \alpha_0 = \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0$

bazisga A vektorni tatbiqlaymiz.

$$e_0 = 1, e_1 = t, e_2 = t^2, e_3 = t^3$$

$$\mathrm{A}\, e_0 = 0, Ae_1 = 1, Ae_2 = 2t, Ae_3 = 3t^2$$

$$\mathrm{A}\, e_0 = 0 = 0 \cdot e_0 + 0 \cdot i + 0 \cdot t^2 + 0 \cdot t^3$$

$$\mathrm{A}\, e_1 = 1 = 1 \cdot 1 + 0 \cdot t + 0 \cdot t^2 + 0 \cdot t^3$$

$$\mathrm{A}\, e_2 = 2 = 0 \cdot 1 + 2 \cdot t + 0 \cdot t^2 + 0 \cdot t^3$$

$$\mathrm{A}\, e_3 = 3 = 0 \cdot 1 + 0 \cdot t + 3 \cdot t^2 + 0 \cdot t^3$$

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \end{pmatrix}$$

(1) darajsi 3 dan oshmaydigan ko`phadlar fazasidagi differinsiallash operatorining matrisasidir, bunda

$$\det A = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 0 \quad \text{demak, } A^{-1} \text{ mavjud emas.}$$

Mavzuga oid mustaqil ish topshiriqlari:

1. Chiziqli operator va ular ustida amallar.

   [1], 2-bob, 9, [2], 2-bob Punkt 12, 17 bet.

2. Invariant qism fazolar [2], 18 bet. [1], 2-bob 10

Mavzu bo`yicha asosiy xulosalar:

Bir vektorni boshqa vektorga o`tkazuvchi amaliyot operator. Operatorni matrisa ko`rinishida tasvirlash mumkin. Har qanday matrisa – bu operator. Operatorlar ko`paytmasi bu operatorlarning ketma-ket bajarilishi. Operator matrisasi maxsusmas bo`lsa, u holda teskari operatorlar mavjud.

MAVZUGA OID ADABIYOTLAR:

1. Gelfand I.M. «Chiziqli algebradan leksiyalar» 1961
2. G`aymnazarov G. «Chiziqli algebra elementlari», Guliston, 1999 y.
3. Fadeev D. K. “Leksii po algebre” 1984 g.

2-MAVZU: OPERATORNING XOS VEKTORLARI VA XOS SONLARI.

“Operatorning xos vektorlar va xos sonlari” mavzusidagi ma’ruza mashg’ulotining texnologik xaritasi

T/r	Bosqichlar va bajariladigan ish mazmuni	Amalga oshiruvchi shaxs, vaqt
1	**Mashg’ulotga tayyorgarlik bosqichi:** **1.1. Dars maqsadi:** Talabalarga xos (maxsus) vektor va xos (maxsus) sonlarni aniqlashni o`rgatish. **1.2. Identiv maqsadlar:** 1.2.1. Xos vektorni tushuntira oladi. 1.2.2. Xarakteristik tenglamani tuza oladi. 1.2.3. Xos vektorni topa oladi. **1.3. Asosiy tushunchalar:** Xos vektorlar, xos son, xarakteristik ko`phad, xarakteristik tenglama. **1.4. Dars shakli:** ma’ruza. **1.5. Foydalaniladigan metod va usullar:** taqdimot, munozara, aqliy hujum, baxs. **1.6. Kerakli jihoz va vositalar: kompyuter, videoprorektor.**	**O’qituvchi**
2	**O’quv mashg’ulotni tashkil qilish bosqichi:** **2.1.** Talabalarga mavzu beriladi. Masalalar beriladi. Bitta masalaning yechish usuli bayon etiladi. **2.2.** Talabalarga savollar beriladi va muhokama-mushohada yuririladi.	**O’qituvchi**
3	**Guruhda ishlash bosqichi:** 3.1. Talabalar tomonidan berilgan tushuncha va ta`rifga doir ko`rib o`tilgan misoldan boshqa misollar keltirish talab qilinadi. 3.2. Xos son va xos vektor ta`rifini keltiradi. 3.3. Xarakteristik tenglama tuziladi. 3.4. Mavzuning qaysi sohalarda tadbiq etishi va matematikaning qaysi sohalarda juda zarurligi qayd etiladi.	**O’qituvchi – talaba**
4	**Mustahkamlash va baholash uchun savollar:** 4.1. Bitta xos songa mos keluvchi tenglamalar qanday tuziladi? 4.2. Boshqa xos sonlarga mos keluvchi xos vektorlar mavjudmi?	**O’qituvchi-talaba**
5	**O’quv mashg’ulotini yakunlash bosqichi:** 5.1. Yakunlovchi fikrlar aytiladi. Maqsad va vazifalar bajarilganligi tahlil qilinadi, tegishli xulosalar chiqariladi. 5.2. Bilimlarni baholash uchun nazorat (test) savollar beriladi.	**O’qituvchi**

Ko’rib chiqiladigan asosiy savollar:

Xos vektorlar va xos sonlar.

Mavzuga oid tayanch tushuncha va iboralar:

Xos vektorlar, xos son, xarakteristik ko`phad, xarakteristik tenglama

Mavzuda ko`rib chiqiladigan muammolar:

1. Xos vektor tushunchasini kiritish.

2. Xarakteristik ko`phad tuzish.

3. Xarakteristik tenglamaning ildizini aniqlash.

4. Xos vektorlarni tuzish.

Asosiy savol bo`yicha o`qituvchining maqsadi:

Operatorning xos vektorini va xos sonlarini topishni o`rgatish.

Identiv o`quv maqsadlari:

1. Xos sonlarni topish uchun xarakteristik tenglama tuza oladi.
2. Xos vektorlarni topish uchun chiziqli tenglamalar sistemasini tuza oladi.

Asosiy savol bayoni

Faraz qilamiz R_n chiziqli fazoda A operator berilgan bo`lsin.

Ta'rif. Agar A operator R_n fazoning x vektorini o`ziga xos $\lambda x$ vektorga o`tkazsa, ya'ni $Ax=\lambda x$ bo`lsa, u holda bunday x vektor A operatorning maxsus vektori deyiladi.

Bu yerda λ maxsus son deyiladi. Bu ta'rifni qisqacha bunday ham aytish mumkin. Agar x vektor $Ax=\lambda x$ shartni qanoatlantirsa, maxsus vektor deyiladi. Maxsus vektorni bunday ham ta'riflash mumkin.

Ta'rif . Agar biror x vektor A operator tufayli o`ziga o`xshash λx vektorga o`tsa, ya'ni $Ax=\lambda x$ bo`lsa, u holda bunday vektor maxsus vektor deyilaldi.

Misollar: A operator nol operator bo`lsin. $Ax = 0, x$ vektor biror R fazodan olingan. Shu operatorning maxsus vektrorlarini olib qaraylik.

$$0 = 0 \cdot x$$

$$\lambda \mathrm{x} = 0 = 0 \cdot \mathrm{x}$$

$$\lambda = 0$$

nol operator uchun maxsus son $\lambda = 0$ bo`lib, $x$ vektrorlar maxsus vektor bo`la oladi.

2. Ayniyat operatori (yoki birlik) operatorini olib qaraylik.

$Ax = x = 1 \cdot x, \lambda = 1, x \neq 0$ maxsus son 1.

3. $Ax=-x$ oynali operator.

$Ax=-x=(-1)x \qquad \lambda=-1, x\neq 0$ maxsus son -1.

R_n Fazoda berilgan A operatorning maxsus vektorlarini topishni ko`rib o`tamiz. Buni ushbu teorema orqali ifodalaymiz.

Teorema. Rn fazoda berilgan A chiziqli operator hech bo`lmaganda bitta maxsus vektorga ega.

Isbot. x vektor A operatorning maxsus vektori bo`lsin.

$$Ax=\lambda x \qquad \text{(I)}$$

Fazoning bazasini

$$e_1, e_2, \cdots, e_n \qquad (2)$$

bilan belgilaymiz. x vektoni bazis orqali ifodalaymiz.

$$x=\xi_1 e_1+\xi_2 e_2+\cdots+\xi_n e_n \qquad (3)$$

$$\lambda x=\lambda\xi_1 e_1+\lambda\xi_2 e_2+\cdots+\lambda\xi_n e_n \qquad (4)$$

A operatorning chiziqligini e’tiborga olib (3) ga ko`ra ushbuni yozamiz

$$Ax=A(\xi_1 e_1+\xi_2 e_2+\cdots+\xi_n e_n)=A(\xi_1 e_1)+A(\xi_2 e_2)+\cdots+A(\xi_n e_n)=\xi_1 Ae_1+\xi_2 Ae_2+\cdots+\xi_n Ae_n \qquad (5)$$

Endi (4) bilan (5) dan ushbuni yozamiz.

$$\lambda\xi_1 x+\lambda\xi_2 e_2+\lambda\xi_n e_n=\xi_1 Ae_1+\xi_2 Ae_2\cdots+\xi_n Ae_n$$

A operatorning (2) bazisdagi matrisasini olib qaraylik.

$$Ae=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$$

Bu berilgan (2) bazisdagi A operatorning matrisasi. Bu matrisaga asosan quyidagilarni yozamiz.

$$\begin{aligned} Ae_1 &= a_{11}e_1+a_{21}e_2+\cdots+a_{n1}e_n \\ Ae_2 &= a_{21}e_1+a_{22}e_2+\cdots+a_{n2}e_n \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ Ae_n &= a_{1n}e_1+a_{2n}e_2+\cdots+a_{nn}e_n \end{aligned} \qquad (7)$$

Endi (7) va (6) ga qo`yib quyidagilarni hisoblaymiz. Natijada quyidagilarni hosil qilamiz.

$$\begin{aligned}&(a_{11}\xi_1 + a_{12}\xi_2 + \cdots a_{1n}\xi_n)e_1 + (a_{21}\xi_1 + a_{22}\xi_2 + \cdots + a_{2n}\xi_n)e_2 + \cdots + (a_{n1}\xi_1 + a_{n2}\xi_2 + \cdots + a_{nn}\xi_n)e_n = \\ &= \lambda\xi_1 e_1 + \lambda\xi_2 e_2 + \cdots + \lambda\xi_n e_n\end{aligned} \qquad (2)$$

vektorlar sistemasi bazis bo`lganligidan oxirgi tenglikdan quyidagilarni hisoblaymiz.

$$\begin{aligned}&a_{11}\xi_1 + a_{12}\xi_2 + \cdots + a_{1n}\xi_n = \lambda\xi_1\\ &a_{21}\xi_1 + a_{22}\xi_2 + \cdots + a_{2n}\xi_n = \lambda\xi_2\\ &\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\ &a_{n1}\xi_1 + a_{n2}\varsigma_2 + \cdots + a_{nn}\xi_n = \lambda\xi_n\end{aligned}$$

Bundan

$$\begin{cases}(a_{11} - \lambda)\xi_1 + a_{12}\xi_2 + \cdots + a_{1n}\xi_n = 0\\ a_{21}\xi_1 + (a_{12} - \lambda)\xi_2 + \cdots + a_{2n}\xi_n = 0\\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\ a_{n1}\xi_1 + a_{n2}\xi_2 + \cdots + (a_{nn} - \lambda)\xi_n = 0\end{cases} \qquad (8)$$

Bu (8) sistema $\xi_1, \xi_2, \cdots, \xi_n$ (9) no`malumlarga nisbatan bir jinsli tenglamalar sistemasidir. Bu bir jinsli tenglamalar sistemasi nol emas yechimga ega bo`lishi uchun uning diterminanti

$$\begin{vmatrix} a_{11} - \lambda & a_{12} & \cdots & a_{1n}\\ a_{21} & a_{22} - \lambda & \cdots & a_{2n}\\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots\\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} - \lambda\end{vmatrix} = 0 \qquad (10)$$

Bo`lishi zarur va kifoya. Bu (10) $\lambda$ ga nisbatan $n$ – darajali algebraik tenglamadir. Buning chap tomoni $\lambda$ ga nisbatan $n$ darajali ko`phad. Bunday ko`phad xarakteristik ko`phad deyiladi. Shunday qilib

$$\Delta \cdot (\lambda) = C_0 + C_1\lambda + C_2\lambda^2 + \cdots + C_{N-1}\lambda^{N-1} + C_N\lambda^N \qquad (11)$$

Bu (11) ni yechib λ_i maxsus sonlarni topamiz. $\lambda_1, \lambda_2, \cdots, \lambda_n$ larni (8) ga qo`yib (9) ni topamiz. Demak, (2) ko`rinishdagi maxsus vektorlarni topamiz. Bu maxsus vektorlar bitta yoki bir nechta bo`lishi mumkin. (8) sistema xarakteristik (hal qiluvchi) sistema deyiladi.

Faraz qilaylik R_n fazoda A operator berilgan bo`lsin.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

Xarakteristik tenglamasi

$$\begin{vmatrix} a_{11}-\lambda & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22}-\lambda & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn}-\lambda \end{vmatrix} = 0 \qquad (1)$$

buni yoyib bunda yoyishimiz mumkin.

$$(-1)^n \lambda^n + b_1\lambda^{n-1} + b_2\lambda^{n-2} + \cdots + b_{n-1}\lambda + b_n$$

yoki

$$(-1)^n (\lambda^n - P_1\lambda^{n-1} + P_2\lambda^{n-2} + \cdots + P_n) = 0 \qquad (2)$$

Buning chap tomoni $n-$darajali ko`phad va uni quyidagicha belgilaymiz.

$$P(\lambda) = (-1)^n (\lambda^n - P_1\lambda^{n-1} + P_2\lambda^{n-2} + \cdots + P_n) = 0 \qquad (3)$$

Maxsus vektorlarni topishda (3) ko`phad asosiy rolni o`ynaydi.

λ maxsus sonlarni topish asosiy masala bo`lib qoladi. Bu maxsus vektorlarni topish uchun $P(\lambda)$ ning darajasi yuqori bo`lganda ildizlarni topish ya'ni (2) tenglamani yechish murakkablashadi. Bu yerda koeffitsentlar $P_1, P_2, \cdots, P_N$ asosiy rol o`ynaydi. (3) dagi P_n ozod had A marritsaning diterminantidan iborat, ya'ni P_1 koeffitsent matrisa bosh dzioganalining elementlari yig'indisidan iborat. P_2 koeffitsent 2-tartibli bosh minorlarning yig'indisidan iborat, ya'ni 2-tartibli diterminantlar yig'indisidir.

Yuqorida qayt qilindiki P_1 koeffitsient bosh dioganal elementlari yig'indisidan iborat. Bu A operatorning izi deyiladi. Viyeta formulasiga asosan ope6ratorning izi xarakteristik ko`phadlarning ildizlari yig'indisiga teng.

$P_1 = \lambda_1 + \lambda_2 + \cdots \lambda_n$ $\quad \lambda_1, \lambda_2, \cdots, \lambda_n$ lar (2) ning ildizi.

Agar operatorning matrisasi dioganal ko`rinishda bo`lsa, ya'ni

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

Ushbu xarakteristik tenglama quyidagicha bo`ladi.

$$\begin{vmatrix} a_{11}-\lambda & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ 0 & a_{22}-\lambda & \cdots & a_{2n} \\ \dots\dots\dots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & \cdots & a_{nn}-\lambda \end{vmatrix} = (a_{11}-\lambda)(a_{22}-\lambda)\cdots(a_{nn}-\lambda) = 0$$

$$\lambda_1 = a_{11}\ ,\lambda_2 = a_{22} \quad , \cdots, \quad \lambda_n = a_{nn}$$

Bundan ko`rinadiki, agar matrisaning diterminanti o`zgarmagan holda dioganal ko`rinishga keltirilsa masala juda osonlashadi.

Endi biz A matrisa bilan birgalikda $A = \lambda E$ matrisani ko`rib o`tamiz. E birlik matrisa.

$$A = \lambda E = \begin{pmatrix} a_{11}-\lambda & a_{12} & \cdots & \mathrm{a}_{1\mathrm{n}} \\ a_{21} & \mathrm{a}_{22} - \lambda & \cdots & \mathrm{a}_{2\mathrm{n}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & \mathrm{a}_{\mathrm{n}2} & \cdots & a_{nn} - \lambda \end{pmatrix}, \quad \lambda E = \begin{pmatrix} \lambda & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & \lambda \end{pmatrix}$$

$\det(A-\lambda E) = 0$ yoki $|A-\lambda E| = 0$ bunga asosan $P(\lambda) = |A-\lambda E| = \det(A-\lambda E)$

Endi bularga ta'luqli bo`lgan quyidagi teoremani keltiramiz.

Teorema. (Gamilton-Keli). Agar P(λ) ko`phad A operatorning xarakteristik ko`phadi bo`lsa, u holda P(A)=0 bo`ladi.

Bu teoremani isbotlash uchun yordamchi lemmani ko`rib o`tamiz.

Lemma. Agar P(λ) ko`phad quyidagi ko`rinishda bo`lib,

$$P(\lambda) = a_0\lambda^m + a_1\lambda^{m-1} + \cdots + a_{m-1}\lambda + a_m$$

$$P(\lambda)E = (A-\lambda E)C(\lambda) \qquad (4)$$

bo`lib,

$$C(\lambda) = C_0\lambda^{m-1} + C_1\lambda^{m-2} + \cdots + C_{m-1}$$

bo`lsa, u holda P(A)=0 bo`ladi.

$C_1, C_2, \cdots, C_{m-1}$ – matrisalar.

Bu lemmani bunday isbotlash mumkin.

$P(A)E = (A - AE)C(A),\ AE = A$ bundan

$P(A) = 0 \quad P(A) = 0,\ \ P(A)E = P(A).$

NAZORAT TOPSHIRIQLARI:

1. Xos vektorlarni tushuntiring va xos sonlar bilan bog'lab izohlang.
2. Xarakteristik tenglamani tuzishni izohlang va bundan nimani aniqlash mumkinligini ayting. To`g'ri javobni ko`rsating.

   A) Xos vektor koordinatalarini aniqlaymiz.

   B) Xos sonlarni topamiz.

   C) Determinatning 0 ga tengligini ko`rsatamiz.

   D) Matrisaning rangi topiladi.

   E) n- darajali tenglamani yechib hamma xos sonlar topiladi.
3. Xarakteristik ko`phad nima va u qanday xossalarga ega?
4. Xos vektorlarni topish usulini izohlang.

Mavzuga oid mustaqil ish topshiriqlari

1. Operator matrisasining determinati va izi.
2. 21-23 bet, 1, 10, punkt 4.

Mavzu bo`yicha asosiy xulosalar.

Ixtiyoriy vektor, operator tufayli o`ziga o`xshagan vektorga o`tsa, u xos vektor bo`ladi. Operator hyech bo`lmaganda bita xos vektorga ega. Xarakteristik tenglama – bu algebraik tenglama. U matrisa determinanti orqali tuziladi. Xos songa mos keluvchi xos vektorlar cheksiz ko`pdir.

Mavzuga oid adabiyotlar

1. Xojiyev J.X., Faynleb A.S. Algebra va sonlar nazariyasi kursi, Toshkent, "O`zbekiston", 2001 y.
2. Kurosh A.G. Oliy algebra kursi, T. "O`qituvchi" 1976.
3. www.ziyonet.uz
4. www.gduportal.uz

II BOB BO`YICHA AMALIY VA LABORATORIYA MASHGULOTLARINI BAJARISH YUZASIDAN KO`RSATMALAR

3.1.Mavzu: Chiziqli operatorlar

Amaliy mashg`ulot olib boorish texnalogiyasi

Darsning maqsadi:

Chiziqli operatorlar va ular ustida amallarni misol, masalalar yechish bilan o`rgatish.

Identiv o`quv maqsadlari:

Operatorlardan chiziqli bo`lganini bilib oladi va ular ustida amallarni bajara oladi.

Zaruriy materiallar

Proskuryakov.I.V: Sbornik zadach polineynoy algebre.(M.1978) kitobidan N1441-1444-1446,1449-1452.

Darsda yechiladigan masalalar

1) 1441,1443,1445
2) 1949,1951

Mustaqil yechish uchun

1) 1442,1444,1446

1950,1952

NAZORAT TOPSHIRIQLARI.

1. Operatorlarni ko`paytirishni tushuntiring.
2. AB=BA munosabatga misol keltiring va izohlang, xulosa chiqaring.
3. AX=B tenglikda X operatorni topish uchun qaysi bir munosabat o`rinli? Teskari operatorni izohlang.

$A) \quad x=\frac{B}{A} \qquad B) \quad x=A^{-1}B \qquad C) \quad x=BA^{-1}$

$D) \quad x=B^{-1}A \qquad D) \quad x=AB^{-1}$

4. A operatorining teskari operatori mavjudlik sharti nimadan iborat? Izohlang

2. Mustahkamlash uchun savollar.

1. Chiziqli operator nima ?

2. Operator matrisasi qanday tuziladi ?

3. Matrisa o`zgarishi nima ?

4. Operatorlar ustida qanday amallar bajariladi ?

5. Teskari operator qanday holda mavjud.

Adabiyotlar

1. Proskuryakov I.V. Sbornik zadach po lineynoy algebre. M.1978.

2. Fadeev D.K., Sominskiy I.S. Sbornik zadach po vo'sshey algebre. M. Nauka 1977 .

3.2-Mavzu: Operatorning xos vektorlari va xos sonlari bo`yicha amaliy mashg'ulotni olib boorish texnalogiyasi

Darsning maqsadi:

Xarakteristik tenglama asosida operatorning xos sonlari va xos vektorlarini topishni o`rgatish.

Identiv o`quv maqsadi:

Operatorning xos sonlarini va unga mos bo`lgan vektorlarni topaoladi.

Zaruriy materiallar.

Proskuryanov I.V. Sbornik zadach polineynoy algebre.(M.1978) kitobidan № 1465-1474, 1487, 1488, 1489.

Darsda yechiladigan masalalar.

1) 1465, 1467, 1469, 1471

2) 1487, 1488

Mustaqil yechish uchun.

1466, 1468, 1472, 1473

Mustahkamlash uchun savollar.

1. Operatorning xos vektori nima?

2. Operatorning xos soni nima?

3. Xarakteristik ko`phad qanday tuziladi.

4. Xarakteristik tenglama ildizlari qanday bo`ladi?

5. Ildizlarga mos ravishda xos vektorlar qanday topiladi?

Adabiyotlar

1. Proskuryakov I.V. Sbornik zadach po lineynoy algebre. M.1978.

2. Fadeev D.K., Sominskiy I.S. Sbornik zadach po vo'sshey algebre. M. Nauka 1977 .

3. www.ziyonet.uz

4. www.gduportal.uz

II bob bo`yicha yakuniy xulosalar

Ixtiyoriy vektor, operator tufayli o`ziga o`xshagan vektorga o`tsa, u xos vektor bo`ladi. Operator hyech bo`lmaganda bita xos vektorga ega. Xarakteristik tenglama – bu algebraik tenglama. U matrisa determinanti orqali tuziladi. Xos songa mos keluvchi xos vektorlar cheksiz ko`pdir.

II bob bo`yicha o`z-o`zini tekshirish uchun nazorat savollar:

1. Quyidagilardan nechtasi chiziqli operator bo`ladi.

1) Ax=x	2) Ax=-x	3) Ax=x+a
4) Ax=2x	5) Ax=$\frac{dx(t)}{d(t)}$	6) $Ax=\int_a^b x(t)dt$
A) hammasi	V) uchtasi	S) birortasi emas
D) Faqat 5 va 6	E) faqat 7 dan boshqasi	

2. Operator matrisasini tushuntiring

3. Birlik matrisa uchun matrisa tuzing

4. Operatorlarni ko`paytirishni tushuntiring.

5. AB=BA munosabatga misol keltiring va izohlang, xulosa chiqaring.

6. AX=B tenglikda X operatorni topish uchun qaysi bir munosabat o`rinli? Teskari operatorni izohlang.

$A)\quad x=\dfrac{B}{A}$ $\qquad B)\quad x=A^{-1}B$ $\qquad C)\quad x=BA^{-1}$

$D)\quad x=B^{-1}A$ $\qquad D)\quad x=AB^{-1}$

7. A operatorining teskari operatori mavjudlik sharti nimadan iborat? Izohlang

8. Xos vektorlarni tushuntiring va xos sonlar bilan bog'lab izohlang.

9. Xarakteristik tenglamani tuzishni izohlang va bundan nimani aniqlash mumkinligini ayting. To`g'ri javobni ko`rsating.

A) Xos vektor koordinatalarini aniqlaymiz.
B) Xos sonlarni topamiz.
C) Determinatning 0 ga tengligini ko`rsatamiz.
D) Matrisaning rangi topiladi.
E) n- darajali tenglamani yechib hamma xos sonlar topiladi.

10. Xarakteristik ko`phad nima va u qanday xossalarga ega?
11. Xos vektorlarni topish usulini izohlang.
12. Operatorning xos vektori nima?
13. Operatorning xos soni nima?
14. Xarakteristik ko`phad qanday tuziladi.
15. Xarakteristik tenglama ildizlari qanday bo`ladi?
16. Ildizlarga mos ravishda xos vektorlar qanday topiladi?

III BOB

Bu bobda chiziqli, bichiziqli va kvadratik formalar qaraladi. Bu yerda umumiy ko`rinishdagi kvadratik formalarni Logranj, Yakobi usullarida soda ko`rinishga keltirish ko`rib o`tiladi, yani o`zgaruvchilarning kvadratlar yig`indisi ko`rinishiga keltiriladi. Bob bo`yicha 2 ta amaliy mashg`ulot mo`ljallangan.

MAVZU: CHIZIQLI VA KVADRATIK SHAKL(FORMA)LAR.

"Chiziqli va kvadratik shakl(forma)lar" mavzusidagi ma'ruza mashg'ulotining texnologik xaritasi

T/r	Bosqichlar va bajariladigan ish mazmuni	Amalga oshiruvchi shaxs, vaqt
1	**Mashg'ulotga tayyorgarlik bosqichi:** **1.1. Dars maqsadi:** 1.1.1. Chiziqli shakl(forma) tushunchasini berish 1.1.2. Bichiziqli shakl(forma) tushunchasini berish 1.1.3. Kvadratik shakl(forma)ni tushuntirish 1.1.4. Kvadratik shakl(forma)larni soddalashtirishni o`rgatish **1.2. Identiv maqsadlar:** 1.2.1. Bichiziqli shakl(forma)ni tushunib oladi. 1.2.2. Kvadratik shakl(forma)ni soda shaklga keltirishni o`rganib oladi. **1.3. Asosiy tushunchalar:** Chiziqli shakl(forma), bichiziqli shakl(forma), qo`shma fazo, kvadratik shakl(forma). **1.4. Dars shakli:** ma'ruza. **1.5. Foydalaniladigan metod va usullar:** taqdimot, munozara, aqliy hujum, baxs. **1.6. Kerakli jihoz va vositalar: kompyuter, videoprorektor.**	**O'qituvchi**
2	**O'quv mashg'ulotni tashkil qilish bosqichi:** **2.1.** Talabalarga mavzu beriladi. Masalalar beriladi. Bitta masalaning yechish usuli bayon etiladi. **2.2.** Talabalarga savollar beriladi va muhokama-mushohada yuririladi.	**O'qituvchi**
3	**Guruhda ishlash bosqichi:** 3.1. Talabalar tomonidan berilgan tushuncha va ta`rifga doir ko`rib o`tilgan misoldan boshqa misollar keltirish talab qilinadi. 3.2. Bichiziqli shakl(forma)ni tushuntiriladi. 3.3. Kvadratik shakl(forma)ni soda shaklga keltirish o`rgatiladi. 3.4. Mavzuning qaysi sohalarda tadbiq etishi va matematikaning qaysi sohalarda juda zarurligi qayd etiladi.	**O'qituvchi – talaba**
4	**Mustahkamlash va baholash uchun savollar:** 4.1. Biror bazisda $A=(x,x)=\sum_{ik=1}^{n} a_{i,k}\xi_i\eta_k$ shakl(forma)ni sodda holatga keltirib bo`ladimi? 4.2. Kvadratik formula haqida xulosa chiqaring	**O'qituvchi-talaba**
5	**O'quv mashg'ulotini yakunlash bosqichi:** 5.1. Yakunlovchi fikrlar aytiladi. Maqsad va vazifalar bajarilganligi tahlil qilinadi, tegishli xulosalar chiqariladi. 5.2. Bilimlarni baholash uchun nazorat (test) savollar beriladi.	**O'qituvchi**

Ko'rib chiqiladigan asosiy savollar:

1. Chiziqli va kvadratik shakl(forma)lar.

Mavzuga oid tayanch iboralar va tushunchalar .

Chiziqli shakl(forma), bichiziqli shakl(forma), qo`shma fazo, kvadratik shakl(forma).

Mavzuda ko`rib chiqiladigan muammolar;

Shakl(forma) tushunchasini kiritish. Chiziqli shakl(forma)ning ifodasi. Kvadratik shakl(forma)ning kanonik shakl(forma)si.

1-savol bo`yicha dars maqsadi.

1. Chiziqli shakl(forma) tushunchasini berish
2. Bichiziqli shakl(forma) tushunchasini berish
3. Kvadratik shakl(forma)ni tushuntirish
4. Kvadratik shakl(forma)larni soddalashtirishni o`rgatish

Identiv o`quv maqsadlari.

1. Bichiziqli shakl(forma)ni tushunib oladi.
2. Kvadratik shakl(forma)ni soda shaklga keltirishni o`rganib oladi.

1-savol bayoni

R fazo berilgan bo`lsin. Bu fazoda qandaydir $f(x)$ funksiyani quyidagi shartlarni qanoatlantirsa, $f(x)$ chiziqli funksiya deyiladi.

$$1.\ f(x_1+x_2)=f(x_1)+f(x_2) \quad 2.\ f(\lambda x)=\lambda f(x)$$

$$f(\lambda x_1+\lambda x_2)=f(\lambda x_1)+f(\lambda x_2)=\lambda f(x_1)+\lambda f(x_2) \quad \text{(I)}$$

Bu yerda f moslik $f(x)$ ni biror λ songa mos keltiradi. Aniqrog'i $f(x)=\lambda, x\in R$ vektor.

Ta'rif. Agar ikki o`zgaruvchili $A(x,y)$ funksiya $R$ fazoda berilgan bo`lib, har qaysi o`zgaruvchiga nisbatan chiziqli bo`lsa, u holda bu $A(x,y)$ funksiya bichiziqli funksiya deyiladi.

Bu ta'rifni boshqacha qilib aytish mumkin. Agar $A(x,y)$ funksiya har bir o`zgaruvchiga nisbatan (I) shartni qanoatlantirsa, ya'ni

$$1.\ A(\lambda_1 x_1+\lambda_2 x_2, y)=\lambda_1 A(x_1,y)+\lambda_2 A_2(x_2,y)$$

$$2.\ A(x, \mu_1 y_1 + \mu_2 y_2) = \mu_1 A(x, y_1) + \mu_2 A(x, y_2)$$

bo`lsa, u holda $A(x, y)$ funksiya bichiziqli (shakl(forma)) funksiya deyiladi.

Endi biror R_n fazoda berilgan $A(x, y)$ bichiziqli shakl(forma)ni ko`rib o`tamiz. R_n fazo bazisi

$$e_1, e_2, \cdots, e_p \quad (2)$$

bo`lsin. Bu fazoda va vektorlarni olib (2) bazis orqali ifodalaylik.

$x = \xi_1 e_1 + \xi_2 e_2 + \cdots + \xi_n e_n,\ y = \eta_1 e_1 + \eta_2 e_2 + \cdots + \eta_n e_n$

U holda

$$\begin{aligned}
&A(x, y) = A(\xi_1 e_1 + \xi_2 e_2 + \cdots + \xi_n e_n, \eta_1 e_1 + \eta_2 e_2 + \cdots + \eta_n e_n) = \\
&= \xi_1 A(e_1; \eta_1 e_1 + \cdots + \eta_n e_n) + \xi_2 A(e_2; \eta_1 e_1 + \cdots + \eta_n e_n) + \cdots + \xi_n A(e_n; \eta_n e_n + \cdots + \eta_n e_n) = \\
&= \xi_1 \eta_1 A(e_1, e_1) + \xi_1 \eta_2 A(e_1, e_2) + \cdots + \xi_1 \eta_n A(e_1; e_n) + \xi_2 \eta_2 A(e_2; e_1) + \xi_2 \eta_2 A(e_2; e_2) + \cdots + \qquad (3) \\
&\xi_2 \eta_n A(e_2; e_n) + \cdots\cdots\cdots + \xi_n \eta_1 A(e_n; e_1) + \xi_n \eta_2 A(e_n; e_2) + \cdots + \xi_n \eta_n A(e_n; e_n) = \\
&= \sum_{k=1}^{n} \sum_{i=1}^{n} \xi_i \eta_k A(e_i; e_k) = \sum_{i.k=1}^{n} \xi_i \eta_k A(e_i; e_k)
\end{aligned}$$

$$A(e_i; e_k) = a_{ik} \qquad (4)$$

$$A(x, y) = \sum_{i,k=1}^{n} a_{ik} \xi_i \eta_k \qquad (5)$$

(5) dan tuzilgan matrisa bichiziqli shakl(forma)ning matrisasi deyiladi, ya'ni

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

Ta'rif. Agar A(x,y) bichiziqli shakl(forma)da x=y bo`lsa, u holda A(x,y) kvadratik shakl(forma) deyiladi.

Bunday holatda (4) chi $A(e_i, e_k) = a_{i,k}$ (4') bo`ladi.

$$A(x, x) = \sum_{i,k=1}^{n} a_{i,k} \xi_i \xi_k \qquad (5') \quad \xi_i = \eta_i,\ \xi_k = \eta_k$$

Agar bu yerda $a_{i,k} = a_{k,i}$ (6) bo`lsa, simmetrik kvadrat shakl(forma) bo`ladi. Har bir bichiziqli shakl(forma)ning o`ziga mos bo`lgan kvadratik shakl(forma)si mavjuddir. Biz R fazodagi sonlar haqiqiy sondar deb qaradik. R fazoda qaralayotgan sonlar haqiqiy kompleks sonlar bo`lsa, kompleks fazo bo`ladi. Yuqoridagi bichiziqli shakl(forma)ni kompleks fazoda ham ko`rish mumkin.

Ta'rif. Agar **A(*x,y*)** funksiya kompleks son bo`lib bu funksiya uchun $A(x,y)=\overline{A(x,y)}$ shart bajarilsa, u holda bunday A(*x,y*) bichiziqli shakl(forma) Ermit shakli deyiladi.

$$\alpha = a + b_i,\ \overline{\alpha} = a - b_i$$

Ta'rif. $A(x,y)$ simetrik bichiziqli shakl(forma) bo`lsin. $y = x$ deb faraz qilganda $A(x,y)$ da hosil bo`ladigan $A(x,x)$ funksiya kvadratik shakl(forma) deyiladi.

$A(x,y)$ funksiya $A(x,x)$ kvadratik shakl(forma)si bilan bir qiymatli aniqlanadi. Har qanday kvadratik shakl(forma) berilgan bazisda

$$A(x,x)=\sum_{i,k=1}^{n} a_{i,k}\xi_i\eta_k$$

Formula bilan ifoda etiladi, bunda $a_{i,k} = a_{k,i}$. Yana bir muhim ta'rif kiritamiz.

Ta'rif. Agar har qanday $x \neq 0$ vektor uchun $A(x,x)>0$ bo`lsa, $A(x,x)$ kvadratik shakl(forma) musbat aniqlangan kvadrat shakl(forma) deyiladi.

Misol. $A(x,x)=\xi_1^2+\xi_2^2+\cdots+\xi_n^2$ musbat kvadratik shakl(forma) ekanligi ravshan.

Teorema. R_n fazoda $e_1,e_2,\cdots,e_n$ (I) bazis mavjud bo`lib, $A(x,x)$ kvadratik shakl(forma)ni bu (I) bazisda $A(x,x)=\lambda_1\xi_1^2+\lambda_2\xi_2^2+\cdots+\lambda_n\xi_n^2$

Ko`rinishga keltirish mumkin. Bu yerda $x=\xi_1 e_1+\xi_2 e_2+\cdots+\xi_n e_n$ Isbot. Biror $f_1, f_2,\cdots, f_n$ bazisda $A(x,x)=\sum_{i,k=1}^{n} a_{i,k}\eta_i\eta_k$ tenglik o`rinli bo`lsin. $\eta_1,\eta_2,\cdots,\eta_n$ lar vektorning bu bazisdagi koordinatalri. Bazisni (*) formulada turli indeksli koordinatalarinng ko`paytmalari yo`qolib boradigan qilib, asta-sekin almashtira boramiz. Bazisning har bir almashtirishiga ma'lum bazis almashtirishlari to`g'ri kelgani uchun, biz koordinatalarini formulalarini yoza olamiz.

$A(x,x)$ shakl(forma)ni kvadratlar yig'indisiga keltirish uchun, bizga a_{kk} koeffitsentlardan (η_2^2 ning koeffitsenti) kamida bittasi noldan farqli bo`lishi kerak bo`ladi. Bunga hamma vaqt erishish mumkin. Haqiqatan ham, nolga aynan teng bo`lmagan $A(x,x)$ shakl(forma)da o`zgaruvchining birorta ham kvadrati bo`lmasin, deb faraz qilaylik. U holda kamida bitta ko`paytma, masalan $2a_{12}\eta_2\eta_2$ bo`ladi. η_1 va η_2 koordinatalari

$$\eta_1 = \eta_1^{/} + \eta_2^{/}$$

$$\eta_2 = \eta_1^{/} + \eta_2^{/}$$

formulaga asosan almashtiramiz, boshqa o`zgaruvchilarni o`zgartmay qoldiramiz. Bunday alsmashtirishda $2a_{12}\eta_2\eta_2$ hadning ko`rinshi $a_{12} = (\eta_1^{/} - \eta_2^{/})$ bo`lib qoladi va farazga muvofiq

$a_{11} = a_{22} = 0$ bo`lgani uchun bu hech qanday had bilan birika olmaydi, ya'ni $\eta_1^{/2}$ ning koeffitsenti noldan farqli.

Endi (*) formuladan a_{11} koeffitsenti noldan farqli deb olamiz. Bizning kvadratik shakl(forma)mizdan η_1 qatnashgan hadlarni ajratib yozamiz.

$$a_{11}\eta_1^2 + 2a_{12}\eta_1\eta_2 + \cdots + 2a_{1n}\eta_1\eta_n$$

bu yig'indini to`la kvadratgacha to`ldiramiz, ya'ni uni

$$a_{11}\eta_1^2 + 2a_{12}\eta_1\eta_2 + \cdots + 2a_{1n}\eta_1\eta_n = \frac{1}{a_{11}}\left(a_{11}\eta_1 + \cdots + a_{1n}\eta_n\right)^2 - B \qquad (**)$$

ko`rinishda yozamiz. $B$ bilan biz faqat $a_{11}\eta_2, \cdots, a_{1n}$ hadlar kvadratlarini va ularning har qaysi ikkitasining ko`paytmalarini o`z ichiga olgan hadlarni belgiladik. (**) ifodani (*) ga qo`ygandan so`ng qaralayotgan kvadratik shakl(forma)

$A(x,x) = \dfrac{1}{a_{11}}\left(a_{11}\eta_1 + \cdots + a_{1n}\eta_n\right)^2$ ko`rinishni oladi. Bunda yozilmagan hadlarga o`zgaruvchilargina kiradi.

Faraz etaylik :

$$\eta_1^* = a_{11}\eta_1 + a_{12}\eta_2 + \cdots + a_{1n}\eta_n$$

$$\eta_2^* = \qquad \eta_2,$$

$$\eta_n^* = \qquad \eta_n$$

U holda kvadratik shakl(forma)

$$A(x,x)=\frac{1}{a_{11}}\eta_1^{*2}+\sum_{i,k=1}^{n}a_{ik}^{*}\eta_i^{*}\eta_k^{*}$$

ko`rinishni oladi.

$$\sum_{i,k=1}^{n}a_{ik}^{*}\eta_i^{*}\eta_k^{*}$$

ifoda (*) formulaning o`ng tomoniga juda o`xshash bo`lib, bunda birinchi koordinata o`q yo`q $a_2^*$ koeffitsientini noldan farqli deb faraz etib (biz yuqorida ko`rdikki, sodda yordamchi almashtirish bilan hamma vaqt bu koeffitsientni nolga tenglashtirish mumkin) biz o`zgaruvchilarni birinchiga o`xshash

$$\begin{aligned}
&\eta_1^{**}=\eta_1^{*}\\
&\eta_2^{**}=a_{22}^{**}\eta_2^{*}+a_{23}^{**}\eta_3^{*}+..........+a_{2n}\eta_n^{*}\\
&\eta_3^{**}=...............\eta_n^{*}.......................\\
&...\\
&\eta_n^{**}=.......................................\eta_n^{*}
\end{aligned}$$

formulalarga muvofiq yangidan almashtirishimiz mumkin, bunday almashtirishdan so`ng shakl(forma)

$$A(x.x)=\frac{1}{a_{11}}\eta_1^{**2}+\frac{1}{a_{22}^{*}}\eta_2^{**2}+\sum_{ik=3}^{n}a_{ik}^{**}\eta_i^{**}\eta_k^{**}$$

ko`rinishni oladi. Bu protsessni davom ettirib, o`zgaruvchilarni bir qancha o`zgartirgandan keyin o`zgaruvchilarga kelamiz; $A(x,x)$ shakl(forma) bu o`zgaruvchilar orqali quydagicha ifodalanadi.

$$A(x,x)=\lambda_1\xi_1^2+\lambda_2\xi_2^2+.......+\lambda_m\xi_m^n \qquad \text{bunda } m\le n$$

$A(x,x)$ kvadratik shakl(forma)ni kvadratlar yig'indisiga keltirishda, o`zida bu kvadratik shakl(forma) kvadratlar yig'indisiga aylanadigan, ya'ni bu shakl(forma)

$$A(x,x)=\sum_{i=1}^{n}\lambda_i\xi_i^2 \qquad (1)$$

ko`rinishga keladigan bazisni turlicha tanlab olish mumkin. Biz kvadratik shakl(forma)ning inersiya qonuni deb ataluvchi teoremani keltiramiz.

Teorema: Agar kvadratik shakl(forma) ikki turli usul bilan (ya'ni boshqa-boshqa ikkita bazisda) kvadratlar yig'indisiga keltirilgan bo`lsa, u holda musbat koeffitsiyentlarning soni hamda manfiy koeffitsiyentlarning soni ikkala holda bir xildir.

Isbot: Dastlab ushbu lemmani isbot qilamiz.

Lemma. ***n*** o`lchovli R fazoda mos tartibda k va *l* o`lchovli ikkita R` ham R`` koeffitsiyentlarning qism fazolari mavjud deylik va shu bilan birga k+*l*=*n* bo`lsin. U holda bu qism fazolarning ikkalasiga ham tegishli bo`lgan $x\neq 0$ vektor mavjuddir.

Isbot. $e_1,e_2,........e_k$ lar $-k$ o`lchovli $R'$ qism fazoning bazisi, $f_1,f_2,..........f_l$ lar esa $l$ o`lchovli R'' qism fazoning bazisi bo`lsin. $k+l$ ta

$$e_1,e_2,........e_k,\ f_1,f_2,..........f_l$$

vektorlar chiziqli bog'liq, chunki $k+l>n$. Boshqacha qilib aytganda, ba'zilarigina nolga teng bo`lishi mumkin bo`lgan shunday

$$\lambda_1,\lambda_2,......\lambda_k,\quad \mu_1,\mu_2,........\mu_l$$

sonlar mavjudki.

$$\lambda_1e_1+\lambda_2e_2+......\lambda_ke_k+\mu_1f_1+\mu_2f_2+.......+\mu_lf_l=0$$

ya'ni

$$\lambda_1e_1+\lambda_2e_2+......\lambda_ke_k=-\mu_1f_1-\mu_2f_2-.......-\mu_lf_l$$

endi

$$\lambda_1e_1+\lambda_2e_2+......\lambda_ke_k=-\mu_1f_1-\mu_2f_2-.......-\mu_lf_l=x$$

deb faraz qilaylik. Ko`ramizki, x vektor bir tomondan

$e_1,e_2,........e_k$, vektorlarning chiziqli kombinatsiyasi sifatida tasvirlangan, shuning uchun $x\in R'$, ikkinchi tomondan esa x ning o`zi $f_1,f_2,..........f_l$

vektorlarning chiziqli kombinatsiyasi sifatida tasvir etilgan, demak, $x \in R''$. Shunday qilib, x vektor R' hamda R'' qism fazolarning kesishish joyida yotadi. $x \neq 0$ ekanini ko`rsatamiz. Agar $x = 0$ bo`lganda edi, u holda $e_1, e_2, ... e_k$, vektorlar chiziqli erkli bo`lganlari uchun $\lambda_1 = \lambda_2 = ...... = \lambda_k = t$ bo`lar edi, $f_1, f_2, ... f_l$ vektorlarning chiziqli erkli bo`ganliklari sababli esa $\mu_1 = \mu_2 = ........ = \mu_l = 0$ bo`lar edi.

Ammo $\lambda_1, \lambda_2, ... \lambda_k$, $\mu_1, \mu_2, ... \mu_l$ sonlar orasida kamida bitta noldan farqli son bor, shuning uchun $x \neq 0$ va shuning bilan lemma isbot bo`ldi.

$e_1, e_2, ... e_n$ bazisda $A(x, x)$ kvadratik shakl(forma)

$$A(x, x) = \xi_1^2 + \xi_2^2 + ... - \xi_p^2 - \xi_{p-q}^2 - .... - \xi_{p+q}^2 \qquad (2)$$

ko`rinishga ega deb faraz qilaylik, shu bilan birga $\xi_1, \xi_2, ..., \xi_n$ lar x vektorning koordinatalari ya'ni

$$X = \xi_1 e_1 + \xi_2 e_2 + ... + \xi_p e_p + \xi_{p+1} e_{p+1} + ... + \xi_{p+q} e_{p+q} + ... \xi_n e_n$$

bo`lsin. $f_1, f_2, .......... f_n$ bazisda shu kvadratik shakl(forma)ning o`zi

$$A(x, x) = \eta_1^2 + \eta_2^2 + ... + \eta_{p''}^2 - \eta_{p'+1}^2 = ... - \eta_{p'+q'}^2 \qquad (3)$$

ko`rinishga ega bo`lsin, bunda $\eta_1, \eta_2, ... \eta_n$ lar x vektorning $f_1, f_2, ... f_n$ bazisdagi koordinatalari. Biz $p' = p$ va $q' = q$ ekanligini isbot qilishimiz kerak. Bu shunday bo`lmasin, masalan, $p'. > p$ deb faraz qilaylik $e_1, e_2, ........ e_n$ vektorlarning chiziqli kombinatsiyasidan iborat $R'$ qism fazoni qaraymiz. Uning o`lchovi P ga teng.

$f_{p'+1}, f_{p'+2}, ... f_n$ vektorlar chiziqli kombinatsiyasidan iborat bo`lgan $R''$ qism fazoning o`lchovi esa $n - p'$ ga teng. $n - p' + p > n$ bo`lgani uchun (chunki biz $p'. > p$ faraz etganimiz),lemmaga muvofiq, R' va R'' ning kesishgan joyida yotadigan $x \neq 0$ vektor mavjud ya'ni

$$x = \xi_1 e_1 + \xi_2 e_2 + ... + \xi_p e_p$$

va

$$x = \eta_{p'+1} f_{p'+1} + ... + \eta_{p'+q'} f_{p'+q'} + ... + \eta_n f_n$$

$e_1, e_2, ... e_n$ bazisda bu vektor $\xi_1, \xi_2, ..., \xi_p, 0, ... 0$ koordinatalarga ega bo`lib,

$f_1, f_2, ...f_n$ bazisda esa u $0,0,........,\eta_{p'+1},......,\eta_n$ koordinatalarga (2) va (3) larga ko`mib bir to mondan esa

$$A(x,x) = \xi_1^2 + \xi_2^2 + ...+\xi_p^2 > 0 \qquad (4)$$

ni ($\xi_1, \xi_2, ..., \xi_p$ larning ba’zilarigina noldga teng bo`lishi mumkin bo`lgani uchun), ikkinchi tomondan esa

$$A(x,x) = -\eta_{p''+1}^2 - \eta_{p'+2}^2 - ......-\eta_{p'+q'}^2 \leq 0 \qquad (5)$$

ni hosil qilamiz. Biz ziddiyatlikka keldik, demak, $p'. > p$ tengsizlikning bo`lishi mumkin emas. $p > p'$, $q > q'$ va $q > q'$ tengshsizliklarning bo`lishi mumkin emasligi ham xuddi shunga o`xshash usul bilan isbot etiladi. Shunday qilib, kvadratik shakl(forma) uchun inersiya qonuni isbot etildi.

Nazorat topshiriqlari

1. Chiziqli shakl(forma)ni tushintiring va misollar keltiring
2. Bichiziqli formulani tushintirinng
3. Biror bazisda $A = (x,x) = \sum_{ik=1}^{n} a_{i,k}\xi_i\eta_k$ shakl(forma)ni sodda holatga keltirib bo`ladimi?
4. Kvadratik forma haqida xulosa chiqaring.

Mavzuga oid mustaqil ish topshiriqlar:

1. Bichiziqli formalar, [1], I-bob, §4, p,2, [2], 11-bet
2. Kvadratik shakl(forma)ni soddalashtirish [1], I-bob, §5, [2], 27-32-bet

Mavzu bo`yicha asosiy xulosalar:

Har qanday kvadratik shakl(forma)ni kanonik ko`rinishga keltirish mumkin.

Funktsiyalar shakl(forma) ko`rinishida bo`lishi mumkin

MAVZUGA OID ADABIYOTLAR

1. Gelfand I.M. «Chiziqli algebradan leksiyalar» 1961 y.
2. Gaimnazarov G. «Chiziqli algebra elementlari», Guliston, 1999 y.
3. Nazarov. R.N va boshqalar «Algebra va sonlar nazariyasi» 1-qism, 1993

III BOB BO’YICHA AMALIY VA LABORATORIYA MASHG’ULOTLARINI BAJARISH YUZASIDAN KO’RSATMALAR

Mavzu:Chiziqli va kvadratik shakl(forma)lar bo`yicha amaliy mashg’ulotni olib boorish texnalogiyasi

Darsning maqsadi:

Chiziqli, bichiziqli, kvadratik va shakl(forma)ning kanonik ko`rinishga keltirishni misolllar asosida o`rgatish.

Identiv o`quv maqsadi:

Kvadratik shakl(forma)ni kanonik ko`rinishga keltirishni o`rganib oladi.

Zaruriy material

Proskuryakov.I.V: Sbornik zadach polineynoy algebre.(M.1978) kitobidan
№ 1175-1178, 1187-1189.

Darsda yechiladigan masalalar.

1) 1175,1177,1351, a),b),c)
2) 1187,1188,1361

Mustaqil bajarish uchun

1) 1176,1351,s),d)e), 1189,1362

Adabiyotlar:

4. Gelfand I.M. «Chiziqli algebradan leksiyalar» 1961 y.
5. Gaimnazarov G. «Chiziqli algebra elementlari», Guliston, 1999 y.
6. Nazarov. R.N va boshqalar «Algebra va sonlar nazariyasi» 1-qism, 1993

III bob bo`yicha yakuniy xulosalar

1. Shakl(forma) tushunchasini kiritish.
2. Chiziqli shakl(forma)ning ifodasi.
3. Kvadratik shakl(forma)ning kanonik shakl(forma)si.

III bob bo`yicha o`z-o`zini tekshirish uchun nazorat savollar:

1. Chiziqli shakl(forma)ni tushintiring va misollar keltiring
2. Bichiziqli formulani tushintirinng
3. Biror bazisda $A=(x,x)=\sum_{ik=1}^{n} a_{i,k}\xi_i\eta_k$ shakl(forma)ni sodda holatga keltirib bo`ladimi?
4. Kvadratik formula haqida xulosa chiqaring.
5. Chiziqli va bichiziqli shakl(forma) nima?
6. Kvadratik shakl(forma) nima?
7. Ixtiyoriy fazoda skalyar ko`paytma nima?

IV BOB

Bobda skalyar ko`paytma, orthogonal bazis, ortogonallashtirish, unitary fazo, orthogonal operatorlar ko`rib o`tiladi.

Bobda 4 ta amaliy mashg`ulot mo`ljallangan. Bunda orthogonal bazis, ortogonallashtirish unitar operator, Ermit operatori, orthogonal operatorlarga doir misol masalalar yechish ko`rib o`tiladi.

1-mavzu: EVKLID FAZOSI

Fanni o`qitish texnalogiyasi:

"Evklid fazosi" mavzusidagi ma'ruza mashg'ulotining texnologik xaritasi

T/r	Bosqichlar va bajariladigan ish mazmuni	Amalga oshiruvchi shaxs, vaqt
1	**Mashg'ulotga tayyorgarlik bosqichi:** **1.1. Dars maqsadi:** Skalyar ko`paytmasida Evklid fazosini tushuntirish. Ortogonal bazis va ortogonallashtirishni o`rgatish. **1.2. Identiv maqsadlar:** 1.2.1. Skalyar ko`paytmasi umumiy holda izohlaydi. 1.2.2. Ortogonal bazisga misol keltiradi. 1.2.3. Ortogonallashtirishni izohlaydi. **1.3. Asosiy tushunchalar:** Skalyar ko`paytma, Ermit shakli, Evklid fazo, Unitar fazo, ortogonal bazis, ortogonallashtirish. **1.4. Dars shakli:** ma'ruza. **1.5. Foydalaniladigan metod va usullar:** taqdimot, munozara, aqliy hujum, baxs. **1.6. Kerakli jihoz va vositalar: kompyuter, videoprorektor.**	**O'qituvchi**
2	**O'quv mashg'ulotni tashkil qilish bosqichi:** **2.1.** Mavzu va ko'rib o`tiladigan masalalar tushuntiriladi. Vektor, skalyar ko`paytma, Evklid fazosiga misollar keltiriladi. Ikki vektorning ortogonalligi va vektorlar sistemasini ortogonallashtirish masalalari ko`rib o`tiladi. **2.2.** Talabalarga savollar beriladi va muhokama-mushohada yuririladi. 2.2.1. Ixtiyoriy elementlar uchun skalyar ko`paytmasi qanday aniqlanadi? 2.2.2. Ortogonallik shartini ayting. Misollar keltiring. 2.2.3. Vektorlar sistemasini ortogonallshtirish sxemasini izohlang.	**O'qituvchi**
3	**Guruhda ishlash bosqichi:** 3.1. Talabalardan ko`rib o`tilgan masalardan boshqa misollar muhokama qilish talab etiladi. Bunda savol-javob, baxs qiladi. 3.2. Evklid fazosi bo`lmagan fazolar so`raladi. 3.3. Talabalarning muhokamalari umumlashtiriladi va xulosa	**O'qituvchi – talaba**

	qilinadi. 3.4. Mavzuning tadbiqlari bayon etiladi.	
4	**Mustahkamlash va baholash uchun savollar:** 4.1. Chiziqli fazolardagi qaysilari Evklid fazosi bo`ladi? 4.2. Ortogonal vektor sistemasi nimadan iborat? 4.3. Ortogonallashtirish sistemasini ayting.	**O'qituvchi-talaba**
5	**O'quv mashg'ulotini yakunlash bosqichi:** 5.1. Yakunlovchi fikrlar aytiladi. Maqsad va vazifalar bajarilganligi tahlil qilinadi, tegishli xulosalar chiqariladi. 5.2. Bilimlarni baholash uchun nazorat (test) savollar beriladi.	**O'qituvchi**

Ko`rib chiqiladigan asosiy savol:

Evklid fazosi va ortogonal bazis.

Mavzuga oid tayanch tushuncha va iboralar:

Skalyar ko`paytma, Ermit shakli, Evklid fazo, Unitar fazo, ortogonal bazis, ortogonallashtirish.

Mavzuda ko`riladigan myammo:

Ixtiyoriy fazoda skalyar ko`paytma. Ixtiyoriy bazisni ortogonallashtirish.

Savol bo`yicha dars maqsadi:

Evklid fazo bo`yicha tushuncha berish va ortogonal bazisni o`rgatish.

Identiv o`quv maqsadlari:

1. Evklid fazosini o`rganadi.
2. Ortogonal bazisni va ortogonallashtirishni o`rganadi.

Savol bayoni

Faraz qilaylik R_n biror Evklid fazosi bo`lsin. Bu fazoning bazisi

$$e_1, e_2, ...e_n \qquad (1)$$

bilan belgilaymiz.

Ta'rif. Agar (1) bazisda ixtiyoriy ikkitasining ko`paytmasi

$$(e_i, e_л) = 0 \qquad (2)$$

bo`lsa , u holda (1) bazis ortogonal bazis deyiladi.

Ta'rif. Agar (1) bazis uchun (2) shart va

$$(e_i, e_i) = 1 \qquad (3)$$

shart bajarilsa , u holda (1) bazis ortonormallashgan bazis deyiladi. (3) dan ko`rinadiki $|e_i| = 1$ ya’ni

$$|e_i| = \sqrt{(e_i, e_i)} = \sqrt{1} = 1$$

Endi quyidagi teoremani keltirib o`tamiz.

Teorema. Har qanday R Evklid fazosida ortogonal bazis mavjuddir.

Isbot. R fazoning ixtiyoriy

$$f_1, f_2, ...f_n \qquad (4)$$

bazisni olib qaraymiz. Agar bu bazisni biror usul bilan ortogonallantirsak teorema isbot bo`ladi . Boshqacha qilib aytganda (1) ortogonal bazis tuzamiz.

$f_1 = e_1$ deb olamiz.

$$e_2 = f_2 + \alpha e_1 \qquad (5)$$

α - noma’lum son. Bu sonni

$$(e_1, e_2) = 0$$

shart bajariladigan qilib tanlaymiz. Endi (5) quyidagini yozamiz.

$$(e_1, e_2) = (e_1 \cdot f_2 + \alpha e_1) = (e_1 \cdot f_2) + \alpha(e_1 \cdot e_1)$$

$$0 = (e_1 \cdot f_2) + \alpha(e_1 \cdot e_1) \to \alpha = -\frac{(e_1 \cdot f_2)}{(e_1 \cdot e_1)}$$

$$\alpha(e_1, e_1) = -(e_1, f_2) \qquad , \qquad \alpha = -\frac{(e_1, f_2)}{(e_1, e_1)}$$

Bu α qiymatni (5) ga qo`yamiz va $e_2$ ni topgan bo`lamiz. e_3 ni bunday izlaymiz. Ya’ni

$$e_3 = f_3 e_3 + \lambda_1 e_2 + \lambda_2 e_1 \qquad (7\ )$$

$\lambda_1 \lambda_2$ - noma’lum sonlar. Bu sonlarni

$$\begin{cases} (e_1 e_3) = 0 \\ (e_2 e_3) = 0 \end{cases} \qquad (8)$$

shartlar asosida topamiz. So`ngra (7) ga qo`yib e_3 ni topgan bo`lamiz. (1) dan e_k larni (4) yordamida.

Yuqoridagi 4 ta shartni qanoatlantirgan fazo Evklid fazosi deyiladi.

Misollar: 1.XOY tekislikda berilgan vektorlar fazosi, skalyar ko`paytmani bunday qabul qilamiz.

$$x=(\alpha_1,\alpha_2) \qquad y=(\beta_1,\beta_2) \qquad (x,y)=\alpha_1\beta_1+\alpha_2\beta_2 \quad (1)$$

Bunday qabul qilingan skalyar ko`paytma yuqoridagi 4 ta shartni qanoatlantiradi. Bunday fazo Evklid fazo.

2. [a,b]kesmadagi uzluksiz funksiyalar fazosi uchun

$$(x,y)=(f(t),g(t))=\int_a^b f(t),g(t)dt \qquad (2)$$

bu fazo ham Evklid fazo bo`ladi. Evklid fazosida x vektor uchun

$$\sqrt{(x,\alpha)}=|x| \qquad \sqrt{(x,x)}=|x| \qquad (3)$$

Aniqlangan son x vektorning uzunligi deyiladi .

Evklid fazosida x va y vektorlar orasidagi burchak quyidagi formula bilan aniqlanadi .

$$\varphi=\arccos\frac{(x,y)}{|x|\cdot|y|}$$

kiradi.

Faraz etaylik : $\eta_1^*=a_{11}\eta_1+a_{12}\eta_2+\cdots+a_{1n}\eta_n$ (4)

Bu (4) formula quyidagidan olingandir.

$$(x,y)=|x|\cdot|y|\cos\varphi \qquad \cos\varphi=\frac{(x,y)}{|x|\cdot|y|} \qquad \varphi=x\wedge y$$

quyida yana bir tengsizlikni keltirib o`tamiz.

$$\frac{(x,y)}{|x|\cdot|y|}=\leq 1 \qquad (x,y)\leq|x|\cdot|y| \qquad (5)$$

(3) ni e’tiborga olib (5) quyidagicha bo`ladi.

$$(x,y)\leq\sqrt{(x,x)}\cdot\sqrt{(y,y)}$$

$$(x,y)\leq\sqrt{(x,x)\cdot(y,y)} \qquad (6)$$

$$(x,y)^2\leq(x,x)\cdot(y,y) \qquad (6^1)$$

kiradi. Faraz etaylik : $\eta_1^* = a_{11}\eta_1 + a_{12}\eta_2 + \cdots + a_{1n}\eta_n$ $\varphi = \arccos\frac{(x,y)}{|x|\cdot|y|}$ (4)

Bu (4) formula quyidagidan olingandir.

$(x,y) = |x|\cdot|y|\cos\varphi$ $\cos\varphi = \frac{(x,y)}{|x|\cdot|y|}$ $\varphi = x\wedge y$

quyida yana bir tengsizlikni keltirib o`tamiz.

$\frac{(x,y)}{|x|\cdot|y|} =\leq 1$ $(x,y) \leq |x|\cdot|y|$ (5)

(3) ni e'tiborga olib (5) quyidagicha bo`ladi.

$$(x,y) \leq \sqrt{(x,x)}\cdot\sqrt{(y,y)}$$

$$(x,y) \leq \sqrt{(x,x)\cdot(y,y)} \qquad (6)$$

$$(x,y)^2 \leq (x,x)\cdot(y,y) \qquad (6^1)$$

(6) – Koshi-Bun'yakovskiy tengsizligidir.

Biz yuqorida haqiqIy fazoni olib qaradik, ya'ni bunda qaralayotgan sonlar haqiqIy sonlardir. Bunday fazolar Evklid fazosidir.

Agar R fazoda qaralayotgan sonlar kompleks sonlar, u holda Evklid fazo unitar fazo deyiladi.

Mavzu bo`yicha nazorat savollari.

1. Evklid fazosini tushuntiring. Misollar keltiring
2. Koshi-Bunyakovskiy tengsizligini ko`rsating

   A) $(x,x) = |x|$ B) (x,y)

   C) $|x| \leq \sqrt{(x,y)}$ D) $(y,y) \geq (x,y)$

   E) $(x,y)^2 \leq (x,x)(y,y)$

3. Qaysi shartda $l_1, l_2, l_3, \cdots l_n$ bazis ortogonallashgan deyiladi?

   A) $(l_i, l_i) = 0)$ B) $(l_i, l_k) = 0 \quad i \neq k$

   C) $(l_i, k) = 1$ D) $(l_i, k)^2 = 1$ E) $(l_i, l_k) = 0; \quad (l_k, l_k) = 1$

4. Ortogonallashtirish jarayonini tushuntiring.

Mavzuga oid mistaqil ish topshiriqlari:

1. Evklid fazosiga misol keltiring.
2. Ortogonal bazis nima?

Mavzu bo`yicha asosiy xulosalar

Evklid fazosida skalyar ko`paytma muhim. Ixtiyoriy bazisni ortogonallashtirish mumkin. Evklid fazosi- bu chiziqli fazo.

Mavzuga oid adabiyotlar:

1. Gelfand I.M. «Chiziqli algebradan leksiyalar» 1961 y.
2. Gaimnazarov G. «Chiziqli algebra elementlari», Guliston, 1999 y.
3. Nazarov. R.N va boshqalar «Algebra va sonlar nazariyasi» 1-qism, 1993

2-mavzu: Evklid fazosida chiziqli operator.

Fanni o`qitish texnalogiyasi:

"Evklid fazosida chiziqli operator" mavzusi bo`yicha ma`ruza darsining texnalogik xaritasi.

T/r	Bosqichlar va bajariladigan ish mazmuni	Amalga oshiruvchi shaxs, vaqt
1	**Mashg'ulotga tayyorgarlik bosqichi:** **1.1. Dars maqsadi:** Evklid fazosida me`yoriy (normal), qo`shma operatorlarni tushuntirish va xossalarini o`tgatish. **1.2. Identiv maqsadlar:** 1.2.1. Me`yoriy(normal) operatorni va uning xossalarini o`rganib oladi va xossalarini o`zlashtirib oladi. 1.2.2. Qo`shma va o`z-o`ziga qo`shma operatorni o`rganib oladi va xossalarini o`zlashtirib oladi. **1.3. Asosiy tushunchalar:** Unitar fazo, normal operator, musbat operator, qo`shma operator, ortogonal operator, unitar operator, maxsus operatorning trigonametrik shakli. **1.4. Dars shakli:** ma'ruza. **1.5. Foydalaniladigan metod va usullar:** taqdimot, munozara, aqliy hujum, baxs. **1.6. Kerakli jihoz va vositalar: kompyuter, videoprorektor.**	**O'qituvchi**
2	**O'quv mashg'ulotni tashkil qilish bosqichi:** **2.1.** Mavzu va ko'rib o`tiladigan masalalar tushuntiriladi. Unitar fazo, normal operator, musbat operator, qo`shma operatorlarga misollar keltiriladi. maxsus operatorning trigonametrik shakliga keltirish masalalari ko`rib o`tiladi. **2.2.** Talabalarga savollar beriladi va muhokama-mushohada yuririladi. 2.2.1. Qo`shma operator nima? 2.2.2. Unitar operator nima? 2.2.3. Normal operator nima? 2.2.4. Ortogonal operator nima?	**O'qituvchi**
3	**Guruhda ishlash bosqichi:** 3.1. Talabalardan ko`rib o`tilgan masalardan boshqa misollar muhokama qilish talab etiladi. Bunda savol-javob, baxs qiladi. 3.2. Evklid fazosi bo`lmagan fazolar so`raladi. 3.3. Talabalarning muhokamalari umumlashtiriladi va xulosa qilinadi. 3.4. Mavzuning tadbiqlari bayon etiladi.	**O'qituvchi – talaba**
4	**Mustahkamlash va baholash uchun savollar:** 4.1. Unitar operatorni tushuntirib bering. 4.2. Unitar operator xossalarini ayting. 4.3. Ortogonal operatorni tushuntiring.	**O'qituvchi-talaba**
5	**O'quv mashg'ulotini yakunlash bosqichi:** 5.1. Yakunlovchi fikrlar aytiladi. Maqsad va vazifalar bajarilganligi tahlil qilinadi, tegishli xulosalar chiqariladi. 5.2. Bilimlarni baholash uchun nazorat (test) savollar beriladi.	**O'qituvchi**

Ko`rib chiqiladigan asosiy savollar:

1. Unitar va Evklid fazosida operatorlar.
2. Unitar va ortogonal operatorlar.

Mavzuga oid tayanch tushuncha va iboralar:

Unitar fazo, normal operator, musbat operator, qo`shma operator, ortogonal operator, unitar operator, maxsus operatorning trigonametrik shakli.

Mavzuda ko`rib chiqiladigan muammolar:

Operatorlarni har xil turlarga ajratish. Qaysi turga mansub bo`lish kriteriysini aniqlash. Operatorni ko`paytma sifatida aniqlash.

1-savol bo`yicha dars maqsadi.

Evklid fazosida me`yoriy (normal), qo`shma operatorlarni tushuntirish va xossalarini o`tgatish.

Identiv o`quv maqsadlari:

1. Me`yoriy(normal) operatorni va uning xossalarini o`rganib oladi va xossalarini o`zlashtirib oladi.
2. Qo`shma va o`z-o`ziga qo`shma operatorni o`rganib oladi va xossalarini o`zlashtirib oladi.

1-savol bayoni:

Faraz qilaylik, R_n Evklid fazosi bo`lsin . Bu fazda

$$x = \xi_1 e_1 + \xi_2 e_2 + ... + \xi_n e_n$$

$$y = \eta_1 e_1 + \eta_2 e_2 + ... + \eta_n e_n$$

ikkita vektorni olib qaraylik . Bu vektorlarda

$$e_1, e_2, ..., e_n \qquad (1)$$

fazoning bazisi. Bu fazoda $A(x, y)$ bichiziqli funksiyani olib qaraylik va uni quyidagicha yozamiz.

$$A(x, y) = \sum_{i,k=1}^{n} a_{i,k} \xi_i \eta_k \qquad (2)$$

Bu (2) summani boshqacha ko`rinishda ham yozish mumkin. Buni biz quyidagicha yozamiz

$$A(x,y)=(a_{11}\xi_1+a_{21}\xi_2+....+a_{n1}\xi_n)\eta_1+(a_{12}\xi_1+a_{22}\xi_2+...+a_{2n}\xi_n)\eta_2+....+$$
$$+(a_{1n}\xi_1+a_{2n}\xi_2+...+a_{nn}\xi_n)\eta_n \quad (3)$$

(3) dagi qavslarni bizlar mos ravishda $e_1, e_2,....., e_n$ bilan belgilasak,

$$e_k = a_{1n}\xi_1 + a_{2k}\xi_2 + ... + a_{nk}\xi_n \quad (4)$$

$$k = 1,2,3,...., n$$

desak (3) niquyidagicha yozish mumkin.

$$A(x,y) = e_1\eta_1 + e_2\eta_2 + ... + e_n\eta_n \quad (5)$$

η_k - kompleks son η_k - ga qo`shma.

Agar (5) dagi e_k larni biror z vektorning koordinatalari deb qarasak, ya'ni

$$Z = \varsigma_1 e_1 + \varsigma_2 e_2 + ... + \varsigma_n e_n \quad (6)$$

u holda (5) ni biz quyidagicha yozishimiz mumkin.

$$A(X,Y) = (Z,Y) \quad (7)$$

Z vektor x vektordan hosil bo`lgandir. Uni A operator deb qabul qilamiz, ya'ni

$Ax = Z$ Buni e'tiborga olsak (7) ni bunday yozamiz.

$$A(x,y) = (x,y) = (Ax,y) \quad (8)$$

Bu (8) dan ko`rinadiki E vklid fazosida har qanday bichiziqli shakl(forma)ga qandaydir operator to'gri keladi. Buni teskarisi, ya'ni har qanday operatorga chiziqli funktsiya mos keladi deyish ham mumkin. Bu moslik bir qiymatlidir. Xuddi yuqoridagidek, biz quyidagicha hosil qilishimiz mumkin.

$$A(x,y) = (x, A^* y) \quad (9)$$

A^* operator A operatordan farq qilishi mumkin. Ularning matrisalari bir-biridan transpozitsiyalash tufayli hosil bo`ladi.

TA'RIF. Agar (Ax, y)=(x, A^*y) (10) shart bajarilsa, u holda A va A* operatorlar Evklid fazosida bir-biriga qo`shma operatorlar deyiladi. Qo`shma operatorlar xuddi kompleks qo`shma sonlarga o`xshashdir.

Teorema. Evklid fazosida har bir A operatorga bitta qo`shma operator mos keladi. Bu teoremaning isbotini biz yuqorida (8), (9) larni keltirib chiqarishda qayd qilib o`tdik. Endi (8) va (9) dan quyidagini yozamiz.

$$(Ax, y) = A(x, y) = (x, A^* y).$$

qo`shma operatorlar quyidagi xossalarga ega.

1^0. $(AB)^* = B^* A^*$

2^0. $(A^*)^* = A$

3^0. $(A + B)^* = A^* + B^*$

4^0. $(\lambda \cdot A^*) = \lambda \cdot A^*$

5^0. $E^* = E$ birlik operator

4^0-dagi λ , $\bar{\lambda}$ kompleks sonlar quyidagicha. $\lambda = a + bi$, $\bar{\lambda} = a - bi$

A operator va uning qo`shmasi A^* orasida

$$A = A^* \qquad (11)$$

shartni qanoatlantiruvchi operator ham mavjud. Bunday operatorlar o`z-o`ziga qo`shma deyiladi. Yoki Ermit operatorlari ham deyiladi. Haqiqiy Evklid fazosining o`z-o`ziga qo`shma operatorlari simmetrik operator deyiladi.

Teorema. A chiziqli operatorning o`z-o`ziga qo`shma bo`lishi uchun (A*x*,*y*) ifoda Ermitning bichiziqli formasidan iborat bo`lishi zarur va kifoya.

Isbot. Haqiqatan (Ax, y)ning Ermit shakl(forma)si bo`lishi

$$(Ax, y) = (Ay, \dot{x}) \qquad (a)$$

Ekanini bildiradi. A almashtirishning o`z-o`ziga qo`shma bo`lishi esa

$$(Ax, y) = (x, Ay) \qquad (b)$$

ekanini bildiradi. (a) va (b) tengliklarning bir- biriga ekvivalent ekanligini ko’rish oson. Har qanday ς kompleks soni $\varsigma = \alpha + i\beta$ ko’rinishda tasvirlasa bo`ladi. Bunda α va β haqiqiy sonlar.

Teorema. Har qanday A chiziqli operatorni

$$A = A_3 + iA_2 \qquad (12)$$

ko’rinishda tasvir etishi mumkin. Bunda A_2 va A_3 lar o`z-o`ziga qo`shma operatorlar

Isbot . Haqiqatan $A=\frac{A+A^*}{2}+i\frac{A-A^*}{2}$ Endi $\frac{A+A^*}{2}=A_1$ $\frac{A-A^*}{2i}=A_2$

faraz etilsa,

$$A_1^*=\left(\frac{(A+A^*)}{2}\right)^*=\frac{1}{2}(A+A^*)^*=\frac{1}{2}(A^*+A^{**})=\frac{1}{2}(A^*+A)=A_1 \quad \text{va}$$

$$A^*_2=\left(\frac{(A-A^*)}{2i}\right)^*=\frac{1}{2i}(A-A^*)^*=\frac{1}{2i}(A^*-A^{**})=-\frac{1}{2i}(A^*-A)=A_2 \quad \text{ya'ni} \quad A_1$$

va A_2 lar o`z-o`ziga qo`shma almashtirishlardir.

Teorema. A va B o`z- o`ziga qo`shma chiziqli operatorlar bo`lsin. AB operatorning ham o`z-o`ziga qo`shma bo`lishi uchun

$$AB=BA \qquad (13)$$

bo`lishi, ya'ni $A$ va $B$ operatorlaro`rin almashuvchi bo`lishi zarur va yetarlidir.

Isbot. Berilgan $A^*=A$ va $B^*=B$

Biz $(AB)^*=AB$ (14)

tenglik bajarilishining zarur va yetarli shartini izlamoqdamiz. Lekin

$$(AB)^*=B^*A=BA$$

Demak, faqat $AB=BA$ bo`lgan holdagina (14) tenglik o'rinli bo`ladi. T eorema isbot bo`ldi.

Ta'rif. Agar biror U operator uchun UU*=U*U=E (15) shart bajarilsa, u holda bunday operator unitar operator deyiladi.

Ta'rif. Agar A operator uchun

$$A^*A=AA^* \qquad (16)$$

shart bajarilsa, u holda bu operator narmal operator deyiladi.

Teorema . O`z- o`ziga qo`shma bo`lgan operatorlarning maxsus sonlari haqiqiy sondan iborat.

Isbot O`z-o`ziga qo`shma operator uchun $\bar{x}\neq 0$ maxsus vektor va $\lambda$ maxsus qiymat bo`lsin. U holda $A\bar{x}=\lambda\bar{x}$ tenglikni nazarda tutib, ushbuga ega bo`lamiz.

$(A\bar{x},\bar{x})=(\bar{x},A\bar{x})$ yoki $(\lambda\bar{x},\bar{x})=(\bar{x},\lambda\bar{x})$ bundan $\lambda(\bar{x},\bar{x})=\lambda(\bar{x},\bar{x})$

so`nggi tenglikning ikki tomoni $(\bar{x},\bar{x})\neq 0$ ga qisqartirsak $\lambda=\bar{\lambda}$ ekani kelib chiqadi. Bu esa $\lambda$ ning haqiqiy son ekanini ko`rsatadi.

Teorema. O`z- o`ziga qo`shma bo`lgan operatorning har xil maxsus sonlarga mos keluvchi maxsus vektorlar o`zaro ortogonaldir. Operatorning har xil maxsus sonlari uning operatorlari ham deyiladi.

Isbot. $Ae_1=\lambda_1\bar{e}_1$, $Ae_2=\lambda_2\bar{e}_2$ va $\lambda_1\neq\lambda_2$ bo`lsin u holda

$(A\bar{e}_1,\bar{e}_2)=(\bar{e}_1,A\bar{e}_2)$ yoki $(\lambda_1\bar{e}_1,\bar{e}_2)=(\bar{e}_1,\lambda_1\bar{e}_2)$ $\lambda_1(\bar{e}_1,\bar{e}_2)=\lambda_2(\bar{e}_1,\bar{e}_2)$

$(\lambda_1-\lambda_2)(\bar{e}_1,\bar{e}_2)=0$ bundan $\lambda_1-\lambda_2=0$ bo`lgani uchun $(\bar{e}_1,\bar{e}_2)=0$

Nazorat topshiriqlari

1. Evklid fazosida chiziqli operator qanday ko`rinishda bo`lishini izohlang.
2. Qaysi holatda A^* operator A ga qo`shma deyiladi.

$A)$ $(Ax,y)=(A^*x,y)$
$B)$ $(Ax,A^*y)=(A^*y,Ax)$
$C)$ $(A^*x,y)=(A^{-1}x,y)$
$D)$ $(Ax,y)=(A^*x,y)$
$E)$ $(A^{-1}x,y)=(Ax,A^*y)$

3. A operatorning o`z-o`ziga qo`shma bo`lish shartini ayting va izohlang.
4.Unitar fazoda o`z-o`ziga qo`shma bo`lgan operator haqida teoremani izohlang.

2-savol bo`yicha dars maqsadi

Unitar va ortogonal operatorni o`rgatish.

Identiv o`quv maqsadlari

1. Unitar operatorni va uning xossasini bilib oladi.
2. Ortogonal operator va uning xossasini o`zlashtirib oladi.

2-savol bayoni

Agar R fazoda qaralayotgan sonlar kompleks sonlar, u holda Evklid fazo unitar fazo deyiladi.

Faraz qilaylik, R_n Evklid fazo bo`lsin. Bu fazoda $u$ chiziqli operator berilgan bo`lsin.Bu operatorning qo`shmasini $u*$ deb belgilasak. Agar u operator

$$u \cdot u* = u * u = \mathrm{E} \qquad (1)$$

shartni qanoatlantirsa, u holda bu operator unitar operator deyiladi . (Bunda E – birlik operator , $\mathrm{E}x = x$) quyida keltirilgan teorema har qanday u operatorning unitar bo`lish va bo`lmasligini ko`rsatadi.

Teorema. (asosiy) Biror u chiziqli operator unitar bo`lishi uchun

$$u* = u^{-1}$$

shart bajarilishi zarur va kifoya. (isboti quyidagiga o`xshash)

TEOREMA . Biror u operator R_n Evklid fazosida unitar bo`lishi uchun ixtiyoriy x va u vektorlar berilganda .

$$(ux, uy) = (x, y) \qquad (2)$$

shart bajarilishi zarur va kifoyadir. ((x, y)-skalyar ko`paytma)

Isbot. 1. Zaruriy sharti , faraz qilamiz u unitar bo`lsin, ya'ni (1) shart bajarilsin, u holda qo'shma operator ta'rifiga asosan

$$(\mathrm{A}x, y) = (x, \mathrm{A} * y) \quad (ux, uy) = (x, u * uy) \quad (ux, uy) = (x, \mathrm{E}y) = (x, y)$$

2. Kifoyalik sharti , faraz qilaylik, (2) shart bajarilsin.

$$(ux, uy) = (u * ux, y)$$

$$u* = u^{-1}$$

$$u * ux = x\,, \qquad u * u = \mathrm{E}$$

Demak , bu unitar operator .

Endi bu teoremadan kelib chiqadigan natijalarni ko`raylik, (2) da $(x = y)$ desak

$$(ux, uy) = (x; x) \qquad |\lambda|^2 = 1 \qquad |\lambda| = 1 \quad .$$

Teorema 3 . R_n Evklid fazosida unitar bo`lgan $u$ operator uchun matrisasi dioganal ko`rinishda bo`lgan, ya'ni

$$\begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 & 0 & 0 \\ . & . & . & . & . \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda_n \end{pmatrix}, \qquad |\lambda_л| = 1 \qquad (5)$$

$$e_1, e_2, \ldots\ldots\ldots, e_n \qquad (6)$$

ortogonal bazis mavjuddir, ya'ni (6) bazis .

$$\begin{cases} (e_1, e_л) = 0 \\ (e_i, e_л) = 1 \end{cases} \qquad i \neq k$$

Isbot. u unitar operator bo`lsin. Bu holda avvalgi teoremada hosil qilingan $n$ ta juft- jufti bilan ortogonal normalangan xos vektorlar izlanmoqda bo`lgan bazisni tashkil qiladi. Haqiqatan

$$ue_1 = \lambda_1 e_1$$

$$ue_2 = \lambda_2 e_2$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$ue_n = \lambda_n e_n$$

va demak , $e_1, e_2, \ldots\ldots, e_n$ bazisda u operatorning matrisasi (5) ko`rinishda bo`ladi . Teorema 2 asosan $\lambda_1, \lambda_2, \ldots\ldots\ldots, \lambda_n$ sonlar boblariga ko`ra 1 ga tengdir . Teorema isbot bo`ldi .

Ta'rif. Agar

$$AA^* = A^* A$$

shart bajarilsa ,u holda A operator normal chiziqli operator deyiladi .

Unitar operator ham o'z –o'ziga qo'shma operator ham normal operatorning hususiy holi ekanligi ravshandir.

Ta'rif. Haqiqiy Evklid fazosining A operatori uchun AA*=E shart bajarilsa, u holda A operator ortogonal operator deyiladi.

Teorema. R_n haqiqIy Evklid fazosida A operator ortogonal bo`lishi uchun

$$(Ax, Ay) = (x, y) \qquad (7)$$

shart bajarilishi zarur va kifoyadir. (isbot teorema 1 kabi)

(Bu ortogonal operatorlar uchun yuqorida keltirilgan teoremalar o'rinlidir.)

quyidagi teoremani isbotsiz keltiramiz.

Teorema 4. A operator ortogonal bo`lishi uchun (haqiqIy Evklid fazosida ) ortogonal bo`lgan bazis , ya'ni

$$e_1, e_2, \ldots\ldots, e_n \text{ vektorlardan} \qquad (8)$$

operator tufayli hosil bo`lgan.

$$Ae_1, Ae_2, \ldots\ldots, Ae_n \quad \text{vektorlar} \qquad (9)$$

ortogonal bazis bo`lishi zarur va kifoyadir.

O'z-o'ziga qo'shma bo`lgan operatorning matrisasi simmetrik matrisadan iborat ekanligi sizga ma'lum, ya'ni

$$a_{ij} = a_{ji}$$

Ta'rif. O'z-o'ziga qo'shma bo`lgan operatorlar simmetrik operatorlar deyiladi.

$$A^* = A^{-1}$$

Endi har qanday operatorni ikkita operatorlar ko`paytmasiga ajratishni ko`rib o'tamiz , buning uchun avvalo quyidagi tushunchani kiritamiz.

Ta'rif. O'z-o'ziga qo'ushma bo`lgan H operator

$$H(x, x) \geq 0 \qquad (10)$$

shartni qanoatlantirsa , u holda bunday operator musbat operator deyiladi.

Teorema 5. Har qanday maxsusmas A operatorni

$$A = HU \qquad (11)$$

ko`rinishda tasvirlash mumkin. Bu yerda H-musbat aniqlangan operator, U-unitar operator. Bu haqda quyidagiga qarang.

A maxsusmas operator , ya'ni A operator matrisasining diterminanti noldan farqli deyiladi .

$$\det A \neq 0$$

Bu yuqoridagi teorema $\alpha = a + bi$ kompleks sonni trigonometrik songa keltirishga o`xshaydi.

$$\alpha = z(\cos\varphi + i\sin\varphi)$$

z-haqiqiy son $|\cos\varphi + i\sin\varphi| = 1$

Nazorat topshiriqlari

1. Unitar operatorni tushuntirib bering.

2. Qoldirilgan so`zlarni yozing.

U unitar operator bo`lishi uchun …………….. zarur va kifoya.

3. Unitar operator xossalarini ayting.

4. Ortogonal operatorni tushuntiring.

5. Ortogonal operator uchun qaysi biri to`g’ri?

A) AA*=A*A   B) (Ux, Uy)=(x, y)

C) AA*=E   D) $A^{-1}A=E$ E) (Ax, Ay)=(x, y)

Mavzuga oid mustaqil ush topshiriqlari

1. O`xshash matrisalar xaqida teoremalar. $[1], 376-$bet
2. $D(\lambda)$ ko`phadlar haqida lemma, $[2], 156-$bet.
3. Jordan matrisasi haqida teorema, $[3], 142-$bet, $[4], 24-27-$betlar.

Mavzu bo`yicha asosiy xulosalar

1. Operatorning shartlar bajarilishiga ko`ra unitar, normal, ortogonal, simmetrik, musbat turlarga ajratiladi.

2. Bular haqida kriteriy aniqlanadi.

3. Maxsusmas operatorni ikkita musbat va unitar operator ko`paytmasi sifatida tasvirlash mumkin.

Mavzuga oid adabiyotlar.

1. Kurosh A.D. Oliy algebra kursi, 1976 y.
2. Gelfand I.M.Chiziqli algebradan leksiyalar, 1971 y.
3. Iskandarov R. Oliy algebra, II-qism, 1962 y.
4. G`aymnazarov G., Jomurodov K. Chiziqli algebra elementlari, Guliston, 1999 yil.

IV BOB BO`YICHA AMALIY VA LABORATORIYA MASHGULOTLARINI BAJARISH YUZASIDAN KO`RSATMALAR

4.1. Mavzu: Evklid fazosi bo`yicha amaliy mashg`ulot olib borish texnalogiyasi

Darsning maqsadi:

Evklid fazosini o`rgatish

Identiv o`quv maqsadi:

Evklid fazosida ortogonallashtirishni biladi.

Zaruriy material

Proskuryakov.I.V: Sbornik zadach polineynoy algebre.(M.1978) kitobidan
№ 1351-1361, 1362.

Darsda yechiladigan masalalar.

1187,1188,1361

Mustaqil bajarish uchun

1176,1351,s),d)e), 1189,1362

Adabiyotlar:

1. Gelfand I.M. «Chiziqli algebradan leksiyalar» 1961 y.
2. Gaimnazarov G. «Chiziqli algebra elementlari», Guliston, 1999 y.
3. Nazarov. R.N va boshqalar «Algebra va sonlar nazariyasi» 1-qism, 1993

4.2. Mavzu: Evklid fazosida chiziqlioperatorlar bo`yicha amaliy mashg’ulat olib boorish texnalogiyasi.

Darsning maqsadi

Evklid fazosida qo`shma, nomal,ortogonal operatorlarni biladi.

Zaruriy materiallar.

Proskuryakov I.V. « Sbornik zadach po lineyno algebra» M. Nauka 1978y. kitobidan masalalar.

1) №1541, 1542, 1543, 1555

2) 1571, 1572, 1573, 1583, 1586.

Darsda yechiladigan masalalar.

1) 1541, 1543, 1555

2) 1571, 1573

Mustaqil yechish uchun.

1) 1542

2) 1572, 1585, 1586.

Adabiyotlar:

1. Gelfand I.M. «Chiziqli algebradan leksiyalar» 1961 y.

2. Gaimnazarov G. «Chiziqli algebra elementlari», Guliston, 1999 y.

3. Nazarov. R.N va boshqalar «Algebra va sonlar nazariyasi» 1-qism, 1993

IV BOB BO`YICHA YAKUNIY XULOSALAR

1. Ixtiyoriy fazoda skalyar ko`paytma.

2. Ixtiyoriy bazisni ortogonallashtirish.

3. Operatorlarni har xil turlarga ajratish.

4. Qaysi turga mansub bo`lish kriteriysini aniqlash.

5. Operatorni ko`paytma sifatida aniqlash.

IV bob bo`yicha o`z-o`zini tekshirish uchun nazorat savollar:

1. Evklid fazosiga misol keltiring.

2. Ortogonal bazis nima?

3. Evklid fazosini tushuntiring. Misollar keltiring

4. Koshi-Bunyakovskiy tengsizligini ko`rsating

A) $(x,x)=|x|$ B) (x,y) C) $|x|\le\sqrt{(x,y)}$ D) $(y,y)\ge(x,y)$ E) $(x,y)^2\le(x,x)(y,y)$

5. Qaysi shartda $l_1,l_2,l_3,\cdots l_n$ bazis ortogonallashgan deyiladi?

A) $(l_i,l_i)=0$) B) $(l_i,l_k)=0 \quad i\neq k$ C) $(l_i,k)=1$ D) $(l_i,k)^2=1$ E) $(l_i,l_k)=0;\ \ (l_k,l_k)=1$

6. Ortogonallashtirish jarayonini tushuntiring.

7. Evklid fazosida chiziqli operator qanday ko`rinishda bo`lishini izohlang.

8. Qaysi holatda A^* operator A ga qo`shma deyiladi.

$A)$ $(Ax, y) = (A^*x, y)$ $B)$ $(Ax, A^*y) = (A^*y, Ax)$

$C)$ $(A^*x, y) = (A^{-1}x, y)$ $D)$ $(Ax, y) = (A^*x, y)$ $E)$ $(A^{-1}x, y) = (Ax, A^*y)$

9. A operatorning o`z-o`ziga qo`shma bo`lish shartini ayting va izohlang.

10. Unitar fazoda o`z-o`ziga qo`shma bo`lgan operator haqida teoremani izohlang.

11. Unitar operatorni tushuntirib bering.

12. Qoldirilgan so`zlarni yozing.

U unitar operator bo`lishi uchun …………….. zarur va kifoya.

13. Unitar operator xossalarini ayting.

14. Ortogonal operatorni tushuntiring.

15. Ortogonal operator uchun qaysi biri to`g’ri?

A) AA*=A*A B) (Ux, Uy)=(x, y)

C) AA*=E D) $A^{-1}A=E$ E) (Ax, Ay)=(x, y)

16.Qo`shma operator nima?
17.Unitar operator nima?
18.Normal operator nima?
19. Ortogonal operator nima?
20. Musbat operator nima?
21. Operatorlarning qaysi turga mansub ekanligi qanday ajratiladi?
22. Qanday operator yig’indi ko`rinishida tasvirlanadi?
23. Qanday operator ko`paytma ko`rinishida tasvirlanadi?

V BOB

Bobda berilgan operatorning xos qiymatlari, matrisalar, berilgan songa oid Jordan kataklari, invariant ko`paytuvchilar, ixtiyoriy matrisani Jordan shakliga keltirish, Jordan kataklari va uning xossalari qaraladi.

Bobda 2 ta amaliy mashg`ulot mol`jallangan bo`lib, unda Jordan kataklari, ko`phadli matrisalar va uni Jordan shakliga keltirish, Jordan katagining xarakteristik ko`phadlar ko`rib o`tiladi.

MAVZU: **MATRISALARNING JORDAN NORMAL SHAKLI.**

"Matrisalarning Jordan normal shakli" mavzusidagi ma'ruza mashg'ulotining texnologik xaritasi

T/r	Bosqichlar va bajariladigan ish mazmuni	Amalga oshiruvchi shaxs, vaqt
1	**Mashg'ulotga tayyorgarlik bosqichi:** **1.1. Dars maqsadi:** Jordan matrisalarini o`rgatish. **1.2. Identiv maqsadlar:** 1.2.1. Jordan matrisasining ko`rinishini biladi. 1.2.2. Berilgan operatorni Jordan matrisasi ko`rinishiga keltirish mumkinligini o`rganib oladi. **1.3. Asosiy tushunchalar:** λ-matrisa, kanonik λ-matrisalar, determinant bo`luvchilari, invariant ko`paytiruvchilar, o`hshashlik, ekvivalentlik, Jordan shakl(forma). **1.4. Dars shakli:** ma'ruza. **1.5. Foydalaniladigan metod va usullar:** taqdimot, munozara, aqliy hujum, baxs. **1.6. Kerakli jihoz va vositalar: kompyuter, videoprorektor.**	**O'qituvchi**
2	**O'quv mashg'ulotni tashkil qilish bosqichi:** **2.1.** Talabalarga mavzu beriladi. Jordan matrisasining ko`rinishi, berilgan operatorni Jordan matrisasi ko`rinishiga keltirish mumkinligini o`rgatiladi. **2.2.** Talabalarga savollar beriladi va muhokama-mushohada yuririladi.	**O'qituvchi**
3	**Guruhda ishlash bosqichi:** 3.1. Talabalar tomonidan berilgan tushuncha va ta`rifga doir ko`rib o`tilgan misoldan boshqa misollar keltirish talab qilinadi.	**O'qituvchi – talaba**

	3.2. λ-matrisa, kanonik λ-matrisalar ta`rifi keltiradi. 3.3. Xarakteristik ko`phad tuziladi. 3.4. Mavzuning qaysi sohalarda tadbiq etishi va matematikaning qaysi sohalarda juda zarurligi qayd etiladi.	
4	**Mustahkamlash va baholash uchun savollar:** 4.1. Jordan katagi nima? 4.2. Jordan matrisasi nima? 4.3. $\lambda-$ga oid Jordan kataklari nima? 4.4. Jordan matrisaga taaluqli teoremani ayting.	**O'qituvchi-talaba**
5	**O'quv mashg'ulotini yakunlash bosqichi:** 5.1. Yakunlovchi fikrlar aytiladi. Maqsad va vazifalar bajarilganligi tahlil qilinadi, tegishli xulosalar chiqariladi. 5.2. Bilimlarni baholash uchun nazorat (test) savollar beriladi.	**O'qituvchi**

ASOSIY SAVOL:

JORDAN NORMAL FORMASI.

MAVZUGA OID TAYANCH TUSHUNCHA VA IBORALAR:

λ-matrisa, kanonik λ-matrisalar, determinant bo`luvchilari, invariant ko`paytiruvchilar, o`hshashlik, ekvivalentlik, Jordan shakl(forma).

Mavzuda ko`rib o`tiladigan asosiy muammo

Jordan matrisasi. $\lambda-$ga oid Jordan katagi. Operatorni Jordan matrisasiga keltirish.

Asosiy savol bo`yicha dars maqsadi:

Jordan matrisalarini o`rgatish.

Identiv o`quv maqsadlar:

2.1. Jordan matrisasining ko`rinishini biladi.

2.2. Berilgan operatorni Jordan matrisasi ko`rinishiga keltirish mumkinligini o`rganib oladi.

Asosiy savol bayoni

R_n fazoda A chiziqli operator berilgan bo`lsin. A operatorning $\lambda_1, \lambda_2, \cdots, \lambda_k$ xos qiymatlariga mos chiziqli bog'lanmagan K ta $K \le n$ $e_0, f_0, \cdots, h$ xos vektoralri mavjud deb faraz qilaylik. Bu holda K guruh, $e_1, \cdots, e_p f_1, \cdots, f_q, h_1, \cdots, h_s$ (1)

$$Ae_1 = \lambda_1 e_1, Ae_2 = e_1 + \lambda_1 e_2, \cdots, Ae_p = e_{p-1} + \lambda_1 e_p$$

$$Af_1 = \lambda_2 f_1, Af_2 = f_1 + \lambda_2 f_2, \cdots, Af_q = f_{q-1} + \lambda_1 f_q \qquad (2)$$

$$Ah_1 = \lambda_k h_1, Ah_2 = h_1 + \lambda_k h_2, \cdots, Ah_S = h_{s-1} + \lambda_k h_S$$

ko`rinishda bo`adi. Ko`ramizki, har bir guruhning bazis vektorlari bu operatorda shu guruh vektorlarining chiziqli kombinatsiyasiga o`tadi. Bundan bazis vektorlarining har bir guruhsi.

A operatorga nisbatan invariant qism fazoni vujudga kelishi kelib chiqadi. (2) formula bilan berilgan operatorni bir muncha to`laroq ko`rib chiqaylik.

Har bir guruhda vujudga kelgan qism fazoda maxsus vektor bor, masalan, $e_1, e_2, \cdots, e_p$ vektordan vujudga kelgan qism fazoda bunday maxsus vektor e_1 bo`ladi. Haqiqatan misol uchun $e_1, e_2, \cdots, e_p$ vektorlardan vujudga kelgan qism fazoni qaraylik. Bu qism fazoning biror vektori, ya'ni $c_1 e_1 + c_2 e_2 + \cdots + c_p e_p$ ko`rinishdagi biror chiziqli kombinatsiya (e larning aqalli bittasi nolga teng emas) maxsus vektor bo`lsin, ya'ni

$$A(c_1 e_1 + c_2 e_2 + \cdots + c_p e_p) = \lambda(c_1 e_1 + c_2 e_2 + \cdots + c_p e_p)$$

ko`rinishdagi biror chiziqli kombinatsiya hosil bo`ladi. Buning chap tomoniga (2) formulaga muvofiq uning ifodasini qo`ysak

$$C_1 \lambda_1 e_1 + C_2 (e_1 + \lambda_1 e_2) + \cdots + C_P e_{P-1} + \lambda_1 e_P) = \lambda C_1 e_1 + \lambda C_2 e_2 + \cdots + \lambda C_P e_P$$

tenglikni hosil qilamiz. Bundagi
bazis vektorlaridan har birining koeffitsiyentlarini tenglashtirsak $\lambda_1, C_1, C_2, \cdots, C_P$ miqdorni aniqlash uchun

$$\begin{cases} C_1 \lambda_1 + C_2 = \lambda C_2 \\ C_2 \lambda_1 + C_3 = \lambda C_2 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ C_{P-1} \lambda_1 + C_P = \lambda C_{P-1} \\ C_P \lambda_1 = \lambda C_P \end{cases}$$

tenglamalar sistemasiga ega bo`lamiz.

Dastlab $\lambda = \lambda_1$ ekanligini ko`rsatamiz. Haqiqatan $\lambda \neq \lambda_1$ bo`lgan holda so`ngi tenglikdan $C_p = 0$ degan natijani olgan bo`lar edik va undan so`ng qolgan tengliklardan $C_{p-1} = C_{p-2} = \cdots = C_2 = C_1 = 0$ ekani kelib chiqar edi. Shunday qilib $\lambda = \lambda_1$. Shunday bo`lsa, tenglikdan $C_2 = 0$, ikkinchisidan $C_3 = 0$ va hokazo $C_p = 0$

larni hosil qilamiz. Binobarin, maxsus vektor C_1e_1 ga teng va demak, u ko`paytuvchisiga aniqlik bilan mos guruhlarning birinchi vektoriga teng.

(2) almashtirishning matrisasini yozib olamiz. Har bir guruhning vektorlari shu guruh vektorlarining chiziqli kombinatsiyasiga almashgani uchun almashtirish matrisasining birinchi ta ustunidan faqat birinchi p ta yo’l elementlarigina noldan farqli bo`la oladilar, bundan keyingi q ta ustunining shu ustunlar nomerlari bilan bir xil raqamli yullarida turgan elementlarigina noldan farqli bo`lishlari mumkin va hokazo. Shunday qilib berilgan bazisda almashtirish matrisasi bosh diogonal bo`yicha joylashgan. k ta katakdan iborat bo`lib, bu kataklarning hech biriga tegishli bo`lmagan elementlarning hammasi nolga teng bo`ladi. A almashtirish matrisasining har bir katagida qanday element turishini bilish uchun guruh vektorlarining qanday almashtirishini yana bir marta yozish kifoya. Buni yozsak,

$$\begin{aligned}
&Ae_1 = \lambda_1 e_1 \\
&Ae_2 = e_1 + \lambda_1 e_2 \\
&\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\
&Ae_{p-1} = e_{p-2} + \lambda_1 e_{p-1} \\
&Ae_p = e_{p-1} + \lambda_1 e_p
\end{aligned}$$

Bazisning ma’lum almashtirishiga javob beradigan matrisaning qanday tuzilishini yodga olsak, vektorlarning berilgan guruhsiga mos bo`lgan matrisaning katagi

$$A_1 = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_1 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \lambda_1 & 1 \\ 0 & 0 & & \cdots & 0 & \lambda_1 \end{pmatrix}$$

ko`rinishda bo`lishini topamiz. Butun matrisaga kelsak, u mos tartibda p, q, …, s tartibli shunga o`xshash matrisalardan tuzilgan ya’ni quyida Jordanning me`yoriy (normal) shaklidagi matrisasi yoki qisqacha Jordan matrisasi deb ataluvchi matrisani hosil qilamiz (ba’zan matrisaning Jordan shakli deb ham yuritiladi).

$$\begin{pmatrix}
\lambda_1 & 1 & \cdots & 0 & & & & & & & & & \\
0 & \lambda_1 & \cdots & 0 & & & & & & & & & \\
\cdots & \cdots & \cdots & \cdots & & & & & & & & & \\
0 & 0 & \cdots & \lambda_1 & & & & & & & & & \\
 & & & & \lambda_2 & 1 & \cdots & 0 & & & & & \\
 & & & & 0 & \lambda_2 & \cdots & 0 & & & & & \\
 & & & & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & & & & & \\
 & & & & 0 & 0 & \cdots & \lambda_2 & & & & & \\
 & & & & & & \ldots\ldots\ldots\ldots & & & & & & \\
 & & & & & & & & & \lambda_k & 1 & \cdots & 0 \\
 & & & & & & & & & 0 & \lambda_k & \cdots & 0 \\
 & & & & & & & & & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\
 & & & & & & & & & 0 & 0 & \cdots & \lambda_k
\end{pmatrix}$$

Bunda katakchadan tashqari hamma elementlar –nollar.

Nazorat savollar.

1. Jordan kataklarini tushuntiring.
2. Jordan katagini xarakteristik ko`phadlarini izohlang
3. Qoldirilgan so`zlarni yozing.

   U unitar (kompleks) fazoda A operatorning ………………… bazisdagi matrisasi uchun shunday bazis mavjudki, bu bazisda …………………… ning matrisasi Jordan matrisasidan iborat.
4. matrisaning Jordan me`yoriy (normal) ko`rinishini izohlang.

Mavzuga oid mustaqil ish topshiriqlari:

1. Jordan katagi.

2. Jordan matrisasi.

3. λ – ga oid Jordan kataklari.

4. Jordan matrisaga taaluqli teorema.

Mavzuga oid xulosalar

Jordan matrisasida kataklar diagonal bo`yicha joylashgan. Qanday operatorni Jordan matrisasi ko`rinishiga keltirish mumkin.

Mavzuga oid adabiyotlar.

1. Hojiev J.X, Faynleb A.S. Algebra va sonlar nazariyasi, Toshkent, «O`zbekiston» , 2001y
2. Kurosh A.G. Oliy algebra kursi , Toshkent «O`qituvchi», 1967y
3. Gel'fand I.M. Leksii po lineynoy algebre.

V BOB BO`YICHA AMALIY VA LABORATORIYA MASHGULOTLARINI BAJARISH YUZASIDAN KO`RSATMALAR

Mavzu: Matrisaning Jordan normal shakl(forma)si bo`yicha amaliy mashg`ulot olib borish texnalogiyasi

Darsning maqsadi: Ko`phadli matrisalarni va uni Jordan shakliga keltirishni misol, masala bilan o`rgatish.

Identiv o`quv maqsadlari: λ-matrisalarni biladi, Jordan kataklarini biladi, ixtiyoriy matrisani Jordan shakliga keltiradi.

Zaruriy materiallar

Iskandarov R. Oliy algebra,II- qism, T. 1963. kitobidan:

1) 102-123 betdan misollar
2) 124-143 betdan misollar.

Darsda yechiladigan misollar.

1) 102, 105, 109, 113, 117 betdagi misollar-masalalar
2) 125, 126, 128, 134, 139, 141 betdagi masalalar.

Mustaqil yechish uchun.

1) 122 betdagi №1a) b) v), №2,№3 a) s)
2) 143 betdagi 1,2,5,6 masalalar.

Adabiyotlar.

1. Hojiev J.X, Faynleb A.S. Algebra va sonlar nazariyasi, Toshkent, «O`zbekiston» , 2001y
2. Kurosh A.G. Oliy algebra kursi , Toshkent «O`qituvchi», 1967y
3. Gel'fand I.M. Leksii po lineynoy algebre.

V BOB BO`YICHA XULOSALAR

Jordan matrisasida kataklar diagonal bo`yicha joylashgan. Qanday operatorni Jordan matrisasi ko`rinishiga keltirish mumkin.

V BOB BO`YICHA O`Z-O`ZINI TEKSHIRISH UCHUN SAVOLLAR

1. Jordan kataklarini tushuntiring.
2. Jordan katagini xarakteristik ko`phadlarini izohlang
3. Qoldirilgan so`zlarni yozing.

   R unitar (kompleks) fazoda A operatorning …………………………… bazisdagi matrisasi uchun shunday bazis mavjudki, bu bazisda …………………… ning matrisasi Jordan matrisasidan iborat.

   Buni izohlang.
5. matrisaning Jordan me`yoriy (normal) ko`rinishini izohlang.
6. Jordan katagi nima?
7. Jordan matrisasi nima?
8. λ – ga oid Jordan kataklari nima?
9. Jordan matrisaga taaluqli teoremani ayting.

VI BOB

Bu bobda gruppa ta`rifi, misollar, qism gruppalar, elementning darajasi, grupaning tartibi, Logranj teoremasi, siklik gruppa, izomorfizm, gomomorfizm, gruppa yoyilmasi, faktor gruppalar qaraladi.

Bobda 3ta amaliy mashg`ulot mo`ljallangan bo`lib, unda gruppaga, qism gruppaga, gruppa tartibiga, gruppa yoyilmasiga va faktor gruppalarga doir misol, masalalar yechish ko`rib o`tiladi.

mavzu: GURUHLAR VA QISM GURUHLAR

Fanni o`qitish texnalogiyasi:

“Guruhlar va qism guruhlar” mavzusidagi ma’ruza mashg’ulotining texnologik xaritasi

T/r	Bosqichlar va bajariladigan ish mazmuni	Amalga oshiruvchi shaxs, vaqt
1	**Mashg’ulotga tayyorgarlik bosqichi:** **1.1. Dars maqsadi:** Qism guruh va guruh yoyilmasini o`rgatish. Siklik guruhni tushuntirish. **1.2. Identiv maqsadlar:** 1.2.1. Guruhni  qims guruhlar orqali yoyishni o`rganib oladi. 1.2.2. Siklik guruhni o`rganib oladi. **1.3. Asosiy tushunchalar:** Qism guruh, guruh yoyilmasi, Logranj teoremasi, siklik guruh, izomorfizm, Keli teoremasi. **1.4. Dars shakli:** ma’ruza. **1.5. Foydalaniladigan metod va usullar:** taqdimot, munozara, aqliy hujum, baxs. **1.6. Kerakli jihoz va vositalar: kompyuter, videoprorektor.**	**O’qituvchi**
2	**O’quv mashg’ulotni tashkil qilish bosqichi:** **2.1.** Mavzu va ko’rib o`tiladigan masalalar tushuntiriladi. **2.2.** Talabalarga savollar beriladi va muhokama-mushohada yuririladi. 2.2.1. Guruh tushunchasini ayting va qism guruhni tushuntiring? 2.2.2. O`ng va chap yondosh sinflarni izohlang. 2.2.3. Keli teoremasini izohlang.	**O’qituvchi**

3	**Guruhda ishlash bosqichi:** 3.1. Talabalardan ko`rib o`tilgan masalardan boshqa misollar muhokama qilish talab etiladi. Bunda savol-javob, baxs qiladi. 3.2. Qism guruh, guruh yoyilmasi, Logranj teoremasi, siklik guruh, izomorfizm, Keli teoremasi keltiriladi. 3.3. Talabalarning muhokamalari umumlashtiriladi, xulosa qilinadi. 3.4. Mavzuning tadbiqlari bayon etiladi.	**O'qituvchi – talaba**
4	**Mustahkamlash va baholash uchun savollar:** 4.1. Guruh va uning qism guruhsi nima? 4.2. Lagrant teoremasini nimadan iborat? 4.3. Normal bo`luvchi nima?	**O'qituvchi-talaba**
5	**O'quv mashg'ulotini yakunlash bosqichi:** 5.1. Yakunlovchi fikrlar aytiladi. Maqsad va vazifalar bajarilganligi tahlil qilinadi, tegishli xulosalar chiqariladi. 5.2. Bilimlarni baholash uchun nazorat (test) savollar beriladi.	**O'qituvchi**

Ko`rib chiqiladigan asosiy savol:

1. Guruhlar va ularning xossalari.
2. Izomorf guruhlar
3. Faktor guruh.

Tayanch iboralar va tushunchalar:

Guruh, qism guruh, guruh yoyilmasi, Logranj teoremasi, siklik guruh, izomorfizm, Keli teoremasi.

Mavzuda ko`riladigan asosiy muammolar:

Muammo (Borsayd)

V(m,d) guruh $x^d = 1$ ko`pxillikda cheklimi yoki cheksizmi?

1. $d \geq 7$, $d \geq 2$, $d \geq 4381$, $d \geq 665$, va $m \geq 2$ da cheksiz ekanligi isbotlash.

(Korganslov M.I. ,Merzlyakov Yu. I , Osnovi teori grup , M.1977, s.130-131.)

2. Ixtiyoriy m natural va r tub son uchun m bilan hosil bo`luvchi chekli miqdordagi chekli guruhlar mavjud.

(A.I. Kostrikin 1959 da isboti. Lekin yuqoridagi muammo to`la yechilgan emas (131 bet))

1-savol bo`yicha dars maqsadi:

1. Qism guruh va guruh yoyilmasini o`rgatish.
2. Siklik guruhni tushuntirish

Identiv o`quv maqsadlari:

1. Guruhni qims guruhlar orqali yoyishni o`rganib oladi.
2. Siklik guruhni o`rganib oladi.

1-savol bayoni:

Avvalo halqa va maydon ta'rifini eslab o`taylik.

Ta'rif. I. Agar M to`plamda qo`shish va ayirish va ko`paytirish amali bajarilsa, bunday to`plam halqa deyiladi.

Misollar. 1) butun sonlar to`plami. $B = \{\cdots,-3,-2,-1,0.-,1,2,3,\cdots\}$

2) ko`phadlar to`plami $P(x)$

3) kvadrat matrisalar to`plami

4) XOY tekislikda yotuvchi yo`naltirilgan kesmalar, vektorlar to`plami halqa emas.

5) $[a,b]$ da uzluksiz funksiyalar to`plami

Ta'rif. 2. Agar M to`plamda qo`shish, ayirish, ko`paytirish va bo`lish amallari bajarilsa bunday to`plam maydon deyiladi.

Misollar. Yuqoridagi misollardan 1),2),3),4) Lar maydon emas. $[a,b]$ da uzluksiz bo`lgan funksiyalar maydoni tashkil etadi. Ratsional sonlar to`plami R maydonni tashkil qiladi. Faraz qilaylik, M to`plamning elementlari quyidagicha $M = \{a_1, a_2, \cdots, a_n, \cdots\}$ $a_k, a_s \in M$ bo`lsin.

Ikki element orasida bajariladigan amalni φ deb belgilaymiz. Agar φ amalni bajarilganda hosil bo`lgan element $M$ to`plamga tegishli bo`lsa bunday amal algebraik amal deyiladi.

Ta'rif. Agar M to`plamda va unda aniqlangan $\varphi$ amalga nisbatan quyidagi shartlar bajarilsa, u holda bunday to`plam guruh deyiladi.

1) φ algebraik amal bo`lsin. $a_k \varphi a_s = b \in M$, $a_k, a_s \in M$

2) assosativlik bajarilsin: $(a_k \varphi a_s)\varphi a_n = a_k \varphi(a_s \varphi a_n)$

3) M to`plamda birlik element deb ataluvchi $e$ element mavjud bo`lib $a_k \varphi \mathrm{e} = a_k$ bo`lsin.

4) M to`plamda ixtiyoriy $a_k$ elementlarga teskari $a_k^{-1}$ element mavjud bo`lib $a_k \varphi a_k^{-1} = e$ bajarilsin.

Misollar . 1) R - ratsional sonlar to`plami. $\varphi$ amal ko`paytirish bo`lsin. Ratsional sonlar to`plami ko`paytirishni nisbatan guruhni tashkil etadi.

2) B - butun sonlar to`plami. $\varphi$-amal qo`shish bo`lsin. Butun sonlar to`plami qo`shishga nisbatan guruh bo`la oladi.

3) B-butun sonlar to`plami. $\varphi$-amal ko`paytirish bo`lsin. Bunda 4-shart bajarilmaydi. Butun sonlar to`plami ko`paytirishga nisbatan guruhni tashkil etmaydi.

4) M to`plam maxsusmas kvatdrat matrisalar to`plamidan iborat bo`lsin. $\varphi$ amal matrisalarni ko`paytirish bo`lsin. 1-2 shartlar bajariladi.

3. $e = E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & & \cdots & 0 & 0 \\ \cdots\cdots & \cdots & & \cdots & \cdots & \\ 0 & 0 & & \cdots & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad AE = A$

4. $\det A \neq 0$ (maxsusmas bo`lgani uchun) $\exists A^{-1} \in M$.

Faraz qilaylik, P biror guruh bo`lsin. φ-guruh amali. P guruhdan ixtiyoriy a element olamiz.

$$a\varphi a = a^2, a\varphi a\varphi a = a^3, \cdots, a\varphi \mathrm{a}\varphi \cdots \varphi \mathrm{a} = a_{\mathrm{n}}$$

$$a_0 = e, ea = ae = a$$

$$a, a^{-1} \in P$$

$$a^{-1}\varphi a^{-1} = a^{-2}, a^{-3}, \cdots, a^{-n}$$

$$a^k \varphi \mathrm{a}^{-k} = a_0$$

$$a^m \varphi a^k = a^{m+k}, m, k, -\pm 1, \pm 2, \cdots$$

a elementning darajalaridan to`plam tuzamiz. $A = \{\cdots, a^{-3}, a^{-2}, a^{-1}, a^0, a^1, a^2, a^3, \cdots\}$

Teorema. A to`plam guruhni tashkil etadi.

Bu teoremani isbotini mustaqil bajarish mumkin. Yuqorida tuzilgan A guruh siklik guruh deyiladi. a elementning biror r darajasi e ga teng bo`lsin, ya'ni $a^r = e$ (1) Shu shartni qanoatldantiruvchi r sonlarning eng kichigi elementning tartibi deyiladi.

Masalan: $C = \{1,-1,i,-i\}$ φ amal ko`paytirish . $C$ guruhdir. $e = 1, a = i \in C, r = 4$. Faraz qilaylik $P$ to`plam biror φ amalga nisbatan guruhni tashkil etsin. P to`plamning biror $H$ qismini ajratamiz. $P \supset H$. $H$ ning o`zi P da aniqlangan φ amalga nisbatan guruhni tashkil etsa, uni qism guruh deb ataladi. Qism guruh bir nechta bo`lishi mumkin . $P$ guruh chekli yoki cheksiz bo`lishi mumkin. P guruh cheksiz bo`lsa uning qism guruhsi chekli ham, cheksiz ham bo`lishi mumkin. Endi P guruhni H qism guruh bo`yicha yoyishni ko`rib o`tamiz. Avvalo ikki to`plamning to`g'ri yig'indisi tushunchasini keltiramiz.

Agar $A = \{a_1, a_2, a_3, \cdots\}$ va $B = \{b_1, b_2, b_3, \cdots\}$ berilgan bo`lsa, u holda

$A \oplus B = C = \{C_1, C_2, C_3, \cdots\}$ deb yozamiz, bunda $a_i \oplus b_i = c_i, a_i \in A, b_i \in B, c_i \in C$.

TEOREMA. P guruh uchun quyidagi tenglik o`rinlidir.

$$P = H \oplus H\varphi\, a_1 \oplus H\varphi\, a_2 \oplus \cdots \quad (1).$$

ISBOT. Agar H qism guruh P guruhga ustma-ust tushsa, ya'ni $H \equiv P$, u holda $P = H$ deb yoza olamiz. Agar ustma-ust tushsa, $H \underline{\neq} P$ u holda $H \subset P$. P dan a_1 element olamiz. U H ga kirmasin, ya'ni $a_1 \in P, a_1 \notin H$.

Endi $H = \{h_1, h_2, h_3, \cdots\}$ bo`lsa u holda $H\varphi\,\mathrm{a}_1 = \{H_1\varphi\,\mathrm{a}_1, H_2\varphi\,\mathrm{a}_2, \cdots\}$ agar $H \oplus H\varphi\, a_1$ to`plam P guruh bilan ustma-ust tushsa $P = H \oplus H\varphi\, a_1$ deb yoza olamiz. Agar (2) tenglik o`rinli bo`lmasa, u holda $H \oplus H\varphi\, a_1$ ga kirmaydigan P ning boshqa a_2 elementini olib qaraymiz. $a_2 \notin H \oplus H\varphi\, a_1$. Bunday holatda quyidagi yig'indini olamiz. $H \oplus H\varphi\, a_1 \oplus H\varphi\, a_2 \oplus \cdots$ agar bu yig'indi P bilan ustma-ust tushsa, $P = H \oplus H\varphi\, a_1 \oplus H\varphi\, a_2 \oplus \cdots$ deb yoza olamiz. Agar ustma-ust tushmasa yuqoridagi muhokamani davom ettirib, (1) tenglikni hosil qilamiz. Bu hosil bo`lgan (I) tenglik $P$ guruhning $H$ qism guruh bo`yicha yoyilmasi deyiladi.

Ta'rif. Chekli guruhda elementlarning miqdori shu guruhning tartibi deyiladi.

Chekli guruhning yoyilmasidagi qo`shiluvchilar soni cheklita bo`ladi. Agar P guruh cheksiz bo`lsa, u holda uning yoyilmasi chekli bo`lishi ham bo`lmasligi ham mumkin. Chekli guruh haqida teoremani keltirib o`tamiz.

Teorema. (Logranj) chekli P guruhning tartibi uning qism guruhsining tartibi bilan uning indeksining ko`paytmasiga teng.

Isbot. $P = H \oplus H\varphi\, a_1 \oplus H\varphi\, a_2 + \cdots + H\varphi\, a_2$ desak, guruh indeksi $r+1$ ta, $ind = r+1$. Agar $P = (P_1, P_2, \cdots, P_n)$ va $H = \{h_1, h_2, \cdots, h_n\}$ deb olsak, u holda $n = m(r+1)$ ekanligini ko`rsatish qiyin emas. Bunda $n - P$ guruhning tartibi. $(r+1) - P$ guruhning indeksi.

Nazorat savollari

1. Guruh tushunchasini ayting va qism guruhni tushuntiring.
2. Guruh yoyilmasi haqidagi teoremani izohlang.
3. Logranj teoremasining mohiyatini izohlang
4. Guruh *a* elementining siklik guruhi deb nimaga aytiladi?
5. To`g’ri javobni aniqlang

A) $A = \{a^0 . a^1, a^2, \cdots\}$-to`plam B) $A = \{a^{-1} . a^{-2}, a^{-3}, \cdots\}$

C) $A = \{e, 0, 1\}$ D) $A = \{\cdots, a^{-3} . a^{-2}, a^{-1}, a^0, a^1, a^2, a^3, \cdots\}$

E) $A = \{aa^{-1}, .aa^{-2}, \cdots\}$

2-savol bo`yicha dars maqsadi:

1. Guruhlarda izomorfizmni tushuntirish
2. Yondosh sinflarni o`rgatish

Identiv o`quv maqsadlari:

1. Izomorf guruhlarni o`rganib oladi.
2. Yondosh sinflarni tushunib oladi.

2-savol bayoni

Faraz qilaylik, ikkita P_1 va P_2 guruhlar berilgan va uning amali $\varphi_1 : P_2$ ning amali φ_2 bo`lsin.

Ta'rif. Agar P_1 va P_2 guruhlarning elementlari orasida o`zaro bir qiymatli moslik o`rnatilgan bo`lib, bu moslik guruh amallariga nisbatan ham o`rinli bo`lsa, u holda bu guruhlar bir-biriga izomorf deyiladi.

Shunday qilib, $P_1 = \{a_1, a_2, \cdots, a_n, \cdots\}$ va $P_2 = \{b_1, b_2, \cdots, b_n, \cdots\}$ bo`lganda

$a_k \in P_1 \leftrightarrow b_s \in P_2$

$$\begin{matrix} a_k, a_e \in P_1 \\ b_s, b_m \in P_2 \end{matrix} \qquad \left.\begin{cases} a_k \leftrightarrow b_s \\ a_e \leftrightarrow b_m \end{cases}\right\} \to \{a_k \varphi_1\, a_2 \leftrightarrow b_s \varphi_2 b_m\}$$ bo`lsa, u holda P_1 va P_2

izomorf bo`ladi

Va $P_1 \cong P_2$ deb yoziladi.

Agar P_1 guruhning biror H qism guruhsining hamma elementlari P_2 guruhning birlik (neytral) elementiga mos kelsa, u holda P_1 va P_2 guruhlarda gomomorf deyiladi. Bunday

H qism guruh P_1 ning yadrosi deyiladi yoki gomomorfizm yadrosi deyiladi.

Ta'rif. Agar P_1 guruhning elementlari P_2 guruhning elementlariga bir qiymatli mos keltirilgan bo`lib, bu moslikda guruhlardagi amallar o`rinli bo`lsa,u holda bunday moslik gomomorf moslik deyiladi.

Bu ta'rifni bunday ifodalash mumkin:

$$\begin{matrix} a_k, a_e \in P_1 \\ b_s, b_m \in P_2 \end{matrix} \qquad \left.\begin{cases} a_k \leftrightarrow b_s \\ a_e \leftrightarrow b_m \end{cases}\right\} \to \{a_k \varphi_1\, a_2 \leftrightarrow b_s \varphi_2 b_m\}$$

Buni $P_1 \approx P_2$ deb yozamiz. Izomorfizm va gomomorfizm haqida teoremalarni keltirib o`tamiz.

Teorema. Agar P_1 va P_2 guruhlar gomomorf moslikda bo`lsa, ya'ni P_1 va P_2 guruhga gomomorf akslansa, u holda P_1 guruhning faktor guruhi P_2 guruhga izomorf akslanadi.

Bu teoremani isbotlash uchun quyidagi belgilashni kiritamiz. $\frac{P_2}{H} - P_1$ guruhning

faktor guruhsi . $\frac{P_1}{H} = \{H \oplus H\varphi\, a_1 \oplus H\varphi\, a_2 \oplus \cdots\}$ $P_1 \cong P_2$ izomorf moslik.

Endi $\{P_1 \approx P_2\} \to \left\{\frac{P_1}{H} \cong P_2\right\}$ munosabatni isbotlash kifoya. Buni mustaqil bajarish mumkin.

Nazorat savollari

1. Quyidagi munosabatlarni tushuntiring.

$$\left\{\begin{matrix} a_k \in p_1 \leftrightarrow в_s \in p_2 \\ a_m \in p_1 \leftrightarrow в_n \in p_2 \\ \end{matrix}\right\} \Rightarrow \{a_k \in p_1 \leftrightarrow b_s b_n \in p_2\}$$

2. Keli teoremasini izohlang
3. O`ng va chap yondosh sinflarni izohlang
4. To`g'ri jumlalarni aniqlang

A) Ikkita yondosh sinf kesimi bo`sh emas B) Ikkita yondosh sinf kesimi bo`sh

C) Ikkita yondosh sinf ustma-ust tushadi

D) H qism guruhning yondosh sinflari H ga teng quvvatli emas

E) H qism guruhning yondosh sinflari H ga teng quvvatli

3-savol bo`yicha dars maqsadi.:

Faktor guruh va gomomorfizmni o`rgatish

Identiv o`quv maqsadlari:

1. Faktor guruhni o`rganib oladi.
2. Gomomorfizmni tushunib oladi.

3-asosiy savol bayoni

Faraz qilaylik, P guruh H qism guruh bo`yicha quyidagicha yoyilgan bo`lsin.

$$P = H \oplus H\varphi a_1 \oplus H\varphi a_2 \oplus \cdots \oplus H\varphi a_n \oplus \cdots \quad (1)$$

Bu yerda φ guruh amali. Agar bu yerda $H\varphi a_k = a_k \varphi H$ shart bajarilsa, H qism guruh normal bo`luvchi deyiladi. Umuman a_k va a_s da

$$H\varphi \mathrm{a_k} = a_S \varphi a_k \quad (2)$$

shart bajarilsa, H qism guruh normal bo`luvchi deyiladi. Umuman a_k va a_s da

$$a_k \varphi \mathrm{a_s} \neq a_s \varphi a_k \quad (3)$$

Agar $a_k \varphi \mathrm{a}_s = a_s \varphi a_k$ bo`lsa, komutativ guruh yoki Abel guruhi deyiladi. Endi $\mathrm{M} = \{H_1 \varphi \mathrm{a}_1, H_2 \varphi \mathrm{a}_2, \cdots, H\varphi a_n, \cdots\}$ (4) to`plamni ko`rib o`taylik. Bu to`plam $\varphi$ amalga nisbatan guruhni tashkil etadi. Buni bevosita isbotlash mumkin. Bu yerda $H$ normal bo`luvchi, $H\varphi \mathrm{H} = \mathrm{H}$ tenglik ham etiborga olinadi.

(4) to`plam faktor guruh deyiladi.

Faktor guruhdagi yonma-yon turgan elementlar qo`shni klasslar deyiladi. Ular umumiy elementga ega emas, ya'ni $H\varphi a_k \cap H\varphi a_s \neq 0, k \neq s$

Faraz qilaylik, G_1 va G_2 to`plamlar guruhni tashkil qilsin. Bu to`plamlardan ixtiyoriy $x_1 \in G_1$ va $x_2 \in G_2$ elementlarni olaylik. Bu to`plamlarning to`g'ri ko`paytmasi quyidagicha olinadi.

$G_1 \times G_2 = \{(x_1, x_2),\}; G_1 = \{x_1, y_1, z_1, \cdots\}, G_2 = \{x_2, y_2, z_2, \cdots\}$ ya'ni

$G_1 \times G_2 = \{(x_1, x_2), (y_1, y_2), \cdots\} = M$ deb belgilaymiz. Bu M to`plamda ikkita element ko`paytmasini quyidagicha qabul qilaylik.

$(x_1, x_2) \cdot (y_1, y_2) = (x_1 y_1, x_2 y_2)$

Agar φ biror guruh amali Bilan, uni $a\varphi b = ab$ deb qaraylik. Neytral elementni $e = (e_1, e_2) = (1,1)$ deb qabul qalamiz. $(e_1 \in G_1, e_2 \in G_2), e = (1,1) \in M$

x_1 va $x_1^{-1} \in G_1$ elementlar bir-biriga teskari element, u holda $x_1 \cdot x_1^{-1} = e_1 = 1$

$x_2 \cdot x_2^{-1} = e_2 = 1$ bunda $x_2, x_2^{-1} \in G_2$ $(x_1^{-1}, x_2^{-1}) \in M$ element (x_1, x_2) ga teskaridir.

Haqiqatan ham $(x_1, x_2)(x_1^{-1} x_2^{-1} = (x_1 x_1^{-1}, x_2 x_2^{-1}) = (e_1, e_2) = (1,1) \in M$ shunday qilib, komponentlar bo`yicha qabul qilingan ko`paytirish amaliga nisbatan $M = G_1 \times G_2$ to`plam guruhni hosil qiladi. Shunday qilib $M$ to`plam G_1 va G_2 larning dekart ko`paytmasi bo`lgan M to`plam $(x_1, x_2)(y_1, y_2) = (x_1 y_1, x_2 y_2)$ (1) ko`paytmaga nisbatan guruhni hosil qiladi. Bunday M to`plam $G_1$ va $G_2$ guruhlarni tashqi to`g'ri ko`paytmasi deyiladi. (uni TTK deb yozamiz.)

Tashqi to`g'ri ko`paytma $\otimes$ tarzda belgilanadi. TTK dagi $(x,1)$ elementni olaylik. $\{(x,1)\}$ to`plam TTK da qism to`plam ya'ni $\{(x,1)\} \subset G_1 \otimes G_2$ va $\{(x,1)\} \leftrightarrow G_1$ (izomorfdir) xuddi shunday $G_1 \otimes G_2 \supset \{(1, x_2)\} \leftrightarrow G_2, (1, x_2) \leftrightarrow x_2$ bu yerda $(x_1, x_2)^{-1} = (x_1^{-1}, x_2^{-1})$ dir.

Endi G_1 guruhning H_1 va H_2 qism guruhlarni olib qaraylik. $\left(h_i^{(1)} \in H_1\right)$ va $\left(h_j^{(2)} \in H_2\right)$ bo`lsin. quyidagi $H_1 \cdot H_2$ ko`paytma qism guruhlarning ichki to`g'ri ko`paytmasi deyiladi, (ya'ni ITK).

$H_1 \cdot H_2 = \{h_k^{(1)} \cdot h_k^{(2)}\},\ H_i = \{h_1^{(i)} \cdot h_2^{(j)}, \cdots\}, i = 1{,}2 \qquad H_1 \cdot H_2 = \{h_1^{(1)} \cdot h_{k1}^{(2)}, h_2^{(1)}, h_2^{(2)}, \cdots\}$

Teorema. Agar G_1 guruhning H_1, H_2 qism guruhlari uning normal qism guruhlari bo`lib,

$$\{H_1 \cap H_2 = 1 = e \qquad \{H_1 \cdot H_2 = G \qquad (2)$$

Shartlarni qanoatlantirsa, u holda $H_1 \otimes H_2$ to`g'ri tashqi ko`paytmasiga G izomorf bo`ladi. Bu teoremadan $G$ guruh uning ikkita qism guruhlari TTK si bo`yicha yoyish ko`rsatilgan. Buni bir nechta qism guruhlari uchun ham isbotlash mumkin.

Teorema. Agar G guruhning normal qism guruhlari $H_1, H_1, H_2, \cdots, H_n, \cdots$ lar ushbu

$$H_1 \cap H_2 \cap H_3 \cap \cdots \cap H_n = 1 = e = G \qquad H_1 \cdot H_2 \cdots H_n = G$$

shartlarini qanoatlantirsa, u holda $H_1 \otimes H_2 \otimes \cdots \otimes H_n \leftrightarrow G$ o`rinli bo`ladi. Bu teorema G guruhni TTK ga nisbatan normal qism guruh bo`yicha yoyish deyiladi.

Nazorat topshiriqlari

1. Guruhning normal bo`luvchisi nima?
2. Faktor guruhni tushuntiring.
3. Quyidagi munosabatlarni izohlang.

   $\{a_k \in p_1, a_m \to b_s, b_n \in p_2\} \Rightarrow \{a_k a_m \in p_1 \to b_s, b_n \in p_2\}$

   $p_1 \approx p_2$

4. A guruh $\overline{A}$ guruhga gomomorf akslansa, quyidagilardan qaysi biri to`g'ri? (H-gomomorfizm yadrosi)

A) A/H faktor guruh $\overline{A}$ gomomorf B) A/H faktor guruh $\overline{A}$ izomorf

C) A/H va $\overline{A}$ gomomorf emas D) A/H va $\overline{A}$ izomorf emas

E) $A/H \equiv A$

Mavzuga oid mustaqil ish topshiriqlari

1. Chekli Abel gruppalari.
2. Tub, maksimal va primar ideallar.

Mavzu bo`yicha asosiy xulosalar

1. Har qanday guruhni uning qism guruhlari bo`yicha yoyish mumkin.
2. Ikkita guruh bir-biriga izomorf yoki gomomorf bo`lishi mumkin.

3. Birinchi guruh bilan ikkinchi guruhga izomorf bo`lmasa, u holda faktor guruhi bilan izomorf bo`ladi.

Mavzuga oid adabiyotlar

1. Kurosh.A.G. Oliy algebra kursi. 1976 y
2. G`aymnazarov G., Jomurodov K. Chiziqli algebra elementlari, Guliston, 1999 yil.
3. Algebra va sonlar nazariyasi (2-kurslar uchun ma`ruza matnlari)

VI BOB BO`YICHA AMALIY VA LABORATORIYA MASHGULOTLARINI BAJARISH YUZASIDAN KO`RSATMALAR

Mavzu: Guruhlar va qism guruhlar bo`yicha amaliy mashg`ulot olib borish texnalogiyasi

Darsning maqsadi:
Guruh tushunchasini, qism guruhlar va ularning xossalarini masalalar yechish bilan o`rgatish.
Identiv o`quv maqsadlari:
Guruhni biladi, guruh yoyilmasini biladi.Fontor guruh va u haqidagi teoremani biladi.
Zaruriy materialar.
Proskurskov I.V. « Sbornik zadach po lineyno algebra» M. Nauka 1978y. kitobidan.

1) №1634-dagi 1-20 masala
1649, 1680, 1651, 1652, 1653, 1654.
2) 1659 1-8, 1662 1-3, 1663.

Darsda yechiladigan masalalar.

1) 1634 dan 1,3,5,7,9,1650,1652,1654
2) 1659 dan 1) 3,5,7, 1663

Mustaqil yechish uchun.

1) 1634 dan 2, 4, 6, 8, 10, 12 1651, 1653
2) 1659 dan 2, 4, 6, 8, 1662, 1, 2, 3.

Adabiyotlar

4. Kurosh.A.G. Oliy algebra kursi. 1976 y
5. G`aymnazarov G., Jomurodov K. Chiziqli algebra elementlari, Guliston, 1999 yil.
6. Algebra va sonlar nazariyasi (2-kurslar uchun ma`ruza matnlari)

VI BOB BO`YICHA YAKUNIY XULOSALAR

1. Har qanday guruhni uning qism guruhlari bo`yicha yoyish mumkin.
2. Ikkita guruh bir-biriga izomorf yoki gomomorf bo`lishi mumkin.
3. Birinchi guruh bilan ikkinchi guruhga izomorf bo`lmasa, u holda faktor guruhi bilan izomorf bo`ladi.

VI BOB BO`YICHA O`-O`ZINI TEKSHIRISH UCHUN NAZORAT SAVOLLAR

5. Guruh tushunchasini ayting va qism guruhni tushuntiring.
6. Guruh yoyilmasi haqidagi teoremani izohlang.
7. Logranj teoremasining mohiyatini izohlang
8. Guruh a elementining siklik guruhi deb nimaga aytiladi?
5. To`g'ri javobni aniqlang

A) $A=\{a^0.a^1,a^2,\cdots\}$-to`plam B) $A=\{a^{-1}.a^{-2},a^{-3},\cdots\}$

C) $A=\{e,0,1\}$ D) $A=\{\cdots,a^{-3}.a^{-2},a^{-1},a^0,a^1,a^2,a^3,\cdots\}$

E) $A=\{aa^{-1},.aa^{-2},\cdots\}$

6. Quyidagi munosabatlarni tushuntiring.

$$\left\{\begin{array}{l} a_k\in p_1\leftrightarrow в_s\in p_2\\ a_m\in p_1\leftrightarrow в_n\in p_2\\ \end{array}\right\}\Rightarrow\{a_k\in p_1\leftrightarrow b_sb_n\in p_2\}$$

7. Keli teoremasini izohlang
8. O`ng va chap yondosh sinflarni izohlang
9. To`g'ri jumlalarni aniqlang

A) Ikkita yondosh sinf kesimi bo`sh emas B) Ikkita yondosh sinf kesimi bo`sh

C) Ikkita yondosh sinf ustma-ust tushadi

D) H qism guruhning yondosh sinflari H ga teng quvvatli emas

E) H qism guruhning yondosh sinflari H ga teng quvvatli

10. Guruh va uning qism guruhsi nima?
11. Lagranj teoremasini nimadan iborat?
12. Normal bo`luvchi nima?
13. Gomimorfizm va izomorfizm masalalarning farqi nimada?

ALGEBRA VA SONLAR NAZARIYSI FANIDA YECHIMINI KUTAYOTGAN ILMIY MUAMMOLAR

Chirngauzen almashtirishlari yordamida n-darajali tenglamani

$$t^n + a_4 t^{n-4} + a_5 t^{n-5} + \ldots + a_{n-1} t + 1 = 0$$

ko`rinishga keltiriladi.

Xususiy holda 7-darajali tenglama

$$t^7 + xt^3 + yt^2 + zt + 1 = 0 \qquad (1)$$

ko`rinishga keltiriladi.

Quyidagi problema (muammo) larning yechimi kutilayapti:

1. Bu (1) tenglamani yana soddaroq ko`rinishga keltirish, hozirgacha muvafaqiyatsiz chiqayapti, ya'ni soddaroq ko`rinishga keltirib bo`lmayapti.
2. 7-darajali tenglamaning umumiy yechimini faqat ikki o`zgaruvchili uzluksiz funrsiya yordamida yechish mumkin emasligi.
3. 7-darajali tenglama boshqa bir ikki o`zgaruvchili funksiyalar sinfida (fazosida) yechib bo`lmasligini isbotlash haligacha provlema bo`lib turibdi.
4. A_k maydonni Kronekker-Veber teoremasidagidek tasvirlash (ifodalash, yozish) problemasi hozirgacha to`la yechilmagan.

INFORMATSION-USLUBIY TA`MINOT

Asosiy adabiyotlar.

1. Xojiev J. X., Faynleb A.S. Algebra va sonlar nazariyasi, Toshkent «O`zbekiston» , 2001 y.
2. Kurosh A.G. Oliy algebra kursi , Toshkent «O`qituvchi», 1975 y.
3. Gelfand I.M. Chiziqli algedragan leksiyalar, T. 1964.
4. Kostrikin A.I. Vvedenie v algebra, M. "Nauka",1977.
5. Kostrikin A.I. Sbornik zadach po algebra, M. "Nauka",1986.

Qo`shimcha adabiyotlar.

1. Iskandarov R. Oliy algebra, II- qism Toshkent «Oliy va o`rta maktab», 1963.
2. G'aymnazarov G., G'aymnazarov O.G. Funksional analiz kursidan masalalar yechish, Toshkent, «Fan va texnologiya» 2006 y.
3. G'aymnazarov G., Jomuratov K. Chiziqli algebra elementlari, Guliston, 1999 y.
4. Fadeev D.K., Sominskiy I.S. Sbornik zadach po visshey algebre. M. "Nauka", 1977 g.
5. Proskuryakov I.V. Sbornik zadach po lineynoy algebra, M. "Nauka",1978.

Internet saytlari

1. www.ziyonet.uz
2. www.gduportal.uz
3. http://www.mcce.ru
4. http://lib.mexmat.ru

ALGEBRA VA SONLAR NAZARIYSI FANIDAN ILMIY MAQOLALAR E`LON QILINADIGAN JURNALLAR RO`YXATI VA SAYTLAR

1. O`zbekiston fanlar akademiyasi ma`ruzalari.
2. O`zbekiston matematika jurnali.
2. Izvestiya VUZ.
3. Sibirskiy matematicheskiy jurnal.
4. www.manpo.ru
5. www.Mat.zametki.ru

GLOSSARIY

$x \in A$ - *x* element A to`plamga tegishli yoki qarashli.

$A \oplus B$ - A va B to`plamlarning to`g`ri yig`indisi.

dimR – R fazoning o`lchovi, dimision – o`lchov.

R_n – n o`lchobli chiziqli fazo.

$A \cup B$ - A va B to`plamlarning birlashmasi.

A\B - A to`plamdan B to`plamning ayirmasi.

$A \cap B$ - A va B to`plamlarning kesishmasi.

$A \subset B$ - A to`plam b to`plamning qism to`plami.

Ø – bo`sh to`plam.

$n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot n$ (!-faktorial)

Rang A – A matrisaning rangi.

detA – A matrisaning determinanti.

Evklid – eramizdan avval (taxminan 356-300 yillar) yashagan grek olimi.

(*x*, *y*) – *x* va *y* vektorlarning skalyar ko`paytmasi.

$|x| = \|x\|$ - *x* vektorning uzunligi (normasi).

$|AB|$ - A va B nuqtalar orasidagi masofa (AB – kesma uzunligi).

$пр_{OX}a$ – *a* vektorning OX o`qdagi proeksiyasi.

C – kompleks sonlar fazosi.

A^{-1} matrisa (yoki operator) A matrisaga (operatorga) teskari matrisa (operator).

Θ – nol vektor.

r_A – A operatorning (almashtirishning) o`lchovi.

kernA – A operatorning yadrosi.

$|A| =$ detA – A matrisaning determinanti.

A* - A operatorga qo`shma operator.

$\bar{a}$ - *a* kompleks sonning qo`shmasi.

Ermit Sh. – fransuz matematigi (1822-1901).

$|\lambda|$ - λ kompleks sonning bobi.

Lagranj J.L. – fransuz matematigi (1736-1813).

$T: x \to y$ – T operator x vektorni y vektorga akslantiradi.

A~B – A va B to`plamlar ekvivalent.

A→B – A xossadan B xossa kelib chiqadi.

Jordan K. – fransuz matematigi (1838-1922).

aTb – a va b elementlarda T amal bajarildi.

$a \circ b$ - a va b elementlarda $\circ$ amal bajarildi.

$\circ, \otimes, \oplus$ - binar amallar.

$i \to k \to s$ – i element k elementga, k element s elementga akslanadi.

Z/C - Z guruhning C qism guruh bo`yicha yoyilmasi.

$\varphi_k(x) \leftrightarrow a_k$ - $\varphi_k(x)$ va a_k elementlar o`zaro bir qiymatli moslikda qaraladi.

$\forall$ - umumiylik kvantori.

$\forall x$ – barcha x elementlar uchun.

Koshi O. (1789-1857) fransuz matematigi.

Bunyakovskiy (1804-1889) rus matematigi.

* – testdagi shu javob to`g`ri.

N – natural sonlar to`plami.

Z – butun sonlar to`plami.

Q – rasional sonlar to`plami.

R – haqiqiy sonlar to`plami.

Gamilton U. – ingliz matematigi (1809-1865).

Keli A. – ingliz matematigi (1821-1895).

Terishga 10.10.10 yil berildi. Bosishga 16.10.10 yilda
ruxsat qilindi. Bichimi 60 x 84, 1/16. Buyurtma № __.
Xajmi 6 b.t. Nusxasi 300 dona. Bahosi kelishilgan
narxda. GulDU bosmaxonasida chop etildi.
7007012. Guliston, 4-mavze